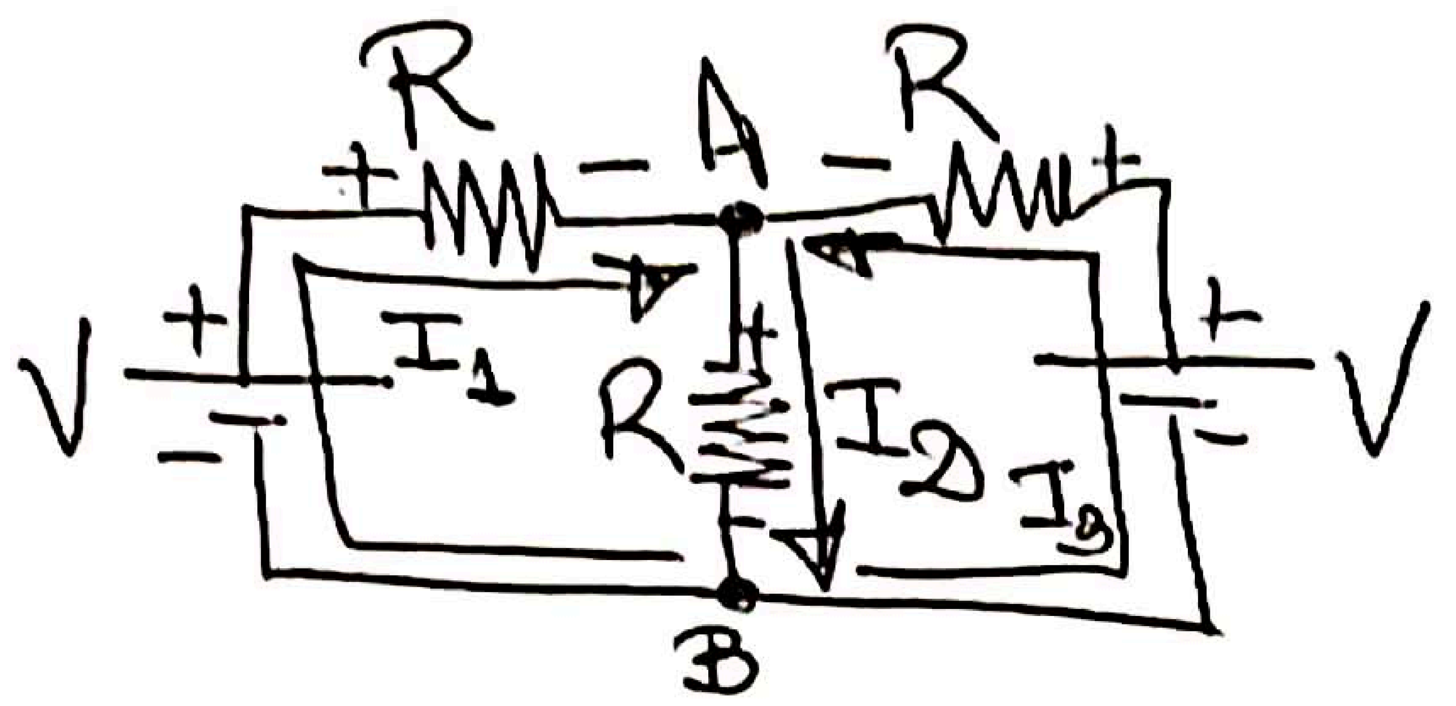
# Problema 1






Nos piden $V_{AB} = V_A - V_B$

Ponemos arbitrariamente una corriente por cada rama. Si calculamos las corrientes, podemos responder lo pedido.

Ley de nodos en A: $I_1 + I_3 = I_2$ (1)

Ley de Mallas: $V - I_1 R - I_2 R = 0$ (2)

$I_2 R + I_3 R - V = 0$ (3)

despejo $I_1$ de (1) $\quad I_1 = I_2 - I_3$

Reemplazo en (2)

$$V = (I_2 - I_3)R + I_2 R$$

$$V = 2 I_2 R - I_3 R$$

Despejo $I_3$ de la última ecuación

$$I_3 = 2 I_2 - \frac{V}{R}$$

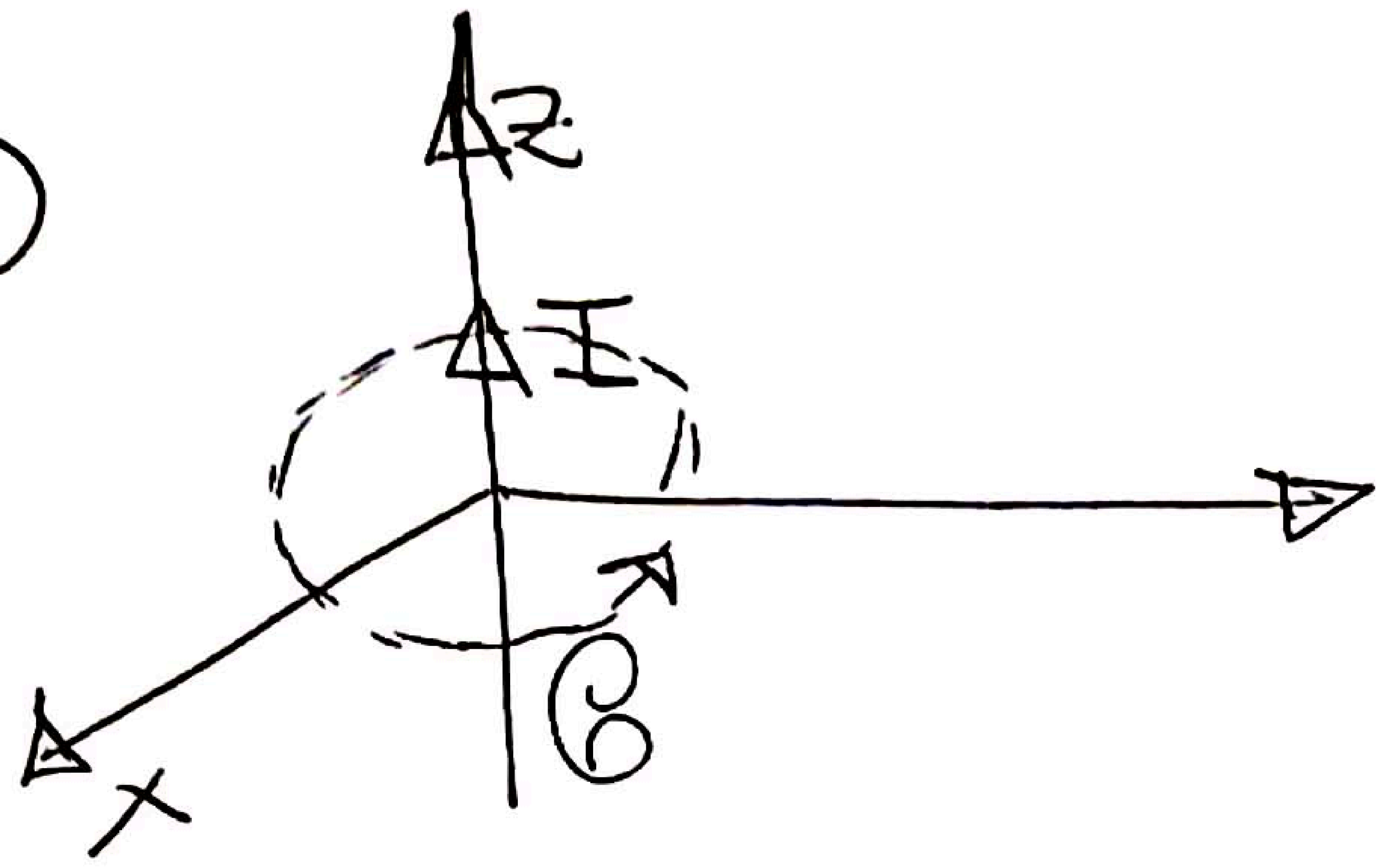
Reemplazo en (3) $\quad I_2 R + \left(2 I_2 - \frac{V}{R}\right) R - V = 0$

$$3 I_2 R - 2V = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{2}{3}\frac{V}{R}$$

Ahora $\boxed{V_{AB} = + I_2 R = \frac{2}{3} V}$

Problema 2

a)




Por simetría

$$\overline{B}(\overline{r}) = B(r)\,\hat{\varphi}$$

(Coordenadas cilíndricas)

Tomo como curva de Ámpere una circunferencia de radio r

$$\oint_{\mathcal{C}} \overline{B}\cdot\overline{dl} = \int_0^{2\pi} B(r)\,\hat{\varphi}\cdot r\,d\varphi\,\hat{\varphi} = \int_0^{2\pi} B(r)\,r\,d\varphi$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ B(r)\,r \text{ cte en la curva}}}{=} \left(\int_0^{2\pi} d\varphi\right) B(r)\,r = 2\pi r\,B(r)$$

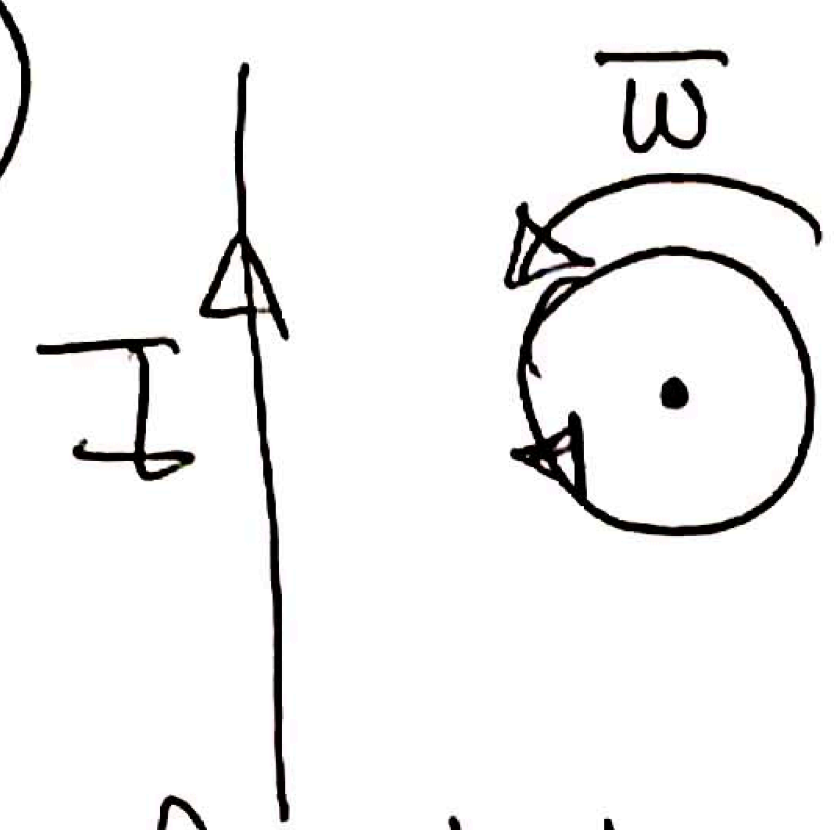
Ley de Ámpere dice $\oint_{\mathcal{C}} \overline{B}\cdot\overline{dl} = \mu_0 I_{\mathcal{C}}$

En este caso $I_{\mathcal{C}} = I \rightarrow 2\pi r\,B(r) = \mu_0 I$

$$\therefore \boxed{\overline{B}(\overline{r}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,\hat{\varphi}}$$

b) Analizamos cada caso

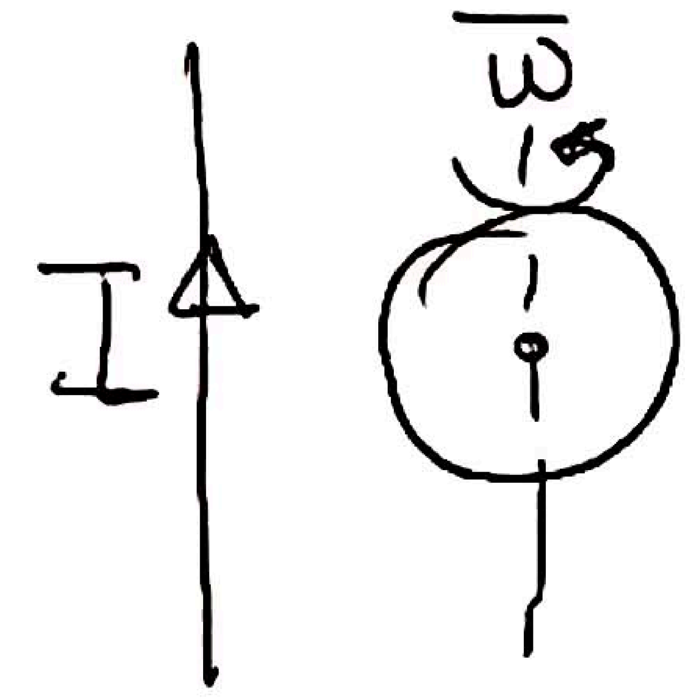
i)



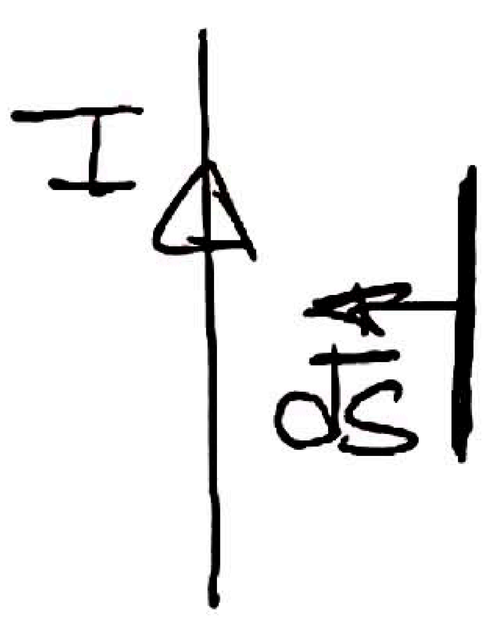

$\phi = \iint \bar{B} \cdot d\bar{S}$ no cambia cuando la espira rota alrededor de su eje y como $\frac{d\bar{B}}{dt} = 0$ (I cte)

$\Rightarrow \phi$ cte $\therefore$ $\boxed{fem = 0}$

ii)




Acá el flujo es máximo en valor absoluto cuando la espira tiene $d\bar{S} = \pm dS\,\hat{\varphi}$ (como en el dibujo) y nulo cuando



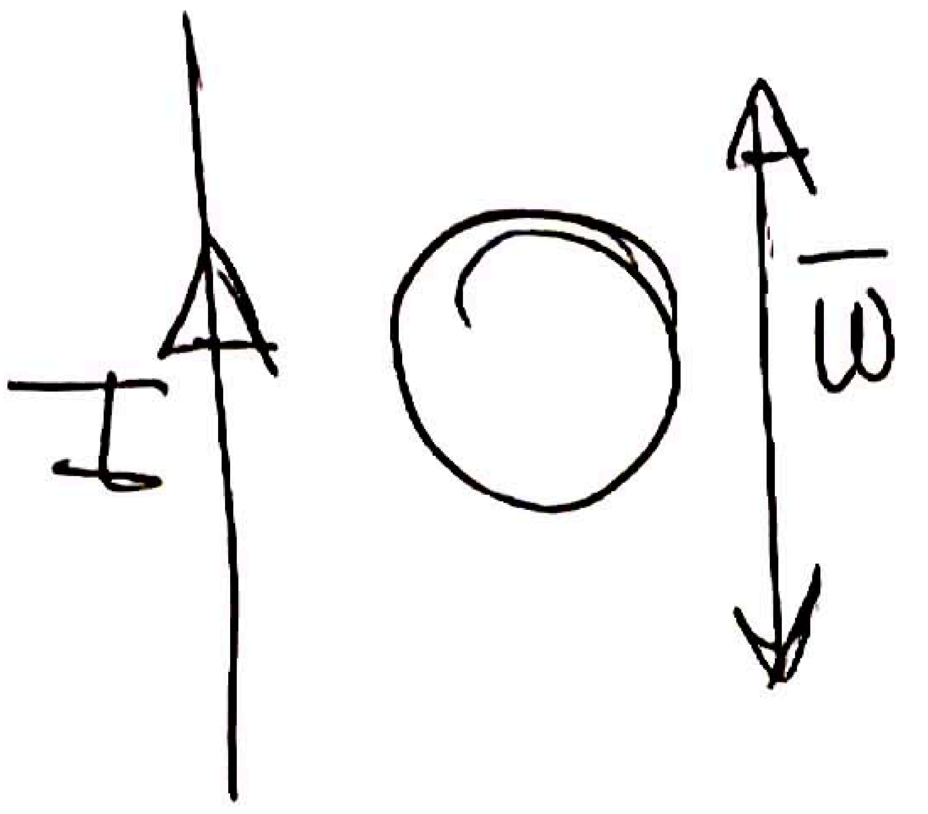

$d\bar{S} = \pm dS\,\hat{r}$ (el flujo se compensa fuera del plano y-z)

$\Rightarrow$ acá fem $\neq 0$

Si a $t=0$ la espira está en la posición original $\phi(t) = \phi_0 \cos(\omega t)$

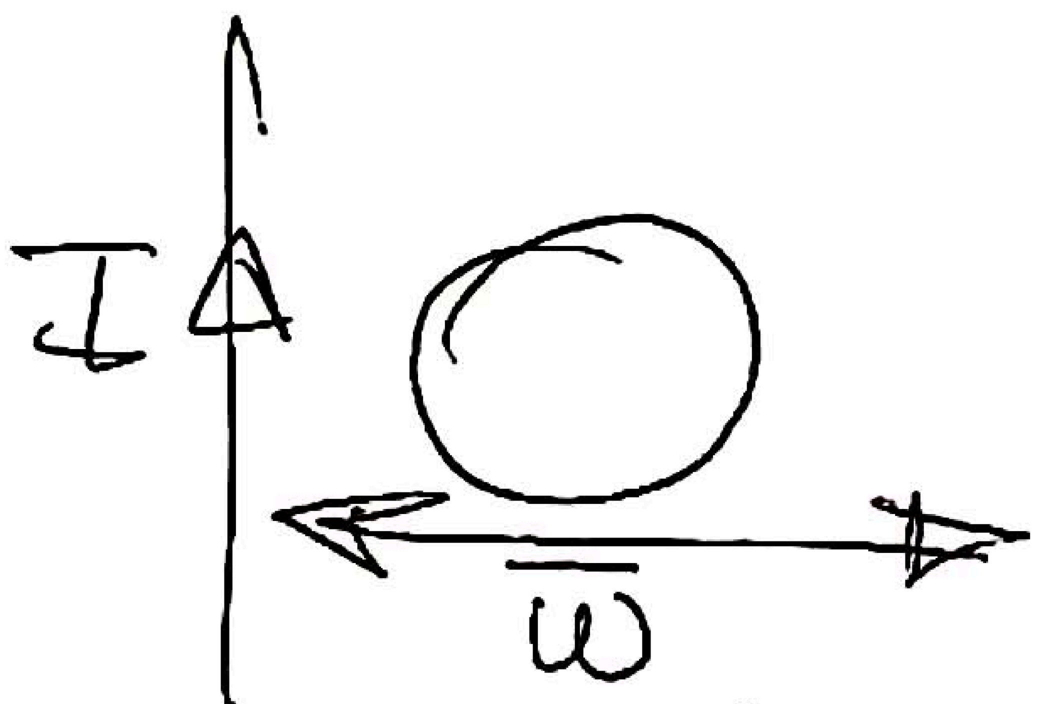
$\Rightarrow -\frac{d\phi}{dt} = +\phi_0 \omega \,\text{sen}(\omega t)$

$\Rightarrow$ |fem| se maximiza cuando la espira está contenida en plano paralelo a los ejes (x-z) iii)




Si el centro de masa oscila paralelo al hilo, el campo magnético no depende de la coordenada z, y por ende el flujo será constante a lo largo del tiempo. $\therefore$ fem $= 0$

iv)



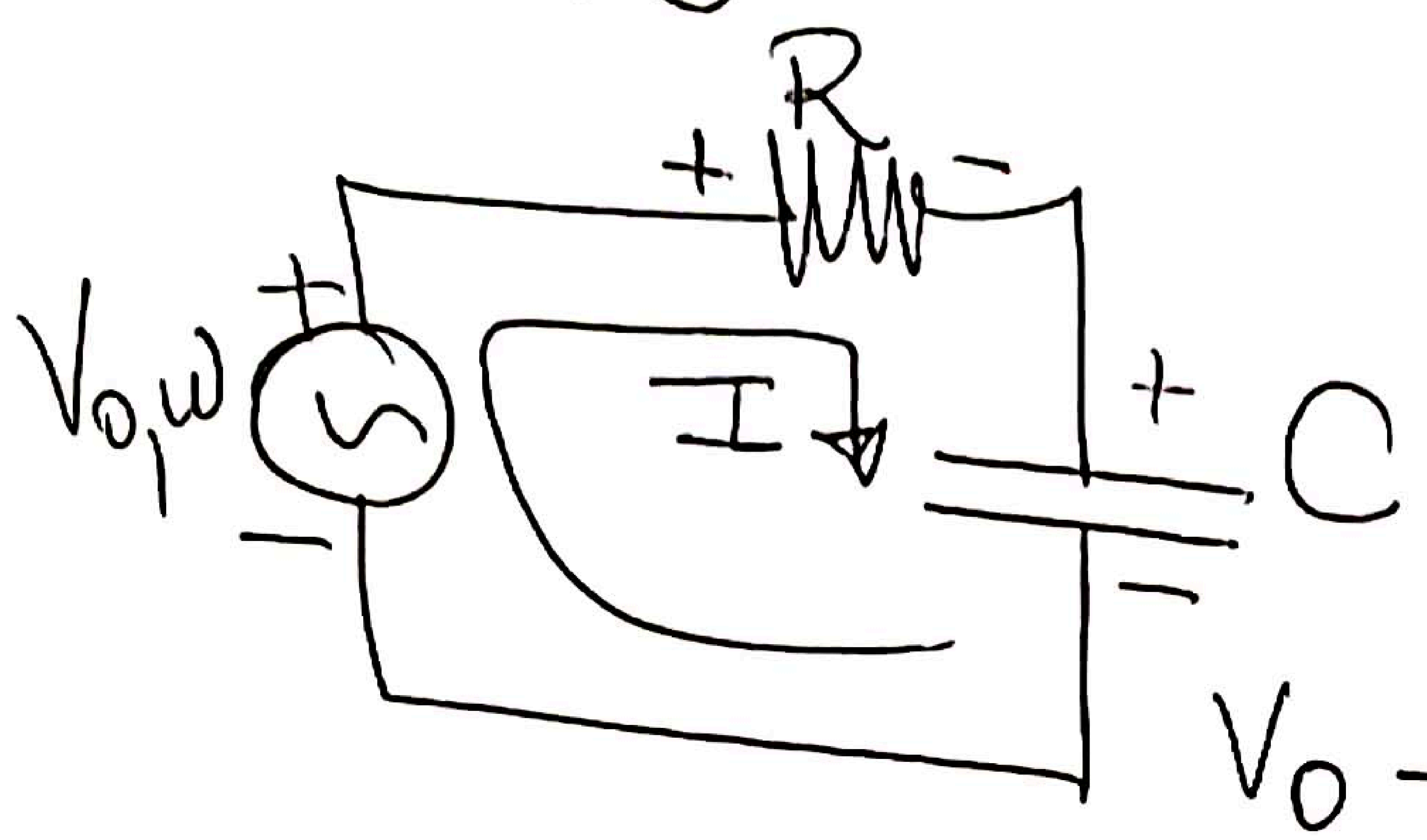

Acá el CM oscila en un plano $\varphi = cte$, variando la coordenada r en cada oscilación. El flujo será mayor cuánto más se acerque la espira al hilo. Si $\phi_0$ es el flujo en el punto medio de la oscilación y $\Delta\phi$ es la variación de flujo entre los extremos del movimiento oscilatorio $\Rightarrow$

$$\phi(t) = \phi_0 + \frac{\Delta\phi}{2}\cos(wt)$$ (suponiendo que empieza en la zona más próximo al hilo)

$$\Rightarrow \text{fem} = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{\Delta\phi}{2} w \,\text{sen}(wt)$$

$|\text{fem}|$ ~~$\Rightarrow$~~ se maximiza cuando pasa por el punto medio del movimiento

Problema 3




En el formalismo complejo

$$V_0 - I_0^* Z_R - I_0^* Z_C = 0$$

$$V_0 = I_0^*\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right) = I_0^* \underbrace{\left(R - \frac{i}{\omega C}\right)}_{Z_{eq}}$$

$$\Rightarrow I_0^* = \frac{V_0}{R - \frac{i}{\omega C}} \qquad |I_0^*| = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}}$$

$$\varphi_I = \underbrace{\varphi_{V_0}}_{=0} - \varphi_{Z_{eq}} = -\varphi_{Z_{eq}} = -\operatorname{arctg}\left(\frac{-1/\omega C}{R}\right)$$

$$\varphi_I = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$$

$$\langle P_f \rangle = I_{ef} V_{ef} \cos\varphi_I = \frac{V_0 I_0}{2} \cos\varphi_I$$

Sabemos $\varphi_I = \pi/4 \Rightarrow \frac{1}{\omega CR} = 1$

(Pues $\operatorname{tg}\varphi_I = \operatorname{tg}(\pi/4) = \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\omega RC}\right)\right) = \frac{1}{\omega RC}$)

$\Rightarrow \boxed{\omega RC = 1}$ y $\cos\varphi_I = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow \langle P_f \rangle = \frac{V_0}{2} I_0 \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_0 = \frac{2\sqrt{2}\langle P_f \rangle}{V_0}$$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{2}\langle P_f\rangle}{V_0} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}} = \frac{V_0}{R\sqrt{1+\underbrace{\left(\frac{1}{\omega RC}\right)}_{=1}^2}}$$

$$\frac{2\sqrt{2}\langle P_f\rangle}{V_0} = \frac{V_0}{R\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow R = \frac{V_0^2}{4\langle P_f\rangle} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{datos} \\ \langle P_f\rangle = 500W}}{=} \frac{100\,V^2}{2000\,W} = 0{,}05\,\Omega$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\,\frac{100}{2\pi}\,Hz = 100\,sg^{-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{\omega R} = \frac{1}{100\,sg^{-1}\,0.05\,\Omega} = 0{,}2F}$$