

Métodos Numéricos

Prof. Jonatha Costa

2024

MN aplicados à Engenharia

- Apresentar conteúdo de Resolução de Equações Não-Lineares
 - Método da Bisseção
 - Método Regula-Falsi
 - Método Newton-Raphson
 - Método da Secante

Organização

① Resolução de Sistemas Não-Lineares

Fundamentos

Método da Bisseção

Método Regula-Falsi

Método Newton-Raphson

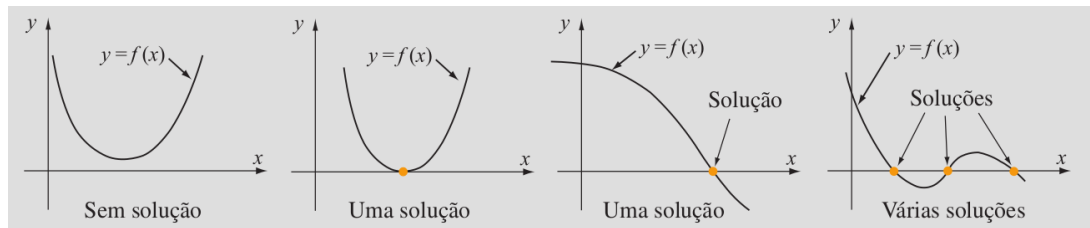
Método da Secante

MN aplicados à Engenharia

Fundamentos de Resolução de Sistemas Não-Lineares

- Equações precisam ser resolvidas em todas áreas da engenharia;
- Consiste em determinar o(s) valor(es) de x tal que $f(x) = 0$.

Figura: Existência de solução em curvas



Fonte: GILAT,(2008)

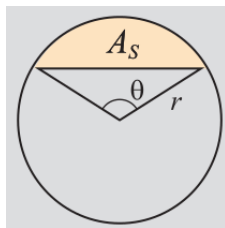
- Um número real ξ é um zero da função $f(x)$ ou uma raiz da equação $f(x) = 0$ se $f(\xi) = 0$.

MN aplicados à Engenharia

Fundamentos

- Em alguns casos as soluções podem ser reais ou imaginárias.
- Seja o exemplo da área do segmento sombreado, dada por $A_s = \frac{1}{2}r^2(\theta - \text{sen}(\theta))$.

Figura: Área de setor



Perceba que:

- A determinação de θ em função de A_s e r conhecidos não é possível através de solução analítica.
- Para tanto, utilizam-se os métodos numéricos para encontrar uma solução aproximada para tanto.

Fonte: GILAT,(2008)

MN aplicados à Engenharia

Zeros de funções reais

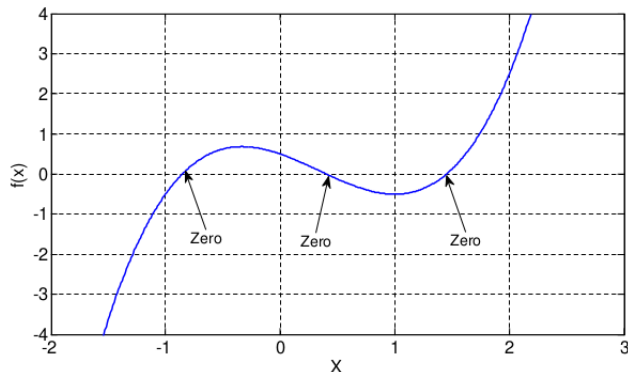
- Quais os zeros das funções:
 - $f(x) = x - 3$;
 - $f(x) = x^2 - 4x - 5$;
 - $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1/2$.

MN aplicados à Engenharia

Zeros de funções reais

- Seja uma função $f(x)$ contínua em um intervalo I . Denomina-se zero desta função todo $x \in I$, tal que $f(x) = 0$.

Figura: $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1/2$



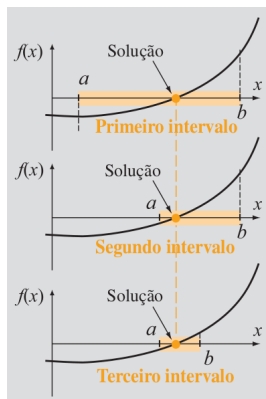
Fonte: DIAS,(2019)

MN aplicados à Engenharia

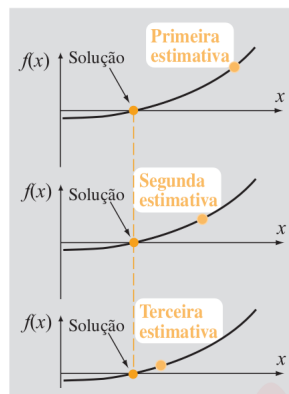
Como obter as raízes de uma equação qualquer?

Figura: Método de obtenção das raízes

(a) Confinamento



(b) Método aberto



Fonte: GILAT,(2008)

MN aplicados à Engenharia

Boas práticas

- Definir a faixa de busca ou isolamento das raízes;
- Estabelecer uma faixa de erro aceitável e tolerância para a aproximação;
- Refinar a busca por meio de um processo iterativo até que a solução tenha uma precisão prefixada.

MN aplicados à Engenharia

- **Estimação de Erros em Soluções Numéricas - Erro real**

Seja x_{TS} a solução exata tal que $f(x_{TS}) = 0$, e seja x_{NS} uma solução numérica aproximada tal que $f(x_{NS}) = \varepsilon$, em que ε é um número muito pequeno.

- Deve ser criado algum critério para verificar se uma solução é precisa.
- *Erro real*

$$erro\ real = x_{TS} - x_{NS}$$

Este critério não é tão útil, visto que x_{TS} não é conhecido!

- **Estimação de Erros em Soluções Numéricas - Tolerância em $f(x)$:**

- Ao invés de considerar o erro na solução, verifica-se o desvio de $f(x_{NS})$ em relação a zero.
- Tolerância em f : $tolerancia = \left| f(x_{TS}) - f(x_{NS}) \right| = \left| 0 - \varepsilon \right| = \left| \varepsilon \right|$

MN aplicados à Engenharia

- **Estimação de Erros em Soluções Numéricas - Tolerância na solução:**

- É útil quando métodos de confinamento são usados na determinação numérica;
- Assume-se que a solução numérica é o ponto central de um intervalo com uma tolerância tal que:

$$x_{NS} = \left(\frac{a+b}{2} \right) \pm \left(\frac{a-b}{2} \right)$$

- **Estimação de Erros em Soluções Numéricas - Erro relativo estimado**

- Utilizado quando as soluções numéricas são calculadas iterativamente;
- É dado por:

$$\text{erro relativo estimado} = \left| \frac{x_{NS}^n - x_{NS}^{(n-1)}}{x_{NS}^{(n-1)}} \right|$$

MN aplicados à Engenharia

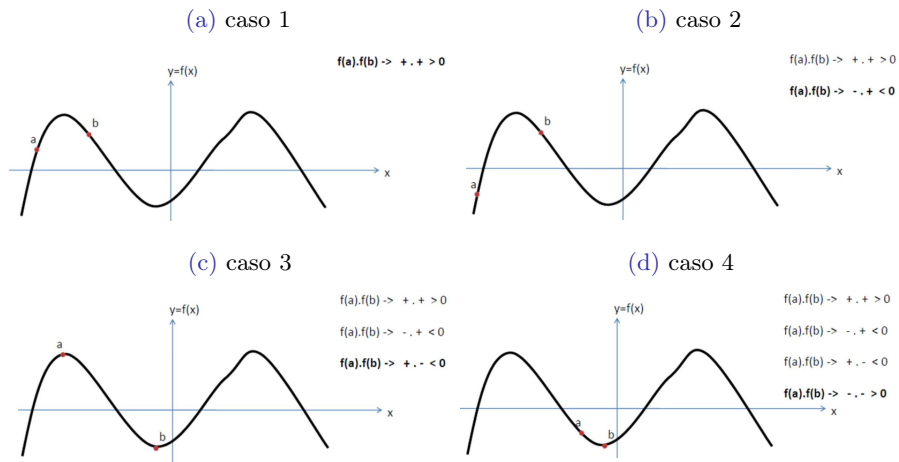
Fase 01 - Confinamento das raízes

- **Teorema 1.** Seja uma função contínua no intervalo $[a, b]$.

Se $f(a) \cdot f(b) \leq 0$, então \exists pelo menos um ponto $x = x_0$ entre a e b que é solução de $f(x) = 0$.

MN aplicados à Engenharia

Figura: Existência de zeros na função



Fonte: DIAS,(2019)

MN aplicados à Engenharia

Fase 01 - Confinamento das raízes

Exemplo: Para determinar os zeros da função $f(x) = x^3 - 9x + 3$, pode-se construir uma tabela de valores de $f(x)$ e proceder à análise dos sinais, como ilustrado na Tabela 1.

Tabela: Confinamento de raízes

	$f(-4)f(-3)=(-25).(3)=-75 < 0$					$f(2)f(3)=(-7).(3)=-21 < 0$			
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	
f(x)	-25	3	13	11	3	-5	-7	3	
					$f(0)f(1)=(3).(-5)=-15 < 0$				

Fonte: DIAS, (2019)

Portanto, nos intervalos $[-4, -3]$, $[0, 1]$ e $[2, 3]$, \exists pelo menos uma raiz real da função. Como trata-se de um polinômio do 3º grau, pode-se dizer que existe apenas uma raiz em cada intervalo.

MN aplicados à Engenharia

Fase 02 - Confinamento das raízes

Critério de Parada:

Considerando \bar{x} a raiz aproximada com precisão ε , o qual normalmente é da ordem de 10^{-6} , tem-se:

(i) $|\bar{x} - \xi| < \epsilon$

(ii) $|f(\bar{x})| < \epsilon$

Como realizar o teste (i), uma vez desconhecido o ξ ?

Uma forma é reduzir o intervalo que contém a raiz a cada iteração.

Seja $[a, b]$ tal que $\xi \in [a, b]$, $(b - a) < \epsilon$.

Então, $\forall x \in [a, b], |x - \varepsilon| < \xi$ portanto, $\forall x \in [a, b]$ pode ser tomado como \bar{x} .

Organização

① Resolução de Sistemas Não-Lineares

Fundamentos

Método da Bisseção

Método Regula-Falsi

Método Newton-Raphson

Método da Secante

MN aplicados à Engenharia

Fase 02 - Confinamento das raízes (Método da Bisseção)

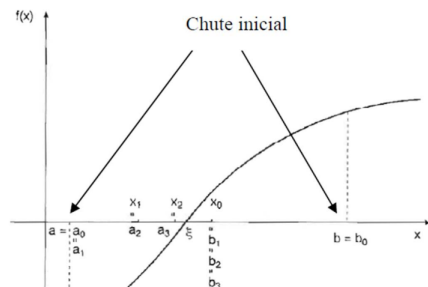
Para se aproximar de uma raiz, o princípio da bisseção consiste em reduzir o intervalo inicial testando o sinal de $f(x)$ para o ponto médio do intervalo.

- Considerando o intervalo $[a, b]$, $x = \frac{a+b}{2}$
- Se $f(a).f(x) < 0$, o novo intervalo é $[a, \frac{a+b}{2}]$
- Se $f(b).f(x) < 0$, o novo intervalo é $[\frac{a+b}{2}, b]$

MN aplicados à Engenharia

Fase 02 - Refinamento (Método da Bissecção)

Figura: Método da Bissecção



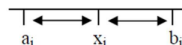
$$x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2} \quad \begin{cases} f(a_0) < 0 \\ f(b_0) > 0 \\ f(x_0) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xi \in (a_0, x_0) \\ a_1 = a_0 \\ b_1 = x_0 \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} \quad \begin{cases} f(a_1) < 0 \\ f(b_1) > 0 \\ f(x_1) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xi \in (x_1, b_1) \\ a_2 = x_1 \\ b_2 = b_1 \end{cases}$$

$$x_2 = \frac{a_2 + b_2}{2} \quad \begin{cases} f(a_2) < 0 \\ f(b_2) > 0 \\ f(x_2) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xi \in (x_2, b_2) \\ a_3 = x_2 \\ b_3 = b_2 \end{cases}$$

⋮

⋮



Fonte: DIAS,(2019)

MN aplicados à Engenharia

Figura: *Script* Método da Bissecção no Octave/Matlab

```

1 % Solução de equações não lineares
2 clear all;clc; pkg load symbolic; format bank
3 %*****
4 F=inline('8-4.5*(x-sin(x))');
5 %*****
6 a=2;    b=3;                                % Kick-off
7 imax=50; tol=0.001;
8 %*****
9 disp("Método da Bissecção!")
10 fprintf("\nIteração \ta\tb\tc\tFa\tFb\tFx\n")
11 tic
12 for(i=1:imax)
13 %*****
14     x=(a+b)/2;    toli=(b-a)/2;
15     fprintf("%5d\t%11.4f %8.4f%8.4f%8.4f%8.4f\n",i,a,b,x,F(a),F(b),F(x))
16 %*****
17     if (F(a)*F(x)<0)  a=a; b=x; end    %Raiz entre a e xmed => novo 'b'
18     if (F(a)*F(x)>0)  a=x; b=b; end    %Raiz entre b e xmed => novo 'a'
19 %*****
20     if (tol<tol)
21         fprintf("\nSolução %.4f alcançada após %d iterações! \n",x,i);
22         break
23     end
24 end
25
26 fprintf("Tempo de processamento t=%f(s)\n\n",toc)
27 %*****

```

Fonte: AUTOR,(2020)

MN aplicados à Engenharia

Figura: *Script* Método da Bissecção no Python

```
import numpy as np

f= lambda x: 8-4.5*(x - np.sin(x))    # ou def fun(x): ...
a, b, imax, tol = 2, 3, 50, 0.001
print('iteração  a      b      x      f(a)      f(x)      f(b)')
print(60*'-')
t0 = time.process_time()              # Ligar cronômetro
# =====
if f(a)*f(b)>0:
    print('A raiz não está contida no intervalo dado [%d,%d]!'%(a,b))
    print('Por favor teste um novo intervalo [a,b].')
else:
    X=[]
    for i in range(imax):
        x=(a+b)/2
        X.append(x)
        toli=(b-a)/2
        print('  %d  %3f  %3f  %3f  %3f  %3f  %3f'
              %(i+1,a,b,x,f(a),f(x),f(b)))
        if (f(a)*f(x)<0): # Raiz localizada entre a e x >> novo b
            b=x
        else:           # Raiz localizada entre b e x >> novo a
            a=x
        if(toli<tol):
            print(60*'-')
            break
    print()
    print('Solução x=',format(x, '.3f'), 'encontrada após',i+1,'iterações!')
    print('Processamento computacional em:%.4fs' %(time.process_time()-t0))
```

Fonte: AUTOR,(2024)

MN aplicados à Engenharia

Método da Bissecção

Figura: Resultados Método da Bissecção

Método da Bissecção!

iteração	a	b	c	Fa	Fb	Fx
1	2.0000	3.0000	2.5000	3.0918	-4.8650	-0.5569
2	2.0000	2.5000	2.2500	3.0918	-0.5569	1.3763
3	2.2500	2.5000	2.3750	1.3763	-0.5569	0.4341
4	2.3750	2.5000	2.4375	0.4341	-0.5569	-0.0557
5	2.3750	2.4375	2.4062	0.4341	-0.0557	0.1907
6	2.4062	2.4375	2.4219	0.1907	-0.0557	0.0678
7	2.4219	2.4375	2.4297	0.0678	-0.0557	0.0062
8	2.4297	2.4375	2.4336	0.0062	-0.0557	-0.0248
9	2.4297	2.4336	2.4316	0.0062	-0.0248	-0.0093
10	2.4297	2.4316	2.4307	0.0062	-0.0093	-0.0016

Solução 2.4307 alcançada após 10 iterações!
 Tempo de processamento t=0.002587(s)

Fonte: AUTOR,(2020)

Organização

① Resolução de Sistemas Não-Lineares

Fundamentos

Método da Bisseção

Método Regula-Falsi

Método Newton-Raphson

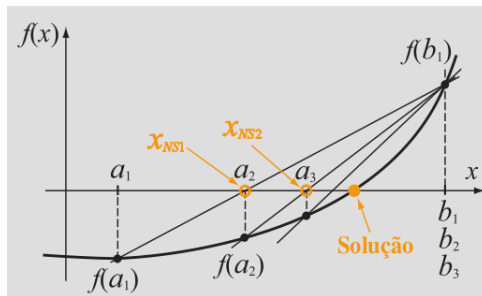
Método da Secante

MN aplicados à Engenharia

Fase 02 - Refinamento (Método regula falsi)

- Também chamado de método da **falsa posição** ou de interpolação linear.
- É um método de confinamento utilizado para se obter a solução de uma equação $f(x) = 0$ quando se tem conhecimento que a solução está dentro de um intervalo $[a, b]$ e $f(x)$ é contínua.

Figura: Método da Bissecção



Fonte: GILAT,(2008)

MN aplicados à Engenharia

Fase 02 - Refinamento (Método regula falsi ou falsa posição)

- Para um intervalo $[a, b]$ a equação da linha reta que conecta os dois pontos $(b, f(b))$ e $(a, f(a))$ é dada por:

$$y = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \cdot (x - b) + f(b)$$

- O ponto x_{NS} , onde a reta cruza o eixo x , é determinado pela equação a seguir, considerando $f(x) = 0$:

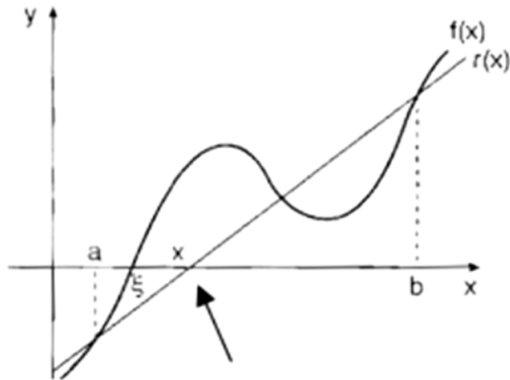
$$x_{NS} = \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)}$$

MN aplicados à Engenharia

Fase 02 - Refinamento (Método regula falsi)

- Graficamente este ponto x é a interseção entre o eixo das abcissas (x) e a reta $r(x)$ que passa pelos pontos $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$.

Figura: Refinamento



Fonte: DIAS,(2019)
Métodos Numéricos

MN aplicados à Engenharia

Figura: *Script* Método da Falsa Posição no Octave/Matlab

```

1 % Solução de equações não lineares
2 clear all;clc; pkg load symbolic; format bank
3 F=inline('8-4.5*(x-sin(x))');
4 %*****
5 a=2;    b=3;  imax=30;  tol=0.001;
6 %*****
7 disp("Método da Falsa Posição!")
8 fprintf("\niteração \ta\tb\tc\tFa\tFb\tFx\n")
9 %*****
10 tic
11 for(i=1:imax)
12     x=(a*F(b)-b*F(a))/(F(b)-F(a));
13     toli=(b-a)/2;
14     fprintf("%5d\t%11.4f %8.4f%8.4f%8.4f%8.4f%8.4f\n",i,a,b,x,F(a),F(b),F(x))
15     if (F(a)*F(x)>0) a=x; else b=x; end
16 %*****
17 if (tol<tol)
18     fprintf("\nSolução %.4f alcançada após %d iterações! \n",x,i);
19     break
20 end
21 end
22 fprintf("Tempo de processamento t=%f(s)\n\n",toc)

```

Fonte: AUTOR,(2020)

MN aplicados à Engenharia

Figura: *Script* Método da Falsa Posição no Python

```
import numpy as np,time
f= lambda x: 8-4.5*(x - np.sin(x))
a,b,imax,tol = 2, 3, 50, 0.001
print('Método da Falsa Posição!')
print('Intervalo de análise [%d,%d].\n'%(a,b) )
print('iteração  a      b      x      f(a)      f(x)      f(b)')
print(60*'-')
t0 = time.process_time()          #   Ligar cronômetro
# =====
if f(a)*f(b)>0:
    print('A raiz não está contida no intervalo dado [%d,%d]!'%(a,b))
    print('Por favor teste um novo intervalo [a,b].')
else:
    X=[]
    for i in range(imax):
        x=( a*f(b) - b*f(a) ) / ( f(b)-f(a) )
        X.append(x)
        toli=(b-a)/2
        print('      %d      %.3f      %.3f      %.4f      %.3f      %.3f      %.3f'
              % (i+1,a,b,x,f(a),f(x),f(b)))
        if f(a)*f(x)>0: a = x # Raiz localizada entre [a,x] >> [a,b=x]
        else:         b = x # Raiz localizada entre [x,b] >> [a=x,b]
        if(toli<tol): print(60*'-'); break;
    print('\nSolução x=',format(x, '.4f'),'encontrada após',i+1,'iterações!')
    print('Tempo computacional:%.4fs' %(time.process_time()-t0))
```

Fonte: AUTOR,(2024)

Métodos Numéricos

MN aplicados à Engenharia

Figura: Resultados da Falsa Posição

Método da Falsa Posição!

iteração	a	b	c	Fa	Fb	Fx
1	2.0000	3.0000	2.3886	3.0918	-4.8650	0.3287
2	2.3886	3.0000	2.4273	0.3287	-4.8650	0.0252
3	2.4273	3.0000	2.4302	0.0252	-4.8650	0.0019
4	2.4302	3.0000	2.4304	0.0019	-4.8650	0.0001
5	2.4304	3.0000	2.4305	0.0001	-4.8650	0.0000
6	2.4305	3.0000	2.4305	0.0000	-4.8650	0.0000
7	2.4305	3.0000	2.4305	0.0000	-4.8650	0.0000
8	2.4305	3.0000	2.4305	0.0000	-4.8650	0.0000
9	2.4305	3.0000	2.4305	0.0000	-4.8650	0.0000
10	2.4305	3.0000	2.4305	0.0000	-4.8650	0.0000
11	2.4305	3.0000	2.4305	0.0000	-4.8650	0.0000
12	2.4305	3.0000	2.4305	0.0000	-4.8650	0.0000
13	2.4305	3.0000	2.4305	0.0000	-4.8650	0.0000
14	2.4305	3.0000	2.4305	0.0000	-4.8650	0.0000
15	2.4305	2.4305	2.4305	0.0000	0.0000	0.0000

Solução 2.4305 alcançada após 15 iterações!
Tempo de processamento t=0.003625(s)

Fonte: AUTOR,(2020)

Organização

① Resolução de Sistemas Não-Lineares

Fundamentos

Método da Bisseção

Método Regula-Falsi

Método Newton-Raphson

Método da Secante

MN aplicados à Engenharia

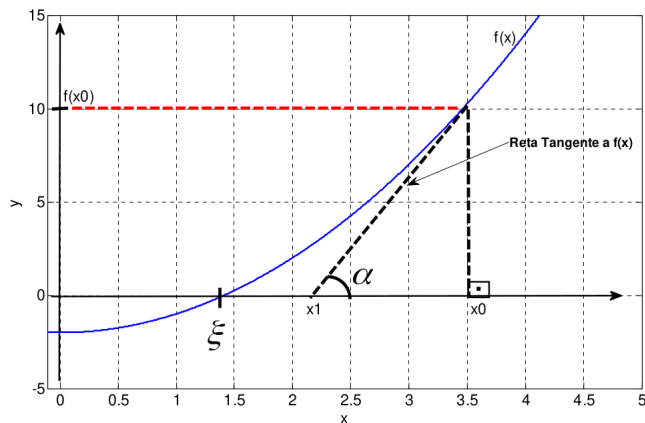
Método de Newton-Raphson

- Dada uma função $f(x)$ contínua no intervalo $[a, b]$ onde existe uma raiz única, é possível determinar uma aproximação de tal raiz a partir de interseção da tangente à curva em um ponto x_0 com o eixo das abscissas.
- x_0 - atribuído em função da geometria do método e do comportamento da curva da equação nas proximidade da raiz.

MN aplicados à Engenharia

Método de Newton-Raphson

Figura: Interpretação Gráfica

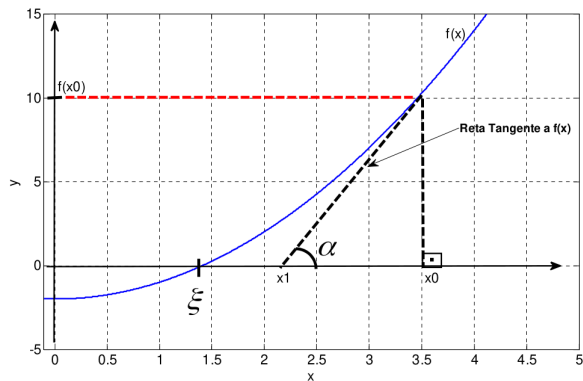


Fonte: DIAS,(2019)

MN aplicados à Engenharia

Método de Newton-Raphson

Figura: Interpretação Gráfica



Fonte: DIAS,(2019)

$$tg(\alpha) = \frac{f(x_0)-0}{x_0-x_1}$$

$$tg(\alpha) = \frac{f(x_0)}{x_0 - x_1}$$

Como: $tg(\alpha) = f'(x_0)$

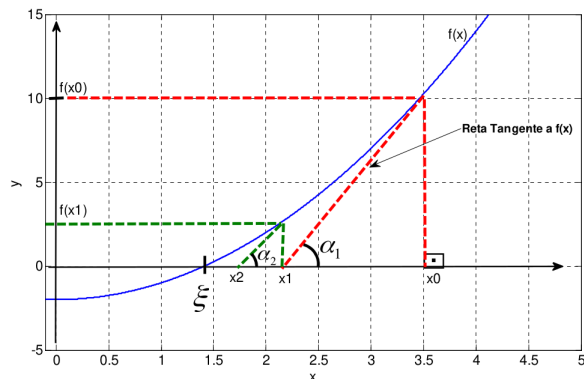
Portanto:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

MN aplicados à Engenharia

Método de Newton-Raphson

Figura: Interpretação Gráfica



Fonte: DIAS,(2019)

$$tg(\alpha) = \frac{f(x_1) - 0}{x_1 - x_2}$$

$$tg(\alpha) = \frac{f(x_1)}{x_1 - x_2}$$

Como: $tg(\alpha) = f'(x_1)$

Portanto:

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

MN aplicados à Engenharia

Método de Newton-Raphson

Se forem realizadas diversas aproximações

$$\begin{array}{ccc} x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{array}$$

Conclui-se que:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)},$$

em que $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

MN aplicados à Engenharia

Método de Newton-Raphson

Testes de parada:

- Erro estimado

$$|\varepsilon| = |x_{k+1} - x_k| < \varepsilon_d$$

- Erro relativo estimado

$$|\varepsilon_R| = \left| \frac{x_{k+1} - x_k}{x_{k+1}} \right| < \varepsilon$$

- Tolerância em $f(x)$

$$|f(x_{k+1})| < \varepsilon_d$$

MN aplicados à Engenharia

Método de Newton-Raphson

Algoritmo:

- Avaliar o $f'(x)$
- Utilizar o x_i para estimar o próximo valor estimado da raiz (x_{i+1})

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Encontrar o erro relativo aproximado $|\epsilon_a|$

$$|\epsilon_a| = \left| \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}} \right| \times 100$$

- Se $|\epsilon_a| > \epsilon_s$, então retornar ao passo 2, se não interromper o algoritmo.

MN aplicados à Engenharia

Método de Newton-Raphson

Vantagens:

- Rapidez no processo de convergência;
- Desempenho elevado.

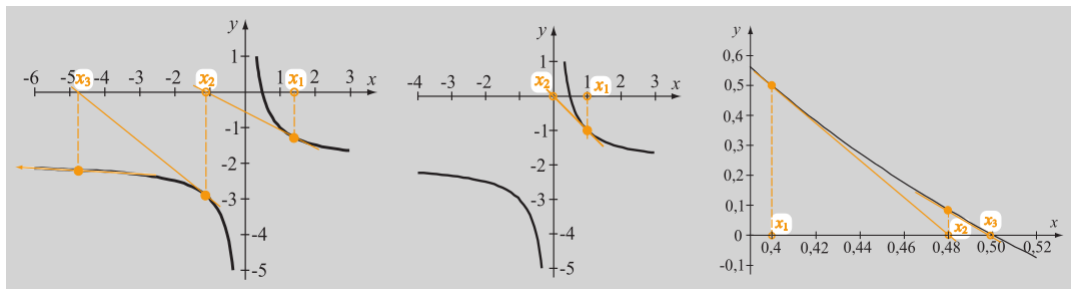
Desvantagens:

- Necessidade da obtenção de $f'(x)$ - o que pode ser impossível em determinados casos;
- O cálculo do valor numérico de $f'(x)$ a cada iteração.

MN aplicados à Engenharia

Erros de Convergência

Figura: Método de Newton usando diferentes pontos de partida

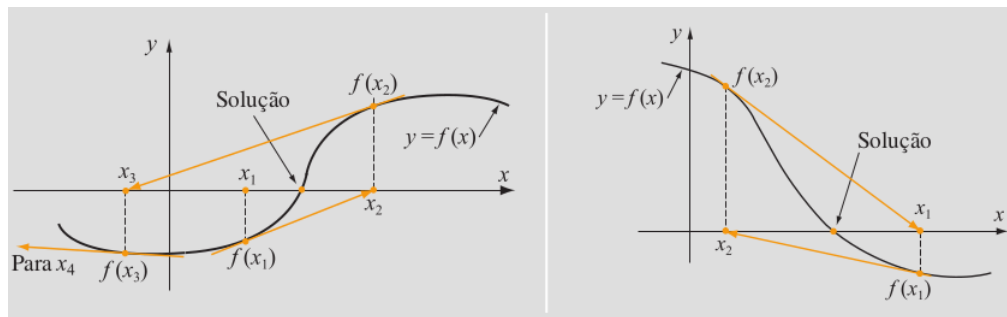


Fonte: GILAT,(2008)

Perceba a relação causa-efeito a partir de ponto de início (x_0) nos itens a, b e c .

MN aplicados à Engenharia

Figura: Erros de Convergência



Fonte: GILAT,(2008)

MN aplicados à Engenharia

Figura: *Script* Método da Newton-Raphson no Octave/Matlab

```

1 clear all;clc; pkg load symbolic; format bank
2 %*****
3 f=@(x)(8-4.5*(x-sin(x))); g=(diff(sym(f))); df=matlabFunction(g);clc;
4 disp("Método de Newton-Raphson")
5 %*****
6 Err=0.001; tol=Err*0.1; imax=30;
7 Xest=2; tic % valor inicial
8 %*****
9 for(i=1:imax)
10     Xsn = Xest-f(Xest)/df(Xest); % Xsn = x(i+1) ; Xest=x(i);
11     %*****
12     if (abs((Xsn-Xest)/Xest) < Err) % Erro < x(i+1)-xi/xi
13         Xsn = Xest;
14         fprintf("\nSolução %.4f alcançada após %d iterações! \n",Xsn,i)
15         break
16     end
17     %*****
18     if (abs(f(Xsn))< Err) % Tol < f(xi)
19         fprintf('\nSolução %.4f alcançada com %d iterações e tolerancia %6.f!\n',
20             Xsn,i,f(Xsn))
21         break
22     end
23     %*****
24     if i==imax % Maximo de iterações
25         fprintf("\nSolução não alcançada com %d iterações\n", i)
26         Xsn=('Sem resposta!')
27         break
28     end
29     %*****
30     Xest=Xsn;
31 end
32 %*****
33 fprintf("Tempo de processamento t=%f(s)\n\n",toc)

```

Fonte: AUTOR,(2020)

MN aplicados à Engenharia

Figura: *Script* Método da Newton-Raphson no Python

```
import time
import sympy as sym
# =====
x=sym.Symbol('x')
fun = 8-4.5*(x - sym.sin(x))
f=sym.Lambda(x,fun); df=sym.Lambda(x,sym.diff(f(x),x))
Xest,imax,Err = (2+3)/2 ,30 ,0.001; tol = Err*0.1;
print('Método da Newton Raphson!')
t0 = time.process_time() # Ligar cronômetro
# =====
X=[]
for i in range(imax):
    Xsn=Xest- float(f(Xest))/float(df(Xest)) # Xsn=x(i+1);Xest=x(i)
    X.append(Xest)
    if(abs( (Xsn-Xest) / Xest)<Err):
        print(f'Solução {Xsn} alcançada com {i} iterações');break
    if abs(f(Xsn))<Err:
        print(f'Solução {Xsn} alcançada com {i} iterações e ... \
        \... tolerância {f(Xsn)}',f(Xsn)); break
    if i==imax:
        print(f'A solução não foi encontrada após {i} iterações'); break
    Xest=Xsn
print('Solução x=',format(Xest, '.4f'),'encontrada após',i+1,'iterações!')
print('Tempo de processamento computacional:%.4fs' %(time.process_time()-t0))
```

Fonte: AUTOR,(2024)

Organização

1 Resolução de Sistemas Não-Lineares

Fundamentos

Método da Bisseção

Método Regula-Falsi

Método Newton-Raphson

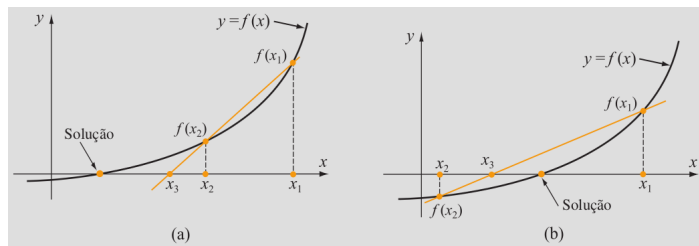
Método da Secante

MN aplicados à Engenharia

Método da Secante

- Utiliza dois pontos na vizinhança da solução para determinar a nova solução estimada.

Figura: Método da Secante-Pontos de vizinhança



Fonte: GILAT,(2008)

- Em que $x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)(x_1 - x_2)}{f(x_1) - f(x_2)}$
- Termo geral: $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)(x_{k-1} - x_k)}{f(x_{k-1}) - f(x_k)}$

MN aplicados à Engenharia

Método da Secante

Figura: Script Método da Secante no Octave/Matlab

```

1 clear all;clc;
2 %*****%*****%*****
3 f=@(x)(8-4.5*(x-sin(x)));
4 Err=0.001; tol=Err; imax=30;
5 x1=2 ; x2=3; tic % valores inicial
6 %*****%*****%*****
7 for(i=1:imax)
8     Xsn=x2-f(x2)*(x1-x2)/(f(x1)-f(x2));
9     if (abs((Xsn-x2)/x2) < Err) % Erro < x(i+1)-xi/xi|
10         Xsn = x2;
11         fprintf("\nSolução %.4f alcançada após %d iterações! \n",Xsn,i)
12         break
13     end
14 %*****%*****%*****
15 if (abs(f(Xsn))< Err) % Tol < f(xi)
16     fprintf("\nSolução %.4f alcançada com %d iterações e tolerancia %6.f! \n",
17     Xsn,i,f(Xsn))
18     break
19 end
20 %*****%*****%*****
21 if i==imax % Maximo de iterações
22     fprintf("\nSolução não alcançada com %d iterações\n", i)
23     Xsn=('Sem resposta!')
24     break
25 end
26 %*****%*****%*****
27 x1=x2; x2=Xsn;
28 end
29 %*****%*****%*****
30 fprintf("Tempo de processamento t=%f(s)\n\n",toc)

```

Fonte: AUTOR,(2020)

MN aplicados à Engenharia

Método da Secante

Figura: *Script* Método da Secante no Python

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt, time

f= lambda x: 8-4.5*(x - np.sin(x))
Err,tol,x1,x2,imax = 0.001, 0.001, 2, 3, 50
print('Método da Secante!')
print('Intervalo de análise [%d,%d].\n'%(x1,x2) )
t0 = time.process_time()      #   Ligar cronômetro
# =====
X=[]
for i in range(imax):
    Xsn=x2-f(x2)*(x1-x2)/( f(x1)-f(x2) )      # Xsn=x(i+1);Xest=x(i)
    X.append(Xsn)
    if(abs( (Xsn-x2) / x2)<Err):
        break
    if abs(f(Xsn))<Err:
        break
    if i==imax:
        print(f'A solução não foi encontrada após {i} iterações')
        break
    x1,x2=x2,Xsn
print('Solução x=',format(Xsn,'.4f'),'encontrada após',i+1,'iterações!')
print('Tempo de processamento computacional:%.4fs' %(time.process_time()-t0))
```

Fonte: AUTOR,(2024)

MN aplicados à Engenharia

Resultado

Método da Secante!

Intervalo de análise $[2,3]$.

Solução $x = 2.4305$ encontrada após 3 iterações!

Tempo de processamento computacional: 0.0004s

Exercícios

- Veja a lista de exercícios na web
- Veja a lista de códigos em: <https://github.com/jonathacosta/NM>