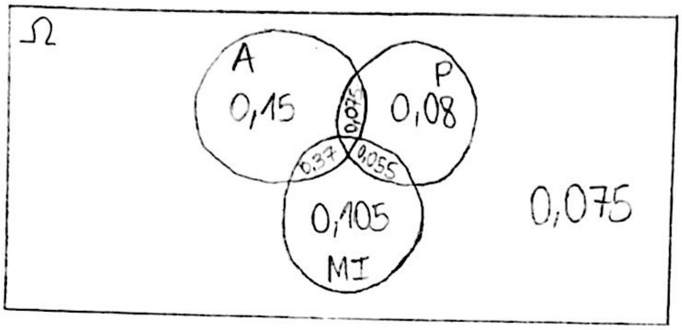
1.1) $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

a) $\mathcal{A} = \{\Omega, \emptyset, \{1,2,3\}, \{4,5,6\}\}$

b) $\mathcal{A} = \{\Omega, \emptyset, \{1,2\}, \{3,4\}, \{5,6\}, \{1,2,3,4\}, \{1,2,5,6\}, \{3,4,5,6\}\}$

1.2)



$P(A \cap P \cap MI) = 0{,}09$

$P(A \cap P) = 0{,}165$ $\quad P(A \cap MI) = 0{,}46$ $\quad P(P \cap MI) = 0{,}145$

$P(A) = 0{,}685$ $\quad P(P) = 0{,}3$ $\quad P(MI) = 0{,}62$

a) 0,82 b) 0,18 c) 0,925 d) 0,335 e) 0,075

1.3) $\Omega = \{a,b,c\}$ $\quad P(a) = \frac{1}{2}$ $\quad P(b) = \frac{1}{3}$ $\quad P(c) = \frac{1}{6}$

$P(a \cup b) = \frac{5}{6}$ $\quad P(a \cup c) = \frac{2}{3}$ $\quad P(b \cup c) = \frac{1}{2}$

$P(a \cup b \cup c) = 1$ $\quad P(\emptyset) = 0$

1.4)

$D_2 \backslash D_1$	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

a) $P(D_1 + D_2 = 7) = \frac{6}{36}$

b) $P(D_1 > D_2) = \frac{15}{36}$

c) $P(D_1 \neq D_2 \cap D_1 + D_2 \leq 7) = \frac{18}{36}$

chequear

d) $P(D_1 < 4 \cap D_2 \text{ impar}) = \frac{9}{36}$

e) $P(|D_1 - D_2| > 1) = \frac{20}{36}$

1.5)

a	b
5 rojas	2 rojas
3 blancas	3 blancas

a) $P(\text{ambas rojas}) = \frac{5.2}{8.5} = \frac{1}{4}$

b) $P(\text{ambas} = \text{color}) = \frac{5.2}{8.5} + \frac{3.3}{8.5} = \frac{19}{40}$

c) $P(\text{ambas} \neq \text{color}) = \frac{5.3}{8.5} + \frac{3.2}{8.5} = \frac{21}{40}$

d) $P(\text{bola } b \text{ sea blanca}) = \frac{3}{5}$

1.6) $P(\text{ningún } 1) = \frac{5^4}{6^4} \cong 0{,}48$

1.7) b) $P(A_1) = \frac{1}{6}$ $\quad P(A_8) = \frac{5^7}{6^8} \cong 0{,}047$

$$P(A_{2016}) = \frac{5^{2015}}{6^{2016}} \cong 0$$

$1 - P(A)$ $\quad 1 - \sum_{i=1}^{8} \frac{5^{i-1}}{6^i}$

c) $P(B_1) = \frac{5}{6}$ $\quad P(B_8) = \frac{5^8}{6^8} \cong 0{,}23$

B_{2016}: no sale ningún 6 hasta el tiro 2016

d) $P(B_{n+1}) = \frac{5^{n+1}}{6^{n+1}} < P(B_n) = \frac{5^n}{6^n}$

$$\Rightarrow B_{n+1} \subset B_n$$

e) $B = \bigcap_{n=1}^{\infty} B_n$ = no sale nunca un 6

$$P(B) = \lim_{n\to\infty} P(B_n) = \lim_{n\to\infty} \frac{5^n}{6^n} = 0$$

1.9) a) $\Omega = \{(JMP)^n JJ, (JMP)^n P, (JMP)^n JMM, (PMJ)^n PP, (PMJ)^n J, (PMJ)^n PMM\}\ n \in \mathbb{N}$

b) $P(\text{GANE JUAN}) = P((JMP)^n JJ \cup (PMJ)^n J) =$

$$= P\left(\bigcup_{n=0}^{\infty} (JMP)^n JJ \cup \bigcup_{n=1}^{\infty} (PMJ)^n J\right) \overset{\checkmark}{=}$$ son eventos disjuntos

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3.2^{3n+2-1}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3.2^{3n+1-1}} =$$

$$= \frac{1}{3}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{3n}.2} + \frac{1}{3}\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{3n}} - 1\right) =$$

$$= \frac{1}{6}\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{8}\right)^n + \frac{1}{3}\left(\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{8}\right)^n - 1\right) =$$

$$= \frac{1}{6}\left(\frac{1}{1-1/8}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1-1/8} - 1\right) = \frac{5}{21}$$

$P(\text{GANE PEDRO}) = \frac{5}{21}$

$P(\text{GANE MARIA}) = P((JMP)^n JMM \cup (PMJ)^n PMM) =$

$$= P\left(\bigcup_{n=0}^{\infty} (JMP)^n JMM \cup \bigcup_{n=0}^{\infty} (PMJ)^n PMM\right) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3.2^{3n+2}} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3.2^{3n+2}} = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{1-1/8}\right) = \frac{4}{21}$$

c) P(JUAN GANE 1^er^ PARTIDO ∩ DURE PARA SIEMPRE) =

$= 1 - P(\text{PEDRO GANE 1}^{er}\text{ PARTIDO} \cup \text{TERMINE}) =$

$$= 1 - \left[-P\left((PMJ)^n PP \cup (PMJ)^n J \cup (PMJ)^n PMM\right) + \frac{4}{9} + \frac{14}{21}\right] =$$

$$= 1 - \left[-P\left(\bigcup_{n=0}^{\infty} (PMJ)^n PP \cup \bigcup_{n=1}^{\infty} (PMJ)^n J \cup \bigcup_{n=0}^{\infty} (PMJ)^n PMM\right) + \frac{10}{9}\right] =$$

$$= 1 - \left[-\left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3.2^{3n+1}} + \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3.2^{3n}} - 1\right) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3.2^{3n+2}}\right] + \frac{10}{9}\right] =$$

$$= 1 - \left[-\left[\frac{1}{6} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{8}\right)^n + \frac{1}{3}\left(\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{8}\right)^n - 1\right) + \frac{1}{12} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{8}\right)^n\right] + \frac{10}{9}\right] =$$

$$= 1 - \left[-\left[\frac{1}{6}\left(\frac{1}{1-1/8}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1-1/8} - 1\right) + \frac{1}{12}\left(\frac{1}{1-1/8}\right)\right] + \frac{10}{9}\right] =$$

$$= 1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{8}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{12} \cdot \frac{8}{7} - \frac{10}{9} = \frac{2}{9}$$

d) $P(\text{DURE PARA SIEMPRE}) = 1 - \underbrace{\frac{5}{21}}_{P(\text{gane J})} - \underbrace{\frac{5}{21}}_{P(\text{gane P})} - \underbrace{\frac{4}{21}}_{P(\text{gane M})} = \frac{1}{3}$

1.13) a) CON REPOSICIÓN b) SIN REPOSICIÓN

a) 1) $P(5\text{ iguales}) = \dfrac{1^5}{10^5} = \dfrac{1}{100000}$

2) $P(1,3,5,7,9) = \dfrac{1}{10^5} = \dfrac{1}{100000}$

3) $P(5\text{ impares}) = \dfrac{5^5}{10^5} = \dfrac{1}{32}$

4) $P(5\text{ distintas}) = \dfrac{9.8.7.6}{10^4} = \dfrac{3024}{10000}$

b) 1) $P(5\text{ iguales}) = 0$

2) $P(1,3,5,7,9) = \frac{1}{10.9.8.7.6} = \frac{1}{30240}$

3) $P(5 \text{ impares}) = \frac{5.4.3.2.1}{10.9.8.7.6} = \frac{120}{30240}$

4) $P(5 \text{ distintas}) = 1$

1.14)

a) $P(\text{"se transmita 12 veces sin retornar a E"}) = \frac{29.28^{11}}{29^{12}} \cong 0,68$

b) $P(\text{"se transmita 12 veces sin repetir"}) = \frac{29!}{29^{12}.17!} \cong 0,07$

1.15) a) $P(4 \text{ en } P, 4 \text{ en } M, 5 \text{ en } G) = \frac{\binom{13}{4}\binom{9}{4}\binom{5}{5}}{3^{13}}$

$\cong 0,057$

b) $P(6 \text{ en } P, \geq 6 \text{ en } M) = \dfrac{\binom{13}{6}\binom{7}{6}\binom{1}{1} + \binom{13}{6}\binom{7}{7}\binom{0}{0}}{3^{13}}$

$\cong 0{,}0086$

c) $P(5 \text{ en uno}, 4 \text{ en otro}) = \dfrac{\binom{3}{1}\binom{13}{5}\binom{2}{1}\binom{8}{4}}{3^{13}}$

d) no se puede calcular.
no está en el espacio muestral

$\cong 0{,}34$

1.16) .... ||||

a) $P(1^{ra} \text{ con 2 gatos y última vacía}) = \dfrac{\binom{7}{2}}{\binom{11}{4}} \cong 0{,}064$

b) $P(4^{ta} \text{ con} > 3 \text{ gatos}) = \dfrac{\binom{6}{3}+\binom{5}{3}+\binom{4}{3}+\binom{3}{3}}{\binom{11}{4}} =$

$\cong 0{,}11$

1.17) 25 piezas con K defectuosas
se eligen 5 y se rechaza con 1 defectuosa

a) $K=3$

$$P(\text{"pase inspección"}) = \frac{\binom{22}{5}}{\binom{25}{5}} \cong 0{,}5$$

b) $$P(\text{"pase inspección"}) = \frac{\binom{25-K}{5}\binom{K}{0}}{\binom{25}{5}}$$

c) $K=6$

$$P(\text{"pase inspección"}) = \frac{\binom{19}{5}}{\binom{25}{5}} \doteq 0{,}22$$

1.18) A, T, C, G

a) A: "A precede a T"

B: "C precede a G"

$$P(A) = \frac{6+4+2}{4!} = 0,5$$

$\underline{A} \times \underline{3} \times \underline{2} \times \underline{1}$ $\quad$ $\underline{2} \times \underline{A} \times \underline{2} \times \underline{1}$

$\underline{2} \times \underline{1} \times \underline{A} \times \underline{1}$

$$P(B) = 0,5$$

$$P(A \cap B) = \frac{2+2+1+1}{4!} = 0,25$$

$\underline{A} \times \underline{C} \times \underline{2} \times \underline{1}$ $\quad$ $\underline{A} \times \underline{1} \times \underline{C} \times \underline{1}$

$\underline{C} \times \underline{A} \times \underline{2} \times \underline{1}$ $\quad$ $\underline{C} \times \underline{1} \times \underline{A} \times \underline{1}$

$\Rightarrow P(A) . P(B) = P(A \cap B)$

$\rightarrow$ A y B son independientes

b) A: "A precede inmediatamente a T"
B: "C precede inmediatamente a G"

$$P(A) = \frac{2+2+2}{4!} = 0{,}25$$

$\underline{A} \times \underline{T} \times \underline{2} \times \underline{1}$ $\underline{2} \times \underline{A} \times \underline{T} \times \underline{1}$

$\underline{2} \times \underline{1} \times \underline{A} \times \underline{T}$

$$P(B) = 0{,}25$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{4!} \cong 0{,}083$$

$\underline{A} \times \underline{T} \times \underline{C} \times \underline{G}$ $\underline{C} \times \underline{G} \times \underline{A} \times \underline{T}$

$$P(A) \cdot P(B) \neq P(A \cap B)$$

$\Rightarrow$ A y B no son independientes

1.19)

a) A: "el primer dígito es cero"

B: "el segundo dígito es uno"

$P(A) = \frac{1}{10}$ $\quad P(B) = \frac{1}{10}$

$P(A \cap B) = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

$\Rightarrow P(A) . P(B) = P(A \cap B)$

$\Rightarrow$ A y B son independientes

b) A: "el primer dígito es cero"

B: "el segundo dígito no es uno"

$P(A) = \frac{1}{10}$ $\quad P(B) = \frac{9}{10}$

$P(A \cap B) = \frac{9}{10^2} = \frac{9}{100}$

$\Rightarrow P(A) . P(B) = P(A \cap B)$

$\Rightarrow$ A y B son independientes

1.20) A: "el primer resultado es par"

a) B: "el segundo resultado es par"

C: "la suma de los resultados es par"

$P(A) = \frac{3}{6}$ $P(B) = \frac{3}{6}$ $P(C) = \frac{3}{6}$

$P(A \cap B) = \frac{9}{36}$ $P(A \cap C) = \frac{9}{36}$ $P(B \cap C) = \frac{9}{36}$

$P(A \cap B \cap C) = \frac{9}{36}$

$P(A) . P(B) = P(A \cap B) \Rightarrow$ A y B son independientes

$P(A) . P(C) = P(A \cap C) \Rightarrow$ A y C son independientes

$P(B) . P(C) = P(B \cap C) \Rightarrow$ B y C son independientes

$P(A) . P(B) . P(C) \neq P(A \cap B \cap C)$

$\Rightarrow$ A, B y C no son independientes

b) A: "el primer resultado es 1,2 o 3"

B: "el primer resultado es 3,4 o 5"

C: "la suma de los resultados es 9"

$P(A) = \frac{3}{6}$ $P(B) = \frac{3}{6}$ $P(C) = \frac{4}{36}$

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

$P(A \cap C) = \frac{1}{36}$ $P(B \cap C) = \frac{3}{36}$

$P(A \cap B \cap C) = -P(A) - P(B) - P(C) + P(A \cap B) + P(A \cap C) +$

$+ P(B \cap C) + P(A \cup B \cup C) =$

$- \frac{3}{6} - \frac{3}{6} - \frac{4}{36} + \frac{1}{6} + \frac{1}{36} + \frac{3}{36} + \frac{31}{36} = \frac{1}{36}$

$\Rightarrow P(A) . P(B) \neq P(A \cap B)$

$P(A) . P(C) \neq P(A \cap C)$

$P(B) . P(C) \neq P(B \cap C)$

$P(A \cap B \cap C) = P(A) . P(B) . P(C)$

1.21) a) A: "el primer dígito es 2"

B: "el segundo dígito es 3"

C: "el tercer dígito es 5"

D: "el cuarto dígito es 8 y el 1 aparece alguna vez después del décimo dígito"

$P(A) = \frac{1}{10}$ $P(B) = \frac{1}{10}$ $P(C) = \frac{1}{10}$ $P(D) =$

$P(A \cap B) = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

$P(A \cap C) = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

$P(B \cap D) = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

$P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$

$P(B \cap C \cap D) = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$

$P(A \cap D) = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

$P(B \cap C) = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

$P(C \cap D) = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

$P(A \cap B \cap D) = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$

$P(A \cap C \cap D) = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$

$P(A \cap B \cap C \cap D) = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000}$

$\Rightarrow$ se verifican las igualdades $\Rightarrow$ A, B, C y D son ind.

b) A: "el primer dígito no es 2"

B: "el segundo dígito es 3 y el tercero es 5"

$P(A) = \frac{9}{10}$ $P(B) = \frac{1}{100}$

$P(A \cap B) = \frac{9}{1000}$

$\Rightarrow P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$

$\Rightarrow$ A y B son independientes

c) A: "el primer dígito es 1 o el tercero no es 5"

B: "el segundo dígito es 3, el cuarto es 8 y el 1 aparece alguna vez después del 10^{mo} dígito"

$P(A) =$

$P(B)$

$P(A \cap B) =$

1.22) P("Un componente defectuoso") = 0,01

a) P("motor aceptable") $= 1 - 0{,}01^{300} = 1$

b) P("motor aceptable") $= 0{,}98 = 1 - X^{300}$

$$X = 0{,}987$$

$\Rightarrow$ P("un componente defectuoso") = 0,987

1.23)

a	b	c
2 rojas	3 rojas	5 rojas
1 blanca	2 blancas	3 blancas

R_i : la bola en la extracción i fue roja
B_i : la bola en la extracción i fue blanca

se extrae una bola de a $\rightarrow$ roja $\rightarrow$ extrae bola de b
$\rightarrow$ blanca $\rightarrow$ extrae bola de c

a) $P(B_1) = \frac{1}{3}$

$$P(B_2) = P(B_2|R_1) \cdot P(R_1) + P(B_2|B_1) \cdot P(B_1)$$

b) $$= \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} \cong 0{,}39$$

c) $$P(B_1|R_2) = \frac{P(R_2|B_1) \cdot P(B_1)}{P(R_2)} =$$

$$= \frac{P(R_2|B_1)\, P(B_1)}{P(R_2|R_1) P(R_1) + P(R_2|B_1) \cdot P(B_1)} =$$

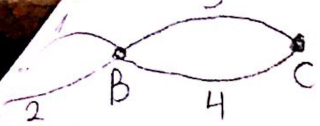
$$= \frac{\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3}} \cong 0{,}34$$

d) $$P(R_1 \cup R_2) = P(R_1) + P(R_2) - P(R_1 \cap R_2) =$$

$$= P(R_1) + \cancel{P(R_2|R_1) P(R_1)} + P(R_2|B_1) \cdot P(B_1) - \cancel{P(R_2|R_1) \cdot P(R_1)} =$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3} = 0{,}875$$

e) mismos resultados por igual proporción



$P(\text{"camino cerrado"}) = 0{,}25$

1.24) $P(\text{"camino abierto B a C"} \mid \text{"no hay camino abierto A a C"})$

$$= \frac{P(BC \cap \overline{AC})}{P(\overline{AC})} = \frac{P(\bar{1}\cap\bar{2}\cap 3\cap 4) + P(\bar{1}\cap\bar{2}\cap\bar{3}\cap 4) + P(\bar{1}\cap\bar{2}\cap 3\cap\bar{4})}{P(\bar{1}\cap\bar{2}\cap 3\cap 4) + P(\bar{1}\cap\bar{2}\cap\bar{3}\cap 4) + P(\bar{1}\cap\bar{2}\cap 3\cap\bar{4}) + P(\bar{1}\cap\bar{2}\cap\bar{3}\cap\bar{4}) + P(1\cap 2\cap\bar{3}\cap\bar{4}) + P(1\cap\bar{2}\cap\bar{3}\cap\bar{4}) + P(\bar{1}\cap 2\cap\bar{3}\cap\bar{4})}$$

$$= \frac{0{,}25^2 \cdot 0{,}75^2 + 0{,}25^3 \cdot 0{,}75 + 0{,}25^3 \cdot 0{,}75}{0{,}25^4 + 2(0{,}25^2 \cdot 0{,}75^2) + 4(0{,}25^3 \cdot 0{,}75)} \cong 0{,}48$$

1.25) $P(E_1) = 0{,}55 \qquad P(R_0 \mid E_0) = 0{,}95$

$P(R_1 \mid E_1) = 0{,}99$

a) $P(R_1) = P(R_1 \mid E_1) \cdot P(E_1) + P(R_1 \mid E_0) \cdot P(E_0)$

$= 0{,}99 \cdot 0{,}55 + 0{,}05 \cdot 0{,}45 = 0{,}567$

b) $P(E_1|R_1) = \dfrac{P(R_1|E_1) \cdot P(E_1)}{P(R_1)} =$

$$= \frac{P(R_1|E_1) \cdot P(E_1)}{P(R_1|E_1)P(E_1) + P(R_1|E_0) \cdot P(E_0)} =$$

$$= \frac{0{,}99 \cdot 0{,}55}{0{,}99 \cdot 0{,}55 + 0{,}05 \cdot 0{,}45} \cong 0{,}96$$

1.26) $P(E_0) = 0{,}05 \quad P(R_0|E_0) = 0{,}9$

$P(R_1|E_1) = ? \quad P(E_0|R_0) = 0{,}99$

$$P(R_1|E_1) = \frac{P(E_1|R_1)\, P(R_1)}{P(E_1)} \Rightarrow \text{NO SIRVE}$$

$$P(E_0|R_0) = \frac{P(R_0|E_0) \cdot P(E_0)}{P(R_0)} \Rightarrow 0{,}99 = \frac{0{,}9 \cdot 0{,}05}{P(R_0)}$$

$$\Rightarrow P(R_0) = 0{,}045$$

$$P(R_0) = P(R_0|E_0) \cdot P(E_0) + P(R_0|E_1) \cdot P(E_1)$$

$$0{,}045 = 0{,}9 \cdot 0{,}05 + P(R_0|E_1) \cdot 0{,}95$$

$$\Rightarrow P(R_0|E_1) = 4{,}78 \cdot 10^{-4} \Rightarrow P(R_1|E_1) = 0{,}99952$$

1.27) M_1: moneda con dos caras

a) $P(C_2|C_1) = P(C_2|C_1 \cap M_1) \cdot P(M_1|C_1) +$

$+ P(C_2|C_1 \cap M_2) \cdot P(M_2|C_1) + P(C_2|C_1 \cap M_3) \cdot P(M_3|C_1)$

$$* \; P(M_1|C_1) = \frac{\overbrace{P(C_1|M_1)}^{1} \cdot P(M_1)}{P(C_1|M_1) \cdot P(M_1) + P(C_1|M_2) \cdot P(M_2) + P(C_1|M_3) \cdot P(M_3)}$$

solo tiene cara

$$= \frac{1/3}{1/3 + 1/2 \cdot 1/3 + 1/2 \cdot 1/3} = \frac{1/3}{2/3} = \frac{1}{2}$$

$$* \; P(M_2|C_1) = \frac{P(C_1|M_2) \cdot P(M_2)}{P(C_1)} = \frac{1/2 \cdot 1/3}{2/3} = \frac{1}{4}$$

$$* \; P(M_3|C_1) = \frac{P(C_1|M_3) \cdot P(M_3)}{P(C_1)} = \frac{1/2 \cdot 1/3}{2/3} = \frac{1}{4}$$

$$P(C_2|C_1) = 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

b) $P(M_2 \cup M_3 | C_1) = P(M_2|C_1) + P(M_3|C_1) =$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

c) $P(M_2 \cup M_3 | C_1 \cap C_2) = P(M_2|C_1 \cap C_2) + P(M_3|C_1 \cap C_2) =$

$$= \frac{P(C_1 \cap C_2|M_2) \cdot P(M_2)}{P(C_1 \cap C_2)} + \frac{P(C_1 \cap C_2|M_3) \cdot P(M_3)}{P(C_1 \cap C_2)} =$$

$$= \frac{1/4 \cdot 1/3 + 1/4 \cdot 1/3}{1 \cdot 1/3 + 1/4 \cdot 1/3 + 1/4 \cdot 1/3} = \frac{1}{3}$$

d) $P(M_2 \cup M_3 | C_1 \cap C_2 \cap C_3) =$

$$= P(M_2|C_1 \cap C_2 \cap C_3) + P(M_3|C_1 \cap C_2 \cap C_3) =$$

$$= \frac{P(C_1 \cap C_2 \cap C_3|M_2) \cdot P(M_2)}{P(C_1 \cap C_2 \cap C_3)} + \frac{P(C_1 \cap C_2 \cap C_3|M_3) \cdot P(M_3)}{P(C_1 \cap C_2 \cap C_3)} =$$

$$= \frac{1/8 \cdot 1/3 + 1/8 \cdot 1/3}{1/3 + 1/8 \cdot 1/3 + 1/8 \cdot 1/3} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

PROBA TOTAL

$$\boxed{P(C_1 \cap C_2 \cap C_3|M_i) = P(C_3|C_2 \cap C_1 \cap M_i) \cdot P(C_2|C_1 \cap M_i) \cdot P(C_1|M_i) \cdot P(M_i)}$$

1.28) a: 3 blancas, 7 rojas

b: 12 blancas, 8 rojas

R_i: "la bola en la extracción i fue roja"

B_i: "la bola en la extracción i fue blanca"

a) $P(B_2|B_1)=$

$$= P(B_2|B_1 \cap a) . P(a|B_1) + P(B_2|B_1 \cap b) . P(b|B_1)$$

$$* \; P(a|B_1) = \frac{P(B_1|a).P(a)}{P(B_1|a).P(a)+P(B_1|b).P(b)} = \frac{3/10 \cdot 1/2}{3/10 \cdot 1/2 + 12/20 \cdot 1/2} = \frac{1}{3}$$

$$* \; P(b|B_1) = \frac{P(B_1|b).P(b)}{P(B_1|a)P(a)+P(B_1|b).P(b)} = \frac{12/20 \cdot 1/2}{3/10 \cdot 1/2 + 12/20 \cdot 1/2} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow P(B_2|B_1) = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{3} + \frac{12}{20} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

b) ¿Son independientes B_1 y B_2?

$$P(B_1) = P(B_1|a).P(a) + P(B_1|b).P(b)$$

$$= \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{2} + \frac{12}{20} \cdot \frac{1}{2} = 0,45 = \frac{9}{20}$$

$$P(B_2) = P(B_2|B_1).P(B_1) + P(B_2|R_1).P(R_1)$$

$* \; P(B_2|B_1) = \frac{1}{2}$ (del punto anterior)

$$\boxed{* \; P(B_1) = 0,45 = 9/20}$$

$$* \; P(B_2|R_1) = P(B_2|R_1 \cap a).P(a|R_1) + P(B_2|R_1 \cap b).P(b|R_1) =$$

$$= P(B_2|R_1 \cap a) \cdot \frac{P(R_1|a).P(a)}{P(R_1)} + P(B_2|R_1 \cap b) \cdot \frac{P(R_1|b).P(b)}{P(R_1)} =$$

$$* \; P(R_1) = P(R_1|a).P(a) + P(R_1|b).P(b) =$$

$$= \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{2} + \frac{8}{20} \cdot \frac{1}{2} = \frac{11}{20}$$

$$\Rightarrow P(B_2|R_1) = \frac{3}{10} \cdot \frac{\frac{7}{10} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{11}{20}} + \frac{12}{20} \cdot \frac{\frac{8}{20} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{11}{20}} = \frac{9}{22}$$

$$\boxed{\Rightarrow P(B_2) = 1/2 \cdot 9/20 + 9/22 \cdot 11/20 = \frac{9}{20}}$$

$$P(B_1\cap B_2)=P(B_1\cap B_2|a).P(a)+P(B_1\cap B_2|b).P(b)=$$

$$=\left[P(B_1\cap B_2|a\cap B_1)P(B_1|a)+\underbrace{P(B_1\cap B_2|a\cap R_1)}_{=0}P(R_1|a)\right].$$

$$.P(a)+\left[P(B_1\cap B_2|b\cap B_1).P(B_1|b)+\underbrace{P(B_1\cap B_2|b\cap R_1)}_{=0}P(R_1|b)\right].$$

$$.P(b)=P(B_2|a\cap B_1)P(B_1|a).P(a)+P(B_2|B_1\cap b).P(B_1|b).P(b)$$

$$=\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{2}+\frac{12}{20}\cdot\frac{12}{20}\cdot\frac{1}{2}=0{,}225=\frac{9}{40}$$

$\Rightarrow P(B_1).P(B_2)\neq P(B_1\cap B_2)$
$\Rightarrow B_1$ y B_2 no son independientes

VER CARPETA

1.29) $P(C|M_1)=\frac{1}{2}$ $\quad P(C|M_2)=\frac{1}{3}$

a)

A_i: "salió cara en el i-ésimo tiro"

B: "se eligió M_1"

$$P(A_1|B)=\frac{1}{2}$$

$$P(A_2|B)=P(A_2|A_1\cap B).P(A_1|B)+P(A_2|\bar{A}_1\cap B).P(\bar{A}_1|B)$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

$$P(A_1 \cap A_2 | B) = P(A_1 \cap A_2 | B \cap A_1)\, P(A_1|B) +$$

$$+ P(A_1 \cap A_2 | B \cap \overline{A}_1) \cdot P(\overline{A}_1 | B) =$$

$$= P(A_2 | B \cap A_1) \cdot P(A_1|B) + \underbrace{P(A_1 \cap A_2 | B \cap \overline{A}_1)}_{=0} \cdot P(\overline{A}_1 | B)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

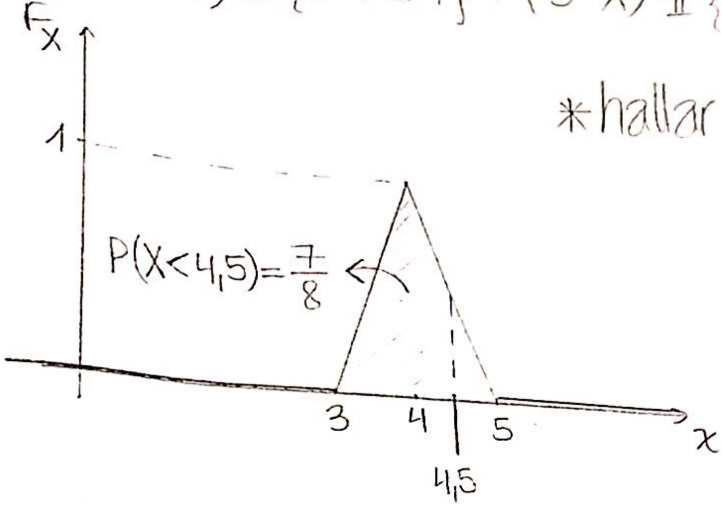
$$\Rightarrow P(A_1|B) \cdot P(A_2|B) = P(A_1 \cap A_2 | B)$$

$\Rightarrow$ dado B, A_1 y A_2 son independientes

Ej

X: "diametro de los huevos"

$$F_X(x) = (x-3)\,\mathbb{1}\{3<x\leq 4\} + (5-x)\,\mathbb{1}\{4<x<5\}$$



* hallar F_X de los huevos chicos

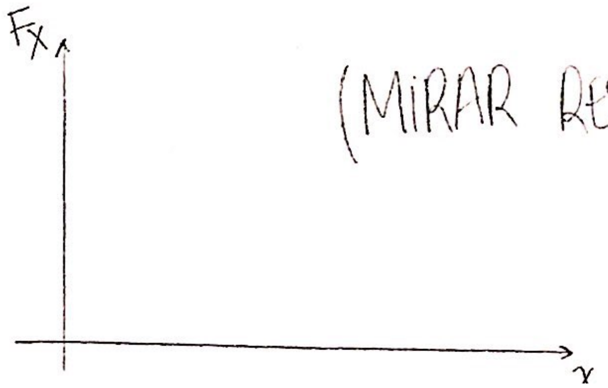
$$F_{X|X<4{,}5}(x) = \frac{F_X(x)}{P(X<4{,}5)}\,\mathbb{1}\{x<4{,}5\} =$$

$$= \frac{8}{7}(x-3)\,\mathbb{1}\{3<x\leqslant 4\} + \frac{8}{7}(5-x)\,\mathbb{1}\{4<x<4{,}5\}$$

Dada F llamamos "inversa generalizada de F" a la función

$$F^{-1}:(0,1)\to\mathbb{R} \;/\; F^{-1}(u) = \min\{x\in\mathbb{R} / u \leq F(x)\}$$

Ej



(MIRAR RESUMEN)

Prop: Dada X V.A. continua con F_X estrictamente creciente

$$\Rightarrow F_X(X) \sim U(0,1)$$

Dada F y X V.A. continua con F_X estrictamente creciente

$$\Rightarrow F^{-1}(F_X(X)) = Y \quad , \quad F_Y = F$$

—— o ——

Ej se tiran dos dados

X: "resultado del primer dado"

Y: "mayor de los resultados"

$Z = (X, Y)$

* hallar $P_Z(x,y) = P(X=x, Y=y)$

$y \backslash Y$	1	2	3	4	5	6
1	1/36	1/36	1/36	1/36	1/36	1/36
2	0	2/36	1/36	1/36	1/36	1/36
3	0	0	3/36	1/36	1/36	1/36
4	0	0	0	4/36	1/36	1/36
5	0	0	0	0	5/36	1/36
6	0	0	0	0	0	6/36

* $p_X(1) = P(X=1) = \frac{6}{36} =$

* $p_X(2) = p_X(3) = p_X(4) = p_X(5) = p_X(6)$

* $p_Y(1) = \frac{1}{36}$ * $p_Y(2) = \frac{3}{36}$

* $p_Y(3) = \frac{5}{36}$ * $p_Y(4) = \frac{7}{36}$

* $p_Y(5) = \frac{9}{36}$ * $p_Y(6) = \frac{11}{36}$