

Lista de Exercícios: Função Sigmoid

A função sigmoide é definida por $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ e é amplamente usada em classificação binária para mapear scores reais em probabilidades no intervalo $[0, 1]$

Exercício 1 Sistema de Detecção de Fraude Bancária

Cenário: Um banco analisa transações e gera um score x por transação. A probabilidade de fraude é $p = \frac{1}{1+e^{-x}}$.

Dados:

- Transação A $x = 2.5$
- Transação B $x = -1.2$
- Transação C $x = 0.8$
- Transação D $x = 4.1$
- Transação E $x = -3.0$

Tarefas:

- a) Calcular p para cada transação.
- b) Classificar com threshold 0.5 em FRAUDE/LEGÍTIMA.
- c) Repetir a classificação com threshold 0.3.

Resolução:

- A $f(2.5) = \frac{1}{1+e^{-2.5}} = \frac{1}{1+0.082} = 0.924$ 92.4% → FRAUDE com 0.5; FRAUDE com 0.3.
- B $f(-1.2) = \frac{1}{1+e^{1.2}} = \frac{1}{1+3.320} = 0.231$ 23.1% → LEGÍTIMA; LEGÍTIMA.

- C: $f(0.8) = \frac{1}{1+e^{-0.8}} = \frac{1}{1+0.449} = 0.690$ (69.0%) → FRAUDE; FRAUDE.
- D: $f(4.1) = \frac{1}{1+e^{-4.1}} = \frac{1}{1+0.017} = 0.984$ (98.4%) → FRAUDE; FRAUDE.
- E: $f(-3.0) = \frac{1}{1+e^{3.0}} = \frac{1}{1+20.086} = 0.047$ (4.7%) → LEGÍTIMA; LEGÍTIMA.

Exercício 2: Análise de Sentimentos (Positivo/Negativo)

Cenário: Um modelo gera um score x por comentário e usa sigmoide para obter $P(\text{positivo})$.

Dados:

- Comentário 1: $x = 1.8$
- Comentário 2: $x = -2.1$
- Comentário 3: $x = 0.2$
- Comentário 4: $x = 3.5$
- Comentário 5: $x = -0.7$

Tarefas:

- a) Calcular $p = f(x)$ para cada caso.
- b) Comparar comentários 3 e 5 em pontos percentuais.
- c) Explicar por que sigmoide é adequada neste contexto.

Resolução:

- 1: $f(1.8) = \frac{1}{1+e^{-1.8}} = \frac{1}{1+0.165} = 0.858$ → Positivo.
- 2: $f(-2.1) = \frac{1}{1+e^{2.1}} = \frac{1}{1+8.166} = 0.109$ → Negativo.
- 3: $f(0.2) = \frac{1}{1+e^{-0.2}} = \frac{1}{1+0.819} = 0.550$ → Positivo.
- 4: $f(3.5) = \frac{1}{1+e^{-3.5}} = \frac{1}{1+0.030} = 0.971$ → Positivo.
- 5: $f(-0.7) = \frac{1}{1+e^{0.7}} = \frac{1}{1+2.014} = 0.332$ → Negativo.

Diferença (3 vs 5): $0.550 - 0.332 = 0.218$ (21.8 p.p.). Sigmoide é adequada pois produz probabilidades válidas em $[[0,1]]$, permitindo decisão com threshold e interpretação probabilística.

Exercício 3: Aprovação de Empréstimo (Classificação Binária)

Cenário: Um banco usa $p = f(x)$ como probabilidade de aprovação.

Dados:

- Cliente A: $x = 1.2$
- Cliente B: $x = -0.8$
- Cliente C: $x = 2.7$
- Cliente D: $x = -2.3$
- Cliente E: $x = 0.1$

Tarefas:

- a) Calcular p para cada cliente.
- b) Aprovar se $p \geq 0.60$.
- c) Se o score do Cliente E subir de 0.1 para 0.5, recalcular e comentar.

Resolução:

- A: $f(1.2) = \frac{1}{1+e^{-1.2}} = \frac{1}{1+0.301} = 0.769 \rightarrow$ Aprovar.
- B: $f(-0.8) = \frac{1}{1+e^{0.8}} = \frac{1}{1+2.226} = 0.310 \rightarrow$ Negar.
- C: $f(2.7) = \frac{1}{1+e^{-2.7}} = \frac{1}{1+0.067} = 0.937 \rightarrow$ Aprovar.
- D: $f(-2.3) = \frac{1}{1+e^{2.3}} = \frac{1}{1+9.974} = 0.091 \rightarrow$ Negar.
- E: $f(0.1) = \frac{1}{1+e^{-0.1}} = \frac{1}{1+0.905} = 0.525 \rightarrow$ Negar com 0.60.
Atualizando E para $x = 0.5$: $f(0.5) = \frac{1}{1+e^{-0.5}} = \frac{1}{1+0.607} = 0.622 \rightarrow$ Aprovar.
Impacto: aumento de $0.622 - 0.525 = 0.097$ (9.7 p.p.), cruzando o threshold.

Tabela de Referência Rápida

x	$f(x)$	Interpretação
-5	0.007	Quase classe 0
-2	0.119	Forte tendência a 0
-1	0.269	Tendência a 0
0	0.500	Ponto neutro
1	0.731	Tendência a 1
2	0.881	Forte tendência a 1
5	0.993	Quase classe 1

Observações Finais

- Fórmula: $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$.
- Derivada: $f'(x) = f(x)(1 - f(x))$.
- Boa para saída de classificação binária; evitar em camadas ocultas profundas por platôs e gradientes pequenos para $|x|$ grandes.

Se for útil, este conteúdo pode ser entregue em PDF com o mesmo título corrigido.

✱✱

1. <https://www.youtube.com/watch?v=DIBhJdHQEI>
2. <https://developers.google.com/machine-learning/crash-course/neural-networks/activation-functions?hl=pt-br>
3. <https://www.deeplearningbook.com.br/funcao-de-ativacao/>

4. <https://developers.google.com/machine-learning/crash-course/logistic-regression/sigmoid-function?hl=pt-br>
5. <https://pt.scribd.com/document/845654143/Machine-Learning-Atividade-Pratica>
6. <https://iaexpert.academy/2020/05/25/funcoes-de-ativacao-definicao-caracteristicas-e-quando-usar-cada-uma/>
7. <https://www.passeidireto.com/arquivo/124321175/prova-machine-learning>
8. <https://www.passeidireto.com/arquivo/99086949/atividade-objetiva-de-revisao-redes-neurais-iec-cdbd-o-1-t-2-online-machine-lear>