HOJA N° 1

FECHA

GUÍA 1

1.1

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

(A) MENOR ALGEBRA DE SUBCONJUNTOS DE Ω QUE $\in \{1,2,3\}$

$\mathcal{A}$: (1) $\Omega \in \mathcal{A}$

(2) Si $A \in \mathcal{A}$, $B \in \mathcal{A} \Rightarrow A \cup B \in \mathcal{A}$

(3) Si $A \in \mathcal{A} \Rightarrow A^c \in \mathcal{A}$

ENTONCES:

$\mathcal{A} : \{ \{1,2,3\}, \{1,2,3,4,5,6\}, \{4,5,6\}, \emptyset \}$

(B) MENOR ALGEBRA DE SUBCONJUNTO DE $\Omega \in \{1,2\}$ $\{3,4\}$ $\{5,6\}$

$\mathcal{A} : \{ \{1,2\} \{3,4\} \{5,6\} \{3456\} \{1,2,5,6\} \{1234\}$
$\{1,2\,3\,4\,5\,6\} \; \emptyset \}$

1.3

$\Omega = \{A,B,C\}$ – SUBCONJUNTOS $A \subset \Omega$

$P(A) = \sum_{w \in A} P(w) \rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \quad P(b) = \frac{1}{3} \quad P(C) = \frac{1}{6}$

$\mathcal{A} : \{ \{A\}, \{B\} \{C\}, \{A,C\}, \{AB\}, \{CB\}, \{ABC\}, \emptyset \}$

$P(A \cup C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \qquad P(C \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \qquad P(A \cup B \cup C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$

NOTA

$\downarrow$ ES $\Omega \rightarrow$ SON DISJUNTO

1.6

$x \in \{1,2,3,4,5,6\}$

4 DADOS

$1 \times \times \times \quad Sr_1$

$\times \times \times \times \quad Sr_2$

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

- A = "AL MENOS UN DADO ES 1"
- LOS DADOS SON INDISTINGUIBLES

$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(A^c) \rightarrow$ ES MAS INTUITIVO CALCULAR LA PROB QUE NO SALGA NINGUN DADO

$$\left(\frac{5}{6}\right)^4 = \mathbb{P}(A^c)$$

$\mathbb{P}(A) = 0,52$

1.7 TIRO UN DADO HASTA QUE SALE EL PRIMER 6

(A) ESPACIO MUESTRAL

$\Omega = \{\{6\}, \{1,5,6\}, \{1,2,4,3,2,6\}, \dots\}$

(B) EVENTO DESCRIPTO POR $N = m$ (A_m)

HALLAR $\mathbb{P}(A_1)$ $\mathbb{P}(A_8)$ $\mathbb{P}(A_{2016})$

$\mathbb{P}(A_1) = \frac{1}{6}$

$\mathbb{P}(A_8) = \left(\frac{5}{6}\right)^7 \cdot \frac{1}{6} = 0,04$

$\mathbb{P}(A_{2016}) = \left(\frac{5}{6}\right)^{2015} \cdot \frac{1}{5} = 0$

$\mathbb{P}(A_N) = \left(\frac{5}{6}\right)^{(N-1)} \frac{1}{6} = \frac{5^{N-1}}{6^N}$

NOTA

(C) EVENTO DESCRIPTO $\overset{(B_n)}{N > n}$ → "PROBABILIDAD DE QUE EL NO SALGA ANTES DE n"

$$\mathbb{P}(B_1) = \left(5/6\right)^1 = \frac{5}{6}$$

$$\mathbb{P}(B_8) = \left(\frac{5}{6}\right)^8 = 0{,}23$$

$$\mathbb{P}(B_n) = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

(D) MOSTRAR QUE PARA CUALQUIER n, $B_{n+1} \subset B_n$

$$\mathbb{P}(B_{n+1}) = \left(5/6\right)^{N+1} \leq \mathbb{P}(B_n) = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

$$\left(5/6\right)^{N+1} \cdot \left(5/6\right)^{-N} \leq 1$$

$$\left(5/6\right)^1 \leq 1 \quad \forall n$$

(E)

$$B = \bigcap_{N=1}^{\infty} B_n = B_n \cap B_{n+1} \cap B_{n+2} \ldots$$

$$\mathbb{P}(B_\infty) = \lim_{N \to \infty} \left(5/6\right)^N = 0$$

1.9

(EN CLASE)

NOTA

1.10 SE SORTEA AL AZAR UN NUMERO $\in [0,1]$

EQUIPROBABLE

(A)

$$\mathbb{P}(\Omega) = \text{LONG}(\Omega) = \text{LONG}[0,1] = 1$$

$$\Omega = \{x \in [0,1]\}$$

$$\mathbb{P}(0{,}314) = \text{LONG}(0{,}315 - 0{,}314)$$

$$\mathbb{P}(0{,}314) = 10^{-3} = 0{,}001$$

(B)

A = 'O NO ESTE ENTRE LOS PRIMEROS 4 DIGITOS"

$$\mathbb{P}(A) = \Big(\underbrace{\tfrac{9}{10}}_{\text{LA PROBABILIDAD DE QUE SEA CUALQUIER NUMERO, COMO EN LOS DADOS.}}\Big)^4 =$$

(C) LA PROBABILIDAD ES $\mathbb{P}(A) = \left(\frac{9}{10}\right)^N = \lim_{N\to\infty} \left(\frac{9}{10}\right)^N =$

$\mathbb{P}(A) = 0$

(AUNQUE EL EVENTO NO ES IMPOSIBLE)

1.13 URNA → 10 BOLAS → NUMERADAS (NO INDISTI
(0, 9)

(A) EXTRAIGO 5

1. A = '5 BOLAS SEAN IGUALES'

$\mathbb{P}(A) = \left(\frac{1}{10}\right)^4 = 0{,}0001$ (PUEDO USARLO CUA
SON INDEPENDIEN

2. B = 'LOS NUMEROS SALGAN EN ORDEN 1

$$\mathbb{P}(B) = \left(\frac{1}{10}\right)^5 = 0{,}00001$$

NOTA

HOJA N° 3

FECHA

3. C = 'SE OBSERVAN CINCO NUMEROS IMPARES'

$$\mathbb{P}(C) = \left(\frac{5}{10}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 0{,}031$$

4. D = 'LAS 5 SEAN DISTINTINTAS'

$$\mathbb{P}(D) = \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10} = 0{,}030$$

↓ COMO HAY REPOSICIÓN, ABAJO SIEMPRE ES 10 Y DESP ARRIBA CAMBIA.

(B)

1. $P(A) = 0$ (SIN REPOSICION)

2. $P(B) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30240} = 3{,}30 \times 10^{-5}$

3. $P(C) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{120}{30240} = 3{,}99 \times 10^{-3}$

4. $P(D) = 1$

1.15

FRAGATA 13 PIRATAS ⟶ P1 PORTOBELO, P2 MARACAIBO, P3 GIBRALTAR

(A)

$4P \to P$
$4P \to M$
$5P \to G$

} COMO SON PIRATAS DISTINGUIBLES USO LAPLACE

• CASOS POSIBLES $= 3^{13}$ (PORQUE CADA PIRATA PUEDE IR A LAS 3 ISLAS)

• CASOS FAVORABLES: $\binom{13}{4}\binom{9}{4}\binom{5}{5} \to \binom{N}{R}$

$$\frac{N!}{R! \cdot (N-R)!} \qquad \frac{13!}{4!\,\cancel{9!}} \cdot \frac{\cancel{9!}}{4!\,\cancel{5!}} \cdot \frac{\cancel{5!}}{5!\,0!} = \frac{13!}{4!\,4!\,5!}$$

NOTA

(B) 6P → P

6P ó MÁS → M

CUANDO SON DOS OPCIONES TENGO QUE SUMAR

• CASOS POSIBLES = 3^{13}

• CASOS FAVORABLES = $\binom{13}{6}\binom{7}{7} + \binom{13}{6}\binom{7}{6}\binom{1}{1}$

$$\frac{13!}{6!\cancel{7!}} \; \frac{\cancel{7!}^{1}}{7!\,0!} + \frac{13!}{6!\cancel{7!}} \; \frac{\cancel{7!}^{1}}{6!\,1!} \; \frac{1!}{1!\,0!}$$

$$\frac{13!}{6!\,7!} + \frac{13!}{6!\,1!} =$$

$$\mathbb{P}(B) = \frac{\frac{13!}{6!\,7!} + \frac{13!}{6!}}{3^{13}}$$

(C) ALGUN PUERTO 5P

ALGUN OTRO 4P

• CASOS POSIBLES: 3^{13}

• CASOS FAVORABLES = $\binom{13}{5}\binom{8}{4}\binom{4}{4} \cdot 3!$

PORQUE ES ALGUN PUERTO, NO ESPECIFICA

$$\frac{13!}{5!\cancel{8!}} \; \frac{\cancel{8!}^{1}}{4!\cancel{4!}} \; \frac{\cancel{4}^{1}}{4!\,0!} = \frac{13!}{5!\,4!\,4!}$$

NOTA

1.16

7 GATOS Y 5 CAJAS

GATOS INDISTINGUIBLES ! - CONF EQUIPROBABLE → PUEDO USAR LAPLACE !

(A) P : 1C → 2G ,
5C → VACIA

TRABAJO COMO UN ANAGRAMA

| oo | | | | | → | o o | | | | |

PRIMER Y ULTIMA PARED NO LAS TENGO EN CUENTA

5C → VACIA NO TOMO EN CUENTA LA ANTEULTIMA PARED   o o | | |

• CASOS POSIBLES: $\frac{(7+4)!}{4!\,7!} = \frac{11!}{4!\,7!}$

• CASOS FAVORABLES $= \frac{(3+2)!}{3!\,2!} = \frac{5!}{3!\,2!}$

$P(A) = \frac{5!}{3!\,2!} \cdot \frac{4!\,7!}{11!} = \frac{5!\,4!\,7!}{3!\,2!\,11!} =$

(B) 4C → 4 GATOS Ó MAS

| | | | o o o o | | = | | | | o o o o |

• CASOS FAVORABLES $= \frac{(3+4)!}{3!\,4!} + \frac{(3+5)!}{3!\,5!} + \frac{(3+6)!}{3!\,6!} + \frac{3+7}{3!\,7}$

$\frac{7!}{3!\,4!} + \frac{8!}{3!\,5!} + \frac{9!}{3!\,6!} + \frac{10!}{3!\,7!} =$

$P(B) = \left(\frac{7!}{3!\,4!} + \frac{8!}{3!\,5!} + \frac{9!}{3!\,6!} + \frac{10!}{3!\,7!} \right) \cdot \frac{4!\,7!}{11!} =$

NOTA

1.20

(A) A: 'PRIMER RESULTADO ES PAR'
B: 'SEGUNDO RESULTADO ES PAR' } SON DISJUNTOS
C: 'LA SUMA DE A Y B ES PAR'

$\mathbb{P}(A) = \frac{1}{2}$ $\quad \mathbb{P}(B) = \frac{1}{2}$ $\quad \mathbb{P}(C) = \frac{1}{2}$

INDEPENDENCIA: $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$

$\mathbb{P}(A \cap B \cap C) =$ " EL 1° ES PAR Y EL 2° ES PAR Y LA SUMA ES PAR "

$\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = \mathbb{P}(A \cap B)$ XQ SI A y B SON PARES, C TMB LO ES, NO HAY CASO QUE A y B SEAN PARES Y C NO.

A y B SON DISJUNTOS ENTRE Si PERO C NO (CON EL CONJUNTO)

$\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = \mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\,\mathbb{P}(B)\,\mathbb{P}(C)$

$$1/4 \neq 1/6$$

$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\,\mathbb{P}(B)$ ' EL 1° Y 2° SON PARES'

$1/4 = 1/2 \cdot 1/2$ ✓ SON DISJUNTOS

$\mathbb{P}(A \cap C) = \mathbb{P}(A)\,\mathbb{P}(C)$ ' EL 1° ES PAR Y LA SUMA ES PAR'

$1/4 = 1/2 \cdot 1/2$ ✓

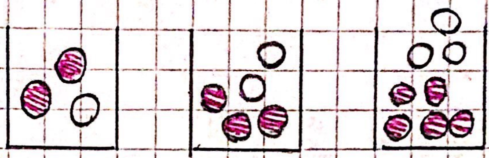
$\mathbb{P}(B \cap C) = \mathbb{P}(B) \cdot \mathbb{P}(C)$

$1/4 = 1/2 \cdot 1/2$ ✓

NOTA

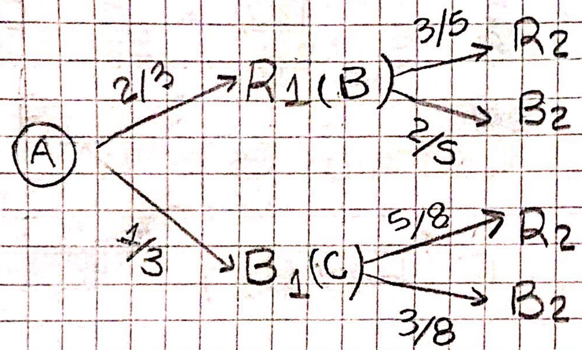
1.23

3 URNAS A, B, C



SE EXTRAE UNA BOLA DE A → ROJA → SE EXTRAE UNA DE B

BLANCA → SE EXTRAE DE C



(A) CALCULAR $\mathbb{P}(B_1)$

$$\mathbb{P}(B_1) = 1/3$$

(B) CALCULAR $\mathbb{P}(B_2)$ → TENGO DOS MANERAS ENTONCES SUMO.

$$\mathbb{P}(B_2) = \mathbb{P}(R_1) \cdot \mathbb{P}(B_2/R_1) + \mathbb{P}(B_1) \cdot \mathbb{P}(B_2/B_1)$$

$$\mathbb{P}(B_2) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{4}{15} + \frac{3}{24}$$

$$\mathbb{P}(B_2) = \frac{47}{120} = 0{,}39$$

TALQUE VA ULTIMO EL 1°

(C) $\mathbb{P}(B_1/R_2)$

$$\mathbb{P}(B_1/R_2) = \mathbb{P}(R_2/B_1) \cdot \frac{\mathbb{P}(B_1)}{\mathbb{P}(R_2)}$$ REGLA DEL PRODUCTO

$$\mathbb{P}(B_1/R_2) = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\mathbb{P}(R_2)}$$

$$\mathbb{P}(R_2) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} \rightarrow$$ (SIGO EL CAMINO)

$$\mathbb{P}(R_2) = \frac{73}{120}$$

ENTONCES $\mathbb{P}(B_1/R_2) = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{120}{73} = \frac{25}{73} = 0{,}34$

(D) $\mathbb{P}$(ALGUNA DE LA BOLA EXTRAIDA ES ROJA)

$$\mathbb{P} = \mathbb{P}(R_1) + \mathbb{P}(B_1) \cdot \mathbb{P}(R_2/B_1)$$

$$\mathbb{P} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8}$$

$$\mathbb{P} = \frac{7}{8} = 0{,}88$$

(E) SON LOS MISMOS RESULTADOS

NOTA