Métodos Numéricos

Prof. Dr. Jonatha Costa

2024

Organização

MN aplicados à Engenharia: Objetivo da aula

- Apresentar conteúdo de:
  - Sistemas de numeração
  - Conversão entre sistemas
  - Operações aritméticas com binários

MN aplicados à Engenharia: Sistemas de Numeração

Decomposição de um Número em um Sistema de Bases

Em geral qualquer número pode ser decomposto numa soma dos dígitos que o constitui (d_j) multiplicado pelas potências da sua base (β):

Figura: Termo geral numérico

$$
\begin{aligned}
(N)_B &= (\overbrace{d_n d_{n-1} d_{n-2} \ldots . d_0}^{\text{Parte inteira}},\overbrace{d_{-1} d_{-2} \ldots . \, d_{-m}}^{\text{Parte fracionária}})_\beta \\
&= d_n\beta^n + d_{n-1}\beta^{n-1} + d_{n-2}\beta^{n-2} + \ldots . + d_0\beta^0 + d_{-1}\beta^{-1} + d_{-2}\beta^{-2} + d_{-m}\beta^{-m}
\end{aligned}
$$

Fonte: DIAS,(2019)

onde os digitos d_j pertencem aos números naturais e satisfazem a condição: $0 \leq d_j \leq (\beta - 1)$

MN aplicados à Engenharia:Sistemas de Numeração

Sistema de Numeração Decimal ou Base 10

Todos os múltiplos e submúltiplos de um número são escritos com potencias de 10.

- 1537=
  $(1537)_{10} = 1 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0$
- 36,189=
  $(36,189)_{10} = 3 \times 10^1 + 6 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2} + 9 \times 10^{-3}$
- $6,032 \times 10^{23} =$
  $(6,032 \times 10^{23})_{10} = 6 \times 10^{23} + 0 \times 10^{22} + 3 \times 10^{21} + 2 \times 10^{20}$

MN aplicados à Engenharia: Sistemas de Numeração

Sistema de Numeração Binário ou Base 2

Neste caso todos os múltiplos e submúltiplos de um número são escritos com potencias de 2.

- $(10111)_2 =$
  $(10111)_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
- $(10,1)_2 =$
  $(10,1)_2 = 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1}$

Nota: Os computadores digitais operam basicamente com dois tipos de sinais de tensão: baixo e alto. Matematicamente, pode-se expressar esses valores por 0 (baixo) e 1 (alto)

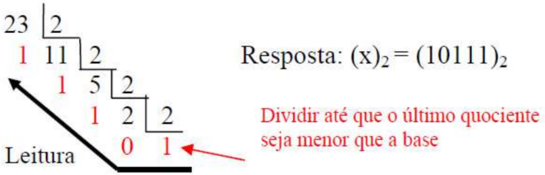
MN aplicados à Engenharia: Sistemas de Numeração

Conversão de números (decimal para binário)

Devemos aplicar um método para a parte inteira (divisões sucessivas) e um método para a parte fracionaria, se houver (multiplicações sucessivas).

Ex: $(23)_{10} \longrightarrow (x)_2$

Figura: Decimal para binário - 23_{10}



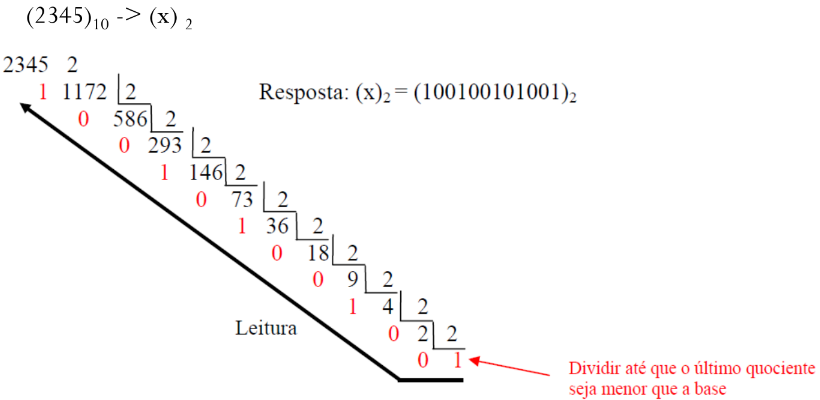
Fonte: DIAS,(2019)

A partir de uma sequência de 0*s* e de 1*s* podemos expressar "qualquer" número decimal?

MN aplicados à Engenharia: Sistemas de Numeração

Conversão de números (decimal para binário)

Figura: Decimal para binário - 2345_{10}



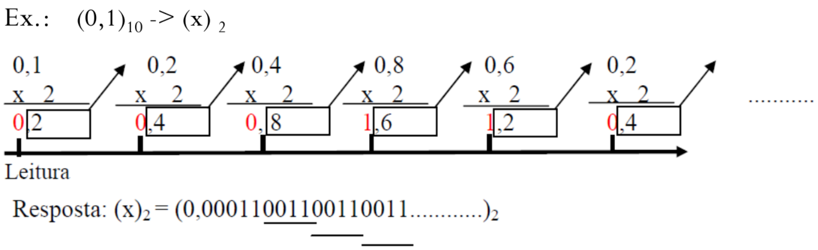
Fonte: DIAS,(2019)

MN aplicados à Engenharia: Sistemas de Numeração

Conversão de números (decimal para binário)

Para números fracionários utilizamos a regra da multiplicação:

Figura: Decimal para binário - $0,1_{10}$



Fonte: DIAS,(2019)

Conclui-se que o número $(0,1)_{10}$ NÃO tem representação binária finita!

Por mais moderno que seja o computador ele nunca vai saber exatamente o que significa o numero $(0,1)_{10}$, pois sua conversão para binário sempre acarretará numa aproximação.

MN aplicados à Engenharia: Sistemas de Numeração

Conversão de números (decimal para binário)

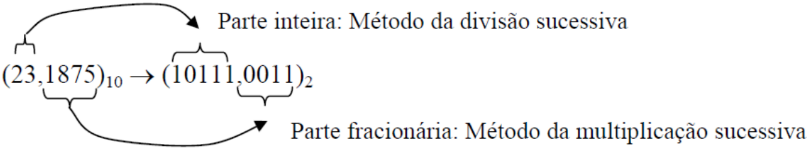
Alerta: O fato de um número não ter representação finita no sistema binário pode acarretar a ocorrência de erros aparentemente inexplicáveis nos cálculos dos dispositivos eletrônicos.

MN aplicados à Engenharia: Sistemas de Numeração

Conversão de números (decimal para binário)

Resumo:

Figura: Decimal para binário - resumo



Fonte: DIAS,(2019)

MN aplicados à Engenharia: Sistemas de Numeração

Adição de binários

Propriedades:

- $0 + 0 = 0$
- $1 + 0 = 1$
- $0 + 1 = 1$
- $1 + 1 = 0$ e eleva 1 para **somar** ao dígito imediatamente à esquerda deste.

Figura: Adição de binários

```
    1             11
    1100           1100
+    111      +    1111
  -----          -----
= 10011       =  11011
```

Fonte: DIAS,(2019)

MN aplicados à Engenharia: Sistemas de Numeração

Subtração de binários

Propriedades:

- $0 - 0 = 0$
- $1 - 0 = 1$
- $0 - 1 = 1$ e eleva 1 para **subtrair** ao dígito imediatamente à esquerda deste.
- $1 - 1 = 0$

Figura: Subtração de binários

```
       1 111
      1101110
 -      10111
      -------
 =    1010111
```

Fonte: DIAS,(2019)

MN aplicados à Engenharia: Sistemas de Numeração

Multiplicação de Binários

Efetua-se o produto entre 0 e 1 elemento-a-elemento seguindo-se a soma na ordem coluna-coluna.

Figura: Multiplicação de binários

```
        1 0 1 1
      x 1 0 1 0
      ---------
        0 0 0 0
+     1 1 0 1 1
+     0 0 0 0
+ 1 0 1 1
---------------
= 1 1 0 1 1 1 0
```

```
        1 1 1
  x     1 1 1
  ---------
      1 1
    1 1 1 1 1
+   1 1 1 1
+ 1 1 1 1
---------------
= 1 1 0 0 0 1
```

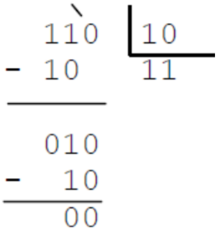
Fonte: DIAS,(2019)

MN aplicados à Engenharia: Sistemas de Numeração

Divisão de Binários

Efetua-se a divisão entre elemento-a-elemento seguindo-se a subtração na ordem coluna-coluna.

Figura: Divisão de binários



Fonte: DIAS,(2019)

Exercícios

Veja a lista de exercícios na web