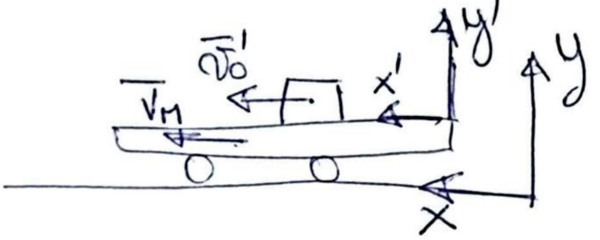
1) a) Sistema $m + M$ + resorte

- Se conserva $\overline{P}$ debido a que F^{ext} son nulas $F^{ext} = m\overline{g} + M\overline{g} + \underbrace{\overline{N}_S}_{\text{reacción del piso}}$

- No se conserva E_{mec} debido al trabajo de las fuerzas de rozamiento aplicadas sobre m y M (par de interacción). Si bien los trabajos tienen signos opuestos no se cancelan ya que los desplazamientos de ambos cuerpos respecto al piso son diferentes.

b) $\overline{P}$ cte y $\overline{P}_{inicial} = 0 \Rightarrow \overline{P} = 0 \ \forall t$



$\overline{v}_m'\Big|_{S'} = \overline{v}_0' = v_0\hat{\imath}'$

$\overline{V}_M\Big|_{S} = V_M\hat{\imath} \quad V_M = ?$

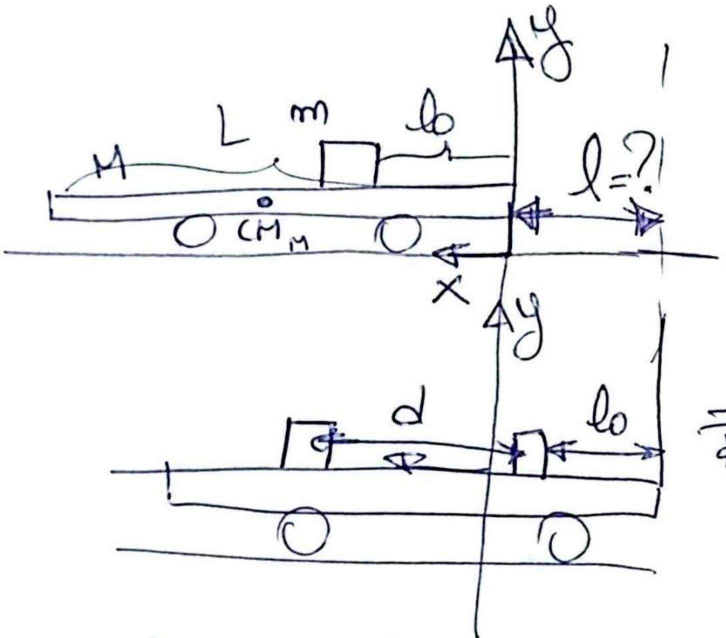
$$\overline{P} = 0 = m\underbrace{\overline{v}_m}_{\text{resp de S}} + M\overline{V}_M = m(\overline{V}_M + \overline{v}_m') + M\overline{V}_M$$

$$\underset{\hat{\imath} = \hat{\imath}'}{=} (m + M)V_M\hat{\imath} + m v_0\hat{\imath} \Rightarrow V_M = -\frac{m}{m+M}v_0$$

$\therefore \boxed{\overline{V}_M = -\frac{v_0}{4}\hat{\imath}}$

c) Como $\overline{P}=0 \Rightarrow \overline{V}_{CM}=0 \Rightarrow \overline{R}_{CM}=cte$

Calculamos la posición del CM en el instante que la partícula se separa del resorte y la igualamos a la posición de CM cuando la partícula recorrió una distancia d en la plataforma



$$\overline{R}_{CM}=\frac{m l_0\hat{\imath}+M\,L/2\,\hat{\imath}}{m+M}$$

$$\overline{R}_{CM}=\left[m(l_0+d-l)\hat{\imath}+M(L/2-l)\hat{\imath}\right]\frac{1}{m+M}$$

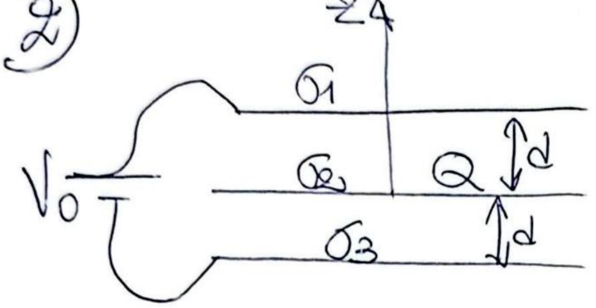
$$\Rightarrow \cancel{\frac{m l_0+M L/2}{m+M}}=\frac{\cancel{m l_0}+md-ml+\cancel{M L/2}-Ml}{\cancel{m+M}}$$

$$0=md-(m+M)l$$

$$\Rightarrow l=\frac{md}{m+M}\ ;\ \boxed{l=\frac{d}{4}}$$

Como $\overline{v}'_m=0$, usando la expresión de $\overline{P}$ del punto b) $\Rightarrow \boxed{\overline{V}_M=0}$

2



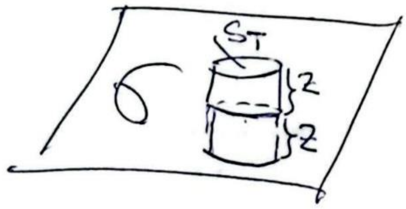
$\sigma_2 = Q/A$

$Q_1 + Q_3 = 0 = A(\sigma_1 + \sigma_3)$

$\Rightarrow \sigma_1 + \sigma_3 = 0$

Planteo la diferencia de potencial entre ① y ③. Para ello necesito conocer el campo eléctrico en la zona $-d \leq z \leq d$

Si tengo un plano infinito cargado



$\bar{E} \underset{\uparrow}{=} E(z)\hat{k} \qquad E(z) = -E(-z)$

simetría

Aplico Gauss al cilindro de la figura

$$\oint_S \bar{E}\cdot d\bar{S} = \iint_{S_{T\,sup}} \bar{E}\cdot d\bar{S} + \underbrace{\iint_{S_{lat}} \bar{E}\cdot d\bar{S}}_{\substack{=0 \text{ porque} \\ \bar{E}\perp d\bar{S}}} + \iint_{S_{T\,inf}} \bar{E}\cdot d\bar{S}$$

$S_{T\,sup}$: $\bar{E} = E(z)\hat{k}$, $d\bar{S} = dS\hat{k}$

$S_{T\,inf}$: $d\bar{S} = -dS\hat{k}$, $\bar{E} = E(-z)\hat{k} = -E(z)\hat{k}$

$$= E(z)S + E(z)S = 2SE(z) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Gauss}}}{=} \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$Q_{enc} = \sigma S \Rightarrow E(z) = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$$\therefore\ \bar{E}(z) = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{k} & z>0 \\ -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{k} & z<0 \end{cases}$$

ⓐ

Si despreciamos los efectos de borde en el campo entre los planos tendremos

$$0<z<d:\ E(z) = -\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}$$

$$-d<z<0:\ E(z) = -\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow V_0 = V_1 - V_3 = -\int_3^1 \bar{E}\cdot d\bar{r} = -\int_{-d}^{d} \bar{E}(z)\,dz\,\hat{k}$$

$$= -\int_{-d}^{0} \frac{(\sigma_3-\sigma_1-\sigma_2)}{2\varepsilon_0}dz - \int_{0}^{d}\frac{(\sigma_2+\sigma_3-\sigma_1)}{2\varepsilon_0}dz$$

$$= -\frac{(\sigma_3-\sigma_1-\cancel{\sigma_2})}{2\varepsilon_0}d - \frac{(\cancel{\sigma_2}+\sigma_3-\sigma_1)}{2\varepsilon_0}d$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{(2\sigma_1-2\sigma_3)d}{2\varepsilon_0} = \frac{(\sigma_1-\sigma_3)d}{\varepsilon_0}$$

Entonces

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1+\sigma_3 &= 0 \\ \sigma_1-\sigma_3 &= \frac{\varepsilon_0 V_0}{d} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\sigma_1 = \dfrac{\varepsilon_0 V_0}{2d}} \\ \boxed{\sigma_3 = -\dfrac{\varepsilon_0 V_0}{2d}} \end{cases}$$

(b) Con los datos de a) tenemos que, para la zona de los planos

$$\bar{E}(z) = \begin{cases} \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\hat{k} & z>d \\ \left(-\frac{V_0}{2d}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\right)\hat{k} & 0<z<d \\ \left(-\frac{V_0}{2d}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\right)\hat{k} & -d<z<0 \\ -\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\hat{k} & z<-d \end{cases}$$

En las zonas entre 1 y 3 la contribución de estos planos es $\frac{-\sigma_1+\sigma_3}{2\varepsilon_0}=-\frac{V_0}{2d}$ según el resultado de a). Fuera de la zona entre 1 y 3 $\sigma_1+\sigma_3=0 \Rightarrow$ solo contribuye el campo generado por el plano 2.

(c) $V_{P_1}-V_{P_2}=-\int_{-2d}^{2d}\bar{E}\cdot d\bar{r}=$

$$= \underbrace{-\int_{-2d}^{-d}\left(-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\right)dz}_{1} \underbrace{-\int_{-d}^{d}\bar{E}\cdot d\bar{r}}_{V_0} \underbrace{-\int_{d}^{2d}\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}dz}_{2}$$

$\Rightarrow$ 1 + 2 $=0 \Rightarrow \boxed{V_{P_1}-V_{P_2}=V_0}$

d) Si $Q=0$, el campo fuera de los planos es nulo $\Rightarrow$ el punto c) NO cambia.

Respecto de a), el campo ahora será

$$0<z<d: \; E(z) = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2\varepsilon_r \varepsilon_0} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{4\varepsilon_0}$$

$$-d<z<0: \; E(z) = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2\varepsilon_0}$$

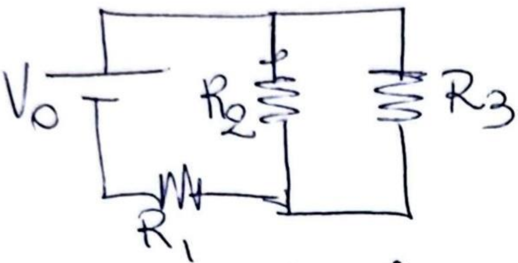
$$\Rightarrow V_0 = -\left(\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{4\varepsilon_0}\right)d - \left(\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2\varepsilon_0}\right)d \Rightarrow$$

$$V_0 = \frac{3}{4}\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)d}{\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{4}{3}\frac{\varepsilon_0 V_0}{d}$$

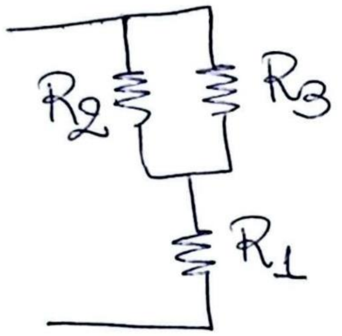
$$\therefore \boxed{\sigma_1 = -\sigma_3 = \frac{2}{3}\frac{\varepsilon_0 V_0}{d}}$$

Las densidades de carga son mayores para compensar la pérdida dieléctrica.

3)



a) Desde la fuente tenemos

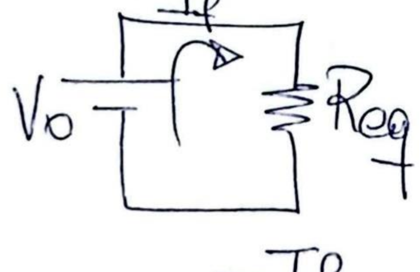


$$R_{eq} = R_1 + R_2 \| R_3$$

$$= R + \frac{R^2}{2R} = R + \frac{R}{2}$$

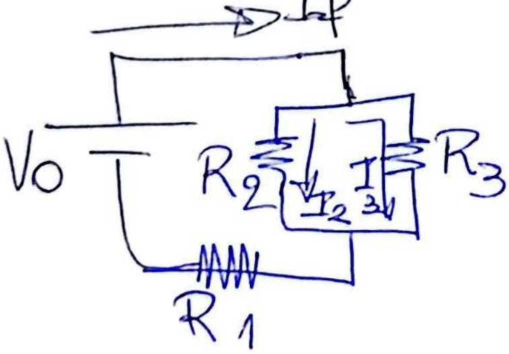
$$\boxed{R_{eq} = \frac{3}{2} R}$$

b)



$$\boxed{I_f = \frac{V_0}{R_{eq}} = \frac{2}{3} \frac{V_0}{R}}$$

c)



$$I_f = I_2 + I_3$$

$$I_2 R_2 = I_3 R_3$$

$$I_2 R = I_3 R$$

$$I_2 = I_3$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{I_f}{2} = \frac{V_0}{3R} \Rightarrow \boxed{P_{R_3} = I_3^2 R = \frac{V_0^2}{9R}}$$