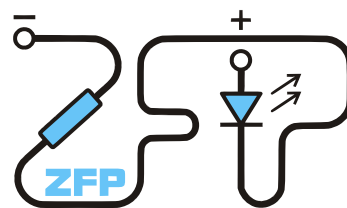


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum I



Úloha č. 10

Název úlohy: Rychlost šíření zvuku

Jméno: Jonáš Venc

Datum měření: 4. 3. 2024

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0–2	
Výsledky a zpracování měření	0–9	
Diskuse výsledků	0–4	
Závěr	0–1	
Použitá literatura	0–1	
Celkem	max. 17	

Posuzoval:

dne:

1 Pracovní úkoly

1. Určete rychlost šíření podélných zvukových vln v mosazné tyči metodou Kundtovy trubice. Z naměřené rychlosti zvuku stanovte modul pružnosti v tahu E materiálu tyče.
2. Změřte rychlost zvuku ve vzduchu a v oxidu uhličitém pomocí uzavřeného rezonátoru. Výsledky měření zpracujte metodou lineární regrese a graficky znázorněte.
3. Vypočítejte Poissonovu konstantu κ oxidu uhličitého z naměřené rychlosti zvuku.

2 Teoretická část

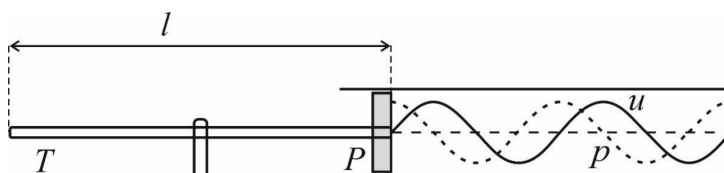
Pro měření rychlosti šíření zvuku oběma způsoby budeme využívat tento vztah

$$c = \lambda \nu \quad (1)$$

kde λ je vlnová délka, ν kmitočet a c rychlost zvuku. Budeme tedy zkoumat průběh stojatého vlnění a pokud dokážeme změřit kmitočet a vlnovou délku, můžeme z toho spočítat hledanou rychlost šíření.

2.1 Kundtova trubice

První metoda je založena na názorném odečítání hodnot z průhledné skleněné trubice. Trubice se z jedné strany uzavřena, z druhé strany je do trubice vložena mosazná tyč, u které zkoumáme rychlost šíření zvuku a na jejíž konci je umístěn korek. V trubici je rozprostřena tenká vrstva korkového prášku, který díky zvuku buzeného mosaznou tyčí znázorňuje vlnový průběh. Aparatura je znázorněna na obrázku 1.



Obr. 1: Aparatura Kundtovy trubice

Tyč upevníme uprostřed a tím získáme uzel uprostřed a kmitny na koncích tyče. Proto platí vztah pro vlnovou délku

$$\lambda = 2l \quad (2)$$

Rezonance vznikne, pokud je délka uvnitř trubice rovna celistvému násobku půlvln. Tuto vzdálenost je možné regulovat zasunutím tyče do trubice. Víme, že akustická vlna při přechodu prostředím zachovává svoji frekvenci a proto platí

$$\frac{c_1}{\lambda_1} = \frac{c_2}{\lambda_2} \quad (3)$$

kde c_1 je hledaná rychlost, c_2 rychlost zvuku v trubici (ve vzduchu), λ_1 vlnová délka v tyči a λ_2 naměřená vlnová délka v trubici. Rychlost c_2 lze určit Laplaceovým vzorcem, abychom ve vztahu (3) redukovali počet neznámých proměnných na jednu

$$c = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} \quad (4)$$

kde κ je Poissonova konstanta, p tlak plynu a ρ hustota plynu.

V našem případě můžeme rychlost zvuku spočítat ze vzorce pro 50% vlhkost a teplotu okolo 20 °C

$$c = [344,36 + 0,63(t - 20^\circ C)] m \cdot s^{-1} \quad (5)$$

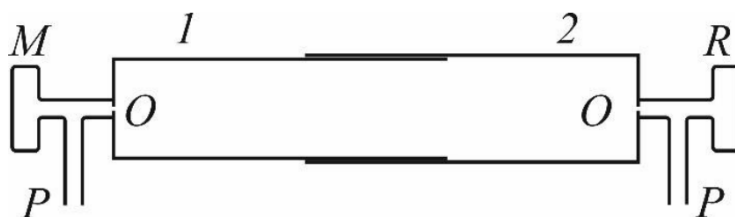
Na konec pro určení modulu pružnosti v tahu použijeme rovnici

$$E = c_1^2 \cdot \rho \quad (6)$$

kde ρ je hustota tyče.

2.2 Uzavřený rezonátor

Druhou metodou je využití uzavřeného rezonátoru, který je přesnější avšak méně názorný. Trubice je složena ze dvou sousedících trubic, kterým lze regulovat její délku. Na jedné straně trubice je umístěn generátor zvuku, na kterém lze nastavit přesnou frekvenci. Na druhé straně se nachází mikrofón připojený na voltmetr, kde můžeme hledat maximální výchylky a určit tak hledanou rezonanci. Celá trubice je izolována od okolí s dvěma uzavíratelnými přívody, což umožňuje měřit rychlost v různých plynech. Aparatura je znázorněna na obrázku 2.



Obr. 2: Aparatura uzavřeného rezonátoru

Rychlost budeme měřit dvěma způsoby. Prvně nastavíme konstantní délku l rezonátoru a budeme postupně budeme zvyšovat frekvenci generátoru a pomocí stupnice voltmetru hledat rezonance. Pro tyto rezonance platí vztah

$$l = k \frac{\lambda_k}{2} \quad (7)$$

kde k je přirozené číslo a udává počet půlvln v rezonátoru. Dosazením do (1) získáme

$$c = \frac{2l\nu_k}{k} \quad (8)$$

Úpravou Laplaceova vzorce dostáváme vztah pro ideální plyn

$$\kappa = \frac{c^2 \mu}{RT} \quad (9)$$

kde μ je molekulová hmotnost plynu, R molární plynová konstanta a T teplota.

Ve druhém případě necháme konstantní frekvenci a změnou délky l rezonátoru hledáme odpovídající rezonanci. Pro rychlost platí

$$c = 2(l_1 - l_2)\nu \quad (10)$$

kde $l_1 - l_2$ je délka mezi dvěma rezonancemi.

3 Výsledky a zpracování měření

3.1 Laboratorní podmínky

Měření bylo prováděno za laboratorních podmínek uvedených v tabulce 1.

Tab. 1: Laboratorní podmínky

t / °C	p / hPa	vlhkost / %RH
23,2(4)	959,7(20)	35,7(25)

3.2 Kundtova trubice

Nejprve bylo třeba zjistit délku mosazné tyče. Měření bylo provedeno třikrát svinovacím metrem s přesností 0,5 mm. Je ale třeba započítat i systematickou chybu 2 mm, která je způsobena tím, že na konci tyče je umístěn korkový píst, který neumožňuje přiložit měřidlo přímo k tyči. Výsledná chyba je spočtena kombinací obou těchto chyb.

Tab. 2: Délka mosazné tyče

Číslo měření	Délka tyče / m
1	1,508(2)
2	1,508(2)
3	1,508(2)
Výsledná délka	1,508(2)

Odtud lze pomocí vztahu (2) vypočítat vlnovou délku

$$\lambda_1 = 3,016(4) \text{ m}$$

Pro určení délky zvukové vlny byla svinovacím metrem změřena délka trubice. Opět měříme i se systematickou chybou danou měřením přes trubici.

Tab. 3: Délka trubice

Číslo měření	Délka trubice / m
1	0,620(2)
2	0,621(2)
3	0,620(2)
Výsledná délka	0,620(2)

Pomocí tyče vybudíme rezonanci. V trubici vidíme 4 půlvlny a můžeme tedy určit vlnovou délku zvuku uvnitř trubice. Pro určení nejistoty délky trubice byla provedena další měření, kde byla změněna délka trubice a pozorováno, jak to ovlivnilo počet půlvln. Všechny půlvlny byly sledovány při změně délky o 2 cm v obou směrech. Tyto obrazce sice nebyly již tak zřetelné, ale nepřesnost délky byla stanovena právě na 2 cm. Délka trubice při níž se vytváří 4 půlvlny a vlnová délka jsou

$$l = 0,62(2) \text{ m}$$

$$\lambda_2 = 0,31(2) \text{ m}$$

Protože naše laboratorní podmínky jsou velmi podobné, můžeme podle (5) vypočítat rychlost šíření

$$c_2 = 346,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Odtud podle (3) získáme rychlost zvuku v tyči

$$c_1 = 3368(217) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Chyba měření byla stanovena pomocí metody přenosu chyb jako

$$\sigma_{c1} = c_1 \sqrt{\frac{\sigma_{\lambda_1}^2}{\lambda_1^2} + \frac{\sigma_{\lambda_2}^2}{\lambda_2^2}}$$

Hustota mosazné tyče je $\rho = 8600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a podle (6) je modul pružnosti

$$E = 95(13) \text{ GPa}$$

kde chyba je rovna

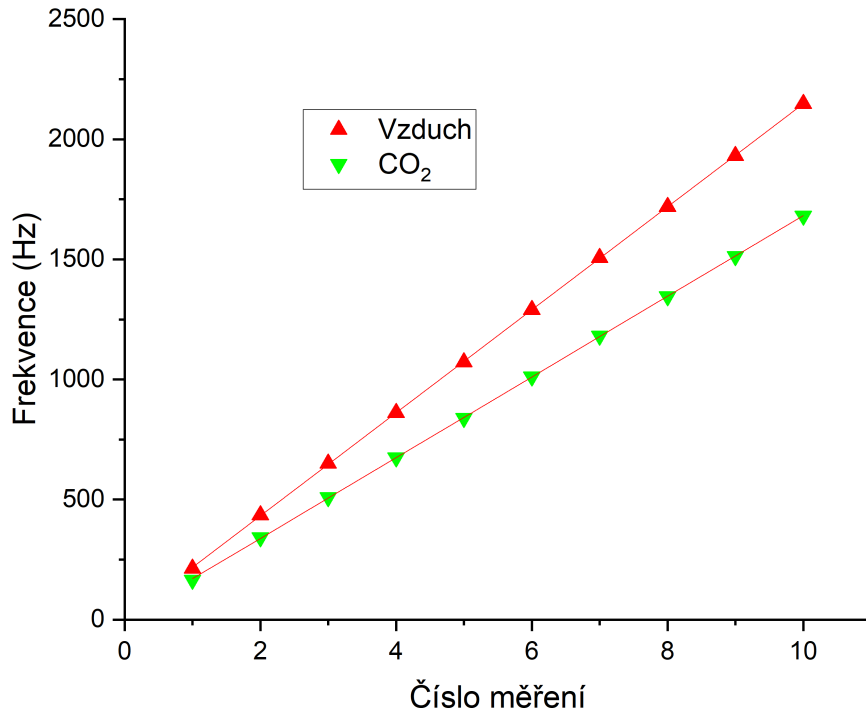
$$\sigma_E = 2\rho c_1 \sigma_{c1}$$

3.3 Uzavřený rezonátor

Základní frekvence rezonátoru se vzduchem byla odhadnuta podle (8) na 214 Hz. Pro oxid uhličitý je tato teoretická hodnota 161 Hz. Při konstantní délce rezonátoru $l = 0,80(02)$ m jsme hledali maximální výchylky na voltmetru.

Tab. 4: Rezonanční frekvence

k	ν_{vzduch}/Hz	ν_{CO_2}/Hz
1	214	165
2	436	342
3	650	509
4	861	675
5	1073	839
6	1290	1012
7	1507	1181
8	1719	1346
9	1931	1513
10	2148	1681



Obr. 3: Rezonanční frekvence

Z lineárního fit z grafu můžeme odečíst směrnice přímek

$$a_{vzduch} = 214,4(3) \text{ Hz}$$

$$a_{CO_2} = 168,0(3) \text{ Hz}$$

Ze vztahu (8) vyjádříme ν_k a můžeme tak porovnat kvalitu fitu s experimentálními výsledky

$$\nu_k = \frac{c}{2l}k \quad (11)$$

Pro rychlosti šíření vypočtené ze směrnice platí

$$c_{vzduch} = 342(1) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$c_{CO_2} = 269(1) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

kde nejistota měření je opět dána metodou přenosu chyb

$$\sigma_c = 2\sqrt{l^2\sigma_a^2 + a^2\sigma_l^2} \quad (12)$$

Poissonovu konstantu pro oxid uhličitý vypočítáme pomocí vztahu (9). Molekulová hmotnost $\mu = 44 \text{ g/mol}$ a molární plynová konstanta $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$\kappa = 1,29(1)$$

V druhém případě při konstantní frekvenci $\nu = 2148 \text{ Hz}$ byla měněna délka trubice a pozorováno, jak se mění rezonance. Při této frekvenci se v trubici nachází 10 půlvln. Nejistota měření délky je 0,5 mm. Délka trubice byla zkrácena o 80 mm, kdy došlo k další rezonanci. Podle rovnice (10) dostáváme rychlost vzduchu

$$c = 344(3) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

kde chyba je dána metodou přenosu chyb jako

$$\sigma_c = 2\nu\sqrt{2\sigma_l^2} \quad (13)$$

4 Diskuse výsledků

Metodou měření pomocí Kundtovy trubice jsme dostaly rychlost zvuku, která odpovídá tabulkové hodnotě $3400 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Tato rychlost je však určena s poměrně velkou chybou, která je daná nepřesným měřením jednotlivých hodnot zatížených systematickou chybou. Navíc se pro výpočet rychlosti šíření zvuku v tyči předpokládá znalost rychlosti šíření ve vzduchu. V našem případě jsme uvažovali rychlost zvuku v prostředí s 50% vlhkostí vzduchu. I modul pružnosti s velkou chybou odpovídá. Na druhou stranu tato metoda je velmi názorná a lze na ní demonstrovat jednotlivé principy. Metoda uzavřeného rezonátoru je naopak velmi přesná, ale jedná se o uzavřenou trubici řízenou přístroji.

V tabulce 4 je vidět, že odhad základní frekvence vzduchu se přesně shoduje s experimentálně naměřenou hodnotou. To znamená, že je tento odhad správný a že se v trubici nenachází žádný jiný plyn. U oxidu uhličitého je naměřená hodnota lehce vyšší, pravděpodobně protože se v trubici ještě nacházel nějaký vzduch z předchozího měření. Ze stejného důvodu je i výsledná rychlost v oxidu vyšší než je tabulková hodnota. Naopak tabulková rychlost vzduchu při 20 °C je $343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, což přesně odpovídá vypočtené hodnotě v rámci její chyby.

Poissonova konstanta také odpovídá tabulkové hodnotě 1,3.

Odhad chyby pro tuto metodu vzhledem k ostatním nejistotám zanedbává nepřesnost čítače frekvence.

V druhém způsobu měření byla měřena pouze rychlost ve vzduchu, protože v případě jiného plynu je trubice izolována a změnou délky by se měnil i tlak daného plynu. Tento výsledek také odpovídá tabulkové hodnotě.

5 Závěr

V tomto měření byla změřena rychlost šíření podélných zvukových vln v mosazné tyči metodou Kundtovy trubice

$$c = 3368(217) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

A odtud modul pružnosti v tahu E materiálu tyče

$$E = 95(13) \text{ GPa}$$

Pomocí uzavřeného rezonátoru byla určena rychlost šíření zvuku ve vzduchu (při konstantní délce trubice a poté konstantní frekvence) a oxidu uhličitým a graficky znázorněn tento průběh

$$c_{vzduch} = 342(1) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$c_{vzduch} = 344(3) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$c_{CO_2} = 269(1) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Nakonec byla vypočítána Poissonova konstanta κ oxidu uhličitého z naměřené rychlosti zvuku

$$\kappa = 1,29(1)$$

6 Použitá literatura

- [1] MFF. *Studijní text*: [Online]. [cit. 8. března 2024].
https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_110.pdf
- [2] MIKULČÁK, Jiří; KLIMEŠ, Bohdan; ŠIROKÝ, Jaromír; ŠŮLA, Václav a ZEMÁNEK, František. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy*. 5. vydání. Pomocné knihy pro žáky (Prometheus). Praha: Prometheus, 2020. ISBN 978-80-7196-481-0. [cit. 8. března 2024].
- [3] ČÍŽEK, Jakub. *Přenos chyb*: [Online]. [cit. 8. března 2024].
<https://physics.mff.cuni.cz/kfnt/vyuka/upf/cizek/prednaska8.pdf>
- [4] MFF. *Pracovní úkol*: [Online]. [cit. 8. března 2024].
<https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/zadani/110>