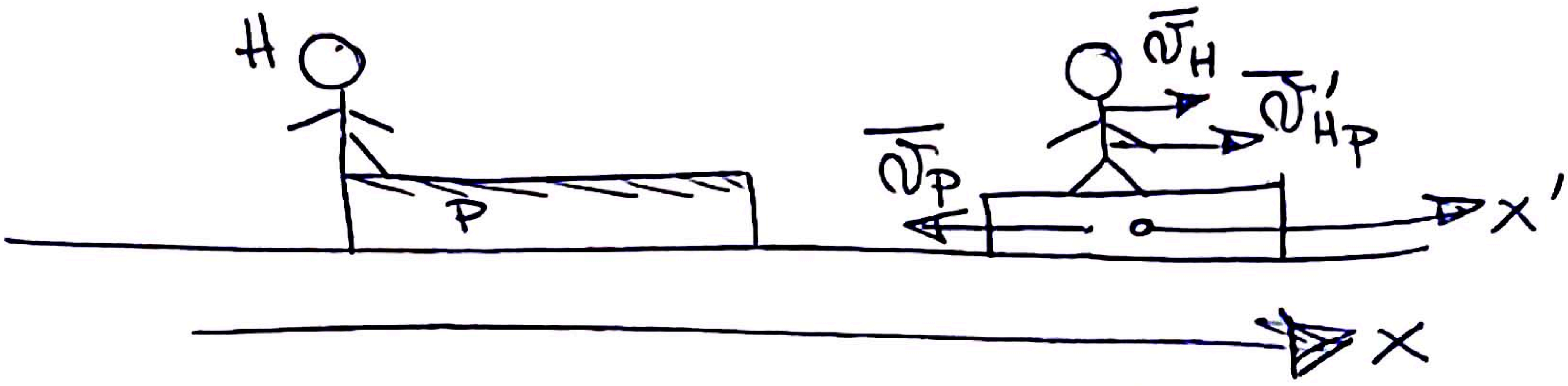
2do Rec 1er Parcial

Prob 1

$m_p = 9\, m_H$



a) Se conserva $\bar{P}_x$ porque No hay fuerzas externas en la dirección horizontal. Entonces como el sistema respecto del suelo (S ref sin primar) y también el hombre respecto de la plataforma comienzan en reposo $\Rightarrow P_x = 0 = cte$

b) $P_x = m_H v_{Hx} + m_p v_{Px} = 0$

El dato es $|\bar{v}_{Px}| = |\bar{v}_P| = 0.5\, m/seg$. En el S ref $\rightarrow v_{Px} = -0.5\, m/seg$

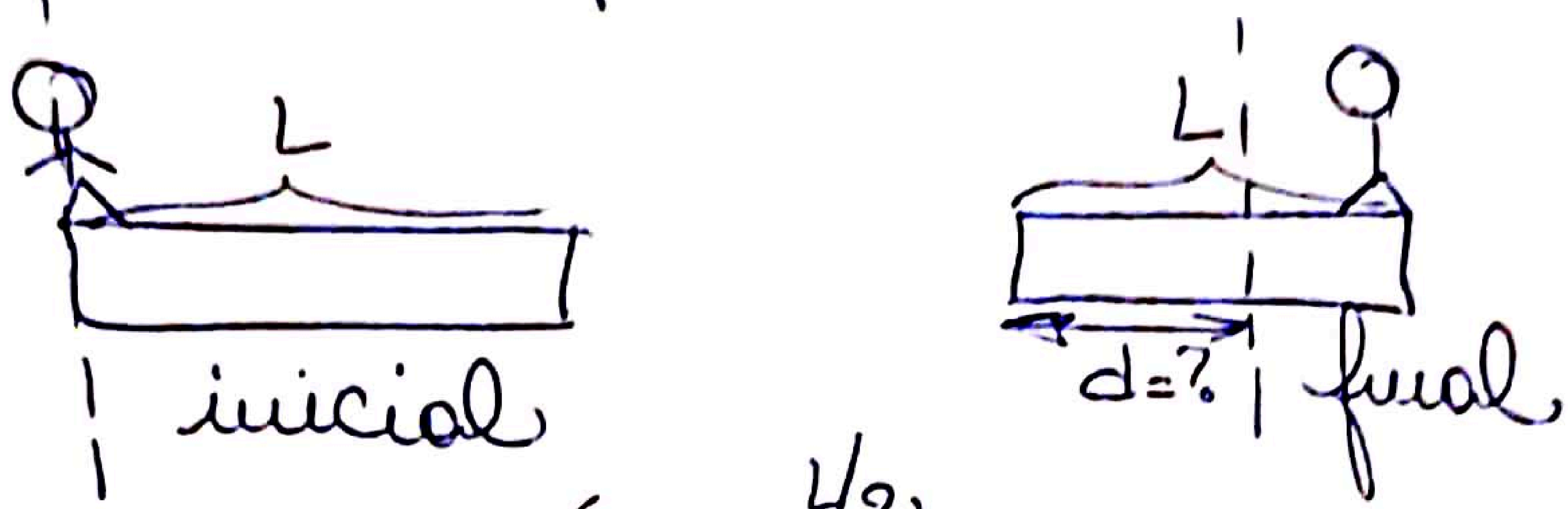
$\therefore v_{Hx} = -\frac{m_p}{m_H} v_{px} = -9\left(-0.5 \frac{m}{seg}\right) = 4.5\, m/seg$

Esta velocidad es respecto del suelo

En S' $\bar{v}_{Hp}\Big|_{S'} = \bar{v}_H\Big|_S - \bar{v}_p\Big|_S = 4{,}5\, m/seg\, \hat{\imath} - \left(-0.5 \frac{m}{seg}\right)\hat{\imath}$

$\boxed{\bar{v}_{Hp} = 5\, m/seg\, \hat{\imath}}$

c) Como $P_x = 0 \Rightarrow R_{CM_x} = cte$ No cambia en el tiempo



inicial $R_{CM_x} = \dfrac{m_H \cancel{x_H^{(i)}} + m_p \overbrace{x_p^{(i)}}^{L/2}}{m_H + m_p} = \dfrac{m_p L/2}{m_H + m_p} = \dfrac{9}{20} L$

final $R_{CM_x} = \dfrac{m_H x_H^{(f)} + m_p x_p^{(f)}}{m_H + m_p} = \dfrac{m_H (L-d) + m_p (L/2 - d)}{m_H + m_p}$

$= \dfrac{(m_H + 9/2\, m_H) L}{10\, m_H} - d = \dfrac{11}{10} L - d$

$\Rightarrow \quad \dfrac{9}{20} L = \dfrac{11}{10} L - d \Rightarrow \boxed{d = \dfrac{11}{10} L - \dfrac{9}{20} L = \dfrac{13}{20} L}$

d) $E_c^{(s)} = \dfrac{1}{2} m_H v_H^2 + \dfrac{1}{2} m_p v_p^2 \underset{\uparrow}{=}$

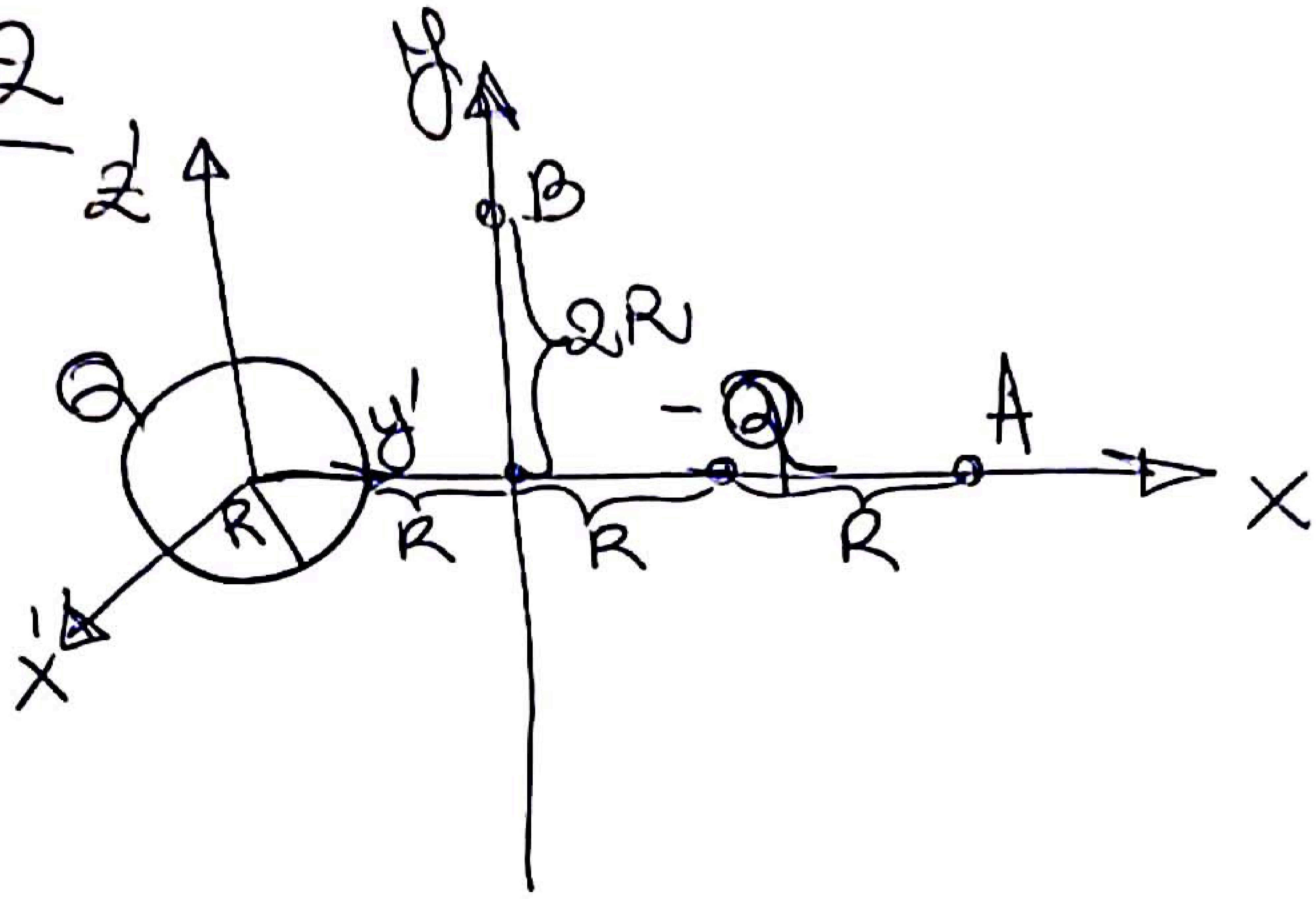
$v_H = -\dfrac{m_p}{m_H} v_p$

$= \dfrac{\cancel{m_H}}{2} \dfrac{m_p^2}{m_H^2} v_p^2 + \dfrac{1}{2} 9 m_H v_p^2 = 45 m_H v_p^2$

$E_c^{(s')} = \dfrac{1}{2} m_H (v_{HP}^*)^2 = \dfrac{1}{2} m_H 100 v_p^2 = 50 m_H v_p^2$

$v_{HP} = -v_p \left(\dfrac{m_H + m_p}{m_H} \right)$

Prob 2



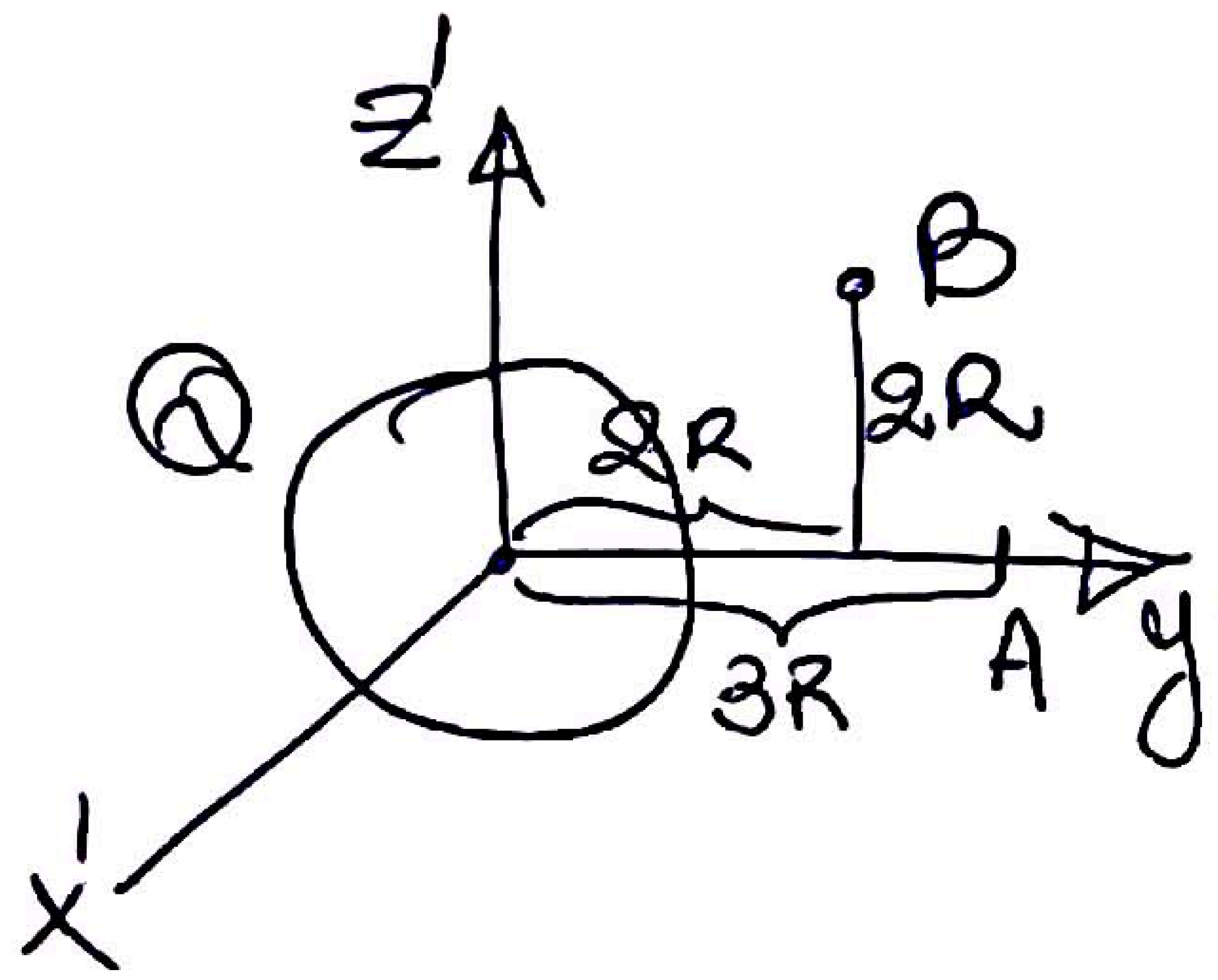
El trabajo que debe hacerse para llevar una carga desde A hasta B <u>contra</u> el campo es $W_{F_{ext}}^{A \to B} = \int_A^B \overline{F}_{ext} \cdot d\overline{r} =$

$$\underset{\overline{F}_{ext} = -\overline{F}_E}{=} -\int_A^B \overline{F}_E \cdot d\overline{r} = -\int_A^B q_1 \overline{E} \cdot d\overline{r} = q_1 \left[-\int_A^B \overline{E} \cdot d\overline{r} \right] =$$

$$W_{F_{ext}}^{A \to B} = q_1 \left[V(B) - V(A) \right]$$

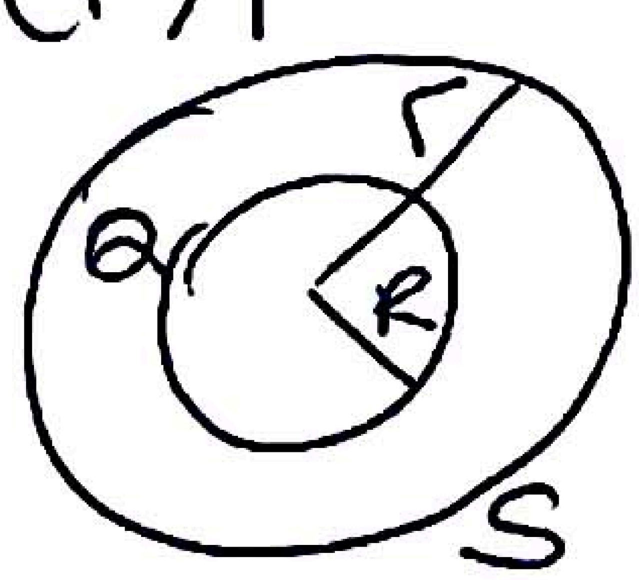
Entonces, hay que calcular el potencial generado por la configuración en los puntos A y B. El potencial de una dada configuración es la suma de los potenciales que la generan, así que calculamos los potenciales por separado y los sumamos.

Esfera cargada. Cambio a un Sref
Centrado en la esfera



Como es una esfera uso Gauss para calcular el campo fuera de la esfera

$\overline{E} = E(r)\hat{r}$

$\Longrightarrow$ 

$$\oiint_S \overline{E} \cdot \overline{dS} = \oiint E(r)\, dS$$

$\overline{dS} = dS\,\hat{r}$

$$= E(r) 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Longrightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r^2} \qquad r > R$$

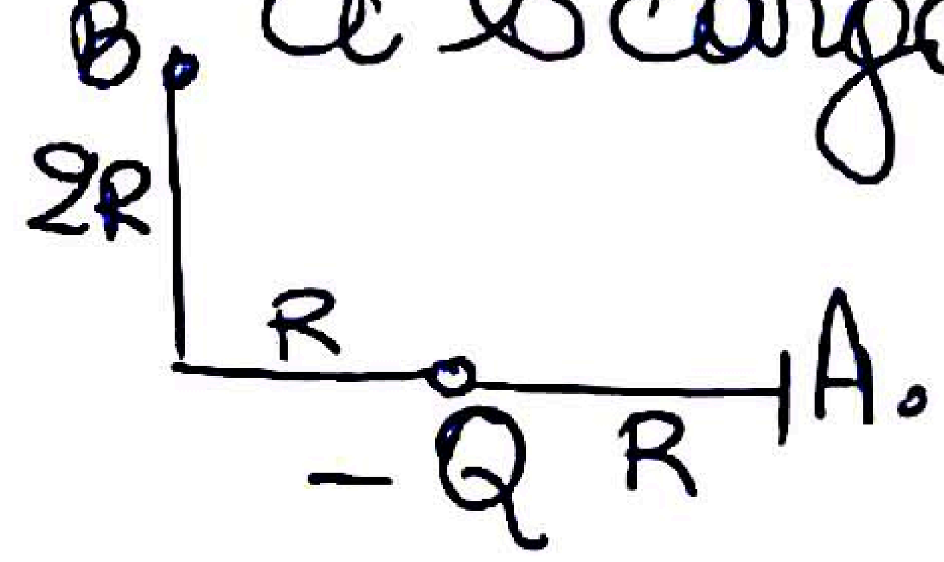
No necesito calcular el campo adentro de la esfera porque la referencia del potencial esta en infinito

$$\Longrightarrow V(r) = -\int_{\infty}^{r} E(r)\, dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow V_{esf}(A) = V(r = 3R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{3R} = \frac{Q}{12\pi\varepsilon_0 R}$$

$$V_{esf}(B) = V(\underset{\sqrt{(2R)^2+(2R)^2}}{r = \sqrt{8}R}) = \frac{Q}{4\sqrt{8}\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R}$$

La carga puntual tiene un potencial Coulombiano $V_{-Q}(r) = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$ r : distancia a la carga $-Q$



$$V_{-Q}(A) = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R}$$

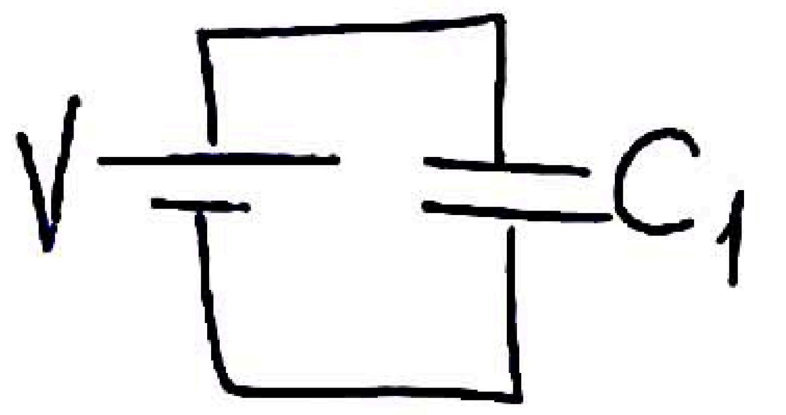
$$V_{-Q}(B) \underset{r_B = \sqrt{R^2+(2R)^2}}{=} -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{5}R} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{5}R}$$

$$\Rightarrow W_{Fext}^{A\to B} = V_{esf}(B) + V_{-Q}(B) - V_{esf}(A) - V_{-Q}(A)$$

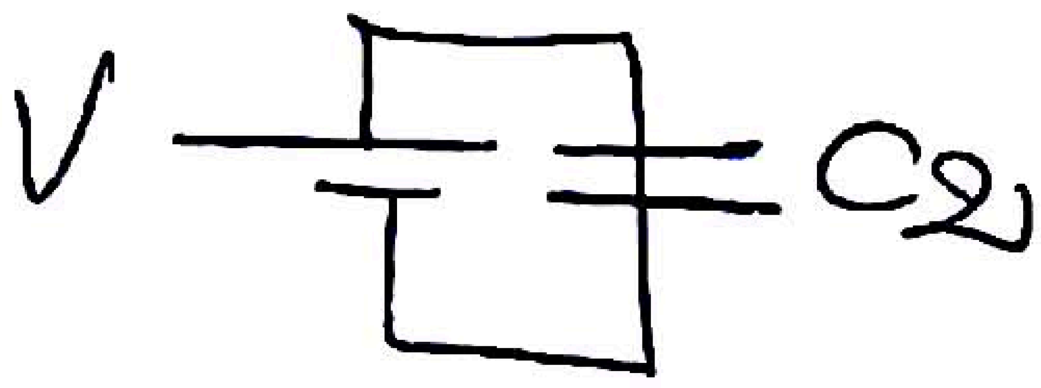
$$\boxed{W_{Fext}^{A\to B} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\left[\frac{1}{\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{3} + 1\right]}$$

Prob 3

a)



$Q_1 = C_1 V$

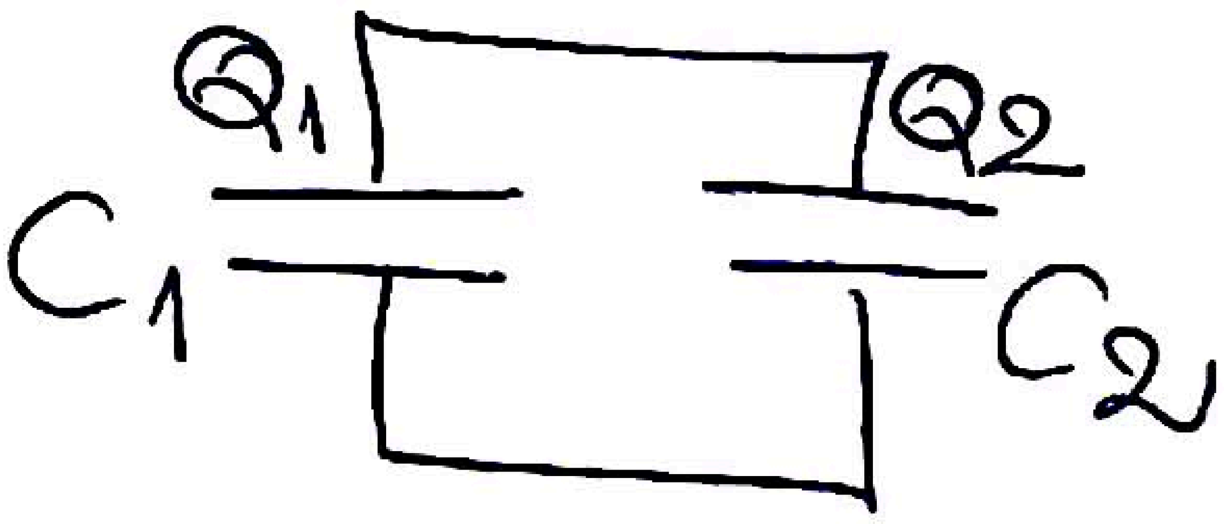


$Q_2 = C_2 V$

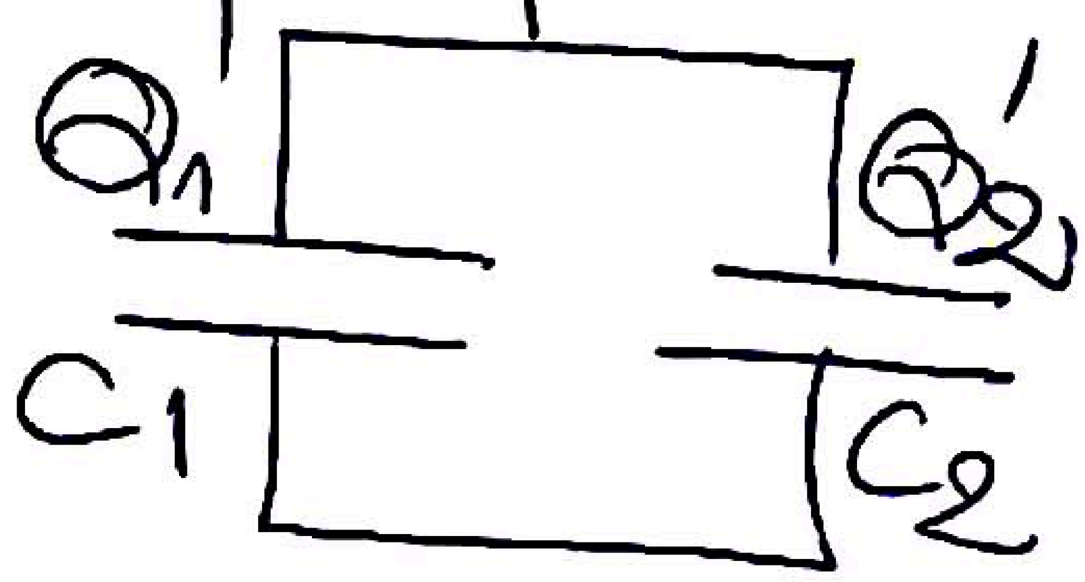
V para ambos

b)

Inicial



final



$$Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) V$$

$$\frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2} \longrightarrow Q_2' = \frac{C_2}{C_1} Q_1'$$

$$\therefore \; Q_1'\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) = (C_1 + C_2) V$$

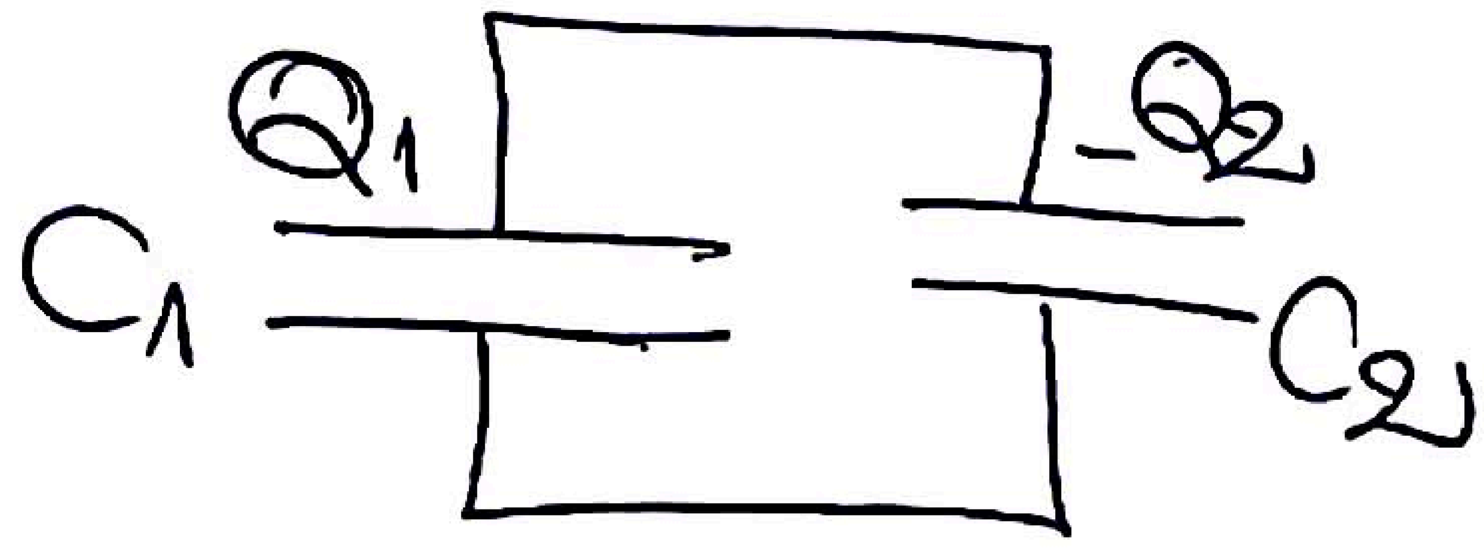
$$Q_1' = C_1 V = Q_1$$

$$Q_2' = C_2 V = Q_2$$

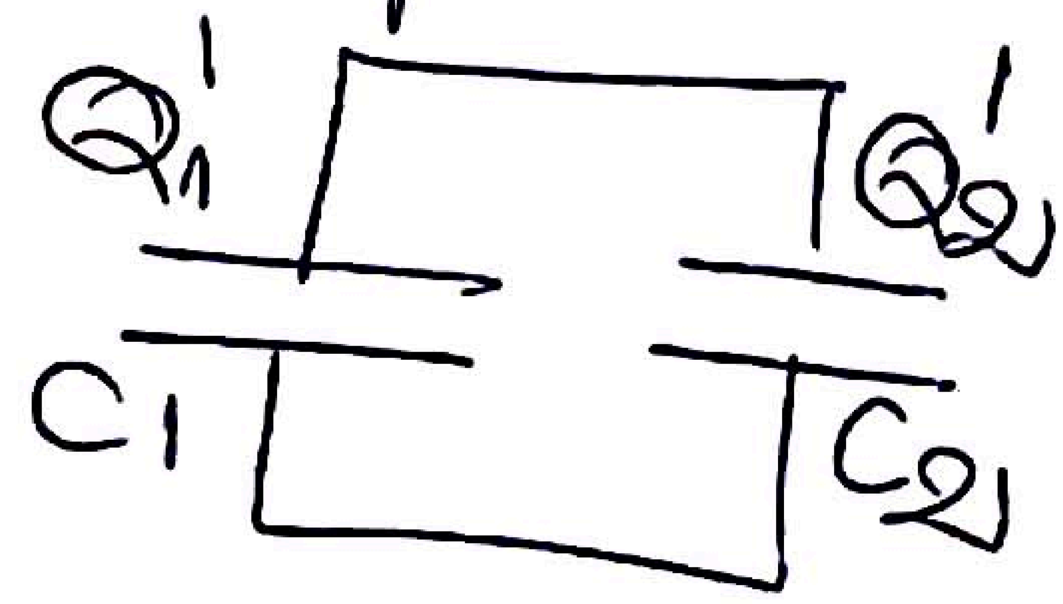
la carga y el potencial NO cambian

b)

Inicial



final



Acá también $\frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2}$

$$Q_2' = \frac{C_2}{C_1} Q_1'$$

Pero $Q_1' + Q_2' = Q_1 - Q_2 = (C_1 - C_2)V$

$$\Rightarrow Q_1'\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) = (C_1 - C_2)V$$

$$Q_1' = C_1 \frac{(C_1 - C_2)}{(C_1 + C_2)} V$$

$$Q_2' = C_2 \frac{(C_1 - C_2)}{(C_1 + C_2)} V$$

No queda determinado a priori el signo de Q_1' y Q_2', podrían ser tanto positivos como negativos, depende de si C_1 es mayor o menor que C_2

c) Entre la situación final del punto a y la inicial no hubo cambios en las cargas ni en el potencial.
Por lo tanto NO habrá variación de energía en ellos.