# Redes de Petri Sincronizadas

Prof. Jonatha Rodrigues da Costa &
Prof. Giovanni Cordeiro Barroso
Universidade Federal do Ceará
Departamento de Física

# Redes de Petri autônomas

- Descrevem de forma qualitativa um sistema modelado;
- Uma transição pode disparar quando habilitada;
- Os instantes de disparo de uma transição não são conhecidos ou indicados;

# Redes de Petri Não-Autônomas

- Descrevem o funcionamento de um sistema em que sua evolução é condicionada pelos eventos externos ou pelo tempo;
- Podem ser:
  - *Sincronizadas* – dependentes de eventos externos;
  - *Temporizadas* – dependentes do tempo.

# Redes de Petri Sincronizadas (RPS)

- Introduzidas por M. Moalla, J. Pulou e J. Sifakis;
- Descrevem o que se passa e quando se passa;
- Permitem modelar sistemas em que os disparos das transições são sincronizados com os eventos do sistema modelado;

# Redes de Petri Sincronizadas

- A cada transição é associado um evento;
- O disparo de uma transição se efetuará:
  - se a transição está habilitada e;
  - quando o evento associado à transição ocorre.

# Redes de Petri Sincronizadas

- Os eventos externos correspondem a uma variação de estado do sistema modelado;
- Uma mudança de marcação na RPS será denominado de evento interno.

# Redes de Petri Sincronizadas

- Uma RPS é uma tripla:

  <RP, E, Sinc>

em que:

- RP é uma rede de Petri;
- E é um conjunto de eventos externos;
- Sinc é uma aplicação do conjunto de transições T da RP em $E \cup \{e\}$.

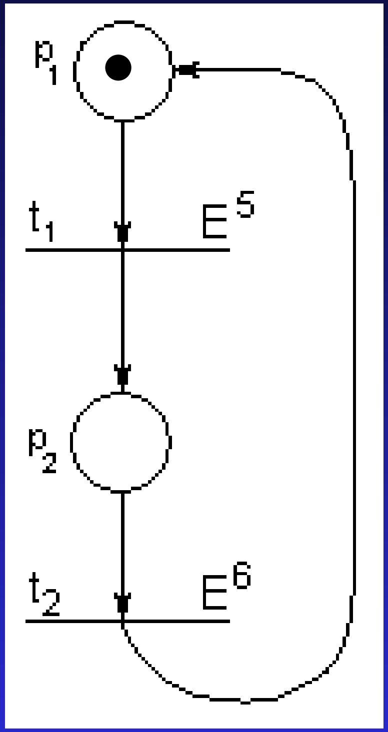
Em que « e » é o elemento neutro do monoide « $E^*$ »

# Redes de Petri Sincronizadas

Por definição:

- $E = \{E^1, E^2, \ldots\}$ é um conjunto de eventos externos;
- A notação $E^i$ corresponde ao nome do evento externo;
- A notação $E_j$ corresponde ao evento associado à transição $t_j$.

# Redes de Petri Sincronizadas




$P = \{p_1, p_2\};$

$T = \{t_1, t_2\};$

$M_0 = (1\ \ 0);$

$E = \{E^5, E^6\};$

$t_1 \rightarrow E^5$ e $t_2 \rightarrow E^6$.

# Redes de Petri Sincronizadas

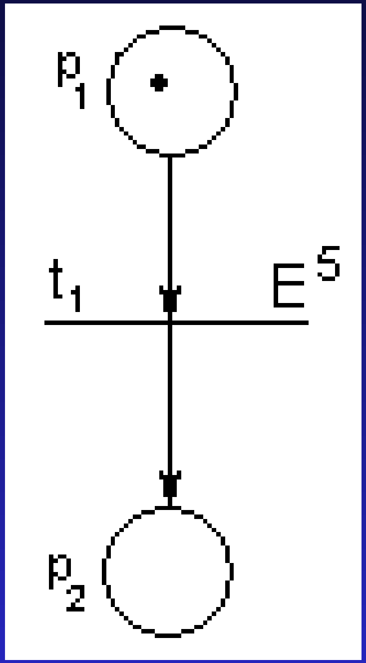
Hipótese:

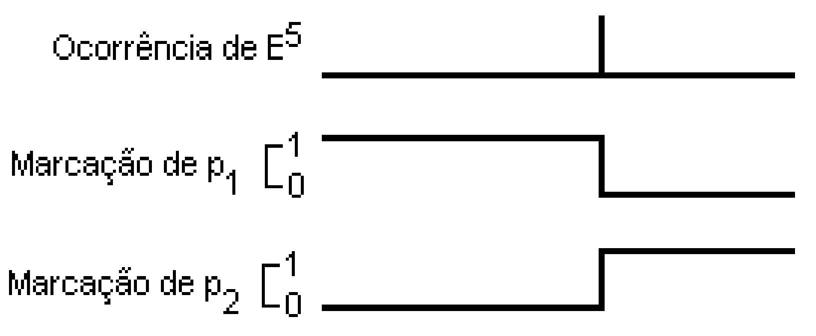
- Dois eventos externos não podem ocorrer simultaneamente.

# Redes de Petri Sincronizadas

Diz-se que uma transição $t_j$ é receptiva ao evento $E^i$, quando a mesma está habilitada e é associada ao referido evento

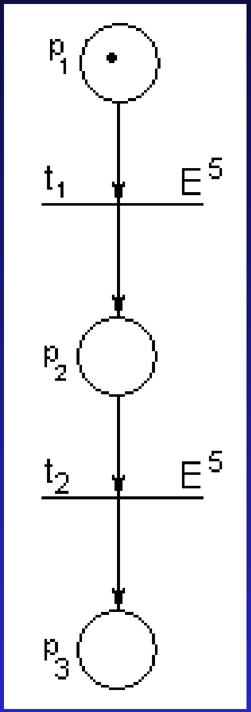
# Redes de Petri Sincronizadas
# Exemplos

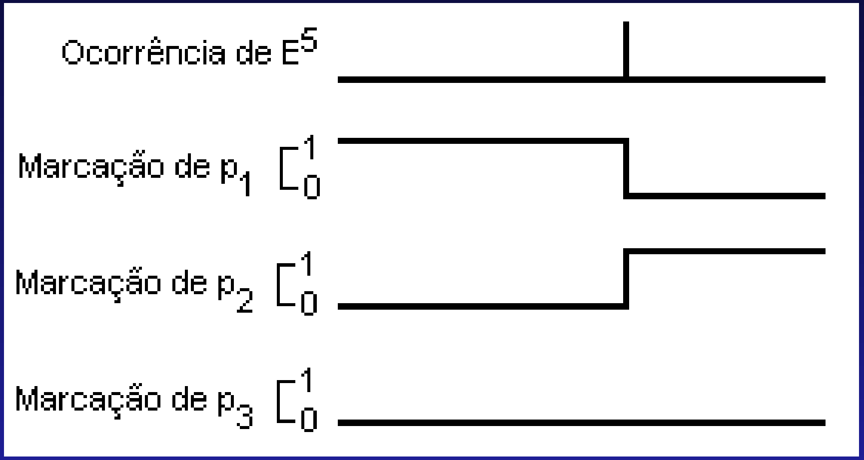



$t_1$ é receptiva ao evento $E^5$ na marcação M = (1 0).

# Redes de Petri Sincronizadas
# Exemplos

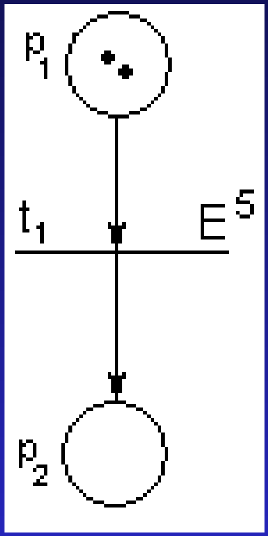


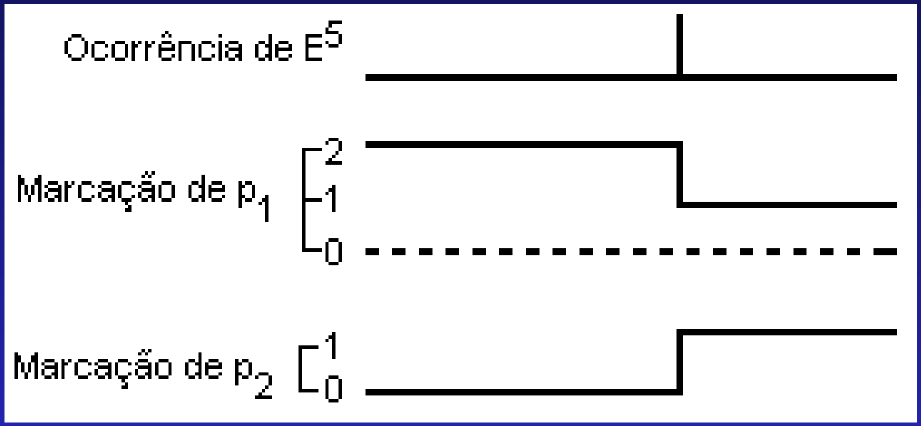




- Um mesmo evento pode ser associado a várias transições: $(t_1, t_2) \rightarrow E^5$;

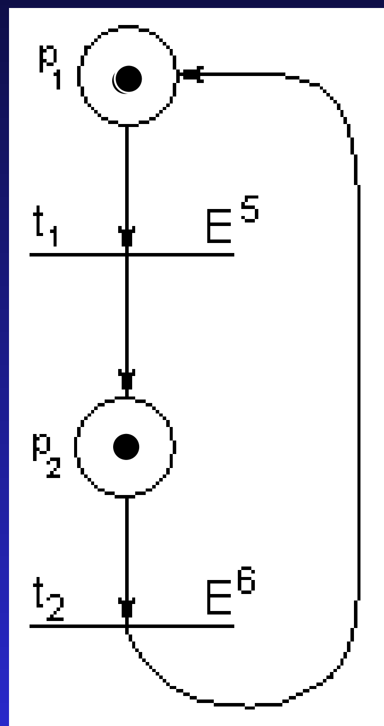
- Na marcação (1 0 0), $t_1$ é receptiva ao evento $E^5$, enquanto $t_2$ não o é.

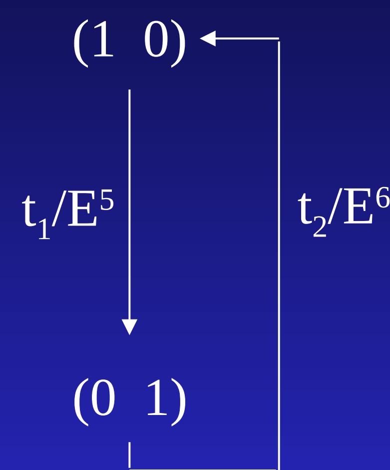
# Redes de Petri Sincronizadas
# Exemplos



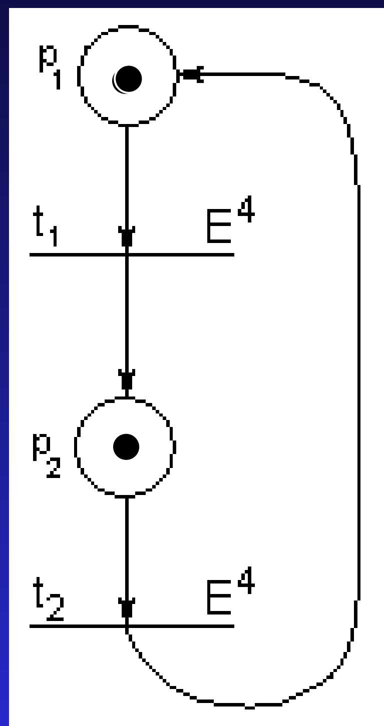



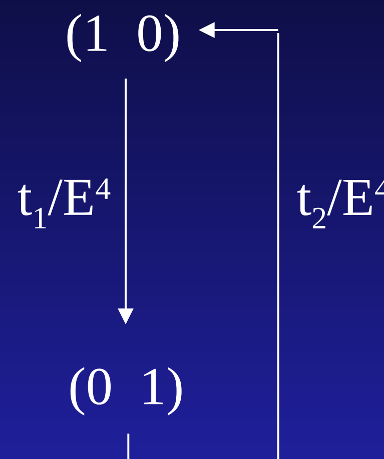
# RPS - *Grafo de Marcações*



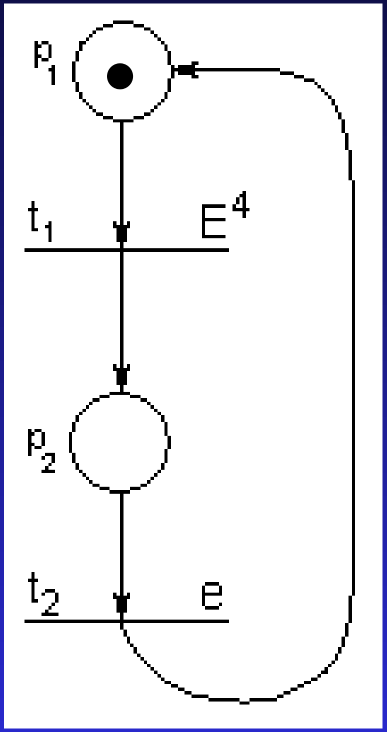
# RPS - *Grafo de Marcações*




Um mesmo evento associado a mais de uma transição.

# RPS - *Grafo de Marcações*

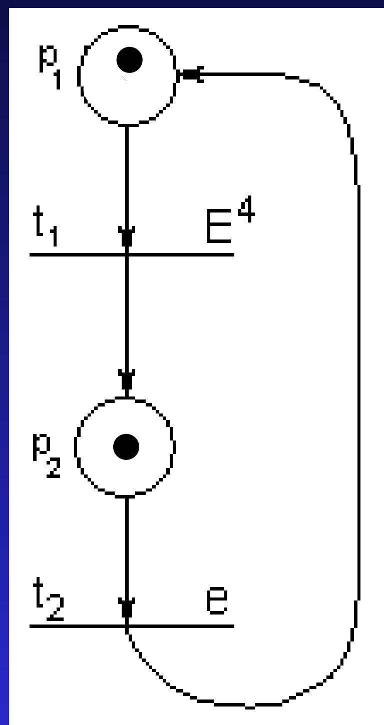


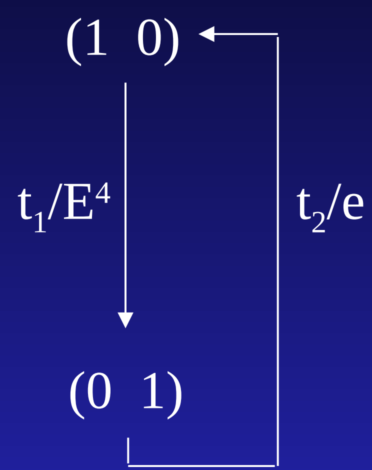

- Considere um novo evento que não seja um evento externo;
- Esse evento é denominado de *evento sempre ocorrente* – e;

$t_2 \rightarrow e$

- Isso significa que, tão logo $t_2$ esteja habilitada, ela é receptiva ao evento e que ocorre sempre e assim, pode disparar.

# RPS - *Grafo de Marcações*



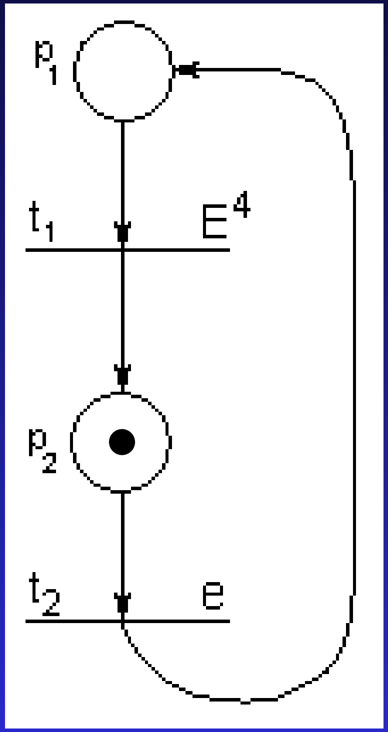




- $t_1$ receptiva a $E^4$;

- Quando $E^4$ ocorre, $t_1$ dispara.

Como e ocorre sempre, $t_2$ é disparada imediatamente na marcação (0 1)

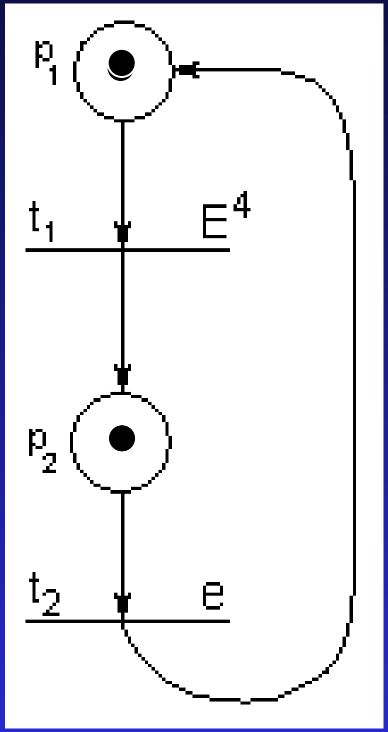
# RPS - *Grafo de Marcações*




Diz-se que a marcação (1 0) é estável pois ela só muda quando da ocorrência de $E^4$.

Diz-se que a marcação (0 1) é instável pois ela é receptiva ao evento e.

# RPS - *Grafo de Marcações*



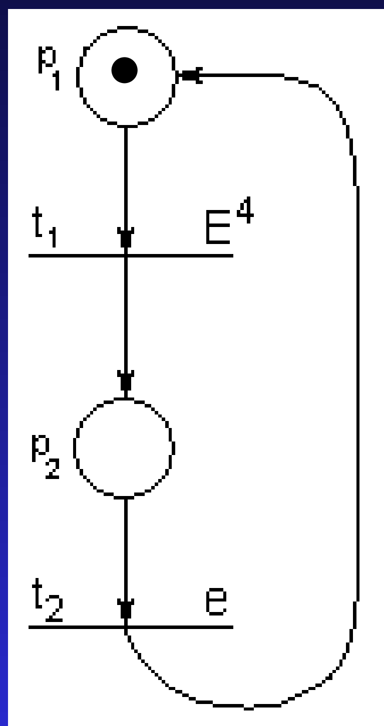

Assim, quando a marcação for

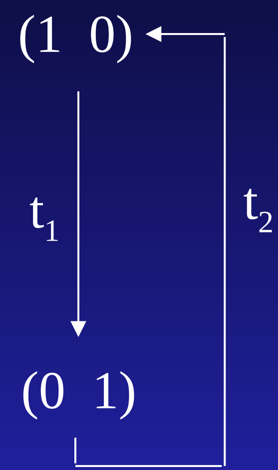
$$M_0 = (1\ 0)$$

e o evento $E^4$ ocorrer, ocorrerá o disparo não só de $t_1$, mas sim da seqüência de transições

$$t_1 t_2.$$

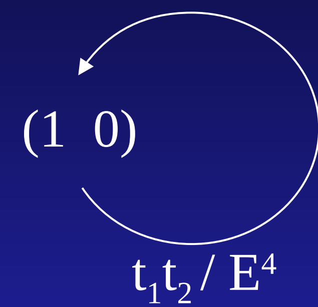
# RPS - *Grafo de Marcações Estáveis*




Grafo de Marcações

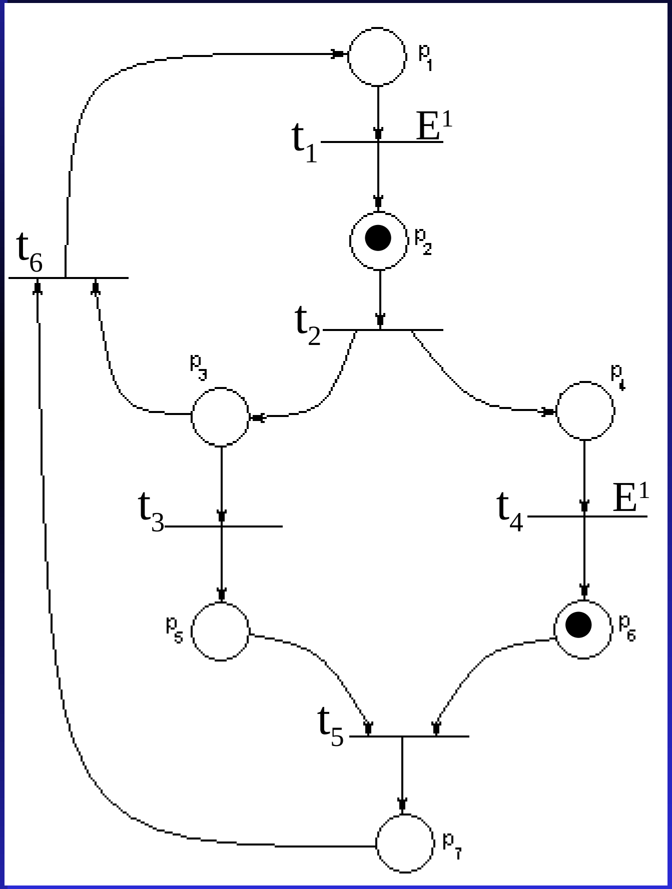
RP autônoma




Grafo de Marcações Estáveis

RP sincronizada

# RPS – Estudo de Casos



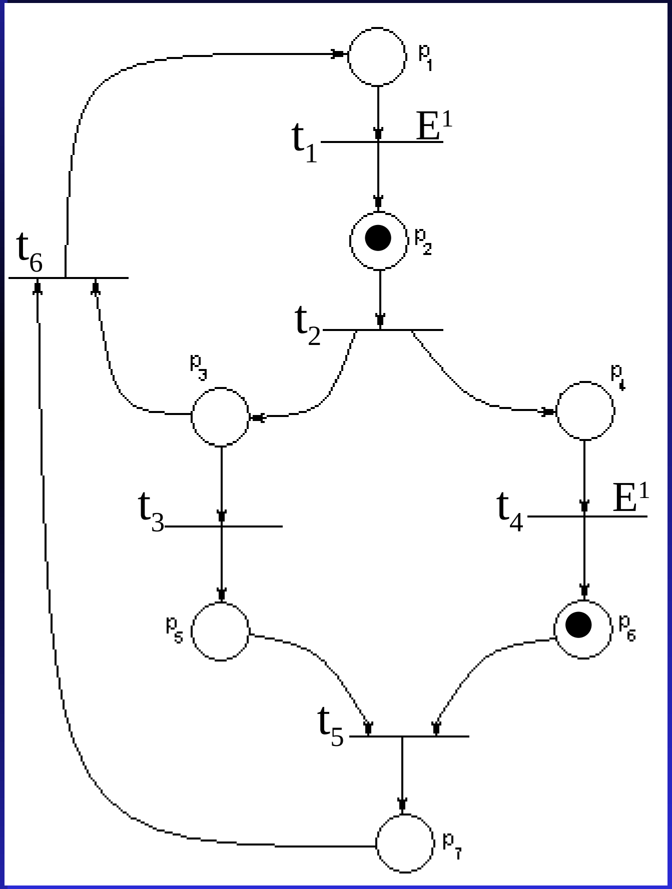

Transições $t_1$ e $t_4$ estão habilitadas e receptivas ao mesmo evento $E^1$

$$M_0 = (1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0)$$

Disparando a seqüência $t_1t_4$ ou $t_4t_1$ a partir de $M_0$, chega-se à marcação

$$M_2 = (0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0)$$

# RPS – Estudo de Casos



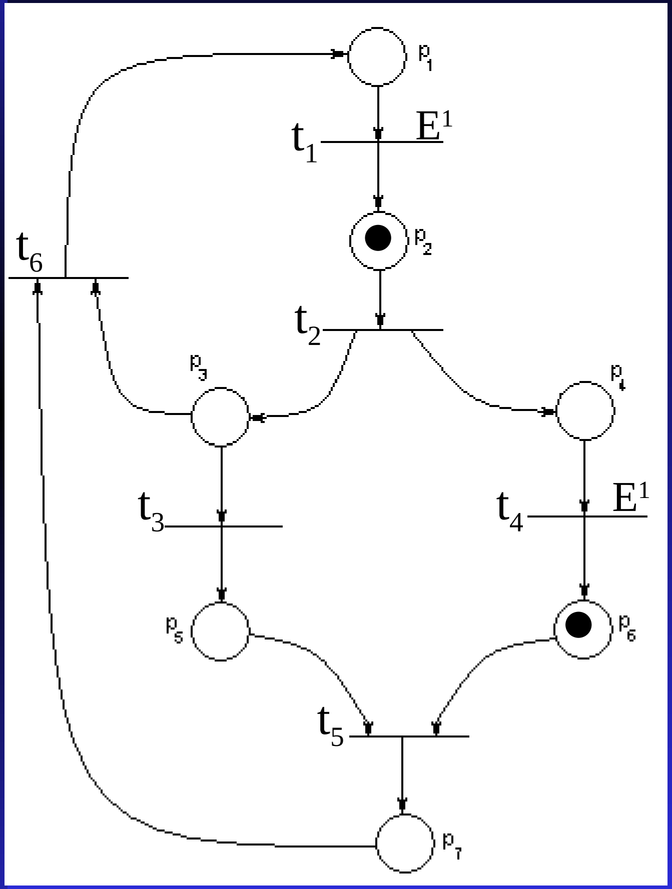

Transições $t_1$ e $t_4$ estão habilitadas e receptivas ao mesmo evento $E^1$

$$M_0 = (1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0)$$

Disparando a seqüência $t_1t_4$ ou $t_4t_1$ a partir de $M_0$, chega-se à marcação

$$M_2 = (0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0)$$

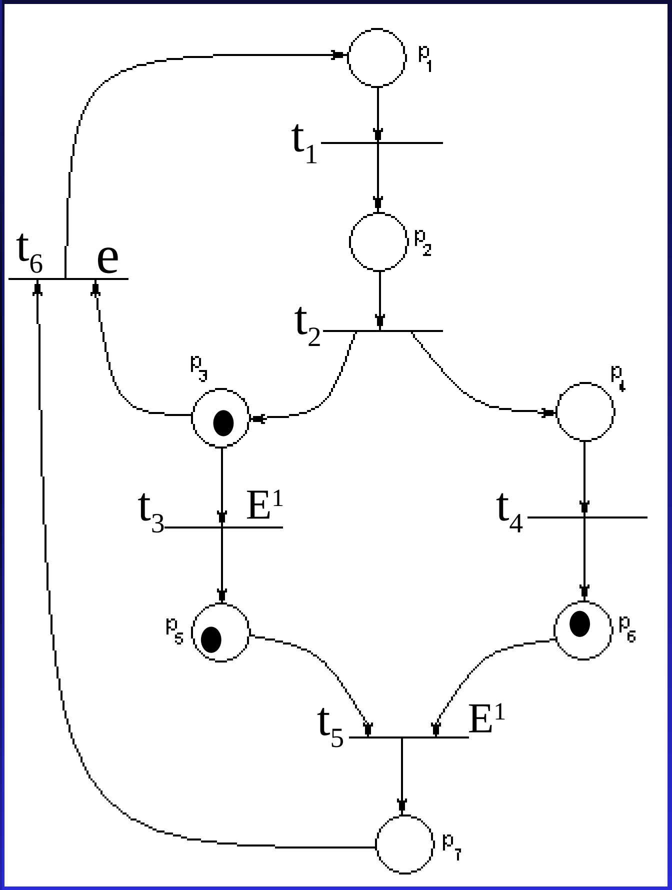
# RPS – Estudo de Casos




A ordem de disparo de $t_1$ e $t_4$ é indiferente visto que a RPS é per sistente para $M_0$, ou seja;

$$M_0\,[t_1t_4\rangle M_2 \quad \text{ou} \quad M_0\,[t_4t_1\rangle M_2$$

# RPS – Estudo de Casos



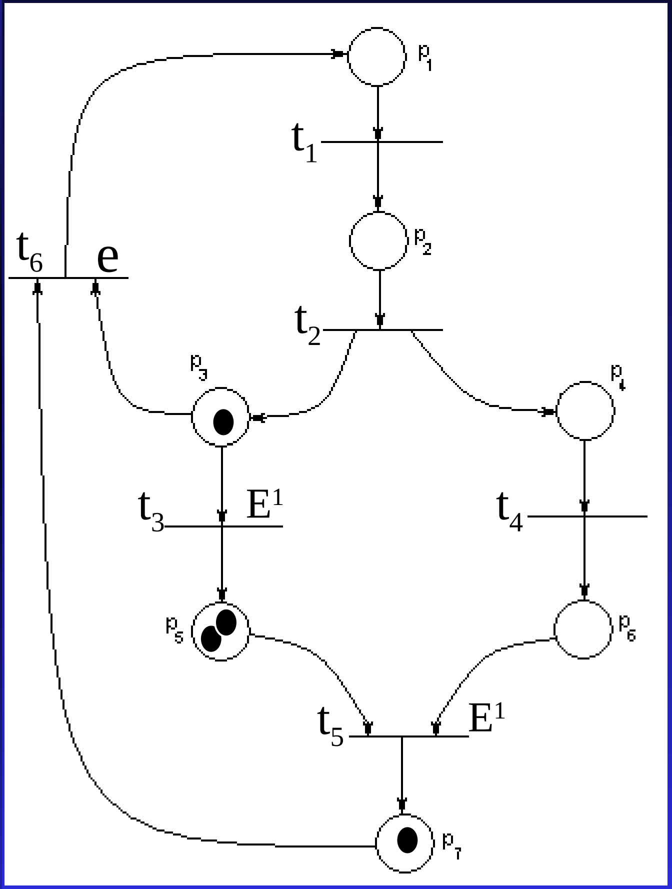

$$M_0 = (0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0)$$

Neste caso, $t_3$ e $t_5$ estão habilitadas e são receptivas ao evento $E^1$.

$$M_0\ [t_3 t_5\rangle M_2 \quad \text{ou} \quad M_0\ [t_5 t_3\rangle M_2$$

$$M_2 = (0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1)$$

# RPS – Estudo de Casos




Disparando $t_3$, chega-se à marcação

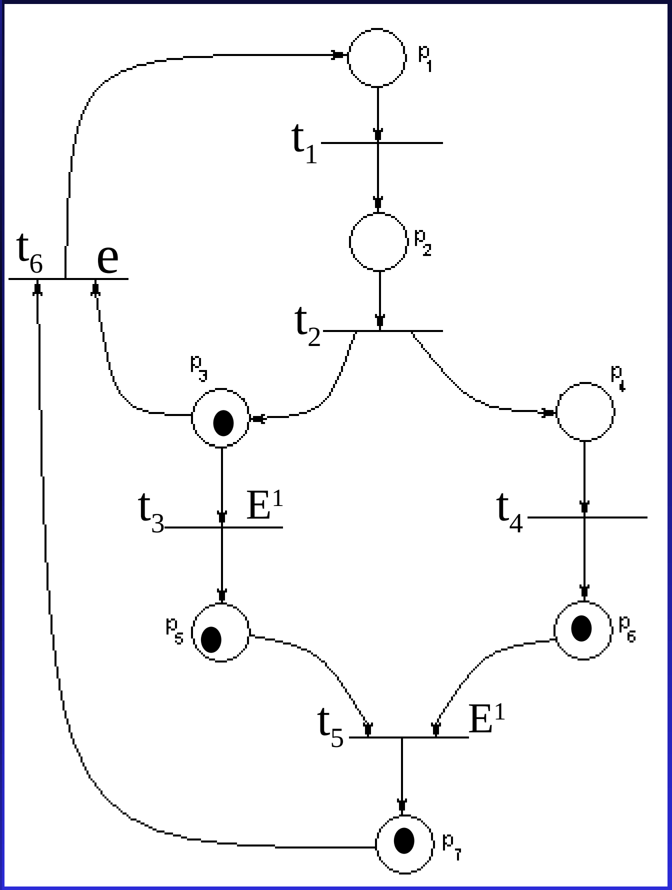
$$M_1 = (0\ 0\ 0\ 0\ 2\ 1\ 0)$$

em que somente $t_5$ está habilitada.

Disparando $t_5$, chega-se à marcação

$$M_2 = (0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1)$$

# RPS – Estudo de Casos




- Disparando $t_5$, chega-se à marcação

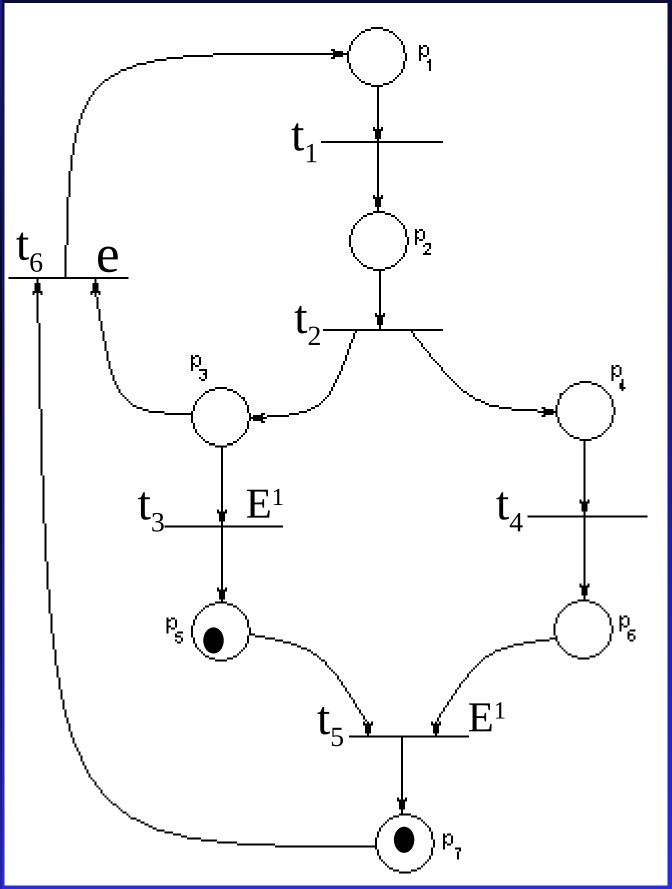
$$M_1 = (0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1)$$

em que $t_3$ e $t_6$ estão habilitadas.

- $t_3$ era e continua sendo receptiva a $E^1$, mas $t_6$ é receptiva ao evento **e**.

Qual a solução?

# RPS – Estudo de Casos




- No momento da ocorrência do evento $E^1$, haviam duas e somente duas transições habilitadas, que são $t_3$ e $t_5$.

« Elas serão então disparadas não importa em que ordem ».

- Disparando então $t_3$, chega-se à marcação

$$M_2 = (0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1)$$

# RPS – Estudo de Casos

- Nos exemplos anteriores existem duas transições receptivas ao mesmo evento, mas elas não estão em conflito;
- Se duas transições estão em conflito e elas estão habilitadas, diz-se que as mesmas estão em conflit o efetivo;
- Lembre que duas transições em conflito associadas a eventos externos distintos não estão em conflito efetivo, pois esses eventos não podem ocorrer simultaneamente.

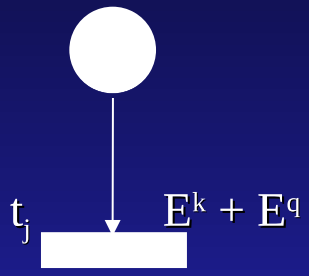
# RPS – Estudo de Casos

- Em uma RPS, cada transição é associada seja a um evento externo $E^i$, seja a um evento sempre ocorrente $e$, ou seja, a um elemento de $E \cup \{e\}$;

- Diz-se que uma RPS é *completamente sincronizada* se nenhuma de suas transições é associada ao evento sempre ocorrente $e$;

# RPS – Estudo de Casos

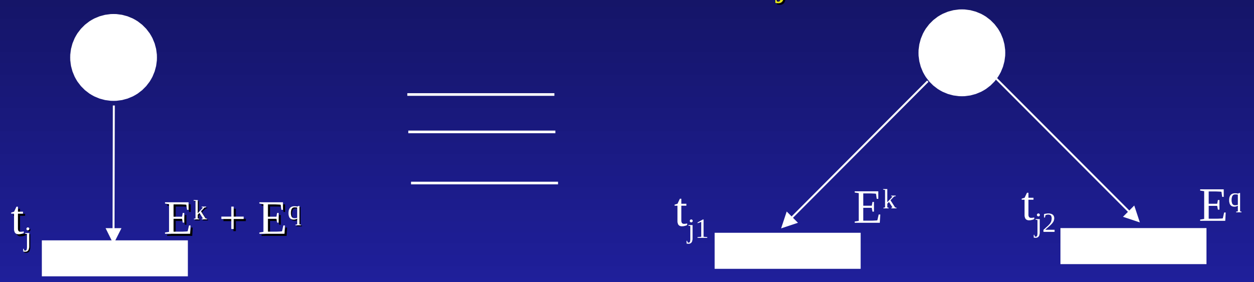
- Uma transição $t_j$ pode ser associada ao evento $(E^k + E^q)$




significando que se $t_j$ é habilitada, ela é receptiva aos eventos $E^k$ e $E^q$ e pode disparar se um deles ocorrer.

# RPS – Estudo de Casos

- Obtém-se uma RPS equivalente se $t_j$ é substituída por duas transições $t_{j1}$ e $t_{j2}$ em paralelo (com os mesmos lugares de entrada e de saída de $t_j$);




- $t_{j1}$ é associada a $E^k$ e $t_{j2}$ é associada a $E^q$;
- Associar um só evento a uma transição não é uma restrição e sim uma forma mais simples de apresentação.

# Redes de Petri Sincronizadas

## Seqüência de Simulação Completa (SSC):

- Quando várias transições podem ser disparadas simultaneamente (na realidade, uma seqüência de disparo) pela ocorrência de um evento $X \in E \cup \{e\}$;

# RPS - Seqüência de Simulação Completa

Seja T(X, M) o conjunto das transições receptivas ao evento X na marcação M

Definição:

$S_k$ é uma Seqüência de Simulação Completa (SSC) em relação a um evento X, em uma dada marcação M se ela preenche as quatro condições seguintes:

# RPS - Seqüência de Simulação Completa

Condição 1)

$S_k$ é uma seqüência de disparo a partir da marcação M, composta exclusivamente de transições que pertencem a $T(X, M)$;

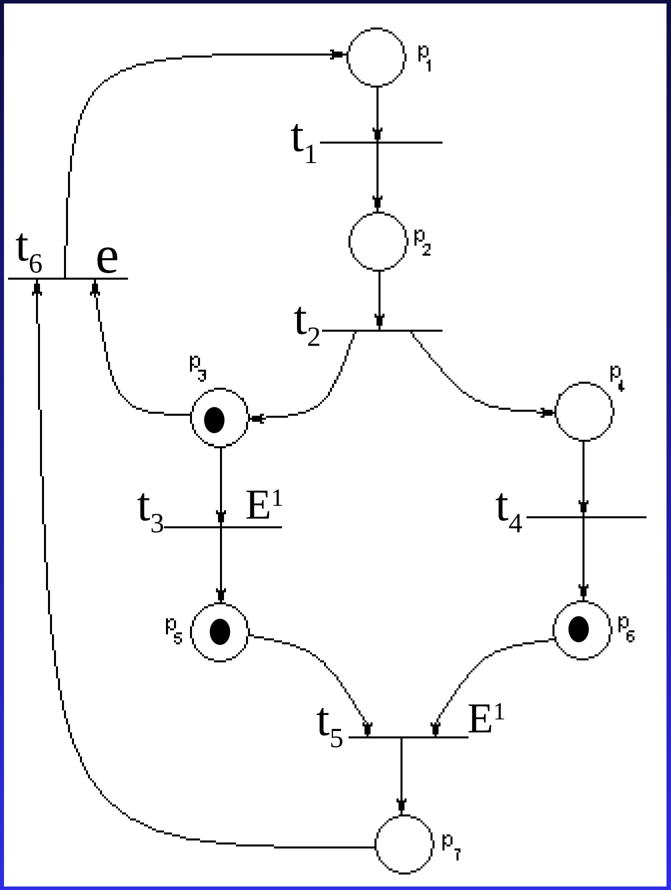
# RPS - Seqüência de Simulação Completa

## Condição 1)

$S_k = \{t_3\ t_5\}$, ou seja:

$\{t_3\ t_5\} = t_3\ t_5 + t_5\ t_3 + [t_3\ t_5]$, em que $[t_3\ t_5]$ significa o disparo simultâneo de $t_3\ t_5$.

$[t_3\ t_5]$ nem sempre é possível.



# RPS - Seqüência de Simulação Completa

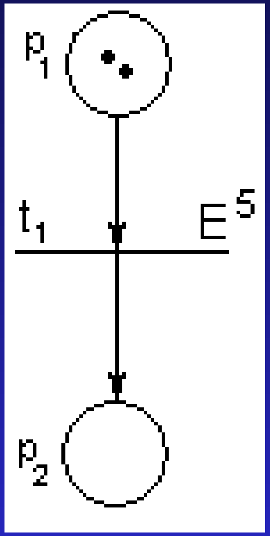
Condição 2)

Toda transição de $T(X, M)$ aparece no máximo uma vez na seqüência $S_k$;

# RPS - Seqüência de Simulação Completa

Condição 2)

Por princípio, uma transição habilitada $t_j$ só vai disparar quando da ocorrência de um evento $E_j$, assim, uma transição que possa ser disparada várias vezes a partir de uma dada marcação, irá disparar uma única vez a cada ocorrência do evento associado.



# RPS - Seqüência de Simulação Completa

Condição 3)

Toda seqüência $S_h$ obtida permutando-se as transições de $S_k$ é também uma seqüência de disparo a partir da marcação $M$;

# RPS - Seqüência de Simulação Completa

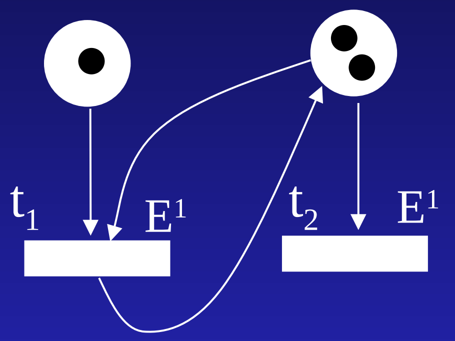
## Condição 3)

$T(E^1, M_0) = \{t_1, t_2\}$;

$S_1 = t_1t_2$, $S_2 = t_2t_1$ e $S_3 = [t_1t_2]$ são as seqüências de disparo a partir de $M_0$.

As seqüências $S_1$, $S_2$ e $S_3$ são as SSC, assim:

$$S_1 = \{t_1t_2\}.$$



# RPS - Seqüência de Simulação Completa

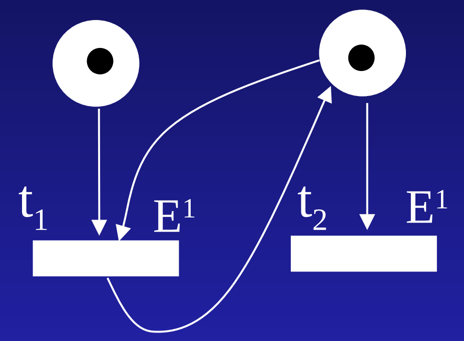
Condição 4)

Não existe uma outra seqüência de disparo mais longa contendo todas as transições de $S_k$ e que preencha as condições 1, 2 e 3.

# RPS - Seqüência de Simulação Completa

## Condição 4)

$t_1t_2$ é uma seqüência de disparo, mas $t_2t_1$ não é uma seqüência válida, assim, $t_1t_2$ não é uma SSC.




$S_1 = \lambda$; $S_2 = t_1$ e $S_3 = t_2$ são diferentes SSCs.

# RPS - Seqüência de Simulação Completa

## Propriedade 1:

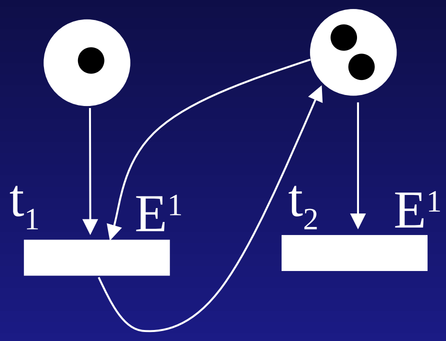
a) Se $S_k$ é uma SSC, então, toda seqüência $S_h$ obtida ao se permutar as transições de $S_k$ é também uma SSC ($S_k$ e $S_h$ são equivalentes);

b) Se $S_k$ é uma SSC contendo todas as transições de T(X, M), então, essa SSC é única (a ordem de disparo das transições é sem importância). Diz-se que $S_k$ é uma SSC máxima.

# RPS - Seqüência de Simulação Completa

Propriedade 1:

A seqüência $t_1t_2$ é uma SSC. As propriedades 1.a e 1.b decorrem da definição de SSC.



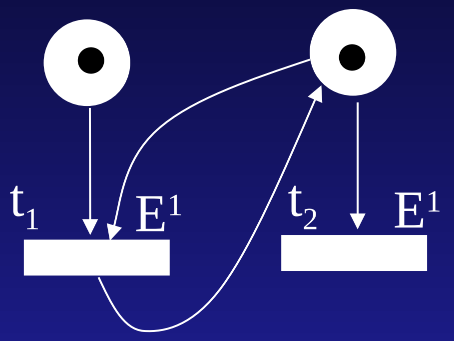

$T(E^1, M) = \{t_1, t_2\}$;

$\{t_1t_2\}$ é uma SSC máxima.

# RPS - Seqüência de Simulação Completa

Propriedade 1:

$T(E^1, M) = \{t_1, t_2\}$;

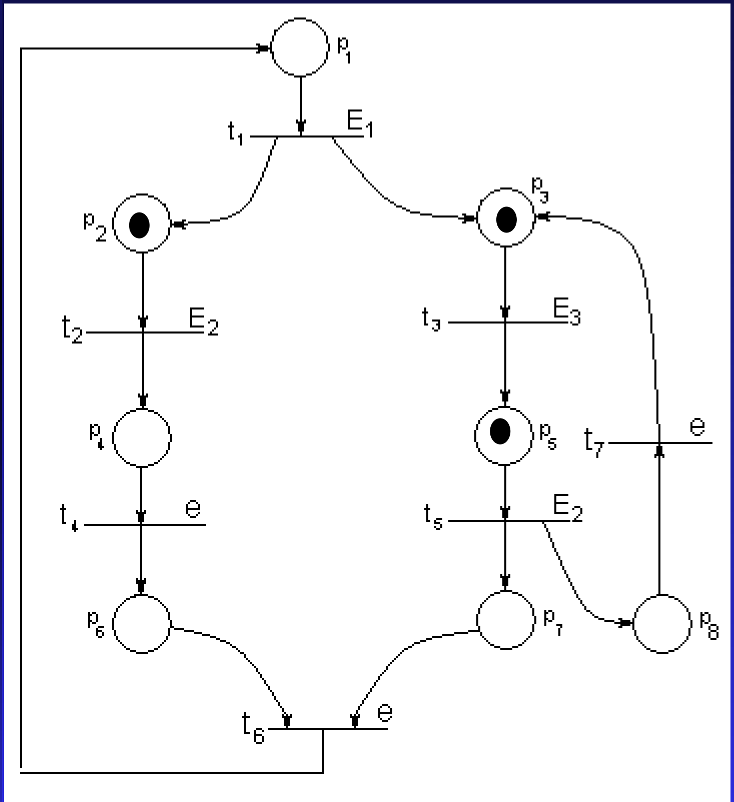



1. $S_1 = \lambda$; $S_2 = t_1$ e $S_3 = t_2$ são diferentes SSCs;
2. $\{t_1 t_2\}$ não é uma SSC, então não existe SSC máxima.

# RPS – Disparo iterativo pela ocorrência de um evento externo

- O disparo iterativo pela ocorrência de um evento externo $E^i$ é composto por:
  - disparo de uma SSC devido a $E^i$;
  - seguido eventualmente pelo disparo de uma ou mais SSC devido a ocorrência de e.

# RPS – Disparo iterativo pela ocorrência de um evento externo




$M_0 = (0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0)$;

$T\{E^2, M_0\} = \{t_2, t_5\}$;

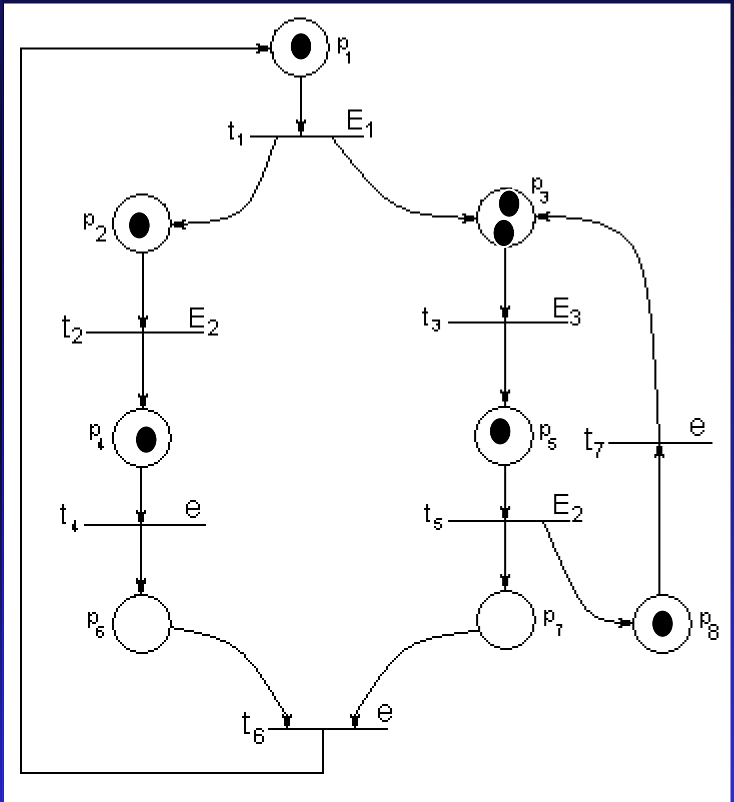
$T\{E^3, M_0\} = \{t_3\}$;

$M_0$ é uma marcação estável;

$\{t_2 t_5\}$ é uma SSC;

$\{t_3\}$ é uma outra SSC.

# RPS – Disparo iterativo pela ocorrência de um evento externo




Disparando a SSC $\{t_2 t_5\}$

$M_0$ (0 1 1 0 1 0 0 0) estável

$\{t_2 t_5\}/E^2$

M' (0 0 1 1 0 0 1 1) instável

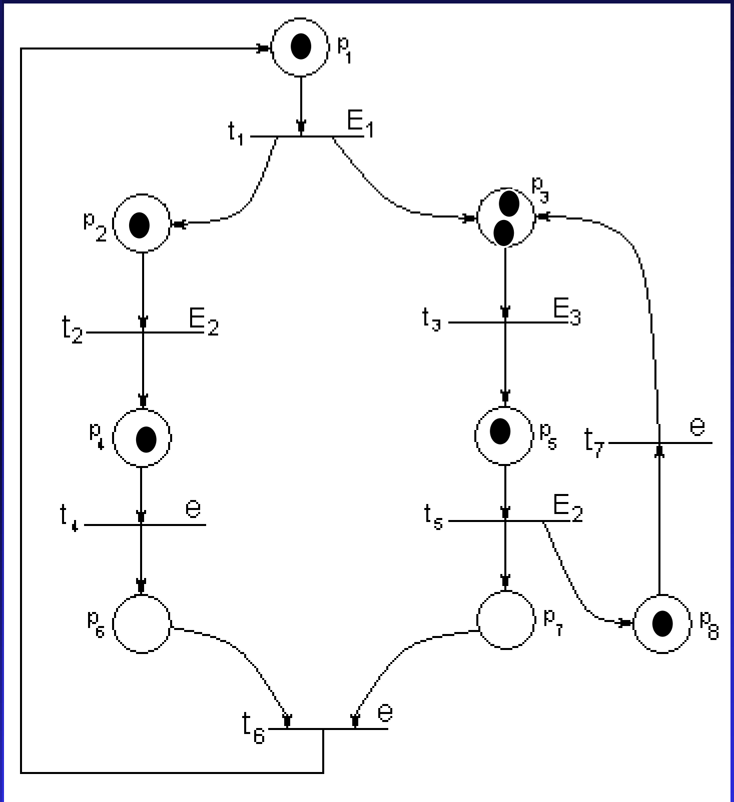
$\{t_4 t_7\}/e$

M'' (0 0 2 0 0 1 1 0) instável

$\{t_6\}/e$

M''' (1 0 2 0 0 0 0 0) estável

# RPS – Disparo iterativo pela ocorrência de um evento externo




Disparando a SSC $\{t_2 t_5\}$

$M_0$ (0 1 1 0 1 0 0 0) estável

$\{t_2 t_5\}$ $\{t_4 t_7\}$ $t_6$ /$E^2$

Disparo iterativo devido a ocorrência de $E^2$

M''' (1 0 2 0 0 0 0 0) estável

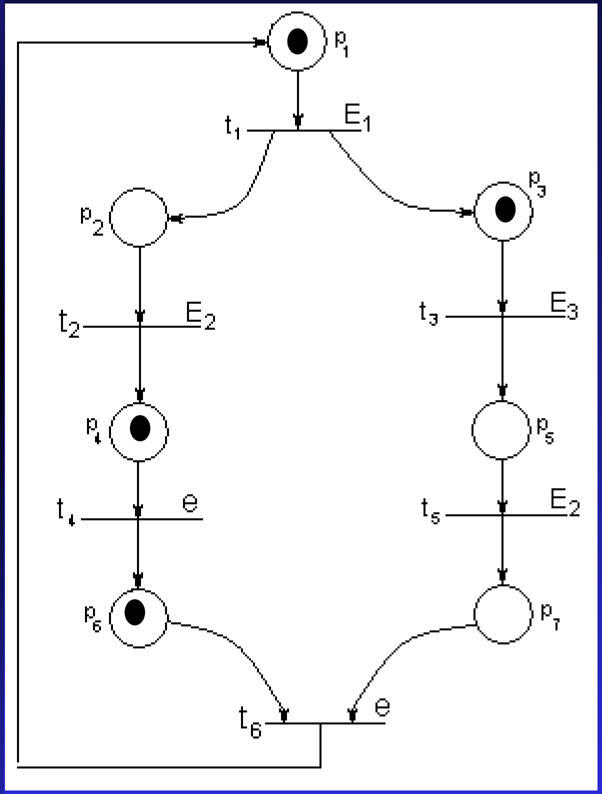
# RPS – Algoritmo do grafo de marcações estáveis acessíveis

- Faz implicitamente a hipótese de que o número de iterações é finito. Assim, a partir de toda marcação estável acessível, toda ocorrência de um evento externo conduz a uma marcação estável em um número finito de SSC;
- Uma RPS que possua esta propriedade é uma ***RPS pronta***.

# RPS – Algoritmo do grafo de marcações estáveis acessíveis

1. Dada a marcação inicial $M_0$, inicialize o sistema, faça X = **e** e vá ao *passo 3*;
2. Considere o primeiro instante de ocorrência de um novo evento externo e faça X = $\mathbf{E}^i$, sendo $\mathbf{E}^i$ o evento externo que ocorreu;
3. Determine o conjunto de transições habilitadas e receptivas a X. Se esse conjunto é vazio, descarte X e retorne ao *passo 2*;
4. Efetue uma SSC;
5. Faça X = **e**. Retorne ao *passo 3*.

# RPS – Algoritmo do grafo de marcações estáveis acessíveis




$M_0$ (1 0 0 0 0 0 0)

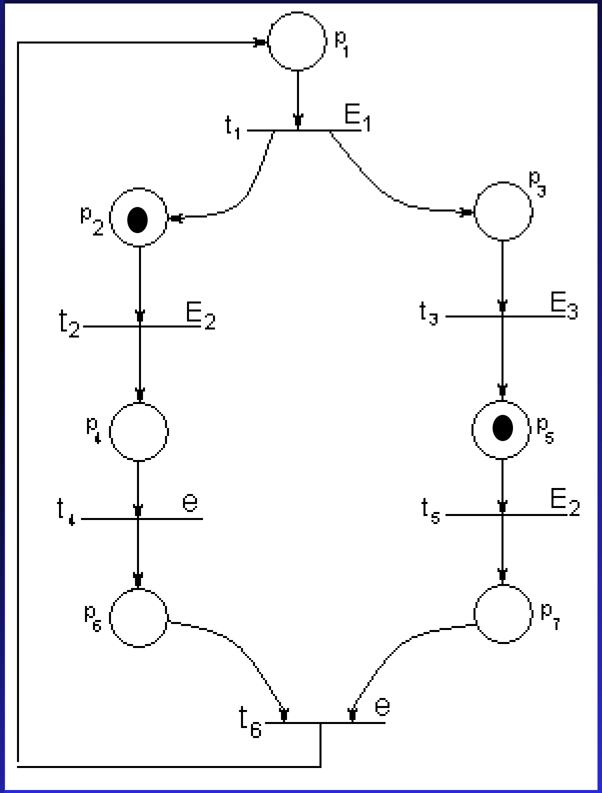
$\downarrow$ $t_1$ / $E_1$

$M_1$ (0 1 1 0 0 0 0)

$\swarrow$ $t_2\,t_4/E_2$

$M_2$ (0 0 1 0 0 1 0)

# RPS – Algoritmo do grafo de marcações estáveis acessíveis




$M_0$ (1 0 0 0 0 0 0)

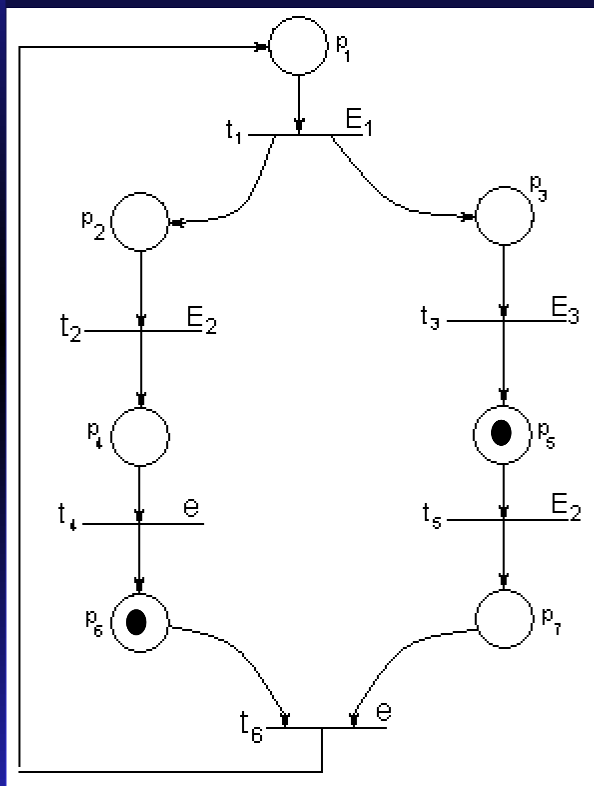
$t_1$ / $E_1$

$M_1$ (0 1 1 0 0 0 0)

$t_2 t_4$/$E_2$ $\qquad$ $t_3$/ $E_3$

$M_2$ (0 0 1 0 0 1 0) $\qquad$ $M_3$ (0 1 0 0 1 0 0)

# RPS – Algoritmo do grafo de marcações estáveis acessíveis




$M_0$ (1 0 0 0 0 0 0)

$\downarrow$ $t_1$ / $E_1$

$M_1$ (0 1 1 0 0 0 0)

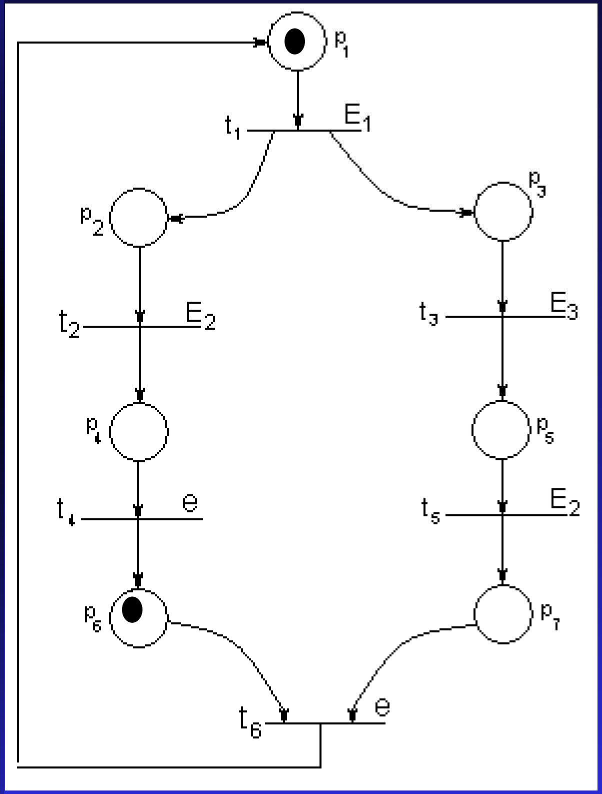
$t_2\,t_4$ / $E_2$ $\swarrow$ $\searrow$ $t_3$ / $E_3$

$M_2$ (0 0 1 0 0 1 0) $M_3$ (0 1 0 0 1 0 0)

$\downarrow$ $t_3$ / $E_3$

$M_4$ (0 0 0 0 1 1 0)

# RPS – Algoritmo do grafo de marcações estáveis acessíveis




$M_0$ (1 0 0 0 0 0 0)

$\downarrow t_1 / E_1$

$M_1$ (0 1 1 0 0 0 0)

$t_2 t_4 / E_2$ $\swarrow$ $\searrow$ $t_3 / E_3$

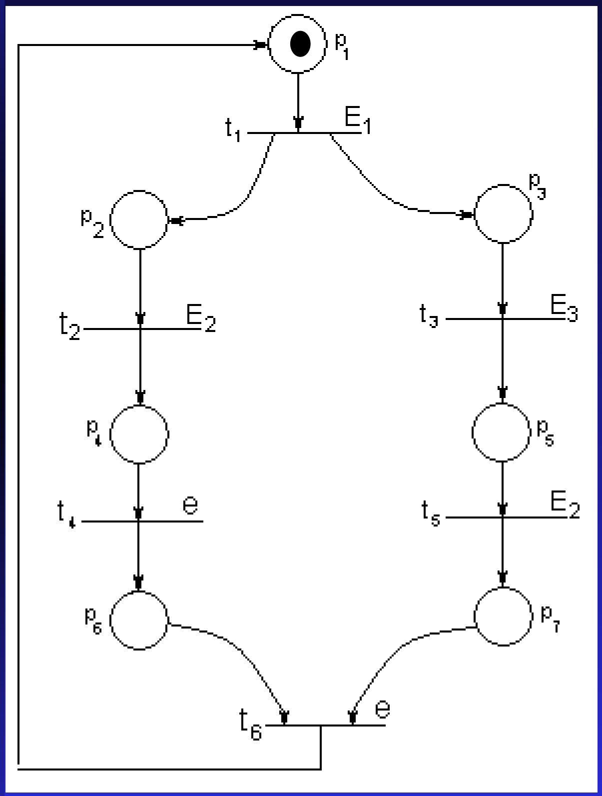
$M_2$ (0 0 1 0 0 1 0) $M_3$ (0 1 0 0 1 0 0)

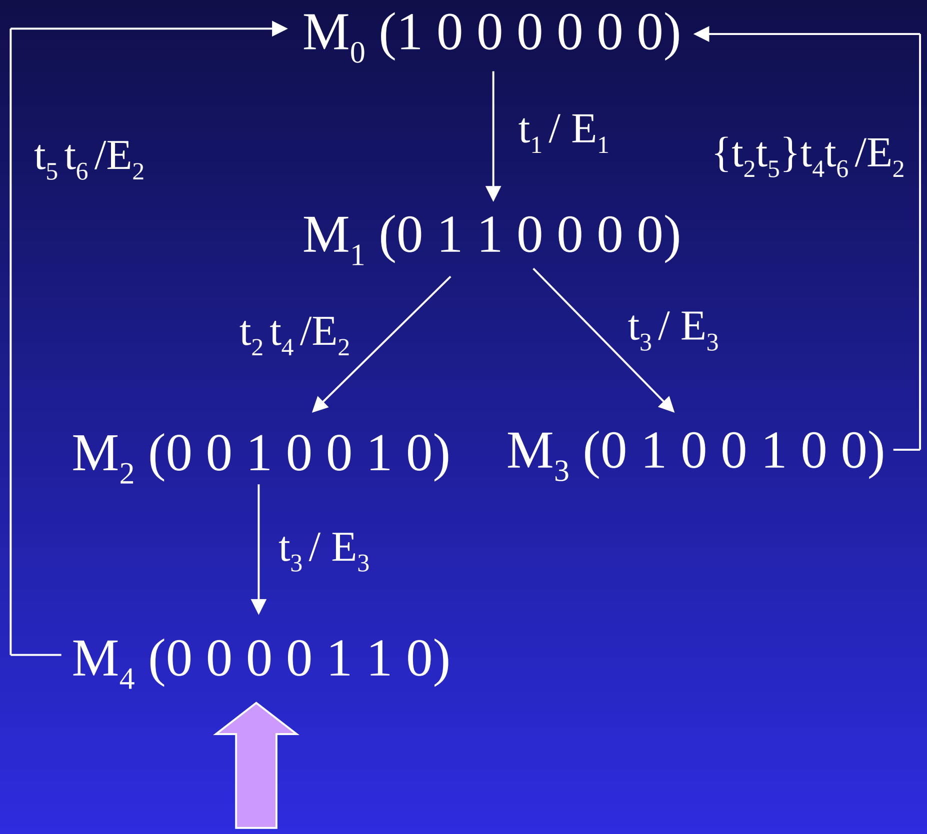
$M_3 \xrightarrow{\{t_2 t_5\} t_4 t_6 / E_2} M_0$

$\downarrow t_3 / E_3$

$M_4$ (0 0 0 0 1 1 0)

# RPS – Algoritmo do grafo de marcações estáveis acessíveis



# RPS – Propriedades

- A primeira característica que se espera de uma RPS é que ela seja ***pronta*** **ou** ***estável*****.**

# RPS – Propriedades

- Uma RPS é ***pronta*** **ou** ***estável*****,** se para toda marcação estável acessível e para todo evento externo $\mathbf{E^i}$, o disparo iterativo de transições devido a ocorrência de $E^i$ contenha um número finito de SSCs.

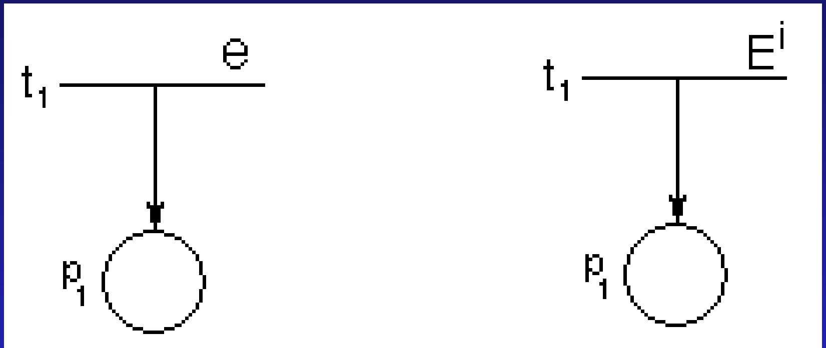
  - Se o número de SSCs é sempre inferior ou igual a $k$, diz-se que a RPS é $k$-***pronta*****, ou** $k$- ***estável***

# RPS – Propriedade 1

1. Se uma RPS preenche as duas condições seguintes, então ela é ***estável***:
   1. A toda transição fonte é associado um evento externo;
   2. Para todo circuito elementar $p_1t_1p_2t_2\dots p_qt_q$, existe pelo menos uma transição dentre o conjunto $\{t_1, t_2, \dots, t_q\}$ que é sincronizada por um evento externo.

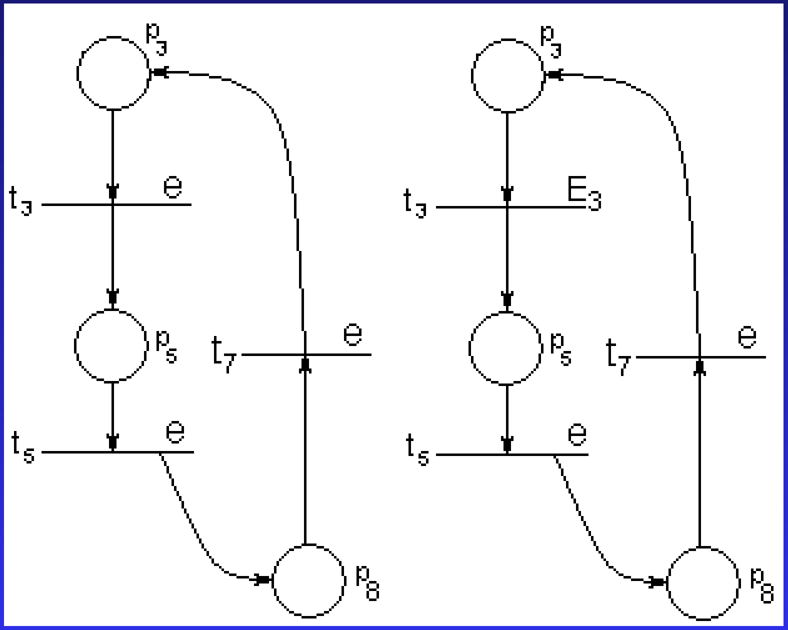
# RPS – Propriedade 1

- A condição 1 é necessária pois uma transição fonte está sempre habilitada.



# RPS – Propriedade 1

- A condição 2 assegura que não pode existir um circuito em que todas as transições sejam disparadas sucessivamente pela ocorrência do evento **e**.



# RPS – Propriedade 2

2. Para que uma RPS seja estável, é necessário e suficiente que toda seqüência repetitiva, estacionária ou crescente (a partir de qualquer marcação acessível), contenha pelo menos uma transição sincronizada com um evento externo.

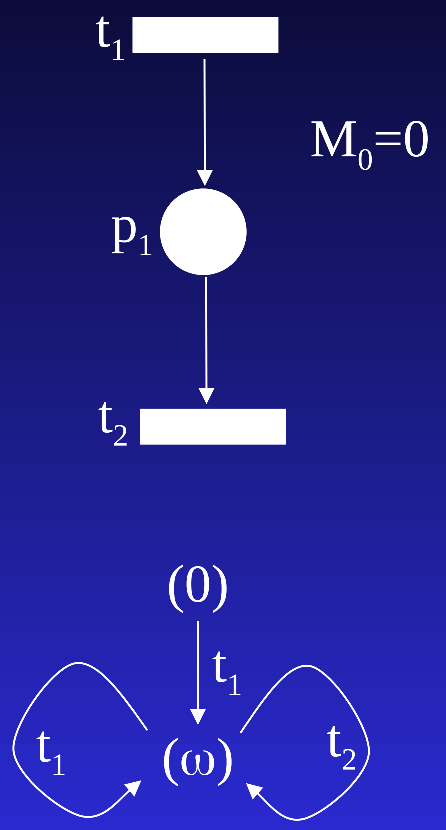
# RPS – Propriedade 2

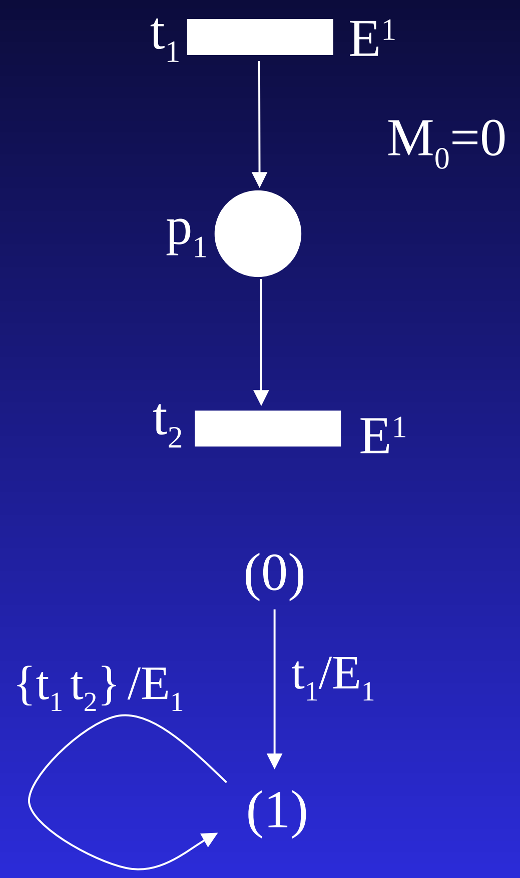
- **Observação**: Uma RPS totalmente sincronizada é dita *1-pronta*, dado que todo disparo de uma SSC, devido a ocorrência de um evento externo, conduz a uma marcação estável.

# RPS – Propriedade 3

- A condição de que uma RP autônoma seja *limitada* para uma marcação inicial $M_0$ é *suficiente* mas não *necessária* para que a RPS seja limitada para a mesma marcação inicial.

# RPS – Propriedade 3

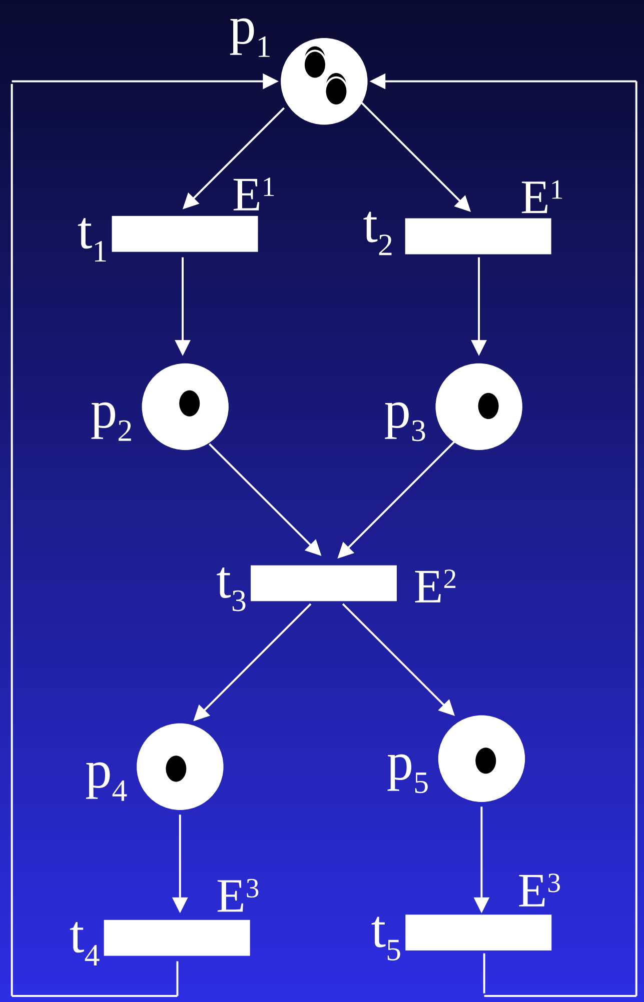


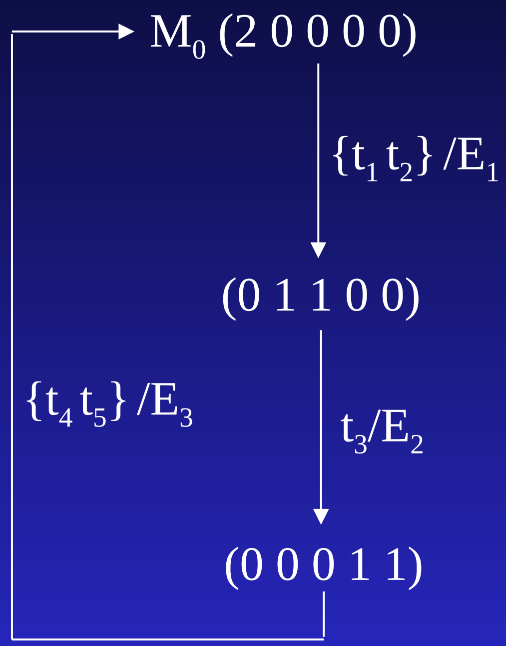



# RPS – Propriedade 4

- A condição de que uma RP autônoma seja *viva* para uma marcação inicial $M_0$ não é nem *necessária* nem *suficiente* para que a RPS seja viva para a mesma marcação inicial.

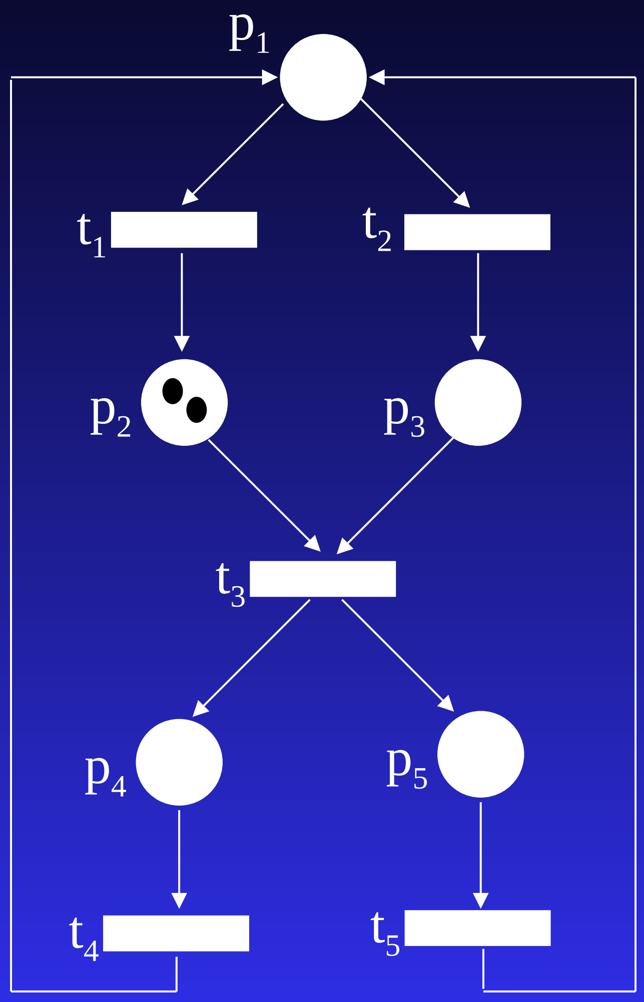
# RPS – Propriedade 4

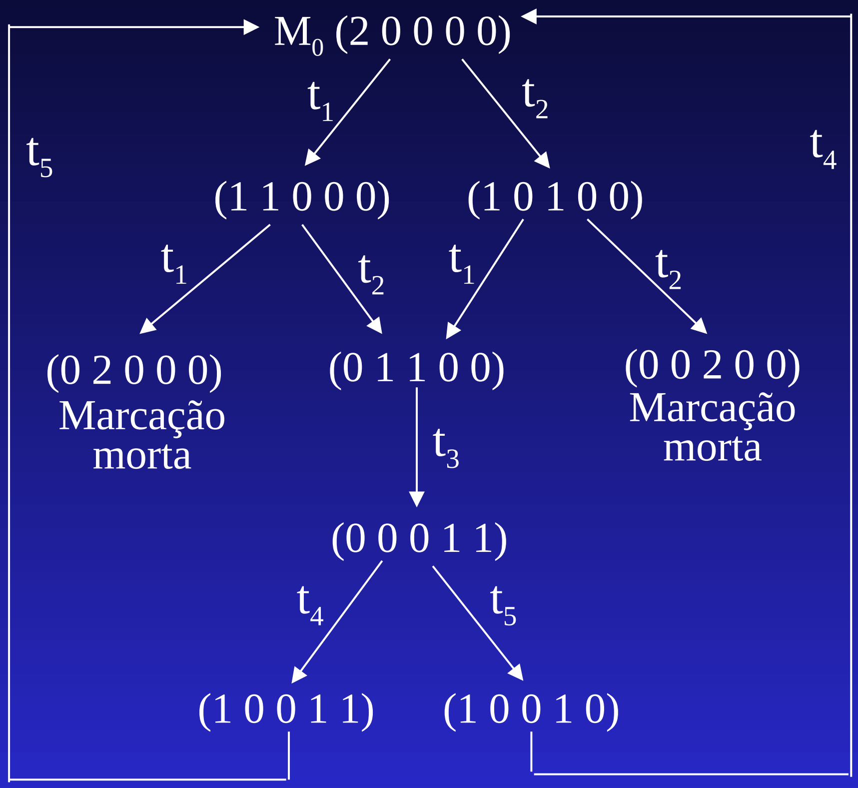



- RPS viva;
- Todas as transições podem ser disparadas.

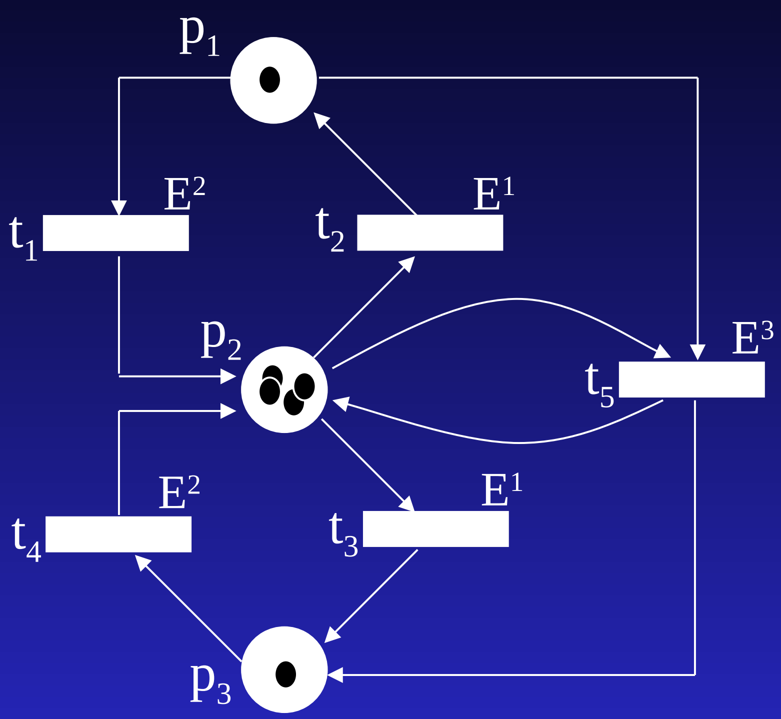
# RPS – Propriedade 4

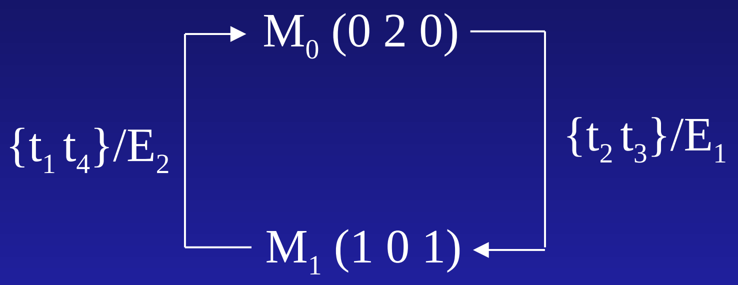



- Marcações mortas;
- RP não viva.

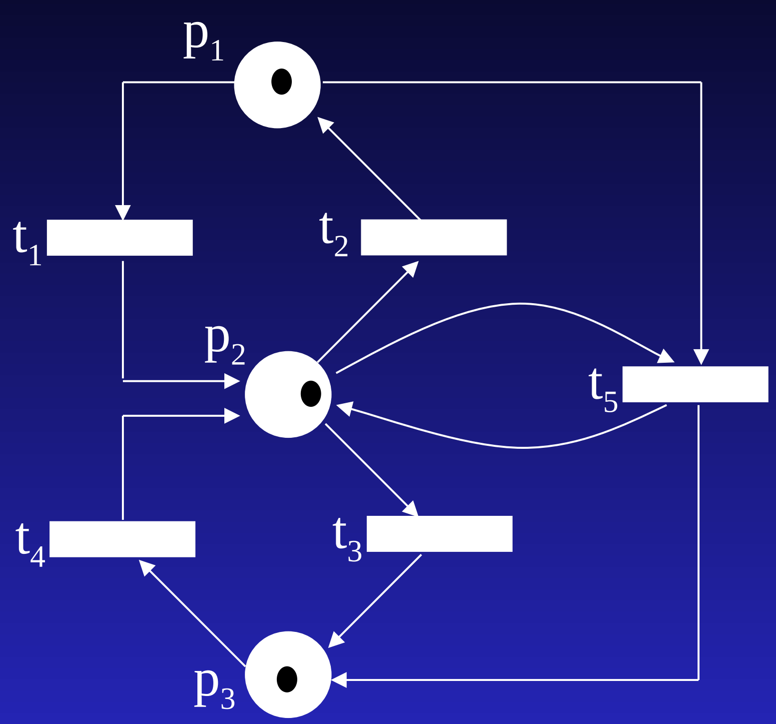
# RPS – Propriedade 4

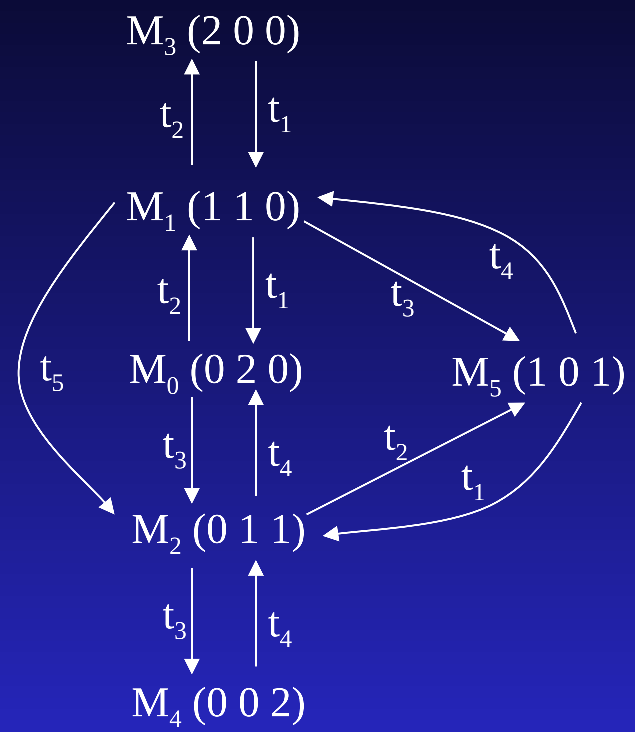



- $T_5$ nunca dispara;
- RPS não viva.

# RPS – Propriedade 4




- Todas as transições podem ser disparadas;
- RP viva.

# RPS – Propriedade 5

- Se uma Rede de Petri simples R é viva para uma marcação inicial $M_0$, então toda RPS ***totalmente sincronizada*** e construída a partir de R, é viva para $M_0$.

# RPS – Observações Finais

- As propriedades de uma RP autônoma não são necessariamente conservadas quando a mesma é munida de sincronização;
- A maioria dos métodos de busca de propriedades de uma RP se aplicam às RPS, por exemplo, álgebra linear, reduções e grafo de marcações alcançáveis;

# RPS – Observações Finais

- Fez-se a hipótese de que dois eventos externos não ocorrem simultaneamente. Pode-se desprezar esta hipótese modificando-se o passo 2 do *algoritmo do grafo das marcações estáveis alcançáveis*:

  *X é o conjunto dos eventos que ocorrem no instante t.*

- As propriedades 1 a 4 continuam verdadeiras.

# RPS – Observações Finais

- Suponha que uma RPS seja totalmente sincronizada e que cada evento externo seja associado a uma só transição, ou seja, a cada $t_i$ é associado um evento $E^i$, então:
  - Se todas as seqüências de eventos externos são possíveis, a RPS possui todas as propriedades da RP autônoma correspon-dente;
    - Senão, as propriedades podem não se conservar.

# RPS – Bibliografia Consultada


- R. David, H. Alla, ‘*Discrete, Con´tinuos, and Hybrid Petri Nets*’, 2e édition, Springer – Berlin, 2005.
- R. David, H. Alla, ‘*Du Grafcet aux Réseaux de Petri*’, 2e édition, Ed. Hermes – Paris, 1992.
- J.-M. Proth, X. Xie, ‘Les Réseaux de Petri pour la Conception de la Gestion des Systèmes de Prodution’, Masson, Paris, 1994.
- J. L. Peterson, ‘Petri Net Theory and the Modeling of Systems’, Prentice-Hall, N.J., 1981.

Fim

# Expressões Regulares

- Uma *Expressão Regular* é uma linguagem (um conjunto de seqüências) definida sobre um alfabeto (conjunto de símbolos);
- O conjunto de transições

$$T = \{t_1, t_2, \ldots, t_m\}$$

de uma RP pode ser visto como um alfabeto;
- Todas as seqüências possíveis dessas transições podem ser vistas como uma linguagem sobre o alfabeto T.

# Expressões Regulares
## Operações de Base

- União – representada pelo símbolo +:

$$t_1 + t_2 = t_2 + t_1$$

significando $t_1$ ou $t_2$.

# Expressões Regulares
## Operações de Base

- Concatenação – representada como um produto:

$$t_1\ t_2\ = (t_1)\ (t_2) \quad \neq \quad t_2\ t_1$$

significando $t_1$ seguido de $t_2$.

- $t_1 t_1 = t_1^{\,2}$, significa $t_1$ duas vezes sucessivas;
- $t_2\ t_1\ t_5$ é uma seqüência de tamanho 3;
- $\lambda$ é a seqüência de comprimento nulo.

# Expressões Regulares
## Operações de Base

- Iteração – representada pelo símbolo *:

  $$T^* = (t_1 + t_2 + \ldots + t_m)^*$$

  contém todas as seqüências finitas que podem ser construídas a partir do alfabeto

  $$T = \{t_1, t_2, \ldots, t_m\}$$

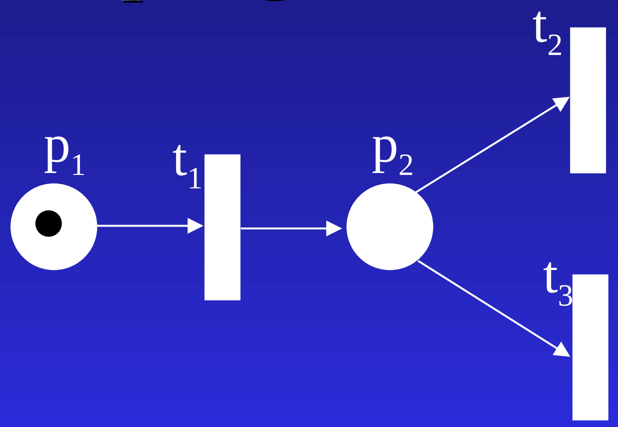
- A seqüência de comprimento nulo λ é o elemento neutro do monoide T*.

# Expressões Regulares

## Exemplos

$$t_1(t_2 + t_3) = t_1 t_2 + t_1 t_3$$

significa $t_1$ seguido de ($t_2$ ou $t_3$)

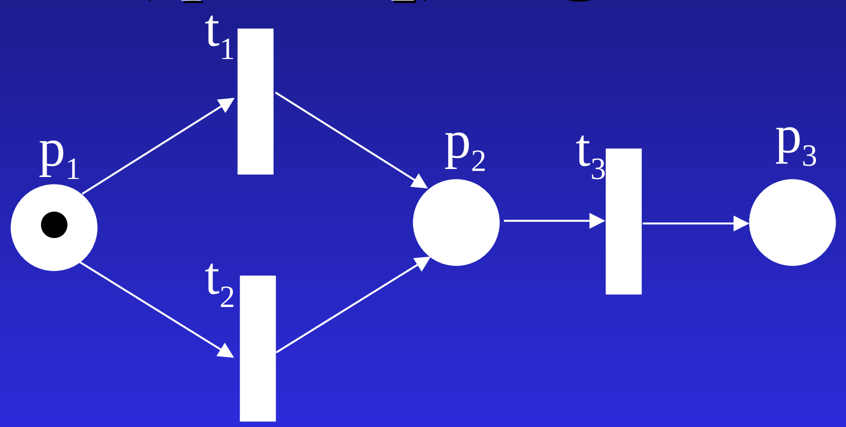


# Expressões Regulares

## Exemplos

$$(t_1 + t_2)\, t_3 = t_1\, t_3 + t_2\, t_3$$

significa ($t_1$ ou $t_2$) seguido de $t_3$

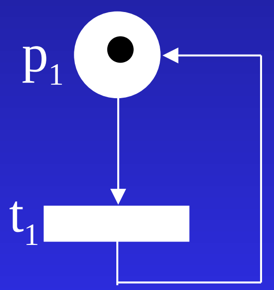


# Expressões Regulares

## Exemplos

$$t_1^* = \lambda + t_1 + t_1 t_1 + t_1 t_1 t_1 + \ldots$$

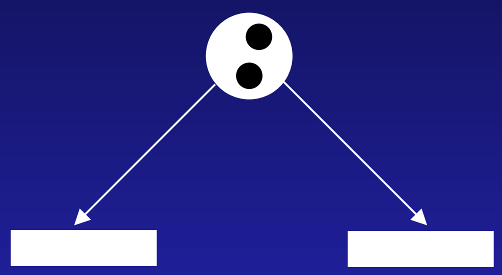
Significa repetição de $t_1$ um número qualquer de vezes



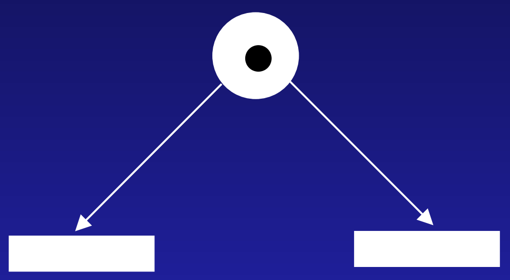
Uma RP é *persistente* para uma dada marcação inicial $M_0$ se para toda marcação acessível $M_i \in R(M_0)$, a seguinte propriedade se verifica:

« se $t_j$ e $t_k$ são habilitadas na marcação $M_i$, então $t_j t_k$ é uma seqüência de disparo a partir de $M_i$, bem como $t_k t_j$ por simetria »

# Conflito



Conflito estrutural



Conflito efetivo

# Circuito Elementar

- Um circuito elementar é um circuito que não passa mais de uma vez em um mesmo lugar.

# Seqüência Repetitiva

- Dada $M' \in R(M_0)$, uma seqüência repetitiva é uma seqüência de transições, que disparada a partir de M', retorna a RP à marcação M', ou seja:

$$M'[S_1\rangle M'$$

em que $S_1$ é uma seqüência de transições válida a partir de M'.

# Seqüência Repetitiva

- Uma seqüência repetitiva que contém todas as transições da RP (cada uma pelo menos uma vez) é uma seqüência repetitiva completa.

# Seqüência Repetitiva

- Uma seqüência repetitiva $S_1$ tal que

$$M'[S_1\rangle M'$$

é dita ser uma seqüência repetitiva estacionária;

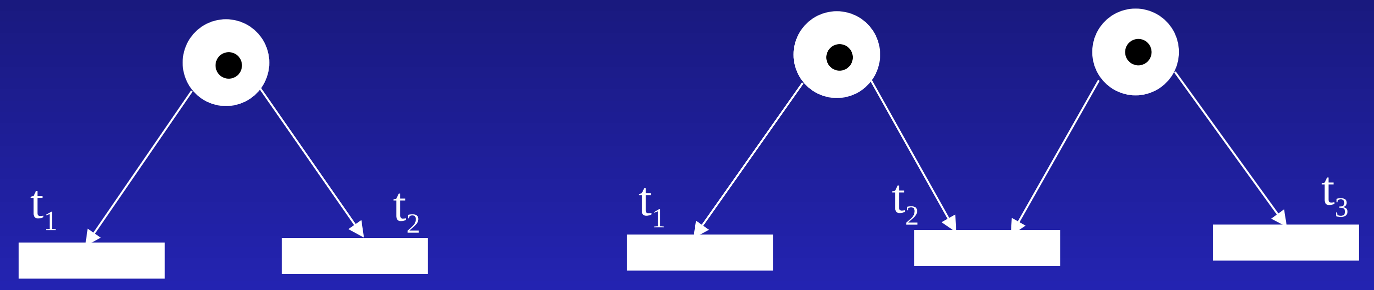
- Uma seqüência repetitiva $S_2$ tal que

$$M'[S_2\rangle M'' \text{ e } M'' > M'$$

é dita ser uma seqüência repetitiva crescente.

# Rede de Petri Simples

- Uma rede de Petri simples é uma RP na qual cada transição não pode 'se envolver' em mais de um conflito.




RP simples

RP não simples