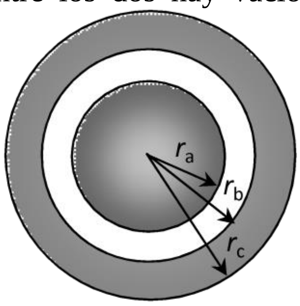
Electrostática en Conductores y Dieléctricos

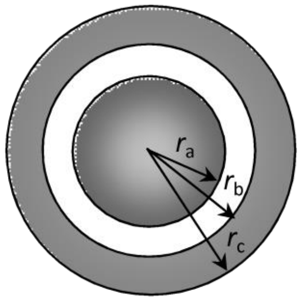
1. a) Calcular, usando la ley de Gauss, el campo creado en todo el espacio por una esfera metálica maciza de radio R cargada con carga total Q. ¿Cómo se distribuye la carga?
b) Graficar el campo y la diferencia de potencial entre un punto arbitrario y las siguientes referencias
b_1) $r = 2\,R$
b_2) $r \to \infty$.
c) Calcular el trabajo necesario para llevar una carga q = 3 μC desde un punto ubicado a una distancia 2R del centro de la distribución hasta el "infinito". Discutir el signo y su relación con el trabajo realizado por el campo.

2. Una cáscara conductora **esférica**, de radio interior a = 5 cm y exterior b = 9 cm, tiene en su centro una carga puntual q = +1 μC.
a) Suponiendo que la cáscara está descargada determine:
a_1) el campo eléctrico generado por esta distribución de cargas. ¿Cómo se distribuye la carga?
a_2) el trabajo que es necesario aplicar para llevar una carga de prueba q_0 entre dos puntos arbitrarios del espacio.
a_3) la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos arbitrarios del espacio.
a_4) Grafique en función de una coordenada adecuada el campo, el trabajo y la diferencia de potencial. Discuta la continuidad o discontinuidad de las funciones calculadas.
b) Suponiendo que la cáscara está cargada con q_c = - 3μC. repita los apartados desde a_1 hasta a_4.

3. Se tiene un conductor **cilíndrico** de largo L y radio r_a, rodeado por otro cascarón cilíndrico de radio interno r_b y externo r_c. El primero tiene carga Q_1 y el segundo Q_2. Entre los dos hay vacío. Considerando como válido el modelo de cilindro de largo infinito,



a) Discuta cómo y dónde se distribuyen las cargas.
b) Calcule las densidades de carga en todas las superficies,
c) Calcule en todo el espacio.
d) Calcule a partir del campo eléctrico $V(r_c)$- $V(r_a)$ y $V(r_b)$- $V(r_a)$ y $V(r)$- $V(r_a)$ donde r es un punto genérico del espacio (¿Se debe poner alguna restricción a este punto $\vec{r}$ debido al modelo elegido?) Graficar V(r) en función de la coordenada r.
e) Discuta los resultados considerando que las cargas son del mismo signo y de distinto signo. Luego aplique a la situación Q_1 = - Q_2.



4. Se tiene un conductor **cilíndrico** de largo L y radio r_a, rodeado por otro cascarón cilíndrico de radio interno r_b y externo r_c (ambos descargados inicialmente). El espacio entre ellos está vacío. Despreciando efectos de borde, y sabiendo que se ha conectado una batería tal que:

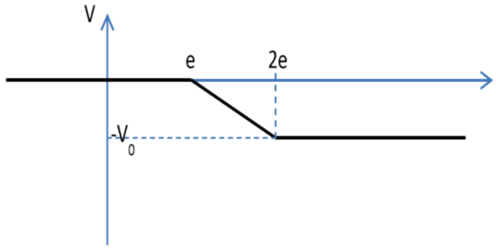
$V(r_b)$- $V(r_a)$=10 V,
a) Discuta por qué no es necesario especificar los puntos donde se conecta la batería sobre cada conductor.
b) Calcule las distribuciones de cargas en todas las superficies.

c) Calcule $\vec{E}$ en todo el espacio (**Justifique**). Graficar la componente r del campo eléctrico en función de la coordenada r.

d) Calcule $V(r)$- $V(r_a)$. Graficar V(r) en función de la coordenada r.
e) Repetir desde b) hasta d) si $V(r_c)$- $V(r_a)$ = - 5 V.
f) Analice las similitudes y diferencias entre los dos tipos de conexiones propuestas.

5. Se tiene una placa conductora cuadrada de lado L y espesor d ($L>>d$). La carga de dicha placa es Q_1. Bajo el modelo de distribución plana infinita (¿qué supone considerar este modelo?):
a) Calcular las densidades de carga libre en condiciones estáticas.
b) Calcular las densidades de carga libre si la misma placa estuviera enfrentada a una distribución plana de cargas de densidad superficial uniforme σ_0.
c) Calcular las densidades de carga libre si la misma placa estuviera enfrentada a otra placa metálica de iguales dimensiones, pero con carga Q_2., ¿Qué sucede cuando $Q_2 = -Q_1$?

6. Dos placas conductoras planas de espesor e y lados a y b, se encuentran separadas una distancia e de tal forma que $e << a,b$. Las placas están cargadas y el espacio entre ellas está vacío. En la figura se representa la variación del potencial electrostático del sistema (respecto a algún punto del espacio) en la zona alejada de los bordes y a lo largo del eje z (que es perpendicular a las placas) donde es posible despreciar los efectos de los bordes.

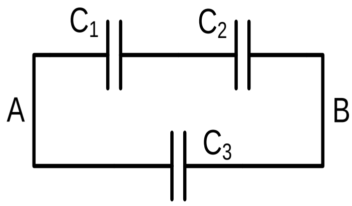


a) ¿Qué valor tiene y cuál es el significado físico de la integral de línea $\int_0^{2e} \vec{E}\,.\,\overrightarrow{dz}$?
b) Calcule el campo eléctrico a lo largo del eje perpendicular a las placas en función de los datos del problema.
c) Determine el valor de las cargas y su ubicación en las placas en función de los datos del problema.

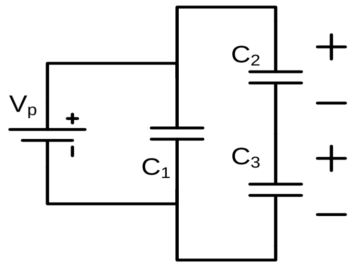
7. Repita los Problemas 3 y 4 considerando que en el espacio entre los conductores se coloca un dieléctrico de permitividad ε. Compare los resultados.

8. Calcular la capacidad de los siguientes capacitores (**despreciando efectos de bordes**):
a) Capacitor de placas plano-paralelas si hay aire o vacío entre las placas. Calcular la energía almacenada si la carga del capacitor es Q.
b) Ídem para un capacitor cilíndrico.
c) Repetir los cálculos a) y b) si el espacio entre las placas está totalmente ocupado por un dieléctrico de permitividad $\boldsymbol{\varepsilon}$ (permitividad relativa ε_r). ¿La capacidad es mayor, igual o menor que la obtenida en los ítems a) o b)? ¿Cómo depende la capacidad de ε_r?
d) ¿Qué significa "**Desprecie efectos de bordes"**?

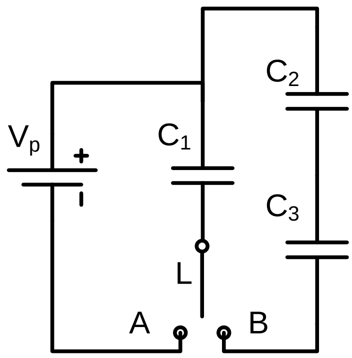
9. El circuito de la figura está compuesto por tres capacitores:
C_1 = 20 nF, C_2 = 5 nF, C_3 =2 nF.
a) Determinar la capacidad equivalente entre los puntos A y B.
b) Si V(B) - V(A) = 10 V, calcule la diferencia de potencial entre las placas de cada capacitor y la carga sobre cada una de sus placas indicando su polaridad.



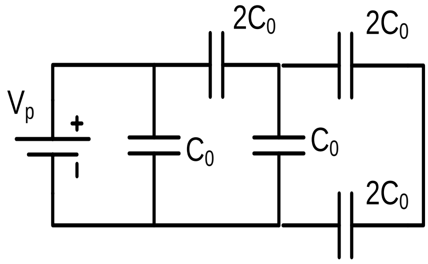
10. En el circuito de la figura los capacitores se encontraban descargados antes de conectarlos a la batería V_p.
a) Determinar la carga almacenada y la diferencia de potencial sobre cada capacitor en régimen permanente.
b) Repetir a) considerando que C_2 y C_3 tenían una carga inicial de 20 μC cada uno y con la polaridad indicada. Discutir el resultado.
Datos: V_p = 10 V, C_1 = 1 μF, C_2 = 4 μF, C_3 = 5 μF



11. En el circuito de la figura, los tres capacitores se encuentran inicialmente descargados.
a) Al conectar la llave al punto A se carga el capacitor C_1. Hallar la carga adquirida y la energía almacenada por dicho capacitor. ¿Varió la carga de los capacitores C_2 y C_3?
b) Se lleva la llave a la posición B. Hallar las cargas y energías almacenadas finales en todos los capacitores
c) Explique qué ocurrió con la distribución de carga y energía al mover la llave desde A hasta B.
c) A partir de la condición en la que finalizó el punto b), se introduce en C_2 un dieléctrico de ε_r = 2 (antes estaba en vacío). Recalcular la distribución de cargas.
Datos: V_p = 10 V; C_1 = 20 μF; C_2 = 10 μF; C_3 = 5 μF



12. Los capacitores de la figura se encuentran inicialmente descargados. Una vez alcanzado el equilibrio la pila $V_p = 10$ V ha transferido 400 nC de carga.



a) Calcular la capacidad C_0.

b) Si el capacitor C_0 es de placas planas paralelas, cuadradas de lado L = 1 m y separación d = 1 mm, calcular la permitividad dieléctrica relativa (ε_r) del aislante empleado.

13. Un capacitor de placas planas paralelas de superficie S y separación d tiene carga Q. Un agente externo aumenta la distancia entre placas hasta duplicarla, manteniendo constante la carga Q del capacitor. Calcular el trabajo realizado por el agente externo.

14. Ídem 13 pero ahora el capacitor se halla conectado en todo momento a una batería de valor V_0 (por lo que no se cumple la condición de carga constante).