Analýza clusterů pomocí χ^2 testu

Zápočtová práce z A0B01PSI, ČVUT FEL

Jonáš Amrich

2013

1 Úvod

Pro svou zápočtovou práci jsem si vybral problém, se kterým jsem se setkal v jiném projektu na ČVUT. Cílem je identifikace clusterů v daném vektorovém prostoru. Jednou z možností, která není příliš výpočetně náročná a kterou můžeme vyvrátit existenci clusterů v prostoru, je analýza vzájemných vzdáleností (pairwise distances) jednotlivých bodů. V případě, že prostor obsahuje clustery, rozdělení vzájemných vzdáleností by mělo být směsí dvou rozdělení - *inter*clusterových a *intra*clusterových vzdáleností. V opačném případě, kdy body v prostoru netvoří clustery, předpokládáme, že je rozdělení vzájemných vzdáleností normální.

2 Data

Mým datasetem jsou vzájemné vzdálenosti vektorů, které byly vytvořeny pomocí nástroje word2vec [1]. Dataset "99k" obsahuje cca 99 tisíc vektorů slov v 600 dimenzích, které byly natrénovány pomocí anglické wikipedie [2]. Pro účely testu diskretizuji rozdělení vzdáleností do 50, respektive 100 disjunktních tříd. Vzhledem k množství dat jsem z těchto tříd pro test použil jen ty, jejichž teoretická četnost přesahovala 10^8 (v grafu znázorněno žlutým pruhem).

3 Test

X - rozdělení vzájemných vzdáleností
$\mu_X \doteq 5.947$
$\sigma_X \doteq 1.091$

N - normální rozdělení
$N = N(\mu_X, \sigma_X^2)$

H_0: Vzájemné vzdálenosti mají normální rozdělení na hladině významnosti 5%

$T_{50} = 592\,417\,157$
$T_{100} = 371\,332\,014$

χ^2 test, 50 tříd

	8	9	...	19	20	
N	0.023	0.038	...	0.037	0.022	1
X	64 074 592	192 428 527	...	85 435 352	54 499 482	4 894 512 330
teoretická četnost	112 932 410	188 413 183	...	182 259 731	108 521 033	4 894 512 330
příspěvek k χ^2	21 137 301	85 572	...	51 437 365	26 891 819	592 417 157

χ^2 test, 100 tříd

	19	20	...	36	37	
N	0.024	0.029	...	0.028	0.023	1
X	117 469 475	168 066 472	...	78 797 567	61 423 024	4 894 512 330
teoretická četnost	117 482 714	143 118 546	...	139 366 843	114 023 788	4 894 512 330
příspěvek k χ^2	1	4 348 835	...	26 323 601	24 265 466	371 332 014

$q_{\chi^2(50)}(95) = 67.50$
$q_{\chi^2(50)}(99.95) = 89.56$

$q_{\chi^2(100)}(95) = 124.34$
$q_{\chi^2(100)}(99.95) = 153.16$

$T_{50} > q_{\chi^2(50)}(99.95) > q_{\chi^2(50)}(95)$
$T_{100} > q_{\chi^2(100)}(99.95) > q_{\chi^2(100)}(95)$

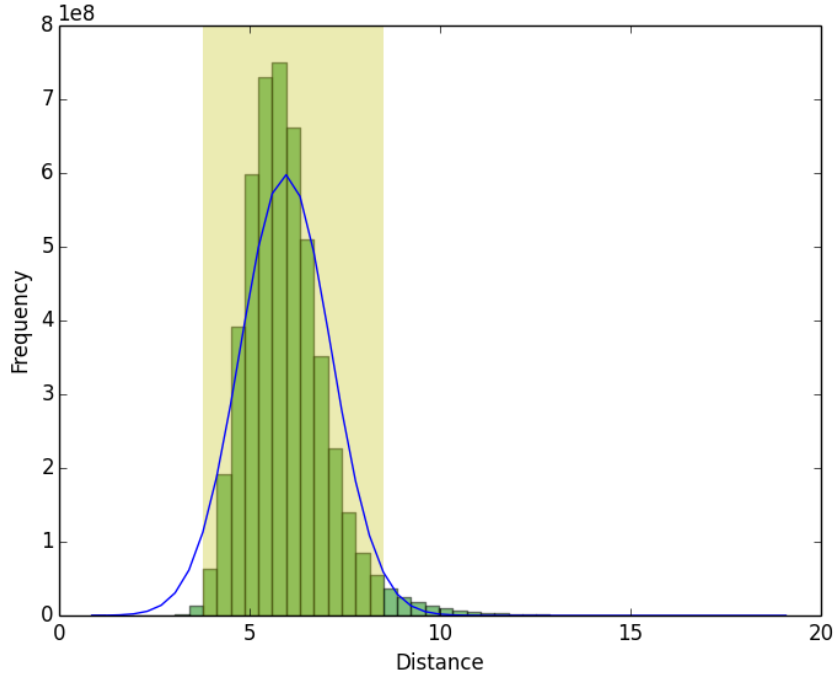
Už při pohledu na graf je vidět, že testovací statistika bude řádově převyšovat jak 95%, tak 99.95% kvantil χ^2 rozdělení, hypotézu tedy zamítáme.

4 Reference

[1] Tomas Mikolov, Kai Chen, Greg Corrado, and Jeffrey Dean. Efficient estimation of word representations in vector space. *arXiv preprint arXiv:1301.3781*, 2013.

[2] `http://dumps.wikimedia.org/enwiki//20121101/`.

Histogram vzájemných vzdáleností, 50 tříd



Histogram vzájemných vzdáleností, 100 tříd