

ELECTROSTÁTICA EN EL VACÍO

- Ley de Coulomb – Fuerza sobre 1 debido a 2

$$\vec{F}_{21} = \frac{kq_1q_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

- Principio de Superposición – Fuerza sobre j debido a i

$$\vec{F}_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{kq_jq_i(\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3}$$

- Densidad de Carga: Cantidad de carga por unidad de...

- ✓ Longitud $\left[\frac{C}{m}\right] \rightarrow$ Distribución Lineal

$$\lambda = \frac{dq}{dl} \rightarrow \vec{F}_{q_0} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int \lambda(\vec{r}') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dl$$

- ✓ Superficie $\left[\frac{C}{m^2}\right] \rightarrow$ Distribución Superficial

$$\sigma = \frac{dq}{ds} \rightarrow \vec{F}_{q_0} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int \sigma(\vec{r}') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} ds$$

- ✓ Volumen $\left[\frac{C}{m^3}\right] \rightarrow$ Distribución Volumétrica

$$\rho = \frac{dq}{dv} \rightarrow \vec{F}_{q_0} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv$$

- Carga Total: Carga presente en un objeto

- ✓ Longitud

- ❖ Uniforme: $Q = \lambda_0 L$

- ❖ No Uniforme: $Q = \int \lambda(\vec{r}') dl$

- ✓ Superficie

- ❖ Uniforme: $Q = \sigma_0 S$

- ❖ No Uniforme: $Q = \int \sigma(\vec{r}') ds$

- ✓ Volumen

- ❖ Uniforme: $Q = \rho_0 V$

- ❖ No Uniforme: $Q = \int \rho(\vec{r}') dv$

- Campo Eléctrico

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} * \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}, \quad [E] = \frac{N}{C}$$

- Principio de Superposición

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} * \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

- Campo Eléctrico de una Distribución continua de Cargas

- ✓ Longitud

$$\lambda = \frac{dq}{dl} \rightarrow \vec{E}_{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \lambda(\vec{r}') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dl$$

- ✓ Superficie

$$\sigma = \frac{dq}{ds} \rightarrow \vec{E}_{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \sigma(\vec{r}') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} ds$$

- ✓ Volumen

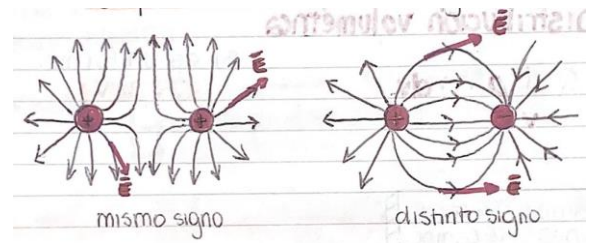
$$\rho = \frac{dq}{dv} \rightarrow \vec{E}_{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$e^- = -1,6 * 10^{-19} C$$

1. Ubicar r : punto campo donde se encuentra q_0 sobre la que queremos calcular F .
2. Encontrar un punto genérico r' fuentes de la región cargada.
3. Expresar el elemento de línea/superficie/volumen.
4. Calcular $r - r'$, reemplazar e integrar.

- Líneas de Campo: Curvas tales que en cada punto del espacio el \vec{E} resulta tangente a la curva.
 - ✓ La densidad de líneas es proporcional a la intensidad del campo.
 - ✓ Las líneas nunca se deben cruzar.
- Flujo de un Campo Eléctrico



- Teorema de Gauss

$$\Phi_{\vec{E}} = \oiint \vec{E} d\vec{S} = \iint \vec{E} d\vec{S} \cdot \hat{n}$$

$$\Phi_{\vec{E}} = \oiint \vec{E} d\vec{S} = \iiint \nabla \cdot \vec{E} dV = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

- Fuerza Eléctrica: $\vec{F}_{eléctrica} = -\vec{F}_{externa}$
- Trabajo

$$W_{\vec{F}_e}^{ab} = \int_a^b \vec{F}_e \cdot d\vec{l} = \int_a^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l} \rightarrow W_{\vec{F}_{ext}}^{ab} = -W_{\vec{F}_e}^{ab}, \quad [W] = J$$

1. Dirección y sentido del campo.
2. Elegir superficie tal que $d\vec{S} \parallel \vec{E}$ y que \vec{E} no dependa de las variables de integración.
3. Calcular $\Phi_{\vec{E}}$.

- Energía Potencial Electrostática

$$\Delta U_e = -W_{\vec{F}_e}$$

- Diferencia de Potencial

$$\Delta V_{AB} = V(B) - V(A) = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{W_{\vec{F}_{ext}}^{ab}}{q_0}, \quad [V] = \frac{J}{C}$$

- Distribución Discreta

$$\Delta V^{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i \left(\frac{1}{|\vec{r}_B - \vec{r}_i|} - \frac{1}{|\vec{r}_A - \vec{r}_i|} \right), \quad V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} \Leftrightarrow V(\infty) = 0 \Leftrightarrow \text{distribución acotada}$$

- Distribución Continua

$$\Delta V^{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int dq \left(\frac{1}{|\vec{r}_B - \vec{r}_i|} - \frac{1}{|\vec{r}_A - \vec{r}_i|} \right), \quad V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int dq \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} \Leftrightarrow V(\infty) = 0 \Leftrightarrow \text{distribución acotada}$$

- Equipotenciales ($\perp \vec{E}$): Curvas perpendiculares a las líneas de campo donde $V = cte \Rightarrow W = 0$

Hilo ∞ Sobre \hat{z}	$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\lambda_0}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r}$	Hilo Sobre \hat{z}	$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{k\lambda_0}{r} \left[\frac{z + \frac{L}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(z + \frac{L}{2}\right)^2}} - \frac{z - \frac{L}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(z - \frac{L}{2}\right)^2}} \right] \hat{r} +$ $+ k\lambda_0 \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + \left(z - \frac{L}{2}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + \left(z + \frac{L}{2}\right)^2}} \right]$
Cilindro Macizo ∞ R : radio Sobre \hat{z}	$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho_0 R^2}{2\epsilon_0 r} \hat{r}$ $\Delta V_P = \begin{cases} -\frac{\rho_0 R^2}{2\epsilon_0} \ln\left(\frac{1}{P}\right) - \frac{\rho_0}{2\epsilon_0} \ln\left(\frac{r^2}{2} - \frac{R^2}{2}\right) \hat{r}, & r < R \\ \frac{\rho_0 R^2}{2\epsilon_0} \ln\left(\frac{P}{r}\right) \hat{r}, & r > R \end{cases}$	Esfera R : radio	$\vec{E}(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{\rho_0 r}{3\epsilon_0} \hat{r}, & r < R \\ \frac{\rho_0 R^3}{3\epsilon_0 r^2} \hat{r}, & r > R \end{cases}$ $\vec{V}(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{\rho_0 R^3}{3\epsilon_0 r} \hat{r}, & r < R \\ \frac{\rho_0 R^2}{3\epsilon_0} \left(R - \frac{1}{2}\right) \hat{r}, & r > R \end{cases}$
Cilindro Hueco ∞	$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho_0 R}{\epsilon_0 r} \hat{r}, r > R$	Anillo Sobre $\hat{x}\hat{y}$	$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{z\lambda R}{2\epsilon_0 \sqrt{(R^2 + z^2)^3}} \hat{z}$
Plano ∞ Sobre $\hat{x}\hat{y}$	$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} \hat{z}$ $\vec{V}(\vec{z}) = \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} (z_f - z_i) * \text{sign}(z)$	Disco Sobre $\hat{x}\hat{y}$	$\vec{E}(\vec{z}) = \frac{z\sigma_0}{\epsilon_0} \left[\frac{1}{ z } - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] \hat{z}$
		Corona Sobre $\hat{x}\hat{y}$	$\vec{E}(\vec{z}) = \frac{z\sigma_0}{\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{R_e^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_i^2 + z^2}} \right] \hat{z}$

ELECTROSTÁTICA EN MEDIOS MATERIALES

- Conductores en Condiciones Electrostáticas
 1. \vec{E} dentro del conductor es nulo.
 2. Las cargas se distribuyen en la superficie del conductor.
 3. \vec{E} se ubica en las cercanías del conductor.
 4. El conductor es un volumen equipotencial.
- Capacitores: La carga neta es nula, almacenan energía.
 - ✓ Capacidad Eléctrica

$$C = \frac{Q}{\Delta V}, \quad [C] = F, \quad C > 0$$

- ✓ Energía Electrostática Almacenada

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{C(\Delta V)^2}{2} = \frac{Q\Delta V}{2}$$

- ✓ Conexión

- ❖ Serie: $C_{eq} = (\sum_{i=1}^N C_i^{-1})^{-1}$

- ❖ Paralelo: $C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$

- ✓ Capacidad Eléctrica con un Dieléctrico entre placas

$$C = \epsilon_r C_0$$

- Método de Mallas e Islas

- ✓ Malla: $\Delta V = 0$
- ✓ Isla: $q_{inicial}^{neta} = q_{final}^{neta}$

DIELÉTRICOS

- Generación de la rotación del dipolo: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$
- Ley de Gauss Generalizada

$$\Phi_{\vec{E}} = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{Q_{enc}^{libre} + Q_{enc}^{polarización}}{\epsilon_0}, \quad \Phi_{\vec{D}} = \oiint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{enc}^{libre}, \quad \Phi_{\vec{P}} = \oiint \vec{P} \cdot d\vec{S} = Q_{enc}^{polarización} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{D} - \vec{P}}{\epsilon_0}$$

- Aislantes L.I.H. (lineales, isotropos y homogéneos)

- ✓ $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$
- ✓ $\vec{P} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \vec{E} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$, χ : susceptibilidad dieléctrica. $\vec{P} \neq 0$ donde está el dieléctrico.
- ✓ $\rho_{polarización} = -\frac{\chi}{\epsilon_r} \rho_{libre}$

CORRIENTE CONTINUA

- Modelo de Drude: $\bar{v}_a = \frac{q\tau}{m} \bar{E}$, τ : tiempo promedio entre colisiones.
- Cálculo de Corriente

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad [I] = \frac{C}{s} = A$$

$$\bar{I} = \int \bar{K} \, d\bar{l}, \quad [I] = \frac{A}{m}$$

$$\bar{I} = \iint \bar{J} \, d\bar{S}, \quad [I] = \frac{A}{m^2}$$

- Corriente Estacionaria

$$\oiint \bar{J}(\bar{r}) \, d\bar{S} = 0, \quad \nabla \cdot \bar{J} = 0$$

- Ley de Ohm Microscópica

$$\bar{J} = \frac{nq^2\tau}{m} \bar{E}, \quad \sigma = \frac{nq^2\tau}{m}, \quad \eta = \frac{1}{\sigma} \Rightarrow \bar{E} = \eta \bar{J}$$

σ : conductividad

η : resistividad

- Dependencia con T
 - ✓ $T \uparrow \Rightarrow \tau \downarrow \Rightarrow v_a \downarrow \Rightarrow I \downarrow$: aumenta la energía cinética, luego, aumenta la resistividad.
- Condiciones Ideales
 - ✓ Conductor: $\sigma \rightarrow \infty$, $\eta = 0$
 - ✓ Aislante: $\sigma = 0$, $\eta \rightarrow \infty$
- Potencia Eléctrica

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{dq}{dt} \Delta V = I \Delta V, \quad [P] = \frac{J}{s} = W$$

- Leyes de Kirchoff
 - ✓ Rama: Camino entre 2 nodos
 - ✓ Ley de Mallas: $\sum_{j=1}^N V_j = 0$
 - ✓ Ley de Nodos: $\sum_{j=1}^N I_j = 0$
- Resistencias: Hacen perder energía a las cargas por el choque.
 - ✓ Ley de Ohm

$$V(A) - V(B) = RI, \quad R = \frac{\eta l}{A}$$

- ✓ Conexión
 - ❖ Serie: $R_{eq} = \sum_{i=1}^N R_i$
 - ❖ Paralelo: $R_{eq} = \left(\sum_{i=1}^N R_i^{-1} \right)^{-1}$
- ✓ Potencia

$$P_R = IV_R = I^2 R = \frac{V_R^2}{R}$$

- Balance de Potencias \Leftrightarrow Circuito cerrado: Pilas Entregan – Pilas Absorben = Resistencias

$$\sum_{k=1}^N I_k V_{P_k} = \sum_{j=1}^N I_j V_{P_j} + \sum_{l=1}^N I_l^2 R_l$$

- Fuerza Magnética: $\vec{F}_M = q\vec{v} \times \vec{B}$
- Fuerza de Lorentz: $\vec{F}_L = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$
- Trabajo de la Fuerza Magnética: $\vec{F}_M \perp \vec{v} \Rightarrow W_{\vec{F}_M} = 0$
- Trayectoria Circunferencia (MCU): $\vec{v} \perp \vec{B}$, $\vec{B} = B_0(-\hat{k})$, $\vec{v} = v(\hat{i})$

$$\vec{F}_M = qvB_0\hat{j}, \quad |\vec{F}_M| = qvB_0 = \frac{mv^2}{R}, \quad w = \frac{|q|B_0}{m}, \quad R = \frac{mv}{qB_0}, \quad T = \frac{2\pi}{w}$$

- Trayectoria Helicoide (MCU + MRU): $\vec{v} \nparallel \vec{B}$, $\vec{B} = B_0\hat{j}$, $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$

$$h = \frac{v_{\parallel} 2\pi m}{qB_0}, \quad w = \frac{|q|B_0}{m}, \quad R = \frac{mv_{\perp}}{qB_0}$$

- Fuerza Magnética sobre un Conductor que transporta Corriente

$$\vec{F}_M = I \int_P^Q d\vec{l} \times \vec{B}, \quad \vec{F}_M = I\vec{PQ}B\hat{n} \Leftrightarrow \vec{B} \in \text{uniforme}, \quad \vec{F}_M = 0 \Leftrightarrow \oint d\vec{l} = 0$$

- Momento dipolar Magnético

$$\vec{m} = I\vec{S}, \quad \vec{T} = 2\vec{r} \times \vec{F}_M = I\vec{S} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}$$

MAGNETOSTÁTICA EN VACÍO

➤ Ley de Biot-Savart

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 q}{4\pi} \frac{\vec{v} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

➤ Ley de Biot-Savart para distribución

✓ Lineal

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int I \frac{d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

✓ Superficial

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint \vec{K} \frac{d\vec{S} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

✓ Volumétrica

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \vec{J} \frac{d\vec{V} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

➤ Ley de Ampere

$$\oint \vec{B}(\vec{r}) d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

➤ Ley de Ampere Generalizada

$$\oint \vec{B}(\vec{r}) d\vec{l} = \mu_0 (I_r + I_m) = \mu_0 \left(\oint \vec{H}(\vec{r}) d\vec{l} + \oint \vec{M}(\vec{r}) d\vec{l} \right) \Rightarrow \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

$$LIH \rightarrow \vec{M} = \chi_m \vec{H} \Rightarrow \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Toroide	$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} * \frac{NI}{r}$ $L = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} * \frac{N^2 S}{r}$	Solenoide	$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \frac{NI}{l} \hat{z}$ $L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S}{l}$ $M = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 N_2 S_{1/2}}{l}$
Cilindro Hueco	$\vec{B} = \begin{cases} \frac{\mu_0 I_1 r}{2} \hat{\phi}, & r < R_a \\ \frac{\mu_0 I_1 R_a^2}{2r} \hat{\phi}, & R_a < r < R_b \\ \frac{\mu_0 [I_1 R_a^2 + I_2 (r^2 - R_b^2)]}{2r} \hat{\phi}, & R_b < r < R_c \\ \frac{\mu_0 [I_1 R_a^2 + I_2 (R_c^2 - R_b^2)]}{2r} \hat{\phi}, & r > R_c \end{cases}$		

- Ley de Faraday-Lenz: El cambio de flujo magnético genera en un circuito cerrado corrientes eléctricas.

1. Varía el Campo Magnético.
2. Varía la Superficie en el tiempo.
3. Varía el ángulo entre la Superficie y el Campo Magnético.
4. Varían los límites de integración.

$$\begin{aligned} \diamond \frac{dB}{dt} > 0 \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} > 0 \Rightarrow \mathcal{E} < 0 \Rightarrow \text{sig}(i_i) = -\text{sig}(i) \\ \diamond \frac{dB}{dt} < 0 \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} < 0 \Rightarrow \mathcal{E} > 0 \Rightarrow \text{sig}(i_i) = \text{sig}(i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ \mathcal{E} &= i_i R \end{aligned}$$

- Ley de Maxwell Faraday

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$$

- $\exists \vec{E} \Leftrightarrow \exists \vec{B}(t)$

- ✓ $\vec{B} \in \text{entrante y } \left| \frac{dB}{dt} \right| > 0 \Rightarrow \vec{E} \in \text{saliente}$
- ✓ $\vec{B} \in \text{entrante y } \left| \frac{dB}{dt} \right| < 0 \Rightarrow \vec{E} \in \text{entrante}$
- ✓ $\vec{B} \in \text{saliente y } \left| \frac{dB}{dt} \right| > 0 \Rightarrow \vec{E} \in \text{entrante}$
- ✓ $\vec{B} \in \text{saliente y } \left| \frac{dB}{dt} \right| < 0 \Rightarrow \vec{E} \in \text{saliente}$

- Circuitos con Corrientes que dependen del tiempo

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{11} &= -\frac{N_1 d\Phi_{11}}{dt} = -\frac{N_1 d\Phi_{11}}{di_1} * \frac{di_1}{dt} = -L \frac{di_1}{dt}, & L: \text{coeficiente de autoinducción} \\ \mathcal{E}_{21} &= -\frac{N_2 d\Phi_{21}}{dt} = -\frac{N_2 d\Phi_{21}}{di_1} * \frac{di_1}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}, & M: \text{coeficiente de inducción mutua} \end{aligned}$$

- Relación entre M y L : $M = k\sqrt{L_1 L_2}$, $0 \leq k \leq 1$

- ✓ $k = 1 \rightarrow \text{acoplamiento perfecto} \rightarrow \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 \frac{N_1}{N_2}$

- Bornes

- ✓ Homólogos

$$\mathcal{E} = -(L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt}$$

$$\mathcal{E}_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}, \quad \mathcal{E}_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

- ✓ No Homólogos

$$\mathcal{E} = -(L_1 + L_2 - 2M) \frac{di}{dt}$$

$$\mathcal{E}_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}, \quad \mathcal{E}_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

TRANSITORIOS

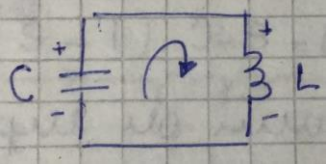
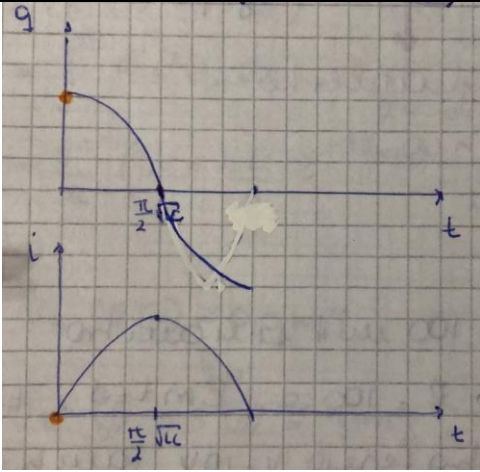
RL

	$i(0) = 0$	$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$	$T = \frac{L}{R}$	
	$i(0) = i_0$	$i(t) = i_0 e^{-\frac{R}{L}t}$		
$U_L = \frac{LI^2}{2}, \quad U_R = \frac{1}{2} i_0^2 L \left(1 - e^{-\frac{2t}{T}} \right), \quad U_E = U_L + U_R$				

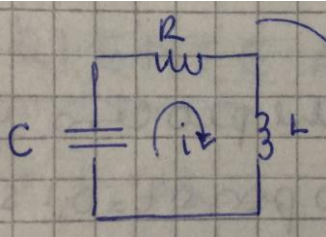
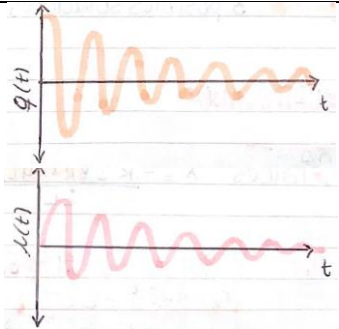
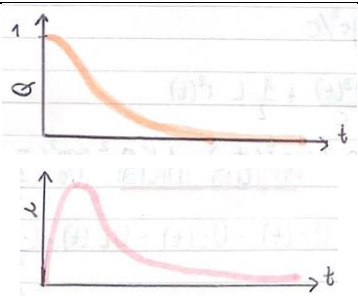
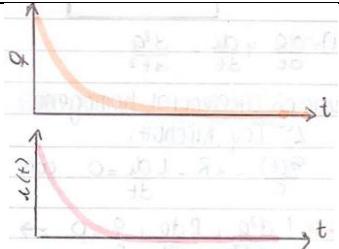
RC

	$q(0) = 0$	$q(t) = \mathcal{E}C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$ $i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$	$T = RC$	
	$q(0) = q_0$			
$U_E(t) = \int_0^t P_E(t) dt \xrightarrow{5T} C\mathcal{E}^2, \quad U_R(t) = \int_0^t i^2(t) R dt \xrightarrow{5T} \frac{1}{2} C\mathcal{E}^2, \quad U_C(t) = \frac{1}{2} * \frac{q^2(t)}{C} \xrightarrow{5T} \frac{1}{2} C\mathcal{E}^2$				

LC

	$q(0) = q_0$ $i(0) = 0$	$q(t) = q_0 \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$ $i(t) = \frac{q_0}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$	$f = \frac{s}{\sqrt{LC}}$	
$U(t) = U_0 = \frac{1}{2} * \frac{q_0^2}{C}$				

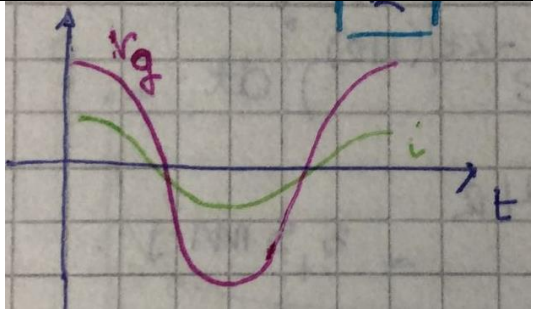
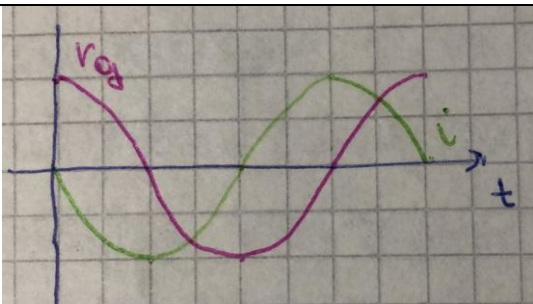
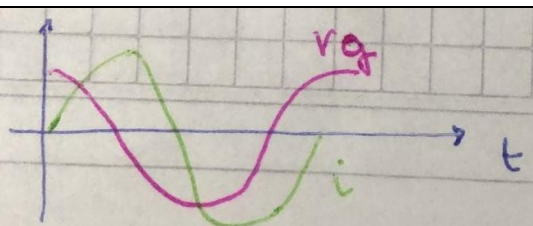
RLC

	$q(0) = q_0$ $i(0) = 0$	$q(t) = Ae^{\lambda t}$ $i(t) = A\lambda e^{\lambda t}$ $\lambda = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4 * \frac{L}{C}}}{2L}$		
<p style="text-align: center;">$\Delta < 0$</p> <p style="text-align: center;">Subamortiguado</p>	$q(t) = q_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos\left(\frac{\sqrt{4 * \frac{L}{C} - R^2} t}{2L}\right)$			
<p style="text-align: center;">$\Delta > 0$</p> <p style="text-align: center;">Sobreamortiguado</p>	$q(t) = q_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos\left(\frac{\sqrt{R^2 - 4 * \frac{L}{C}} t}{2L}\right)$			
<p style="text-align: center;">$\Delta = 0$</p> <p style="text-align: center;">Amortiguamiento Crítico</p>	$q(t) = q_0 e^{-\frac{R}{2L}t}$			

CORRIENTE ALTERNA

➤ Generador de Corriente Alterna

$$V_g(t) = v_0 \cos(\omega t + \varphi_v), \quad \omega = 2\pi f$$

Resistivo Puro	$i(t) = \frac{v_0}{R} \cos(\omega t + \varphi_v)$	$i_0 = \frac{v_0}{R}$ $\varphi_i = \varphi_v$ $\varphi_{iv} = 0$	
Capacitivo Puro	$q(t) = C v_0 \cos(\omega t + \varphi_v)$ $i(t) = C v_0 \omega \cos\left(\omega t + \varphi_v + \frac{\pi}{2}\right)$	$i_0 = C v_0 \omega$ $\varphi_{iv} = \frac{\pi}{2}$ $X_C = \frac{1}{\omega C}$	
Inductivo Puro	$i(t) = \frac{v_0}{\omega L} \cos\left(\omega t + \varphi_v - \frac{\pi}{2}\right)$	$i_0 = \frac{v_0}{\omega L}$ $\varphi_{iv} = -\frac{\pi}{2}$ $X_L = \omega L$	

$$0 < \varphi < \frac{\pi}{2} \rightarrow \text{Capacitivo}$$

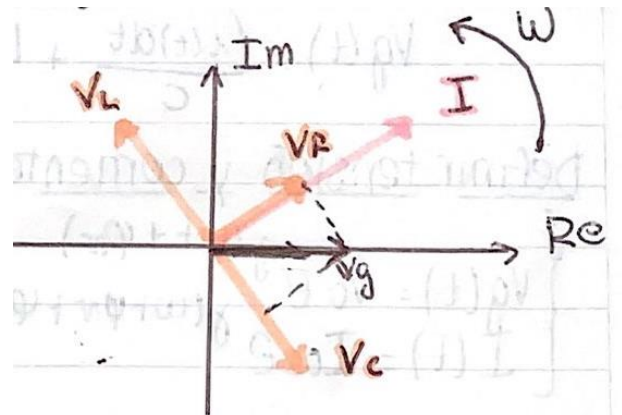
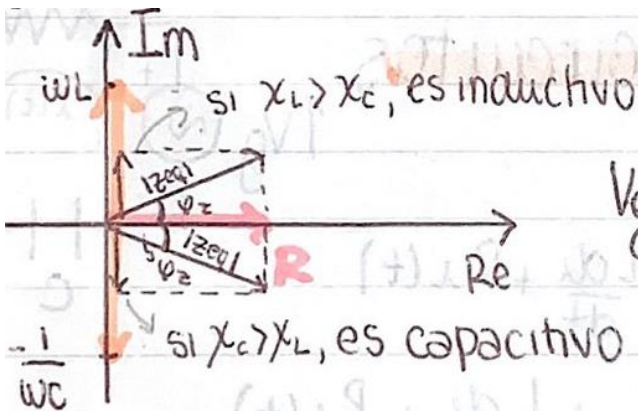
$$\frac{\pi}{2} < \varphi < -\frac{\pi}{2} \rightarrow \text{Inductivo}$$

➤ Pseudo Ley de Ohm

$$\mathbb{V}_g = \mathbb{I} \mathbb{Z} \rightarrow v_0 e^{j\varphi_v} = i_0 e^{j\varphi_i} \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} v_0 = i_0 |\mathbb{Z}| \\ \varphi_v = \varphi_i + \varphi_z \Rightarrow \varphi_z = -\varphi_{iv} \end{cases}$$

$$v_{ef} = \frac{v_0}{\sqrt{2}}, \quad i_{ef} = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$$

$$\mathbb{Z} \begin{cases} \mathbb{Z}_R = R \\ \mathbb{Z}_L = j\omega L \\ \mathbb{Z}_C = -j\frac{1}{\omega C} \end{cases}$$



- Potencia Activa o Instantánea: Energía que entrega la fuente.

$$P = v_{ef} i_{ef} \cos(\varphi_z) = i_{ef}^2 R, \quad [P] = W$$

$$\varphi_z = \pm \frac{\pi}{2} \rightarrow P = 0 \rightarrow \text{la potencia no se consume}$$

- Potencia Reactiva: Energía que va y viene entre la fuente y el circuito.

$$Q = v_{ef} i_{ef} \sin(\varphi_z) = i_{ef}^2 (X_L - X_C), \quad [Q] = VAR$$

$$\varphi_z = 0 \rightarrow Q = 0 \rightarrow \text{la potencia sólo se consume}$$

- Potencia Aparente: Potencia que parece que la fuente está entregando.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = v_{ef} i_{ef}, \quad [S] = VA$$

- Factor de Potencia: $\cos(\varphi_z)$

- Circuito en Resonancia

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad i_{MAX} = \frac{v_0}{R}, \quad P = \frac{v_{ef}^2}{R}$$

- Frecuencias de Corte: $P = \frac{P_{MAX}}{2}$

- Factor de mérito o calidad

$$q = \frac{\omega_r}{\Delta\omega} = \frac{\omega_r}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{\omega_r}{\left(\frac{R}{2L} + \frac{\sqrt{R^2 C^2 + 4LC}}{2LC}\right) - \left(-\frac{R}{2L} + \frac{\sqrt{R^2 C^2 + 4LC}}{2LC}\right)} = \frac{\omega_r}{\frac{R}{L}} = \frac{L}{R} \omega_r$$

Inductivo

$$X_L > X_C, \quad Q > 0,$$

$$\varphi_z > 0, \quad \varphi_{iv} < 0$$

Capacitivo

$$X_L < X_C, \quad Q < 0,$$

$$\varphi_z < 0, \quad \varphi_{iv} > 0$$

