Spezielle Relativität

Jonas Berggren

February 26, 2020

Contents

Abstract

In diesem Dokument erkläre ich wie ich ein Prgramm entwickelt habe, was Albert Einsteins spezielle Relativität visualisiert. Das Programm Arbeitet anhand von Monkoswki-Raumzeitdiagrammen, und nutzt Objektorientierte Programmierung.

Außerdem Erkläre ich die darunter liegende Physik und leite Lorentztransformation her. Dabei werde ich auf Relaitivät vorr Einstein, auf Minkowski-Raumzeit-diagramme, auf Transformationen zwischen Bezugssystemen, Auf die Implikation Spezieller Relativität, und desse Einschränkungen.

1 Relativität nach Newtonscher Physik

Bevor wir über Einsteins spezielle Relativität reden können, müssen wir das Konzept von Raum, Zeit und bewegung klarstellen

1.1 Bezugssystem

Zunächst muss klar gestellt werden wie Position, Zeit und Geschwindigkeit gemessen werden. Dazu muss ein Kordinatensystem Räumlich und Zeitlich definiert werden. Dass Koordinatensystem hat einen Ursprung mit $x = 0, y = 0, z = 0$ und $t = 0$. Hierbei ist der Ursprung des Koordinatensystems in der Regel auf ein Objekt zu Beginn des Beobactungszeitraums bezogen. Für diese Betrachtung müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

- Das Bezugsystem muss inertial(unbeschleunigt) sein
- Die Raumzeit muss flach sein, es darf keine Gravitation wirken, ART

Durch die Tatsache, dass in allen Inertialen Bezussystemen die gleichen physiklaischen Gesetze gelten, sind alle Bezugssysteme gleich gültig. Es ist keine Universal gülige Aussage über die Position oder Geschwindigkeit eines Körpers, oder Zeitpunkt eines Ereignisses möglich. Demnach ist es nichts sagend zu sagen, man hätte zum Zeitpunkt t die Position x, y, z und bewge sich mit Gecshwindigkeit $\vec{v}$. Es muss immer ein Bezugpunkt gewählt werden z.b. Erdmittelpunkt Bezugssysteme können sich also relativ zu eineander bewegen und dennoch gleichermaßen gültig das selbe Ereignis beschreiben.

1.2 Wechsel von Bezugssystemen

Ich werde mich im folgenden auf eine Raumdimension beschränke. Das Hinzufügen der anderen Raumdimensionen, kann Durch ersetzen der Richtungsabhängigen Größe n, durch Vekoren. x wird demnach zu $\vec{0p}$, v zu $\vec{v}$. dabei ist zu beachten das die gerichteten Relatistischen Effekte nur endlang der Bewgungsrichtung auftreten.

Es wird zunäckst ein bezugssystem gewählt mit den Größen x, t und v. Anschließend wir ein gestrichenes Bezugssystem gewählt mit den Größ x', t' und v', wobei $t = t'$ gilt. Aus unsere altäglichen erfarung geht hervor, dass für die Position eines, zu dem ungestrichenen Ststem statischen Objekt gilt: $x' = x - vt$ Genau so gilt für geschwindigkeiten:

$$u' = u - v \tag{1}$$

Hierbei ist v die Geschwindigkeit des Gestrichenen Bezugsystem und u Die geschwindigkeit des betrachteten objekts.

1.3 Minkoswsky Raumzeit diargamme

Das Minkowski Raumzeit Digramm betrachtet, in seiner üblichen Form, Objekte in einer Raumdimension und Zeit. Hierzu wird die Zeit auf die vertikale Achse gelegt und die Position auf die horizontale. Für die Betrachtung von spezieller Relativität werden die Einheiten einfachheitshalber so gewählt, dass die Lichtgeschwindigkeit $c = 1$ und $x = t$.

2 spezielle Relativität

Die Speziele Relativität fügt ein entscheidendes Postulat hinzu:

- Die Lichgeschwindigkeit ist ein Universelle Konstante

Dies wirft direkt eine Frage auf: Wenn jemeand mich mit einer Taschenlampe anleuchtet wahrend ich mich auf ihn zu bewge, wie kann es dann sein, dass wir beiden den exakt gleichen wert für die Beschwindigkeit diese licht messen? Das Pstulat ist also nicht mit der Formel 1 vereinbar.

2.1 Herleitung

Nehmen wir folgendes Szenarion an:

Es wir eine Person auf der Erde und eine Person an Bord einer Rakete btrachtete die sich relativ zur Erde mit einer Geschwindikeit v bewegt. Hierbei ist das Bezugsystem des Astronauten gestrichen. an Bord der Rakete befindet sich eine Uhr die Zeit misst indem sie ein Photon, über eine Streck l gegen einen Spiegel sendet und warte bis das Photon wiederkommt. Der Einfachheitskalber bewgt sich dass Licht dabei Orthogonal zur bewegungsrichtung der Rakete. Aus dem gestrichenen Bezugstystem ist die Zeit die das licht braucht $\Delta t' = \frac{2l}{c}$. Das licht aus dem Ungestrichenen Bezugsystem jedoch eine längere Streck zurücklegen namlich $s = \sqrt{l^2 + (v\Delta t')^2}$. Da die Licht geschwindigkeit in Beiden Systemen identisch sein muss, muss $\Delta t' < \Delta t$ gelten.

2.2 transformation zwischen Bezubssytemen

2.3 Raumzeititnervall als erhaltene Größe

Nach der speziellen Relativität sind Raum, Zeit und sogar die Reihenfolge von ereignissen relativ. Es wirkt so als nur die Lichgeschwindigkeit konstant. Es gibt aber eine weiter Größe die unter Lorenztransformation invariant bleibt: Die sogenannte Eigenzeit

$$\tau^2 = (\Delta ct)^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 \tag{2}$$

Wobei Δtder Zeitlcihen und $\Delta x, y, z$ den räumlihen Abstand zwisch zei ereignisse darstellen. τ kann im Minkowski-Diagramm als Vektor dargestellt werde der die Ereignisse verbindet.

Diese Größe kann durch die Kombination aus negativen Raumkomponente uns positiver Zeitkomponenten im gesamten Reellen bereicih definiert. Was für ein Wert diese Größe hat hat aufwirhung darauf worüber sich beobachter uneinig sein können.

Ist τ negativ können sich Beobachter über die Reinfolge der Ergnisse uneinug sein. Außerdem können sich die beiden Ereignisse nicht beeinflussen. Dies ist im Diagramm daran zu erkennen, dass der Winkel zwischen τ und der ct-Achse kleiner als 45° ist. Somit sind auch Gleichzeitigkeitslinien zulässig die Steiler sind als τ. Weltlinien die flacher sind als τ sind jedoch unzulässig

Gilt $\tau = 0$ so kann das eine Ereigniss das ander durch ein Lichtteilchen beinflussen, jedoch nicht durch ein massebehaftetes Signal.

Ist τ positiv ist die Reinfolge der Ereignisse unversell. In dem Fall entspricht τ der Zeit die eine Uhr zwischen den Ereignissen messen würde, die sich von dem ersten zu den zweiten Ereignis bewegt.

2.4 Implikationen

2.5 Einchränkungen dieses Modells

Spezielle Relativität beschreibt nur inertiale Bezugssysteme in einer Flache Raumzeit.

Inertiale Bezugsysteme sind unbeschleunigt. Ein Ball der mit einer Geschwindigkeit gleich null losgelassen wird behält seine Position bei.

Dies löst zum Beispiel das bekannt Zwilligspardoxon: Ein Zwilling Fährt auf eine Raummision bei der er mit beispielsweise halber Lichtgeschwindigkeit durch das All fliegt, während sein Bruder auf der Erde vebleibt. Als er zur Erde zurückkehrt stellt sich die Frage wer nun älter ist Nach der Speziellen Relativitität können sich beide Zwillinge für den Zeitraum der mission als statisch betrachten und den anderen als bewegt. demnach kommen beide zudem Schluss, dass sie selbs jünger sein sollten.

Dabei wird jedoch vernachlässigt, dass der Astronaut beispielsweis zu Alphacentauri fliegt dort umkehrt und wiederkommt. Dabei erfäht er eine Beschleungiung, die die Spezielle Relativität nicht vorsieht.

Nehme man an der Astronaut führe bei Alphacentauri ein Swingby-Manöver durch und ändere so seine Richtung, so würdeer sich nicht in einer Flachen Raumzeitbewegen.

Diese überlegung führt usn in die Algemeine Relativität, die sich maßgeblich von Newtons Gravitation unterscheidet. Gravitation wird nicht mehr als Kraftfeld beschrieben sondern als Raumzeitkrümmung, die die inertiale Laufbahn von objekten verändert.

3 Programm

Das Programm basiert auf Objekt orientierter Programmierung und mutzt das pygame Modul fur die Grafik. Ich habe ins gesamt vier Klassen entwickelt: Eine für die Darstellung der Bezugsstysteme im Diagramm, eine für die Darstellung von buttons und zwei für die Darstellung der Eingabefelder. Außerdem habe ich jeweils eine Funktion zum wechseln von Bezugssystem,und zum Handhaben von unzulässigen Nutzereingaben.

3.1 Nutzung

Diese Programm in python2.7 ausgeführtwerden. In dem rechten Feld können Geschwindigkeit und Startposisiton von Objekten eigeben werden. Beim klicken der send-Taste wird die Weltlinie, und die dazu gehörige Gleichzeitigkeitslinie des Objektes in das Koordinatensystem eingezeichnet. Es können nach belieben Objekte hinzugefügt oder entfernt werden. Alle sichtbaren Weltlinien kónnen angeklick werden um die Lorentz-Transformation in das jewilige Bezugsystem beobacheten zu können.

3.2 Button

Die Klasse `Button` dient zur Darstellung und Handhabe aller buttons. Diese Klasse nimmt einen Typ und optional, einen parent als Argument.

3.2.1 Methoden

In dem Konstruktor wird die Box in abhängikeit von Typ definiert. Anschließend werden weitere Instanzvariablen, für Farbe, Aktivität, Text, Typ, Mutterobjekt definiert.

Die Methode `handle` wird in der Hauptschleife aufgerufen und nimmt pygame ereignisse als Argumente. In abhängikeit vom Typ wird der Ortsvektor der Maus angepasst. Wenn sich die Maus über ein dem button befindet wird der Activitäszustand auf True gesetzt, andern Falls auf False. Jenach Aktivitätszustand wird in der Methode `draw` die Farbe ändert, was ein Hoverfunktion darstellt. Befindet sich die Maus über `self`, wird dann bei einem Klick, zwische den Typen unterschieden. Ist `self.type` gleich add, wird der Liste der `objs` eine Instanz von `Obj` hinzugefügt. Außerdem wird die Position von `self.rect` angepasst.

Ist `self.type` gleich send wird der index von `self` ermittelt, und der Methode `enter` übergeben, die in Abschnitt 3.3.1 näher erläutert wird.

Ist `self.type` gleich ok wird die globale Variable `err` Nne gesetzt.

Ist `self.type` gleich x wird der index von `self` ermittelt. Anschleißend wird dieser Index genutzt, um die jeweiligen einträge in dem Listen `objs`, `delbuttons`, `inputs` und `sendbuttons`. anschließend werden die Position von den verbleibenden Elementen angepasst um das gelöschte Element aufzufüllen.

Die Methode `draw` wird in der Hauptschleife aufgerufen und zeichnet je nach Typ `self.rect` und `self.txt` auf die unterschiedlichen Flächen.

3.3 Input

3.3.1 Methoden

3.4 Box

3.4.1 Methoden

3.5 Obj

3.5.1 Methoden

3.6 Funktionen

Die Funktion error wird von der Funktion enter bei jedem Fehlerfall aufgerufen. Es wird ein Fallspezifischer Fehlerwert übergeben. Die Funktion error erstellt ein Fenster auf dem eine fehlerspezifische Nachricht angezeigt wird. Außerdem wir ein 'ok' button erstellt mit dem das fenster wieder geschlossen werden kann.

4 Quellen

Loedel-Minkowski-Diagramm; zweidimensionale Raumzeit(Zugriff: 06.09.2019):
https://stackoverflow.com/questions/46390231/how-to-create-a-text-input-box-with-pygame
https://www.youtube.com/playlist?list=PLD9DDFBDC338226CA

5 Notizen

x = ct x' = ct - vt = (c-v)t' speed addition Raum, Zeit, Gleichzeitigkeit, Reinfolge Invariante Proper time propertime, if == 0 they can be connected by a lightbeam spacelike, timelike lightcone Fourvector Fourvelocity Gleichzeitigkeit t = vx Linie der Gleichzeitigkeit ist die Spigelung der Weltline entlang der Lichtlinie