

Quintom.

Jonathan Rincón Saucedo

24 de abril de 2018

Resumen

Este trabajo tiene la finalidad de presentar un candidato potencial para la energía oscura denominado Quintom. Haremos un breve repaso en la historia sobre como se tuvo que plantear la idea de una energía que aceleraba el Universo, así como los modelos más simples en la cosmología que tratan de solucionar el problema de la expansión. Nos concentraremos en los modelos Quintessence y Phantom los cuales nos daran las bases para la comprensión de nuestro modelo Quintom, el cual resulta la mejor opción de tratar de resolver el problema.

Por ahora me estoy concentrando en la introducción, energía oscura y las motivaciones de los campos escalares así como los problemas que conlleva el modelo Λ CDM (el problema de la coincidencia, el problema del ajuste fino, etc)

Introducción

La cosmología es la ciencia encargada de entender el Universo como un todo. Desde como fué su comienzo, su evolución y si tendrá un final. Este conocimiento que ha tenido que ser poco a poco descubierto por medio de observaciones y modelos propuestos por científicos aún tiene muchas interrogantes, una de ellas es su composición.

Gracias a las observaciones del deuterio primordial que se origino en la nucleosíntesis del Big Bang junto con las observaciones de la radiación cósmica de fondo de microondas, se conoce que cerca del 4 % de la composición total del Universo es materia bariónica, es decir, la materia que nos rodea con la cual estan hechos las estrellas, los planetas y en escencia nosotros.

Pero ¿Qué pasa con el otro 96 %? En 1933, el astrofísico Fritz Zwicky realizó observaciones sobre cuerpos astronómicos orbitando en la galaxia para así poder calcular su velocidad radial, dichas observaciones las hizo en 8 galaxias del cúmulo de Coma y notó que sus velocidades radiales eran muy grandes para la cantidad de materia visible. El valor observado discrepaba unas 400 veces más que el valor teórico que se esperaba. Por lo cual Zwicky propuso la idea de que debería haber alguna especie de materia invisible lo que luego se denomino materia oscura. Un tipo de materia no bariónica y que interactúa muy débilmente

con la materia convecional. Según las observaciones la materia oscura representa alrededor del 26 % de la composición del Universo.

El otro 70 % faltante se le atribuye a una extraña energía que impulsa al Universo a tener una expansión acelerada denominada energía oscura. El primer indicio fue en 1917, cuando Einstein agregó un término a sus ecuaciones que denominó constante cosmológica, con el propósito de mantener un Universo estático. Lo que resultaría algo negativo cuando en 1922 Alexander Friedmann dedujo varias soluciones a las ecuaciones de Einstein proponiendo universos que se contraían o expandían dependiendo de los valores que tomara la constante cosmológica.

Aunque Friedmann fue el primero en sugerir un Universo en expansión no fue sino hasta 1927 cuando Georges Lemaitre publicó su primera teoría cosmológica en la cual se tomaba un Universo con simetría esférica, eterno y en evolución con lo cual se sentaron las bases teoricas de la expansión del Universo. Dos años mas tarde gracias al trabajo de Edwin Hubble donde analizaba la velocidad radial, respecto a la Tierra, de algunas galaxias cuyas distancias habia calculado entre 1924 y 1925. Mostraba que la gran mayoría tenían corrimientos hacia el rojo que solo podía explicarse bajo la suposición que se alejaban unas de otras. Esta fue la primera prueba observacional concreta de que el Universo se estaba expandiendo.

Luego en 1998 de las observaciones de supernovas de tipo 1a, realizadas por Supernova Cosmology Project y el High-z Supernova Search Team, sugirieron que además de estar en expansión, el Universo se estaba acelerando. Por lo que debería haber alguna especie de energía que impulse al Universo a estar en dicho estado. A esta energía se le conoce como energía oscura.

La energía oscura es uno de los mayores misterios de la física en la actualidad ya que se desconoce su origen y composición, aún así hay muchos modelos que tratan de explicar el comportamiento de este fenómeno. El propósito de este trabajo es explicar un modelo denominado Quintom, una unión de los modelos Quintessence y Phantom, cuya hipótesis es la combinación de dos campos escalares para resolver el problema.

Ecuaciones de Einstein

FRW

Para poder modelar nuestro Universo hay que tener muchas consideraciones en cuenta, el modelo FRW (Friedmann-Robertson-Walker) considera un Universo homogéneo e isótropo. Donde por homogeneidad nos referimos a que todos los puntos son equivalentes, e isotropía se refiere a que todas las direcciones son equivalentes en una hipersuperficie particular.

Donde la métrica es

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right] \quad (1)$$

Si introducimos la métrica anterior en las ecuaciones de Einstein con $k = 0$ obtenemos las ecuaciones de Friedmann:

$$3M_P^2 H^2 = \rho \quad (2)$$

$$-2M_P^2 \dot{H} = \rho + p \quad (3)$$

Donde $H = \frac{\dot{a}}{a}$ y $M_P^2 = \frac{1}{8\pi G}$, si combinamos las ecuaciones anteriores obtenemos

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{\rho + 3p}{6M_P^2} \quad (4)$$

cuando $p > -\frac{\rho}{3}$ el Universo desacelera mientras que para $p < -\frac{\rho}{3}$ acelera. Además definimos la densidad de materia, radiación y energía oscura como:

$$\Omega_m = \frac{\rho_m}{\rho_c}; \Omega_r = \frac{\rho_r}{\rho_c}; \Omega_{de} = \frac{\rho_{de}}{\rho_c} \quad (5)$$

Donde $\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$ es la densidad crítica y $H_0 = (\frac{\dot{a}}{a})_0 = 73,2_{-3,2}^{+2,4} km s^{-1} Mpc^{-1}$ que es la expansión del Universo en el presente. (deducir las ecuaciones de Friedmann con campos escalares en desarrollo)

Λ CDM

Ya que sabemos que el Universo esta en un proceso de expansión acelerada y que la mayor parte de su composición es materia oscura fría (CDM) en forma de polvo combinada con un fluido con presión negativa y semejante en magnitud a su densidad de energía, es decir, energía oscura (DE). Uno de los modelos más aceptados es el Λ CDM donde el termino Λ (constante cosmológica) representa la energía oscura.

Se considera un Universo FRW donde solo se considera el caso plano ($k = 0$) por lo que la métrica del espacio-tiempo es:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\delta_{ik}dx^i dx^k \quad (6)$$

donde los índices latinos como $i, k = 1, 2, 3$ representan los índices espaciales y δ_{ik} es la delta de Kronecker. Para este modelo la ecuación de Friedmann para la componente 0,0 de las ecuaciones de Einstein resulta:

$$H^2 = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{8\pi G}{3}\rho_{CDM} + \frac{\Lambda}{3} \quad (7)$$

donde el \dot{a} representa la derivada respecto al tiempo cosmológico, ρ_{CDM} es la densidad de energía de la materia oscura fría y la constante cosmológica podemos relacionarla con la densidad de energía del vacío como $\rho_{vac} = \frac{\Lambda}{8\pi G}$.

La componente i, k de las ecuaciones de Einstein se denomina ecuación de Raychaudhuri

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3}\rho_{CDM} + \frac{\Lambda}{3} \quad (8)$$

Esta ecuación nos dice el término de la constante cosmológica origina una fuerza repulsiva que puede contrarrestar la fuerza de gravedad generada por la CDM.

La generalización de la ley de conservación o de continuidad de los momentos y la energía en forma covariante es:

$$\nabla^a T_{ab} = 0 \quad (9)$$

De esta manera la ecuación de continuidad para el modelo Λ CDM es:

$$\rho_{CDM} \dot{a} + H(\rho_{CDM} + P_{CDM}) = 0 \quad (10)$$

Ahora ya que tenemos solo 2 ecuaciones independientes y 3 incógnitas (a, ρ_{CDM}, P_{CDM}) es necesario proponer una ecuación de estado que relacione como es la evolución entre la densidad de CDM y su presión.

$$w = \frac{P_{CDM}}{\rho_{CDM}} = -1 \quad (11)$$

De acuerdo con el modelo del Big Bang en los primeros instantes del Universo la radiación dominaba sobre la materia debido a la gran temperatura inicial, ya que la energía cinética de las partículas no permitía que estas pudieran unirse para formar núcleos. Luego de que el Universo se enfriara se forman los primeros núcleos atómicos y las densidades de materia y radiación se vuelven equivalentes alrededor de 70,000 años después del Big Bang. El modelo Λ CDM apoya el hecho de que después del desacople materia-radiación ocurrido unos 300,000 años después del Big Bang. La densidad de CDM domina la composición del Universo y la expansión es desacelerada. Poco a poco la expansión avanza y la densidad de CDM decae como $\rho_{CDM} \approx a^{-3}(t)$, mientras que la densidad de vacío (constante cosmológica) permanece constante. Una vez que $\rho_{CDM} < 2\rho_{vacío} = \frac{\Lambda}{4\pi G}$ la expansión se vuelve acelerada. Estas transiciones de fase están de acuerdo con las observaciones.

Además podemos ver que si resolvemos las ecuaciones de campo obtenemos una expresión para el factor de escala como:

$$a(t) \propto \sinh^{2/3} \left(\sqrt{\frac{3\Lambda}{4}} t \right) \quad (12)$$

Donde podemos ver que $a(t)$ se interpola entre un Universo dominado por materia en el pasado $a(t) \propto t^{2/3}$ y uno dominado por DE en el futuro.

Aunque el modelo Λ CDM es uno de los más utilizados por su simplicidad y por ser uno de los modelos que se ajusta mejor a las observaciones, también tiene varias dificultades:

El problema de la coincidencia Como hemos visto en el principio de la historia cosmica el Universo comenzó con una gran cantidad de radiación mientras que la energía oscura y materia oscura eran prácticamente nulas. Conforme el tiempo pasa la cantidad de radiación decae y la materia oscura comienza a crecer hasta ser la componente principal en la composición del Universo, mientras que la energía oscura permanece constante. No es sino hasta muy reciente que la cantidad de materia oscura decrece y la cantidad de energía oscura aumenta hasta ser aproximadamente el 70% del total del Universo. El problema de la coincidencia radica en este hecho. ¿Por qué las densidades de materia oscura y energía oscura se hacen comparables hasta ahora, es decir, en la presente etapa de la evolución del Universo y no antes o en un futuro?

El problema del Ajuste Fino Existe algo llamado el principio antrópico propuesto por primera vez en 1973 por el físico teórico Brandon Carter, el cual declara que el Universo debe cumplir todas las condiciones necesarias para la existencia de los seres humanos, puesto que existimos.

En 1986 John D. Barrow y Frank J. Tipler publican un libro llamado: El principio antrópico cosmológico, donde plantearon dos versiones de dicho principio.

Principio antrópico débil: indica que los valores observados de todas las constantes físicas no son igualmente probables, sino que están restringidos por el hecho de que existen lugares del Universo donde se ha podido desarrollar la vida basada en el carbono y el hecho de que el Universo sea suficientemente antiguo para que esto haya ocurrido.

Principio antrópico fuerte: indica que el Universo debe tener las propiedades que permitan a la vida desarrollarse en algún momento de su historia.

Aunque este ultimo es un poco controversial debido a que exige que debe ser así, la mayoría de los cosmólogos estan de acuerdo con el principio débil ya que un ligero cambio en las constantes universales que conocemos harian imposible la existencia de la vida a base de carbono. Ejemplos de estas constantes son: La masa del neutrón, la intensidad de la fuerza nuclear fuerte y la fuerza electromagnética, etc. Uno de estos ejemplos es la constante cosmológica, si su valor fuera más grande el Universo se habría expandido tan deprisa que no se habrían formado galaxias ni estrellas. Y si su valor fuera menor la expansión se habría detenido contrayéndose hacia un Big Crunch.

Este problema de ajuste en su valor es lo que se conoce como problema de ajuste fino.

El problema de la constante cosmológica Este problema también llamado la catástrofe del vacío, es el desacuerdo entre los valores observados de la densidad de energía del vacío (valor de la constante cosmológica) y el valor teórico de la energía del vacío predicho por la teoría cuántica de campos. Este valor discrepa aproximadamente 120 ordenes de magnitud uno de otro. De acuerdo con los datos observados la energía del vacío se estima alrededor de $10^{-9} \text{ Joules} * m^{-3}$ mientras que para QED (electrodinámica cuántica) y SED

(electrodinámica estocástica), consistente con el principio de covarianza de Lorentz y la constante de Planck sugieren un valor alrededor de $10^{113} \text{ Joules} \cdot \text{m}^{-3}$. Esta tremenda inconsistencia es lo que se denomina como el problema de la constante cosmológica.

Como hemos visto el modelo Λ CDM es una manera útil para describir de forma general la evolución de nuestro Universo y su composición pero no esta exento de problemas e inconsistencias que se deben solucionar para poder tener una comprensión de la realidad más acertada. Esta es la razón por la que se crearon nuevas alternativas las cuales reemplazan al modelo Λ CDM. A continuación veremos los 2 modelos más utilizados Quintessence y Phantom los cuales nos darán la pauta para introducir Quintom.

Quintessence

El termino Quintessence proviene del latín quinta essentia (o quinto elemento), el cual era un elemento hipotético que se agregaba a los 4 elementos clásicos: Agua, aire, fuego y tierra. Y estos cinco compuestos constituían todo lo que se observaba en la naturaleza.

En la actualidad (específicamente en la cosmología moderna) Quintessence es un modelo que utiliza un campo escalar acoplado de forma mínima (o también de forma no mínima) con el fluido de fondo (CDM) en donde se impone una dinámica y un potencial de auto-interacción para obtener las ecuaciones de campo correspondientes. Un punto importante acerca de este modelo es que no puede ser considerado desde el inicio de la expansión del Universo, sino hasta cuando ocurrió el desacople entre materia y radiación. Con esto en cuenta veremos de forma detallada las características y ecuaciones de este modelo.

Como se ha estado recalando desde la subsección anterior el primer paso a un modelo más detallado es tener una energía oscura que sea dinámica y que evolucione de tal manera que cumpla con las observaciones, generalmente los modelos del Universo con energía oscura se basan en la teoría general de la relatividad con inclusión de un campo escalar con auto interacción. En estos modelos el primer paso es postular un acoplamiento mínimo entre el campo escalar y la materia ordinaria lo que implica que no existe intercambio entre estas componentes.

Sin embargo la generalización de estos modelos se hace con un acoplamiento no mínimo entre el campo escalar y los grados de libertad materiales en el marco de Einstein cuya acción se define como:

$$S = \int_{M_4} d^4x \sqrt{|g|} \left[\frac{R}{2} - \frac{\nabla\phi^2}{2} - V(\phi) + C^2(\phi)L_m \right] \quad (13)$$

En donde R es el escalar de curvatura de Ricci, $C(\phi)$ es la función de acoplamiento entre el campo escalar, $\sqrt{|g|}d^4x$ es el elemento de volumen 4-dimensional, M_4 es una variedad 4-dimensional Pseudo Riemann y L_m es la lagrangeana de los grados de libertad de la materia ordinaria.

Donde las ecuaciones de campo de las que derivan son:

$$R_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab}R = T_{ab}^{materia} + \phi_{,a}\phi_{,b} - \frac{1}{2}g_{ab}(\nabla\phi)^2 - g_{ab}V(\phi) \quad (14)$$

$$\square\phi = \frac{dV(\phi)}{d\phi} - \frac{1}{2}\frac{d}{d\phi}[\ln C(\phi)]T^{materia} \quad (15)$$

El simbolo \square se denomina D Alembertiano y es la generalización del operador laplaciano a un espacio de Minkowski cuya definición es: $\square = \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2}$ con la convención $c = 1$. El tensor de energía- momento de la materia es:

$$T_{ab}^{materia} = -\frac{2}{\sqrt{|g|}}\frac{\delta\sqrt{-g}C^2(\phi)L_m}{\delta g^{ab}} \quad (16)$$

De esta manera podemos obtener la ecuación de conservación dada por:

$$\nabla^n T_{na}^{materia} = \frac{1}{2}[\ln C(\phi)]\phi_{,a}T^{materia} \quad (17)$$

En nuestro caso tenemos $C(\phi) = constante = 1$ con lo cual se obtiene un acoplamiento mínimo por lo que obtenemos la ecuación de conservación:

$$\nabla^n T_{na}^{materia} = 0 \quad (18)$$

Un dato importante es que el acoplamiento mínimo entre el campo escalar ϕ y los grados de libertad conducen a que las partículas no respetan las geodésicas de M_4 , lo cual viola el principio débil de equivalencia que debido a las observaciones esta bien fundamentado. Esto quiere decirnos que la materia ordinaria es en realidad CDM y no puede ser observada directamente, este hecho anula la violación del principio anteriormente mencionado.

Si tomamos un Universo compuesto enteramente de DE, el campo de quintessence se representa bajo la acción:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g}[-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi)] \quad (19)$$

Donde hemos puesto como convención la métrica $(-, +, +, +)$ de modo que el campo escalar tenga un término cinético estándar. Si tomamos la variación de $g^{\mu\nu}$ podemos obtener la ecuación para el tensor de energía momento dada por:

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - g_{\mu\nu}[\frac{1}{2}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\phi\partial_\beta\phi + V(\phi)] \quad (20)$$

Introduciendo un campo escalar homogéneo, con un potencial escalar $V(\phi)$ que se comporte como un fluido perfecto tendremos que la densidad de energía y presión del campo escalar vendrán dadas por las componentes del tensor energía-momento de la forma:

$$-T_0^0 = \rho_{de} = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (21)$$

$$-T_i^i = p_{de} = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (22)$$

Como vimos anteriormente las ecuaciones de Friedmann dadas por las ecuaciones de campo son:

$$3M_P^2 H^2 = \rho_{de} \quad (23)$$

$$-2M_P^2 \dot{H} = \rho_{de} + p_{de} \quad (24)$$

(Recordemos que solo hemos considerado el caso en donde la energía oscura domina y se desprecian las otras componentes). Una vez hecho esto podemos representar las ecuaciones anteriores en terminos de ϕ reemplazando ρ_{de} y p_{de} . Donde obtenemos:

$$3M_P^2 H^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (25)$$

$$-2M_P^2 \dot{H} = \dot{\phi}^2 \quad (26)$$

Debido a que consideramos una métrica de FRW en un espacio plano la ecuación de estado tiene la forma

$$w_{de} = \frac{p_{de}}{\rho_{de}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)} \quad (27)$$

Ahora vamos a considerar otras componentes del Universo como radiación y CDM en conjunto con DE. Para este caso las ecuaciones de campo (asumiendo la métrica FRW con $k = 0$) vienen dadas por:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[\sum_i \rho_i + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \right] \quad (28)$$

$$\ddot{\phi} + 3\dot{\phi}H + \frac{dV(\phi)}{d\phi} \quad (29)$$

$$\dot{\rho}_i = -3(1 + w_i)H\rho_i \quad (30)$$

Donde $i = 1, 2$ para radiación y DM respectivamente y además $M_P^2 = \frac{1}{8\pi G}$.

Phantom

Al igual que Quintessence el modelo Phantom es un modelo para la energía oscura. Su peculiaridad es que posee un termino de energía cinética negativa. Como en el caso anterior la acción esta determinada por

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{2}g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right] \quad (31)$$

Pero en este caso la parte cinética del lagrangiano es la forma $\mathcal{L}_{kinetic} \propto -\dot{\psi}^2$. Para phantom la densidad de energía y presión son

$$\rho_{de} = -\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (32)$$

$$p_{de} = -\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (33)$$

En donde obtenemos la ecuacion de estado

$$w_{de} = \frac{p_{de}}{\rho_{de}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)} \quad (34)$$

En donde obtenemos que hay dos posibles resultados para la ecuación de estado: la primera es que $w_{de} > 1$ en donde la parte cinética domina y el segundo caso cuando $w_{de} < -1$ en donde la parte del potencial domina.

Este último caso tiene un comportamiento muy peculiar ya que actúa como una componente de la energía oscura con super aceleración. Es decir el Universo tendría una aceleración mucho más rápida que una exponencial. Cuando ocurre esto la densidad de energía crece hasta que alcanza el infinito de manera que la tasa de expansión diverge y se produce un fenómeno denominado "Big Rip".

1. Quintom

Sabemos que el campo Quintessence siempre tiene $w_{de} > -1$ y el campo Phantom $w_{de} < -1$. Si hacemos una combinación de estos dos modelos anteriores para obtener una $w_{de} = w(z)$, obtenemos lo que se denomina energía oscura Quintom.

Un detalle importante es que no es posible sólo con un campo escalar cruzar la línea divisora phantom, por lo que nos vemos obligados a considerar modelos con al menos dos campos escalares, con la acción

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - V(\phi, \sigma) \right] \quad (35)$$

Donde la ecuación de estado vendría dada por

$$w_{de} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{1}{2}\dot{\sigma}^2 - V(\phi, \sigma)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{1}{2}\dot{\sigma}^2 + V(\phi, \sigma)} \quad (36)$$