

Nombre: Jonathan David Salcedo Diaz

Resumen Lectura en Inglés

Transformada de Fourier ventaneada

La Transformada de Fourier ventaneada es en pocas palabras una versión más enfocada de la Transformada de Fourier que ya se conoce. Permite ver fragmentos de la señal en intervalos de tiempo específicos en lugar de mirar toda la señal. Esto es extremadamente útil para analizar partes de una señal en lugar de todo al mismo tiempo.

El truco está en usar una función de ventana, $w(t)$, que elige una parte de la señal para observar. Esta ventana está cero fuera de un intervalo, por ejemplo $[0, T]$, y cuando se multiplica por la señal $f(t)$, solo se obtiene la parte de la señal que está dentro de ese intervalo. Por lo tanto, analizar $w(t) \cdot f(t)$, que es solo un fragmento, en lugar de $f(t)$ completa.

La fórmula que se usa para esto es:

$$\hat{f}_{\text{win}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t) f(t) e^{-i\omega t} dt.$$

- Aquí, $\hat{f}_{\text{win}}(\omega)$ es la transformada de Fourier de la parte de la señal que escogimos con la ventana.

El documento da un ejemplo con una señal $f(t) = 6e^{-|t|}$ y una ventana que es 1 entre -2 y 2, y 0 fuera de eso. La transformada de Fourier ventaneada se calcula con esta fórmula, y el resultado te dice cómo es la señal en ese intervalo de tiempo específico.

Teorema de muestreo de Shannon

Según este teorema, siempre y cuando la señal sea de "banda limitada", se puede reconstruir una señal completa solo conociendo algunos de sus puntos de muestra. La banda limitada indica que la señal no tiene frecuencias más altas que un valor determinado.

El punto es que, si se tiene una señal $f(t)$ y se sabe que su transformada de Fourier, $\hat{f}(\omega)$, es cero para cualquier frecuencia $|\omega|$ mayor que L , se puede reconstruir $f(t)$ perfectamente con muestras tomadas en intervalos específicos.

La fórmula que se usa para reconstruir la señal es un poco complicada, pero en esencia consiste en multiplicar la suma de ciertas muestras de la señal por un factor sinc. En el ejemplo que se muestra en el documento, donde $L = \pi$, la fórmula es:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) \frac{\sin(\pi(t - n))}{\pi(t - n)}.$$

En términos más simples, se puede obtener cualquier punto de la señal original si se muestrea la señal en intervalos de $\frac{\pi}{L}$ y se usa esta fórmula. Esto es crucial para transformar señales digitales en analógicas, como cuando se graba un CD.