Graphen

Die Stimmen werden lauter

Verzweifelte Studierende

31. Dezember 2023

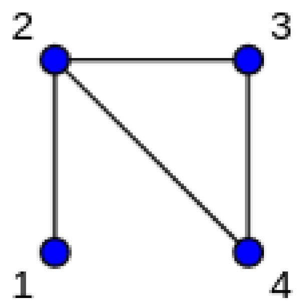
Inhaltsverzeichnis

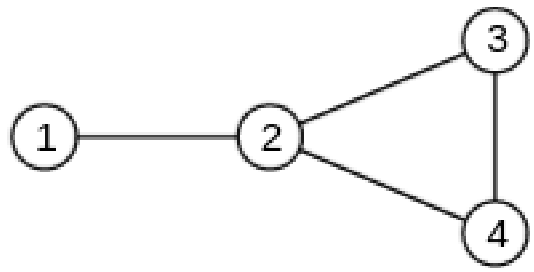
Ungerichtete Graphen

Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$, besteht aus einer Menge V von Knoten (vertices) und einer Menge $E \subseteq \{\{x, y\} \mid x, y \in V x \neq y\}$ von Kanten.

Die Kanten verbinden die Knoten ohne eine Richtung (daher sind sie zweielementige Mengen und keine Tupel).

Knoten werden graphisch durch Punkte und Kanten durch Verbindungslinien repräsentiert. Der Graph $V = \{1, 2, 3, 4\}E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}\}$ könnte z.B. so aussehen:





Speziele ungerichtete Graphen

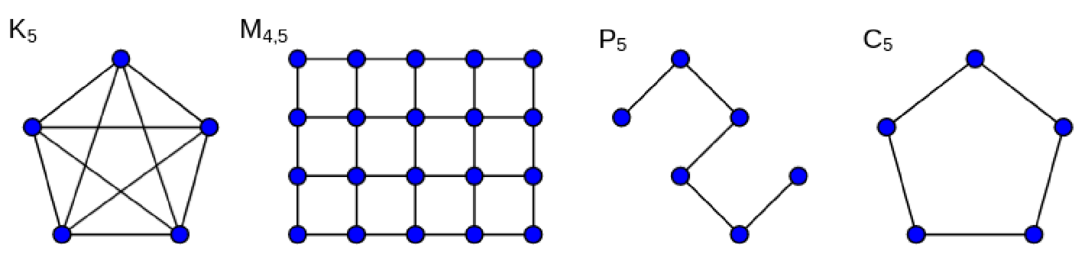
Vollständiger Graph K_n besteht aus n Knoten, die alle paarweise miteinander Verbunden sind

Gittergraph M_m, n besteht aus $m \cdot n$ Knoten, die in einem Gitter mit m Zeilen und n Spalten angeordnet sind

Pfad P_n besteht aus n Kanten und $n + 1$ Knoten, wobei aufeinanderfolgende Knoten miteinander verbunden sind

Kreis C_n besteht aus n Knoten, die zyklisch miteinander verbunden sind

Multigraphen Erlauben Mehrfachkanten und Schlingen (Kenten von einem Knoten zu sich selbst)



Nachbarschaft

Die Menge der Kanten, die durch eine Kante mit dem Knoten v verbunden ist, ist die Nachbarschaft U(v).

$$U(v) := \{u \in V \mid u, v \in E\}$$

Der Grad von v bezeichnet die Größe der Nachbarschaft von v.

$$g(v) := |U(v)|$$

Handschalglemma In jedem ungerichteten Graph \$G = (V, E) gilt $sum_{v \in V} g(v) = 2|E|$
: Dies gilt, da der Grad eines Knotens die Anzahl der Kanten, die an deisem Konten anliegen ist und jede Kante an genau zwei Knoten anliegt. Somit kommen pro Kante 2 zu Summe hinzu.

Begriffe

Sei $G = (V, E)$ ein Graph adjazent : Die Knoten u, v heißen adjazent (benachbart) wenn $u, v \in E$ Endknoten : Die Knoten u, v heißen Endknoten der Kante u, v inzident : ein Knoten u und eine Kante e heißen inzident, wenn u ein Endknoten von e ist Weg w : Eine Folge von Knoten aus V, die jeweils mit dem nächsten Verbunden sind : $w = (v_0, ..., v_l) mit \{v_i, v_i + 1\} \in E$ Pfad w : Ein Weg, bei dem alle Knoten paarweise verschieden sind geschlossene Kantenfolge : $v_0 = v_l$ offene Kantenfolge : $v_0 \neq v_l$