

Quintom.

Jonathan Rincón Saucedo

12 de marzo de 2018

Resumen

Este trabajo tiene la finalidad de presentar un candidato potencial para la energía oscura denominado Quintom. Haremos un breve repaso en la historia sobre como se tuvo que plantear la idea de una energía que aceleraba el Universo, así como los modelos más simples en la cosmología que tratan de solucionar el problema de la expansión. Nos concentraremos en los modelos Quintessence y Phantom los cuales nos daran las bases para la comprensión de nuestro modelo Quintom, el cual resulta la mejor opción de tratar de resolver el problema.

Energía Oscura

Uno de los mayores retos para la cosmología es determinar la composición del Universo. Una de esas componentes quizá la más importante es la energía oscura. Una extraña energía que impulsa al Universo a tener una expansión acelerada. El primer indicio fue en 1917, cuando Einstein agregó un término a sus ecuaciones que denominó constante cosmológica, con el propósito de mantener un Universo estático. Lamentablemente Einstein admitiría unos años después que había sido el mayor error de su vida ya que se demostró que el universo estaba en expansión y no solo eso si no que lo hacía aceleradamente.

FRW

Para poder modelar nuestro Universo hay que tener muchas consideraciones en cuenta, el modelo FRW (Friedmann-Robertson-Walker) considera un Universo homogéneo e isótropo. Donde por homogeneidad nos referimos a que todos los puntos son equivalentes, e isotropía se refiere a que todas las direcciones son equivalentes en una hipersuperficie particular.

Donde la métrica es

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right] \quad (1)$$

Si introducimos la métrica anterior en las ecuaciones de Einstein obtenemos las ecuaciones de Friedmann:

$$3M_P^2 H^2 = \rho \quad (2)$$

$$-2M_P^2 \dot{H} = \rho + p \quad (3)$$

Donde $\dot{H} = \frac{\dot{a}}{a}$, si combinamos las ecuaciones anteriores obtenemos

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{\rho + 3p}{6M_P^2} \quad (4)$$

cuando $p > -\frac{\rho}{3}$ el Universo desacelera mientras que para $p < -\frac{\rho}{3}$ acelera. Además definimos la densidad de materia, radiación y energía oscura como:

$$\Omega_m = \frac{\rho_m}{\rho_c}; \Omega_r = \frac{\rho_r}{\rho_c}; \Omega_{de} = \frac{\rho_{de}}{\rho_c} \quad (5)$$

Quintessence

En la literatura Quintessence es una componente negativa de la presión del fluido cósmico con las características siguientes: varía en el tiempo y es espacialmente inhomogeneo. Esta es su principal diferencia con el modelo de Λ que es espacialmente dinámica. En general el campo de quintessence es un campo escalar con un término de energía cinética mínimamente acoplado a la gravedad. La acción de la parte escalar esta dada por:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right] \quad (6)$$

Donde hemos puesto como convención la métrica $(-, +, +, +)$ de modo que el campo escalar tenga un término cinético estándar. Si tomamos la variación de $g^{\mu\nu}$ podemos obtener la ecuación para el tensor de energía momento dada por:

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \left[\frac{1}{2} \partial^\lambda \phi \partial_\lambda \phi + V(\phi) \right] \quad (7)$$

En donde la densidad de energía y presión son:

$$\rho_{de} = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (8)$$

$$p_{de} = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (9)$$

Y las ecuaciones de Fredmann son:

$$3M_P^2 H^2 = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (10)$$

$$-2M_P^2 \dot{H} = \rho_{de} + p_{de} \quad (11)$$

donde recordemos que $M_P^2 = \frac{1}{8\pi G}$. Sustituyendo las ecuaciones (3) y (4) obtenemos

$$3M_P^2 H^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (12)$$

$$-2M_P^2 \dot{H} = \dot{\phi}^2 \quad (13)$$

La ecuación de estado tiene la forma

$$w_{de} = \frac{p_{de}}{\rho_{de}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)} \quad (14)$$

Phantom

Al igual que Quintessence el modelo Phantom es un modelo para la energía oscura. Su peculiaridad es que posee un termino de energía cinética negativa. Como en el caso anterior la acción esta determinada por

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right] \quad (15)$$

Pero en este caso la parte cinética del lagrangiano es la forma $\mathcal{L}_{kinetic} \propto -\dot{\psi}^2$. Para phantom la densidad de energía y presión son

$$\rho_{de} = -\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (16)$$

$$p_{de} = -\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (17)$$

En donde obtenemos la ecuacion de estado

$$w_{de} = \frac{p_{de}}{\rho_{de}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)} \quad (18)$$

En donde obtenemos que hay dos posibles resultados para la ecuación de estado: la primera es que $w_{de} > 1$ en donde la parte cinética domina y el segundo caso cuando $w_{de} < -1$ en donde la parte del potencial domina.

Este último caso tiene un comportamiento muy peculiar ya que actúa como una componente de la energía oscura con super aceleración. Es decir el Universo tendría una aceleración mucho más rápida que una exponencial. Cuando ocurre esto la densidad de energía crece hasta que alcanza el infinito de manera que la tasa de expansión diverge y se produce un fenómeno denominado "Big Rip".

1. Quintom

Sabemos que el campo Quintessence siempre tiene $w_{de} > -1$ y el campo Phantom $w_{de} < -1$. Si hacemos una combinación de estos dos modelos anteriores para obtener una $w_{de} = -1$, obtenemos lo que se denomina energía oscura Quintom.

Un detalle importante es que no es posible sólo con un campo escalar cruzar la línea divisora phantom, por lo que nos vemos obligados a considerar modelos con al menos dos campos escalares, con la acción

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - V(\phi, \sigma) \right] \quad (19)$$

Donde la ecuación de estado vendrá por

$$w_{de} = \frac{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - \frac{1}{2} \dot{\sigma}^2 - V(\phi, \sigma)}{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - \frac{1}{2} \dot{\sigma}^2 + V(\phi, \sigma)} \quad (20)$$