

Problem S5: Math Homework

Problem Description

Your math teacher has given you an assignment involving coming up with a sequence of N integers A_1, \dots, A_N , such that $1 \leq A_i \leq 1\,000\,000\,000$ for each i .

The sequence A must also satisfy M requirements, with the i^{th} one stating that the GCD (Greatest Common Divisor) of the contiguous subsequence A_{X_i}, \dots, A_{Y_i} ($1 \leq X_i \leq Y_i \leq N$) must be equal to Z_i . Note that the GCD of a sequence of integers is the largest integer d such that all the numbers in the sequence are divisible by d .

Find *any* valid sequence A consistent with all of these requirements, or determine that no such sequence exists.

Input Specification

The first line contains two space-separated integers, N and M .

The next M lines each contain three space-separated integers, X_i , Y_i , and Z_i ($1 \leq i \leq M$).

The following table shows how the available 15 marks are distributed.

3 marks	$1 \leq N \leq 2000$	$1 \leq M \leq 2000$	$1 \leq Z_i \leq 2$ for each i
4 marks	$1 \leq N \leq 2000$	$1 \leq M \leq 2000$	$1 \leq Z_i \leq 16$ for each i
8 marks	$1 \leq N \leq 150\,000$	$1 \leq M \leq 150\,000$	$1 \leq Z_i \leq 16$ for each i

Output Specification

If no such sequence exists, output the string **Impossible** on one line. Otherwise, on one line, output N space-separated integers, forming the sequence A_1, \dots, A_N . If there are multiple possible valid sequences, *any* valid sequence will be accepted.

Sample Input 1

```
2 2
1 2 2
2 2 6
```

Output for Sample Input 1

```
4 6
```

Explanation of Output for Sample Input 1

If $A_1 = 4$ and $A_2 = 6$, the GCD of $[A_1, A_2]$ is 2 and the GCD of $[A_2]$ is 6, as required. **Please note that other outputs would also be accepted.**

Sample Input 2

2 2

1 2 2

2 2 5

Output for Sample Input 2

Impossible

Explanation of Output for Sample Input 2

There exists no sequence $[A_1, A_2]$ such that the GCD of $[A_1, A_2]$ is 2 and the GCD of $[A_2]$ is 5.

Problème S5 : Devoirs de maths

Énoncé du problème

Votre professeur de mathématiques vous a donné un travail consistant à créer une suite de N entiers A_1, \dots, A_N telle que $1 \leq A_i \leq 1\,000\,000\,000$ pour chaque i .

La suite A doit également répondre à M critères, dont le i^{e} qui stipule que le PGCD (le plus grand commun diviseur) de la sous-suite contiguë (ou sous-séquence contiguë) A_{X_i}, \dots, A_{Y_i} ($1 \leq X_i \leq Y_i \leq N$) doit être égal à Z_i . Remarquez que le PGCD d'une suite d'entiers est le plus grand entier d tel que tous les nombres de la suite soient divisibles par d .

Trouvez *une* suite valide A qui répond à tous ces critères, ou déterminez qu'une telle suite n'existe pas.

Précisions par rapport aux données d'entrée

La première ligne des données d'entrée contient deux entiers, soit N et M , les deux étant séparés par un espace.

Chacune des M prochaines lignes contient trois entiers, soit X_i , Y_i et Z_i ($1 \leq i \leq M$), dont chacun est séparé des autres par un espace.

Le tableau suivant indique la manière dont les 15 points disponibles sont répartis.

3 points	$1 \leq N \leq 2000$	$1 \leq M \leq 2000$	$1 \leq Z_i \leq 2$ pour chaque i
4 points	$1 \leq N \leq 2000$	$1 \leq M \leq 2000$	$1 \leq Z_i \leq 16$ pour chaque i
8 points	$1 \leq N \leq 150\,000$	$1 \leq M \leq 150\,000$	$1 \leq Z_i \leq 16$ pour chaque i

Précisions par rapport aux données de sortie

Si une telle suite n'existe pas, les données de sortie devraient afficher **Impossible** sur une seule ligne. Sinon, les données de sortie ne devraient contenir qu'une seule ligne; cette dernière contiendra N entiers qui seront séparés les uns des autres par un espace afin de former la suite A_1, \dots, A_N . S'il existe plusieurs suites valides possibles, *n'importe laquelle* des suites valides sera acceptée.

Données d'entrée d'un 1^{er} exemple

```
2 2
1 2 2
2 2 6
```

Données de sortie du 1^{er} exemple

```
4 6
```

Justification des données de sortie du 1^{er} exemple

Si $A_1 = 4$ et $A_2 = 6$, le PGCD de $[A_1, A_2]$ est 2 et le PGCD de $[A_2]$ est 6, ce qu'il fallait démontrer. **Veillez noter que d'autres suites seraient également acceptées.**

Données d'entrée d'un 2^e exemple

2 2

1 2 2

2 2 5

Données de sortie du 2^e exemple

Impossible

Justification des données de sortie du 2^e exemple

Il n'existe aucune suite $[A_1, A_2]$ telle que le PGCD de $[A_1, A_2]$ soit 2 et que le PGCD de $[A_2]$ soit 5.