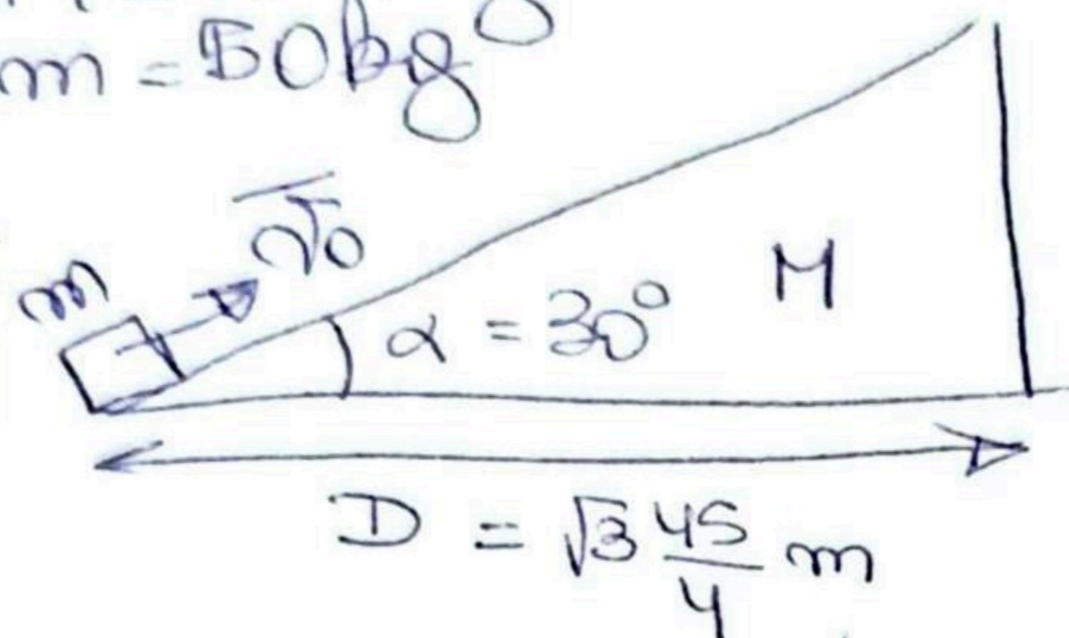


Prob 1

$$M = 100 \text{ kg}$$

$$m = 50 \text{ kg}$$

$$|\vec{v}_0| = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



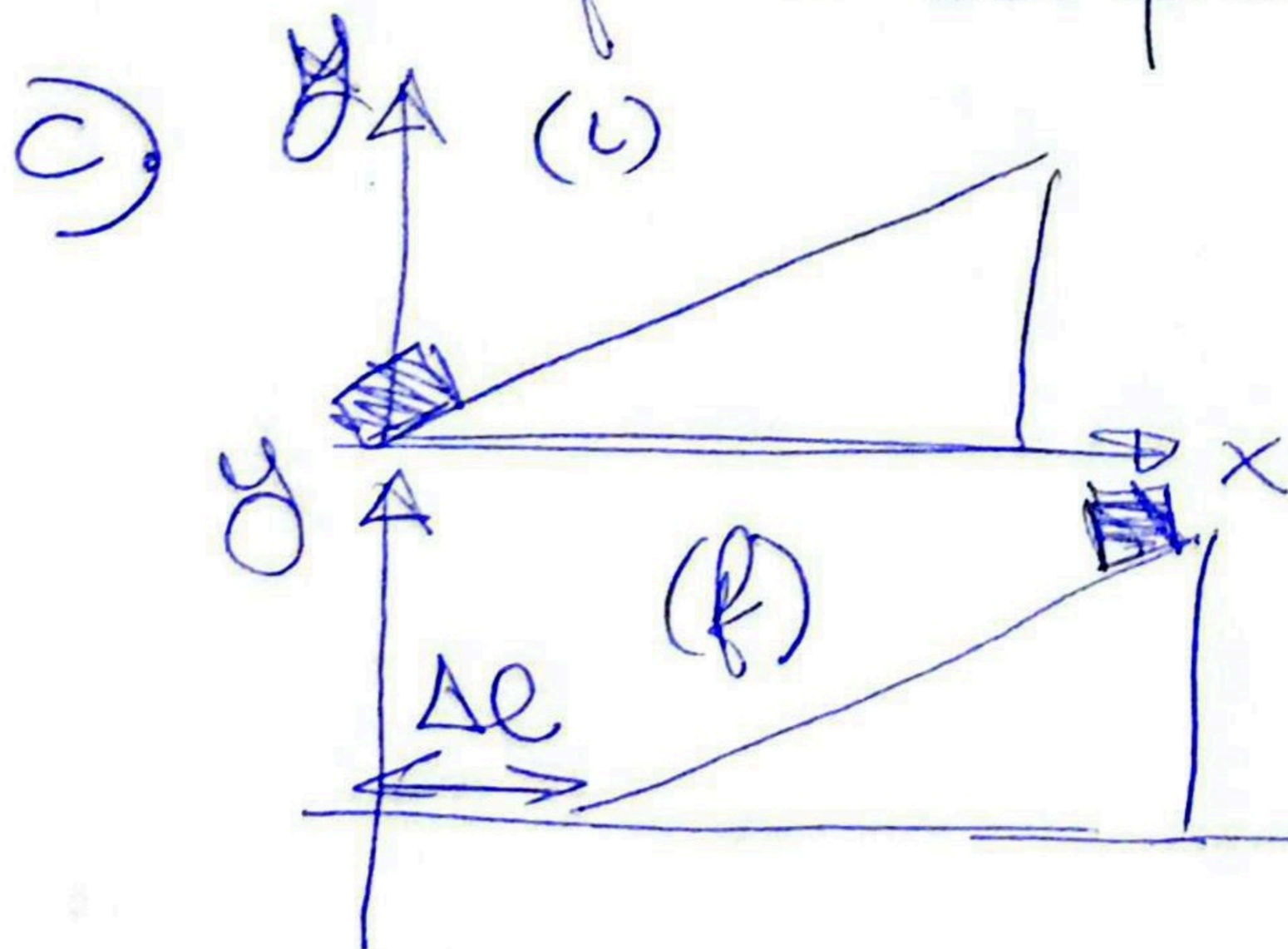
$$\Delta t = 3 \text{ seg}$$

El plano se mueve horizontalmente - no hay rozamiento que se lo impida.

a) Se conservan la  $E_{mec}$  y la componente horizontal de  $\vec{P}$

b)  $\vec{R}_{CM}$  se mueve porque  $\vec{V}_{CM} = \text{cte}$  y  $\vec{V}_{CM} \neq 0$   
 u. La trayectoria cambia desde el sistema de laboratorio laboratorio

u. la partícula pierde energía porque le transfiere al plano para moverse



$$X_{CM}^{(i)} = \frac{m \cdot 0 + M \cdot \overbrace{X_P}^{CM \text{ del plano}}}{m+M}$$

$$= \frac{M}{m+M} X_P$$

$$X_{CM}^{(f)} = \frac{m(D + \Delta l) + M(\Delta l + X_P)}{m+M}$$

$$= \Delta l + \frac{mD + MX_P}{m+M}$$

$$x_{CM}^{(f)} - x_{CM}^{(i)} = v_{CM,x} \Delta t$$

$$v_{CM,x} = \frac{m v_0 \cos \alpha}{m+M}$$

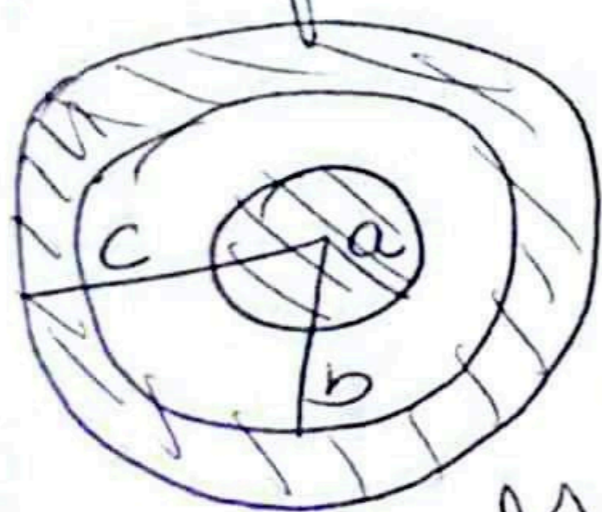
$$\Rightarrow \Delta l + \frac{mD}{m+M} + \frac{M \cancel{x_p}}{m+M} - \frac{M \cancel{x_p}}{m+M} = \frac{m v_0 \cos \alpha \Delta t}{m+M}$$

$$\Delta l = \frac{m}{m+M} (v_0 \cos \alpha \Delta t - D)$$

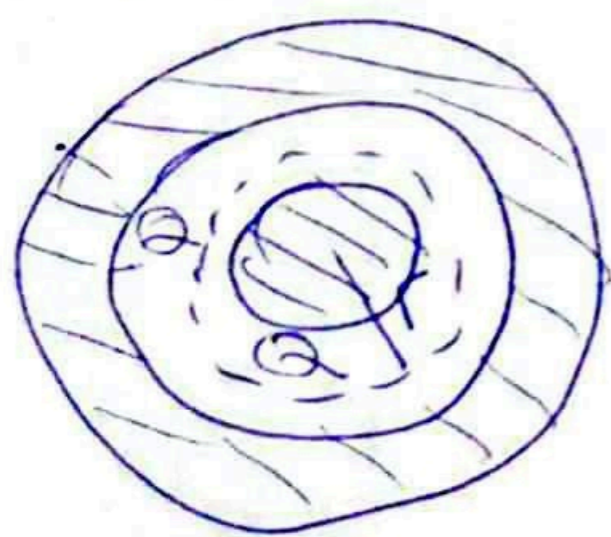
$$\Delta l = 10.83 \text{ m}$$

Prbl 2

Tenemos dos capacitores en paralelo  
uno esférico



Tenemos que calcular la capacidad. Para ello colocamos cargas iguales y contrarias en cada conductor y calculamos la diferencia de potencial entre los conductores



Sólo hay campo en  $a < r < b$   
Por Gauss (hay simetría esférica)  $\vec{E}(\vec{r}) = E(r) \hat{r}$

$$\oint_{S(r)} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

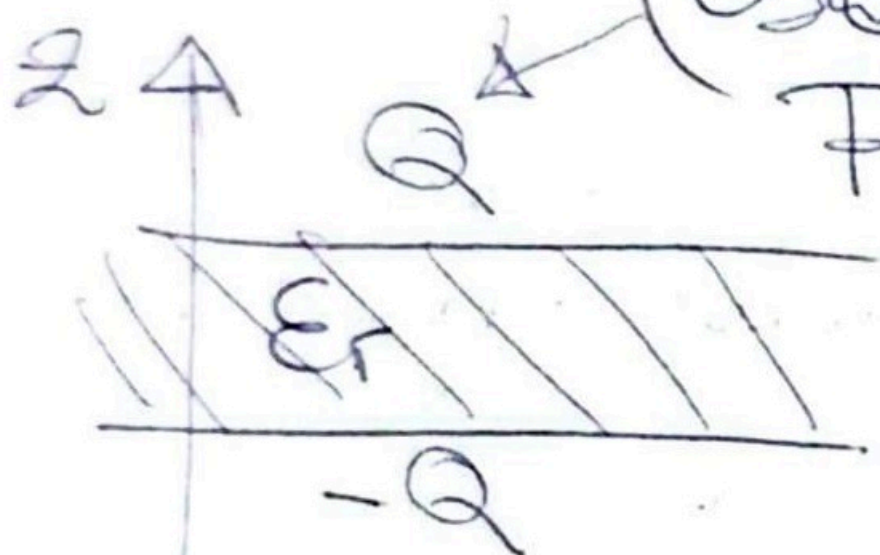
$$\Delta V = V(r=a) - V(r=b) = - \int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_b^a \frac{dr}{r^2}$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \quad \boxed{\frac{Q}{8\pi\epsilon_0} \frac{1}{a} = \Delta V}$$

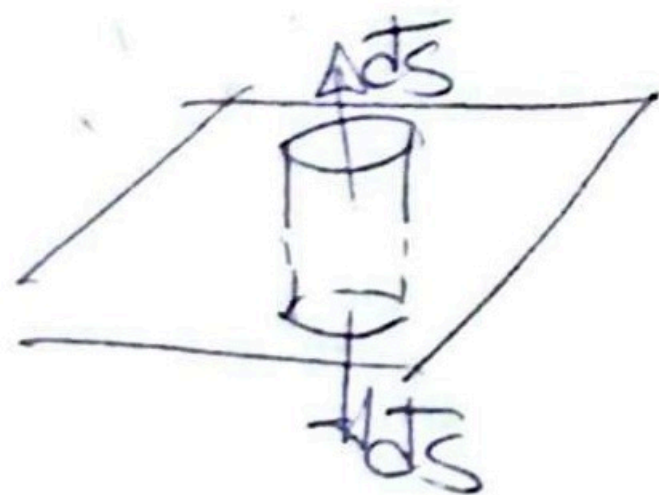
$b = 2a$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta V} = 8\pi\epsilon_0 a$$

Hacemos lo mismo para el capacitor plano  
 (Este Q es una carga genérica para calcular la capacidad)



Cada plano se calcula por Gauss de modo independiente



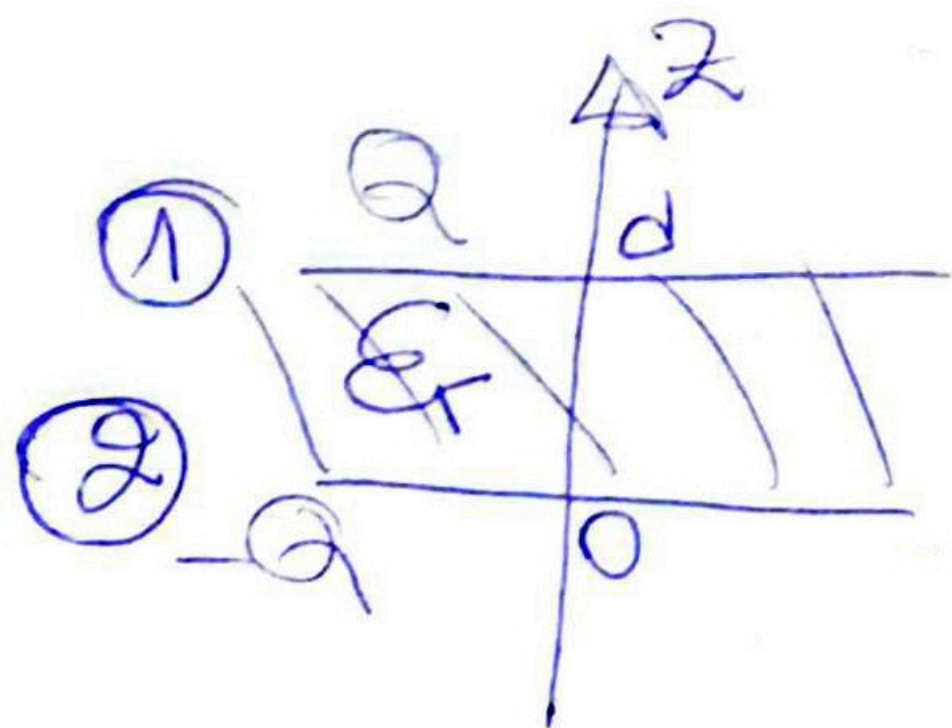
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 2E(z)\Delta S = \frac{Q_{enc}}{\epsilon} = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon}$$

1 por cada tapa

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

$$N/A = \frac{C}{m} \Rightarrow n = \frac{\epsilon}{h p}$$

$\Rightarrow E(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon}$  en cada dirección,  
 con cada permitividad



$$E_1 = \begin{cases} -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} & z < 0 \\ -\frac{\sigma}{2\epsilon_r \epsilon_0} & 0 < z < d \\ \frac{\sigma}{2\epsilon_0} & z > d \end{cases}$$

$$E_2 = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} & z < 0 \\ -\frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon_r} & 0 < z < d \\ -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} & z > d \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_T = \begin{cases} 0 & z < 0 \\ -\frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} & 0 < z < d \\ 0 & z > d \end{cases}$$

$$\Delta V = - \int_0^d \vec{E} \cdot d\vec{r} = \underbrace{\left( -\frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \right)}_{\vec{E} \text{ cte}} (-d) = \frac{Qd}{\epsilon_0 \epsilon_r A^2}$$


---

$$\Rightarrow \boxed{C_{\text{plano}} = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A^2}{d} = 32\pi \epsilon_0 a}$$

$\epsilon_r = 2\pi$   
 $A = 2a$   
 $d = a/4$

$$\therefore \underbrace{C_{\text{plano}}}_{C_2} = 4 \underbrace{C_{\text{esf}}}_{C_1}$$

a)

Cuando  $C_1$  y  $C_2$  se ponen en contacto la carga  $Q$  de  $C_2$  se reparte entre ambos capacitores

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (1) \quad C_1 \begin{array}{|c|} \hline Q_1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline Q_2 \\ \hline \end{array} C_2$$

$$\Delta V_{\text{final}} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q_1}{C_1} \quad (2)$$

de (1) y (2)

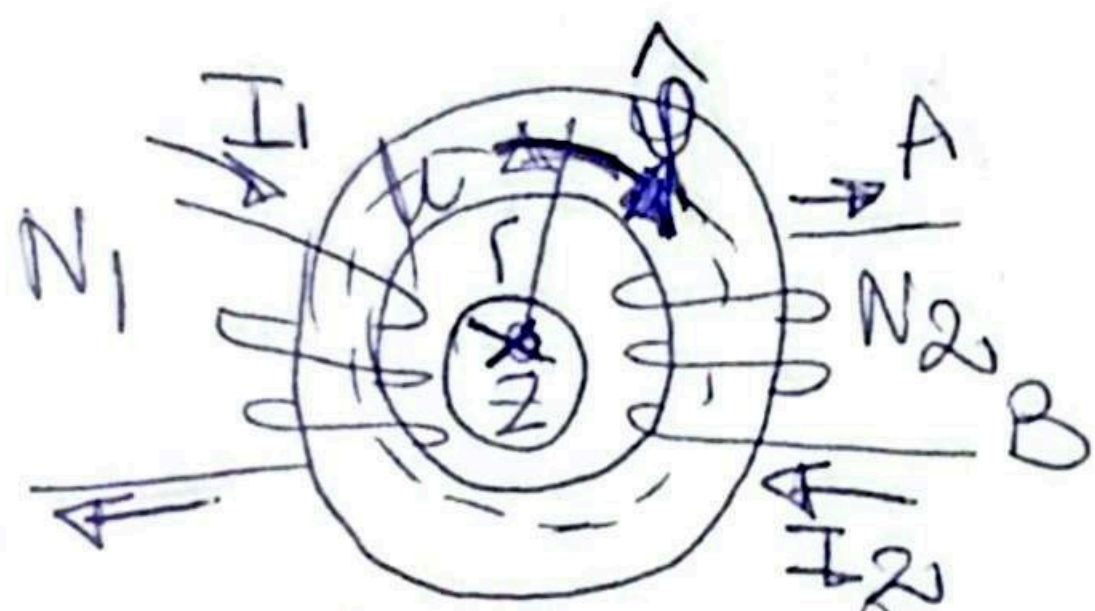
$$Q_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} Q = \frac{Q}{5}$$

$$Q_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} Q = \frac{4}{5} Q$$

b) Si llamo  $V_0 = \frac{Q}{C_2}$  (potencial inicial)

$$\Rightarrow \boxed{\Delta V_{\text{final}} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_0 = \frac{4}{5} V_0}$$

# Problema 3



Para calcular las autoinducciones y la inductancia mutua debemos calcular qué campo hay en el toroide cuando circula corriente por alguno de los bobinados, o por los dos.

Se hay  $I_1$  en el bobinado 1 y  $I_2$  en el bobinado 2, entonces:

$$\vec{B}(\vec{r}) = B(r) \hat{\varphi} \quad (\text{toroide angosto})$$

$$\approx B(r_{\text{medio}}) \hat{\varphi}$$

$$\Rightarrow \text{por Ampere} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu I_c$$

$$B(r) 2\pi r = \mu (N_1 I_1 + N_2 I_2)$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu}{2\pi r} (N_1 I_1 + N_2 I_2) \hat{\varphi}$$

a) Para calcular  $L_1$  suponemos  $I_1 \neq 0$ ,  $I_2 = 0$

$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu N_1 I_1}{2\pi r}$$

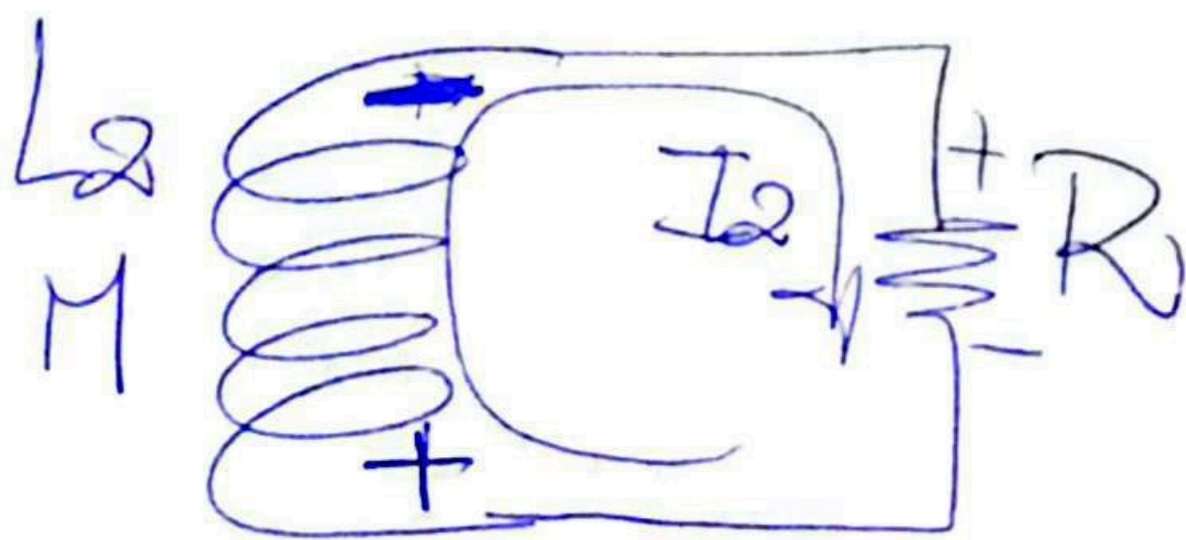
El flujo  $\Phi_1 = N_1 \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\mu N_1^2 S}{2\pi r} I_1$

$$\Rightarrow L_1 = \frac{\phi_{11}}{I_1} = \frac{\mu N_1^2 S}{2\pi r}$$

b) Si  $I_1 = I_1(t) = I_0 e^{-t/\tau_0}$  aparece una fem inducida en el bobinado 2,

$$\begin{aligned} \text{fem}_2 &= -\frac{d\phi_{21}}{dt} = -\frac{d(\phi_{21})}{dt} = -\frac{d(M I_1)}{dt} \\ &= -M \frac{dI_1}{dt} = -M \left( -\frac{I_0}{\tau_0} e^{-t/\tau_0} \right) = +\frac{M I_0 e^{-t/\tau_0}}{\tau_0} \end{aligned}$$

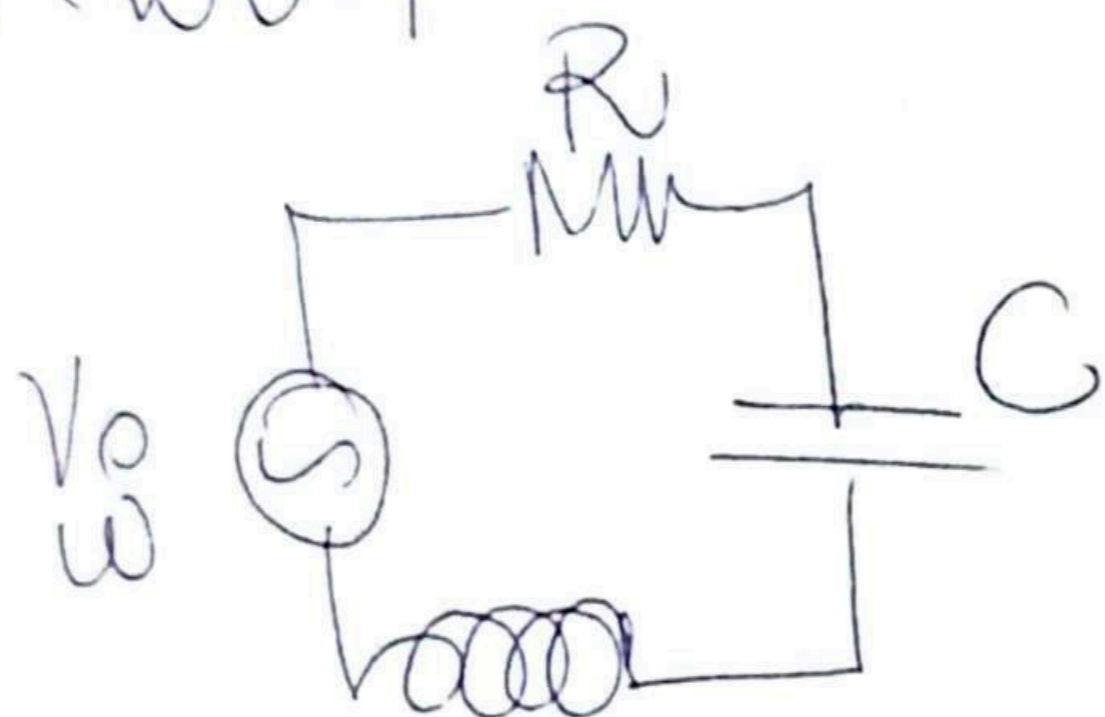
c) Si  $L_2 \neq 0 \Rightarrow$  el circuito en el segundo bobinado será



$$-M \frac{dI_1}{dt} - L_2 \frac{dI_2}{dt} - I_2 R = 0$$


---

Prob 4



$$\omega = 2 \cdot 10^6 \text{ 1/s}$$

$$C = 10^{-9} \text{ F}$$

$$L, R = ?$$

Given

$$Z = R + j(\omega L - 1/\omega C)$$

$$\varphi_I = \frac{\pi}{3} \rightarrow \varphi_I = -\varphi_Z = -\arctan\left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R}\right)$$

$$\Rightarrow \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

$$\therefore R = \sqrt{3} \left( \frac{1}{\omega C} - \omega L \right)$$

$$V_C = |I_{\text{eff}}^*| \left| -\frac{1}{\omega C} \right| = \frac{V_{\text{eff}}}{|Z_{\text{eq}}|} \frac{1}{\omega C}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{V_C}{V_{\text{eff}}} = \frac{1/\omega C}{|Z_{\text{eq}}|} \Rightarrow |Z_{\text{eq}}| = \frac{6}{5} \frac{1}{\omega C}$$

$$|Z_{\text{eq}}| = \frac{6}{5} \frac{1}{2 \cdot 10^6 \text{ 1/s} \cdot 10^{-9} \text{ F}} = 600 \Omega$$

$$V_L = |I_{\text{eff}}^*| \omega L = \frac{V_{\text{eff}}}{|Z_{\text{eq}}|} \omega L$$

$$\frac{1}{3} = \frac{V_L}{V_{\text{eff}}} = \frac{\omega L}{600 \Omega} \rightarrow \omega L = 200 \Omega = 2 \cdot 10^6 \text{ 1/s} L$$

$$\Rightarrow \underline{L = 10^{-4} \text{ H}} \quad \underline{R = \sqrt{3} 300 \Omega}$$