

# Redes de Petri

## Introdução

Prof. Jonatha Rodrigues da Costa

# Redes de Petri

- Ferramenta matemática e gráfica de uso geral, proposta por C. A. Petri (1962), permitindo:
  - o modelar o comportamento dos sistemas dinâmicos a eventos discretos;
  - o descrever as relações existentes entre condições e eventos;
  - o dispositivo que manipula eventos de acordo c/ regras;
  - o usado como modelo para programação de CLPs (GRAFCET);
  - o uso em diversos níveis de abstração de um sistema;
  - o versões não temporizada, temporizada, estocástica;
  - o ferramenta gráfica;
  - o vários softwares desenvolvidos(análise lógica e de desempenho, simulação, controle);
  - o visualizar propriedades tais como paralelismo, sincronização, e compartilhamento de recursos.

# Redes de Petri

- A análise da rede de Petri pode revelar informações importantes sobre a estrutura e o comportamento dinâmico do sistema modelado.

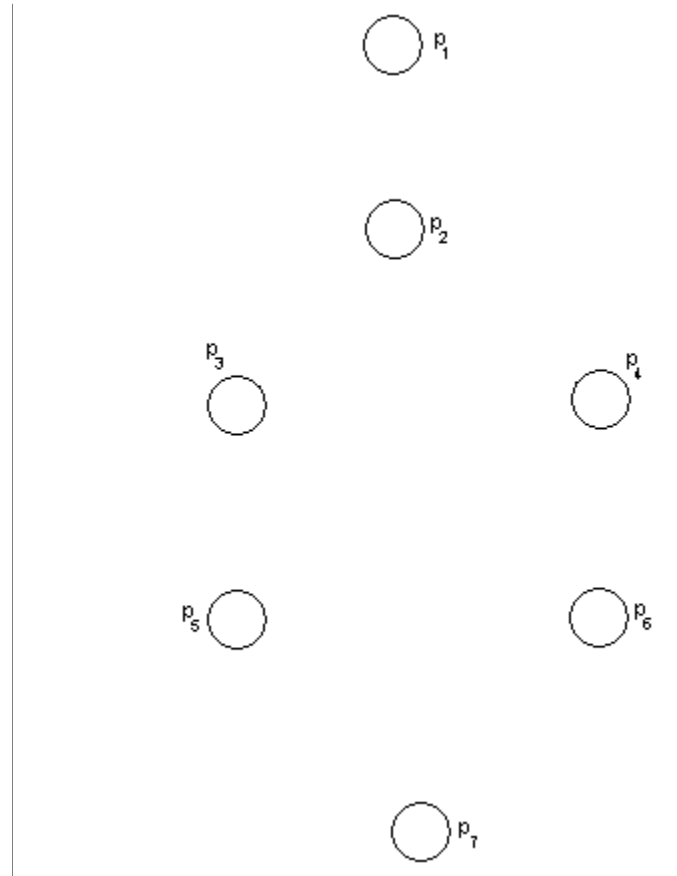
# Redes de Petri

- Grafo bi-partido consistindo de um conjunto de **nós** e um conjunto de **arcos**;
- Pesos são associados aos arcos;
- Capaz de modelar não só a dinâmica, como também a estrutura de um sistema.

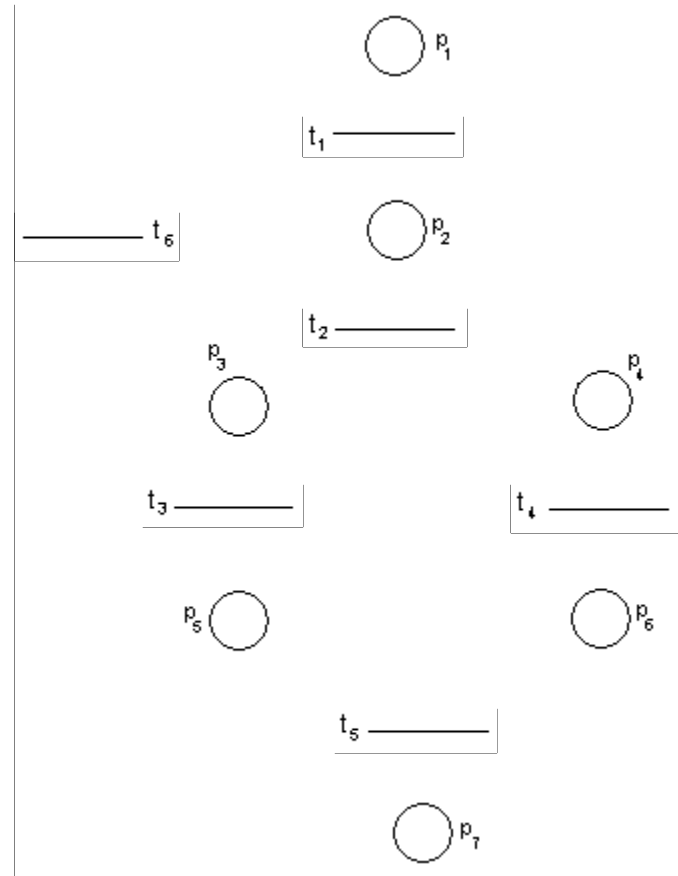
# Lugares, transições e arcos

- Uma rede de Petri (RP) possui dois tipos de nós:
  - lugares: representados graficamente por um círculo (Pode representar **condição**, **atividade**, **recurso**, ...);
  - transições: representadas graficamente por um seguimento de reta ou um retângulo (Corresponde a um **evento**);
  - ficha: ponto num lugar (Define o **estado** do sistema).
- Os lugares e as transições são conectados por arcos orientados.

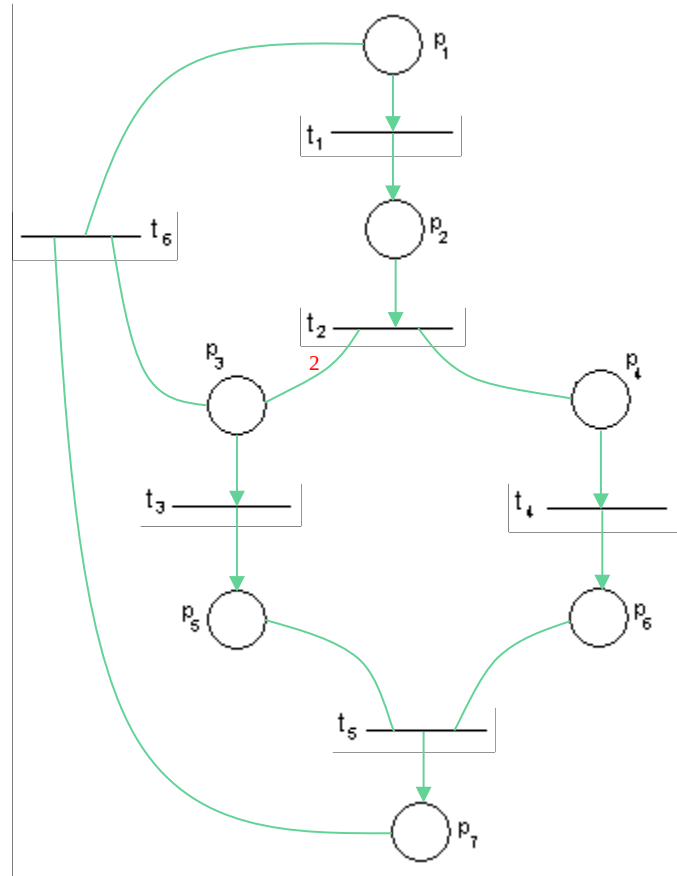
# Lugares



# Transições



# Arcos



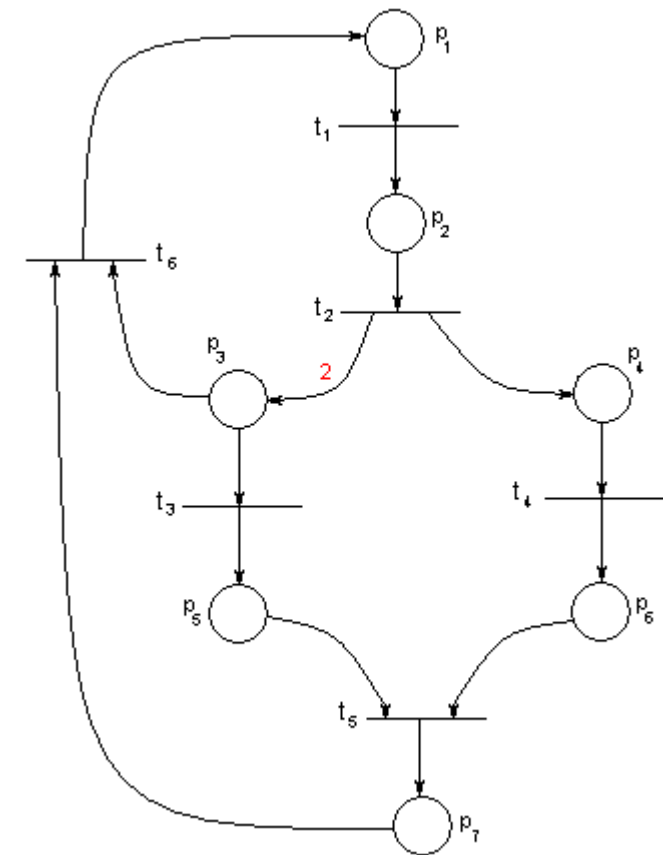


Um arco não liga jamais dois nós do mesmo tipo;

A cada arco se associa um peso (inteiro positivo);

O peso do arco que liga  $t_2$  à  $p_3$  é igual a 2;

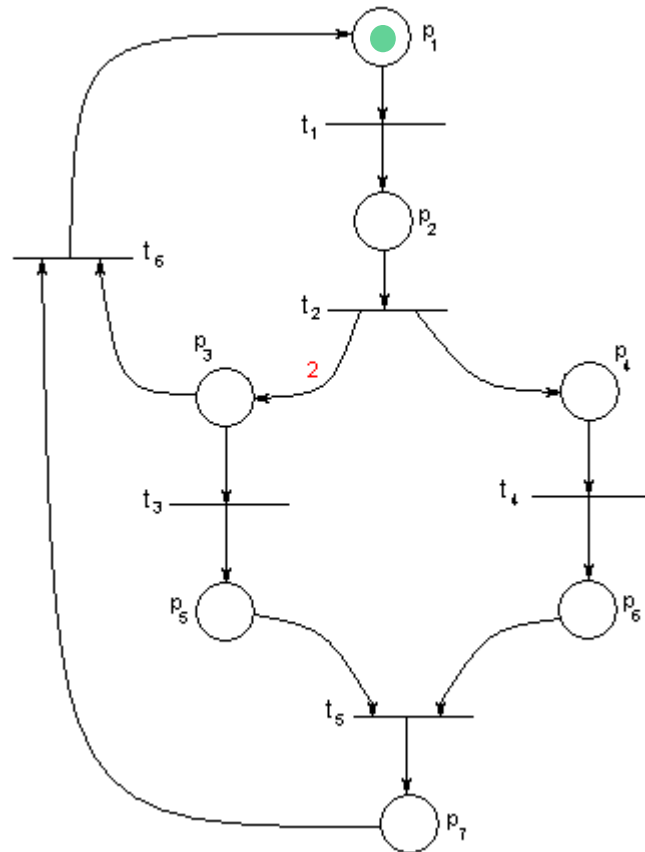
Todos os outros arcos, em que os pesos não são especificados, possuem peso igual a 1.



# Marcação

- Uma RP modela os estados de um sistema e suas mudanças;
- Os estados são modelados em uma RP pela adição de *fichas* aos lugares da RP;
- A uma determinada distribuição de fichas, denomina-se *marcação* da RP;

# Marcação



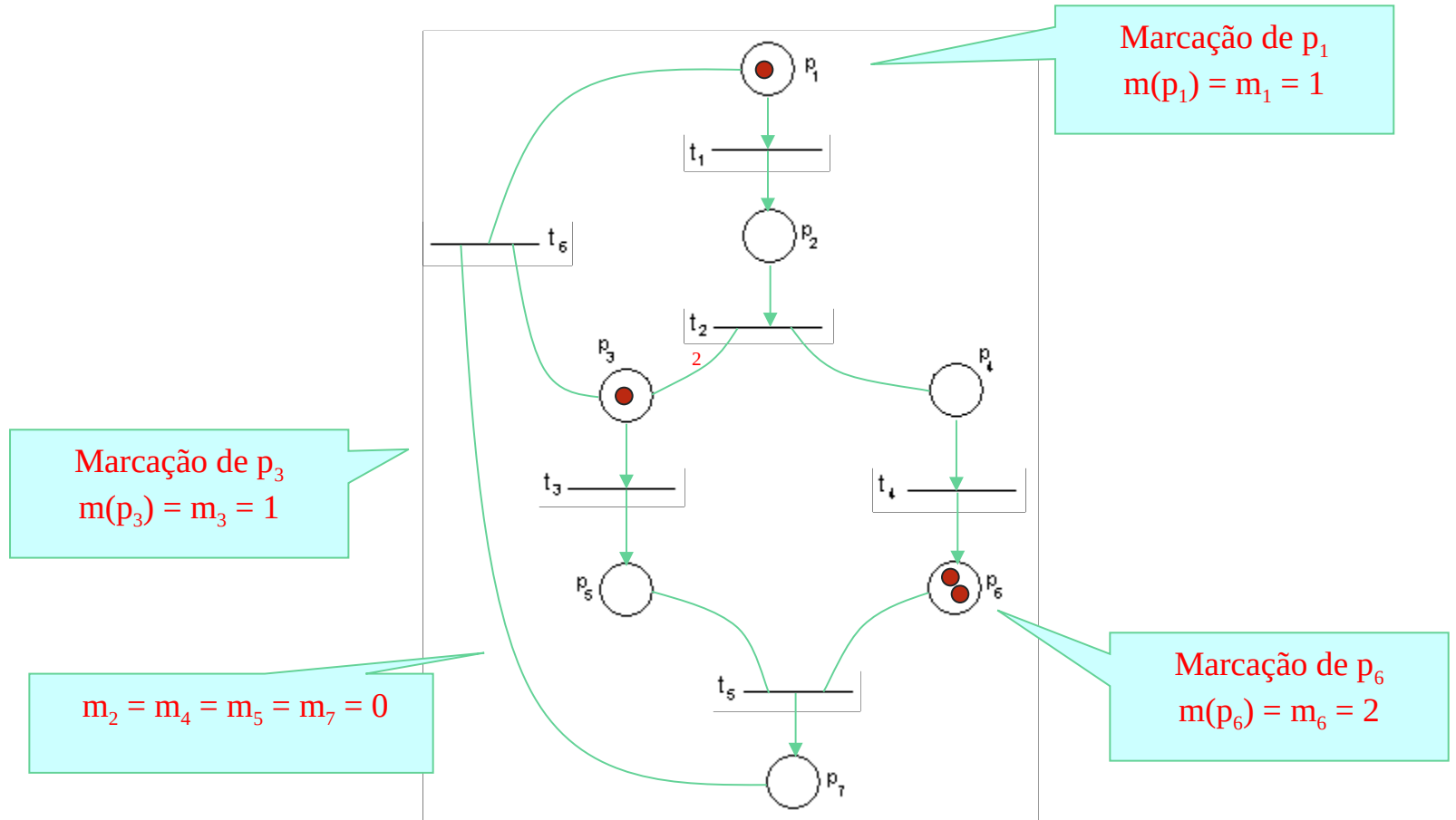
# Marcação

- A marcação de uma RP, em um dado instante, modela o estado da RP ou, mais precisamente, o estado do sistema modelado pela RP;

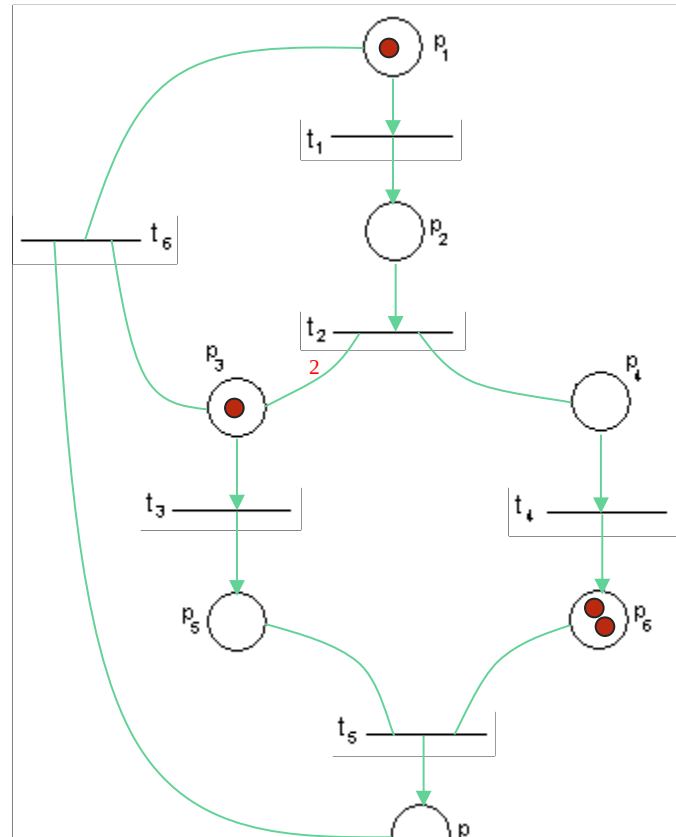
# Marcação

- Denomina-se *marcação inicial* ao estado inicial do sistema;
- Em uma marcação, cada lugar contém um número inteiro (positivo ou nulo) de *fichas*;
- O número de fichas em um determinado lugar  $p_i$  será denotado por  $m(p_i)$  ou simplesmente  $m_i$ ;

# Marcação



# Marcação



A primeira marcação de uma RP é denominada  $M_0$ ,

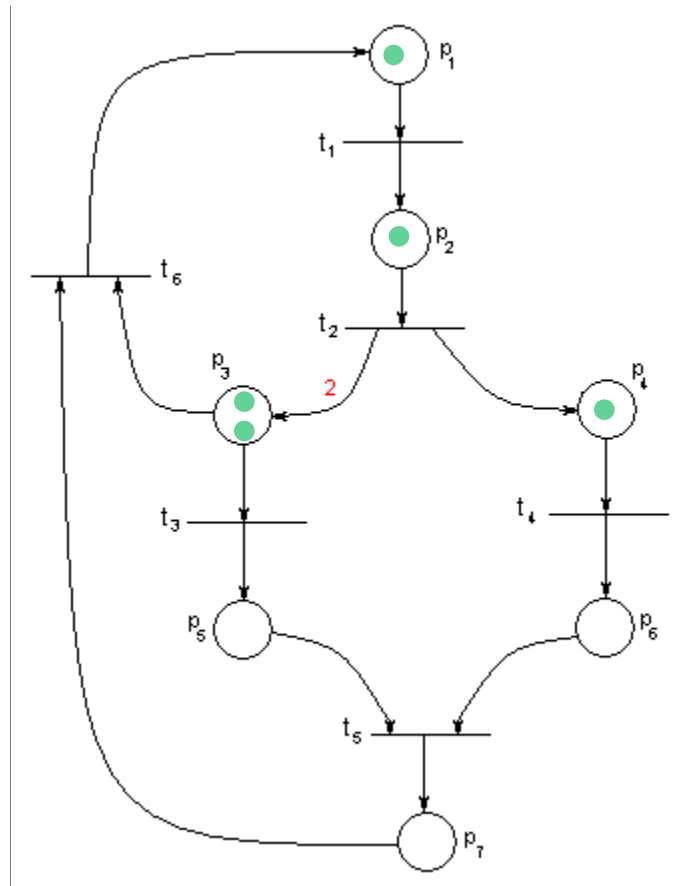
Neste caso,  $M_0 = (1, 0, 1, 0, 0, 2, 0)$

# Marcação e Disparo

- A mudança de estado de um sistema é modelada em redes de Petri pelo movimento de fichas na rede;



# Marcação e Disparo

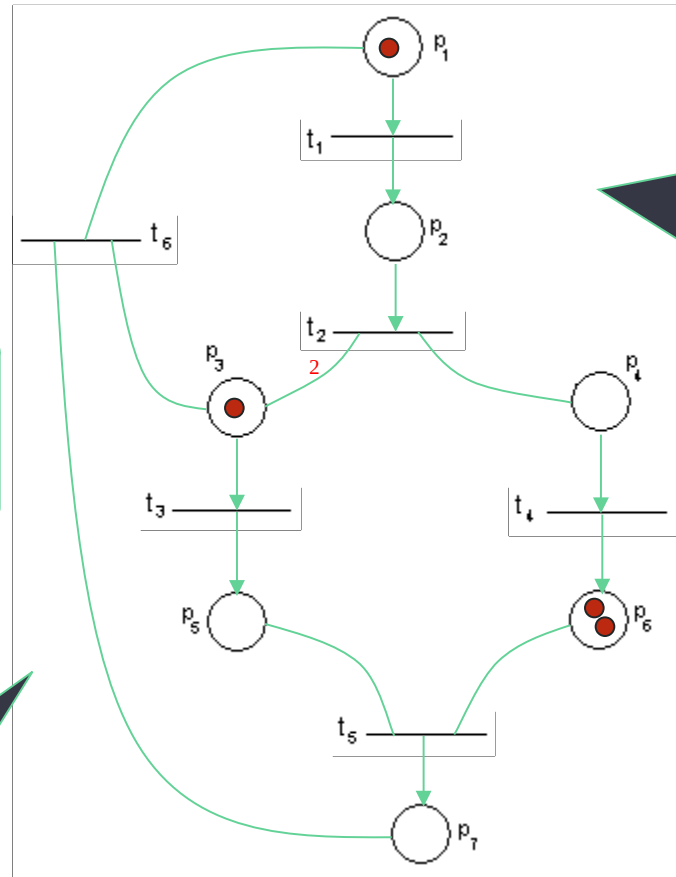


# Rede de Petri

transições

$$M_0 = (1, 0, 1, 0, 0, 2, 0)$$

A transição  $t_5$  é uma saída dos lugares  $p_5$  e  $p_6$  e é uma entrada de  $p_7$



O lugar  $p_1$  é uma entrada da transição  $t_1$  e é uma saída de  $t_6$

# Marcação e Disparo

- A marcação define o estado da RP;
- A evolução de estado corresponde a uma evolução de marcação;
- Essa evolução se produz pelo *disparo* (*firing*) das transições;

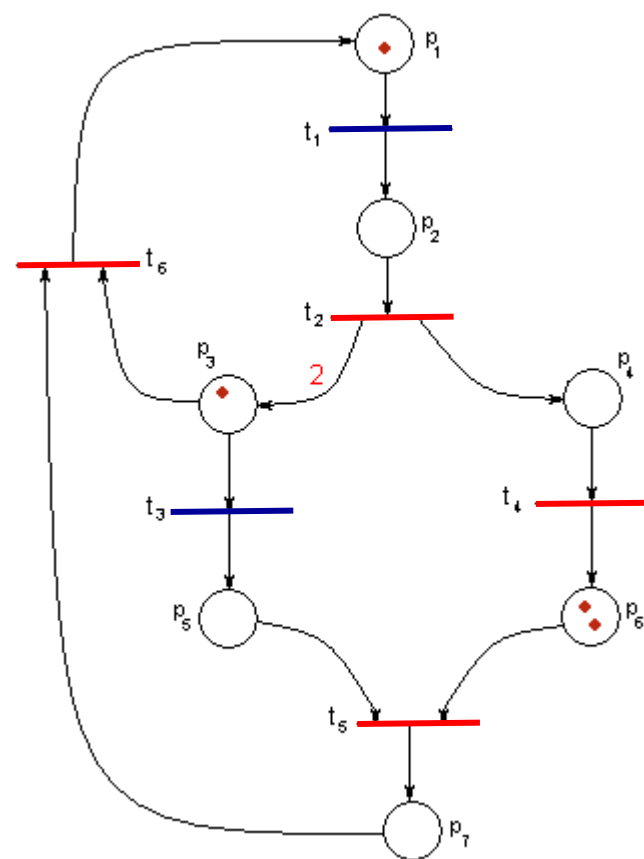
# Regra de Disparo

RPs de capacidade infinita

- Uma transição é dita habilitada (sensibilizada) se cada um de seus lugares de entrada contém pelo menos um número de fichas igual ao peso do arco que o conecta à transição;

# Transições Habilitadas

$t_1$  e  $t_3$  estão  
habilitadas



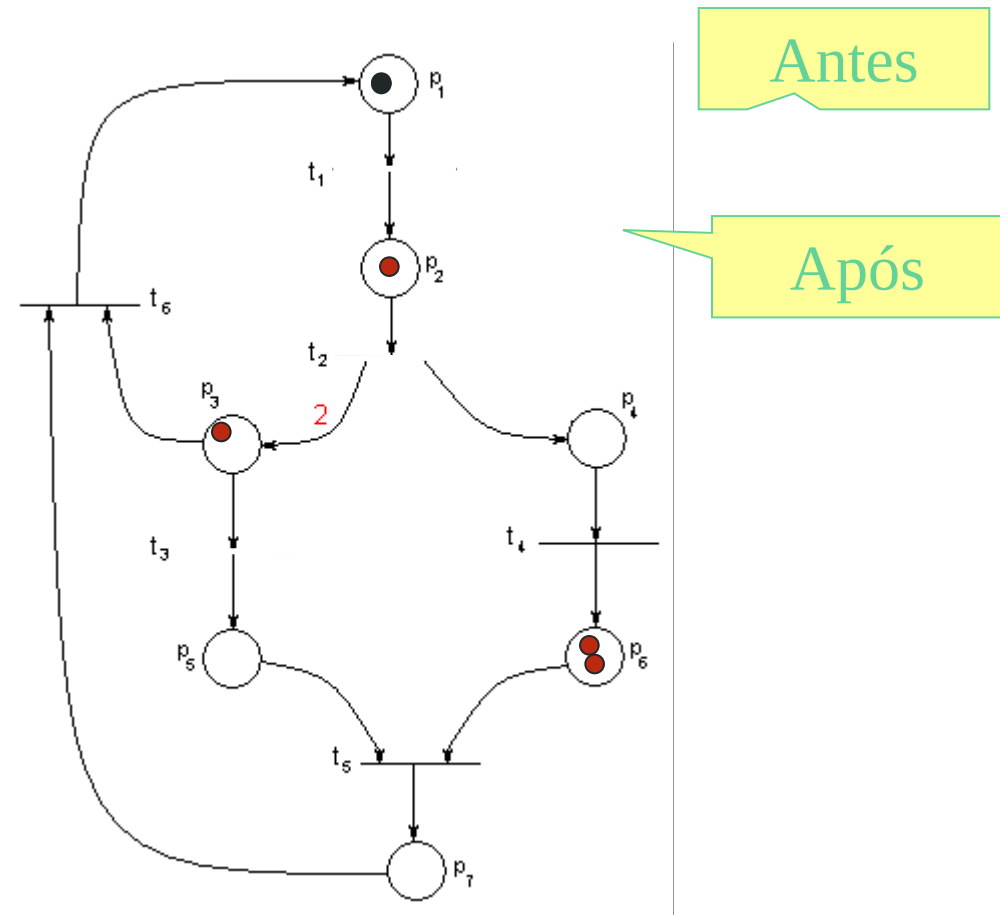
$t_2, t_4, t_5$  et  $t_6$   
não estão  
habilitadas

# Regra de Disparo

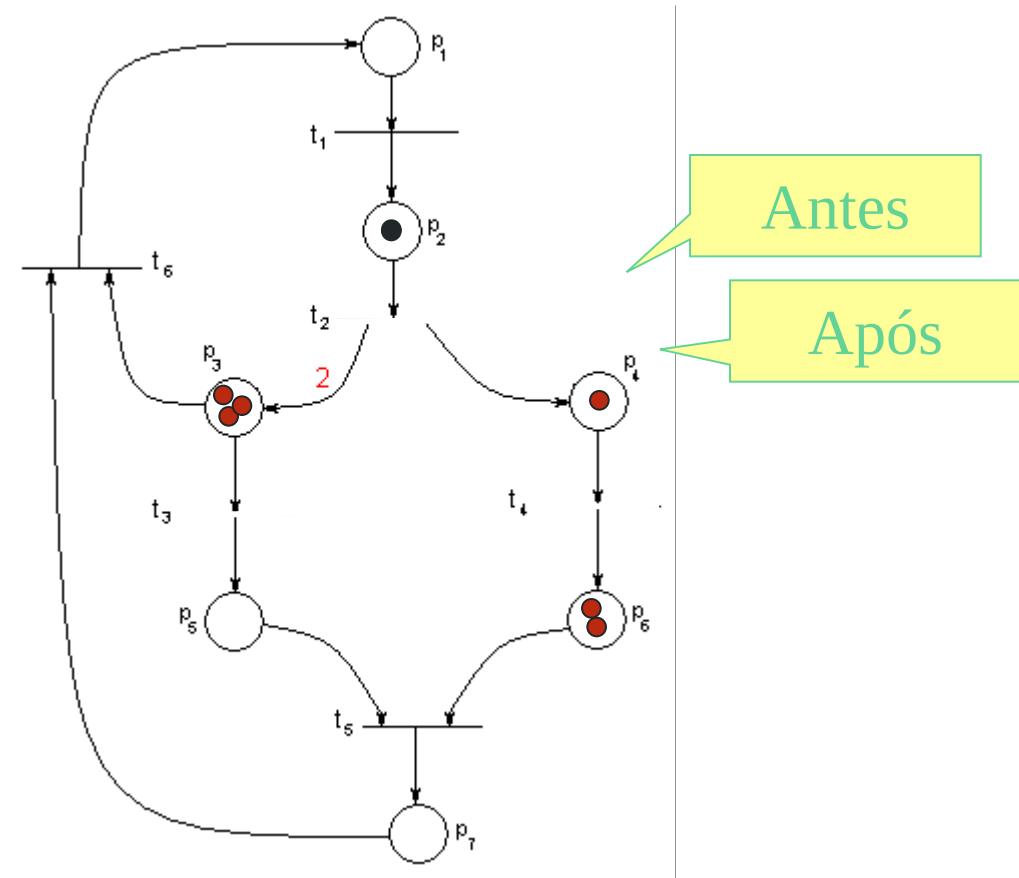
## RPs de capacidade infinita

- Uma transição habilitada pode ou não disparar;
- Ao disparar, fichas são removidas de cada lugar de entrada da transição disparada e fichas são acrescentadas aos seus lugares de saída. A quantidade de fichas removidas e acrescentadas depende do peso do arco.

# Disparo de $t_1$



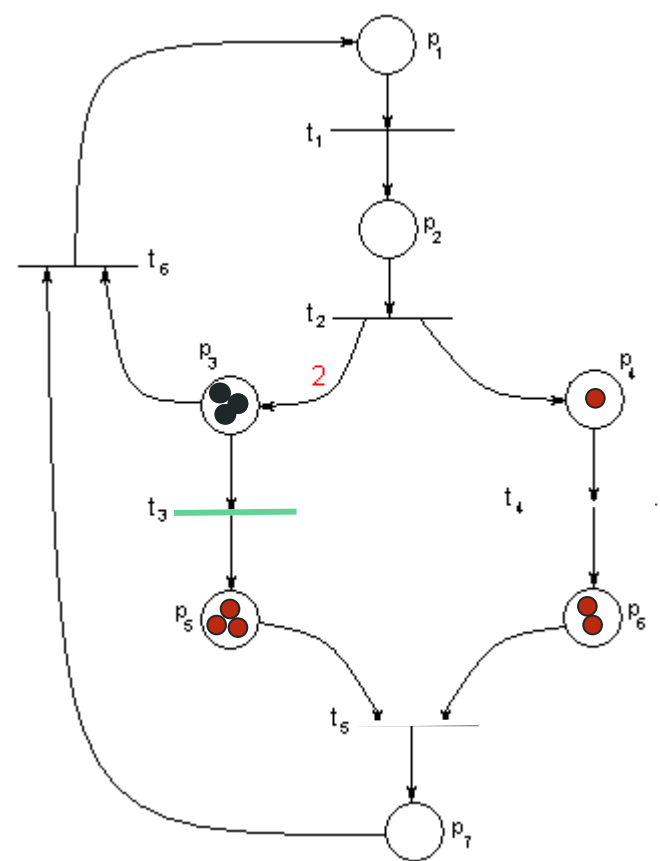
# Disparo de $t_2$



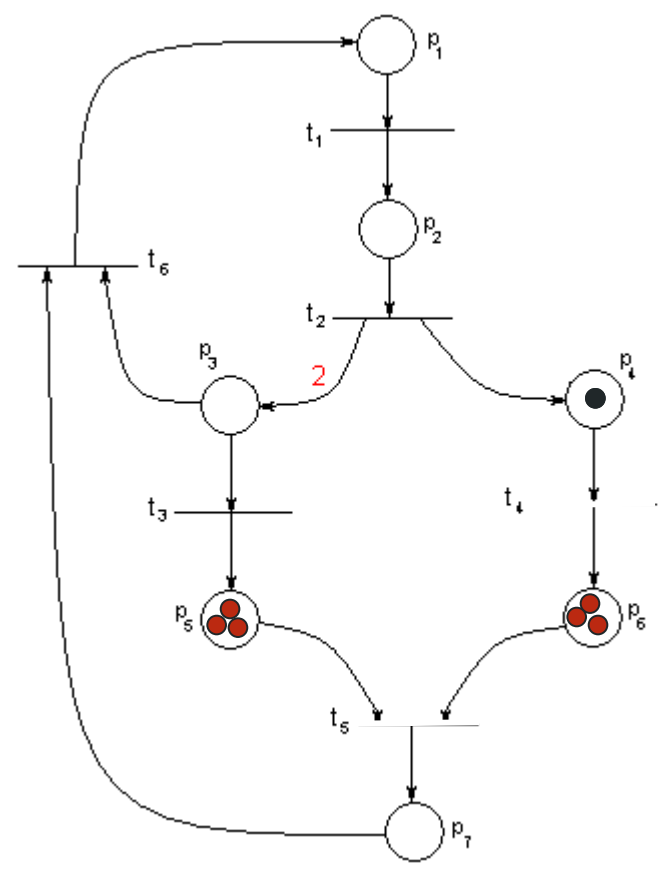


# Disparo de $t_3$

Disparando  $t_3$  três  
vezes



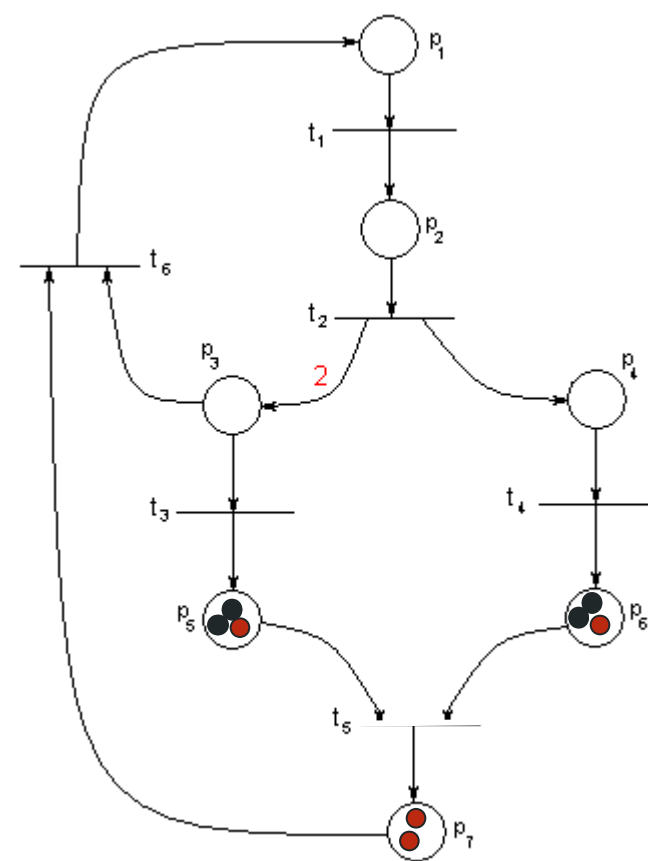
# Disparo de $t_4$



Antes

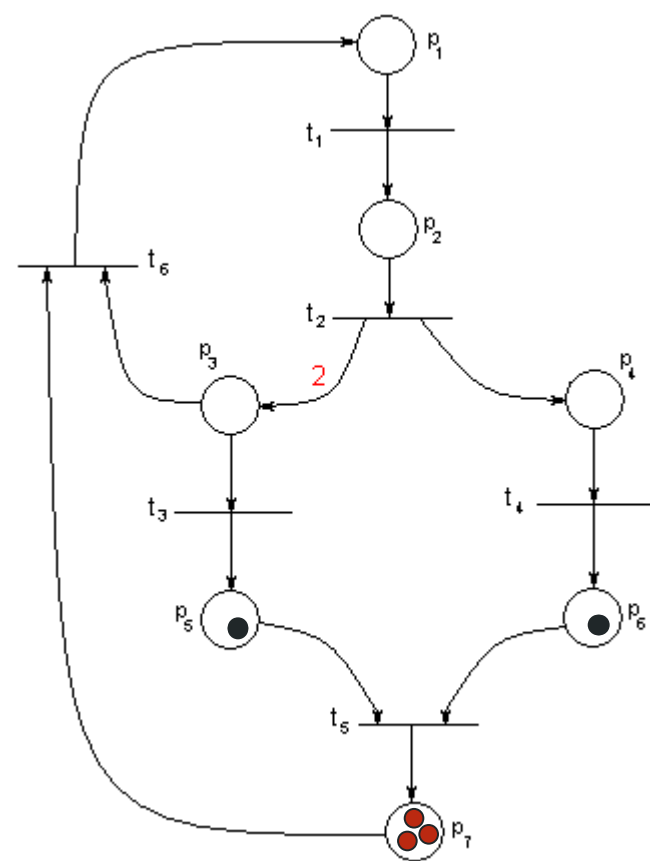
Após

# Disparo de $t_5$



Disparando  $t_5$   
três vezes

# Disparo de $t_5$



# Marcação e Disparo

- Uma nova marcação resultante do disparo de uma transição representa o novo estado do sistema modelado;
- O disparo de uma transição é uma ação atômica (disparo instantâneo);

# Redes de Petri

Lugares de entrada	Transição	Lugares de saída
Pré-condições	eventos	pós-condições
dados de entrada	processamento	dados de saída
sinal de entrada	processamento do sinal	sinal de saída
condições	Cláusula em lógica	conclusões

# Poder de Expressão das RPs

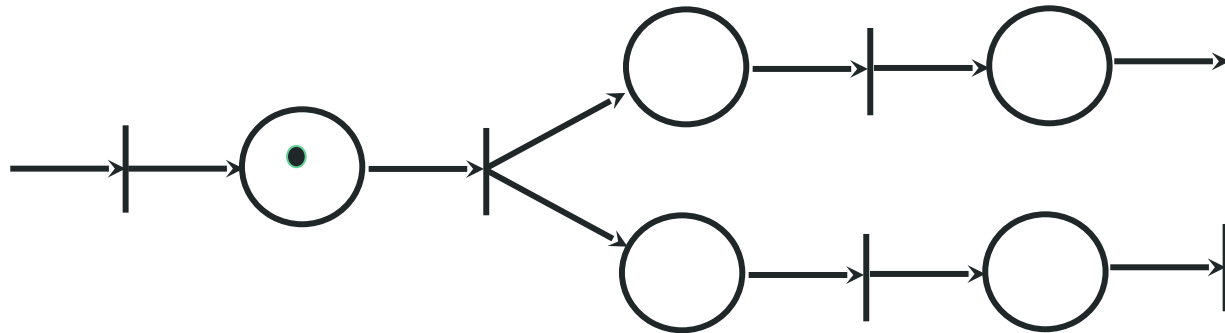
- Seqüência:



- fases de um processo
- seções de um sistema de transporte

# Poder de Expressão das RPs

- Concorrência:

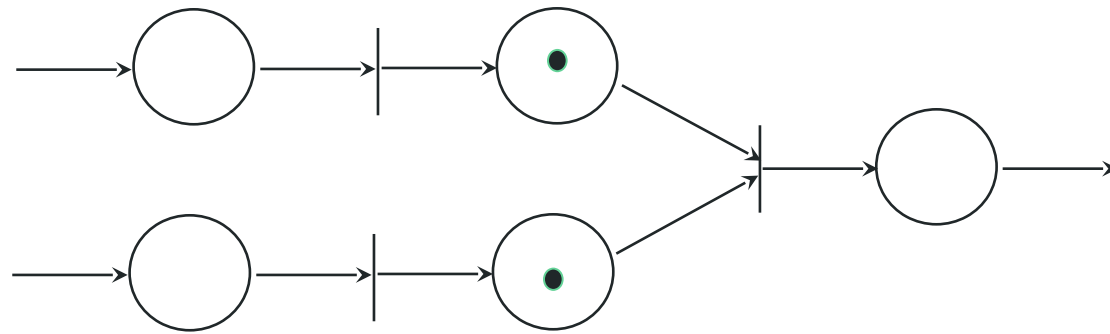


- processos paralelos



# Poder de Expressão das RPs

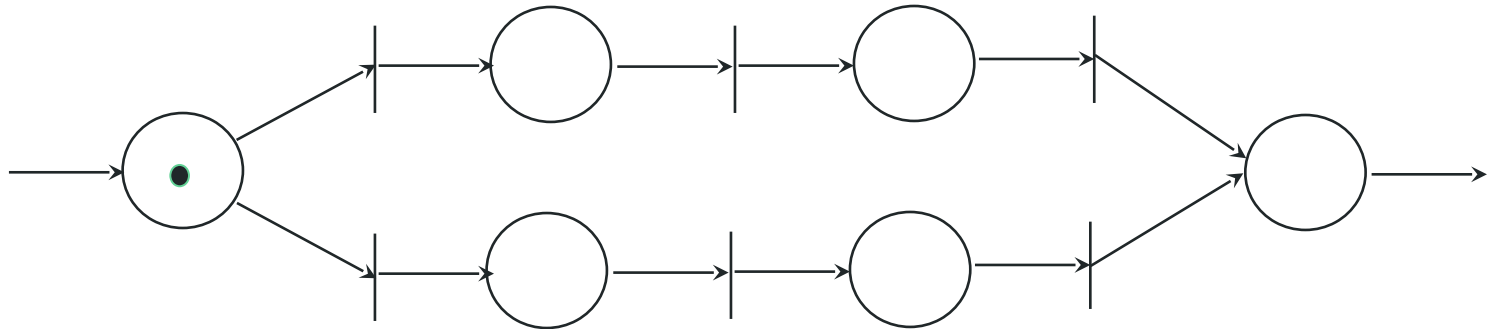
- Sincronismo:



- processos de montagem

# Poder de Expressão das RPs

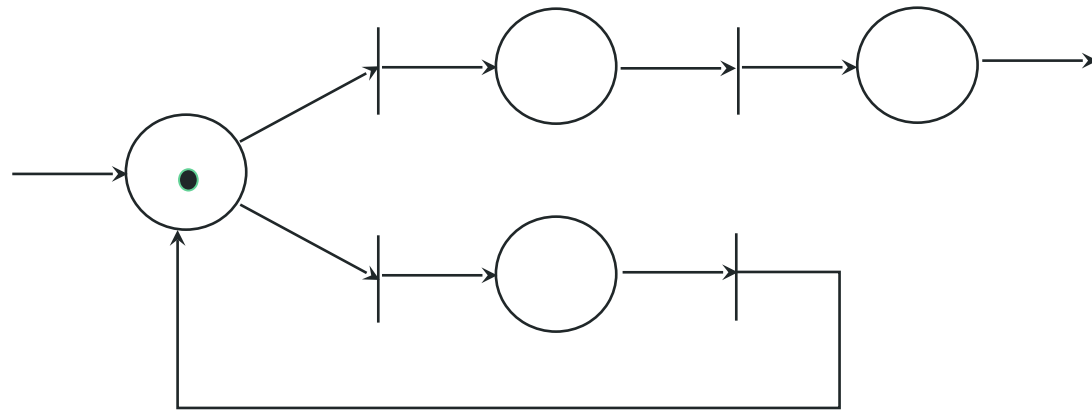
- Caminhos alternativos:



- roteamentos  
alternativos

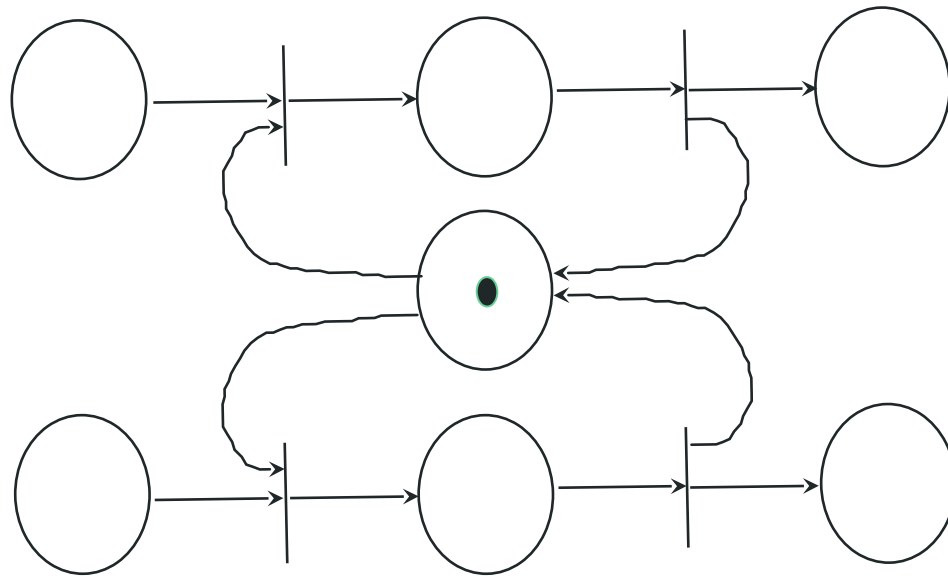
# Poder de Expressão das RPs

- Repetição:



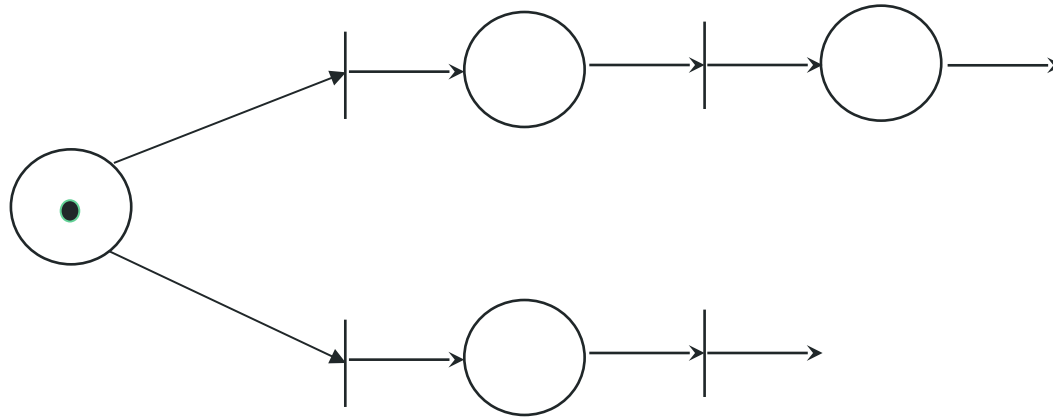
# Poder de Expressão das RPs

- Alocação de recursos:

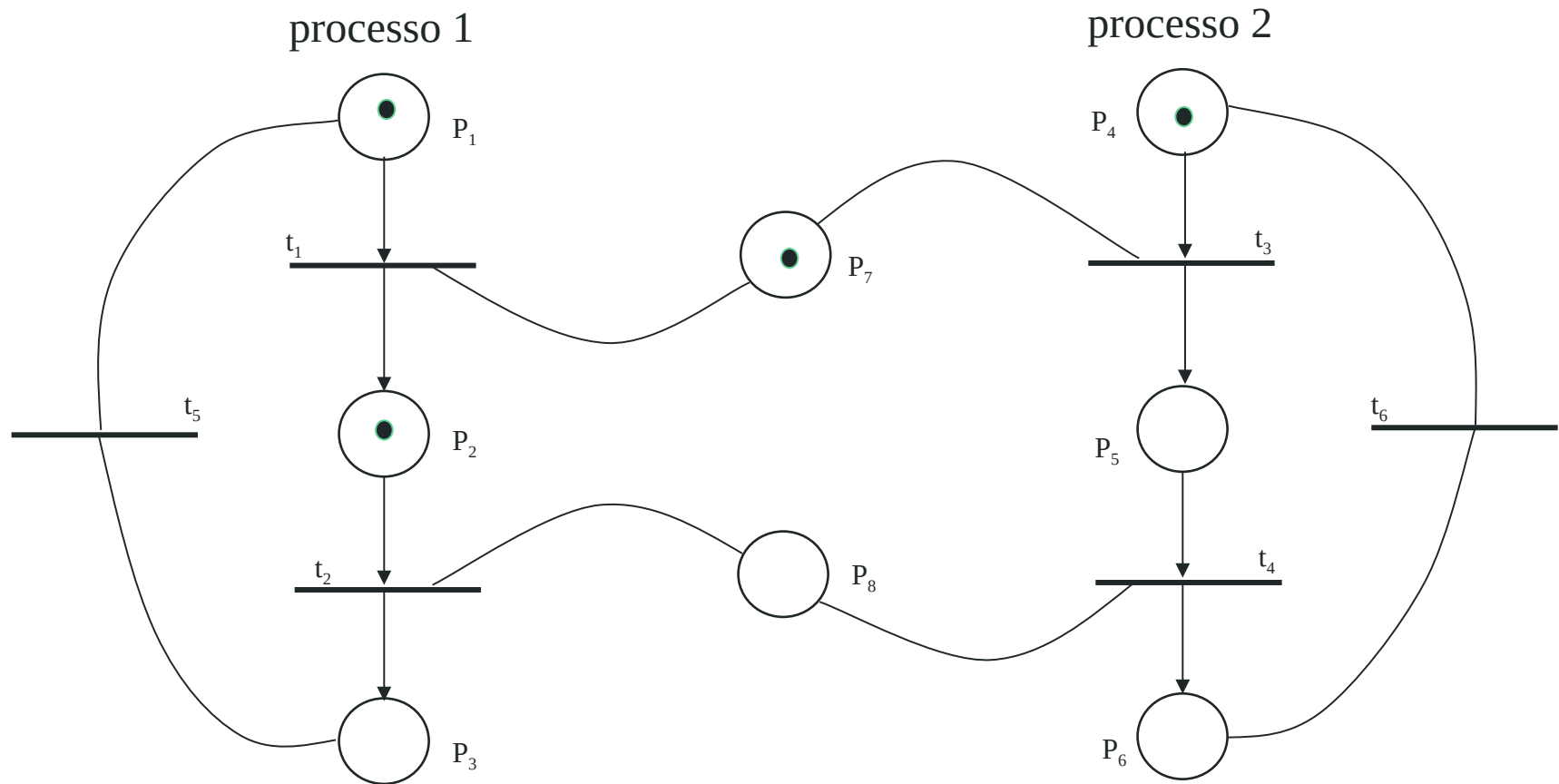


# Poder de Expressão das RPs

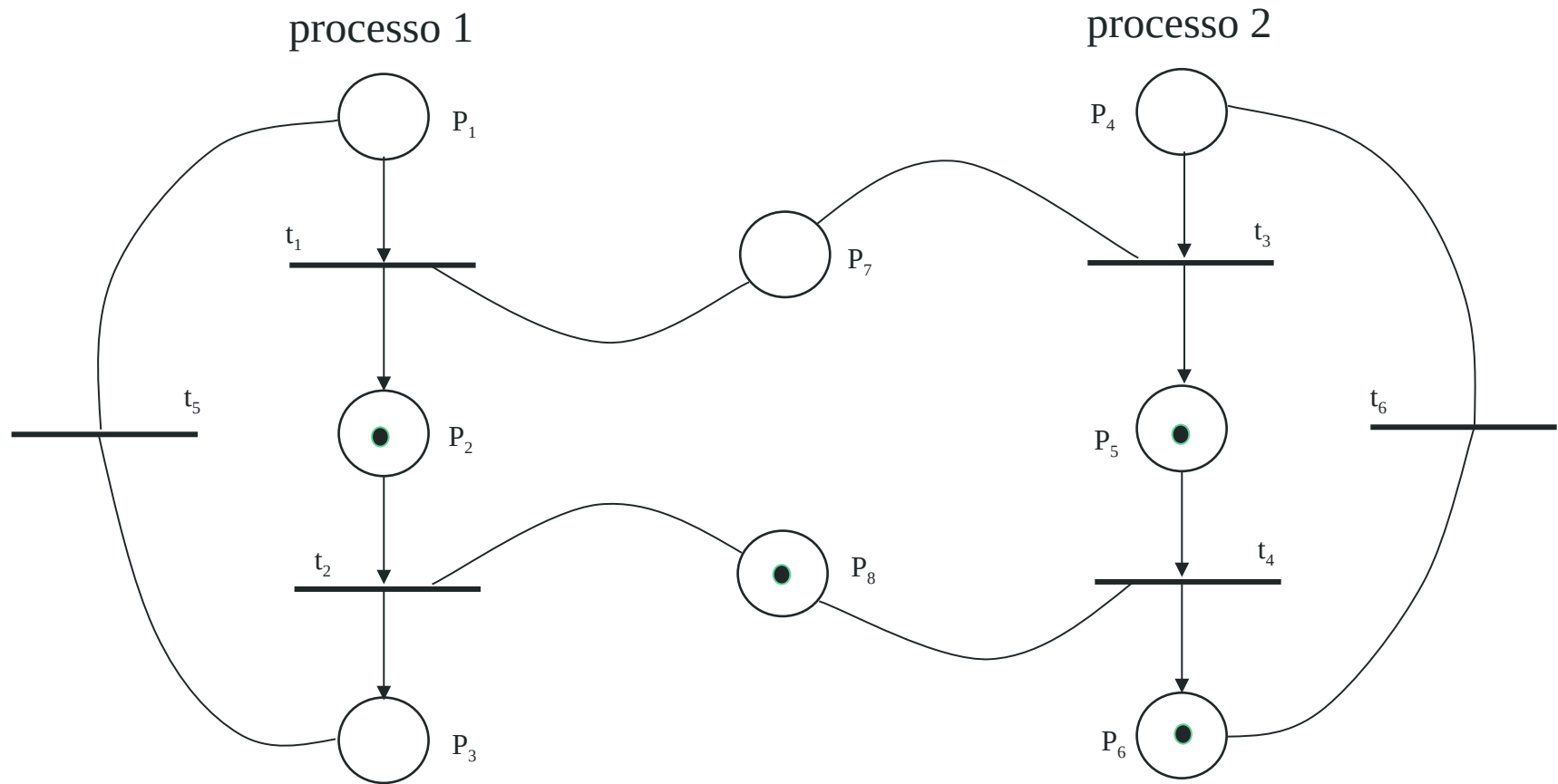
- Conflito:



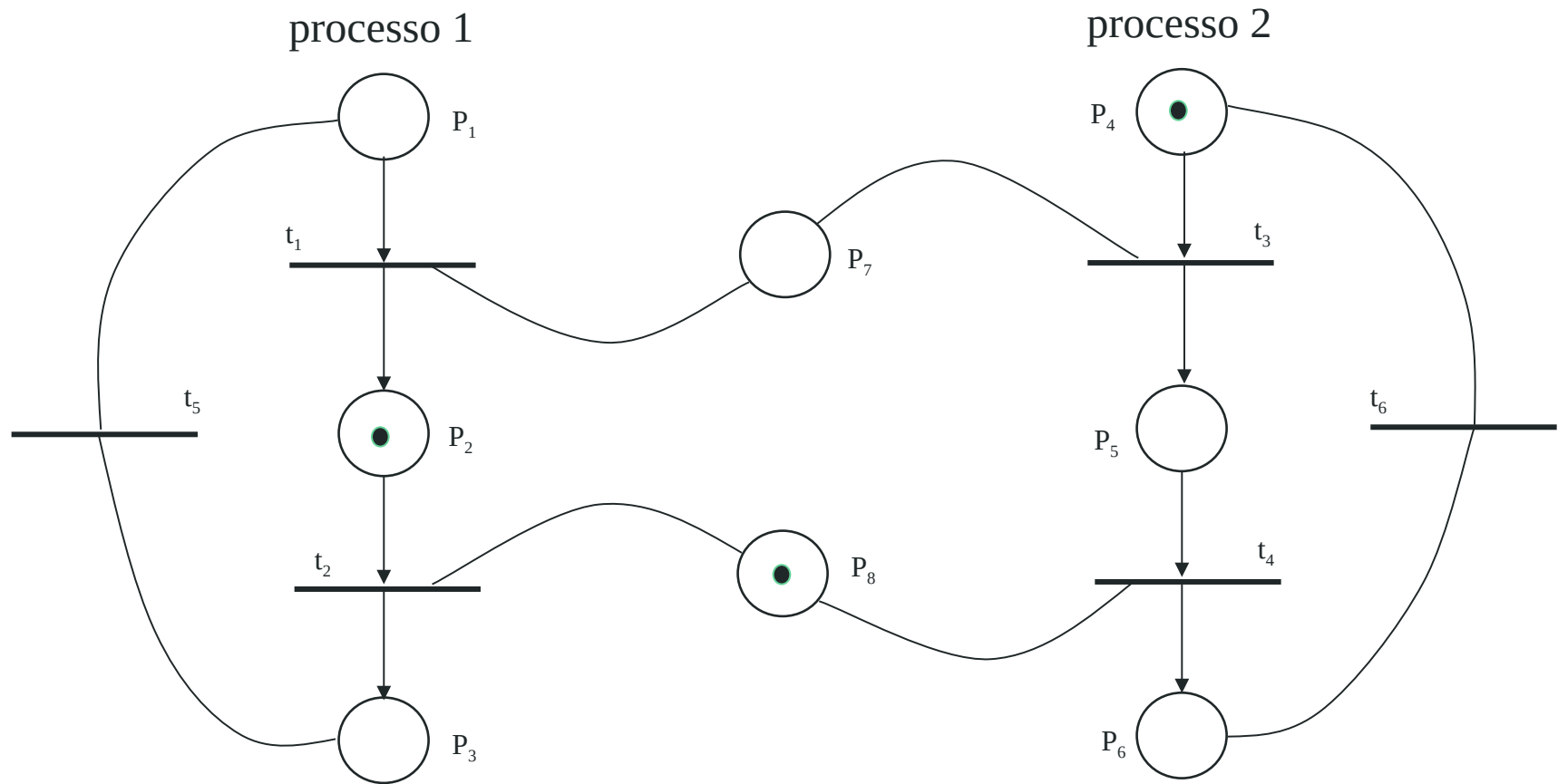
# Exemplos de RPs



# Exemplos de RPs

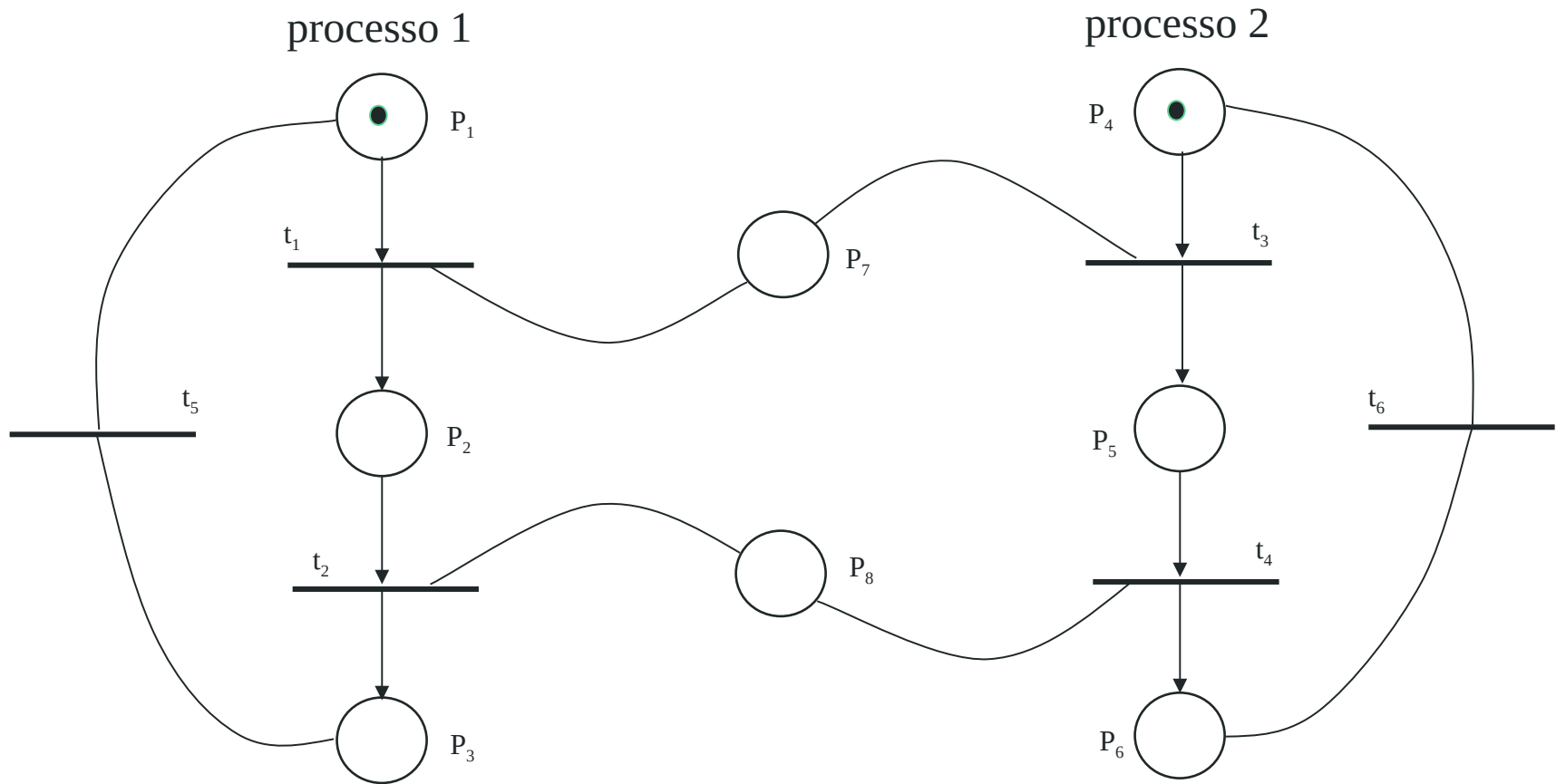


# Exemplos de RPs

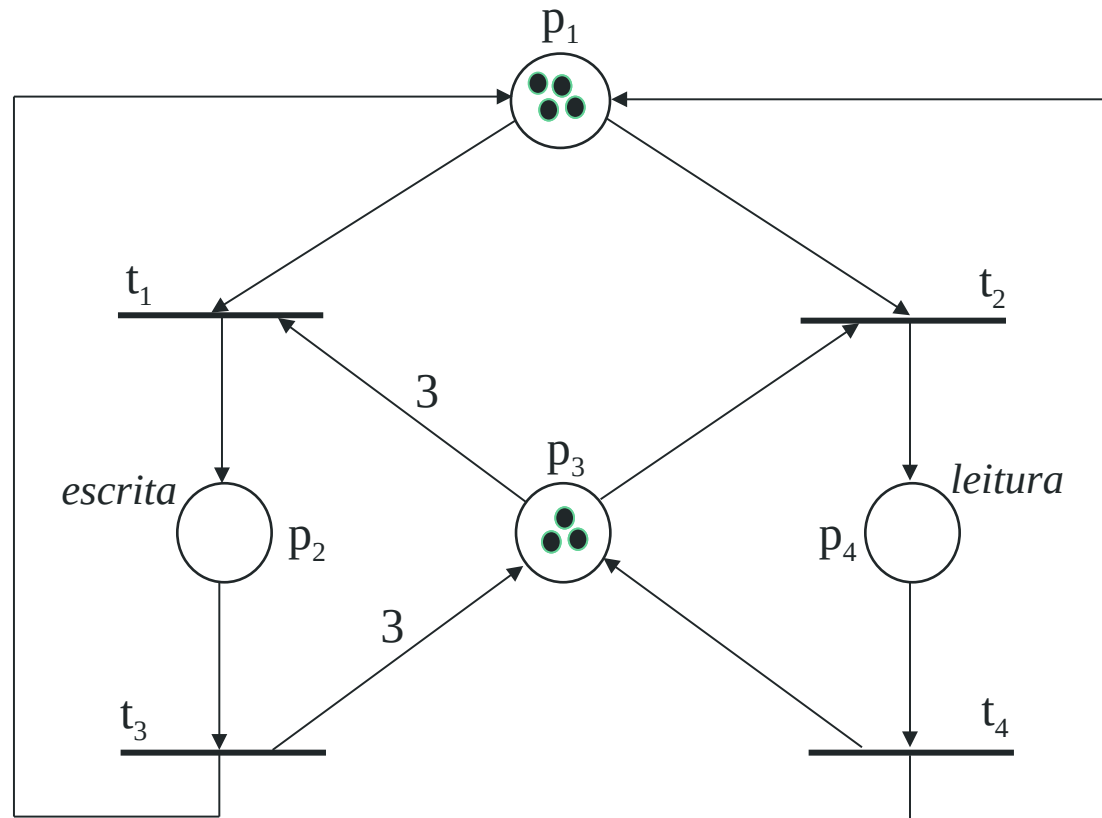




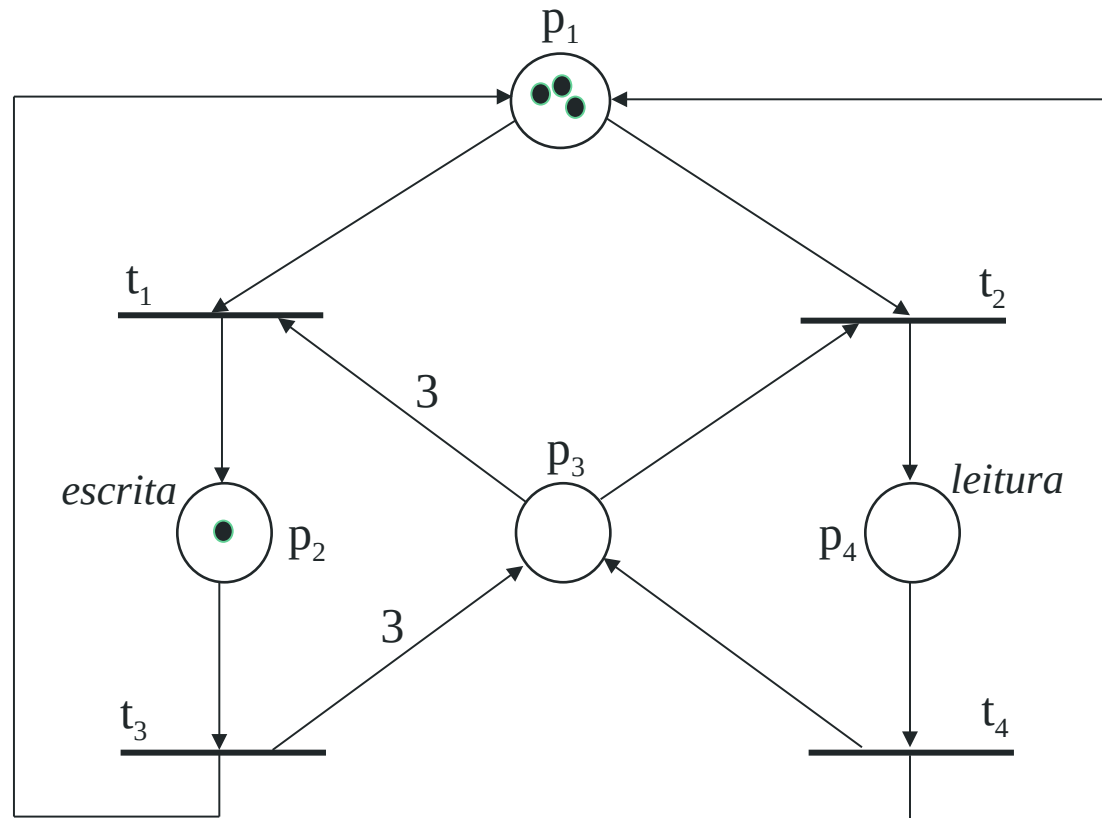
# Exemplos de RPs



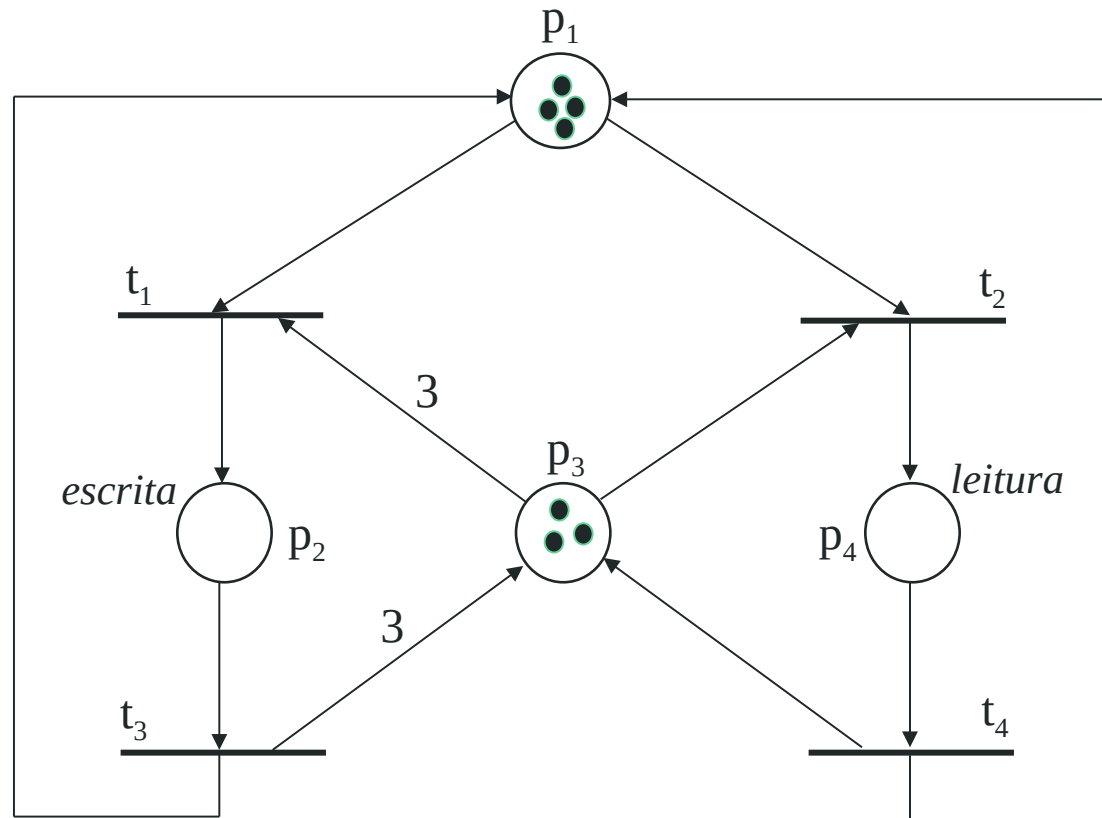
# Exemplos de RPs



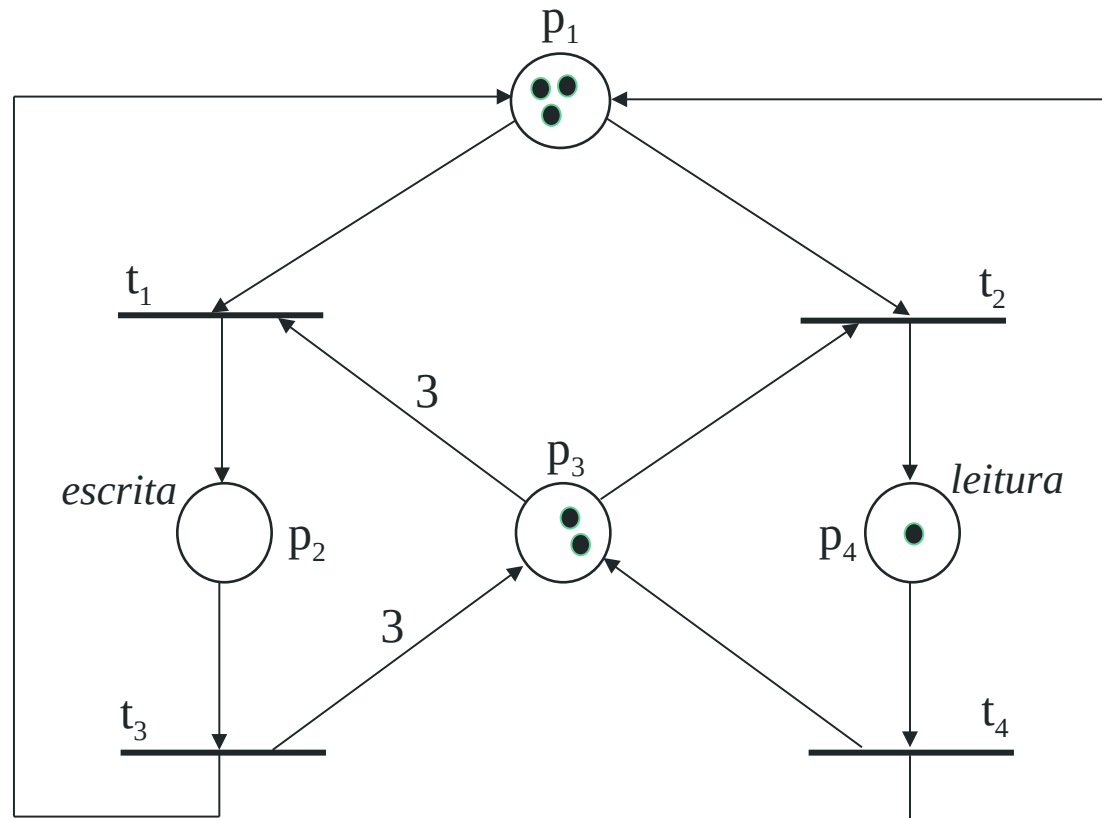
# Exemplos de RPs



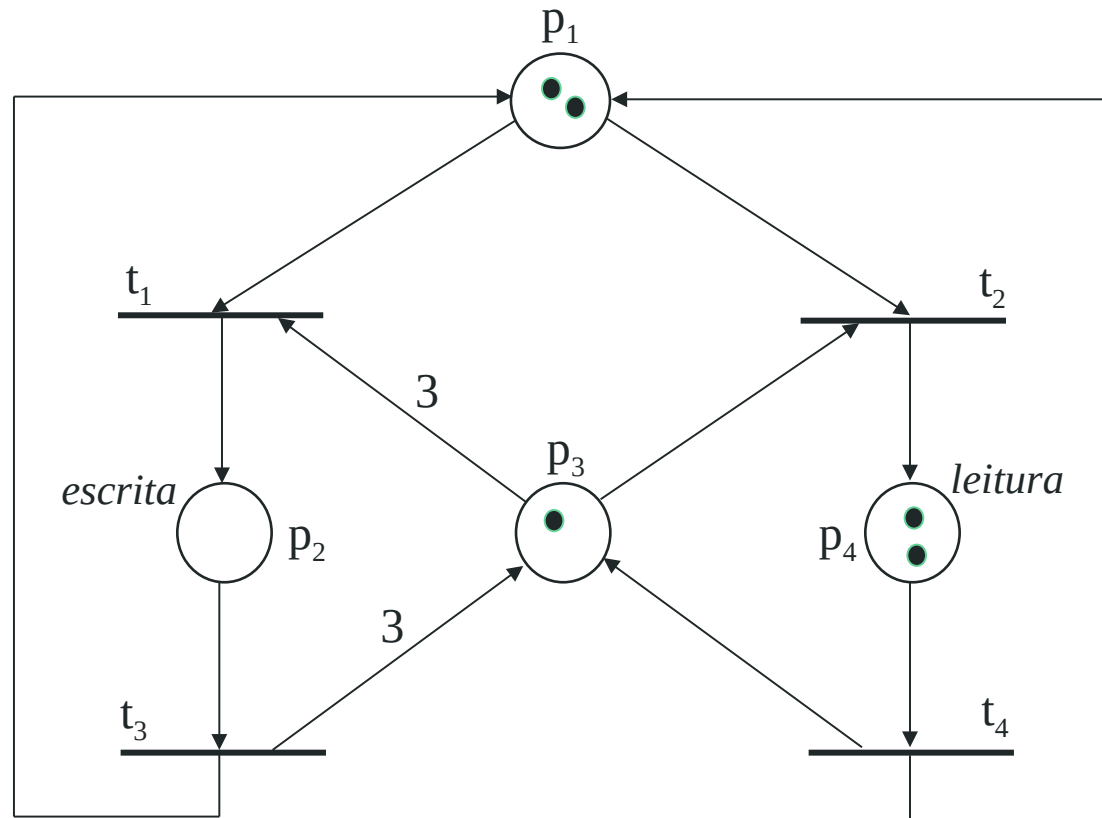
# Exemplos de RPs



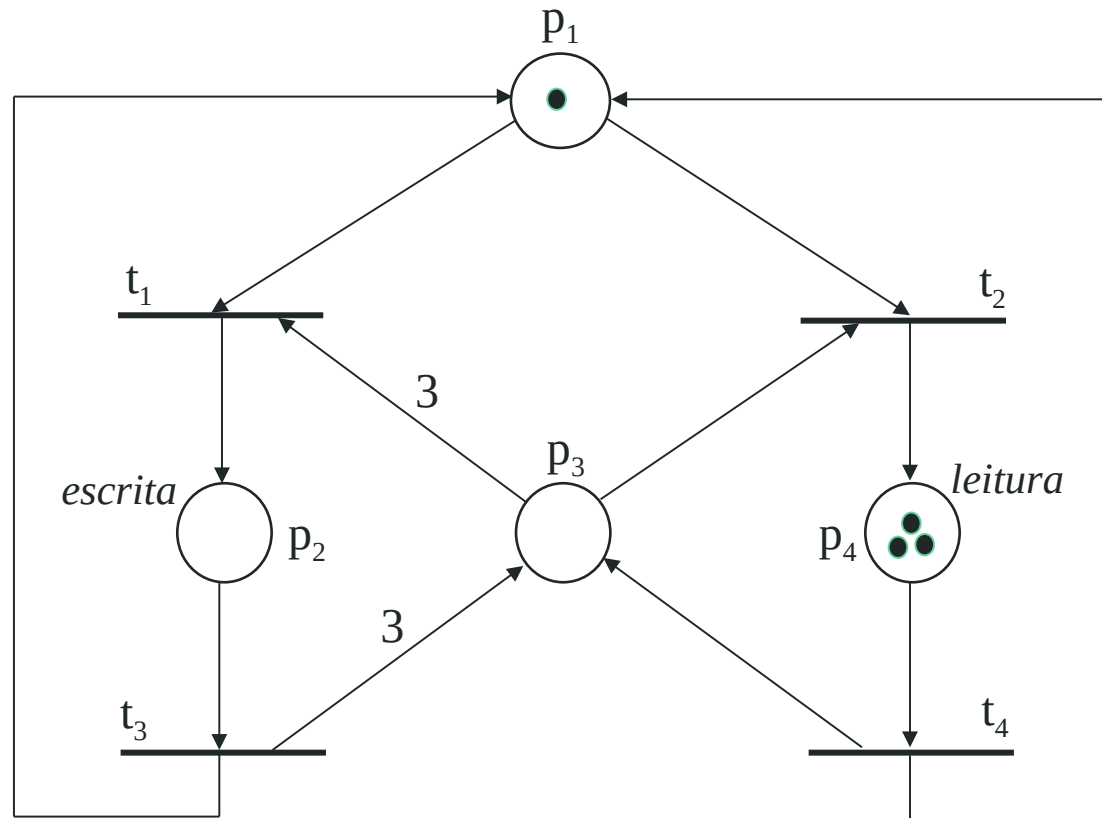
# Exemplos de RPs



# Exemplos de RPs



# Exemplos de RPs



# Propriedades e Métodos de análise

- RPs fornecem suporte para análise de propriedades e problemas associados aos sistemas modelados;
- Propriedades comportamentais e estruturais:
  - alcançabilidade;
  - vivacidade;
  - reversibilidade.



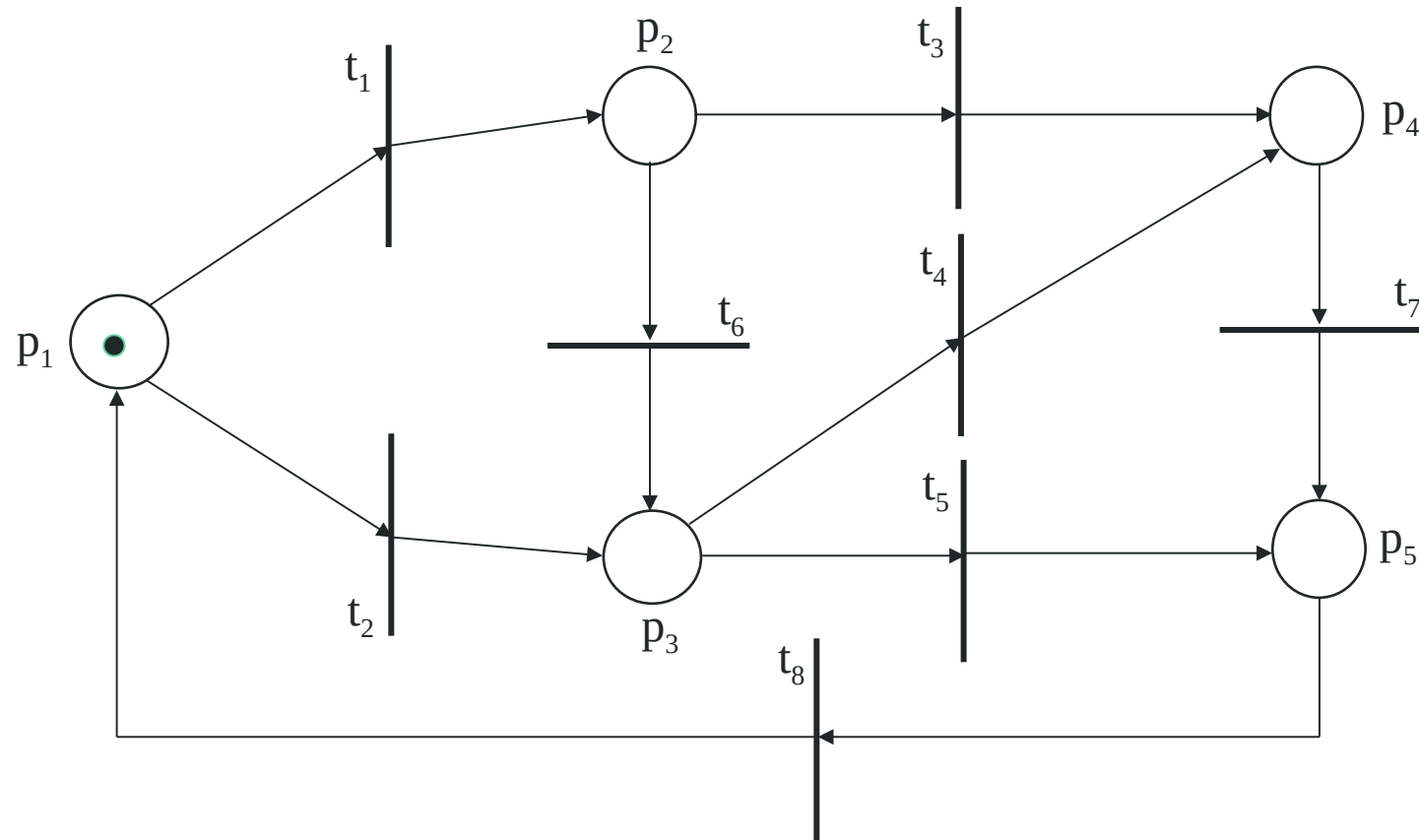
# Propriedades e Métodos de análise

- Métodos de análise:
  - árvore de cobertura;
  - equações de estado e invariantes;
  - redução.

# Subclasses de RPs

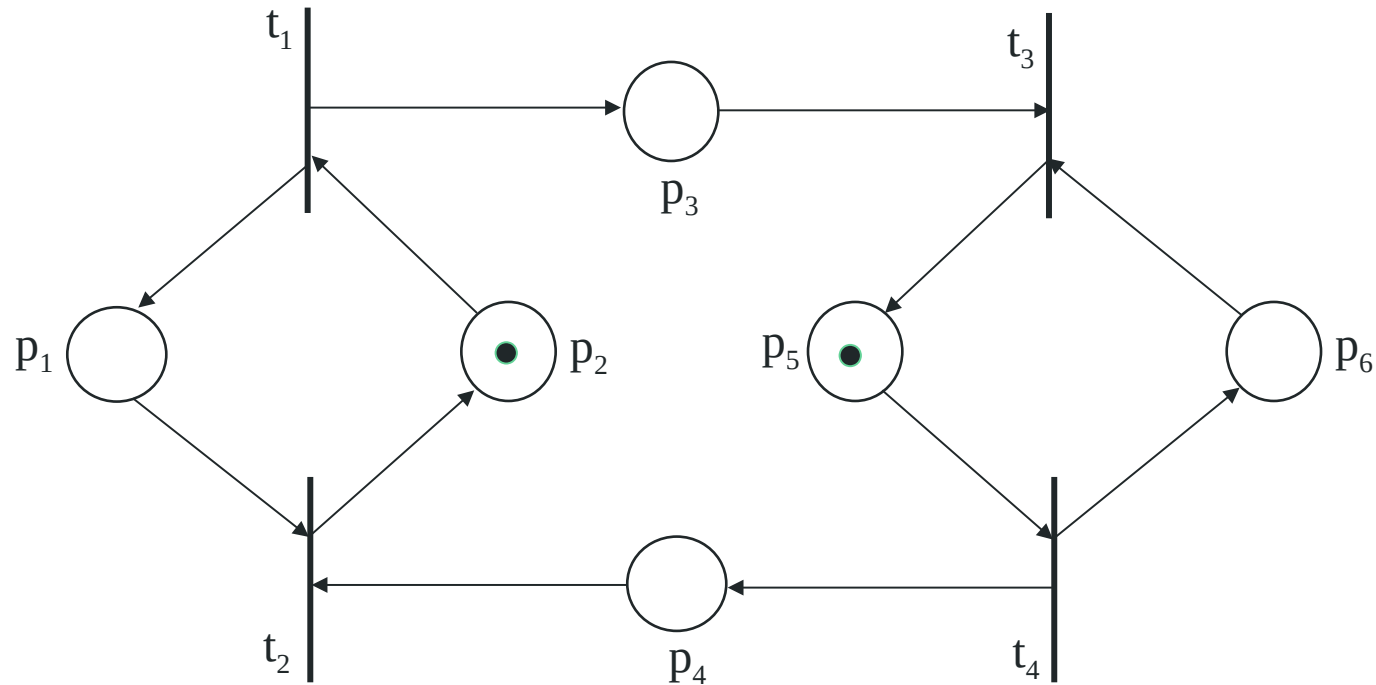
- Modelagem de problemas particulares:
  - máquinas de estado;
  - grafos marcados;
  - redes de livre escolha (free-choice nets).

# Máquina de estado (ME)



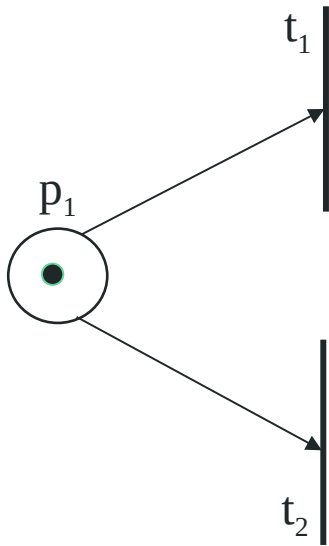
- Modela conflito;
- Não modela sincronismo nem concorrência.

# Grafo Marcado (GM)

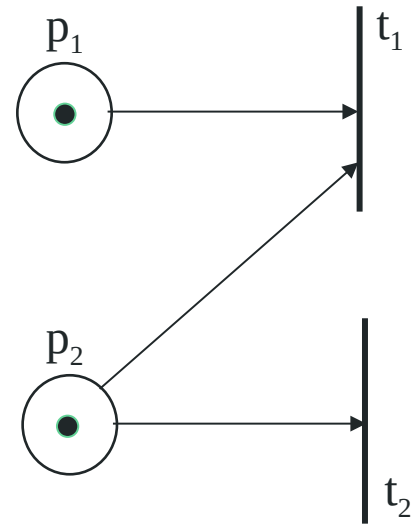


- Modela sincronismo e concorrência;
- Não modela conflito.

# Livre Escolha (LE)

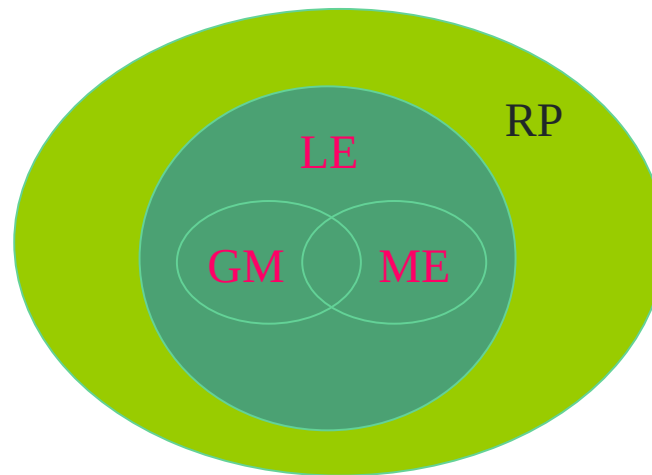


Sim



Não

# RPs e subclasses



# Extensões às RPs

- Dois tipos de extensões
  - Redes de Petri com restrições de tempo;
  - Redes de Petri de alto nível.

# Redes de Petri com restrições de tempo

- Duas abordagens
  - Redes de Petri determinísticas:
    - modelagem de sistemas em tempo real;
    - análise de desempenho;
  - Redes de Petri estocásticas:
    - análise de desempenho.



# Redes de Petri de alto nível

- Redes de Petri coloridas;
- Redes de Petri predicado transição
- Redes a Objeto

# Bibliografia

- F. Bause, P. S. Kritzinger, 'Stochastic Petri Nets – An Introduction to the Theory', Vieweg, Alemanha, 2002;
- B. Caillaud, P. Darondeau, L. Lavagno, X. Xie, 'Syntesis and Control of Discrete Event Systems', Kluwer Academic Publishers, 2002;
- C. G. Cassandras, S. Lafortune, 'Introduction to Discrete Event Systems', Kluwer Academic Publishers, 1999;

# Bibliografia

- J. O. Moody, P. J. Antsaklis, 'Supervisory Control of Discrete Event Systems Using Petri Nets', Kluwer Academic Publishers, 1998
- J. Cardoso, R. Valette, 'Redes de Petri', Editora da UFSC, 1997;
- J.-M. Proth, X. Xie, 'Les Réseaux de Petri pour la Conception de la Gestion des Systèmes de Production', Masson, Paris, 1994;

# Bibliografia

- R. David, H. Alla, 'Du Grafcet aux Réseaux de Petri', Hermès, Paris, 1992;
- G. W. Brams, 'Réseaux de Petri: Théorie et Pratique – tome 1', Masson, Paris, 1983.
- J. L. Peterson, 'Petri Net Theory and the Modeling of Systems', Prentice-Hall, N.J., 1981;
- J. Figueredo, A. Perkusich, J. Damásio, 'Notas de Aulas', Departamentos de engenharia Elétrica e Computação – Universidade Federal de Campina Grande, PB.