LISTA DE EXERCÍCIOS 4 – CÁLCULO II

01. Encontre o valor numérico de cada expressão.

a) $\operatorname{senh} 0$ b) $\cosh 0$ c) $\operatorname{tgh} 0$ d) $\operatorname{tgh} 1$ e) $\operatorname{senh}(\ln 2)$ f) $\operatorname{senh} 2$ g) $\cosh 3$
h) $\cosh(\ln 3)$ i) $\operatorname{sech} 0$

02. Demonstre a identidade.

a) $\cosh x + \operatorname{senh} x = e^x$ b) $\cosh x - \operatorname{senh} x = e^{-x}$ c) $\operatorname{cotgh}^2 x - 1 = \operatorname{cossech}^2 x$
d) $\operatorname{tgh}(x+y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1 + \operatorname{tgh} x \operatorname{tgh} y}$ e) $\operatorname{senh} 2x = 2 \operatorname{senh} x \cosh x$
f) $\cosh 2x = \cosh^2 x + \operatorname{senh}^2 x$ g) $\operatorname{tgh}(\ln x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ h) $\frac{1+\operatorname{tgh} x}{1-\operatorname{tgh} x} = e^{2x}$

03. Se $\operatorname{tgh} x = \frac{12}{13}$, encontre os valores das outras funções hiperbólicas em x.

04. Se $\cosh x = \frac{5}{3}$ e $x > 0$, encontre os valores das outras funções hiperbólicas em x.

05. Use as definições das funções hiperbólicas para achar os seguintes limites.

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \operatorname{senh} x$ b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \operatorname{senh} x$ c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \operatorname{sech} x$ d) $\lim\limits_{x \to +\infty} \coth x$ e) $\lim\limits_{x \to 0+} \coth x$

f) $\lim\limits_{x \to 0-} \coth x$ g) $\lim\limits_{x \to -\infty} \operatorname{cossech} x$

06. Encontre a derivada. Simplifique quando possível.

a) $f(x) = \operatorname{tgh}(1 + e^{2x})$ b) $f(x) = x \operatorname{senh} x - \cosh x$ c) $g(x) = \cosh(\ln x)$
d) $h(x) = \ln(\cosh x)$ e) $y = x \operatorname{cotgh}(1 + x^2)$ f) $y = e^{\cosh 3x}$
g) $f(t) = \operatorname{cossech} t\,(1 - \ln(\operatorname{cossech} t))$ h) $y = \operatorname{sech}^2(e^t)$ i) $y = \operatorname{senh}(\cosh x)$
j) $G(x) = \frac{1-\cosh x}{1+\cosh x}$

07. Mostre que

$$\frac{d}{dx}\left(\sqrt[4]{\frac{1+\operatorname{tgh} x}{1-\operatorname{tgh} x}}\right) = \frac{1}{2} e^{\frac{x}{2}}$$

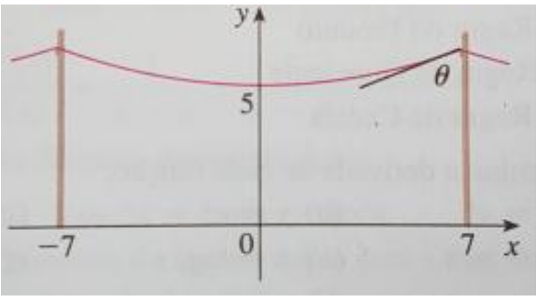
08. Mostre que

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{arctg}(\operatorname{tgh} x)) = \operatorname{sech} 2x$$

09. Uma linha de telefone é pendurada entre dois postes separados a 14 m, na forma da catenária $y = 20\cosh(x/20) - 15$, em que x e y são medidas em metros.

a) Encontre a inclinação dessa curva onde ela encontra o poste à direita.

b) Encontre o ângulo θ entre a reta tangente e o poste.



10. Usando os princípios da física, pode ser mostrado que quando um cabo é pendurado entre dois postes, ele toma a forma de uma curva $y = f(x)$ que satisfaz a equação diferencial

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\rho g}{T}\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

onde ρ é a densidade linear do cabo, g é a aceleração da gravidade e T e a tensão no cabo no ponto mais baixo, e o sistema de coordenadas é apropriadamente escolhido. Verifique que a função

$$y = f(x) = \frac{T}{\rho g}\cosh\left(\frac{\rho g x}{T}\right)$$

é uma solução dessa equação diferencial.

11. Calcule

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\operatorname{senh} x}{e^x}$$

12. a) Mostre que qualquer função da forma

$$y = A \operatorname{senh} mx + B \cosh mx$$

satisfaz a equação diferencial $y'' = m^2$.

b) Encontre $y = y(x)$ de forma que $y'' = 9y, y(0) = -4$ e $y'(0) = 6$.

13. Se $x = \ln(\sec\theta + \operatorname{tg}\theta)$, mostre que $\sec\theta = \cosh x$.