

Evolution of Trust via Trust Game

Jonathan Sugijanto^{1*} dan Melinda Alberta¹

¹Departemen Fisika – Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung, Bandung, Indonesia

*E-mail: 10222007@mahasiswa.itb.ac.id

Abstract. Penelitian ini menganalisis evolusi kepercayaan dalam N-player *trust game* dengan menerapkan *transformation incentive mechanism*, yaitu mekanisme insentif adaptif yang menggabungkan *reward* dan *punishment* berdasarkan kondisi populasi. Model mencakup tiga strategi—investor (I), trustee jujur (T), dan trustee tidak jujur (U)—dengan dinamika evolusi yang ditentukan oleh *replicator dynamics*, distribusi hipergeometrik untuk *payoff*, serta *transition matrix approach* berbasis fungsi Fermi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa tanpa insentif ($\delta = 0$), populasi selalu menuju dominasi strategi tidak jujur, sehingga *trust* menghilang sepenuhnya. Ketika insentif diberikan, bahkan dalam jumlah kecil, mekanisme transformatif mampu mematahkan dilema sosial dengan meningkatkan fitness relatif dari strategi jujur. Variasi *threshold* M dan besar insentif δ menghasilkan efek yang berbeda: M kecil memperkuat *punishment* dan cepat menekan strategi U, sedangkan M besar memperkuat *reward* dan menumbuhkan T secara lebih stabil. Terdapat pula nilai δ optimal dimana *payoff* kolektif mencapai maksimum sebelum biaya insentif menjadi terlalu besar. Selain itu, peningkatan ukuran grup N memperkuat efektivitas insentif, terutama *punishment*, sehingga mempercepat munculnya perilaku kooperatif. Secara keseluruhan, mekanisme *transformation incentive* terbukti efektif menjaga keberlanjutan *trust* dalam populasi dengan menyesuaikan insentif terhadap kondisi strategis yang sedang berlangsung.

1. Pendahuluan

Kepercayaan (*trust*) merupakan elemen fundamental dalam menjaga keberlanjutan kerja sama di antara individu dalam sistem sosial maupun ekonomi. Dalam konteks interaksi strategis, kepercayaan tidak selalu mudah dipertahankan karena setiap individu memiliki kepentingan pribadi yang dapat mendorong perilaku oportunistik [1], [2]. Salah satu pendekatan teoretis yang banyak digunakan untuk mempelajari dinamika ini adalah *Evolutionary Game Theory* (EGT), yang menjelaskan bagaimana strategi perilaku dapat muncul, menyebar, atau menghilang di dalam suatu populasi seiring waktu [3], [4].

Untuk menganalisis evolusi kepercayaan, model yang sering digunakan adalah *N-player trust game*, di mana setiap ronde permainan melibatkan tiga jenis pemain: *investor* (I), *trustworthy trustee* (T), dan *untrustworthy trustee* (U) [5], [6]. *Investor* berperan sebagai pihak yang menanamkan modal dengan tingkat kepercayaan tertentu, sementara *trustee* dapat memilih untuk mengembalikan investasi beserta keuntungannya (T) atau menahan seluruh hasil investasi untuk dirinya sendiri (U). Ketika jumlah *trustee* yang tidak jujur meningkat, *investor* cenderung kehilangan kepercayaan dan berhenti berpartisipasi, sehingga kepercayaan dalam populasi dapat menghilang secara evolusioner [7].

Berbagai studi sebelumnya mencoba menjaga stabilitas kepercayaan melalui dua mekanisme utama: sistem *reward* yang memberi insentif pada pemain jujur, dan sistem *punishment* yang

memberikan sanksi pada pemain yang tidak jujur [8], [9]. Namun, kedua pendekatan tersebut memiliki keterbatasan. Sistem *reward* memerlukan biaya tambahan dan dapat disalahgunakan, sedangkan *punishment* berpotensi menimbulkan efek sosial negatif seperti perpecahan atau penurunan utilitas kelompok [10].

Untuk mengatasi masalah tersebut, penelitian dalam laporan ini membahas mekanisme insentif baru dalam jurnal acuan utama yang disebut *transformation incentive mechanism*, yang bersifat adaptif terhadap kondisi populasi [7]. Mekanisme ini memperkenalkan dua parameter utama, yaitu ambang batas jumlah *trustee* jujur (*threshold*, M) dan parameter pencampuran insentif (α). Ketika jumlah pemain jujur dalam populasi lebih rendah dari ambang batas M , sistem akan mengaktifkan *reward* bagi *trustee* jujur. Sebaliknya, ketika jumlah pemain jujur melebihi M , sistem akan mengubah mode menjadi *punishment* untuk pemain yang tidak jujur. Dengan demikian, sistem ini dapat menyesuaikan bentuk insentif berdasarkan tingkat kejujuran dalam populasi, menghargai kejujuran saat langka, dan menghukum ketidakjujuran saat marak terjadi.

Dalam penelitian ini, dinamika evolusi strategi dianalisis menggunakan kerangka *replicator dynamics* dan *transition matrix approach* dari teori permainan evolusioner. Model ini memanfaatkan distribusi hipergeometrik untuk menghitung nilai harapan dari *payoff* setiap strategi, serta fungsi Fermi untuk menentukan probabilitas pemain meniru strategi lain berdasarkan perbedaan keuntungan yang diperoleh. Seluruh transisi antar strategi direpresentasikan dalam bentuk matriks transisi, yang kemudian digunakan untuk memperoleh distribusi stasioner sistem. Hasil analisis menunjukkan bahwa mekanisme *transformation incentive* mampu mempertahankan tingkat kepercayaan yang stabil dalam jangka panjang, sekaligus mengurangi biaya sosial yang timbul dari sistem *reward* atau *punishment* murni. Temuan ini memberikan wawasan penting dalam desain kebijakan atau sistem sosial yang bertujuan menjaga keberlanjutan kerja sama berbasis kepercayaan.

2. Model dan Metode

2.1 Model Permainan

Model evolusi kepercayaan ini didasarkan pada sebuah *trust game* yang terdiri atas X partisipan, masing-masing memilih salah satu dari tiga strategi: investor (i_I), trustee jujur (i_T), dan trustee tidak jujur (i_U), dengan syarat $i_I + i_T + i_U = X$. Pada setiap ronde permainan, sejumlah N pemain dipilih secara acak untuk berpartisipasi dan setiap pemain yang terpilih membayar biaya pendaftaran sebesar δ . Seorang pemain yang dipilih akan melihat adanya N_I investor, N_T trustee jujur, dan N_U trustee tidak jujur sehingga $N_I + N_T + N_U + 1 = N$. Setiap investor menginvestasikan modal tetap sebesar tv dan total investasi dibagi rata kepada seluruh trustee yang hadir pada ronde tersebut. Trustee jujur menggandakan modal yang mereka terima sebesar R_T dan mengembalikan separuh dari hasil tersebut kepada investor, sedangkan trustee tidak jujur menggandakan modal dengan faktor R_U namun menyimpan seluruh hasil penggandaan. Untuk menjaga struktur permainan yang realistis namun tetap mendorong ketegangan strategi, ditetapkan batasan parameter $1 < R_T < R_U < 2R_T$.

Satu konvensi penting dalam perhitungan ialah bahwa ketika *payoff* seorang pemain strategi i sedang ditinjau, maka jumlah pemain strategi yang sama di dalam konfigurasi tidak menghitung pemain tersebut. Dengan demikian, jumlah pemain yang “sejenis” secara matematis dituliskan sebagai N_i meskipun total sesungguhnya adalah $N_i + 1$. Karena pemilihan peserta ronde bersifat acak, maka peluang seorang investor bahwa konfigurasi lawan mainnya adalah (N_I, N_T, N_U) mengikuti distribusi hipergeometrik. Probabilitas tersebut dinyatakan sebagai

$$P(X-1, i_I-1, N-1, N_I, N_T) = \frac{\binom{i_I-1}{N_I} \binom{i_T}{N_T} \binom{X-i_I-i_T}{N-1-N_I-N_T}}{\binom{X-1}{N-1}}$$

yang menyatakan peluang bahwa, dari seluruh pemain kecuali investor yang ditinjau, sejumlah N_I lainnya adalah investor, N_T trustee jujur, dan sisanya trustee tidak jujur.

Payoff yang diterima seorang pemain pada suatu ronde bergantung pada komposisi pemain dalam ronde tersebut. Untuk investor, payoff diperoleh setelah mempertimbangkan modal yang kembali dari trustee jujur, dikurangi investasi awal dan biaya pendaftaran. Secara umum, payoff investor dinyatakan sebagai

$$\pi_I = \begin{cases} -\delta & , N_I = N-1 \\ \frac{R_T N_T}{N-1-N_I} tv - tv - \delta & , \text{lainnya} \end{cases}$$

yang menunjukkan bahwa bila seluruh pemain lain adalah investor, tidak ada trustee yang dapat mengembalikan modal sehingga investor hanya kehilangan biaya pendaftaran. Untuk trustee jujur, payoff ditentukan oleh modal yang mereka terima dari investor, hasil penggandaan, serta komponen hadiah atau penalti yang diberikan oleh mekanisme insentif. Payoff trustee jujur dinyatakan sebagai

$$\pi_T = \begin{cases} -\delta & , N_I = 0 \\ \frac{R_U N_I}{N-N_I} tv - \delta + \frac{N\delta}{N_T+1} O_T(N_T) & , \text{lainnya} \end{cases}$$

sedangkan trustee tidak jujur memperoleh payoff

$$\pi_U = \begin{cases} -\delta & , N_I = 0 \\ \frac{R_U N_I}{N-N_I} tv - \delta + \frac{N\delta}{N_U+1} O_U(N_T) & , \text{lainnya} \end{cases}$$

yang merepresentasikan keuntungan penuh dari penggandaan modal investor, dikurangi biaya pendaftaran dan ditambah/kurang insentif bergantung pada fungsi $O_U(N_T)$.

Semua insentif tambahan diatur melalui dua buah fungsi, masing-masing $O_T(N_T)$ untuk trustee jujur dan $O_U(N_T)$ untuk trustee tidak jujur. Kedua fungsi bergantung pada jumlah trustee jujur di dalam ronde serta parameter kontrol α . Mekanisme ini dirumuskan sebagai

$$O_T(N_T) = \begin{cases} 1-\alpha & , N_T+1 < M \\ \alpha & , N_T+1 \geq M \end{cases}$$

$$O_U(N_T) = \begin{cases} -\alpha & , N_T < M \\ \alpha-1 & , N_T \geq M \end{cases}$$

Dalam studi ini digunakan kasus khusus $\alpha = 0$ sehingga skema insentif menjadi *pure reward-and-punishment*. Pada kondisi ini, trustee jujur mendapatkan hadiah ketika jumlah mereka di bawah ambang M , sedangkan trustee tidak jujur menerima penalti ketika jumlah trustee jujur melampaui ambang tersebut. Karena insentif berasal dari biaya pendaftaran δ yang dibayarkan seluruh pemain, mekanisme ini memungkinkan redistribusi reward atau penalti tanpa mengubah modal permainan secara keseluruhan.

Untuk mempelajari dinamika jangka panjang, payoff yang digunakan bukan payoff satu ronde, tetapi nilai rata-rata atas seluruh kemungkinan konfigurasi pemain yang dapat muncul. Dengan menggunakan probabilitas hipergeometrik pada pemilihan pemain, diperoleh harapan payoff masing-masing strategi. Payoff rata-rata investor diberikan oleh

$$f_I = \sum_{N_I=0}^{N-1} \sum_{N_T=0}^{N-1-N_I} P(X-1, i_I-1, i_T, N-1, N_I, N_T) \times \pi_I$$

sedangkan untuk trustee jujur dan tidak jujur masing-masing diberikan oleh

$$f_T = \sum_{N_I=0}^{N-1} \sum_{N_T=0}^{N-1-N_I} P(X-1, i_I, i_T-1, N-1, N_I, N_T) \times \pi_T$$

$$f_U = \sum_{N_I=0}^{N-1} \sum_{N_T=0}^{N-1-N_I} P(X-1, i_I, i_T, N-1, N_I, N_T) \times \pi_U$$

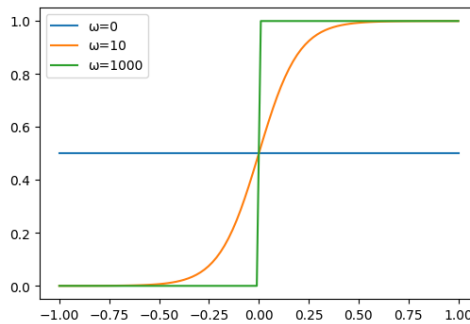
Nilai f_I, f_T, f_U berperan sebagai *fitness* evolusioner dari masing-masing strategi. Setelah setiap ronde, setiap pemain diberikan kesempatan untuk mempertimbangkan perubahan strategi berdasarkan payoff yang diterimanya, dan proses perubahan strategi ini terjadi secara probabilistik. Ketika probabilitas perpindahan strategi hanya bergantung pada keadaan populasi saat ini, dinamika populasi strategi tersusun sebagai sebuah rantai Markov. Diagram transisi antar-keadaan, serta aturan probabilitas perpindahan strategi, diberikan lebih rinci pada subbab berikutnya.

2.2 Dinamika Perpindahan Strategi

Perubahan strategi antar-pemain dimodelkan melalui mekanisme *social learning*, yaitu kecenderungan seorang pemain dengan strategi A meniru strategi pemain lain B apabila payoff yang diperoleh B lebih tinggi. Untuk menangkap proses imitasi yang bersifat probabilistik, digunakan fungsi Fermi yang memberikan peluang perpindahan dari A ke strategi teman B sebesar

$$P(f_B \leftarrow f_A) = \frac{1}{1 + \exp(-\omega(f_B - f_A))}$$

di mana ω merupakan parameter intensitas seleksi. Ketika $\omega = 0$, semua strategi dianggap setara sehingga perpindahan strategi bersifat acak sepenuhnya. Untuk ω menengah, perbedaan payoff mulai memengaruhi pilihan pemain, sementara untuk ω besar, perbedaan payoff sekecil apa pun akan segera mendorong pemain A untuk meniru B . Representasi visual fungsi ini untuk berbagai nilai ω ditunjukkan pada Gambar 1 yang memperlihatkan kurva semakin curam seiring meningkatnya intensitas seleksi.



Gambar 1. Ilustrasi probabilitas *social learning* model fungsi Fermi.

Selain mekanisme imitasi, seorang pemain juga dapat berpindah strategi secara spontan karena keinginan untuk mengeksplorasi pilihan lain, yang diberikan oleh probabilitas mutasi μ . Dengan peluang $1 - \mu$ pemain mengikuti *social learning*, dan dengan peluang μ pemain memilih strategi acak lain, maka probabilitas perpindahan dari strategi A ke B diberikan oleh

$$T_{A \rightarrow B} = (1 - \mu) \left[\frac{i_A}{X} \frac{i_B}{X-1} \frac{1}{1 + \exp(-\omega(f_B - f_A))} \right] + \mu \frac{i_A}{2X}$$

Suku pertama menyatakan perpindahan berdasarkan imitasi, mempertimbangkan peluang memilih seorang pemain A , memilih seorang teman B , serta probabilitas Fermi. Sementara itu, suku kedua menyatakan perpindahan acak dari A ke salah satu dari dua strategi lainnya. Dengan menormalkan seluruh probabilitas perpindahan, diperoleh probabilitas bertahan pada strategi yang sama,

$$T_{A \rightarrow A} = 1 - \sum_{S \neq S'} T_{S \rightarrow S'}$$

Persamaan ini memastikan bahwa total peluang perpindahan dari satu strategi berjumlah satu sehingga model konsisten sebagai sebuah rantai Markov.

Apabila jumlah pemain pada setiap strategi dinyatakan dalam bentuk vektor keadaan $\vec{x} = (i_T, i_I, i_U)^T$, maka perubahan keadaan sepenuhnya dapat dinyatakan sebagai operasi linier menggunakan matriks transisi. Peralihan menuju keadaan berikutnya \vec{x}' , dirumuskan sebagai

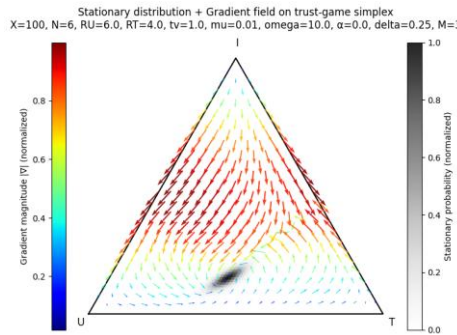
$$\vec{x}' = \begin{pmatrix} T_{T \rightarrow T} & T_{I \rightarrow T} & T_{U \rightarrow T} \\ T_{T \rightarrow I} & T_{I \rightarrow I} & T_{U \rightarrow I} \\ T_{T \rightarrow U} & T_{I \rightarrow U} & T_{U \rightarrow U} \end{pmatrix} \vec{x}$$

Matriks ini mendeskripsikan semua perpindahan antar-strategi dalam satu langkah pembaruan. Dalam konteks rantai Markov, distribusi populasi mencapai keadaan stasioner ketika $\vec{x}' = \vec{x}$, yaitu ketika vektor keadaan menjadi eigenvektor dari matriks transisi dengan nilai eigen 1. Keadaan stasioner ini mewakili distribusi jangka panjang yang tidak berubah lagi dari waktu ke waktu, sehingga dapat digunakan untuk menganalisis kestabilan berbagai komposisi populasi.

Untuk menggambarkan arah evolusi menuju titik stasioner, digunakan medan gradien pada ruang keadaan. Untuk setiap titik keadaan k , gradien perubahan jumlah trustee (T) dan investor (I) dirumuskan melalui selisih probabilitas transisi yang menambah dan mengurangi setiap strategi. Gradien tersebut dituliskan sebagai

$$\nabla_k = (T_k^{T+} - T_k^{T-})\hat{u}_T + (T_k^{I+} - T_k^{I-})\hat{u}_I$$

di mana \hat{u}_T dan \hat{u}_I adalah vektor satuan arah peningkatan masing-masing strategi, dan T^{S+} serta T^{S-} menyatakan probabilitas total yang menambah dan mengurangi strategi S . Dengan memetakan gradien ini pada seluruh kombinasi (i_T, i_I) , diperoleh diagram alir evolusi strategi menuju titik-titik yang bersifat stabil, tidak stabil, atau *saddle*.



Gambar 2. Contoh dinamika evolusi jumlah investor I , trustee jujur T , dan trustee tidak jujur U dengan parameter $X = 100$, $N = 6$, $R_U = 6$, $R_T = 4$, $tv = 1$, $\mu = 0.01$, $\omega = 10$, $\delta = 0.25$, dan $M = 3$. Panah menunjukkan gradient seleksi strategi, besar gradient sebanding dengan besar dan warna panah. Distribusi stasioner juga dapat dilihat dari daerah gelap pada grafik.

Contoh hasil visualisasi gradien ditunjukkan pada Gambar 2, berupa diagram berbentuk segitiga yang merepresentasikan seluruh kemungkinan kombinasi proporsi pemain di strategi T , I , dan U . Panah menunjukkan arah evolusi, dengan panjang dan warna merepresentasikan besar gradien: semakin merah dan semakin panjang panah, semakin kuat kecenderungan evolusi menuju arah tersebut. Pada gambar yang sama juga ditampilkan distribusi stasioner sebagai awan titik berwarna gelap, yang mengindikasikan kondisi jangka panjang paling sering dikunjungi oleh sistem.

Dari distribusi stasioner tersebut dapat dihitung berbagai besaran statistik populasi. Misalnya, frekuensi rata-rata strategi tertentu S diberikan oleh

$$\bar{\rho}_S = \sum_k \frac{(i_S)_k \bar{p}_k}{X}$$

dengan \bar{p}_k merupakan peluang keadaan k dalam distribusi stasioner. Besaran ini memberikan gambaran berapa persen populasi yang secara rata-rata memainkan strategi tertentu setelah sistem mencapai keadaan jangka panjang.

Selain itu, dapat pula dihitung payoff rata-rata yang diterima oleh masing-masing strategi pada kondisi stasioner, yang didefinisikan sebagai

$$\bar{f}_S = \sum_k \bar{p}_k f_S(k)$$

dengan $f_S(k)$ merupakan payoff strategi S ketika sistem berada pada keadaan k . Payoff rata-rata ini memberikan informasi mengenai keberhasilan jangka panjang suatu strategi pada dinamika evolusioner yang dipengaruhi oleh kombinasi reward–punishment, imitasi sosial, dan mutasi acak.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Kasus Insentif Kecil

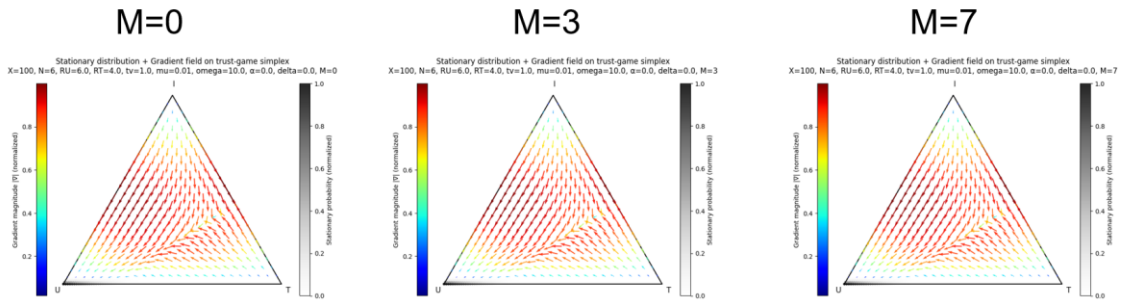
Pada kondisi tanpa insentif sama sekali ($\delta = 0$), sistem memperlihatkan dinamika yang sepenuhnya didorong oleh payoff dasar permainan trust. Hasil simulasi pada Gambar 3 menunjukkan bahwa, untuk semua nilai ambang insentif M , populasi secara konsisten bergerak menuju titik stasioner yang didominasi oleh strategi tidak jujur (U), sementara strategi investasi (I) dan strategi trustee jujur (T) hampir sepenuhnya menghilang. Pola ini muncul karena tidak adanya mekanisme tambahan yang dapat menyeimbangkan risiko investasi maupun mendorong trustee untuk bersikap jujur. Tanpa reward atau punishment, pilihan paling menguntungkan dalam jangka pendek adalah mengeksploitasi investor, sehingga mayoritas populasi akhirnya meninggalkan perilaku kooperatif. Fenomena ini secara langsung menggambarkan dilema sosial: setiap individu yang bertindak rasional memilih ketidakjujuran, tetapi hasil kolektif yang tercapai justru buruk bagi semua pihak.

Ketika insentif mulai diberikan ($\delta > 0$) meskipun kecil, struktur dinamika berubah secara signifikan. Tidak seperti $\delta = 0$, sekarang nilai ambang M menentukan apakah sistem cenderung memberi penghargaan kepada trustee jujur (T) atau justru menghukum trustee tidak jujur (U). Jika jumlah trustee jujur dalam satu putaran lebih kecil dari ambang ($N_T < M$), maka sistem cenderung memberikan reward kepada T, sehingga strategi jujur memperoleh keunggulan relatif. Sebaliknya, jika jumlah trustee jujur sudah cukup banyak ($N_T \geq M$), sistem justru mengaktifkan punishment kepada U, yang secara efektif menurunkan manfaat menjadi tidak jujur.

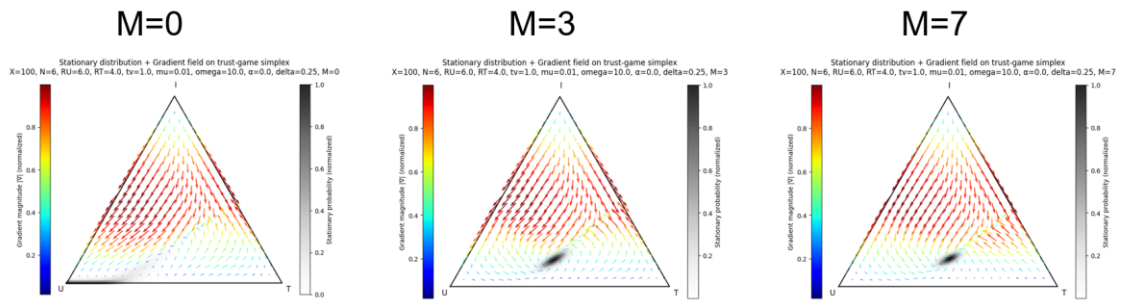
Hasil simulasi memperlihatkan bahwa untuk $M = 0$, yaitu ketika punishment selalu aktif dan tidak pernah ada reward, populasi masih tetap terperangkap pada keadaan tanpa investasi.

Punishment saja, tanpa kemungkinan reward, tidak cukup untuk menciptakan lingkungan yang kondusif bagi munculnya trust. Sebaliknya, ketika $M = 3$, reward dan punishment memiliki peluang yang berimbang tergantung kondisi populasi. Pada nilai ambang ini, evolusi trust mulai terlihat: strategi tidak jujur (U) berkurang, sementara investasi (I) serta trustee jujur (T) mulai

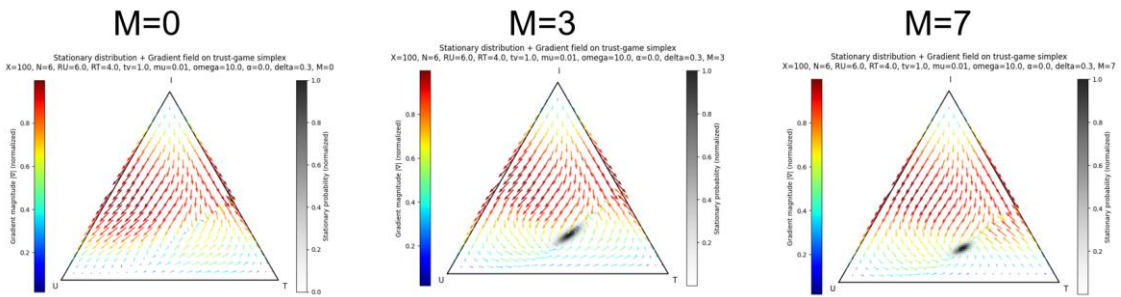
Delta 0



Delta 0.25



Delta 0.3

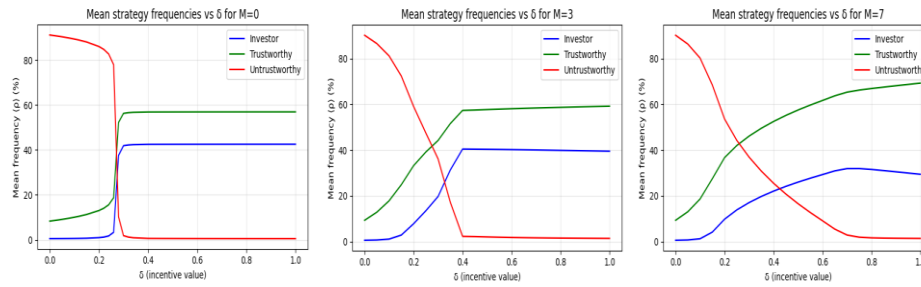


Gambar 3. Dinamika evolusi populasi strategi untuk berbagai δ dan M .

bertambah. Keadaan stasioner tidak lagi berada di sudut U, tetapi bergeser ke wilayah tengah segitiga distribusi. Terakhir, untuk $M = 7$ —yang berarti reward selalu aktif—solusi stasioner bergerak mendekati titik T murni, menandakan bahwa insentif yang sepenuhnya bersifat penghargaan lebih efektif menumbuhkan populasi yang didominasi strategi jujur. Meski demikian, reward penuh ini tidak otomatis meningkatkan jumlah investor; peningkatan trust hanya terjadi apabila probabilitas migrasi investor juga terpengaruh oleh meningkatnya jumlah trustee jujur.

Temuan dari berbagai nilai M dan δ ini menunjukkan bahwa bahkan insentif kecil dapat mematahkan dominasi dilema sosial, selama mekanisme transisinya memungkinkan kombinasi reward dan punishment bekerja secara adaptif. Dengan kata lain, insentif kecil mampu mengubah struktur fitness landscape sehingga T memperoleh keuntungan relatif yang tidak muncul dalam permainan dasar tanpa intervensi.

3.2 Variasi Delta pada Berbagai M



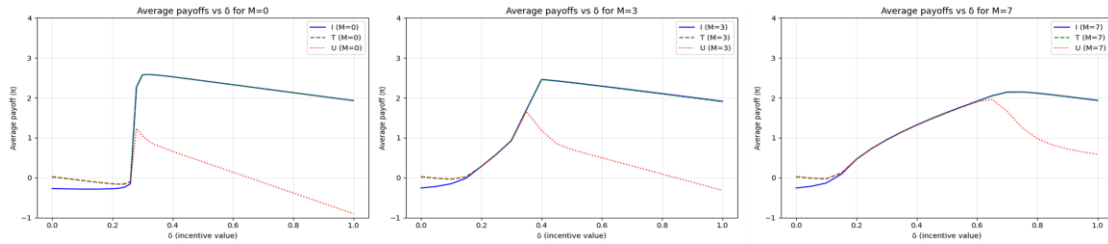
Gambar 4. Rata-rata frekuensi strategi I, T, dan U ketika δ dan M divariasikan.

Hasil simulasi menunjukkan perubahan frekuensi rata-rata dari ketiga strategi (*Investor*, *Trustworthy*, dan *Untrustworthy*) ketika nilai insentif Δ dan parameter ambang M divariasikan. Untuk semua nilai M (kecil, sedang, maupun besar) peningkatan Δ selalu menghasilkan pola yang sama, frekuensi strategi tidak jujur (U) menurun sedangkan strategi I dan T meningkat. Hal ini terjadi karena semakin besar nilai Δ , biaya untuk bersikap tidak jujur menjadi semakin tinggi, sementara keuntungan untuk bersikap jujur meningkat.

Pada Δ yang masih kecil, insentif yang diberikan sistem masih lemah. Akibatnya, strategi U tetap mendominasi populasi karena efek *reward* maupun *punishment* belum cukup signifikan untuk mengubah perilaku pemain. Namun, ketika jumlah pemain jujur (T) masih sedikit, *reward* yang kecil pun terasa relatif besar karena tidak perlu dibagi kepada banyak orang. Kondisi inilah yang menyebabkan strategi T mulai muncul lebih cepat pada kombinasi Δ kecil dan M besar, yaitu ketika *reward* aktif dan terasa lebih menguntungkan bagi sedikit pemain jujur yang ada.

Sebaliknya, ketika Δ bernilai besar, mekanisme *punishment* menjadi jauh lebih efektif dibandingkan *reward*. Pada kondisi ini, populasi dengan M kecil memberikan efek yang lebih kuat, karena *punishment* lebih sering aktif dan menghasilkan tekanan evolusioner yang berat terhadap pemain tidak jujur. Secara kualitatif pada nilai Δ yang besar, mekanisme *reward* memiliki pengaruh yang relatif kecil terhadap dinamika populasi. Sebaliknya, mekanisme *punishment* memberikan tekanan seleksi yang jauh lebih kuat terhadap strategi tidak jujur. Karena itu, strategi U menghilang jauh lebih cepat ketika *punishment* lebih sering aktif, yaitu pada kombinasi Δ besar dan M kecil.

3.3 Payoff terhadap Delta dan M



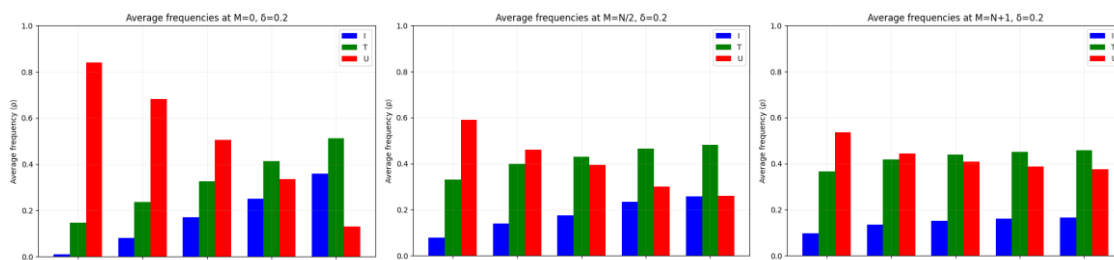
Gambar 5. Kurva *payoff* rata-rata dari strategi I, T, dan U saat δ divariasikan pada beberapa nilai *threshold* M.

Analisis juga dilakukan untuk melihat rata-rata *payoff* dari ketiga strategi (I, T, dan U) berubah ketika nilai biaya insentif Δ ditingkatkan dan ketika *threshold* M diubah. Hasilnya menunjukkan bahwa terdapat rentang Δ tertentu yang bersifat optimal.

Ketika Δ dinaikkan sedikit, rata-rata *payoff* semua strategi meningkat. Hal ini terjadi karena pemain jujur memperoleh reward, pemain tidak jujur terdorong untuk beralih menjadi T, dan frekuensi strategi T serta I meningkat sehingga meningkatkan keuntungan kolektif. Namun, jika Δ menjadi terlalu besar, rata-rata *payoff* seluruh strategi justru menurun. Pada kondisi ini, biaya insentif yang harus dibayar pemain lebih besar daripada manfaat yang diterima, sehingga baik reward maupun punishment tidak lagi mampu menutupi tingginya biaya tersebut.

Nilai *threshold* M juga memengaruhi posisi kemunculan “puncak *payoff*” tersebut. Untuk M kecil, puncak *payoff* muncul pada Δ yang lebih rendah, yang berarti sistem sudah menjadi efektif meskipun peningkatan insentif relatif kecil. Sebaliknya, pada M besar, puncak *payoff* bergeser ke Δ yang lebih tinggi. Hal ini disebabkan karena mekanisme yang lebih sering mengandalkan *reward* tidak cukup kuat menekan strategi tidak jujur, sehingga diperlukan nilai Δ yang lebih besar agar insentif memberikan pengaruh signifikan terhadap dinamika populasi.

3.4 Pengaruh Jumlah Pemain per Ronde



Gambar 6. Frekuensi rata-rata strategi I, T, dan U pada δ yang sama, dengan tiga nilai M berbeda dan ukuran grup N bervariasi.

Variasi ukuran grup N memperlihatkan dampak penting terhadap evolusi strategi, terutama ketika nilai insentif δ tetap dan ambang M divariasikan. Hasilnya dirangkum pada Gambar 6, yang menyajikan frekuensi rata-rata strategi I, T, dan U pada berbagai ukuran grup mulai dari $N = 6$ hingga $N = 14$. Secara umum, peningkatan jumlah pemain dalam satu putaran cenderung mendorong naiknya proporsi investor (I) dan trustee jujur (T), serta menurunkan dominasi

trustee tidak jujur (U). Tren ini menunjukkan bahwa memperbesar ukuran interaksi justru memperkuat insentif menuju perilaku kooperatif.

Penjelasannya dapat ditelusuri dari besarnya total biaya insentif yang harus dikeluarkan sistem. Karena biaya insentif berskala linear terhadap ukuran grup, yakni sebesar $N \times \delta$, maka grup yang lebih besar menghasilkan akumulasi insentif yang lebih kuat. Jika insentif tersebut berupa reward, maka besarnya total reward memperbesar daya tarik strategi jujur T; jika berupa punishment, akumulasi hukuman yang diterima U menjadi lebih signifikan. Dengan demikian, peningkatan N memperkuat mekanisme seleksi yang bekerja melalui insentif, baik yang bersifat positif maupun negatif.

Lebih lanjut, pola respons terhadap peningkatan N berbeda antara M kecil dan M besar. Pada M kecil, sistem cenderung berada dalam rezim punishment aktif. Karena punishment bekerja secara tajam terhadap setiap kemunculan U, maka peningkatan ukuran grup membuat efek penalti menjadi jauh lebih kuat. Akibatnya, penurunan U dan kenaikan I serta T terjadi lebih curam. Perubahan yang muncul pada frekuensi strategi bersifat lebih fluktuatif namun lebih intens, mencerminkan sifat agresif dari punishment.

Sebaliknya, pada nilai M besar, sistem didominasi oleh mekanisme reward. Reward bekerja lebih halus: ia meningkatkan fitness strategi jujur, tetapi tidak secara drastis menurunkan U. Oleh karena itu, peningkatan N tetap meningkatkan I dan T, tetapi secara lebih landai dibanding rezim punishment. Mekanisme reward membutuhkan akumulasi waktu dan interaksi untuk membentuk lingkungan yang kondusif bagi trust, sehingga efeknya terlihat lebih stabil.

Dari perspektif aplikasi dunia nyata, hasil ini memberikan implikasi yang menarik. Dalam populasi besar—yang merupakan skenario paling umum dalam masyarakat, organisasi, maupun sistem ekonomi—mekanisme punishment ternyata lebih efektif untuk menekan ketidakpercayaan dan mempercepat munculnya perilaku kooperatif. Reward tetap memiliki efek positif, tetapi kekuatannya meningkat lebih lambat dibanding punishment ketika ukuran grup diperbesar. Dengan demikian, pada sistem sosial berskala besar, insentif berbasis hukuman memainkan peran lebih dominan dalam membentuk perilaku strategis yang mengarah pada trust.

4. Kesimpulan

Penelitian ini menunjukkan bahwa peningkatan biaya insentif Δ secara umum mendorong kenaikan frekuensi strategi investor (I) dan trustee jujur (T), serta menurunkan dominasi strategi tidak jujur (U). Nilai *threshold* M berperan penting dalam menentukan mekanisme insentif yang aktif: M besar membuat sistem lebih sering berada pada mode *reward*, sedangkan M kecil membuat *punishment* lebih sering diterapkan. Selain itu, terdapat rentang Δ yang optimal, yaitu ketika insentif cukup besar untuk memperkuat *reward* atau *punishment*, tetapi belum terlalu tinggi sehingga tidak membebani pemain secara berlebihan. Ukuran grup N juga memberikan pengaruh terhadap total biaya yang dikeluarkan dan dinamika perpindahan strategi dalam populasi. Secara keseluruhan, mekanisme *transformation incentive* terbukti mampu menjaga keberlangsungan strategi jujur dalam jangka panjang dengan memadukan *reward* dan *punishment* secara adaptif sesuai kondisi populasi.

Referensi

- [1] R. Axelrod, *The Evolution of Cooperation*, New York, 1984.

- [2] E. Fehr and S. Gächter, "Altruistic punishment in humans," *nature*, vol. 415, pp. 137-140, 2002.
- [3] M. A. NOWAK, *Evolutionary Dynamics: Exploring the Equations of Life*, Harvard University Press, Belknap Press, 2006.
- [4] J. Hofbauer, *Evolutionary Games and Population Dynamics*, Cambridge University Press, 1998.
- [5] B. Joyce, D. John and M. Kevin, *Trust, Reciprocity, and Social History*, Iowa: Academic Press, 1995.
- [6] C. F. Camerer, *Behavioral Game Theory Experiment in Strategic Interaction*, *The Journal of Socio-Economics*, 2003.
- [7] Y. Liu, L. Wang, R. Guo, S. Hua, L. Liu, L. Zhang and T. A. Han, *Evolution of trust in the N-player trust game with transformation incentive mechanism*, *Journal of the Royal Society Interface*, 2025.
- [8] D. G. Rand, A. Dreber, T. Ellingsen and M. A. Nowak, *Positive Interactions Promote Public Cooperation*, *Science*, 2009.
- [9] R. Boyd, H. Gintis, S. Bowles and P. J. Richerson, *The evolution of altruistic punishment*, *PNAS*, 2003.
- [10] D. Balliet, L. Mulder and P. A. M. V. Lange, *Reward, Punishment, and Cooperation: A Meta-Analysis*, *Psychological Bulletin*, 2011.

Lampiran

Source code dan slide presentasi dapat ditemukan di github:

<https://github.com/JonathanSugijanto/Evolution-of-Trust.git>