Redes de Petri
Métodos de Análise

Jonatha Rodrigues da Costa &
Giovanni CORDEIRO BARROSO

Métodos de Análise

- Análise estrutural;
- Análise por enumeração das marcações;
- Análise através de redução.

Análise estrutural

- Realizado a partir dos componentes conservativos e repetitivos;
- Permite obter informações sobre a estrutura da RP;
- Resultados válidos para qualquer marcação inicial.

Componentes conservativos
Invariantes de lugar

- Qualquer lugar que pertença a um componente conservativo é limitado;

- Uma RP conservativa é limitada (para qualquer marcação), pois todos os seus lugares o são.

Componentes conservativos
Invariantes de lugar

- Mesmo que um lugar *p* não pertença a nenhum componente conservativo, *p* pode ser limitado. Assim, uma RP não conservativa pode ser limitada;

- Um lugar não limitado não pertence a nenhum componente conservativo. Assim, uma rede não limitada é não conservativa.

Componentes repetitivos
Invariantes de transição

- Toda RP viva, limitada e reversível é repetitiva (a recíproca não necessariamente é verdadeira);

- Se a RP é não repetitiva, então ou ela é não viva ou é não limitada;

- Uma RP repetitiva pode ser não viva.

Análise por enumeração das marcações

- Análise realizada através da construção da árvore de cobertura;

Árvore de cobertura

- Parte-se de M_0 e encontram-se suas transições sensibilizadas e as respectivas marcações alcançadas (Cada transição sensibilizada dá origem a um ramo);

- Para cada marcação obtida, repete-se o processamento;

Árvore de cobertura

- A construção de um ramo é interrompida desde que seja encontrada uma marcação:

  - igual a uma outra já encontrada e para a qual todos os sucessores já foram ou serão calculados;

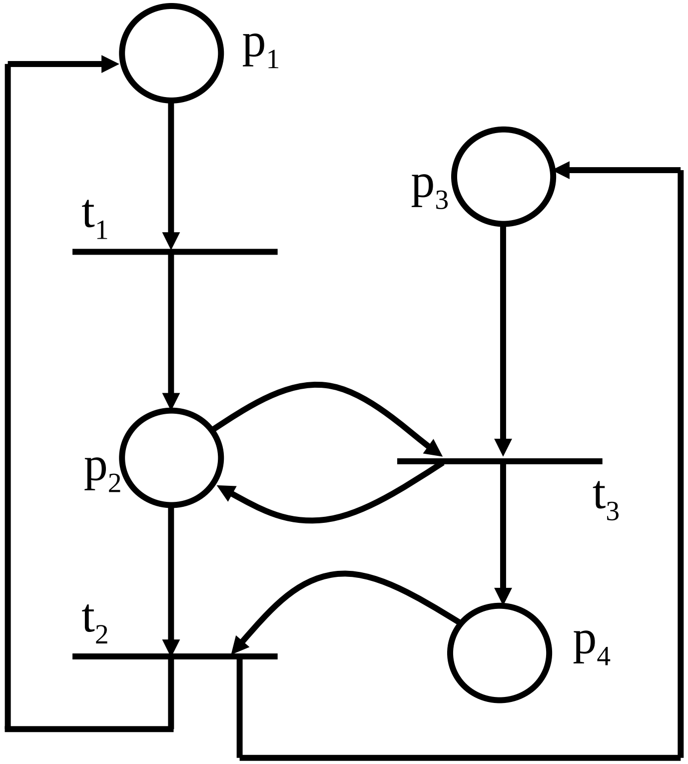
Árvore de cobertura

- **Encontrando-se uma marcação M' estritamente superior a uma marcação M no ramo que está sendo explorado, o** valor M'(p) que torna a marcação estritamente superior é substituído por ω.

$$(1\ 0\ 0) \xrightarrow{s} (1\ 0\ 1) \xrightarrow{s} (1\ 0\ 2) \xrightarrow{s} (1\ 0\ 3)$$

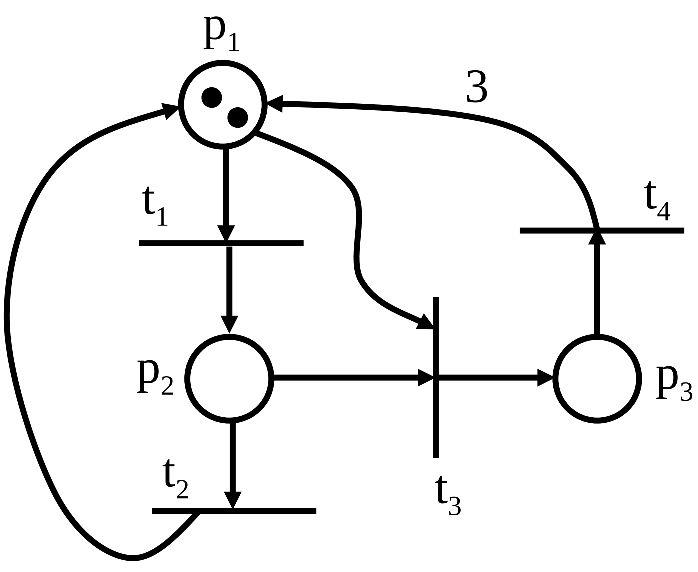
$$(1\ 0\ 0) \xrightarrow{s} (1\ 0\ \omega)$$

Árvore de cobertura

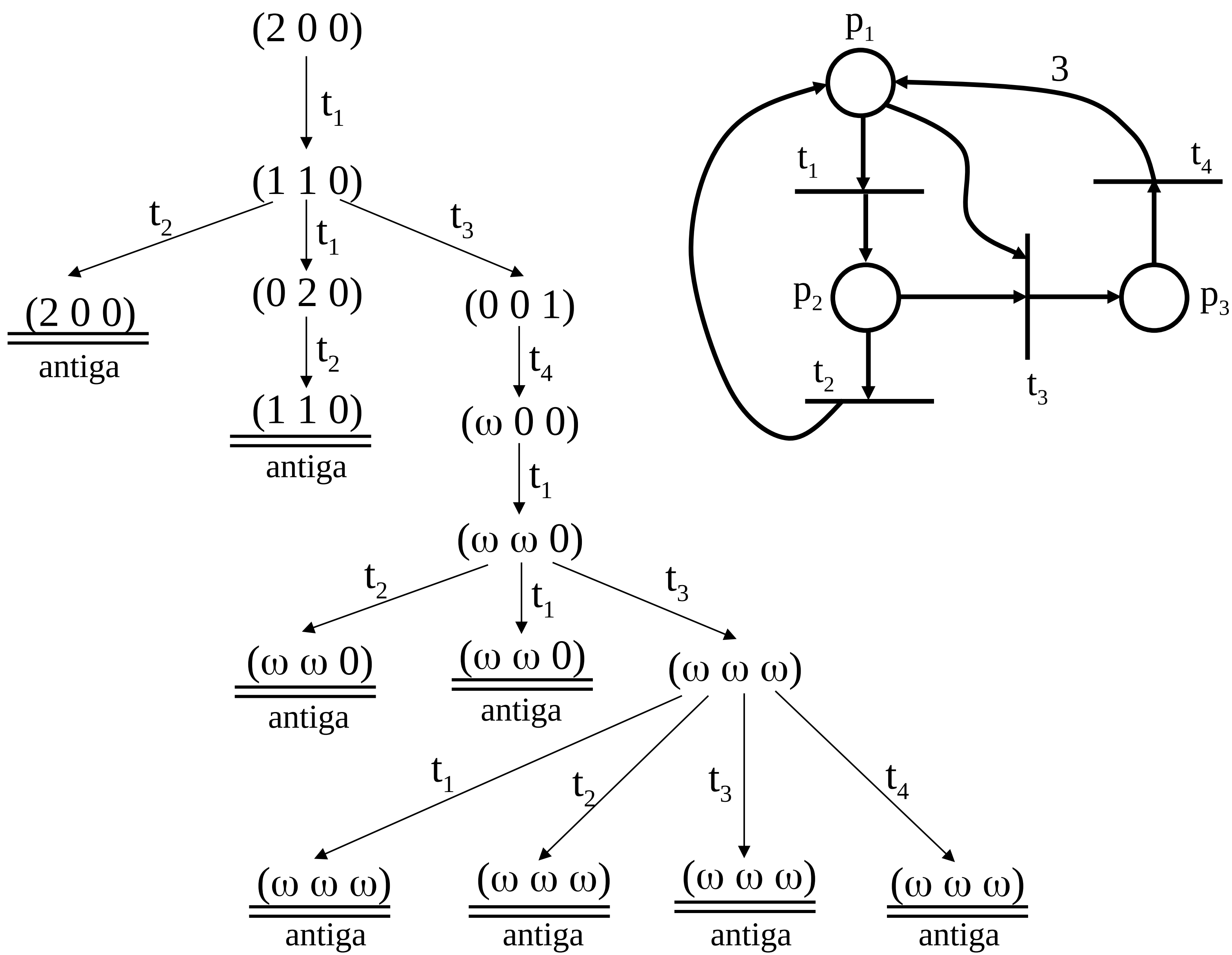


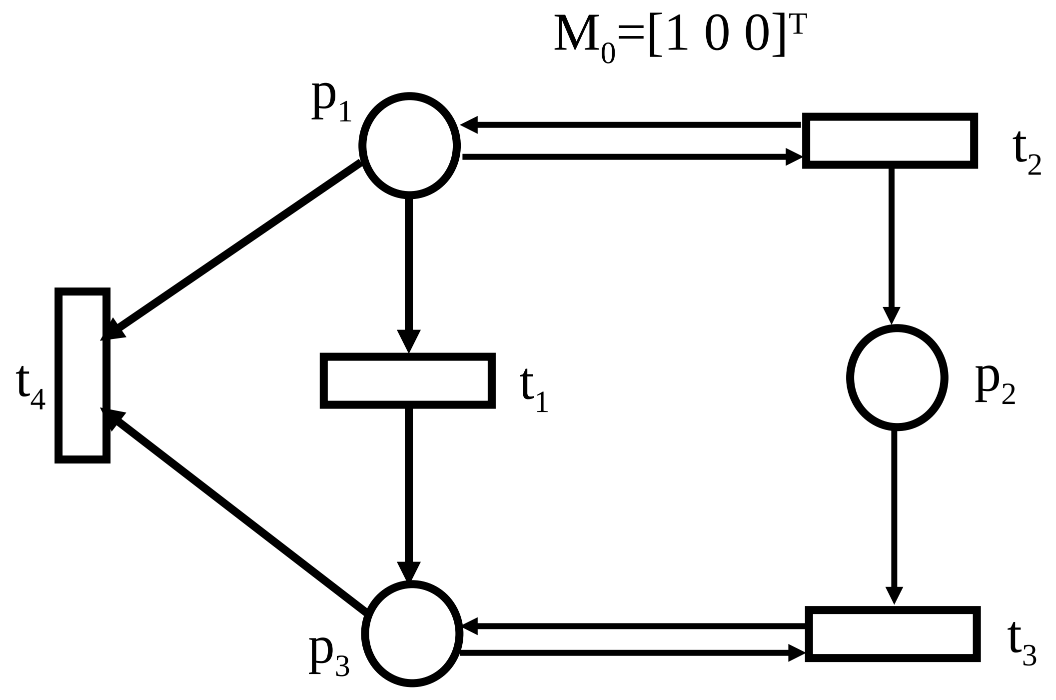
$M_0 = (1\ 0\ 0\ 1)$

$$
\begin{array}{c}
(1\ 0\ 0\ 1) \\
\downarrow t_1 \\
(0\ 1\ 0\ 1) \\
\downarrow t_2 \\
(1\ 0\ 1\ 0) \\
\downarrow t_1 \\
(0\ 1\ 1\ 0) \\
\downarrow t_3 \\
\underline{\underline{(0\ 1\ 0\ 1)}}
\end{array}
$$

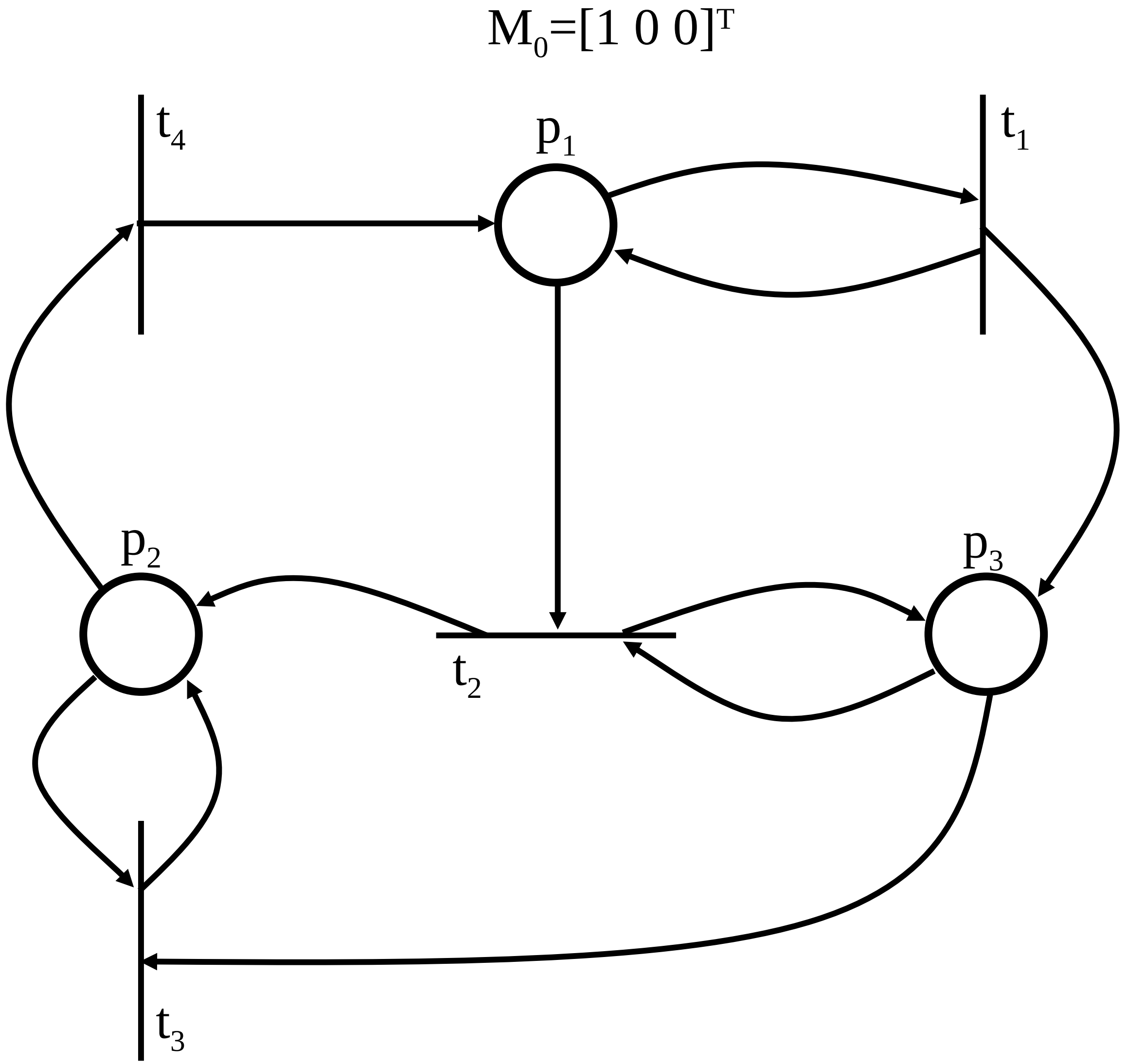


$M_0 = (2\ 0\ 0)$


(2 0 0)
t1
(1 1 0)
t2
t1
t3
(2 0 0)
antiga
(0 2 0)
t2
(1 1 0)
antiga
(0 0 1)
t4
(ω 0 0)
t1
(ω ω 0)
t2
t1
t3
(ω ω 0)
antiga
(ω ω 0)
antiga
(ω ω ω)
t1
t2
t3
t4
(ω ω ω)
antiga
(ω ω ω)
antiga
(ω ω ω)
antiga
(ω ω ω)
antiga
p1
3
t1
t4
p2
p3
t2
t3

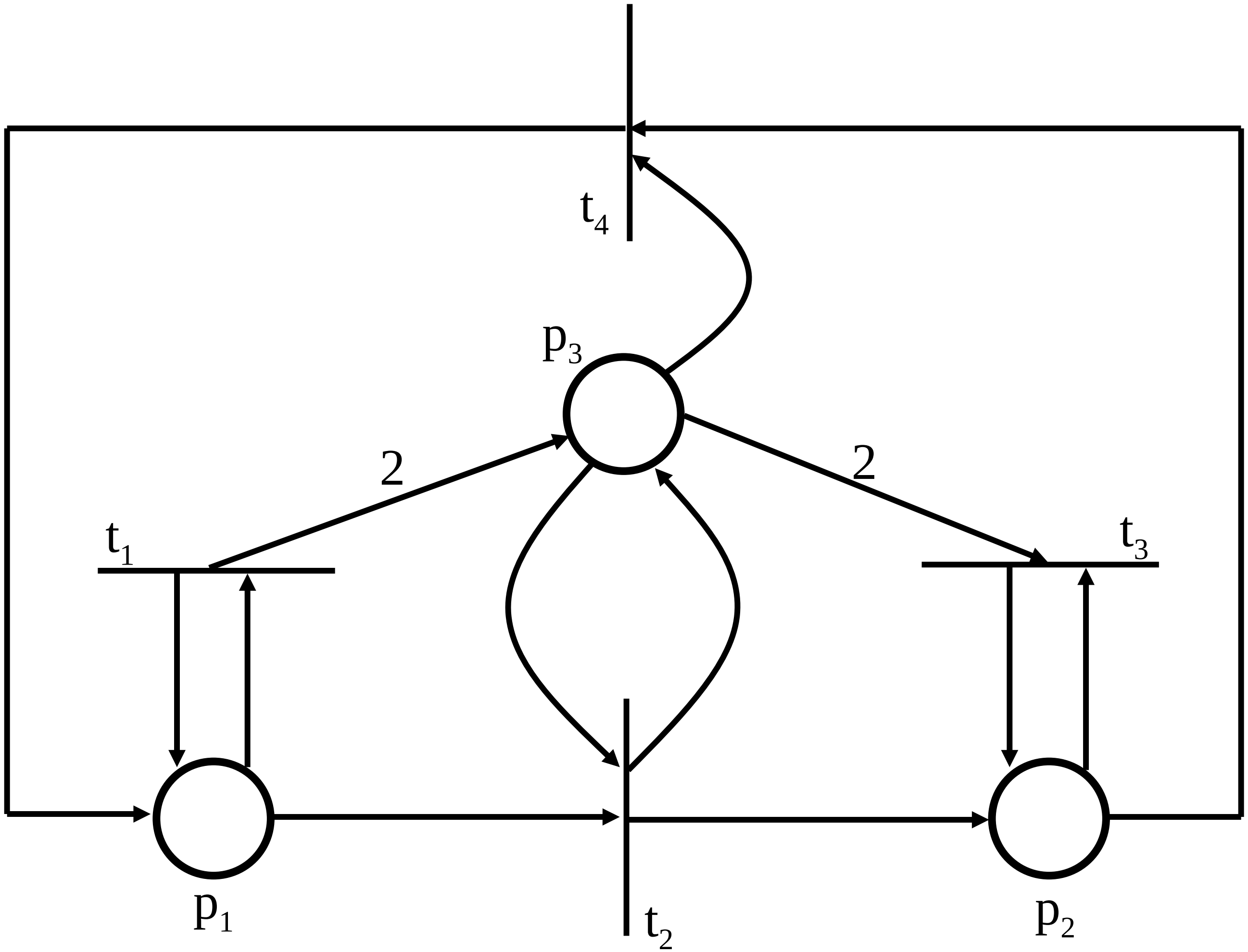


$M_0=[1\ 0\ 0]^T$
p_1
t_2
t_4
t_1
p_2
p_3
t_3



$M_0=[1\ 0\ 0]^T$
t_4
p_1
t_1
p_2
p_3
t_2
t_3

$M_0=[1\ 0\ 0]^T$



Algoritmo de construção da Árvore de cobertura

- Rotule M_0 de raiz e sinalize-a como nova;
- Enquanto existirem marcações novas, faça:
  - Escolha uma nova marcação M;
  - Se M for igual a outra marcação já encontrada, sinalize M como ***antiga*** e vá para outra marcação;
  - Se nenhuma transição estiver habilitada em M, sinalize-a como ***morta***;
  - Enquanto existirem transições habilitadas em M, para cada transição habilitada *t*, faça:
    - Obtenha **M’** que resulta do disparo de ***t*** em **M**;
    - Se no caminho da raiz até **M** existir **M’’** tal que **M’(p) > M’’(p)**, então substitua **M’(p)** por **ω** para cada **p** tal que **M’(p) > M’’(p)**;
  - Introduza **M’** como um nó, desenhe um arco com rótulo ***t*** de **M** para **M’** e rotule **M’** como novo.

Propriedades que podem ser estudadas

- Uma RP (N, M_0) é limitada se e somente se **ω** não aparece em nenhum nó da árvore;
- Uma RP (N, M_0) é segura se e somente se apenas 0's e 1's aparecem nos nós da árvore;
- Uma transição *t* é morta (L_0-viva) se a mesma não aparece como rótulo de nenhum arco da árvore;

Propriedades que podem ser estudadas

- Uma RP(N, M_0) é reversível se e somente se seu grafo de marcações acessíveis GA(N, M_0) for fortemente conexo:

$$\forall\ (M_i\ ,\ M_j) \in GA(N,\ M_0),\ \exists s \mid M_i\ (s > M_j\ .$$

Propriedades que podem ser estudadas

- Se ω aparece em algum nó da árvore então a RP é não limitada;
- Devido a ω, não é possível estudar vivacidade, reversibilidade e alcançabilidade;
- Para uma RP limitada, a árvore de cobertura denomina-se de árvore de alcançabilidade.

Técnicas de redução ou decomposição

- O método por enumeração de marcações pode ser extremamente pesado de implementar quando o número de marcações alcançáveis torna-se muito grande, devido à explosão combinatória.

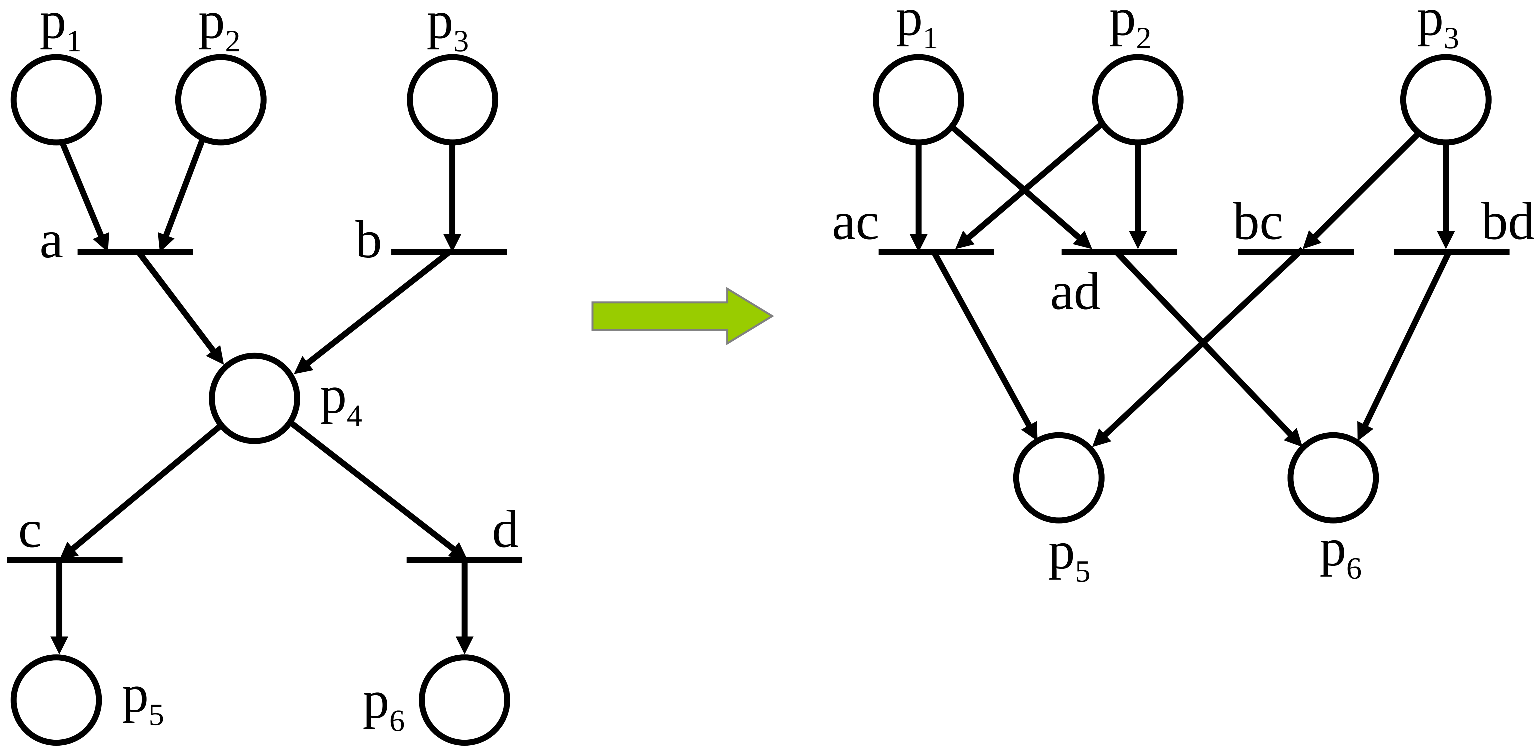
Técnicas de redução ou decomposição

- Uma solução consiste em aplicar regras de redução de modo que a RP original e a reduzida sejam equivalentes em relação às suas propriedades.

Técnicas de redução ou decomposição

- Lugar substituível – é um lugar que serve unicamente de etapa intermediária entre duas transições;
- A simplificação consiste em fazer a fusão das transições de entrada e saída do lugar a ser substituido.

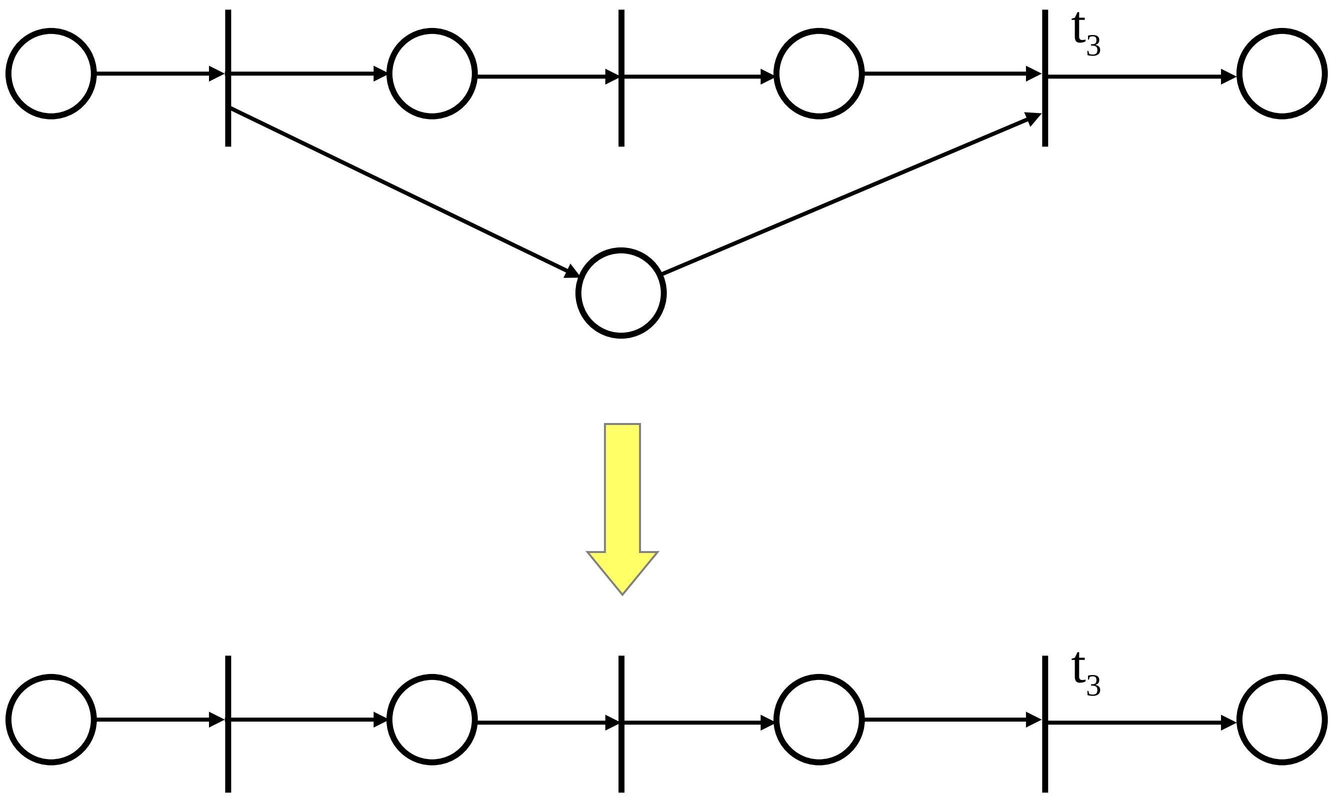
Técnicas de redução ou decomposição



Técnicas de redução ou decomposição

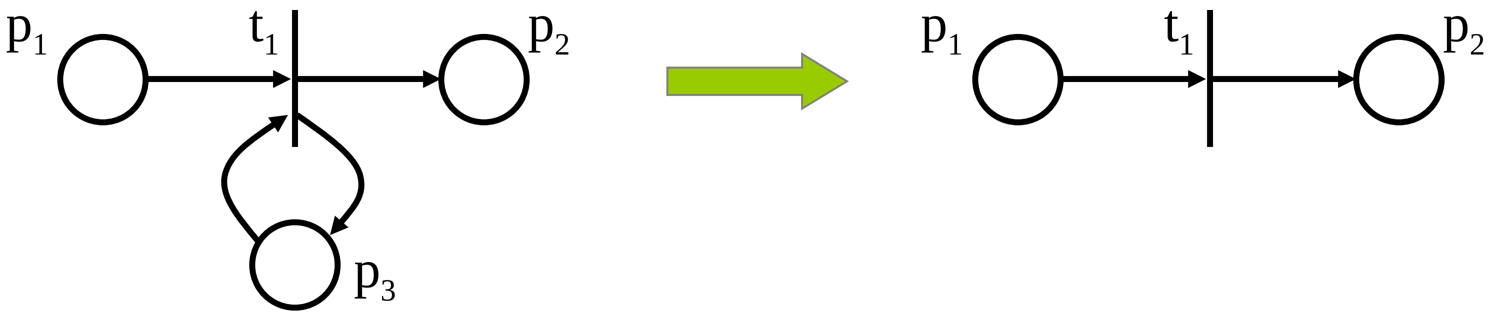
- Lugar implícito – é um lugar redundante do ponto de vista do disparo de sua transição de saída. Tal lugar não introduz nenhuma condição suplementar de disparo.

Técnicas de redução ou decomposição



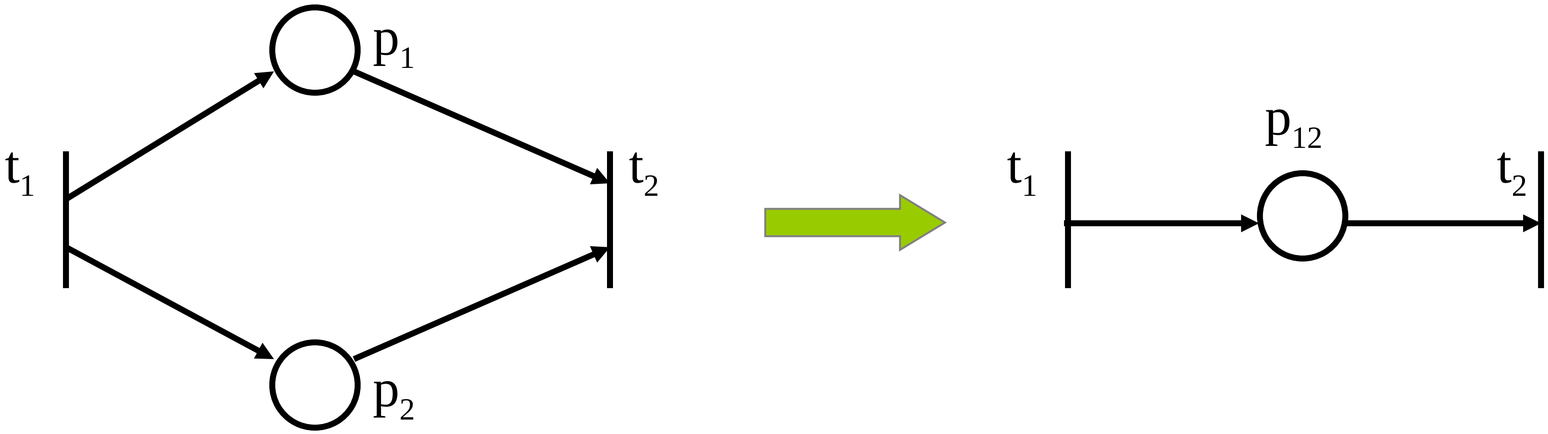
Técnicas de redução ou decomposição

- Lugar implícito degenerado– é um lugar cuja marcação não varia.



Técnicas de redução ou decomposição

- Lugares idênticos – dois lugares p_1 e p_2 são idênticos se possuem as mesmas transições de entrada e saída, com os mesmos pesos nos arcos.

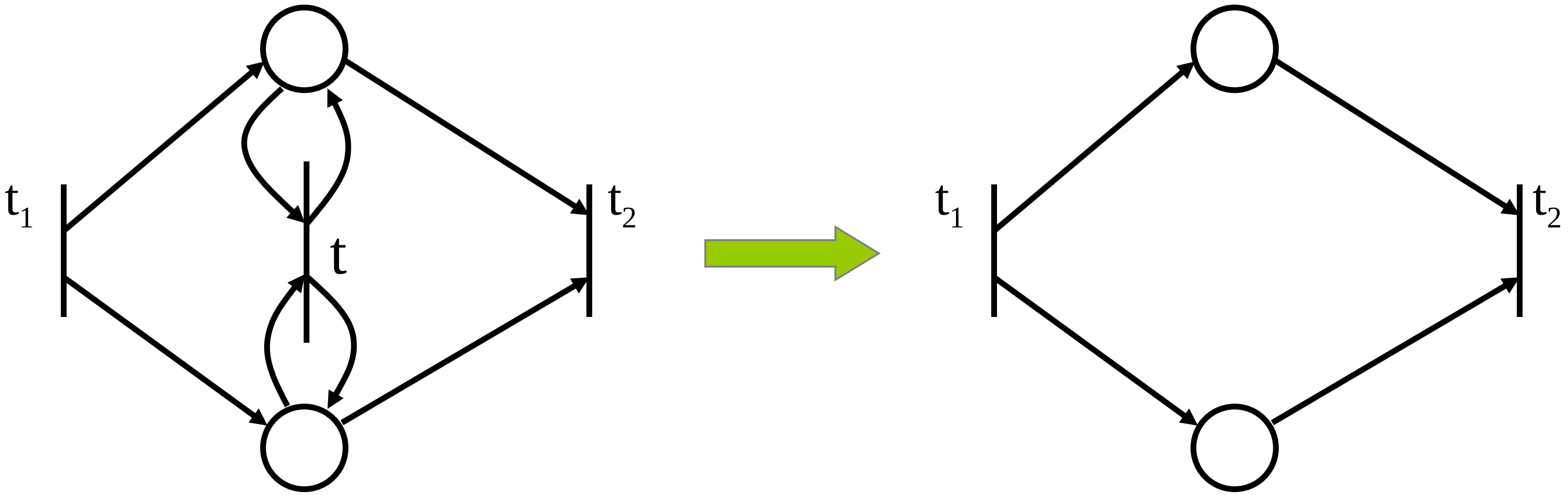


Técnicas de redução ou decomposição

- Transição neutra ou identidade – é uma transição que, se retirada, não modifica o comportamento da RP e seu disparo não modifica a marcação da RP;
- Uma transição t é neutra se e somente se:

$$Pré(. , t) = Post(. , t)$$

Técnicas de redução ou decomposição



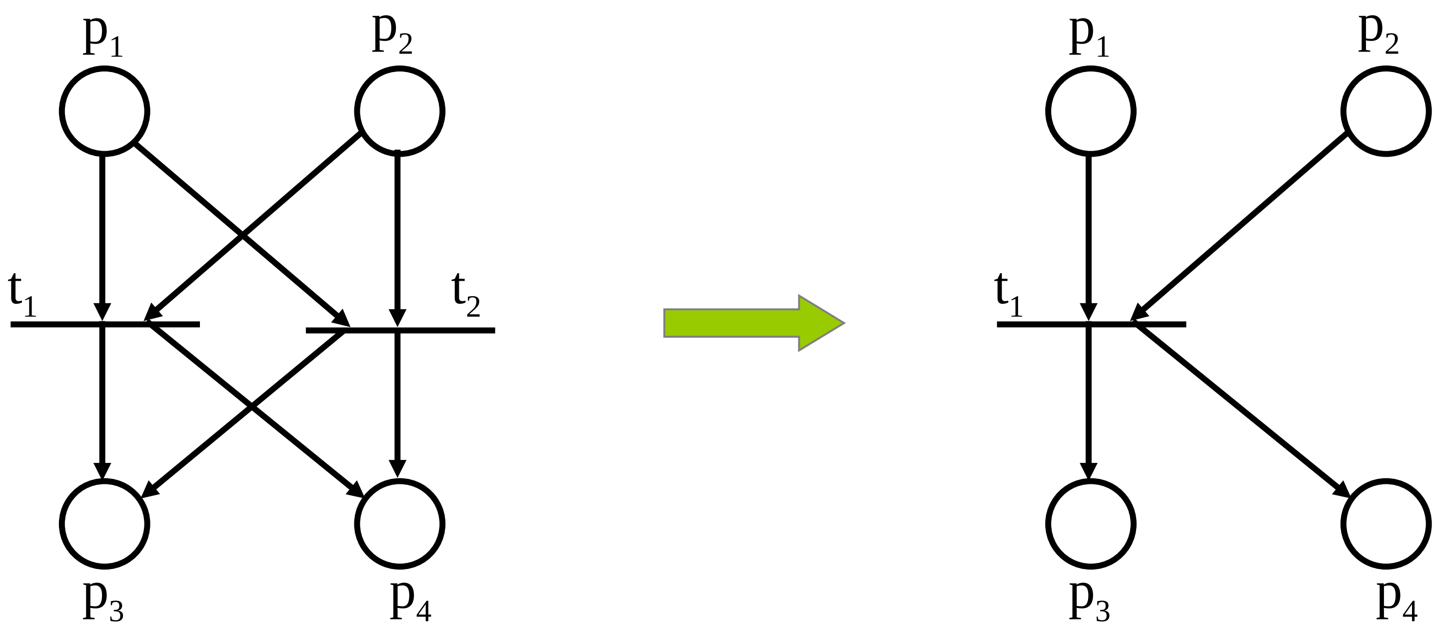
Técnicas de redução ou decomposição

- Transições idênticas – duas transições t_1 e t_2 são idênticas se e somente se:

$$\text{Pré}(. , t_1) = \text{Pré}(. , t_2)$$

$$\text{Post}(. , t_1) = \text{Post}(. , t_2)$$

Técnicas de redução ou decomposição



Bibliographie

- F. Bause, P. S. Kritzinger, ‘Stochastic Petri Nets – An Introduction to the Theory’, Vieweg, Alemanha, 2002;
- B. Caillaud, P. Darondeau, L. Lavagno, X. Xie, ‘Syntesis and Control of Discrete Event Systems’, Kluwer Academic Publishers, 2002;
- C. G. Cassandras, S. Lafortune, ‘Introduction to Discrete Event Systems’, Kluwer Academic Publishers, 1999;

Bibliographie

- J. O. Moody, P. J. Antsaklis, ‘Supervisory Control of Discrete Event Systems Using Petri Nets’, Kluwer Academic Publishers, 1998
- J. Cardoso, R. Valette, ‘Redes de Petri’, Editora da UFSC, 1997;
- J.-M. Proth, X. Xie, ‘Les Réseaux de Petri pour la Conception de la Gestion des Systèmes de Prodution’, Masson, Paris, 1994;

Bibliographie

- R. David, H. Alla, ‘Du Grafcet aux Réseaux de Petri’, Hermés, Paris, 1992;
- G. W. Brams, ‘Réseaux de Petri: Théorie et Pratique – tome 1’, Masson, Paris, 1983.
- J. L. Peterson, ‘Petri Net Theory and the Modeling of Systems’, Prentice-Hall, N.J., 1981;
- J. Figueredo, A. Perkusich, J. Damásio, ‘Notas de Aulas’, Departamentos de engenharia Elétrica e Computação – Universidade Federal de Campina Grande, PB.