


MMC e MDC



Mínimo
múltiplo
comum



Máximo divisor comum



(MMC) \rightarrow mínimo múltiplo comum

\Rightarrow Múltiplo:

$$m(4) = \{ 4, 8, 12, 16, 20, 24, \dots \}$$

$$m(5) = \{ 5, 10, 15, 20, \dots \}$$

\Rightarrow MMC (2,3) = ?

$$m(2) = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, \dots \}$$

$$m(3) = \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, \dots \}$$

O menor múltiplo comum desses números é o 6, o exemplo acima, nem sempre pode ser aplicado, por isso usamos uma técnica de decomposição simultânea

\Rightarrow Decomposição simultânea em fatores primos

mínimo múltiplo comum (8, 12)

8	12	2	} multiplicar
4	6	2	
2	3	2	
1	3	3	
	1		

$$MMC(8, 12) = 2^3 \cdot 3 = 24$$

outro exemplo

36	48	90	2
18	24	45	2
9	12	45	2
9	6	45	2
9	3	45	3
3	3	15	3
1	1	5	5

$$MMC(36, 48, 90) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$MMC(36, 48, 90) = 720$$

Propriedades MMC

1.) O mínimo múltiplo comum entre dois ou mais n° primos, será sempre igual ao produto entre eles.

$$\text{MMC}(3, 5)$$

↓ ↓
primo primo

Se forem números primos, não precisamos decompor, apenas multiplicar

$$3 \cdot 5 = 15$$

2.) Dados dois ou mais n° , em que o maior é múltiplo dos outros, o MMC é o maior número

$$\text{MMC}(9, 8) = 8$$

$$\text{MMC}(2, 8, 24) = 24$$

3.)

$$\text{MMC}(8, 12) = 24$$

x3 ↓ ↓ x5 ↓ x5

$$\text{MMC}(40, 60) = 120$$

Isso vale para divisão também

$$\text{MMC}(30, 40) = 120$$

÷10 ↓ ↓ ÷20 ↓ ÷30

$$\text{MMC}(3, 4) = 12$$

Exercício 1: Dois sinais luminosos acendem juntos num determinado instante, um deles permanece aceso 1 minuto e apagado 30 segundos, o outro permanece aceso 3 minutos e apagado 20 segundos. A partir desse instante qual o número mínimo de minutos necessários para que os dois sinais voltem a acender juntos outra vez? Assinale no cartão de respostas o número da alternativa que contém a resposta que você calcula como correta?

01) oito

02) dez

04) doze

08) quinze

Sinal A

Sinal B

60 s aceso

60 s aceso

30 s apagado

20 s apagado

$$60 + 30 = 90$$

$$60 + 20 = 80$$

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 2 \\ 45 & 2 \\ 45 & 2 \\ 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 80 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\text{mmc}(90, 80) = 2^3 \cdot 5 \cdot 3^2$$

$$\text{mmc}(90, 80) = 36 \cdot 5 \cdot 9$$

$$\text{mmc}(90, 80) = 720 \text{ segundos}$$

12 minutos

$$\begin{array}{r} 720 \\ - 60 \\ \hline 660 \\ \hline 120 \end{array}$$

Exercício 2) Milão ganhou um prêmio em dinheiro que é superior a R\$ 2.000 e inferior a R\$ 2.500
 Se ele ganha-lo de 30 em 30 reais, ou de 40 em 40, ou ainda de 50 em 50, sempre sobra R\$ 25
 O valor do prêmio foi

$$S \in \{x \in \mathbb{R} / 2000 < x < 2500\}$$

$$mmc(30, 40, 50) = 2^3 \cdot 5 \cdot 25$$

30	40	50	2
15	20	25	2
15	20	25	2
15	5	25	5
5	5	25	5
1	1	5	5
1			1

$$mmc(30, 40, 50) = 600$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 600 + 25 \\ 1200 + 25 \\ 1800 + 25 \\ 2400 + 25 \\ 3000 + 25 \end{array} \right\} \rightarrow \text{solução}$$

MAXIMO DIVISOR COMUM (MDC)

↳ maior

↳ maior número comum entre dois ou mais números

$$D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

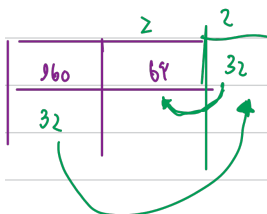
$$D(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

$$MDC(18, 30) = 6$$

Algoritmo de Euclides:

⇓

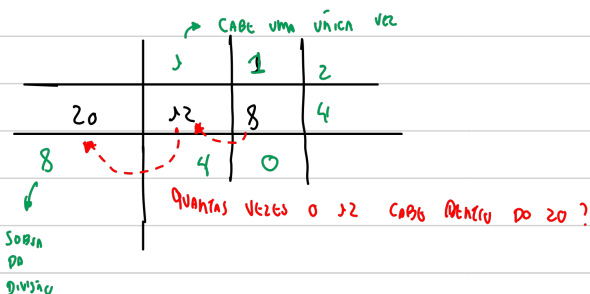
$$\text{MDC}(160, 64) = ?$$



$$\text{MDC} = 32$$

$$\text{MDC}(32, 20)$$

- o menor valor fica ao lado direito
- o menor valor a o lado esquerdo

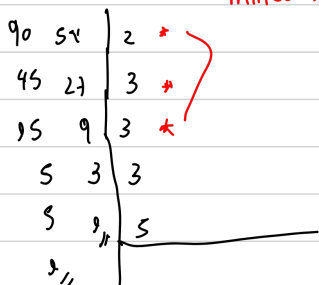


o MAXIMO divisor comum de 32 e 20 é o 4,,

Outro método: decomposição simultânea em fatores primos

$$\text{MDC}(90, 54) = ?$$

MARCO APENAS OS VALORES QUE DIVIDIRAM AMBOS ELEMENTOS



$$\text{MDC}(90, 54) = 2 \cdot 3^2 = 18,,$$

Primeira Propriedade

O MDC entre dois ou mais números primos é sempre 1.

$$\text{MDC}(33, 7) = 1$$

$$\text{MDC}(23, 17, 5) = 1$$

OBS = "Dois números são primos entre si quando o MDC entre eles for igual a 1".

$$\text{MDC}(4, 5) = 1$$

Propriedade 2

Se A é divisor de B então

$$\text{MDC}(A, B) = A$$

$$\text{MDC}(\underset{A}{6}, \underset{B}{18}) = \frac{18}{6} \rightarrow 3 \text{ com resto } 0$$

Logo o máximo divisor comum é 6

$$\text{MDC}(4, 20) = 4$$

Propriedade 3

$$\text{mdc}(8, 32) = 8$$

$$\begin{array}{c} \times 2 \downarrow \downarrow \times 2 \downarrow \times 2 \\ \downarrow \end{array}$$

$$\text{mdc}(16, 24) = 8$$

$$\begin{array}{c} \div 4 \downarrow \downarrow \div 4 \downarrow \div 4 \\ \downarrow \end{array}$$

$$\text{mdc}(4, 6) = 2$$

Propriedade 4) Relação entre mmc e mdc

$$\text{mmc}(A, B) \cdot \text{mdc}(A, B) = A \cdot B$$

$$\underbrace{\text{mdc}(12, 18)}_{36} \cdot \underbrace{\text{mdc}(12, 18)}_6 = 12 \cdot 18 = 216 //$$

Não é necessário calcular o mmc e mdc, apenas calcular A.B