

# 3 – Linguagens Livres de Contexto

Aula 16

# Sumário

## Capítulo 3 – Linguagens Livres de Contexto

### 3.1. Gramáticas Livres de Contexto

#### 3.1.1. Árvore de Derivação

#### 3.1.2. Ambiguidade

#### 3.1.3. Simplificação de Gramáticas Livres de Contexto

#### 3.1.4. Recursão à Esquerda

### 3.2. Forma Normal de Chomsky

### 3.3. Forma Normal de Greibach

### 3.4. Recursão à esquerda

### **3.5. Autômato com pilha**

# Automato com pilha

- Linguagens livre de contexto
  - Pode ser associadas a um formalismo do tipo AUTOMATO
  - No caso, autômato com pilha
- Autômato com pilha
  - Análogo ao automato finito
  - Inclui uma **pilha** como **memoria auxiliar**
  - **Não determinísta!**

# Autômato com pilha

- Não determinismo
  - Importante e necessário
  - Aumenta o poder computacional de um AP
  - O reconhecimento só é possível por um **AP-não-determinista**

# Autômato com pilha

## *Estrutura*

- Fita
  - análoga à do autômato finito
- Pilha
  - memória auxiliar
  - pode ser usada para leitura e gravação
- Unidade de Controle
  - reflete o estado corrente da máquina
  - possui: cabeça de fita e cabeça de pilha
- Programa, Função Programa ou Função de Transição comanda
  - leitura da fita
  - leitura e gravação da pilha
  - define o estado da máquina

# Autômato com pilha

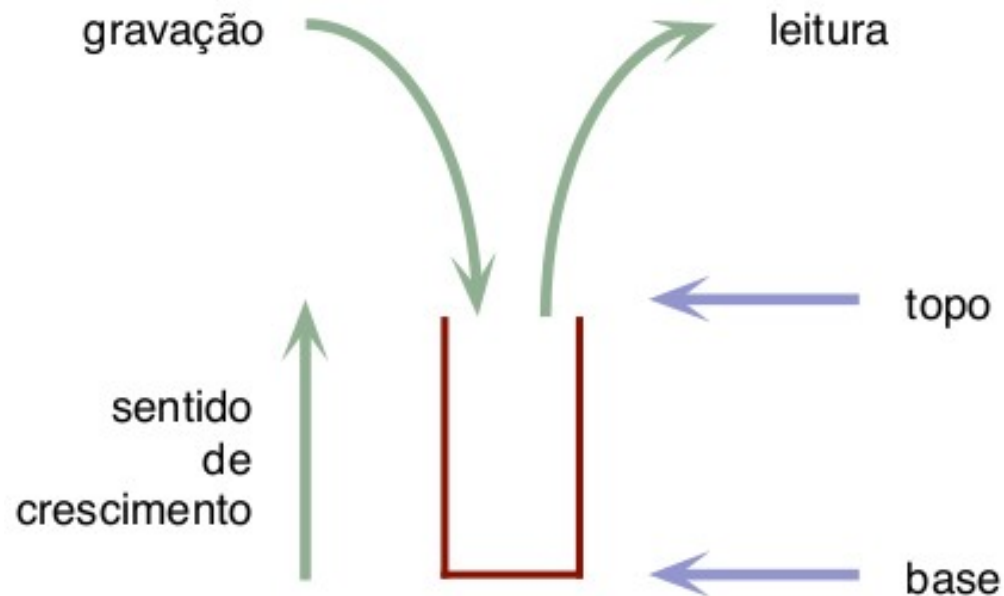
## *Pilha*

- Ela é independente da entrada
- Não possui limite máximo de tamanho
  - “Tão grande quanto se queira”
  - Baseada na noção de conjunto *infinitamente contável*

# Autômato com pilha

## *Pilha*

- Último símbolo gravado é o primeiro a ser lido
- **Base**: fixa e define o seu início
- **Topo**: variável e define a posição do último símbolo gravado



# Autômato com pilha

## *Pilha*

- Cada célula armazena um símbolo do alfabeto auxiliar
  - pode ser igual ao alfabeto de entrada
- Leitura ou gravação é sempre no topo
- Não possui tamanho fixo, nem máximo
  - tamanho corrente: tamanho da palavra armazenada
  - valor inicial: vazio (palavra vazia)



# Autômato com pilha

## *Unidade de controle*

- Número finito e predefinido de estados
- Cabeça da Fita
  - unidade de leitura: acessa uma célula da fita de cada vez
  - move **exclusivamente** para a **direita**
  - pode testar se a entrada foi completamente lida
- Cabeça da Pilha
  - unidade de leitura e gravação

# Autômato com pilha

## *Cabeça da Pilha: leitura e gravação*

- Leitura
  - Move para a direita ("para baixo") ao ler um símbolo
  - Acessa um símbolo de cada vez, sempre do topo
  - Exclui o símbolo lido
  - Pode testar se a pilha está vazia
- Gravação
  - Move para a esquerda ("para cima") ao gravar
  - Pode gravar uma palavra composta por mais de um símbolo
  - Símbolo do topo é o mais à esquerda da palavra gravada

# Autômato com pilha

## *Crítérios de parada*

- Estado final
  - Pára quando atingir um estado final
  - Inicialmente a pilha é vazia
- Pilha vazia
  - Pára quando quando a pilha estiver vazia

# Autômato com pilha

- Definição Matemática:

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, V)$$

- $\Sigma$ , é um alfabeto de símbolos de entrada
- $Q$ , é o conjunto de estados possíveis do automato (finito)
- $\delta$ , é uma função de transição

$$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{ \epsilon, ? \}) \times (V \cup \{ \epsilon, ? \}) \rightarrow 2^{Q \times V^*}$$

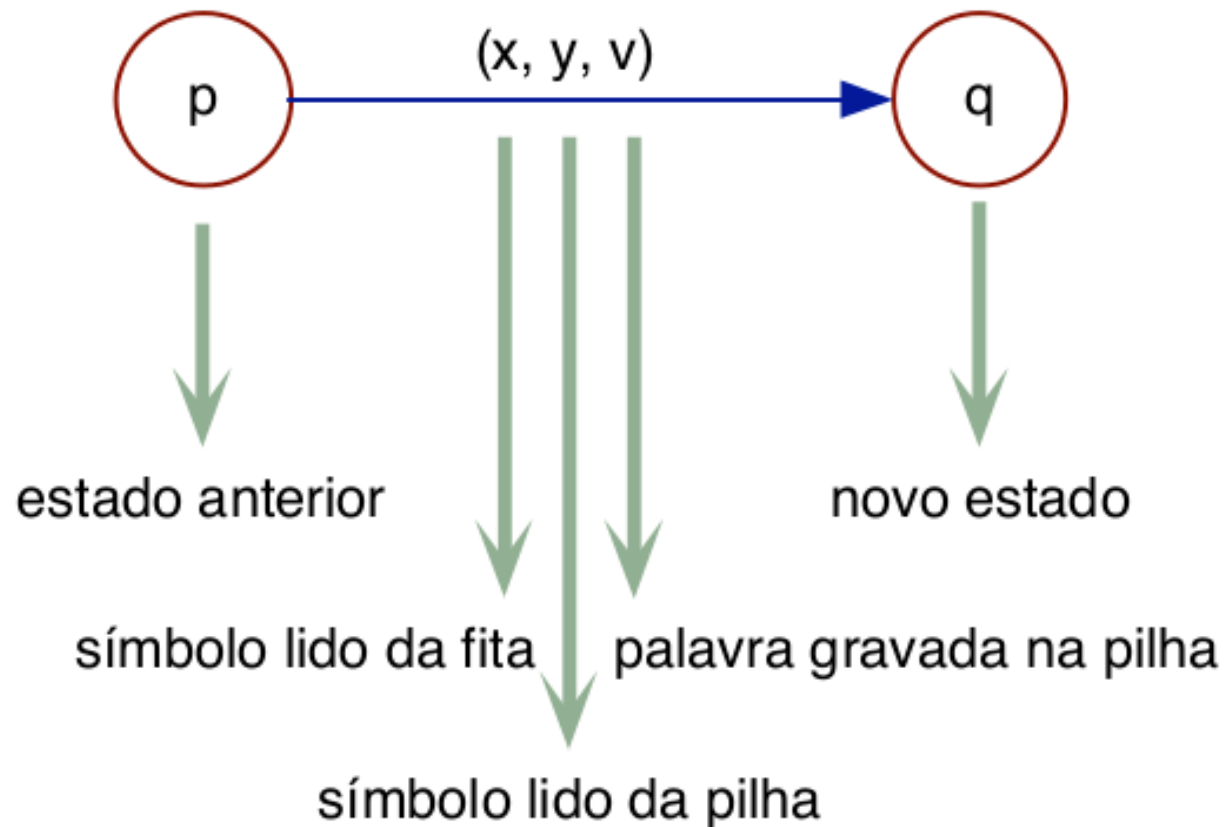
$$\delta(p, x, y) = \{ (q_1, v_1), \dots, (q_n, v_n) \}$$

- $q_0$ , estado inicial
- $F$ , subconjunto de  $Q$ , conjunto dos estados finais
- $V$ , alfabeto auxiliar ou alfabeto da pilha

# Autômato com pilha

*Exemplo – transição ou função programa*

- $\delta(p, x, y) = \{ (q, v) \}$



# Autômato com pilha

## *Características da função programa*

- “?”:
  - indica teste de pilha vazia
- leitura de  $\epsilon$  indica
  - movimento vazio da fita ou pilha (não lê, nem move a cabeça)
  - não-determinístico: basta que o movimento seja vazio na fita
- gravação de  $\epsilon$ 
  - nenhuma gravação é realizada na pilha (e não move a cabeça)

# Autômato com pilha

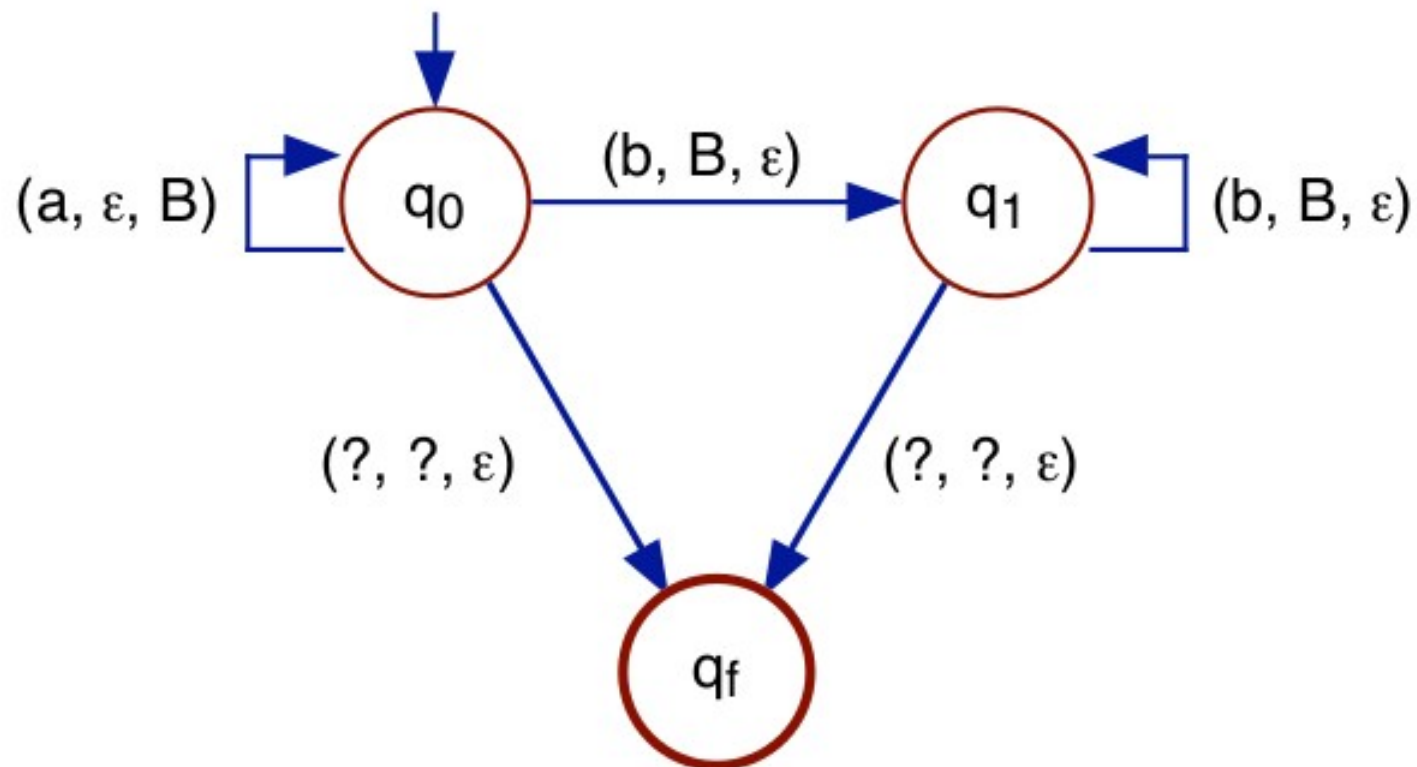
## *Exemplo 1 – Duplo balanceamento*

- $M_1 = (\{ a, b \}, \{ q_0, q_1, q_f \}, \delta_1, q_0, \{ q_f \}, \{ B \})$

# Autômato com pilha

## Exemplo 1 – Duplo balanceamento

- $M_1 = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_f\}, \delta_1, q_0, \{q_f\}, \{B\})$





# Autômato com pilha

## *Exercicio 1*

- $\{a^n b^k c^{n+k} \mid n, k \geq 0\}$

# Autômato com pilha

## *Exercicio 2*

- $\{a^n b^k c^{n-k} \mid n, k \geq 0\}$

# Autômato com pilha

## *Exercicio 3*

- $\{a^n b^{n+k} c^k \mid n, k \geq 0\}$

# Autômato com pilha

## *Exercício 4*

- Crie uma gramática Livre de contexto para a linguagem
  - $\{a^n b^k \mid n, k \geq 0\}$

# Autômato com pilha

## *Exercício 5*

- Crie uma gramática Livre de contexto para a linguagem
  - $\{a^n b^k c^{n+k} \mid n, k \geq 0\}$