

# Evolution of Trust via Trust Game

**Jonathan Sugijanto<sup>1</sup>, Melinda Alberta<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Department of Physics ITB



FI4172 Topik Khusus Sains Data Fisika  
Institut Teknologi Bandung



# Latar Belakang

Evolution of Trust via Trust Game

# Pendahuluan

Under review for J. R. Soc. Interface

Page 2 of 30

**INTERFACE**

rsif.royalsocietypublishing.org

Research

CrossMark

Article submitted to journal

Subject Areas:

evolution, biomathematics, computational mathematics

Keywords:

Decision-making,  $N$ -player trust game, Transformation incentive mechanism, Markov decision process

Author for correspondence:

Linjie Liu  
e-mail: linjeliu1992@nwafu.edu.cn

Liang Zhang  
e-mail: zhanglsd@126.com

Evolution of trust in the  $N$ -player trust game with transformation incentive mechanism

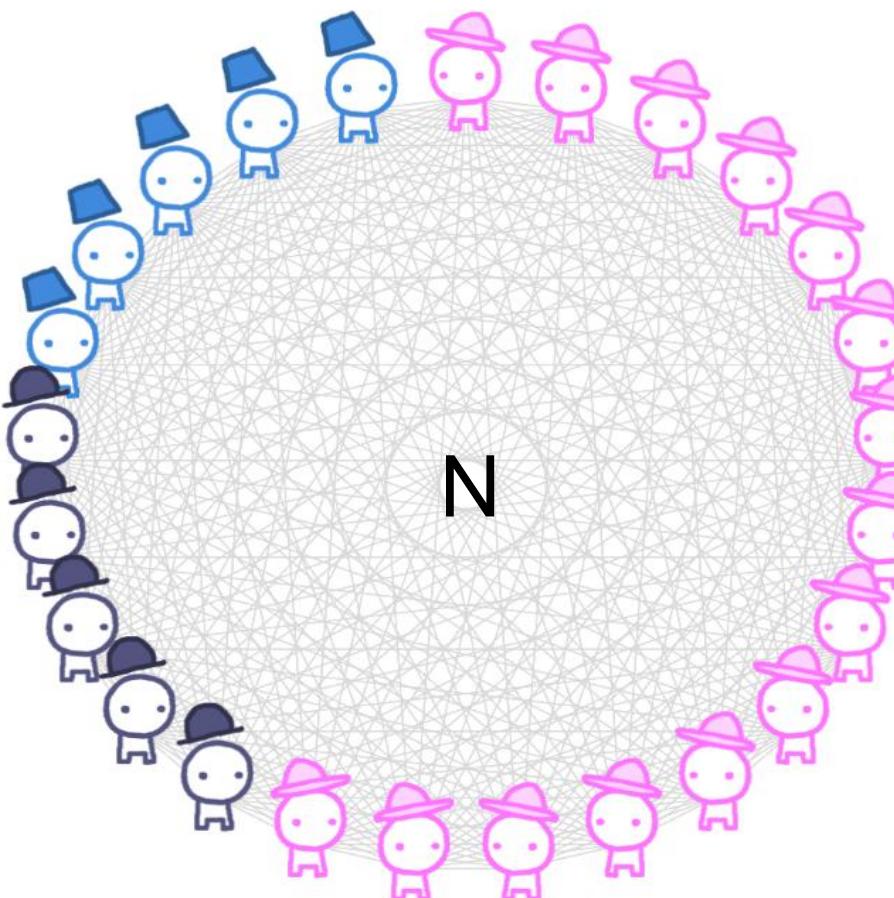
Yuyuan Liu<sup>1</sup>, Lichen Wang<sup>1</sup>, Ruqiang Guo<sup>1</sup>, Shijia Hua<sup>1</sup>, Linjie Liu<sup>1</sup>, Liang Zhang<sup>1</sup>, The Anh Han<sup>2</sup>

<sup>1</sup>College of Science, Northwest A&F University, Yangling, Shaanxi, China

<sup>2</sup>School of Computing, Engineering and Digital Technologies, Teesside University, Middlesbrough, United Kingdom

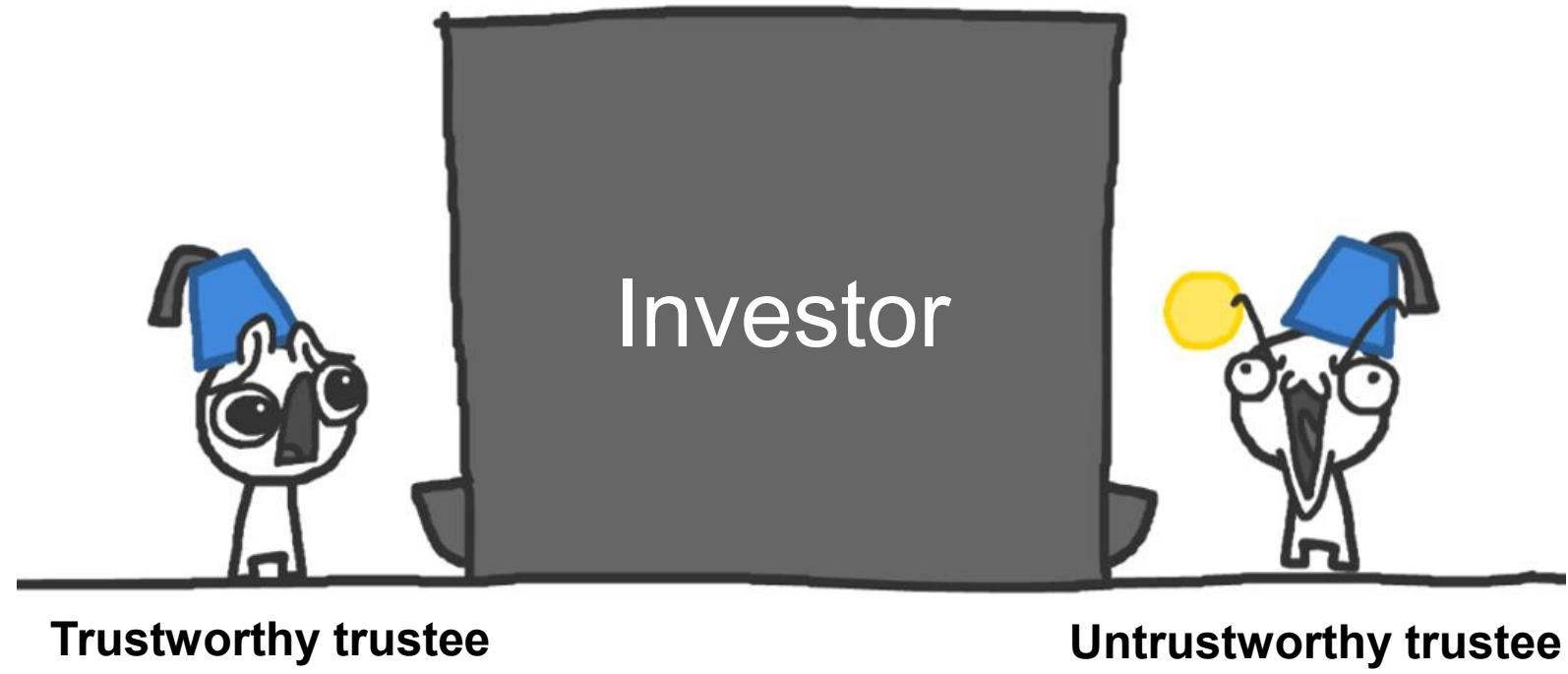
Trust game is commonly used to study the evolution of trust among unrelated individuals. It offers valuable insights into human interactions in a variety of disciplines, including economics, sociology, and psychology. Previous research has revealed that reward and punishment systems can effectively promote the evolution of trust. However, these investigations overlook the gaming environment, leaving unresolved the optimal conditions for employing distinct incentives to facilitate trust level effectively. To bridge this gap, we introduce a transformation incentive mechanism in an  $N$ -player trust game, where trustees are given different forms of incentives depending on the number of trustees in the group. Using the Markov decision process approach, our research shows that as incentives increase, the level of trust rises continuously, eventually reaching a high level of coexistence between investors and trustworthy trustees. Specifically, in the case of smaller incentives, rewarding trustworthy trustees is more effective. Conversely, with larger incentives, punishing untrustworthy trustees is greater efficacy. Furthermore, we find that moderate incentives positively influence the average payoff within the group.

Bagaimana kepercayaan bisa bertahan dalam kelompok, jika setiap orang memiliki pilihan strategi dan motivasi pribadi.



Gambar 1. Skema sekumpulan populasi  $N$ -orang [1]

# Pendahuluan

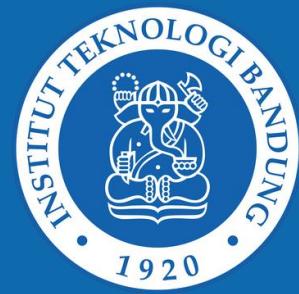


Gambar 2. Skema peran tiga jenis pemain [1]

## Mekanisme:

1. Investor memberi uang ke semua trustee (T dan U).
2. Trustee jujur (T) menggandakan uang dan mengembalikan ke investor.
3. Trustee yang tidak jujur (U) menggandakan uang, tapi tidak mengembalikan ke investor.

# Ide Utama: *Transformation Incentive Mechanism*

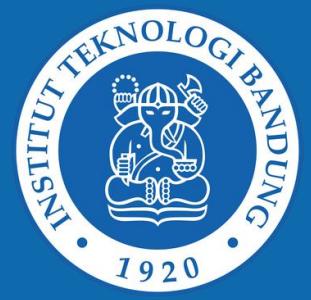


## Cara agar kepercayaan bisa tetap ada?

<b>Reward system</b>	Memberikan hadiah ke pemain jujur	Membutuhkan biaya, bisa disalahgunakan
<b>Punishment system</b>	Hukum pemain tidak jujur	Membuat suasana negatif

## *Transformation Incentive Mechanism*

- Parameter:  $M$  (*threshold*) untuk mengatur mode insentif.
- Teknis:
  - Jika jumlah trustee jujur lebih kecil dari  $M \rightarrow$  sistem memberikan *reward* ke trustee jujur.
  - Jika trustee jujur  $\geq M \rightarrow$  sistem memberikan *punishment* untuk trustee yang tidak jujur.
- Semua pemain harus bayar sedikit biaya insentif  $\delta$  di awal.



# Model dan Metode

Evolution of Trust via Trust Game

# Model

- Misal ada  $X$  partisipan yang terdiri dari  $i_I$  investor,  $i_T$  trustee jujur, dan  $i_U$  trustee tidak jujur ( $i_I + i_T + i_U = X$ )
- Setiap ronde diambil  $N$  partisipan acak yang membayar insentif  $\delta$  sebagai biaya perndaftaran. di mana terdapat
  - $N_I$  jumlah investor yang masing-masing menginvestasi  $t\nu$  dan dibagi sama rata ke trustee
  - $N_T$  jumlah trustee jujur yang masing-masing melipatgandakan modal  $R_T$  kali dan mengembalikan setengahnya ke investor
  - $N_U$  jumlah trustee tidak jujur yang masing-masing melipatgandakan modal  $R_U$  kali dan menyimpannya sendiri.
- Catatan: dipilih batasan  $1 < R_T < R_U < 2R_T$
- Karena pengambilan acak, probabilitas seorang investor bermain dengan partisipan tiap jenis  $N_I, N_T$ , dan  $N_U$  ialah

$$P(X - 1, i_I - 1, N - 1, N_I, N_T) = \frac{\binom{i_I - 1}{N_I} \binom{i_T}{N_T} \binom{X - i_I - i_T}{N - 1 - N_I - N_T}}{\binom{X - 1}{N - 1}}$$

# Model

- Dengan demikian, *payoff* ( $\pi_i$ ) tiap strategi per rondenya ialah sebesar

$$\pi_I = \begin{cases} -\delta & , N_I = N - 1 \\ \frac{R_T N_T}{N - 1 - N_I} tv - tv - \delta & , \text{lainnya} \end{cases} \quad \pi_T = \begin{cases} -\delta & , N_I = 0 \\ \frac{R_T N_I}{N - N_I} tv - \delta + \frac{N\delta}{N_T + 1} O_T(N_T) & , \text{lainnya} \end{cases} \quad \pi_U = \begin{cases} -\delta & , N_I = 0 \\ \frac{R_U N_I}{N - N_I} tv - \delta + \frac{N\delta}{N_U + 1} O_U(N_T) & , \text{lainnya} \end{cases}$$

- Dengan telah diperkenalkan faktor hadiah dan hukuman berupa  $O_T(N_T)$  dan  $O_U(N_T)$  yang memenuhi

$$O_T(N_T) = \begin{cases} 1 - \alpha & , N_T + 1 < M \\ \alpha & , N_T + 1 \geq M \end{cases}$$

$$O_U(N_T) = \begin{cases} -\alpha & , N_T < M \\ \alpha - 1 & , N_T \geq M \end{cases}$$

Contoh: bila  $\alpha = 0$ , ketika jumlah trustee jujur kurang dari  $M$ , trustee jujur akan diberi insentif tambahan berupa hadiah dari uang yang ditarik di awal permainan ( $\delta$  dari tiap pemain). Di lain sisi, jika lebih, trustee tidak jujur akan dihukum.

Pada presentasi ini, **hanya  $\alpha = 0$  yang ditinjau (pure reward and punishment).**

# Model

- Dengan mempertimbangkan probabilitas  $N_I, N_T$ , dan  $N_U$  sendiri, *payoff* rata-rata ( $\pi_i$ ) tiap strategi per rondenya ialah sebesar

$$f_I = \sum_{N_I=0}^{N-1} \sum_{N_T=0}^{N-1-N_I} P(X - 1, i_I - 1, i_T, N - 1, N_I, N_T) \times \pi_I$$

$$f_T = \sum_{N_I=0}^{N-1} \sum_{N_T=0}^{N-1-N_I} P(X - 1, i_I, i_T - 1, N - 1, N_I, N_T) \times \pi_T$$

$$f_U = \sum_{N_I=0}^{N-1} \sum_{N_T=0}^{N-1-N_I} P(X - 1, i_I, i_T, N - 1, N_I, N_T) \times \pi_U$$

- Setiap orang bisa memutuskan untuk mengganti strategi berdasarkan *payoff* sebelumnya. Dinamika ini disebut Markov Chain

# Model

- Untuk mensimulasikan tendensi imitasi seseorang dengan strategi A pindah ke strategi temannya (B) yang lebih untung (*social learning*), probabilitas perpindahannya dimodelkan fungsi fermi

$$P(f_B \leftarrow f_A) = \frac{1}{1 + \exp(-\omega(f_B - f_A))}$$

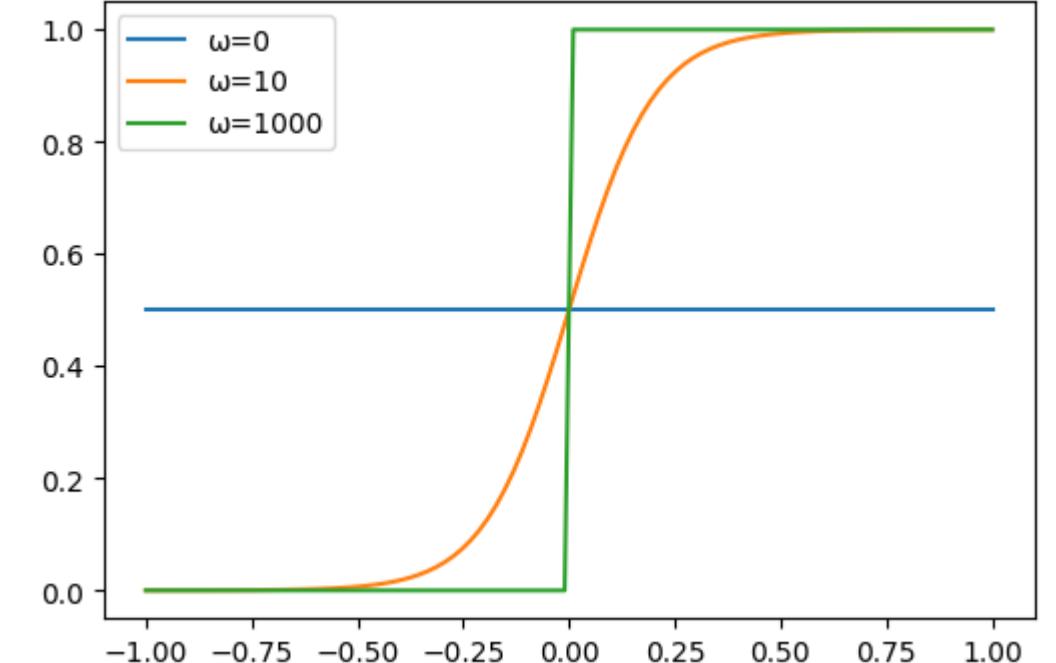
dengan  $\omega$  parameter intensitas seleksi.

- Selain itu, seseorang bisa juga pindah hanya karena ingin coba strategi lain, sebutlah probabilitasnya  $\mu$  dan probabilitas mengikuti teman  $1 - \mu$ . Sehingga probabilitas seseorang pindah dari A pindah ke B

$$T_{A \rightarrow B} = (1 - \mu) \left[ \frac{i_A}{X} \frac{i_B}{X - 1} \frac{1}{1 + \exp(-\omega(f_B - f_A))} \right] + \mu \frac{i_A}{2X}$$

- Dengan normalisasi didapat probabilitas tidak ada perpindahan

$$T_{A \rightarrow A} = 1 - \sum_{S \neq S'} T_{S \rightarrow S'}$$



# Model

- Apabila jumlah orang tiap strategi dinyatakan dalam vektor, transisi dapat dinyatakan sebagai matriks

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} i_T \\ i_I \\ i_U \end{pmatrix} \rightarrow \vec{x}' = \begin{pmatrix} T_{T \rightarrow T} & T_{I \rightarrow T} & T_{U \rightarrow T} \\ T_{T \rightarrow I} & T_{I \rightarrow I} & T_{U \rightarrow I} \\ T_{T \rightarrow U} & T_{I \rightarrow U} & T_{U \rightarrow U} \end{pmatrix} \vec{x}$$

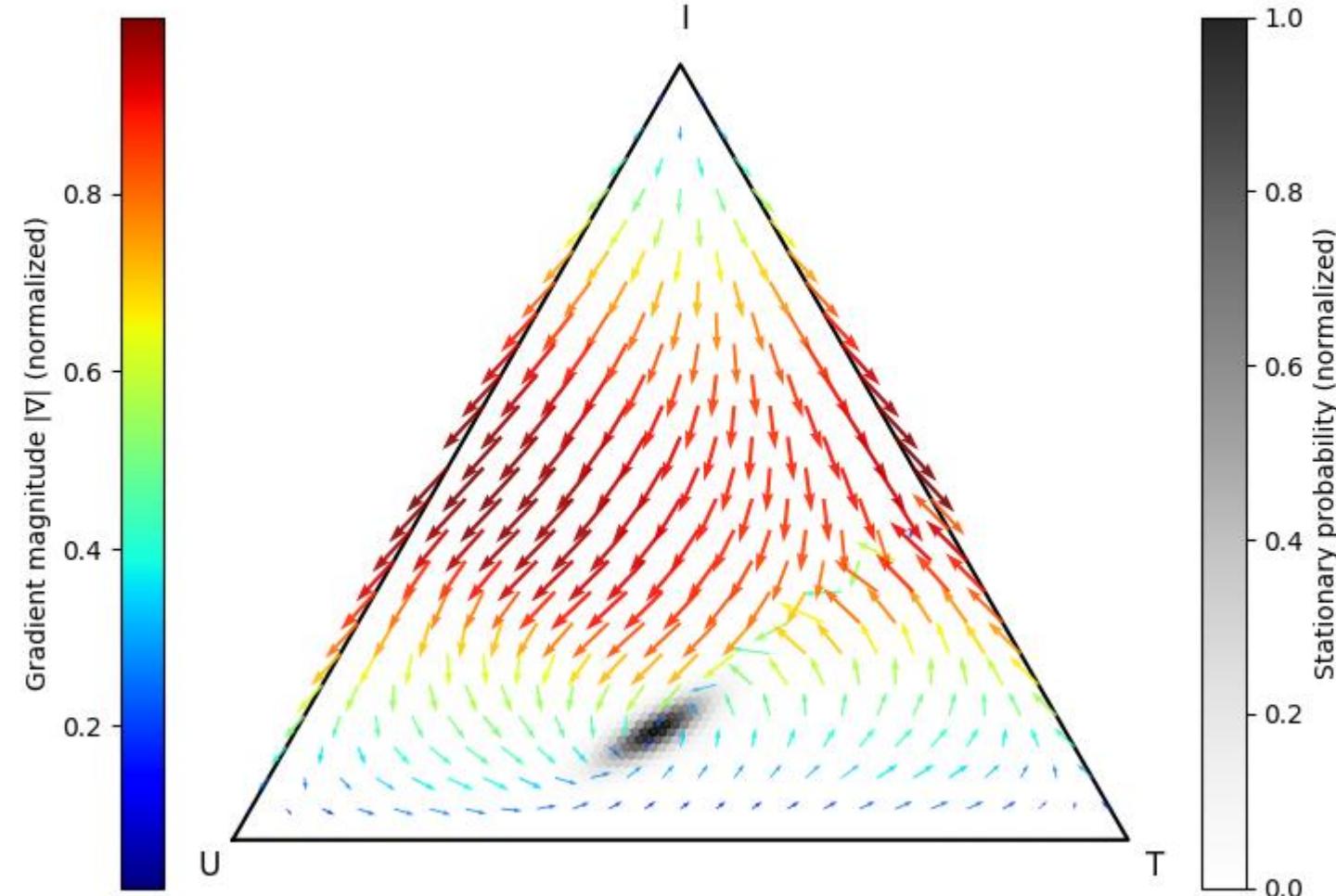
- Distribusi mencapai kesetimbangan (*stationary*) apabila  $\vec{x}' = \vec{x}$  (eigenvector)
- Evolusi menuju titik kesetimbangan dapat divisualisasi gradien

$$\nabla_k = (T_k^{T+} - T_k^{T-})\hat{u}_T + (T_k^{I+} - T_k^{I-})\hat{u}_I$$

dengan  $\hat{u}_T$  dan  $\hat{u}_I$  unit vektor arah T dan I,  $T^{S\pm}$  total  $T$  yang menambah/mengurangi  $S$ , dan  $k$  state (kombinasi  $i_T$  dan  $i_I$ ) yang ditinjau.

# Hasil Model

Stationary distribution + Gradient field on trust-game simplex  
 $X=100$ ,  $N=6$ ,  $RU=6.0$ ,  $RT=4.0$ ,  $tv=1.0$ ,  $\mu=0.01$ ,  $\omega=10.0$ ,  $\alpha=0.0$ ,  $\delta=0.25$ ,  $M=3$



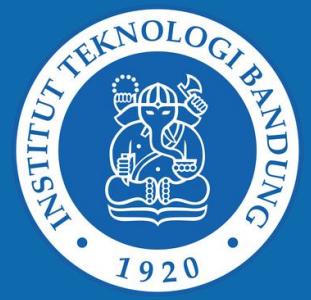
- Contoh hasil gradien dan distribusi stasioner. (Gambar kiri)
- Grafik stasioner dapat dirangkum frekuensi rata-rata strategi  $S$

$$\bar{p}_S = \sum_k \frac{(i_S)_k \bar{p}_k}{X}$$

Dengan  $\bar{p}_k$  distribusi stasioner

- Dapat dicari pula payoff rata-rata strategi  $S$

$$\bar{f}_S = \sum_k \bar{p}_k f_S(k)$$



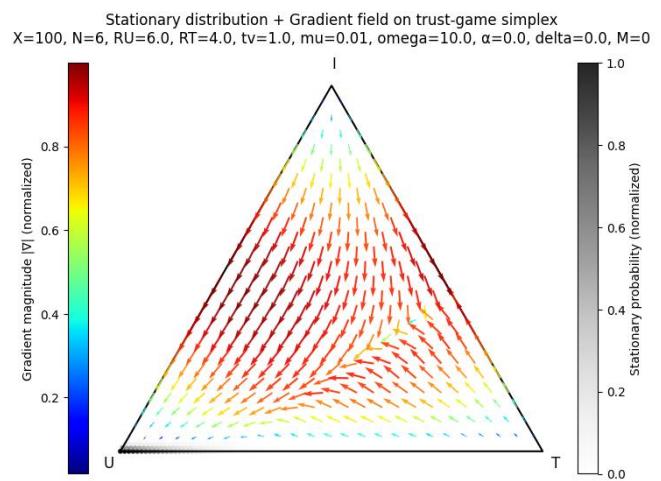
# Hasil dan Pembahasan

Evolution of Trust via Trust Game

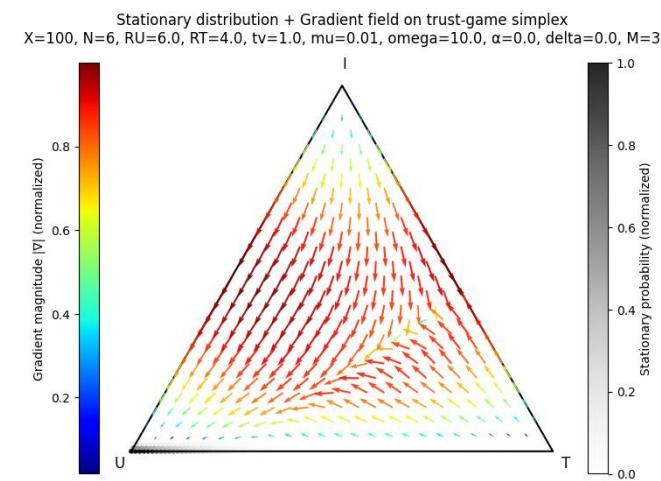
# Delta = 0

- Delta 0

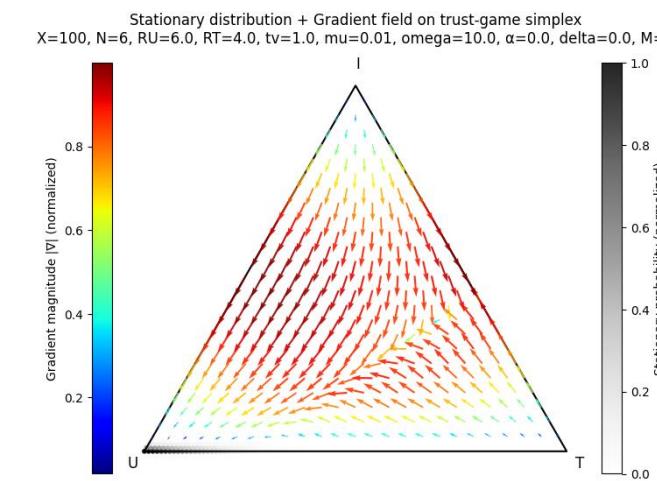
M=0



M=3



M=7



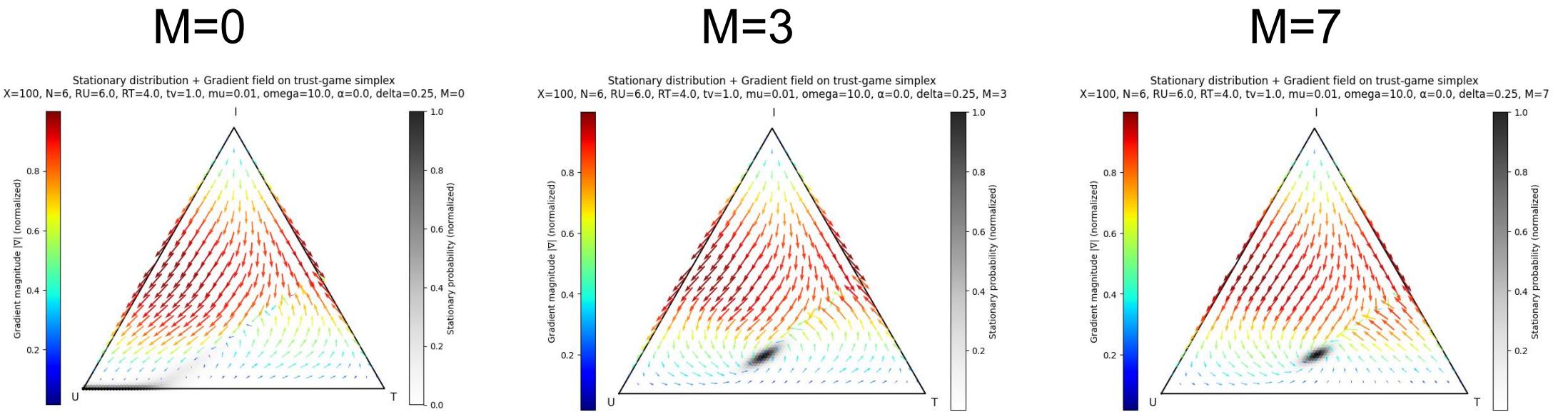
Ketika  $\delta = 0$  (tidak ada insentif):

- tidak ada yang mau investasi
- mayoritas jadi tidak jujur
- dilemma sosial

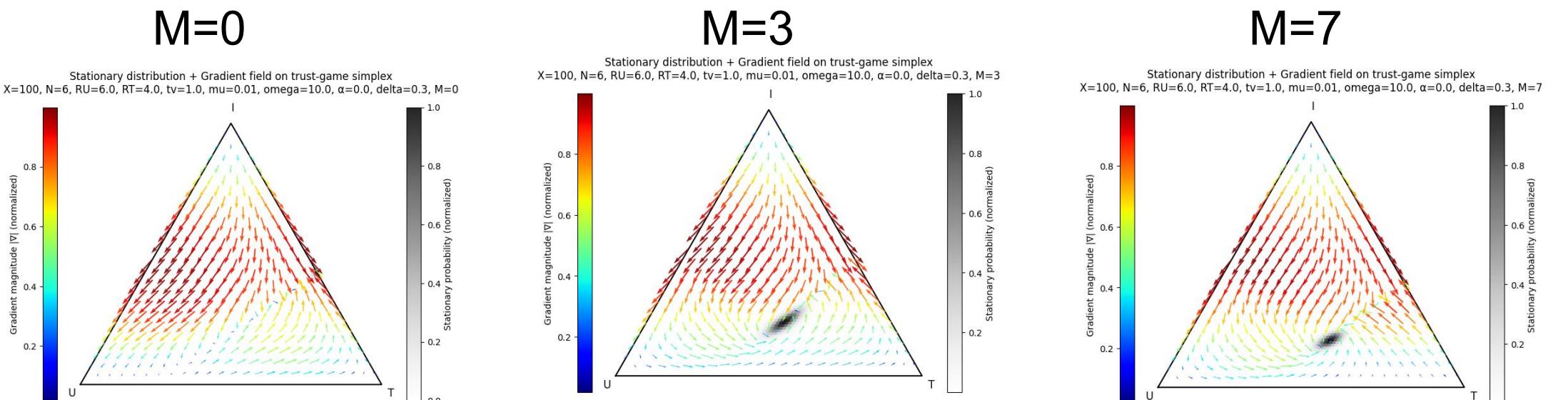
Gambar 4. Grafik Markov Chain untuk variasi M dan  $\delta$

# Variasi M untuk Delta Kecil

- Delta 0.25



- Delta 0.3

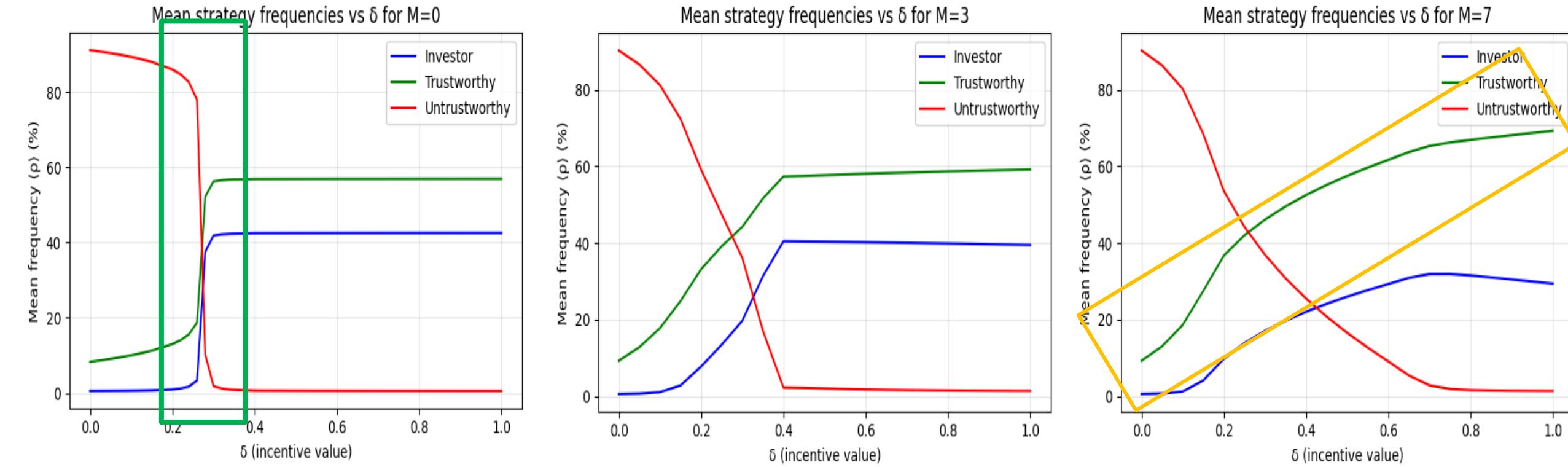


Gambar 4. Grafik Markov Chain untuk variasi M dan  $\delta$

Jika  $\delta > 0$  (kecil),  $M$  mulai berpengaruh

- Jika  $NT < M$  (*threshold*)  $\rightarrow$  sistem memberi *reward* ke trustee jujur (T).
- Jika  $NT \geq M$  (*threshold*)  $\rightarrow$  sistem memberi *punishment* ke trustee tidak jujur (U).
- $M = 0 \rightarrow punishment full \rightarrow$  Tetap tidak ada investasi
- $M = 3 \rightarrow$  setengah kemungkinan  $\rightarrow$  mulai terjadi evolusi *trust* (U menurun, I & T meningkat)
- $M = 7 \rightarrow reward full$ , daerah stasioner mendekati titik T

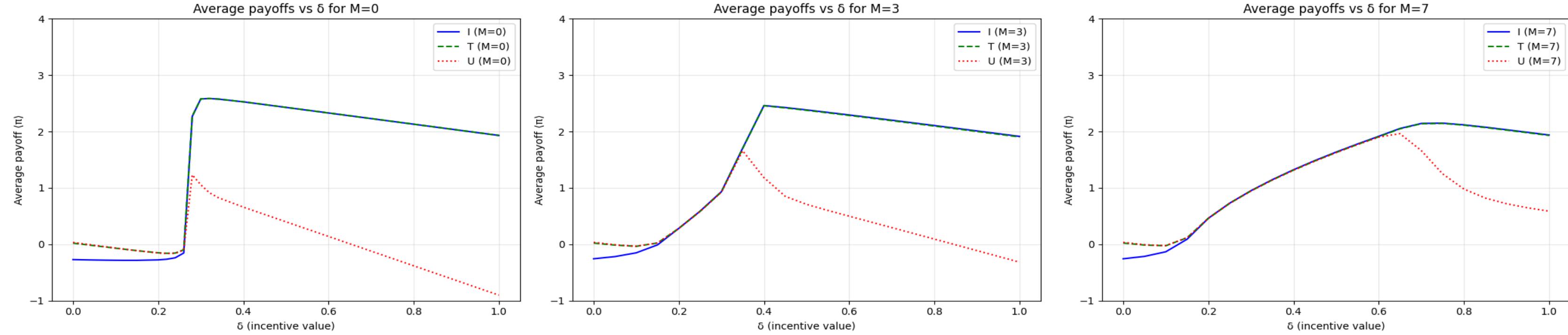
# Variasi Delta pada Berbagai M



Gambar 5. Rata-rata frekuensi strategi I, T, dan U ketika  $\delta$  dan M divariasikan.

- Setiap kali  $\delta$  naik  $\rightarrow$  U selalu turun, I dan T selalu naik.
- $\delta$  kecil: U masih dominan, trust mulai muncul lebih cepat M besar (*reward aktif*), tidak perlu dibagi banyak orang.
- $\delta$  besar: M kecil, punishment sangat berat (U takut dan menghilang lebih cepat).

# Payoff terhadap Delta dan M



Gambar 6. Kurva payoff rata-rata dari strategi I, T, dan U saat  $\delta$  divariasikan pada beberapa nilai threshold M.

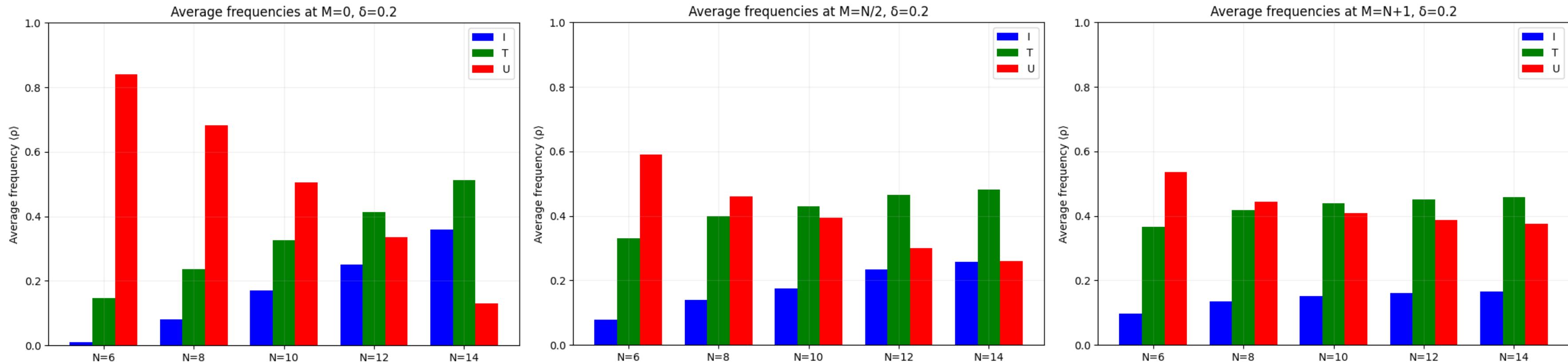
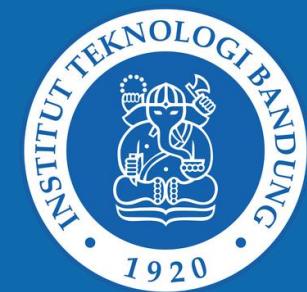
Ada rentang  $\delta$  tertentu yang optimal:

- $\delta$  dinaikkan  $\rightarrow$  semua strategi dapat payoff lebih besar (T dapat reward, U menjadi T, T naik I juga naik).
- $\delta$  terlalu besar  $\rightarrow$  semua payoff turun (biaya insentif > keuntungan).

Pengaruh M: posisi puncak bukit

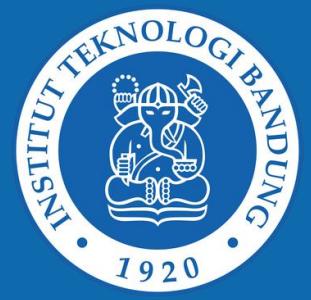
- M kecil  $\rightarrow$  puncak payoff pada  $\delta$  kecil  $\rightarrow$  punishment bersifat menekan.
- M besar  $\rightarrow$  puncak payoff pada  $\delta$  besar  $\rightarrow$  reward saja kurang kuat menekan U (butuh  $\delta$  besar).

# Pengaruh Jumlah Pemain per Ronde



Gambar 7. frekuensi rata-rata strategi I, T, dan U pada  $\delta$  yang sama, dengan tiga nilai M berbeda dan ukuran grup N bervariasi.

- Bentuk cenderung menghasilkan peningkatan I dan T, serta penurunan U.
- Kalau N besar, total biaya insentif =  $N \times \delta$  (semakin besar).
- M kecil = *punishment* aktif (agresif), perubahan fluktuatif.
- M besar = *reward* aktif, perubahan lebih halus.



# Kesimpulan

Evolution of Trust via Trust Game

# Kesimpulan

- Peningkatan biaya insentif  $\delta$  secara umum menaikkan frekuensi strategi I dan T, serta menurunkan U.
- Nilai *threshold* M menentukan mekanisme *reward* (M besar)/*punishment* (M kecil).
- Terdapat rentang  $\delta$  optimal, *reward/punishment* cukup kuat tanpa membebani pemain terlalu besar.
- Ukuran grup N memengaruhi total biaya dan dinamika perpindahan strategi.



# Thank You

FI4172 Topik Khusus Sains Data Fisika  
Institut Teknologi Bandung