

Given

Exercise 3

1.  $2x + y \leq 5$

$$y \leq 5 - 2x$$

Si  $x = 0$

$$y = 5 - 2(0)$$

$$y = 5$$

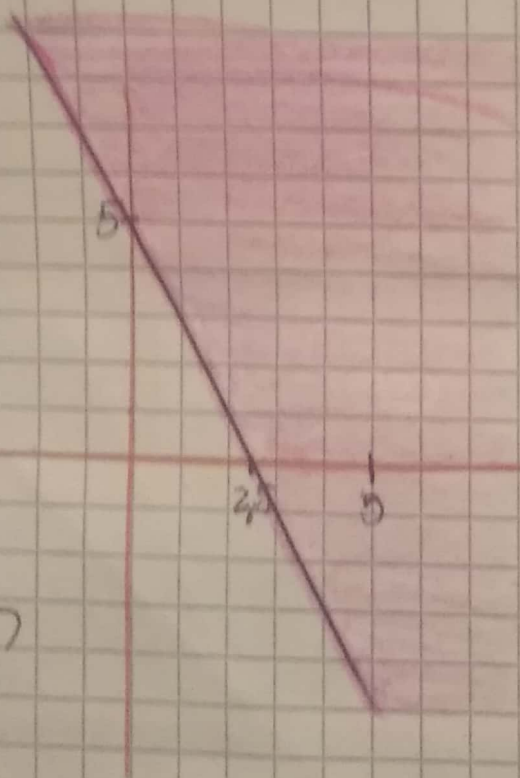
$$y = 5 - 2x$$

Si  $y = 0$

$$0 = 5 - 2x$$

$$x = \frac{-5}{-2}$$

$$x = 5/2$$



Region  
feasible

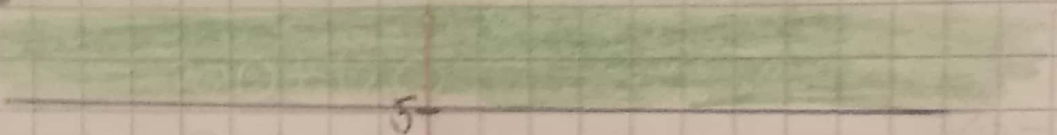
$$2. y \leq 5$$

$$S_1 \quad x=0$$

$$y=5$$

$$S_1 \quad y=0$$

$$0 \leq 5 \quad (\text{solución})$$



Region  
solución

$$2(2x-y) < 2(x+y)-4$$

$$4x-2y < 2x+2y-4$$

$$-2y-2y < 2x-4x-4$$

$$-4y < -2x-4$$

$$y > \frac{1}{2}x + 1$$

$$\text{Si } x=0$$

$$y = \frac{1}{2}(0) + 1$$

$$y = 1$$

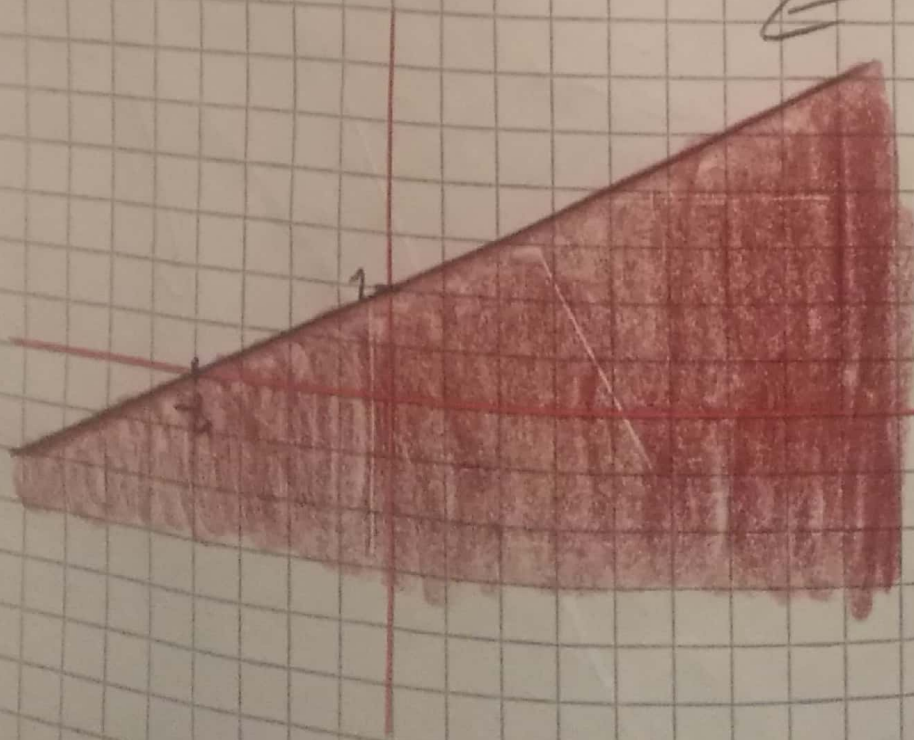
$$\text{Si } y=0$$

$$0 = \frac{1}{2}x + 1$$

$$x = -1(2)$$

$$x = -2$$

← region factible





$$4 \quad 2x + y \geq 3$$

$$2y - 1 > 0$$

$$x \geq y$$

$$y = 3 - 2x$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$\text{Si } x=0$$

$$\text{Si } y=0$$

$$\text{Si } x=0$$

$$\text{Si } y=0$$

$$y = 3 - 2(0)$$

$$0 = 3 - 2x$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$0 > \frac{1}{2}$$

$$y = 3$$

$$-x = -\frac{3}{2}$$

No solución

$$x = \frac{3}{2}$$

Puntos intersección entre rectas

$$3 - 2x = \frac{1}{2}$$

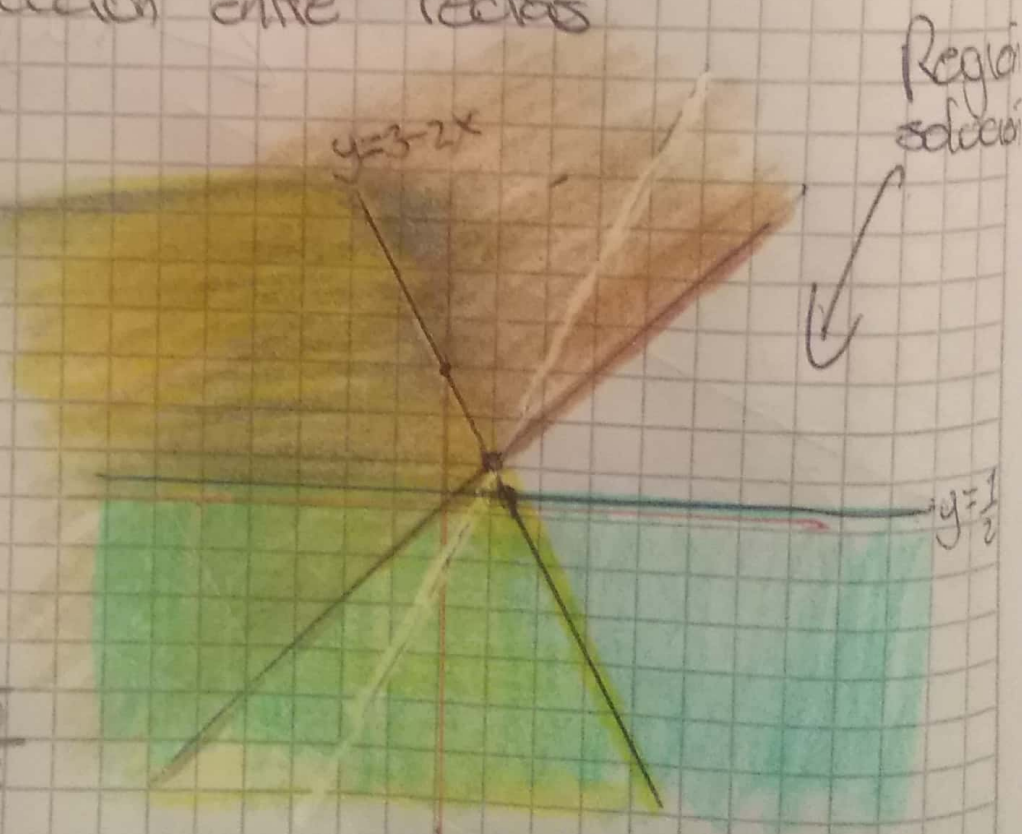
$$x = \frac{\frac{1}{2} - 3}{-2}$$

$$x = -\frac{1}{4} + \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{-2 + 12}{8}$$

$$x = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$y = 3 - 2\left(\frac{5}{4}\right) = 3 - \frac{10}{4} = \frac{12 - 10}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



$$5. \quad 2x + 3y \leq 60$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$y = \frac{60 - 2x}{3}$$

$$y = 20 - \frac{2}{3}x$$

$$\text{Si } x=0$$

$$y = 20 - \frac{2}{3}(0)$$

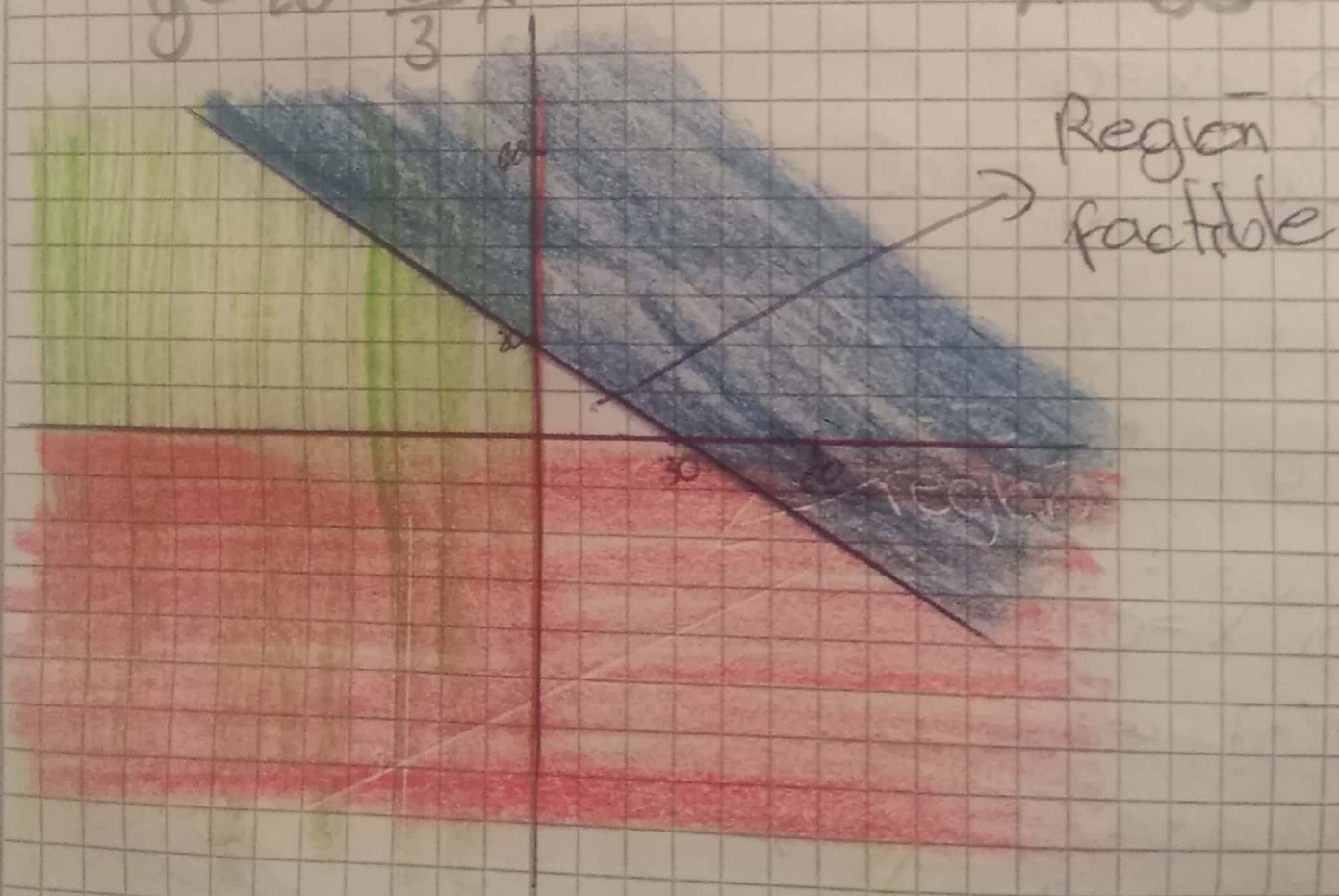
$$y = 20$$

$$\text{Si } y=0$$

$$0 = 20 - \frac{2}{3}x$$

$$x = -\frac{20}{-2/3}$$

$$x = 30$$





## Ejercicio de aplicación

$$Z = 200x + 100y$$

$$\begin{cases} 5x + 3y \leq 105 & x \geq 0 \\ 2x + 4y \leq 70 & y \geq 0 \end{cases}$$

Si  $x=0$

$$5(0) + 3y = 105$$

$$y = \frac{105}{3}$$

$$y = 35$$

Si  $y=0$

$$5x + 3(0) = 105$$

$$5x = 105$$

$$x = 105/5$$

$$x = 21$$

Si  $x=0$

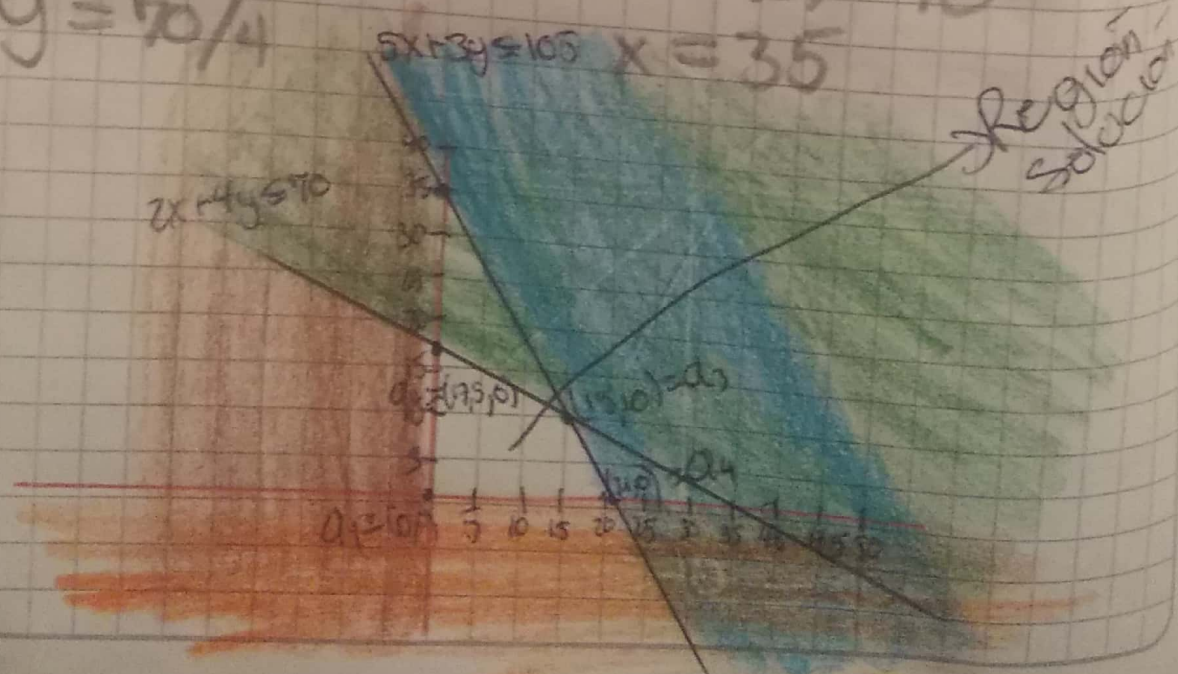
$$2(0) + 4y = 70$$

$$y = 70/4$$

Si  $y=0$

$$2x + 4(0) = 70$$

$$x = 35$$



$$y = \frac{105 - 5x}{3}$$

$$y = \frac{70 - 1}{4}x$$

$$y = 35 - \frac{5}{3}x$$

$$y = \frac{70}{4} - \frac{1}{2}x$$

$$35 - \frac{5}{3}x = \frac{70}{4} - \frac{1}{2}x$$

$$-\frac{5}{3}x + \frac{1}{2}x = \frac{70}{4} - 35$$

$$\frac{-10x + 3x}{6} = \frac{70 - 140}{4}$$

$$\frac{-7x}{6} = \frac{-70}{4}$$

$$x = \frac{-70 \cdot 6}{-4 \cdot 7} \Rightarrow x = \frac{-420}{-28} = 15$$

$$z(a_1, a_2, a_3, a_4) =$$

$$z(a_1) = 200(0) + 100(0) = 0$$

$$z(a_2) = 200(17,5) + 100(0) = 3500$$

$$z(a_3) = 200(15) + 100(10) = 3000 + 1000 = 4000$$

$$z(a_4) = 200(21) + 100(0) = 4200$$

$$\text{Max } z = (21, 0) = 4200$$



## Ejercicios de aplicación

1) Hallar las dimensiones que hacen mínimo el coste de un contenedor que tiene forma de paralelepípedo rectangular sabiendo que su volumen ha de ser  $9 \text{ m}^3$ , su altura  $1 \text{ m}$  y el coste de construcción por  $\text{m}^2$  es de 50€ para la base, 60 para la tapa y 40 para la pared lateral.

\* función a optimizar

$$C(x) = 110xy + 80(x+y)$$

\* Relacionamos las variables

$$9 = xy \quad \Rightarrow \quad y = \frac{9}{x}$$

\* Sustituimos en la función:

$$C(x) = 990 + 80\left(x + \frac{9}{x}\right)$$

\* Derivamos, igualamos a cero y calculamos las raíces

$$C'(x) = 80\left(1 - \frac{9}{x^2}\right)$$

$$80\left(1 - \frac{9}{x^2}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

$$y = 3$$



\* Realizamos la segunda derivada para comprobar el resultado.

$$C''(x) = \frac{1440}{x^3}$$

Al evaluar  $x > 3$  se obtiene  $C'' > 0$

De este modo se cumple que "si la segunda derivada es mayor que cero, entonces la función tiene un min relativo".

2) La concentración de ozono contaminante, en microgramos por metro cúbico, en una ciudad viene dada por la función  $C(x) = 90 + 15x - 0,6x^2$ , donde  $x$  es el tiempo transcurrido desde 1 de enero de 1990 contado en años.

¿Hasta qué año está creciendo la concentración de ozono?

¿Cuál es la concentración máx de ozono que se alcanza en esa ciudad?

$$C(x) = 90 + 15x - 0,6x^2$$

$$C'(x) = 15 - 1,2x$$

$$C'(x) = 0 \Rightarrow 15 - 1,2x = 0 \Rightarrow x = \frac{15}{1,2} = 12,5$$

$C'(x) = -1,2 < 0$ , por tanto,  $x = 12,5$  es máx

La concentración de ozono contaminante  
ha estado creciendo hasta 12,5 años  
después es decir, hasta el 30 de junio  
de 2002

La concentración máxima ha sido:

$$C(12,5) = 90 + 15 \cdot 12,5 - 0,6 (12,5)^2 = 58,75$$

microgramos por metro cúbico