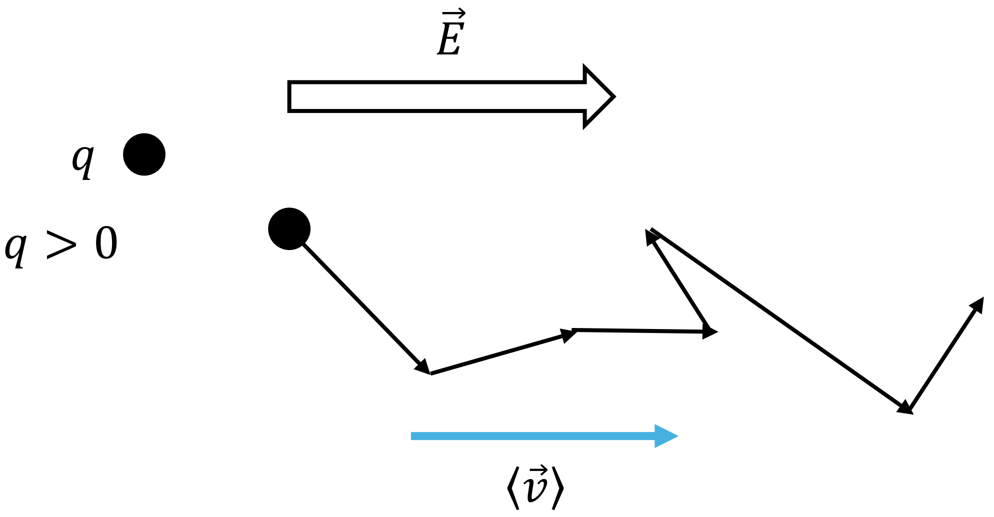
Corriente continua

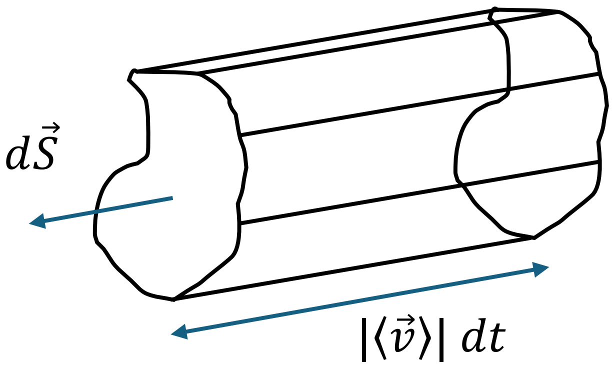
Estudiaremos las cargas en movimiento, en materiales conductores no perfectos.



Debido a las interacciones con la red cristalina, la carga se mueve en una trayectoria irregular

Hablamos, entonces de una velocidad media, donde promediamos la velocidad real entre suficientes tiempos como para ver la tendencia del movimiento. A partir de ahora trabajaremos con este concepto de velocidad.

Definimos la corriente como la cantidad de carga que atraviesa una dada sección perpendicular al camino de las cargas por unidad de tiempo.



En un *dt* las partículas cargadas que atraviesan la superficie son las que quedan en el volumen de la figura. Si llamamos *n* a la densidad de partículas cargadas en el material (cantidad de partículas por unidad de volumen), tendremos que:

$$dq = n\, q\, dV_{vol} = n\, q|\langle\vec{v}\rangle|dt\left|d\vec{S}\right| = n\, q\, \langle\vec{v}\rangle \cdot d\vec{S}\, dt$$

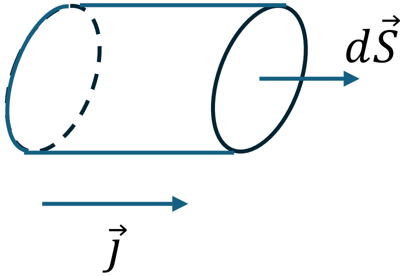
Definimos entonces la corriente para un diferencial de superficie

$$dI = \frac{dq}{dt} = n\, q\, \langle\vec{v}\rangle \cdot d\vec{S}$$

Definimos además la ***densidad de corriente*** $\vec{j}$ como $\vec{j} = n\, q\, \langle\vec{v}\rangle$

$$\therefore \quad dI = \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

Cuando el conductor es un cable con un área S finita, entonces la corriente será:



$$I = \iint_S \vec{j}.\, d\vec{S} = \frac{dQ}{dt}$$

Siendo dQ la carga que atraviesa la superficie S en la unidad de tiempo.

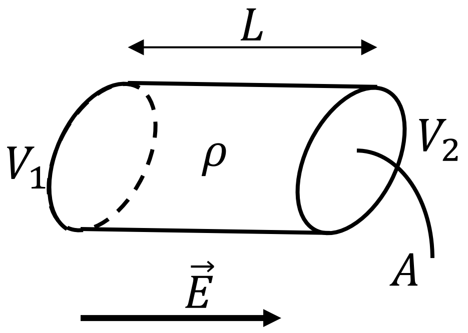
La unidad de corriente $[I] = \frac{[Q]}{[t]} = \frac{C}{s} \equiv A$ se denomina Àmpere. La unidad de la densidad de corriente será $[j] = {}^{A}/_{m^2}$.

Para cada material, la respuesta del movimiento de las cargas frente a un campo eléctrico externo será diferente. Para los materiales conductores lineales tendremos la llamada ***Ley de Ohm***:

$$\boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E}}$$

Ley de Ohm

donde σ es la conductividad. A mayor conductividad, mejor conductor. Recíprocamente, $\vec{E} = \rho \vec{j}$, donde ρ es la **resistividad**.



Supongamos que tenemos un material conductor, caracterizado por una resistividad ρ, de forma cilíndrica de longitud L y área A. En cada extremo se aplica un potencial diferente, digamos V_1 y V_2, con $V_1 > V_2$.

Como no es un conductor perfecto –tiene resistividad finita– aparece un campo eléctrico en el material, producto de la diferencia de potencial y las cargas libres se empiezan a mover.

$$|\vec{E}| = \frac{\Delta V}{L} = \rho\,|\vec{j}| = \rho\,\frac{I}{A} \quad \rightarrow \quad \boxed{\Delta V = \left(\frac{\rho L}{A}\right) I = R\,I}$$

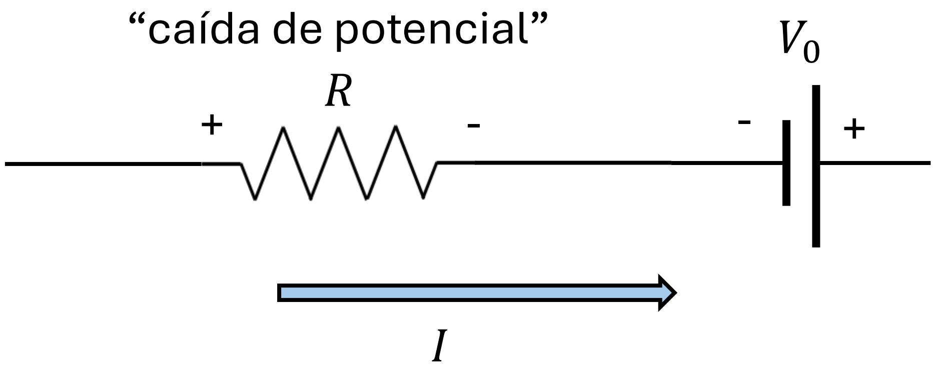
donde $R = {}^{\rho L}/_{A}$ es la **resistencia** del material

La resistencia es una magnitud extensiva, es decir., depende de la cantidad de material. Un cable más largo o de menor sección tiene más resistencia.

Las unidades de R son: $[R] = \Omega$ Ohm. Por lo tanto la resistividad se mide en $[\rho] = \Omega\, m$.

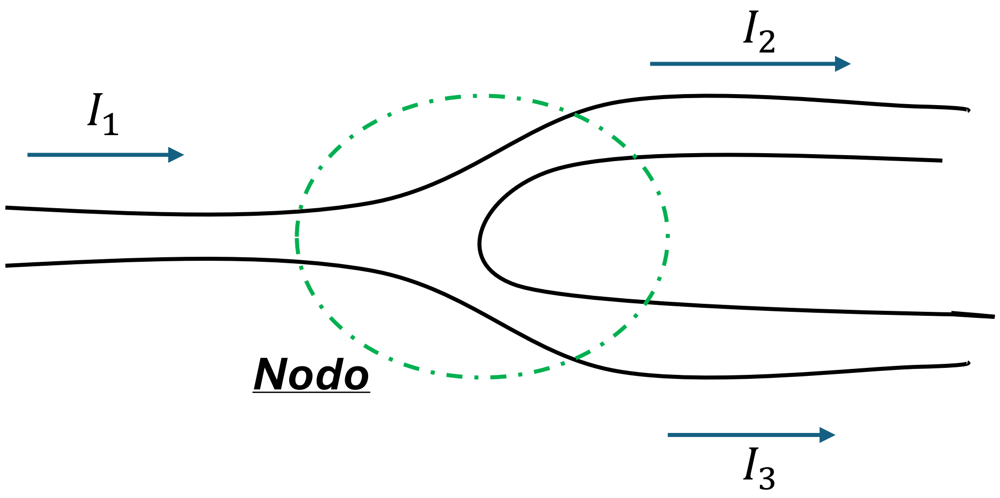
A las resistencias se las esquematiza como

$$\Delta V = R\, I$$



Rama: conducto por donde circula una única corriente.

La corriente, al pasar por la resistencia, baja el valor del potencial, el cual luego es levantado por la pila.



Nodo: un conducto con una o más bifurcaciones, donde la corriente tiene más de un camino para circular.

La ecuación de continuidad de la carga nos dice que:

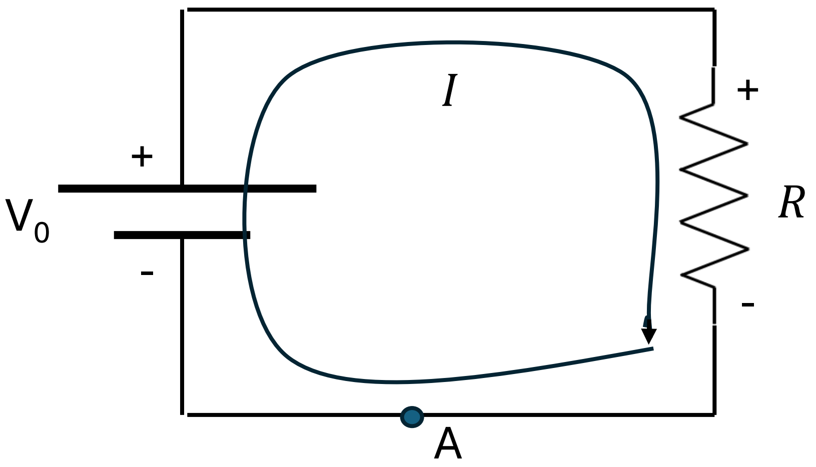
$$\oiint_{S_{cerrada}} \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$$

lo que se traduce como "todo lo que entra debe ser igual a todo lo que sale". En términos de corrientes tendremos que la suma algebraica de las corrientes entrantes y salientes en un nodo debe ser nula.

Para el caso del dibujo, tenemos:

$$\underbrace{I_1}_{\text{entrantes}} = \underbrace{I_2 + I_3}_{\text{salientes}}$$

Circuito simple:

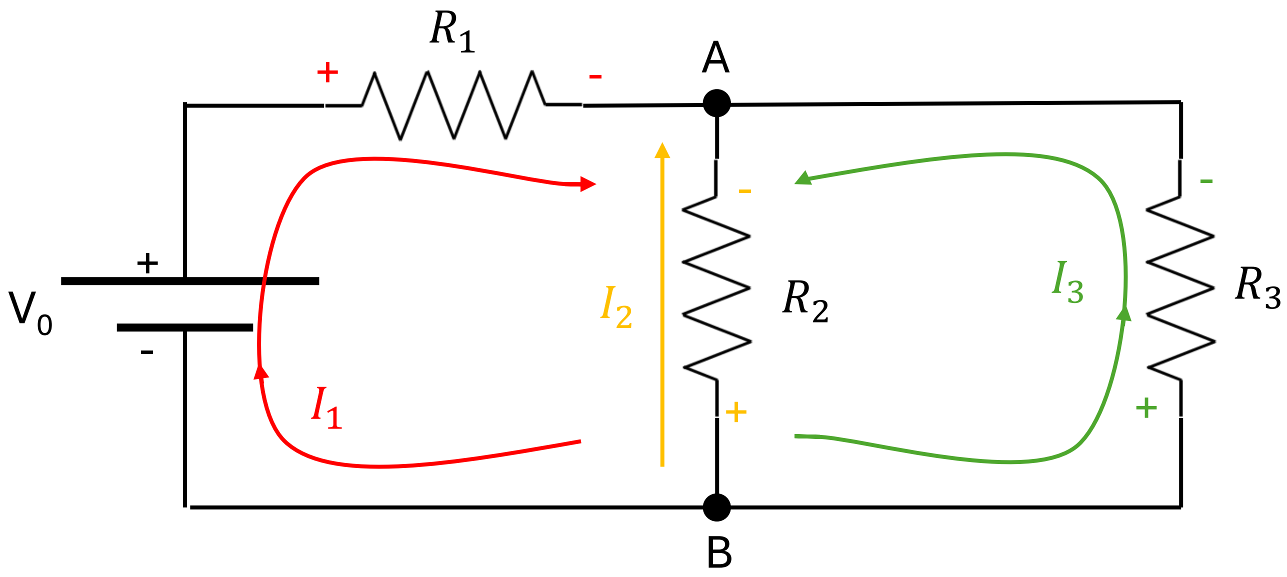


Definimos ***malla*** a un circuito cerrado por donde puede circular la corriente. Si nos paramos en cualquier punto de la malla y la recorremos en alguno de los sentidos posibles (horario o antihorario), empezamos y terminamos en el mismo punto. Por ende, la diferencia de potencial neta debe ser nula.
Si nos paramos, por ejemplo, en el punto A y recorremos el circuito en sentido horario, primero nos encontramos con una subida de potencial (la pila) y luego con una caída de potencial (la resistencia), y volvemos al mismo punto A. Entonces,

$$+V_0 - I\,R = 0 \quad \Longrightarrow \quad I = \frac{V_0}{R}$$

El hecho que el valor de I resulte positivo nos dice que la corriente circula en el sentido que hemos supuesto.

Hagamos un circuito más complejo:



Este circuito tiene 2 nodos: A y B. Los caminos entre nodos definen las ramas:

- El camino de la izquierda, que pasa por la pila y por R_1, es la rama por donde circula I_1.
- El camino del centro, que pasa por R_2, es la rama por donde circula I_2.
- El camino de la derecha, que pasa por R_3, es la rama por donde circula I_3.

La polaridad de la pila está definida por su construcción y es independiente del sentido de la corriente que la atraviesa. En cambio, las resistencias no tienen polaridad, por lo que ésta sí queda determinada por el sentido de circulación de la corriente que pasa por ella: siempre el potencial cae con el paso de la corriente, como se ve en la figura.

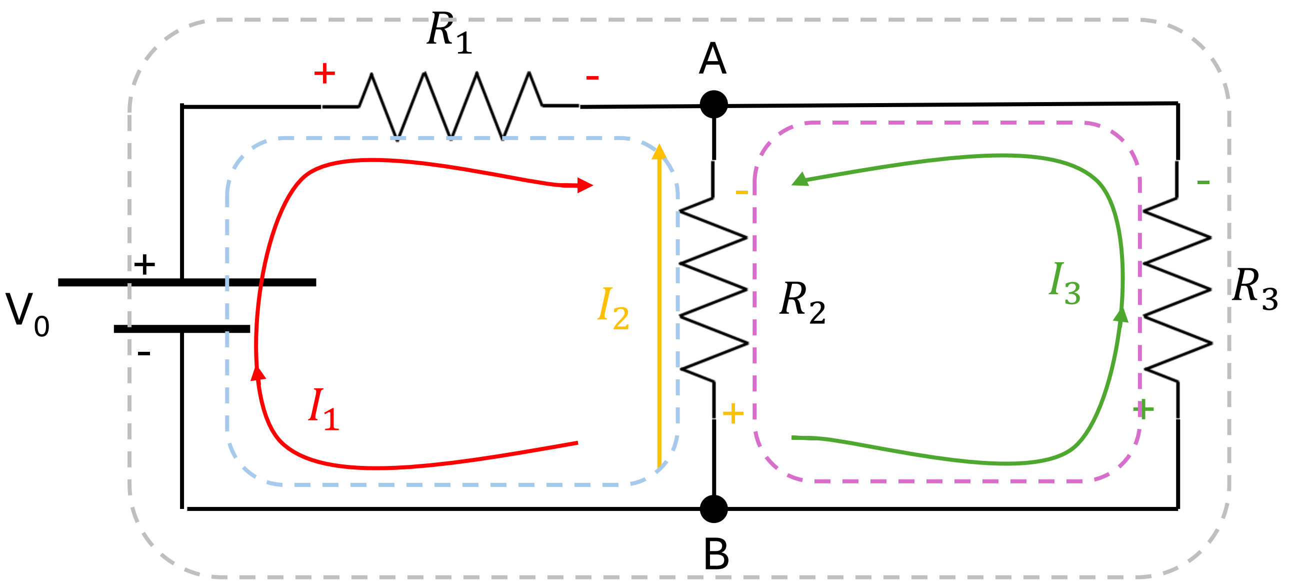
El signo correcto de las corrientes no puede –salvo casos muy simples– saberse a priori. Pero si se impone un sentido incorrecto, veremos que las ecuaciones nos darán resultados negativos para la corriente, lo que significa simplemente que la corriente, en realidad, circula en sentido contrario.

En el ejemplo hay dos nodos. En cada uno de ellos la suma algebraica de las corrientes debe ser nula. Supongamos –arbitrariamente– positivas las corrientes entrantes, y negativas las salientes.

Nodo A: $I_1 + I_2 + I_3 = 0 \qquad (1)$ (acá ya se ve que las 3 corrientes no pueden ser positivas. Alguna/s debe tener el sentido opuesto.)

Nodo B: $-I_1 - I_2 - I_3 = 0 \qquad (2)$ Esta ecuación es la misma que la ecuación (1). No brinda información adicional.

En general, si en un circuito hay ***N*** *nodos, habrá* ***N-1*** *ecuaciones linealmente independientes.*



También vemos que en el circuito hay 3 mallas:

- M1: la que forman las ramas de I_1 e I_2.
- M2: la que forman las ramas de I_2 e I_3.
- M3: la que forman las ramas de I_1 e I_3.

Cada malla puede circularse desde cualquier punto y en cualquier sentido.

Por ejemplo, tomemos M1 desde el punto B, en sentido horario: $$V_0 - I_1R_1 + I_2R_2 = 0 \quad (3)$$

M2, desde A, en sentido antihorario: $$I_2R_2 - I_3R_3 = 0 \quad (4)$$

M3, desde A, en sentido horario: $$I_3R_3 + V_0 - I_1R_1 = 0 \quad (5)$$

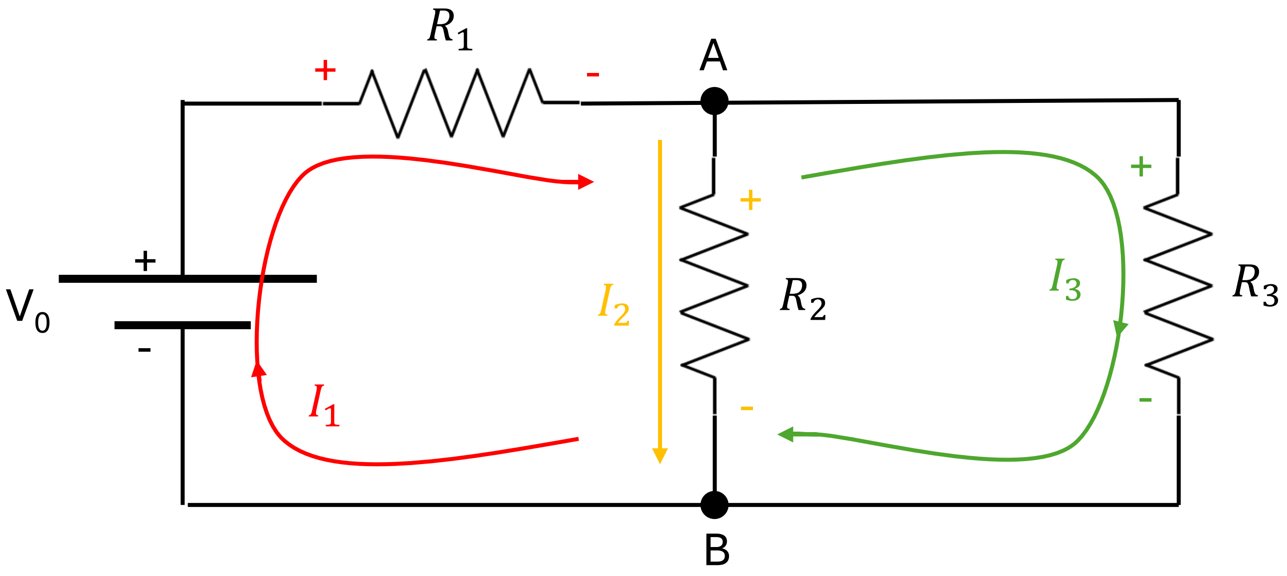
Las 3 últimas ecuaciones no son independientes entre sí. Por ejemplo, (4) = (3) – (5). Por ende, solo 2 de ellas nos serán de utilidad.

*En general, si en un circuito hay **M** mallas, habrá **M-1** ecuaciones linealmente independientes.*

Para resolver el sistema, tomemos por ejemplo, las ecuaciones (1), (3) y (4). Son 3 ecuaciones lineales con 3 incógnitas: I_1, I_2 e I_3. El resultado es,

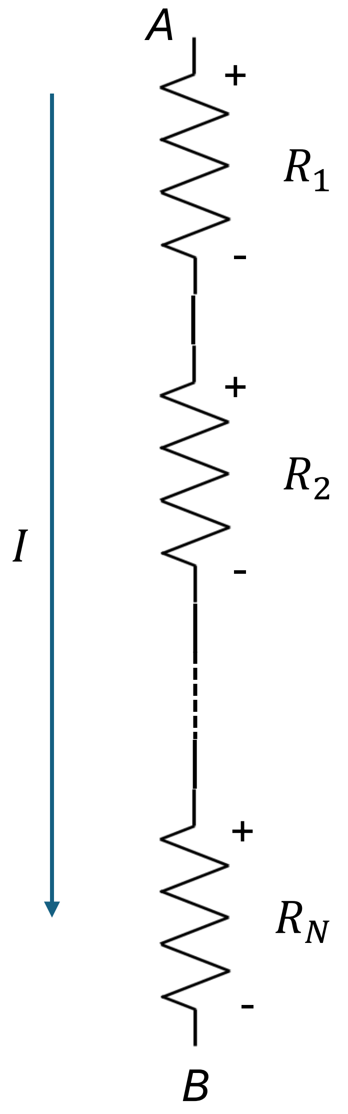
$$
\begin{aligned}
I_1 &= \frac{(R_2 + R_3)V_0}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} \\
I_2 &= -\frac{R_3V_0}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} \\
I_3 &= -\frac{R_2V_0}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}
\end{aligned}
$$

Como vemos, las corrientes I_2 e I_3 resultan negativas , lo que significa que los sentidos de circulación son inversos a los propuestos originalmente.



Y las corrientes I_2 e I_3 resultan ser el valor absolute de lo calculado anteriormente.

Resistencias en serie



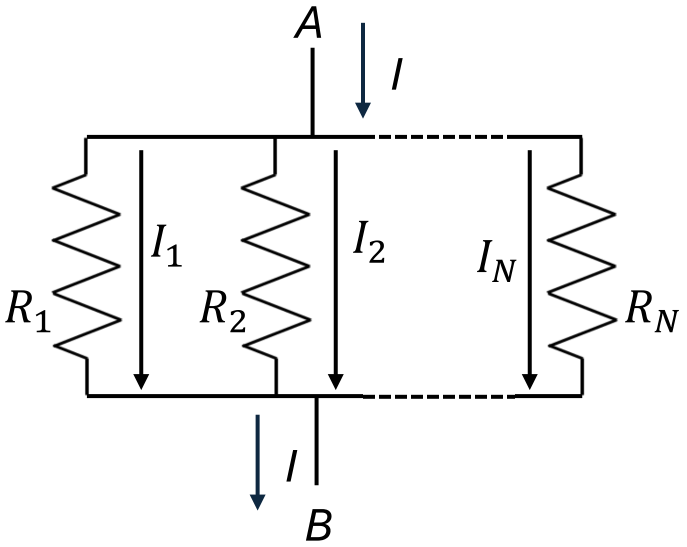
Tenemos *N* resistencias conectadas en serie, una a continuación de otra. La corriente es común y la diferencia de potencial total es la suma de las diferencias de potencial individuales.

$$\Delta V_{AB} = \sum_{i=1}^{N} \Delta V_i = \sum_{i=1}^{N} I\, R_i = I\left(\sum_{i=1}^{N} R_i\right) = I R_{eq}^{\Sigma}$$

donde $$R_{eq}^{\Sigma} = \left(\sum_{i=1}^{N} R_i\right)$$

La resistencia equivalente serie R_{eq}^{Σ} es la suma de las resistencias individuales.

Resistencias en paralelo



Tenemos ahora *N* resistencias conectadas en paralelo. La corriente que circula por cada una de ellas es diferente suman la corriente que llega (y luego sale) del conjunto. La diferencia de potencial es común a todas las resistencias.

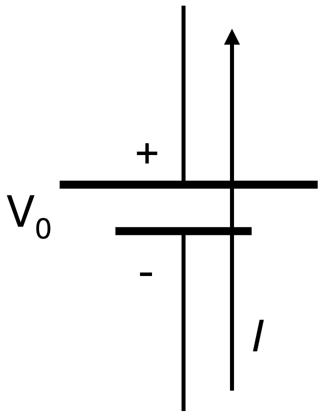
$$I = \sum_{i=1}^{N} I_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta V_{AB}}{R_i} = \Delta V_{AB} \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i} \right) = \frac{\Delta V_{AB}}{R_{eq}^{||}}$$

donde $R_{eq}^{||} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}}$ ó ${R_{eq}^{||}}^{-1} = \sum_{i=1}^{N} {R_i}^{-1}$

Para 2 resistencias

$$R_{eq}^{||} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Potencia entregada y potencia disipada



Cuando por una fuente circula una corriente I, en cada dt, una carga dQ, gana una energía $dU = dQ\ \Delta V$ (trabajo hecho por la fuente contra el campo).

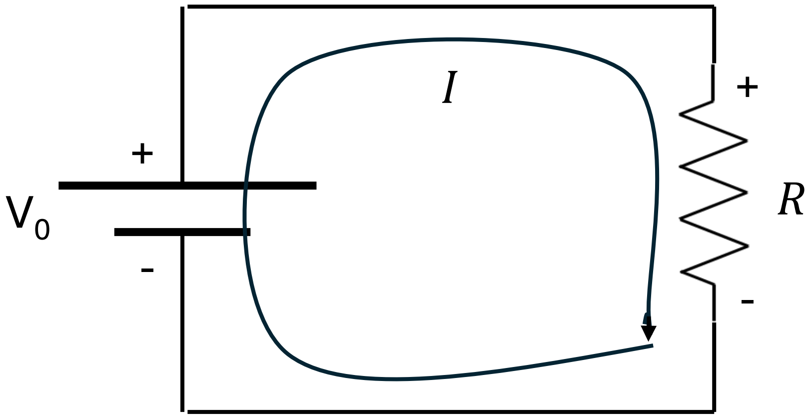
(recordemos: el trabajo que hace el campo sobre una carga es $W_{\vec{E}} = \int q\ \vec{E} \cdot d\vec{r}$, mientras que el trabajo que hace la fuente *contra* el campo es $W_{fuente} = \int (-q\ \vec{E}) \cdot d\vec{r} = q\left(-\int \vec{E} \cdot d\vec{r}\right) = q\ \Delta V$, que es la energía ganada.)

Entonces, la potencia entregada por la fuente es $$P = \frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt}\ \Delta V = I\ \Delta V = I\ V_0$$

En el caso de pila

Las unidades de la potencia son $[P] = A\ V = W$ (Watt)

En un circuito



la potencia entregada por la fuente $P = I\,V_0 = \frac{{V_0}^2}{R} = I^2 R$ la recibe la resistencia como potencia disipada. Esta energía por unidad de tiempo recibida por la resistencia es la energía que dispone para activar el circuito al que pertenezca. En el caso que solo sea una resistencia pasiva, esta energía se disipa en forma de calor. A esto se lo conoce con el nombre de *Efecto Joule*.