

Redes de Petri

Propriedades

Jonatha Rodrigues da Costa &
Giovanni Cordeiro Barroso

Propriedades

- *Propriedades comportamentais* – dependem da marcação inicial da rede de Petri;
- *Propriedades estruturais* – independem da marcação inicial da rede de Petri.

Propriedades comportamentais

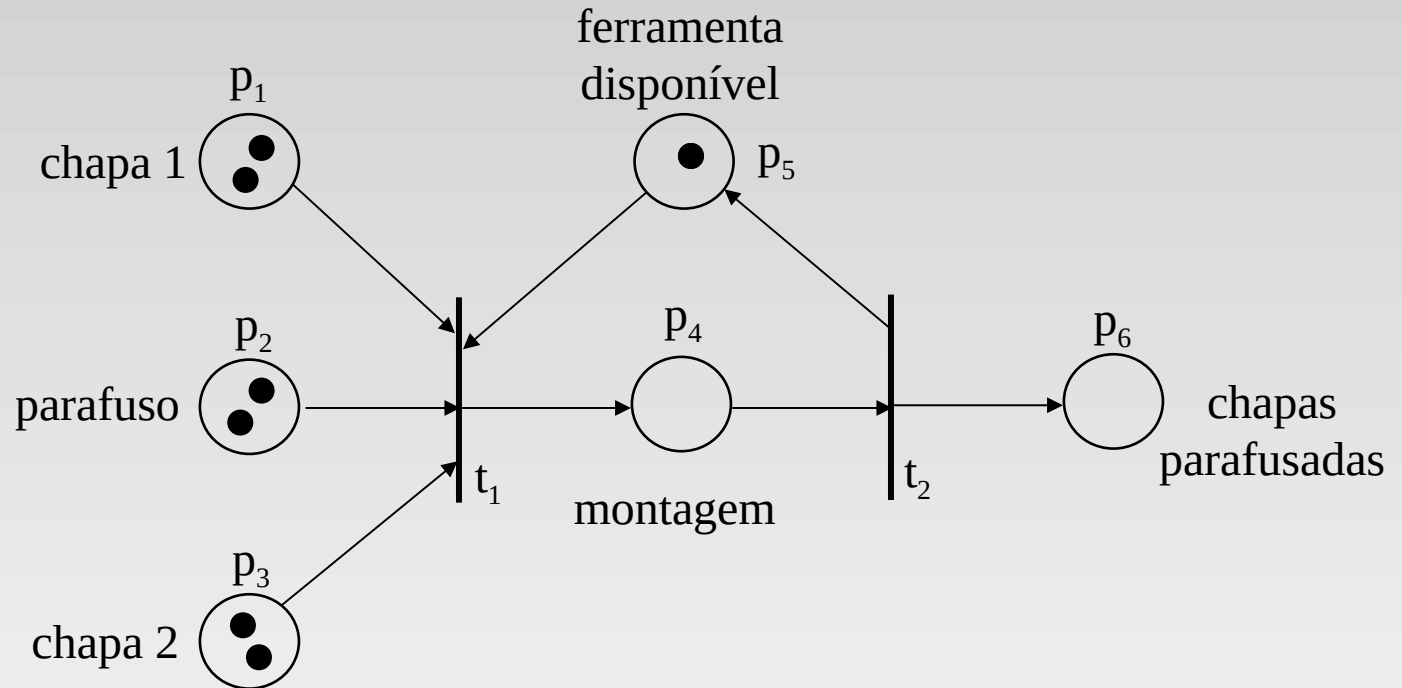
- Alcançabilidade;
- Limitação;
- Vivacidade;
- Reversibilidade e Estado de Passagem;
- Cobertura;
- Persistência.
- Conservação;

Alcançabilidade

- Uma marcação M_n é *alcançável* a partir de M_0 , se existe uma seqüência de disparo s que transforma M_0 em M_n :

$$\exists s \mid M_0 (s > M_n$$

Alcançabilidade - Exemplo



■ $m_0 = (2, 2, 2, 0, 1, 0); m_n = (1, 1, 1, 0, 1, 1).$

$$m_0 (t_1 t_2 > m_n$$

Alcançabilidade

- $R(N, M_0)$ ou simplesmente $R(M_0)$, é o conjunto de todas as possíveis marcações alcançáveis a partir de M_0 ;
- O problema de alcançabilidade é decidível, mas geralmente possui um alto custo computacional.

Limitação

- Um lugar p_i é **limitado** para uma marcação inicial M_0 se existe um número natural k , tal que para toda marcação M acessível a partir de M_0 , o número de fichas em p_i é inferior ou igual a k , ou seja:

$$M \in R(M_0) \text{ e } M(p_i) \leq k$$

Limitação

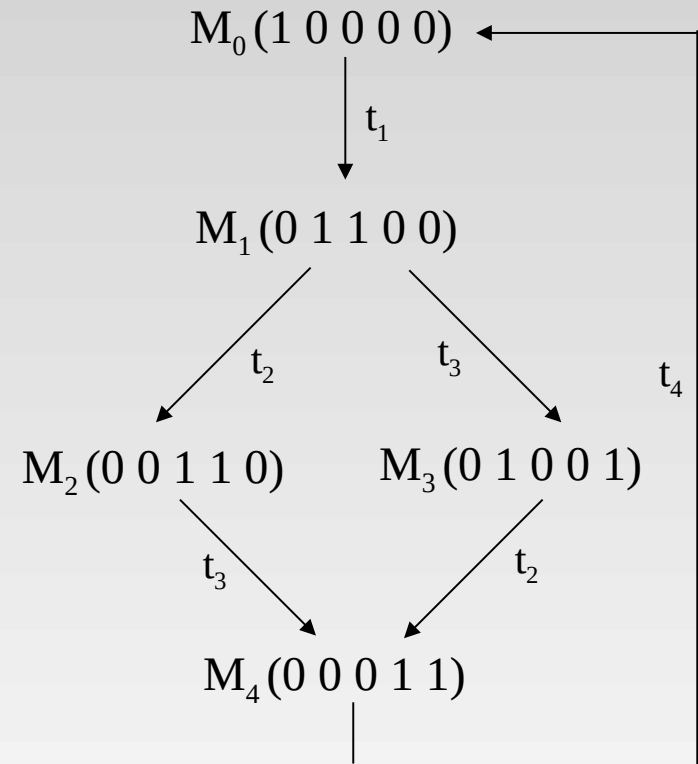
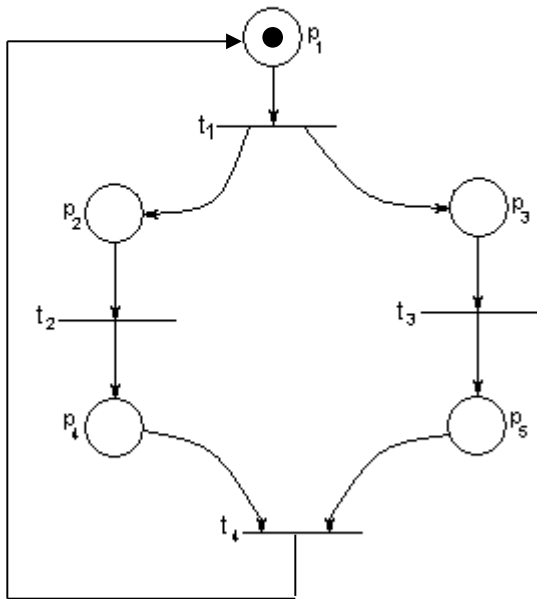
■ Uma RP é *limitada* se para cada lugar p da rede, existe um inteiro k tal que p seja *k-limitado*;

■ Uma RP é *k-limitada* se

$$M(p) \leq k \quad \forall p, \quad \forall M \in R(M_0);$$

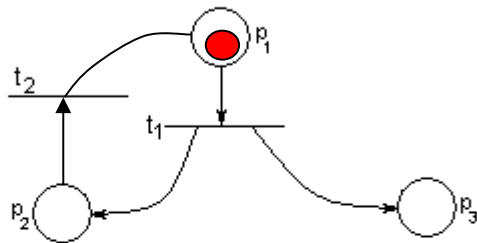
■ Uma RP é *segura* se ela é *1-limitada*.

Limitação - exemplo



RP limitada

Limitação - exemplo



$$M_0 = (1 \ 0 \ 0)$$

$$M_0 (1 \ 0 \ 0)$$

$\downarrow t_1$

$$M_1 (0 \ 1 \ 1)$$

$\downarrow t_2$

$$M_2 (1 \ 0 \ 1)$$

$\downarrow t_1$

$$M_3 (0 \ 1 \ 2)$$

$\downarrow t_2$

$$M_3 (1 \ 0 \ 2)$$

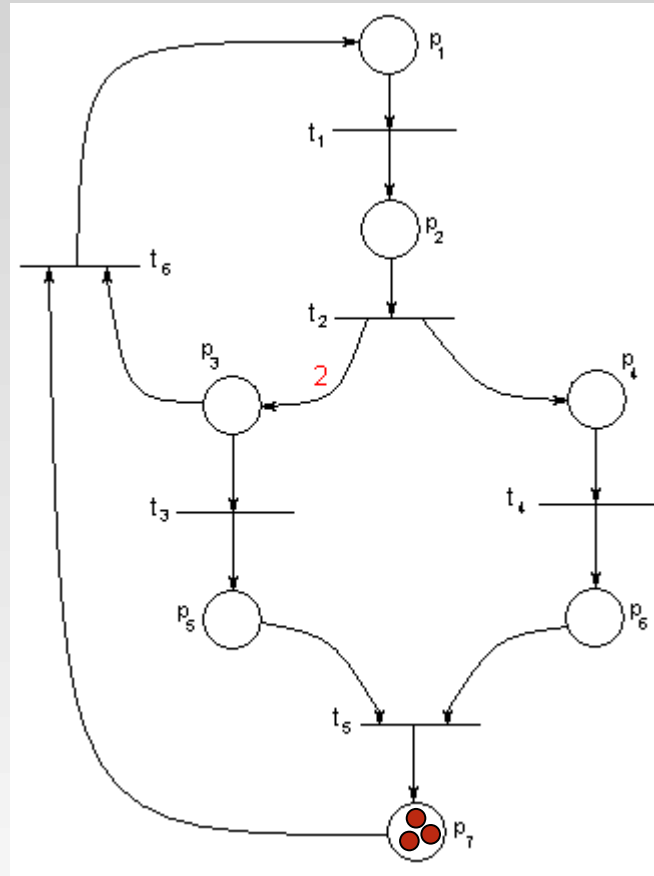
\downarrow

RP não limitada

Vivacidade (liveness)

- O conceito de *vivacidade* relaciona-se com a ausência de *bloqueios*.

Bloqueio



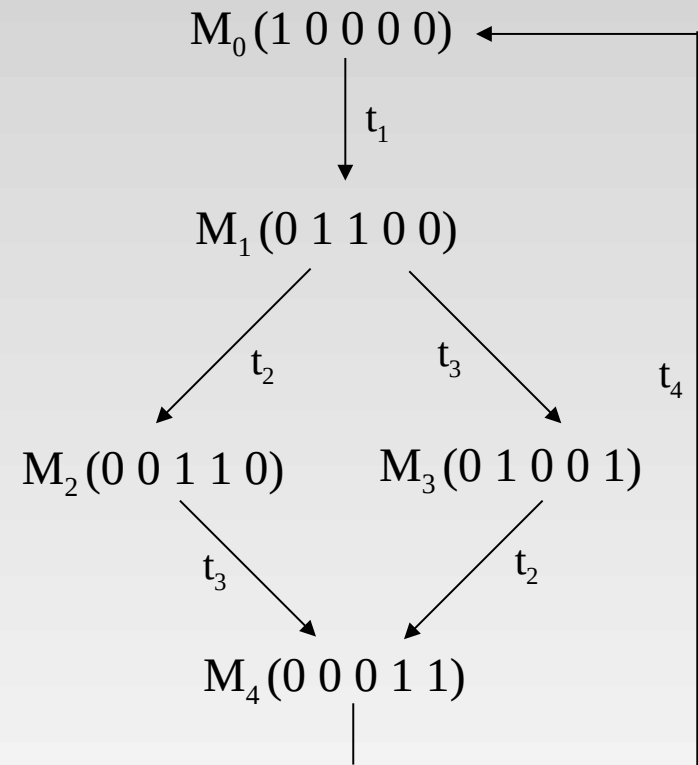
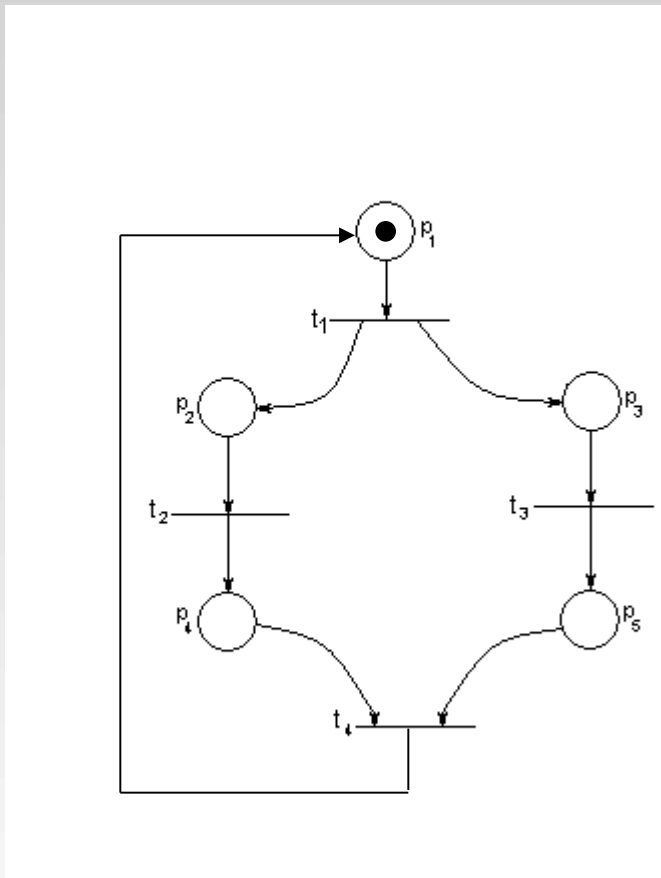
BLOQUEIO
Marcação em
que não há
transição
habilitada

$$M = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 3)$$

Vivacidade

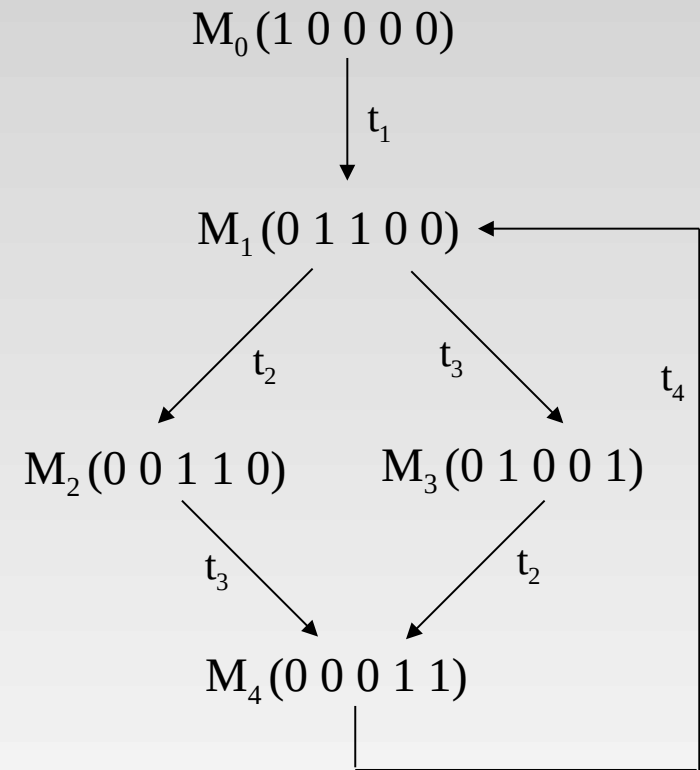
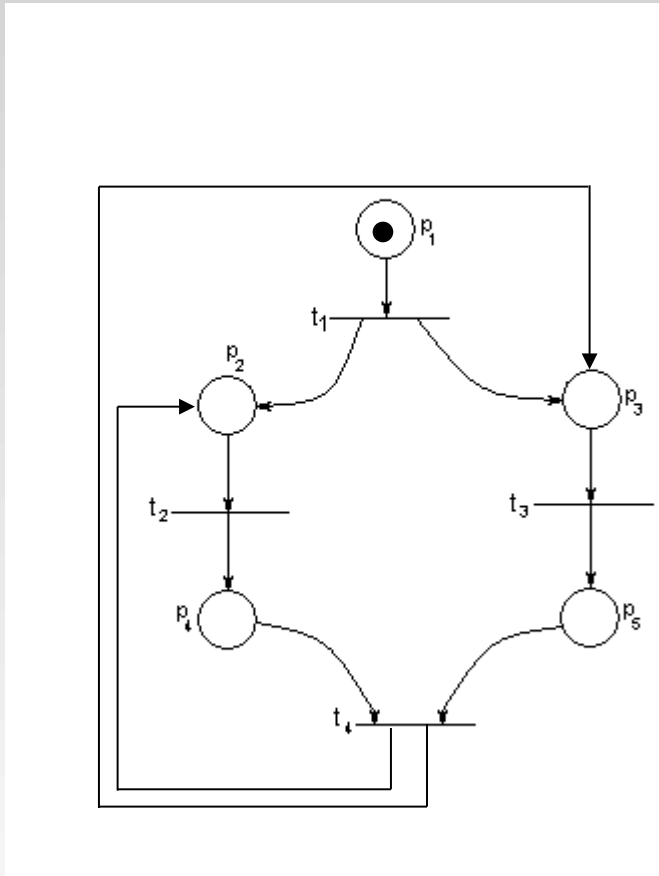
- Uma transição t_j é **viva** para uma marcação inicial M_0 se para toda marcação acessível M_i existe uma seqüência de disparo que contém a transição t_j , a partir de M_i ;
- Uma RP é **viva** para uma marcação inicial M_0 se todas as suas transições são vivas para M_0 .

Vivacidade - exemplo

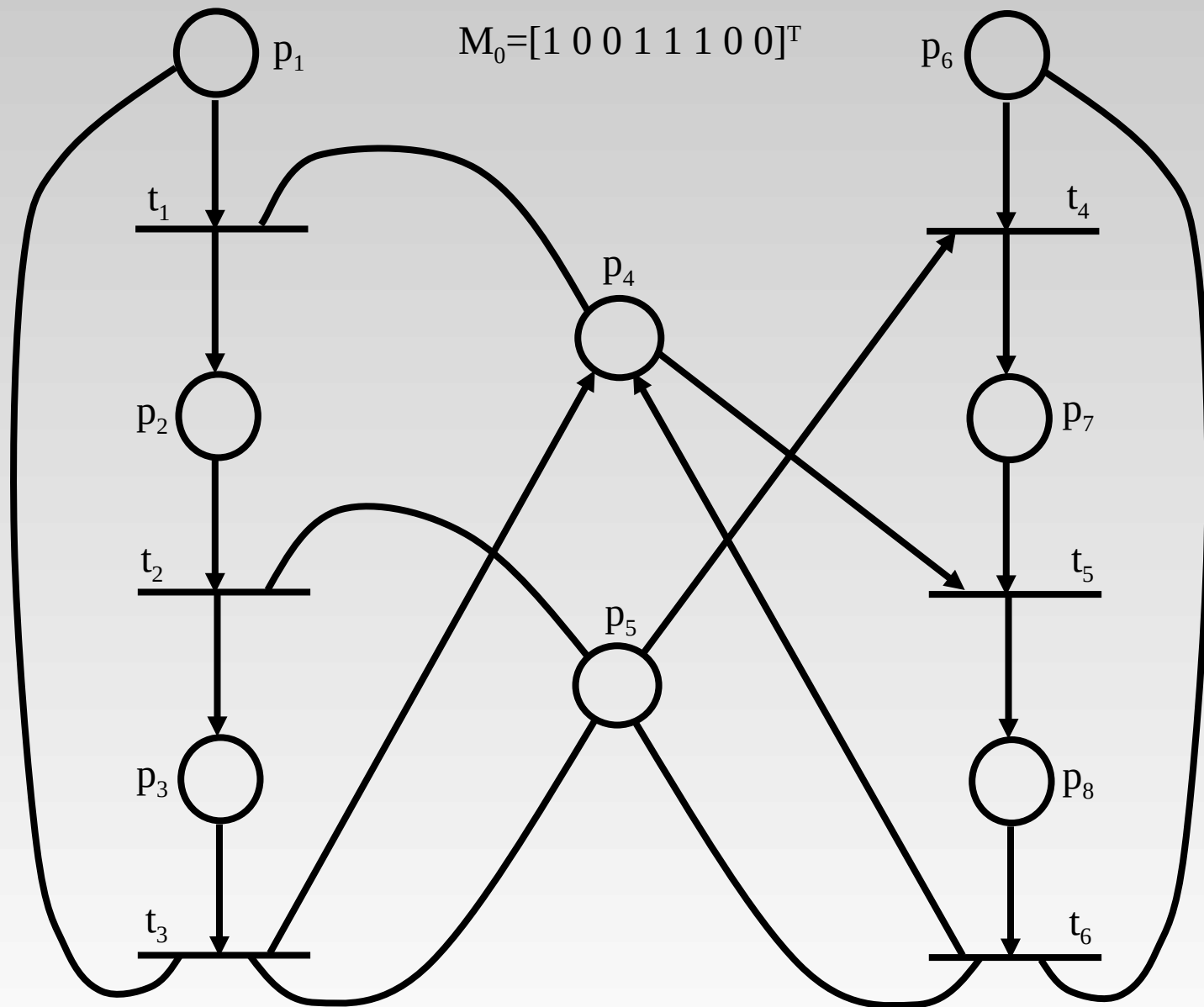


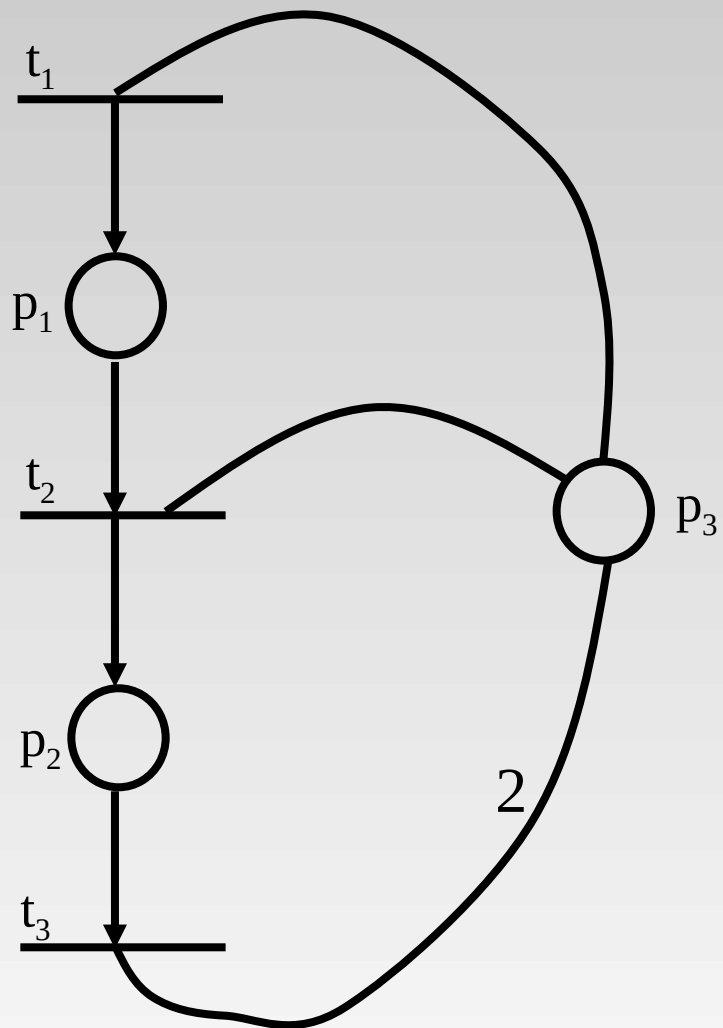
RP limitada e viva

Vivacidade - exemplo



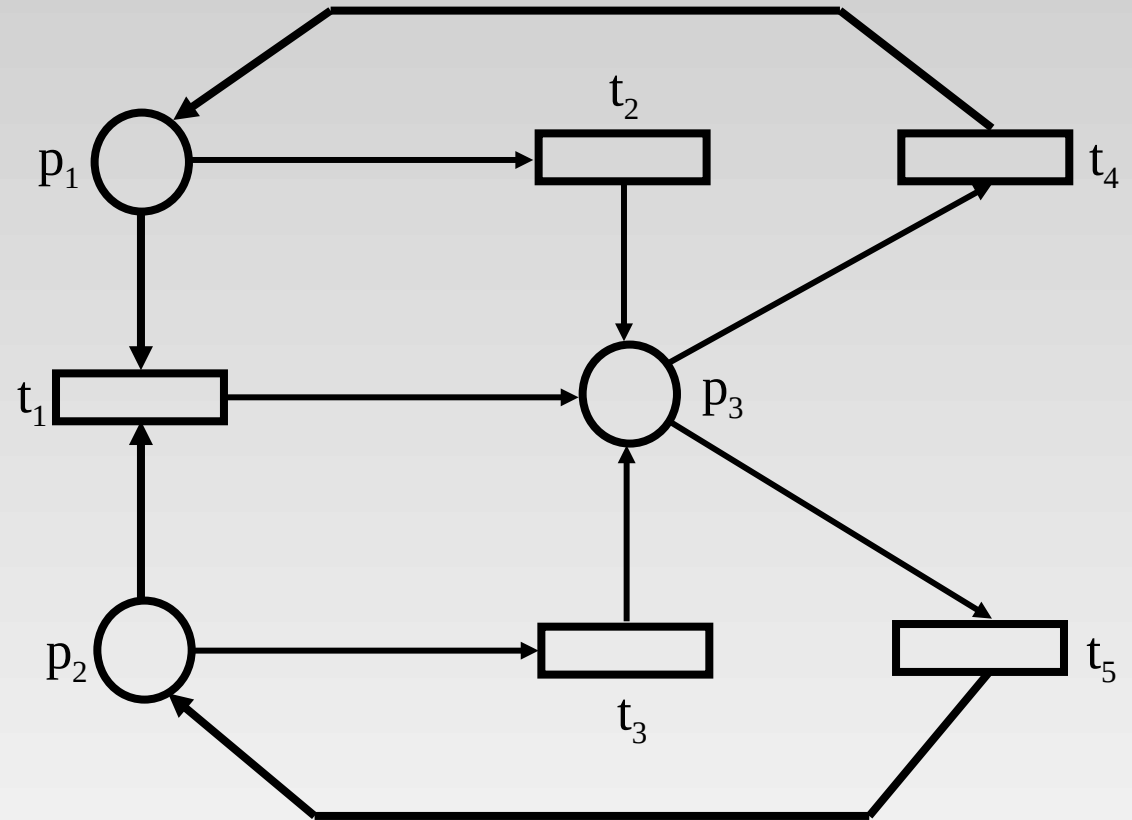
RP limitada e
não viva



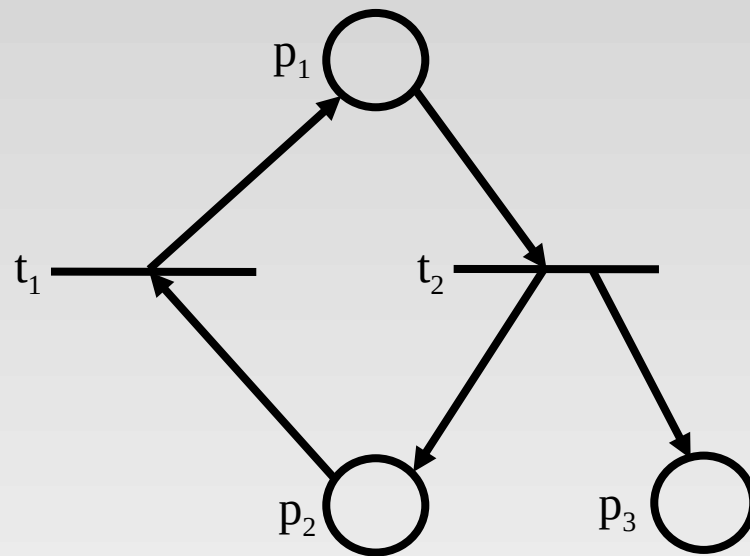


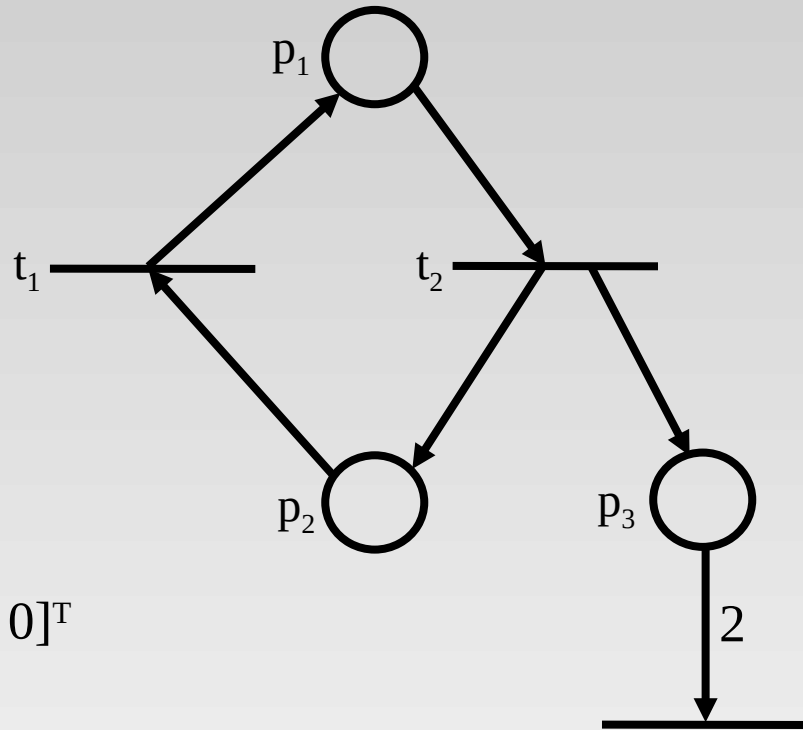
$$M_0 = [0 \ 0 \ 2]^T$$

$$M_0 = [0 \ 0 \ 2]^T$$



$$M_0 = [0 \ 1 \ 0]^T$$



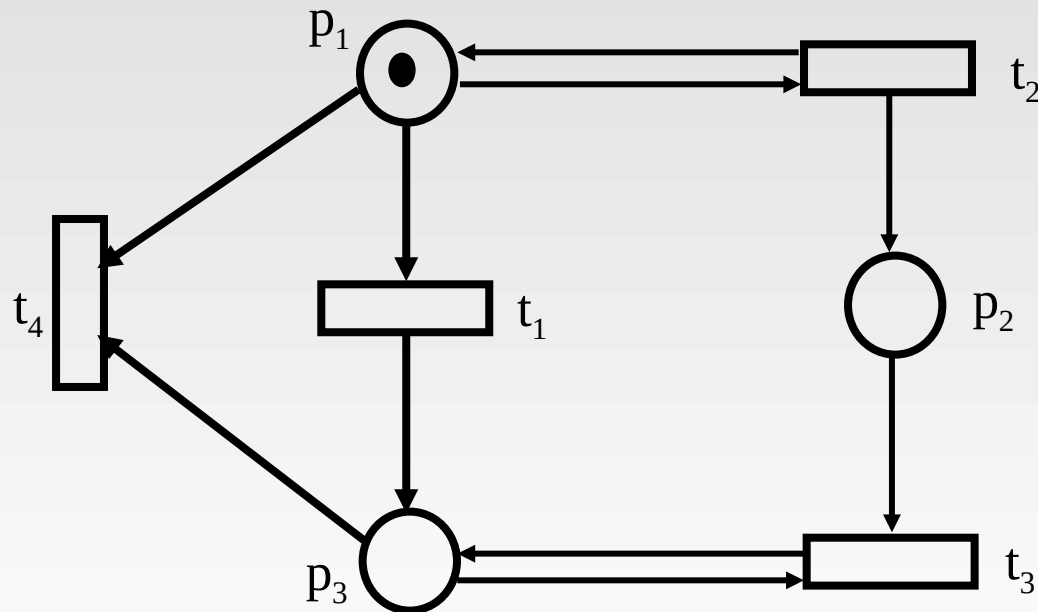


$$M_0 = [0 \ 1 \ 0]^T$$

Diferentes níveis de vivacidade

Uma transição t numa $RP = (N, M_0)$ é:

- L_0 -viva (morta) se t nunca pode disparar em qualquer seqüência de disparo em $L(M_0)$

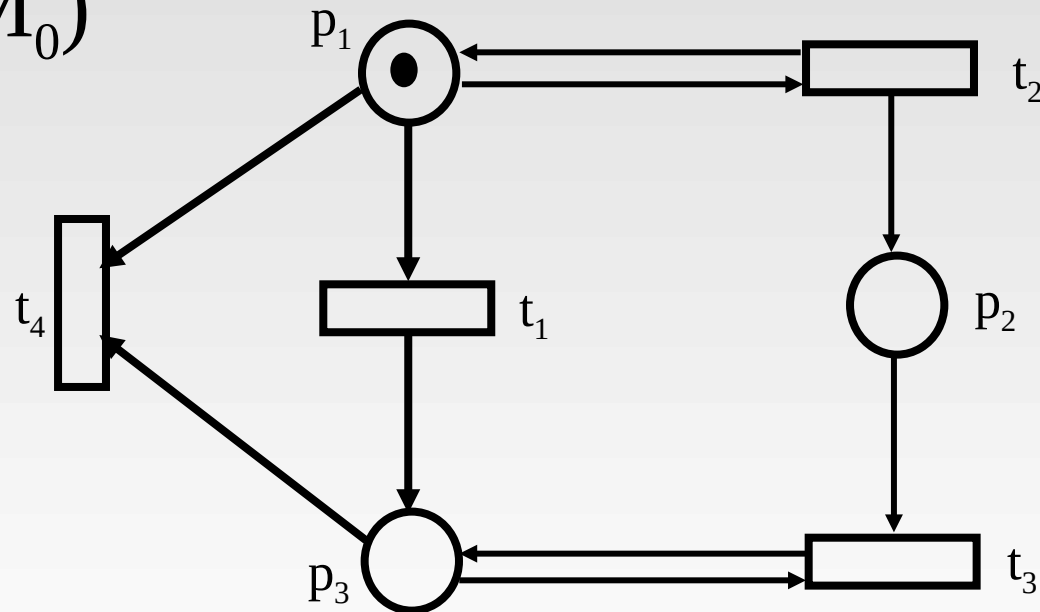


$$M_0 = [1 \ 0 \ 0]^T$$

Diferentes níveis de vivacidade

Uma transição t numa $RP = (N, M_0)$ é:

- L_1 -viva se t pode disparar pelo menos uma vez em alguma seqüência de disparo em $L(M_0)$

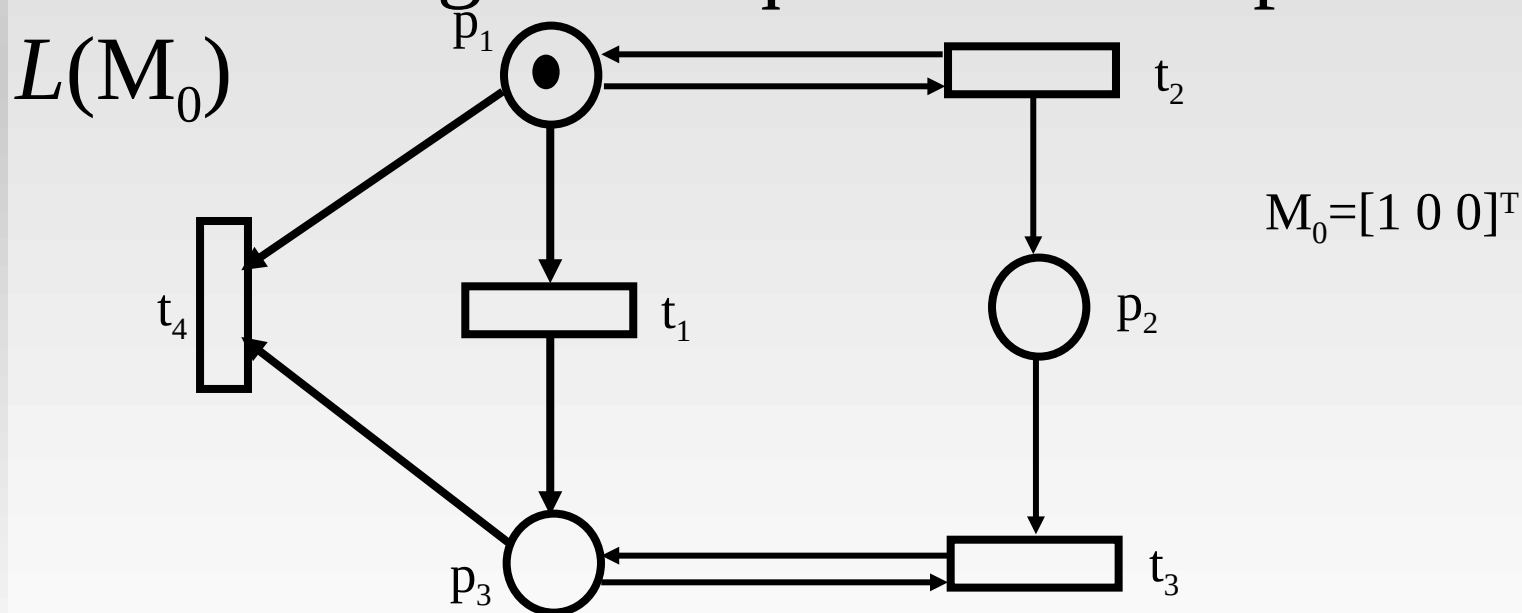


$$M_0 = [1 \ 0 \ 0]^T$$

Diferentes níveis de vivacidade

Uma transição t numa $RP = (N, M_0)$ é:

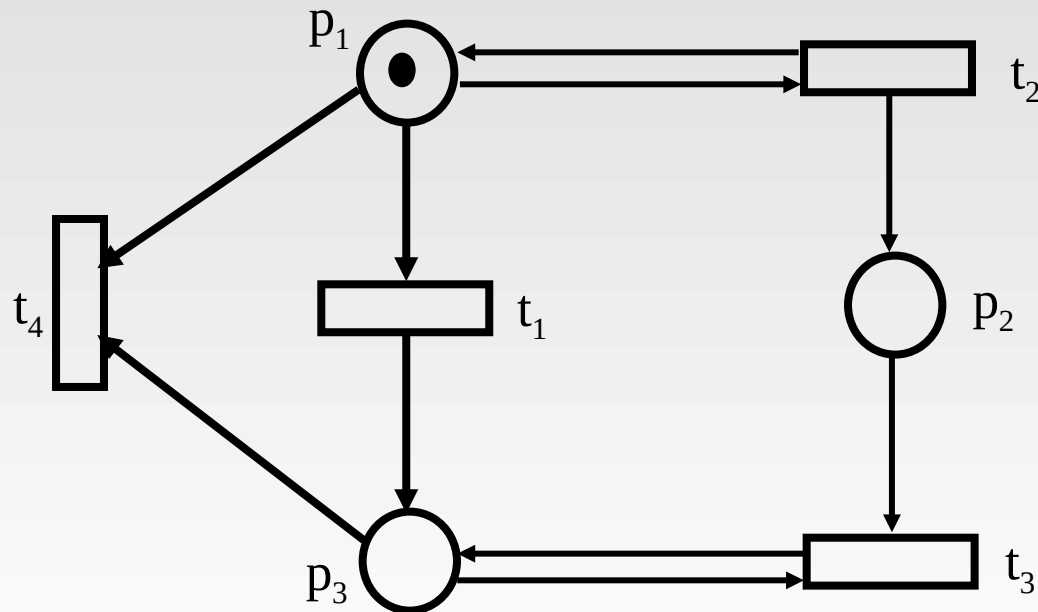
- L_2 -viva se, dado um inteiro positivo k qualquer, t pode disparar pelo menos k vezes em alguma seqüência de disparo em $L(M_0)$



Diferentes níveis de vivacidade

Uma transição t numa $RP = (N, M_0)$ é:

- L_3 -viva se t aparece infinitamente em alguma seqüência de disparo em $L(M_0)$

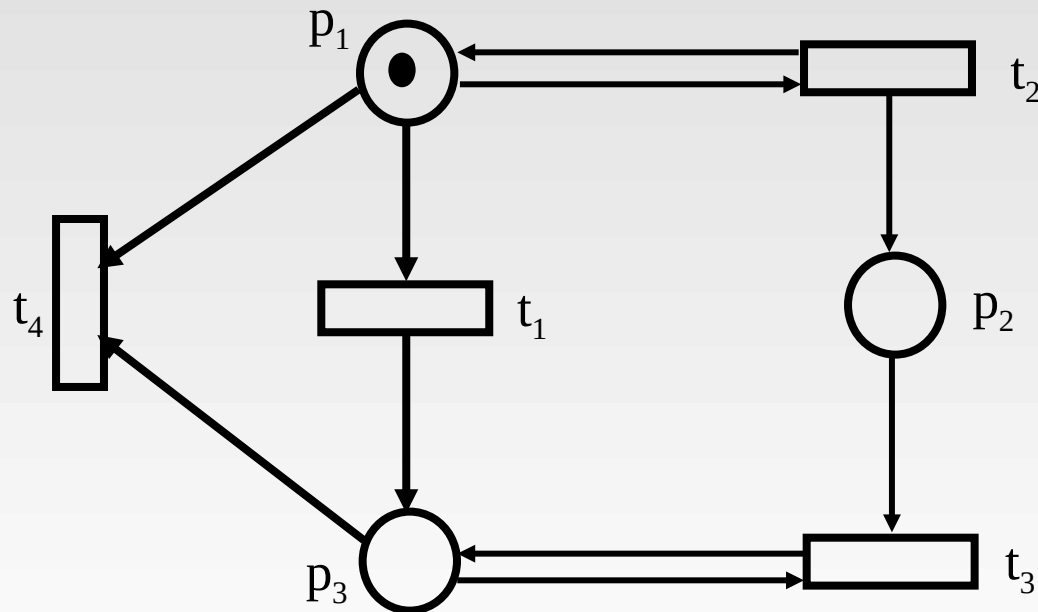


$$M_0 = [1 \ 0 \ 0]^T$$

Diferentes níveis de vivacidade

Uma transição t numa $RP = (N, M_0)$ é:

- L_4 -viva (viva) se t é L_1 -viva em cada marcação M de $R(M_0)$

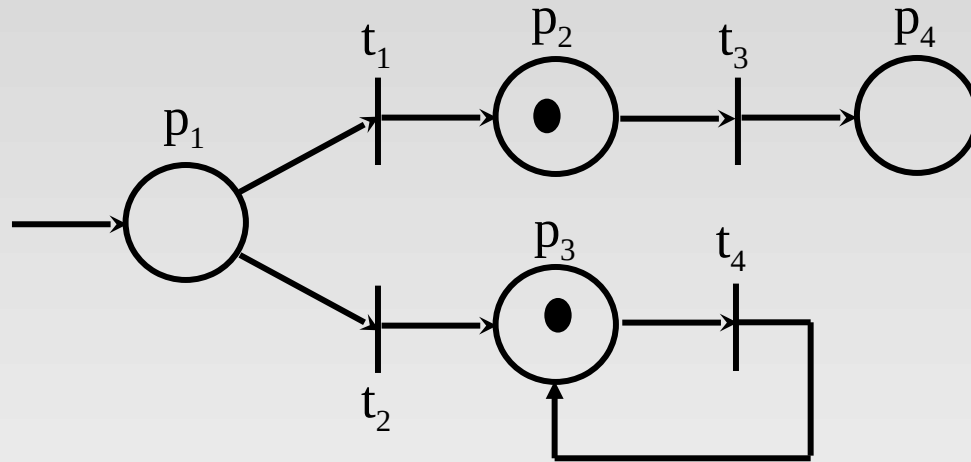


$$M_0 = [1 \ 0 \ 0]^T$$

Marcação Morta

- Uma marcação M é chamada *marcação morta* se nenhuma transição é habilitada nessa marcação;
- Uma $RP = (N, M_0)$ é *sem bloqueio* (sem deadlock) se não existir nenhuma marcação morta no conjunto de marcações alcançáveis a partir de M_0 .

Deadlock e Livelock



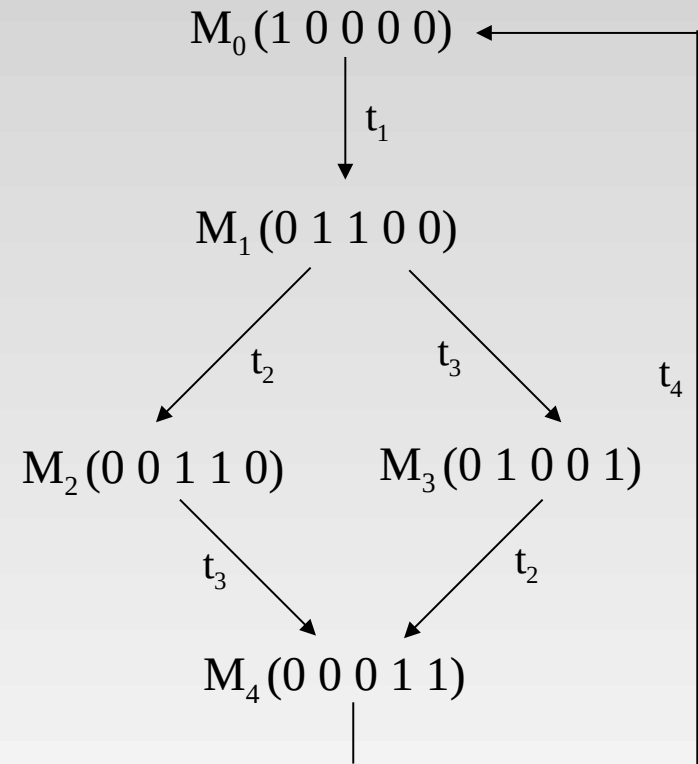
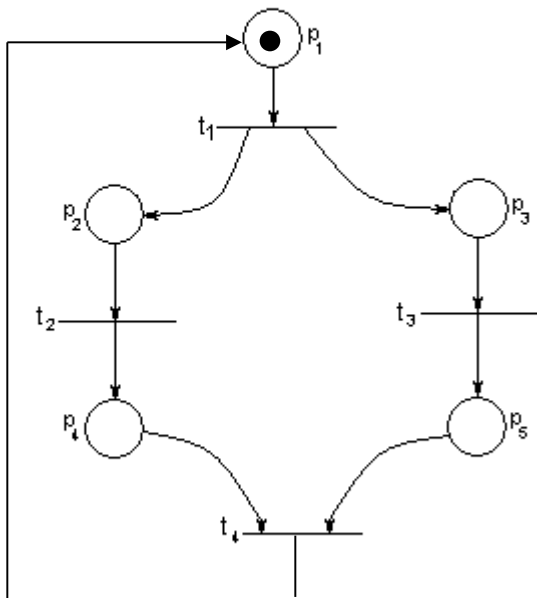
$$M_0 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

Reversibilidade

- Uma $RP = (N, M_0)$ é *reversível* (reinicializável) se para toda marcação $M \in R(M_0)$, M_0 é alcançável a partir de M ;

$$\forall M \in R(M_0), \quad \exists s \mid M(s > M_0.$$

Reversibilidade

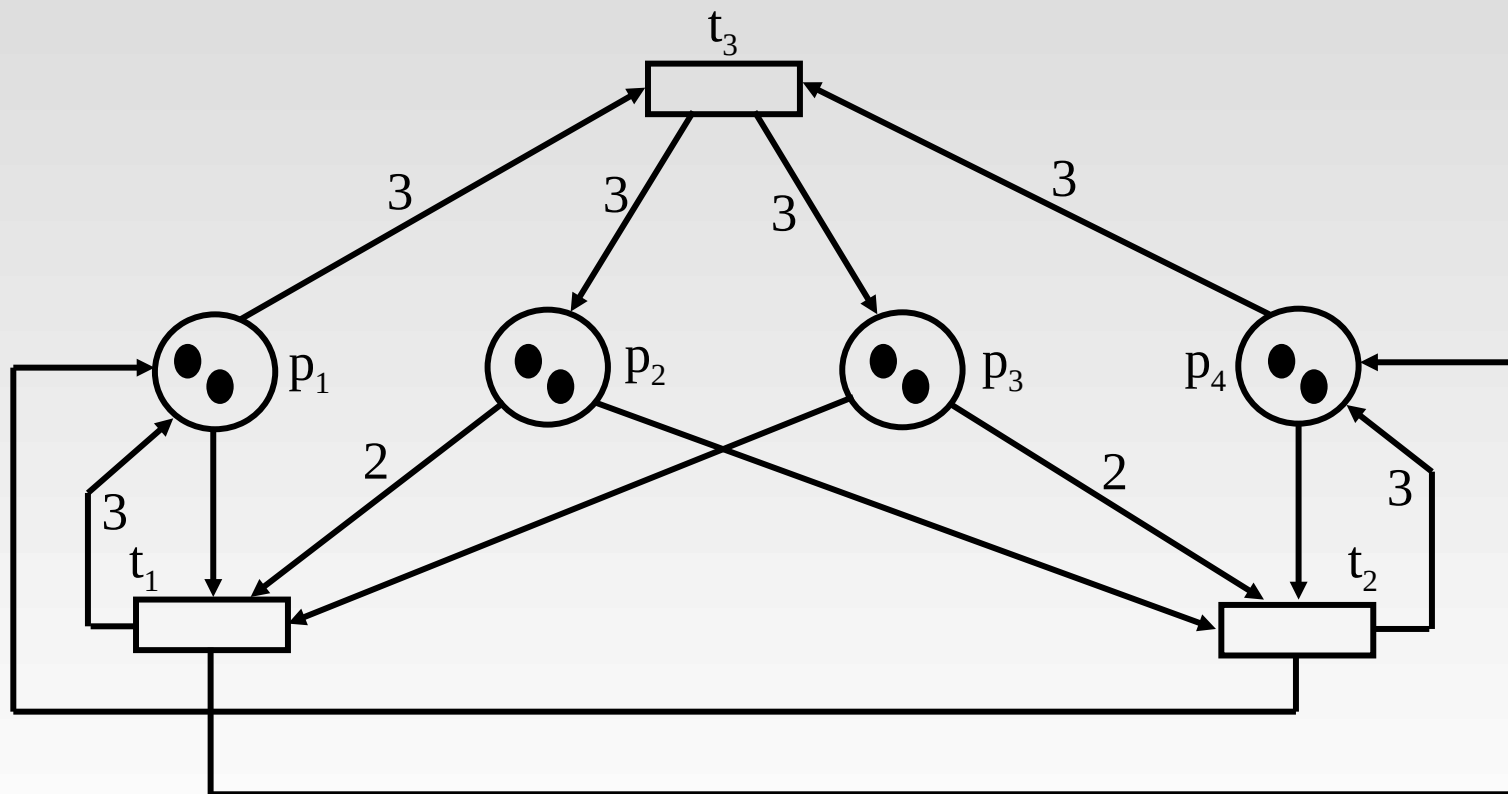


RP reversível ou
reinicializável

Estado de passagem

- Uma marcação $M' \in R(M_0)$ é um *estado de passagem* (home state) se para toda marcação $M \in R(M_0)$, M' é alcançável a partir de M .

$$M_0 = [2 \ 2 \ 2 \ 2]^T$$



Cobertura

- Uma marcação $M \in R(M_0)$ é **coberta** se existe uma marcação **M'** em $R(M_0)$ tal que

$$M'(p) \geq M(p)$$

para todo **p** da RP.

Cobertura

■ $M_1 = (1 \ 0 \ 3 \ 2 \ 0)$

$$M_2 > M_1$$

■ $M_2 = (1 \ 0 \ 4 \ 2 \ 1)$

■ $M_1 = (1 \ 0 \ 3 \ 2 \ 0)$

$$M_2 < M_1$$

■ $M_2 = (0 \ 0 \ 3 \ 2 \ 0)$

■ $M_1 = (1 \ 0 \ 3 \ 2 \ 0)$

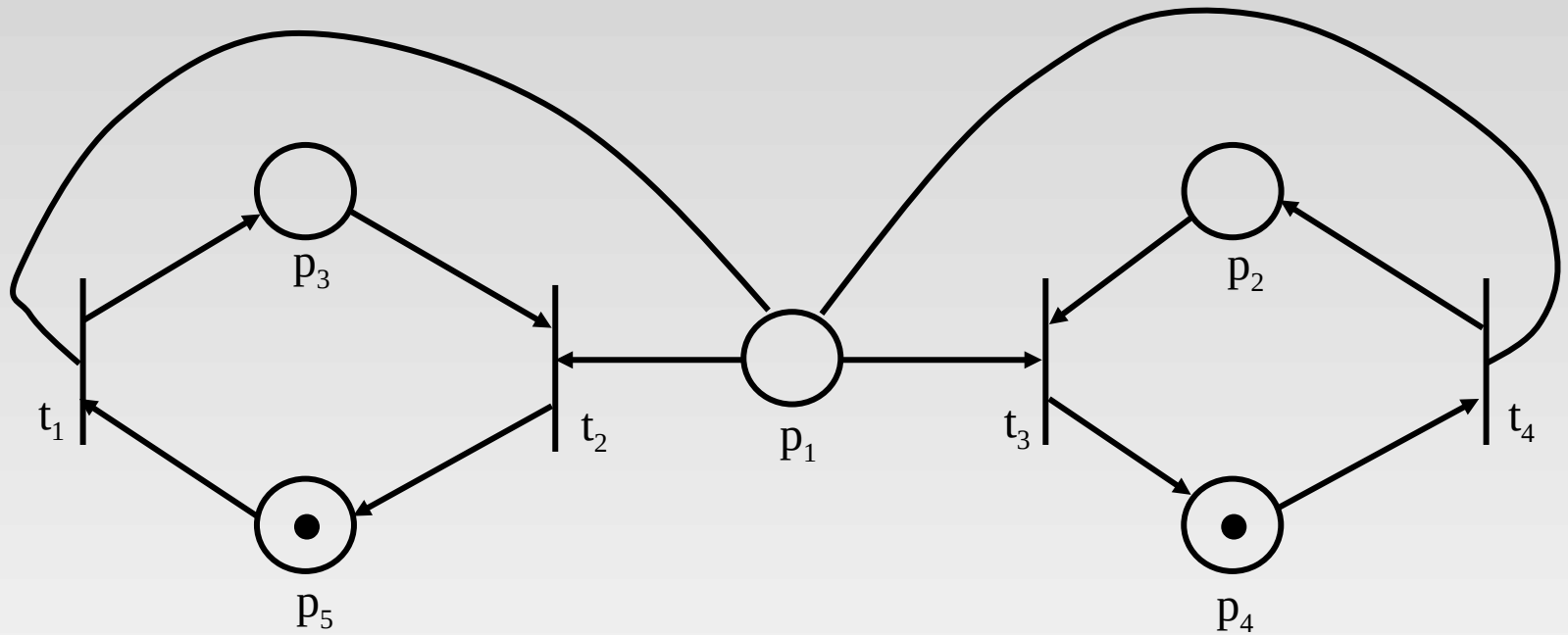
$$M_2 \neq M_1$$

■ $M_2 = (0 \ 0 \ 3 \ 2 \ 1)$

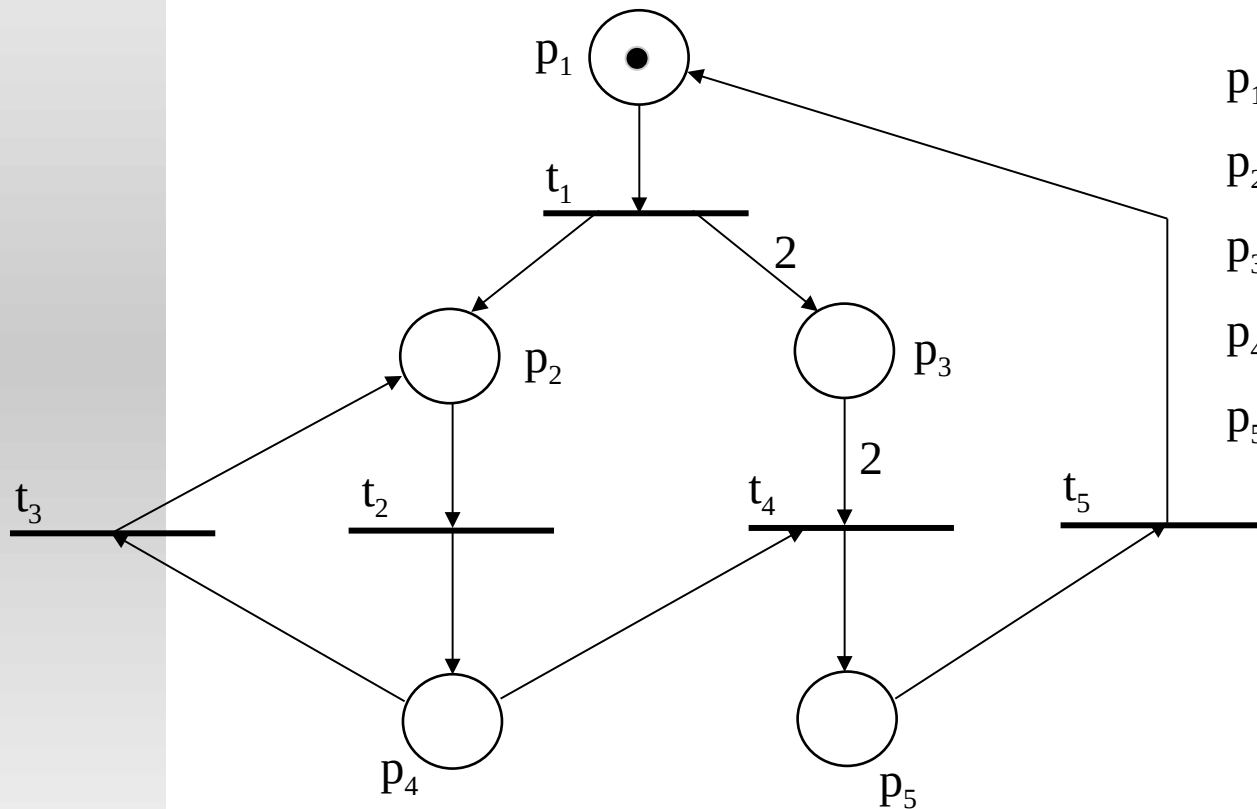
Persistência

- Uma $RP = (N, M_0)$ é *persistente* se, para quaisquer duas transições habilitadas, o disparo de uma não desabilita a outra.

Persistência



Matriz de Incidência

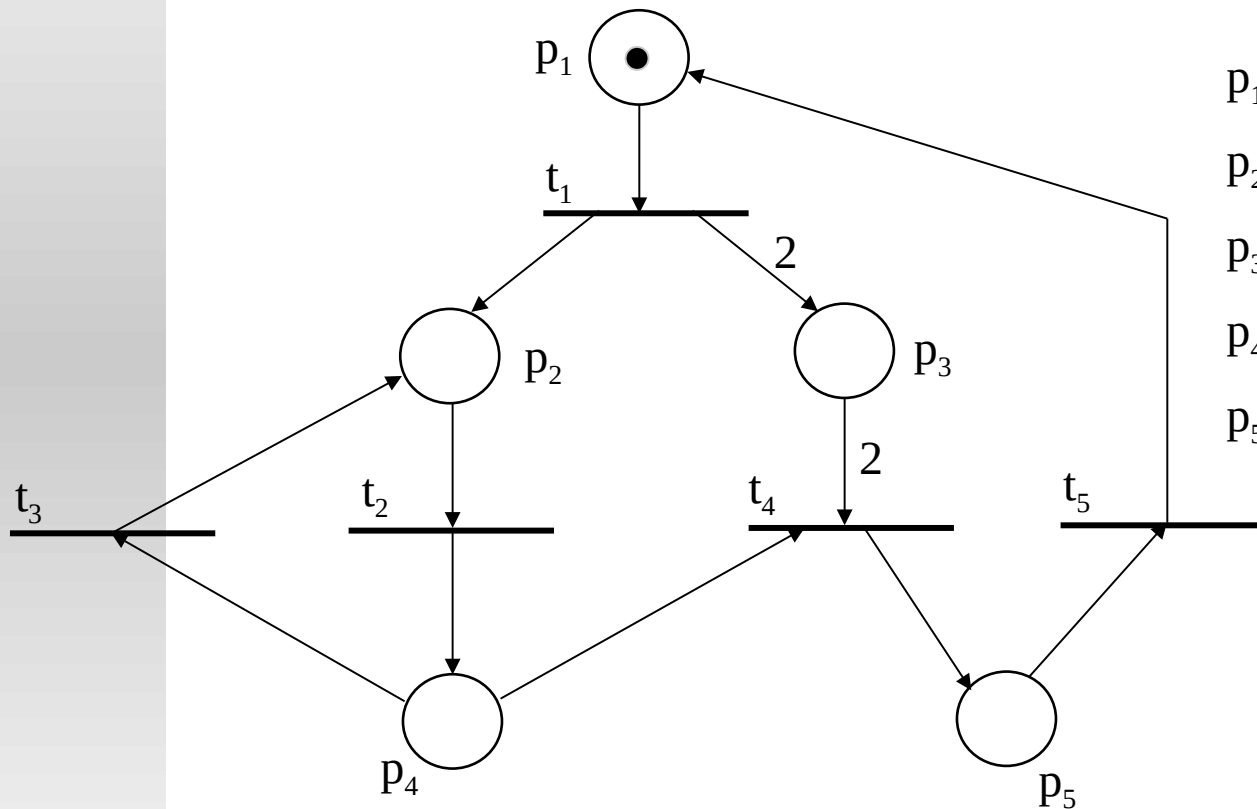


	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
p_1	1	0	0	0	0
p_2	0	1	0	0	0
p_3	0	0	0	2	0
p_4	0	0	1	1	0
p_5	0	0	0	0	1

Matriz pré

Referência do lugar à transição com w .

Matriz de Incidência



	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
p_1	0	0	0	0	1
p_2	1	0	1	0	0
p_3	2	0	0	0	0
p_4	0	1	0	0	0
p_5	0	0	0	1	0

Matriz post

Referência da transição com w ao lugar.

Matriz de Incidência

- A partir das matrizes Pré e Post, define-se a matriz de incidência C:

$$C = \text{Post} - \text{Pré}$$

$$\begin{array}{c}
 p_1 \\
 p_2 \\
 p_3 \\
 p_4 \\
 p_5
 \end{array}
 \begin{array}{ccccc}
 t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 \\
 \left[\begin{array}{ccccc}
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 p_1 \\
 p_2 \\
 p_3 \\
 p_4 \\
 p_5
 \end{array}
 \begin{array}{ccccc}
 t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 \\
 \left[\begin{array}{ccccc}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

post

pré

$$C = \begin{array}{c}
 p_1 \\
 p_2 \\
 p_3 \\
 p_4 \\
 p_5
 \end{array}
 \begin{array}{ccccc}
 t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 \\
 \left[\begin{array}{ccccc}
 -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
 2 & 0 & 0 & -2 & 0 \\
 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & -1
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

Disparo de uma transição

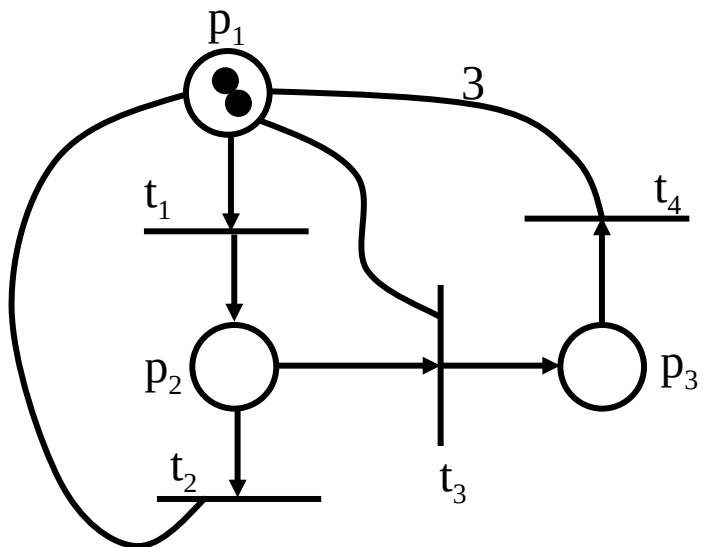
- Se t é habilitada em uma dada marcação M_{n-1} , então, uma nova marcação M_n é obtida através do disparo de t , tal que:

$$\forall p \in P$$

$$M_n = M_{n-1} + C \times T'$$

$$T' = [0, 0, \dots, 1, \dots, 0]^T$$

$$M_n = M_{n-1} + \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{1} \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} (t)$$



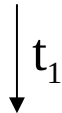
$$M_0 = [2 \ 0 \ 0]^T$$

$$C = ?$$

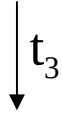
Vetor característico

- Seja o vetor u em que cada componente $u(t_i)$ representa o número de disparos da transição t_i numa seqüência de disparo s ;
- O vetor u é denominado de *vetor característico* da seqüência s ;
- Sua dimensão é igual ao número de transições da RP.

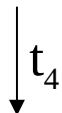
$$M_0 = [2 \ 0 \ 0]^T$$



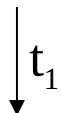
$$M_1 = [1 \ 1 \ 0]^T$$



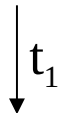
$$M_2 = [0 \ 0 \ 1]^T$$



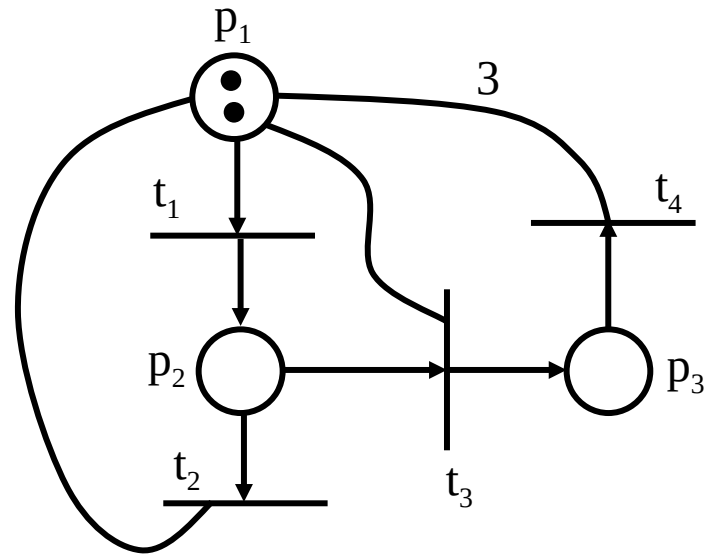
$$M_3 = [3 \ 0 \ 0]^T$$



$$M_4 = [2 \ 1 \ 0]^T$$



$$M_5 = [1 \ 2 \ 0]^T$$



$$s = t_1 t_3 t_4 t_1 t_1$$

$$u = \begin{matrix} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \\ [3 & 0 & 1 & 1] \end{matrix}^T$$

Marcação alcançada

- Suponha que M_q seja alcançável a partir de M_0 através de uma seqüência de disparo $s=t_a t_b \dots t_q$, então:

$$M_1 = M_0 + C \times \begin{vmatrix} \cdot \\ t_a \\ \cdot \end{vmatrix};$$

$$M_2 = M_1 + C \times \begin{vmatrix} \cdot \\ t_b \\ \cdot \end{vmatrix} = M_0 + C \times \begin{vmatrix} \cdot \\ t_a \\ \cdot \end{vmatrix} + C \times \begin{vmatrix} \cdot \\ t_b \\ \cdot \end{vmatrix};$$

$$= M_0 + C \begin{vmatrix} t_a \\ t_b \end{vmatrix}$$

Marcação alcançada

- Suponha que M_q seja alcançável a partir de M_0 através de uma seqüência de disparo $s=t_a t_b \dots t_q$, então:

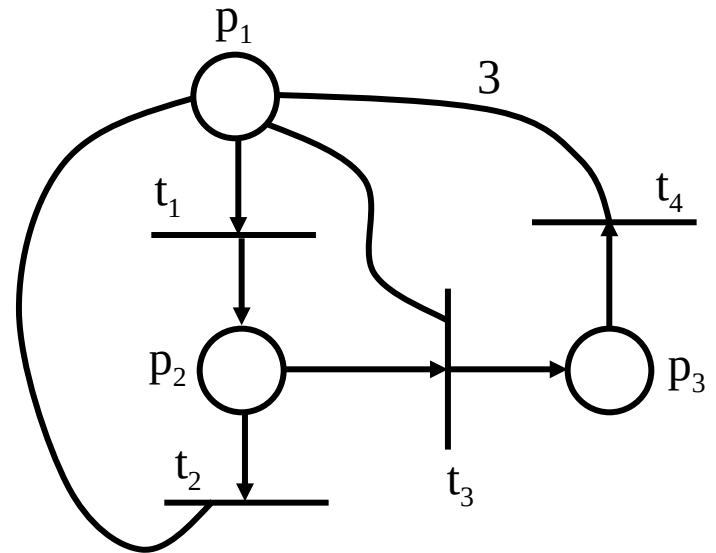
$$M_q = M_0 + C \times u;$$

$$t_a t_b \dots t_q$$

$$u = [\dots 1 1 \dots 1 \dots]^T$$

$$s = t_1 t_3 t_4 t_1 t_1$$

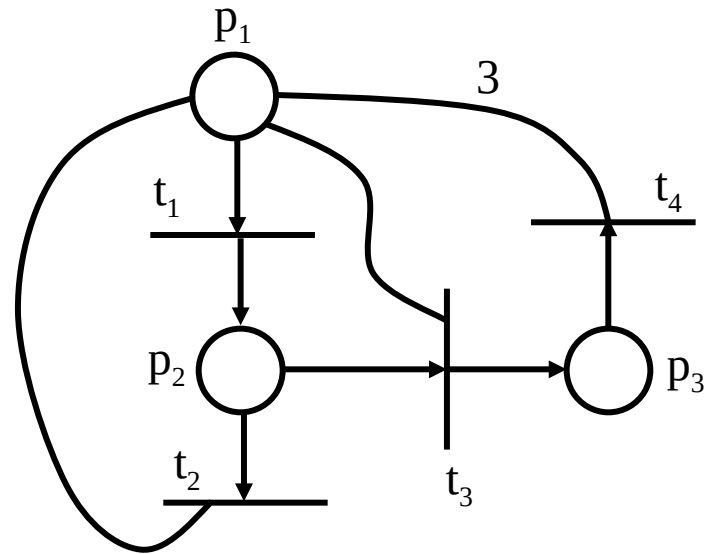
$$u = \begin{matrix} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \\ [3 & 0 & 1 & 1]^\top \end{matrix}$$



$$\begin{matrix} & C & \times & u \\ \left| \begin{array}{cccc} -1 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right| & \left| \begin{array}{c} 3 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right| & = & \left| \begin{array}{c} -1 \\ 2 \\ 0 \end{array} \right| \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} M & = & M_0 & + & C \times u \\ \left| \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 0 \end{array} \right| & = & \left| \begin{array}{c} 2 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right| & + & \left| \begin{array}{c} -1 \\ 2 \\ 0 \end{array} \right| \end{matrix}$$

$$u = \begin{matrix} t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \\ [3 & 0 & 1 & 1]^T \end{matrix}$$



$$M = M_0 + C \times u$$

$$\begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix}$$

?? Questões ??

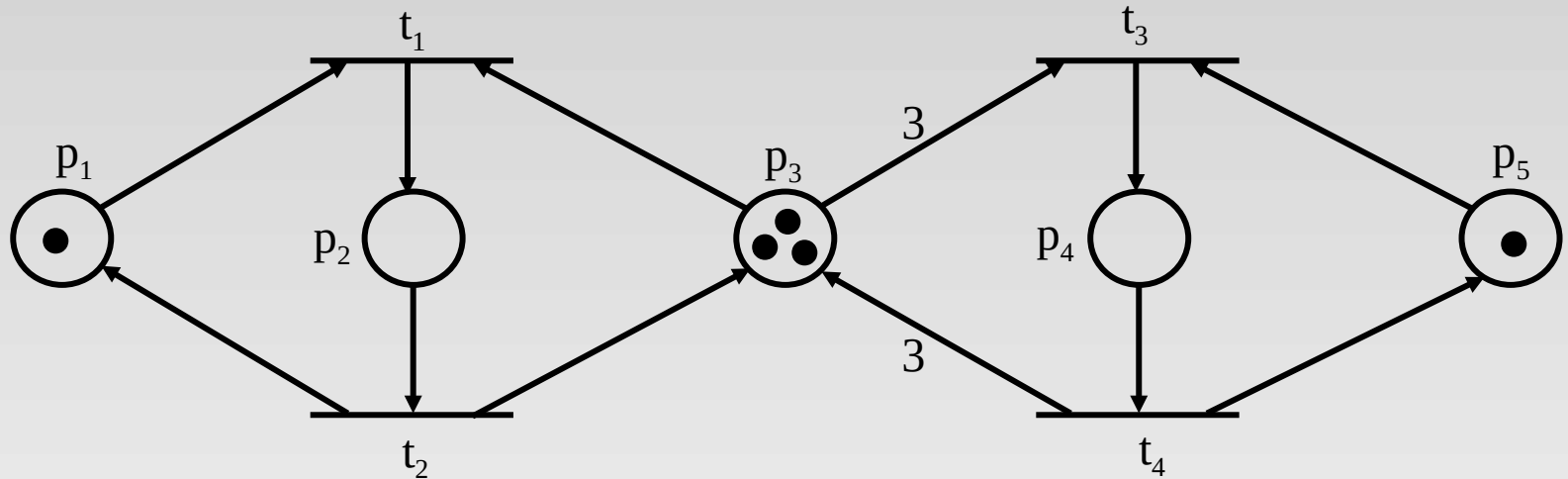
- Dada uma marcação inicial M e uma seqüência s , existe uma marcação M' tal que $M(s > M')$?
- ◆ Se $M' < 0$, não existe a seqüência s ;
- ◆ Se $M' > 0$, não se tem garantia da existência de s .

Propriedades Estruturais

- Derivadas diretamente da estrutura da RP;
- Não dependem da marcação inicial;
- Definidas através dos componentes conservativos de lugar e dos componentes repetitivos estacionários.

Propriedades Estruturais

Componentes conservativos – invariantes de lugar



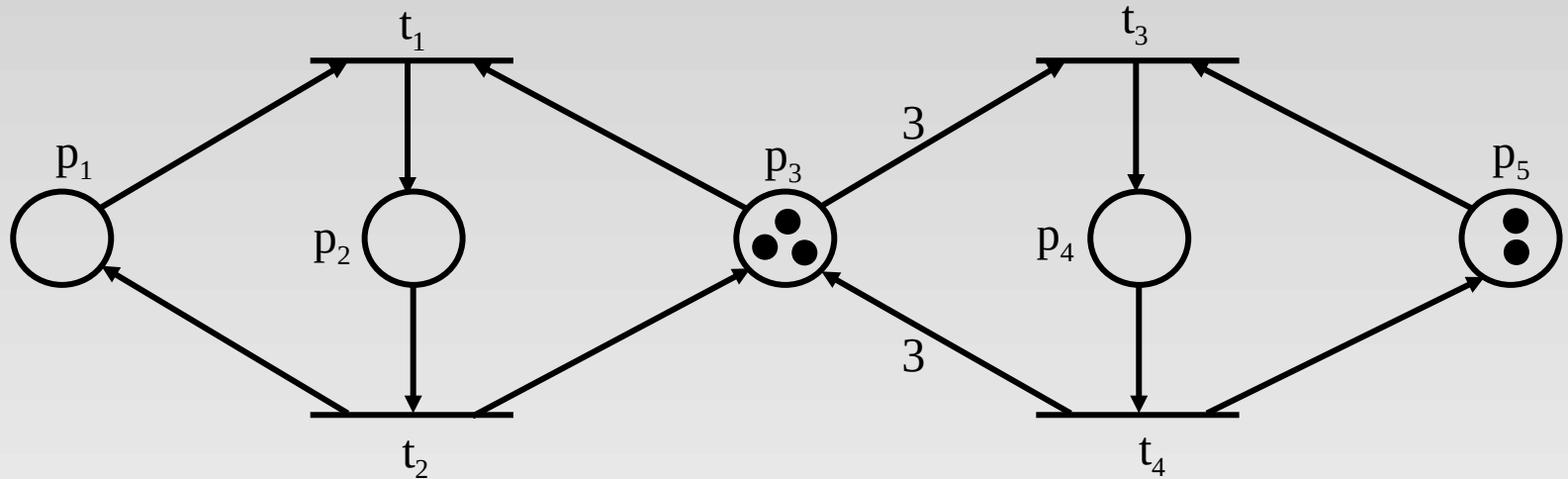
$$M_0 = (1 \ 0 \ 3 \ 0 \ 1)$$

$$M(p_1) + M(p_2) = 1$$

qualquer que seja a marcação da RP

Propriedades Estruturais

Componentes conservativos – invariantes de lugar



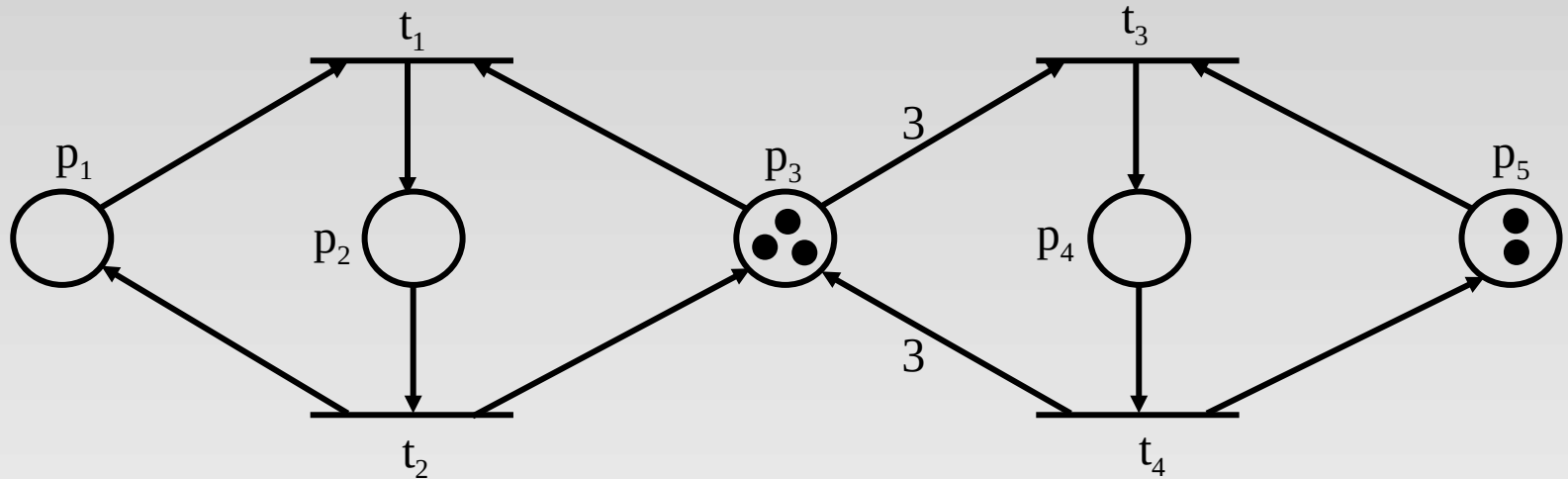
$$M_0 = (0 \ 0 \ 3 \ 0 \ 2)$$

$$M(p_1) + M(p_2) = 0$$

qualquer que seja a marcação da RP

Propriedades Estruturais

Componentes conservativos – invariantes de lugar



$$\forall M \in R(M_0), M(p_1) + M(p_2) = M_0(p_1) + M_0(p_2)$$

O conjunto de lugares p_1 e p_2 forma um *componente conservativo* da RP

Componentes conservativos – invariantes de lugar

■ A forma linear

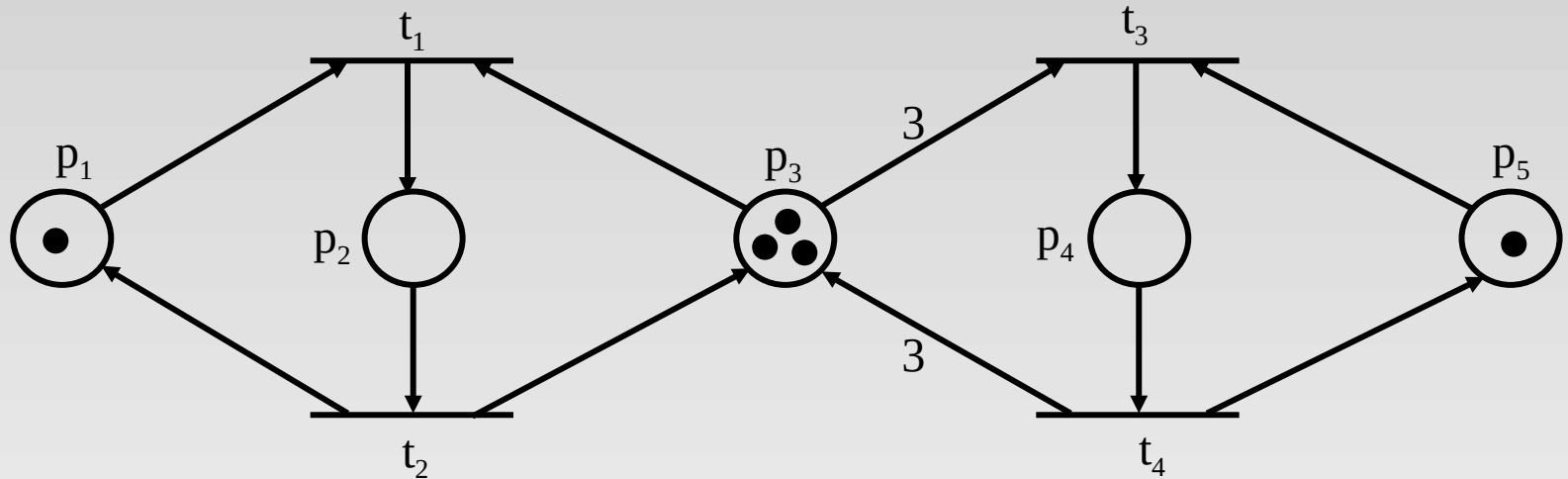
$$M(p_1) + M(p_2) = M_0(p_1) + M_0(p_2)$$

é chamada de

invariante linear de lugar

■ A soma das fichas se conserva para estes lugares.

Propriedades Estruturais
Componentes conservativos – invariantes de lugar



$$M_0 = (1 \ 0 \ 3 \ 0 \ 1)$$

$$\forall M \in R(M_0), M(p_2) + M(p_3) + 3M(p_4) = 3$$

O conjunto de lugares p_1 , p_2 e p_3 forma um *componente conservativo* da RP

Propriedades Estruturais
Componentes conservativos – invariantes de lugar

- Um *invariante linear de lugar* é uma função linear da marcação do lugar cujo valor é uma constante;
- Essa constante depende somente da marcação inicial da RP.

Propriedades Estruturais

Componentes conservativos – invariantes de lugar

- O invariante é uma restrição sobre os estados e as atividades de um sistema que será sempre verificada, quaisquer que sejam suas evoluções.

Componentes conservativos – invariantes de lugar

- Dado $M_q = M_0 + C \times u$ e multiplicando-se esta equação por um vetor f^T , tem-se:

$$f^T \times M_q = f^T \times M_0 + f^T \times C \times u$$

- Tornando a equação independente de u , tem-se:

$$f^T \times C = 0$$

Componentes conservativos – invariantes de lugar

- Um *componente conservativo* de uma RP é o conjunto de lugares $p_i \in P$ correspondentes aos elementos não nulos f_i do vetor coluna \mathbf{f} , solução da equação

$$\mathbf{f}^T \times \mathbf{C} = 0 \quad \text{para } \mathbf{f} > 0$$

Componentes conservativos – invariantes de lugar

- Do ponto de vista gráfico, um *componente conservativo* define uma *sub-rede de Petri*;
- Ele é formado pelos lugares para os quais o componente de **f** é não nulo e pelas transições de entrada e saída destes lugares.

Componentes conservativos – invariantes de lugar

- Uma rede de Petri é conservativa se
$$\forall p_i \in P,$$
$$p_i \text{ pertence a um componente conservativo.}$$

Componentes conservativos – invariantes de lugar

- Se \mathbf{f} é solução da equação $\mathbf{f}^T \times \mathbf{C} = 0$, então a função linear

$$\mathbf{f}^T \times \mathbf{M}_q = \mathbf{f}^T \times \mathbf{M}_0 \quad \forall \mathbf{M}_q \in R(\mathbf{M}_0)$$

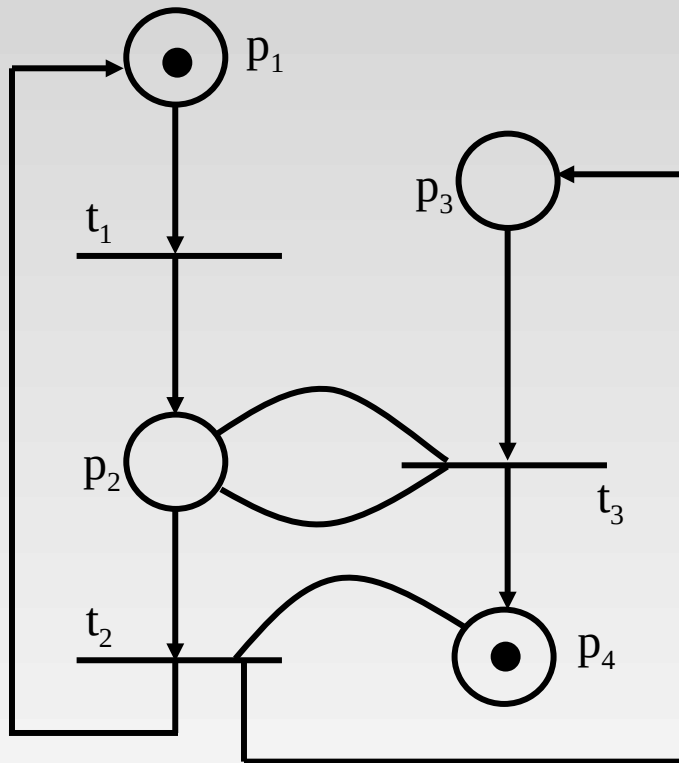
é o *invariante linear de lugar* correspondente.

Componentes conservativos – invariantes de lugar

- O *invariante linear de lugar* obtido a partir da equação $\mathbf{f}^T \times \mathbf{M}_q = \mathbf{f}^T \times \mathbf{M}_0$, depende da marcação inicial da RP;
- O *componente conservativo*, obtido a partir da equação $\mathbf{f}^T \times \mathbf{C} = 0$, é independente da marcação inicial da RP.

Propriedades Estruturais

Componentes conservativos – invariantes de lugar



$$C = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

Componentes conservativos – invariantes de lugar

$$[f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4]^T \times \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

- Encontra-se: $\mathbf{f}^1 = [1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$ e $\mathbf{f}^2 = [0 \ 0 \ 1 \ 1]^T$;
- A RP é conservativa pois $\mathbf{f}(\mathbf{p}) \neq 0$ para todo lugar \mathbf{p} .

Componentes conservativos – invariantes de lugar

■ Substituindo-se: \mathbf{f}^1 e \mathbf{f}^2 na equação

$$\mathbf{f}^T \times \mathbf{M}_q = \mathbf{f}^T \times \mathbf{M}_0$$

para $\mathbf{M}_0 = [0 \ 1 \ 0 \ 1]^T$, encontram-se os invariantes lineares de lugar

$$I_1: M(p_1) + M(p_2) = M_0(p_1) + M_0(p_2) = 1;$$

$$I_2: M(p_3) + M(p_4) = M_0(p_3) + M_0(p_4) = 1.$$

Propriedades Estruturais
Componentes conservativos – invariantes de lugar

■ O invariante

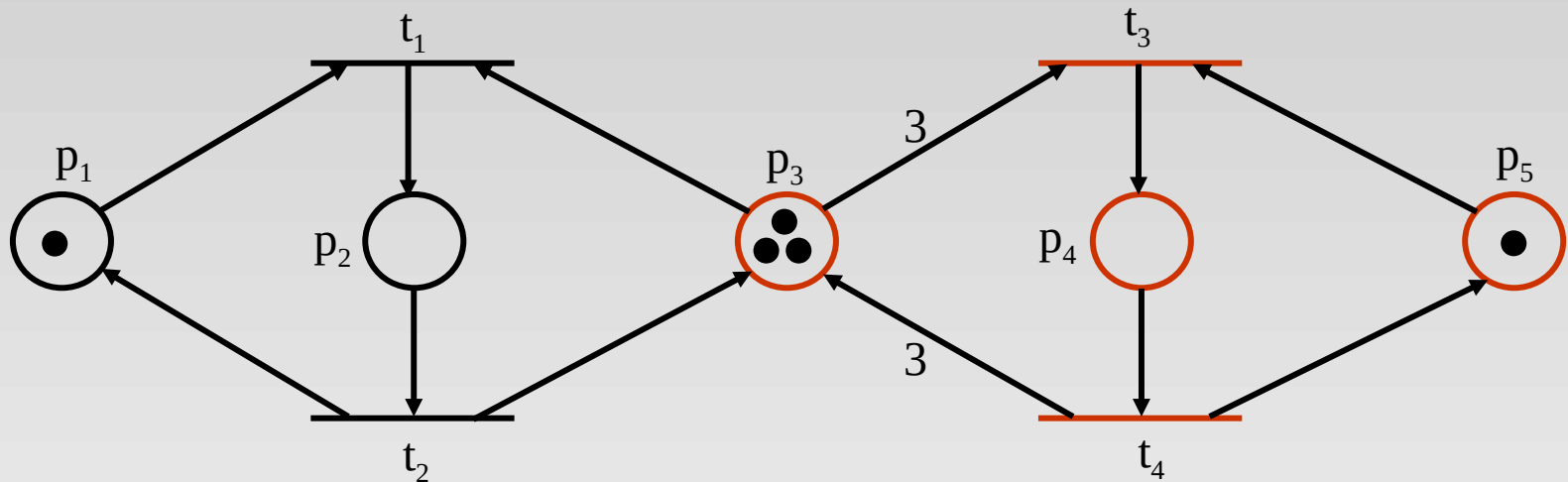
$$I_1: M(p_1) + M(p_2) = M_0(p_1) + M_0(p_2) = 1;$$

indica que, para qualquer marcação acessível a partir de M_0 , a soma das fichas em p_1 e p_2 será sempre 1.

Componentes conservativos – invariantes de lugar

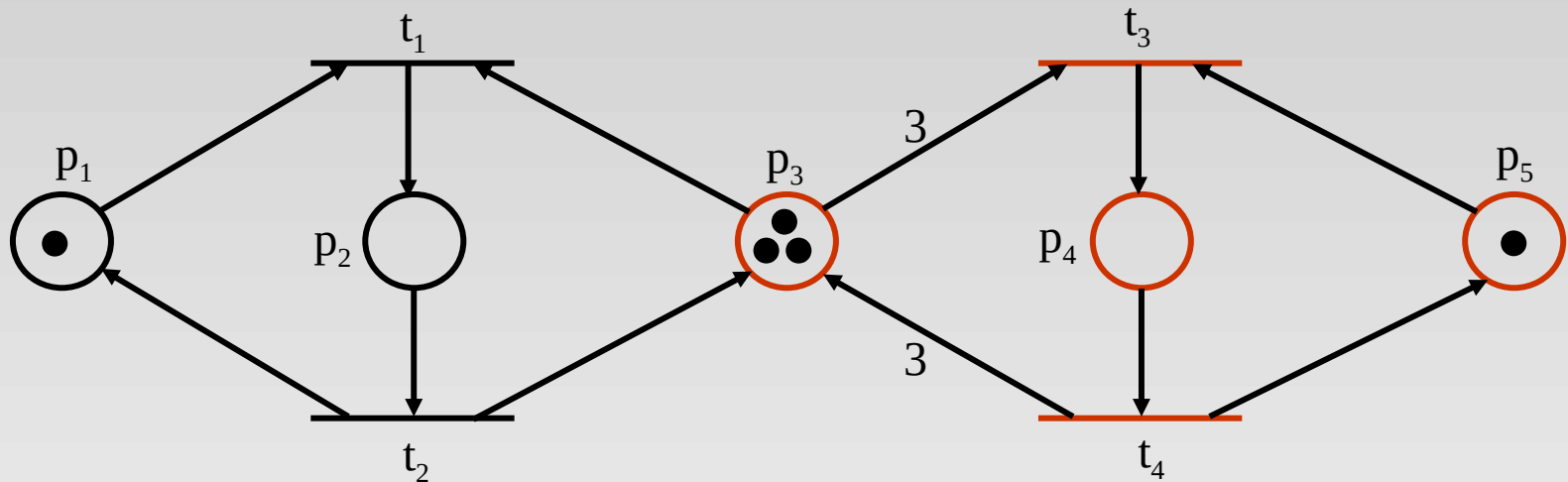
- Numa marcação qualquer
 - se $M(p_2) = 1$, então $M(p_1) = 0$;
 - nunca haverá mais de uma ficha em p_1 e p_2 ;
- O invariante de lugar permite, sem enumerar todas as marcações acessíveis, obter algumas informações sobre partes da RP.

Componentes repetitivos – invariantes de transição



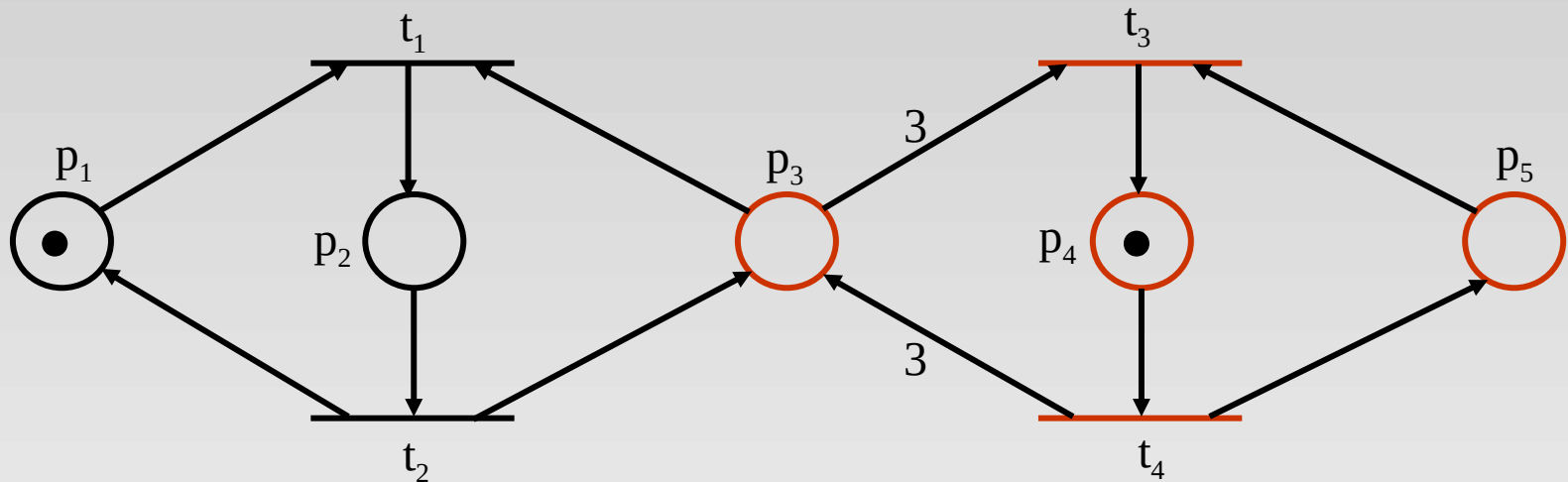
■ Dada a sub-rede formada pelas transições t_3 e t_4 e por seus lugares de entrada ou saída (p_3, p_4 e p_5)

Componentes repetitivos – invariantes de transição



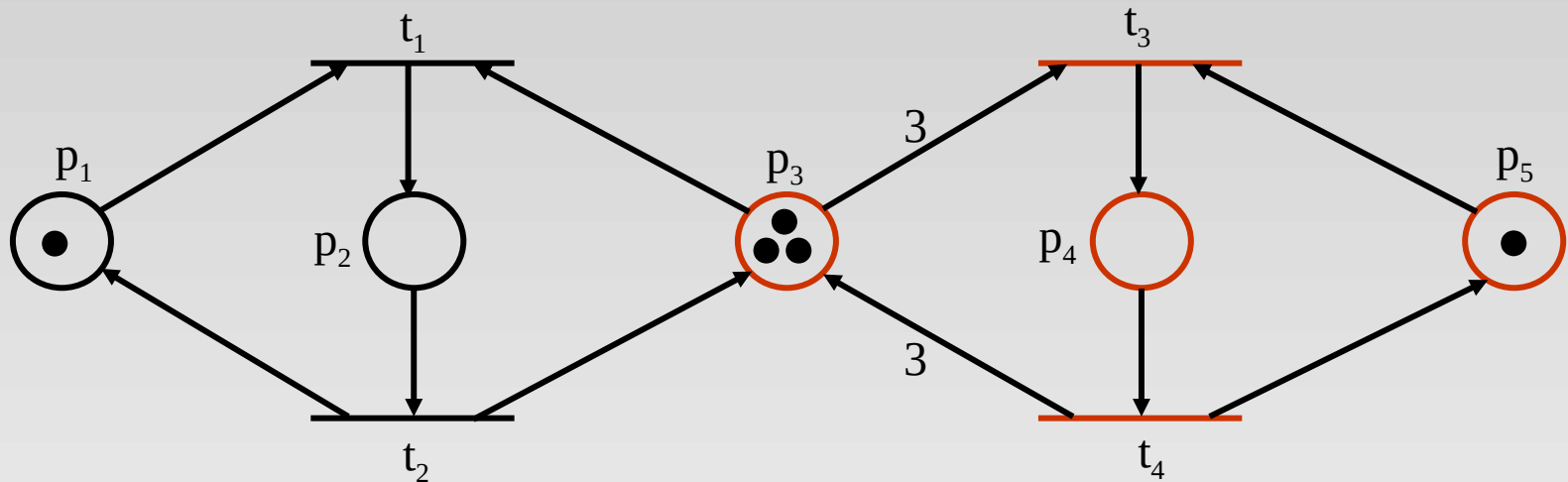
■ Disparando a sequência $s = t_3 t_4$ a partir de M_0

Componentes repetitivos – invariantes de transição



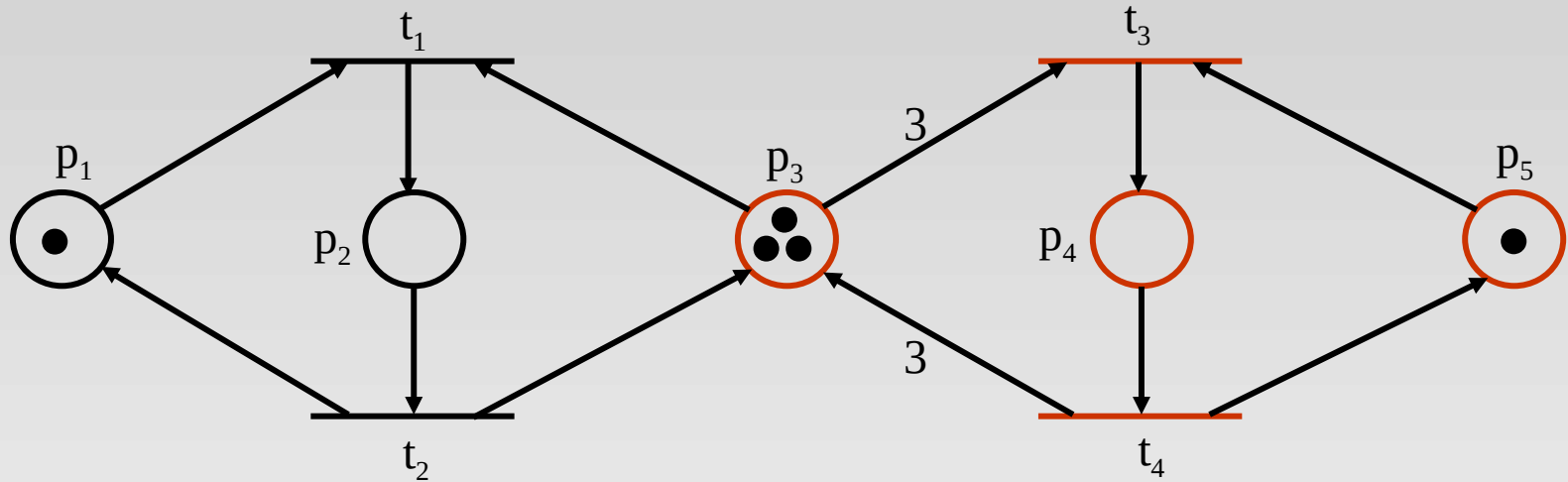
■ Disparando a seqüência $s = t_3 t_4$ a partir de M_0

Componentes repetitivos – invariantes de transição



■ Disparando a seqüência $s = t_3 t_4$ a partir de M_0
encontra-se novamente a marcação M_0 .

Componentes repetitivos – invariantes de transição



■ A seqüência $s = t_3 t_4$ é um *invariante de transição*, pois o disparo de s não modifica a marcação da RP.

Componentes repetitivos – invariantes de transição

- O *invariante de transição* corresponde a uma seqüência cíclica de eventos que pode ser repetida indefinidamente;
- O conjunto das transições t_3 e t_4 do invariante forma um *componente repetitivo estacionário* da RP;

Componentes repetitivos – invariantes de transição

- Para encontrar o conjunto das transições tal que

$$M(s) > M$$

utiliza-se novamente a equação fundamental

$$M_q = M_0 + C \times \mathbf{u}.$$

- Para obter-se $M_q = M_0$ a seqüência s deve ser tal que o vetor característico \mathbf{u} verifique:

$$C \times \mathbf{u} = 0$$

Componentes repetitivos – invariantes de transição

- Toda solução **u** da equação

$$C \times \mathbf{u} = 0$$

é chamado **componente repetitivo estacionário**

- A seqüência **s** correspondente a **u** é dita **invariante de transição**.

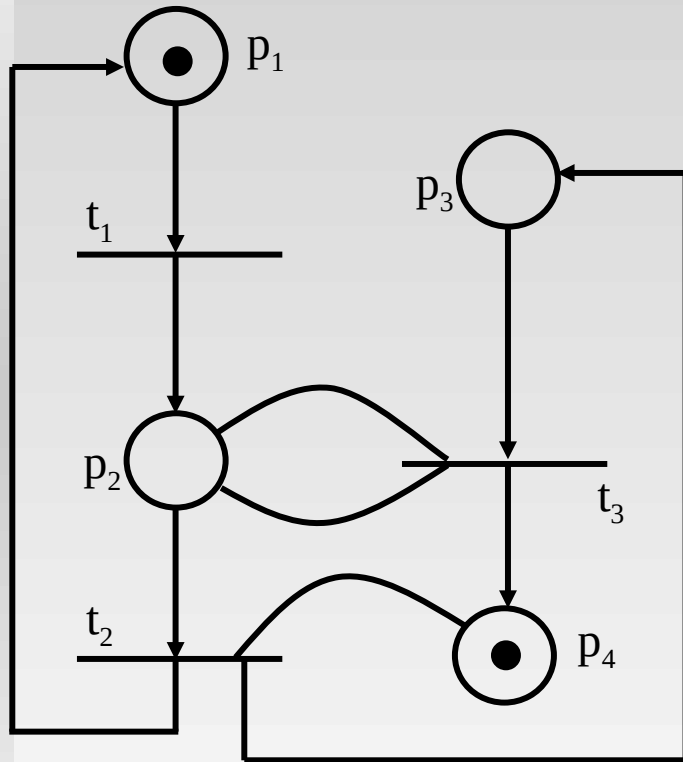
Componentes repetitivos – invariantes de transição

- Uma rede de Petri é dita repetitiva se todas as transições $t \in T$ pertencem a um componente repetitivo estacionário.

Componentes repetitivos – invariantes de transição

- Um componente repetitivo estacionário define uma sub-rede em que se consideram:
 - As transições para as quais o elemento correspondente de \mathbf{u} é não nulo;
 - Os respectivos lugares de entrada e saída destas transições.

Componentes repetitivos – invariantes de transição



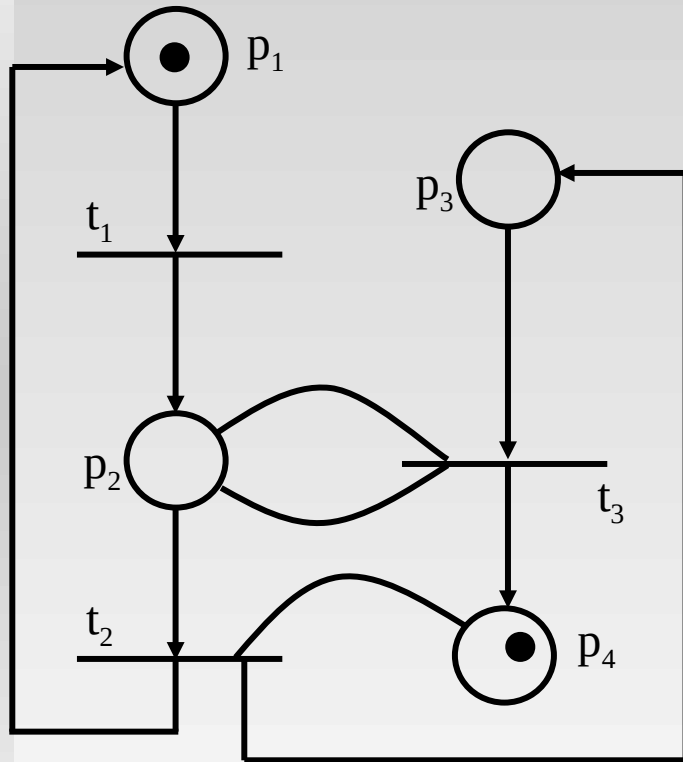
$$C \times \mathbf{u} = 0$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{U}^T = [1 \ 1 \ 1]$$

\Rightarrow Rede repetitiva

Componentes repetitivos – invariantes de transição



$$\Rightarrow \mathbf{u}^T = [1 \ 1 \ 1]$$

\Rightarrow Rede repetitiva

$$s = t_2 t_1 t_3$$

Invariante de
transição

Bibliographie

- F. Bause, P. S. Kritzinger, 'Stochastic Petri Nets – An Introduction to the Theory', Vieweg, Alemanha, 2002;
- B. Caillaud, P. Darondeau, L. Lavagno, X. Xie, 'Syntesis and Control of Discrete Event Systems', Kluwer Academic Publishers, 2002;
- C. G. Cassandras, S. Lafortune, 'Introduction to Discrete Event Systems', Kluwer Academic Publishers, 1999;

Bibliographie

- J. O. Moody, P. J. Antsaklis, 'Supervisory Control of Discrete Event Systems Using Petri Nets', Kluwer Academic Publishers, 1998
- J. Cardoso, R. Valette, 'Redes de Petri', Editora da UFSC, 1997;
- J.-M. Proth, X. Xie, 'Les Réseaux de Petri pour la Conception de la Gestion des Systèmes de Production', Masson, Paris, 1994;

Bibliographie

- R. David, H. Alla, 'Du Grafcet aux Réseaux de Petri', Hermès, Paris, 1992;
- G. W. Brams, 'Réseaux de Petri: Théorie et Pratique – tome 1', Masson, Paris, 1983.
- J. L. Peterson, 'Petri Net Theory and the Modeling of Systems', Prentice-Hall, N.J., 1981;
- J. Figueredo, A. Perkusich, J. Damásio, 'Notas de Aulas', Departamentos de engenharia Elétrica e Computação – Universidade Federal de Campina Grande, PB.