

Algorithmik

Q11/12

Gymnasium der Regensburger Domspatzen

Algorithmus

Begriff

„Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī“,
Mathematiker, 780 – ca. 850 n.Chr.
lateinisiert: *Algorithmi*

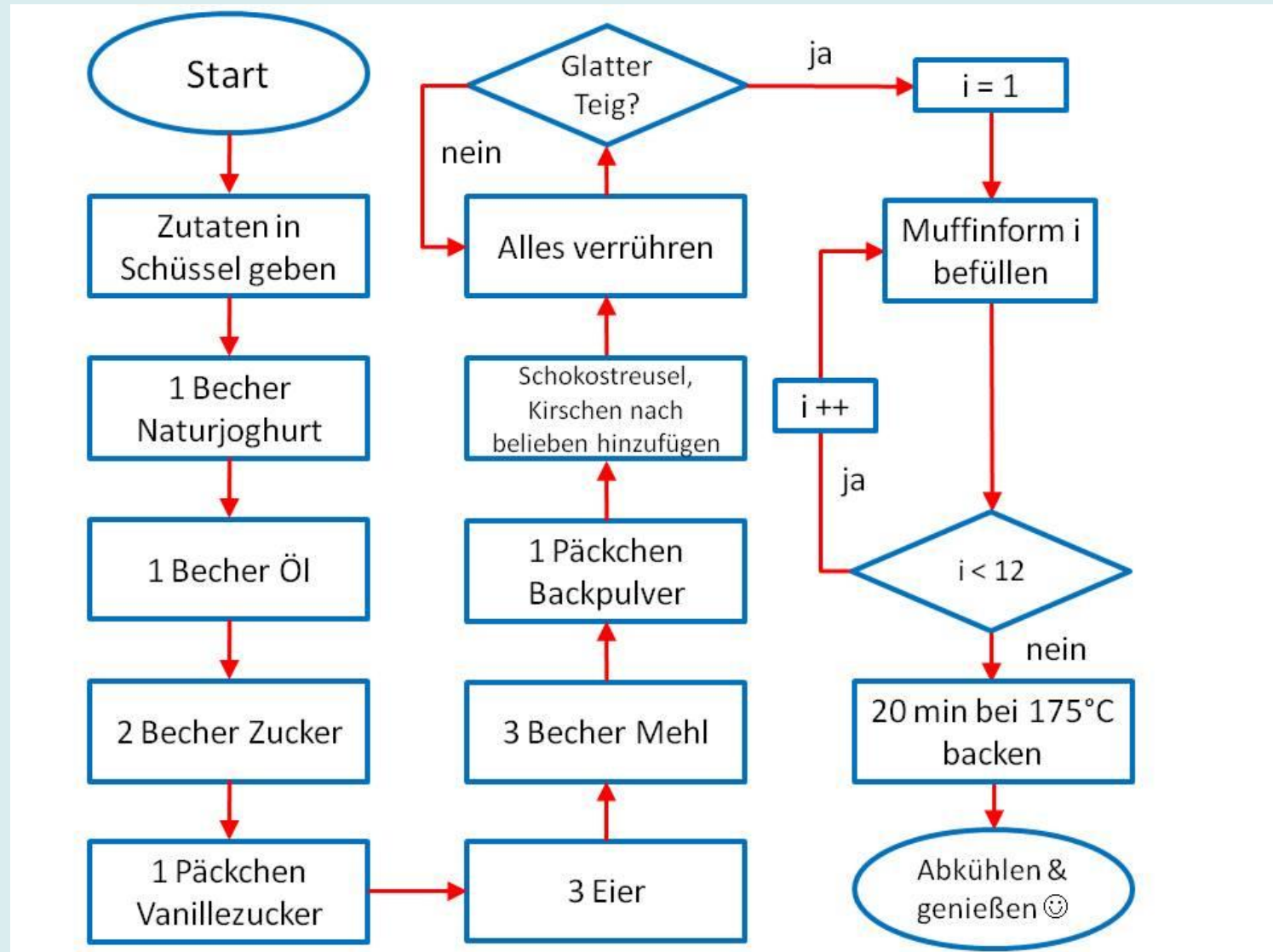


„Das kurz gefasste Buch
über die Rechenverfahren“

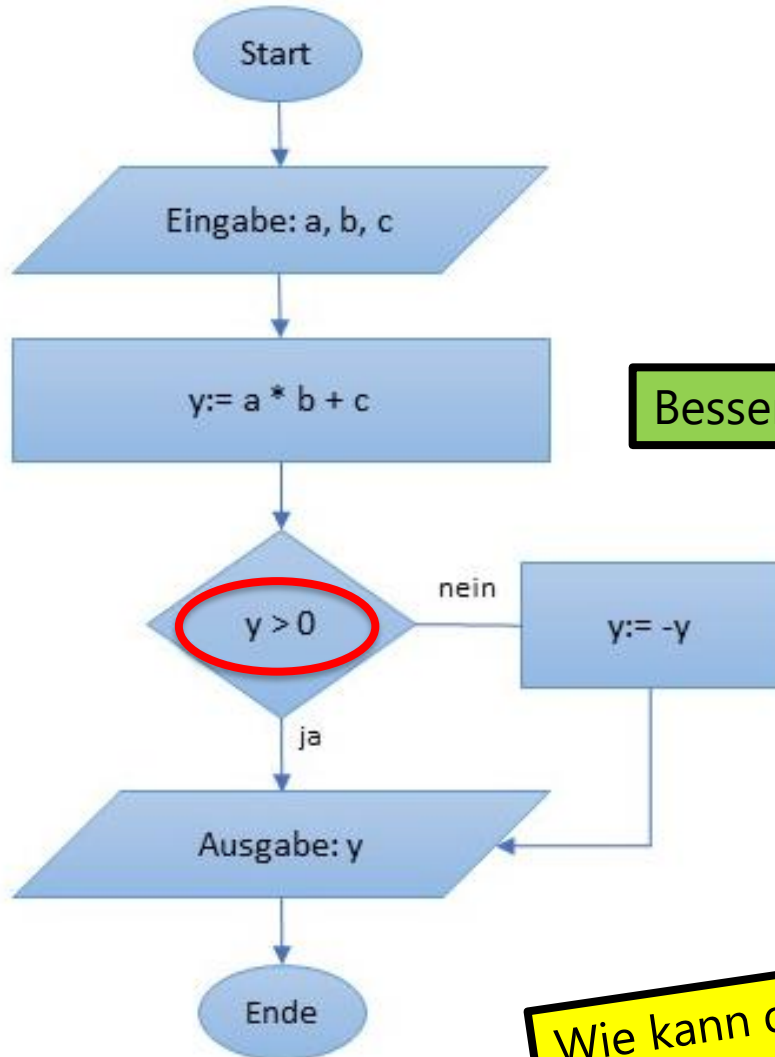
Definition

Eindeutige Handlungsvorschrift zur Lösung eines
Problems oder einer Klasse von Problemen.

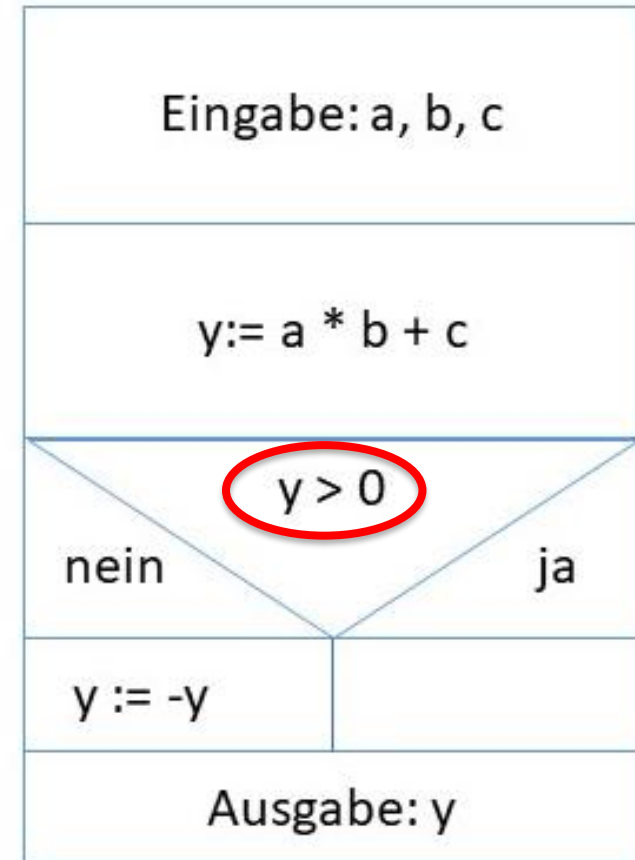
Algorithmus für das Backen von Muffins



Flussdiagramm vs. Struktogramm



Besser: $y \geq 0$

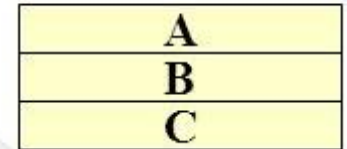
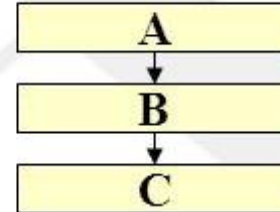


Wie kann das Programm verbessert werden?

Grundelemente des Algorithmus

Sequenz

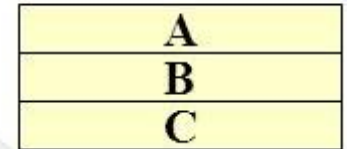
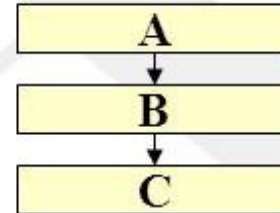
Führe erst A
dann B dann C
aus!



Grundelemente des Algorithmus

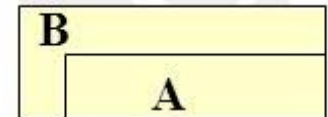
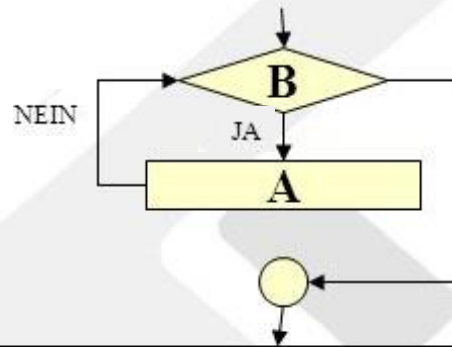
Sequenz

Führe erst A
dann B dann C
aus!



Iteration

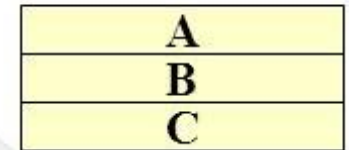
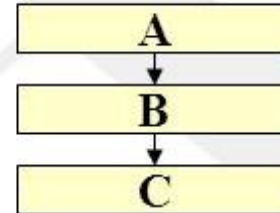
Wiederhole
A solange
Bedingung B
wahr ist!



Grundelemente des Algorithmus

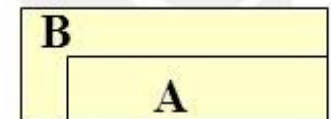
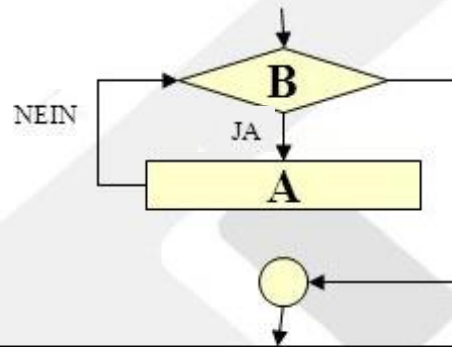
Sequenz

Führe erst A
dann B dann C
aus!



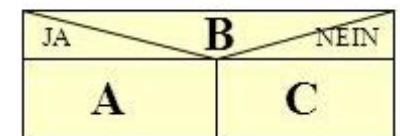
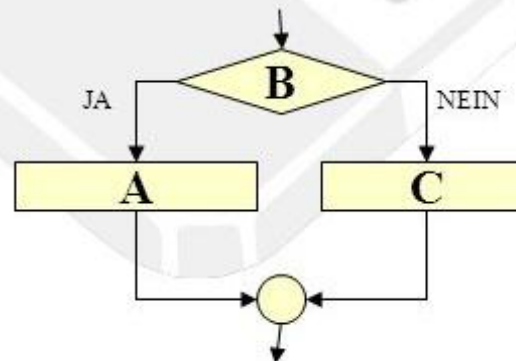
Iteration

Wiederhole
A solange
Bedingung B
wahr ist!



Alternative

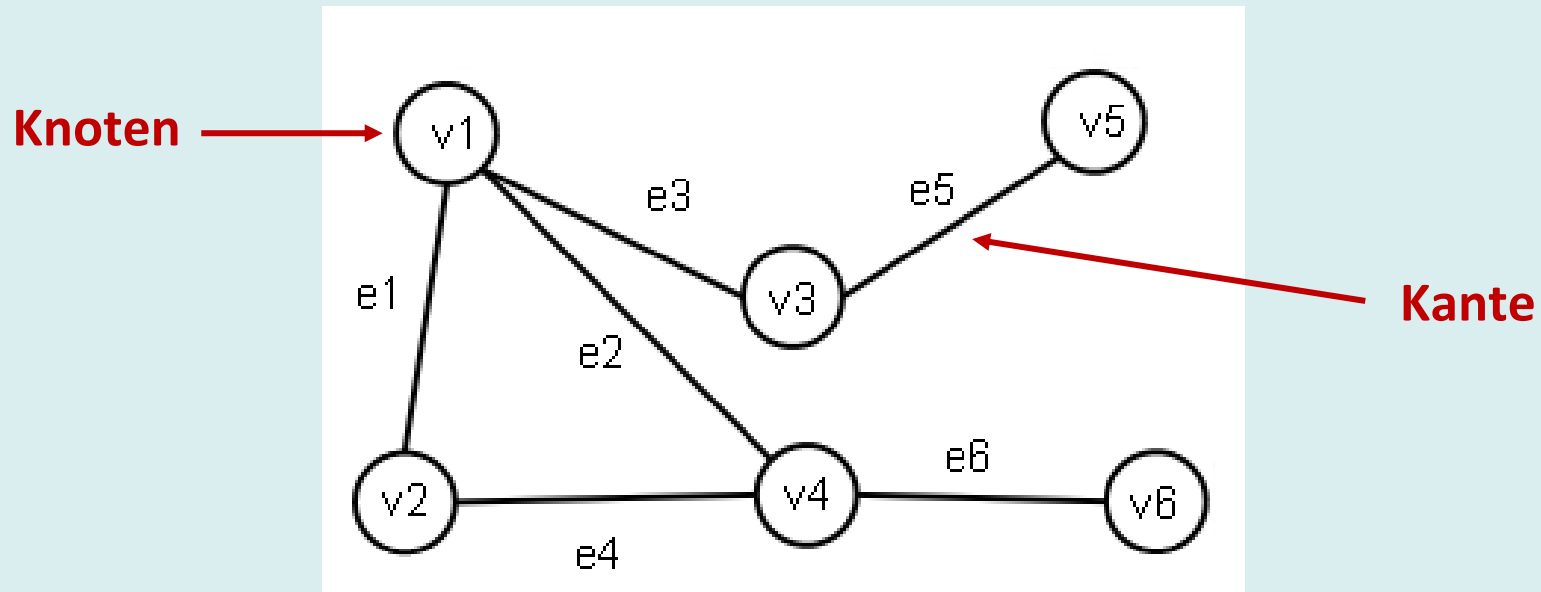
Wenn
Bedingung B
wahr ist, führe
A aus. Sonst
führe C aus.



Vorwissen:

Der Graph

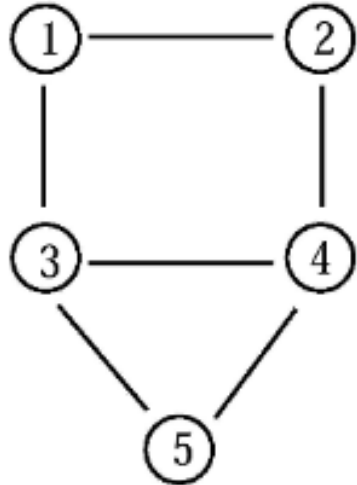
Def.: Repräsentiert eine **Menge von Objekten** mit den zwischen diesen Objekten bestehenden **Verbindungen**.



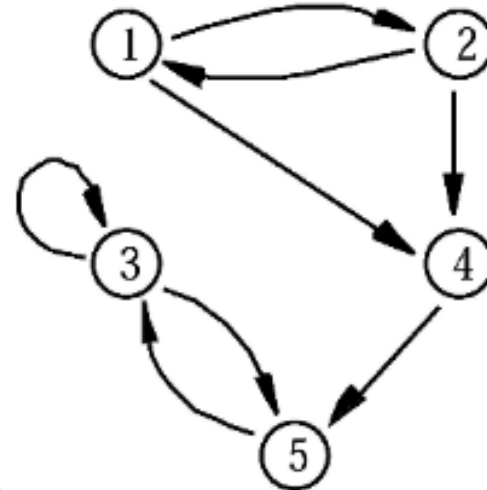
Ein Graph besteht aus **Knoten** (engl. vertex) und **Kanten** (engl. edge)

Vorwissen:

Der Graph



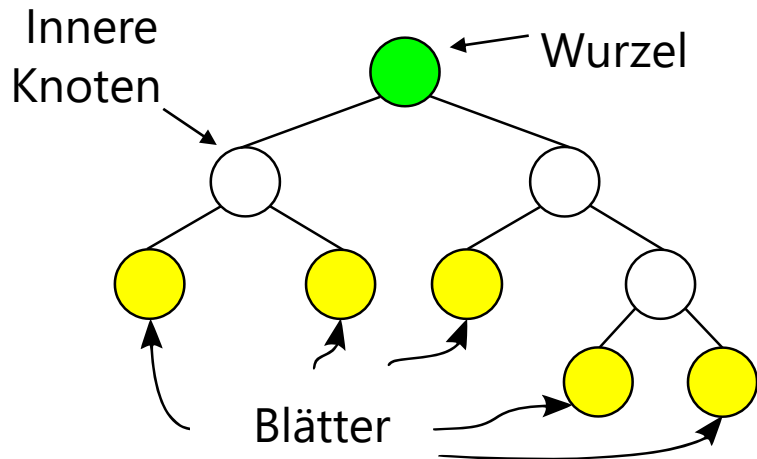
Ungerichteter Graph



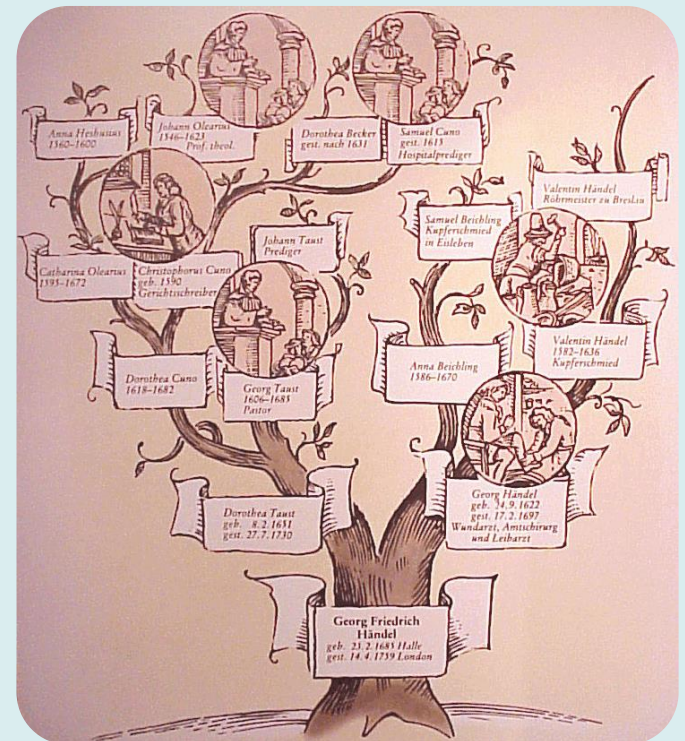
Gerichteter Graph

Vorwissen:

Der Graph



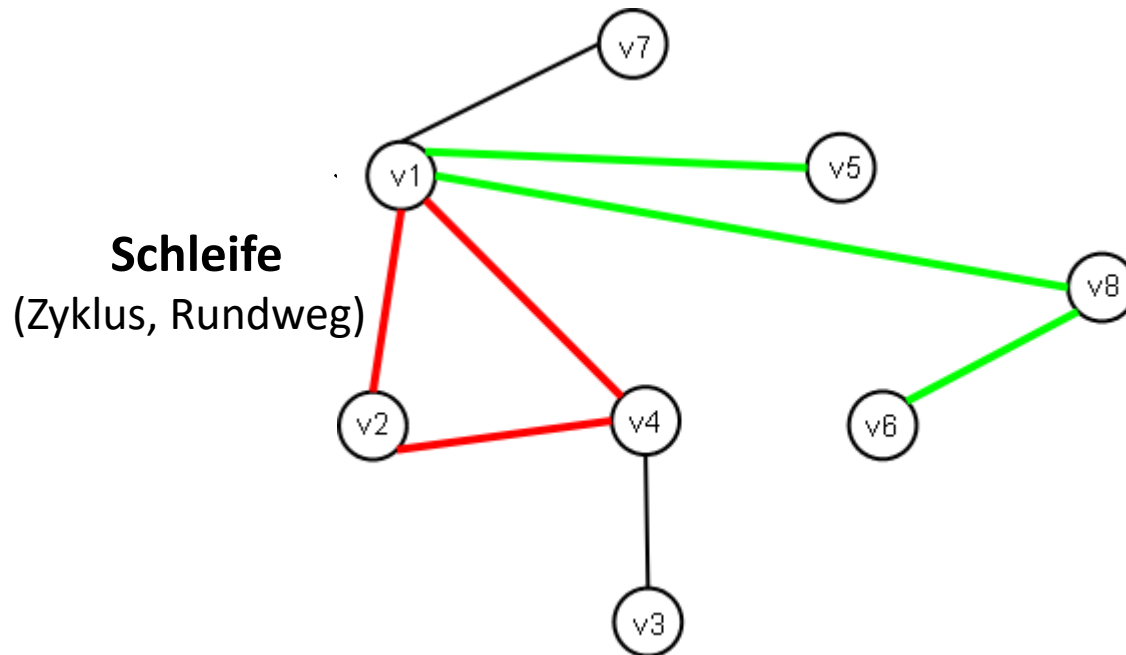
Baum



Beispiel: Stammbaum

Vorwissen:

Der Graph



Pfade durch einen Graphen

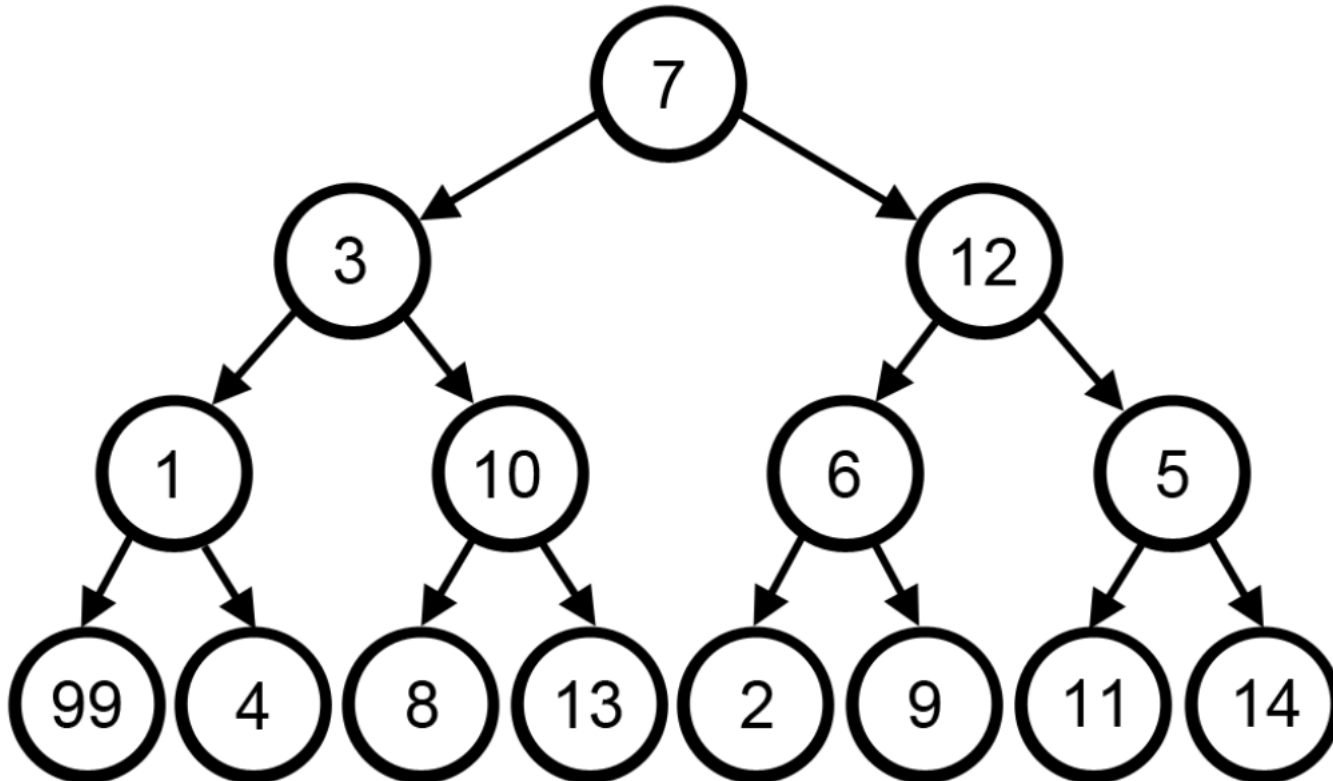
Optimierungsprobleme

Greedy Algorithmen

- Die Lösung wird schrittweise zusammengesetzt, wobei in jedem Schritt der **momentan beste** Folgeschritt ausgewählt wird.
- **Vorteil:** schnell und einfach zu implementieren.
- **Nachteil:** Findet selten die beste Lösung.

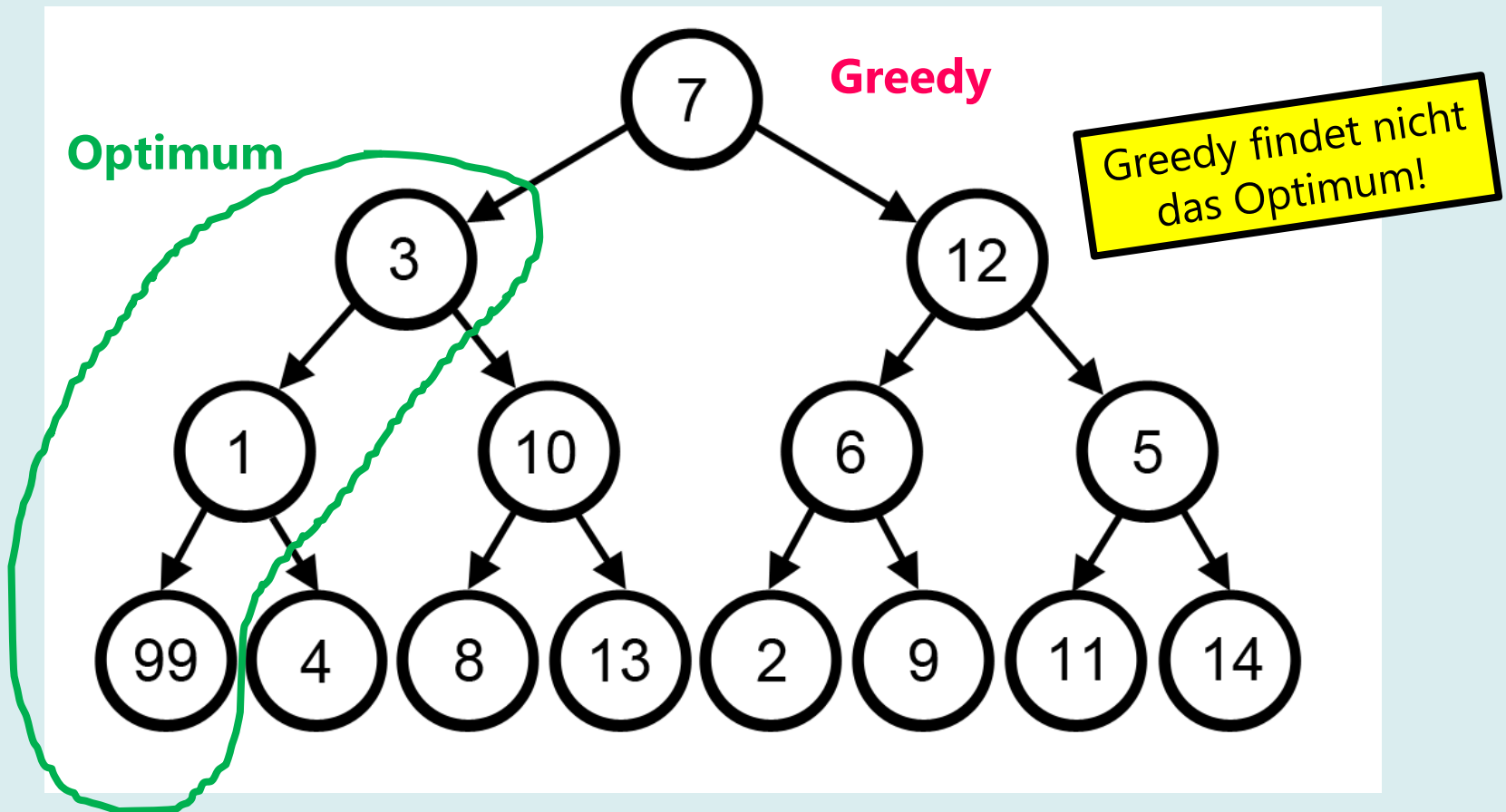
Greedy Algorithmen

Starte an der Wurzel des Baums, entscheide dich für **rechts** oder **links** und **maximiere** die Summe der besuchten Knoten.



Greedy Algorithmen

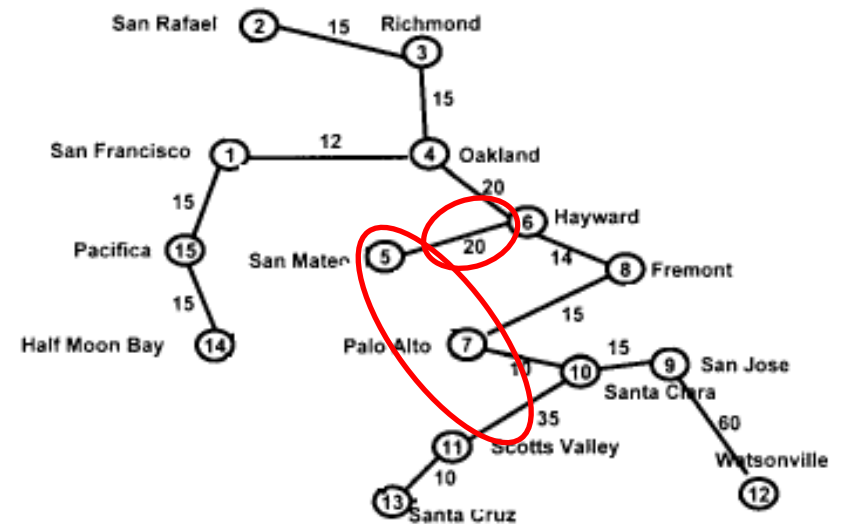
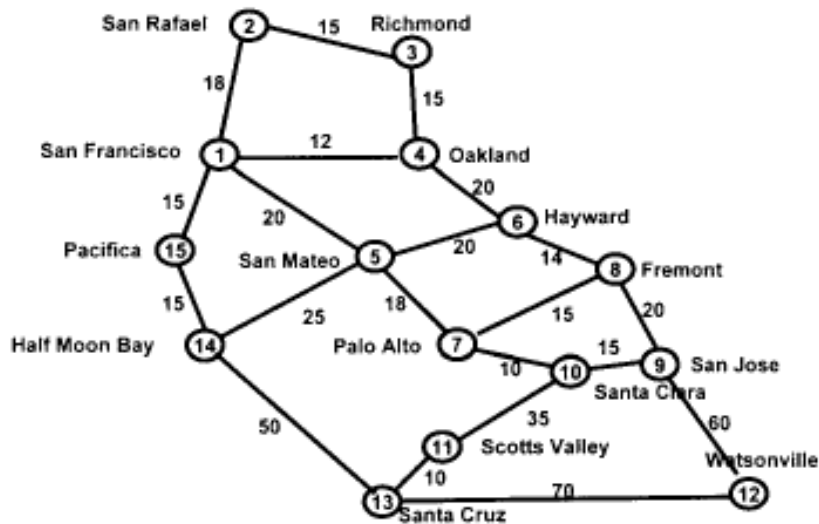
Starte an der Wurzel des Baums, entscheide dich für **rechts** oder **links** und **maximiere** die Summe der besuchten Knoten.



Minimaler Spannbaum

geg: Graph mit Baukosten für Straßen

ges: Kostengünstigstes Straßennetz, das alle Städte verbindet



Fast richtige Lösung (Finde den Fehler)

Minimaler Spannbaum

Algorithmus vom **Kruskal** (---> greedy)

1. Wähle eine Kante mit **minimalem Kosten** aus.
2. Wähle eine Kante mit minimalem Kosten aus,
die **keine Schleife** mit dem bereits bestehenden Netz bildet.
3. Gehe zu 2. wenn es noch freie Knoten gibt.

Minimaler Spannbaum

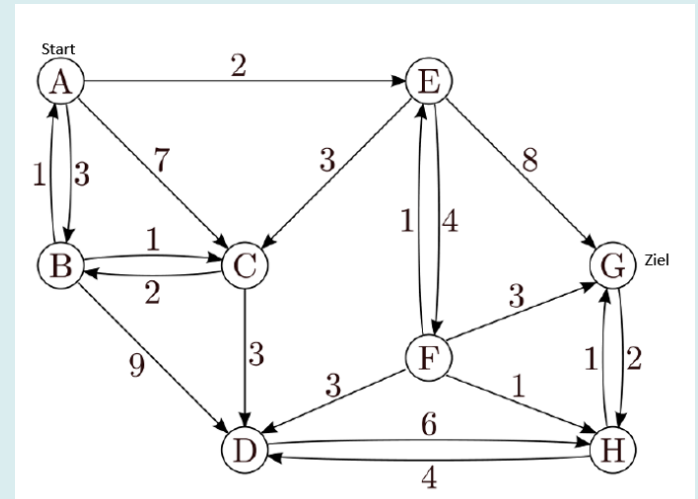
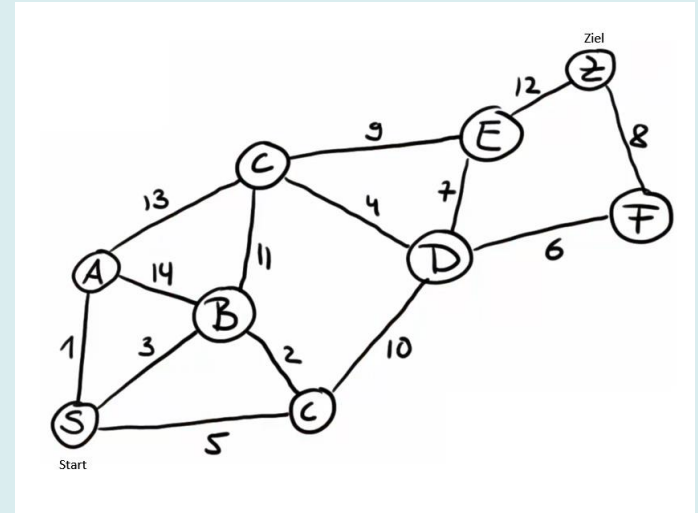
Algorithmus vom **Prim** (---> greedy)

1. Wähle einen beliebigen Knoten als Startpunkt aus.
2. Wähle eine Kante mit **minimalem Kosten** aus, die einen freien Knoten mit dem bereits bestehenden Netz verbindet.
3. Gehe zu 2. wenn es noch freie Knoten gibt.

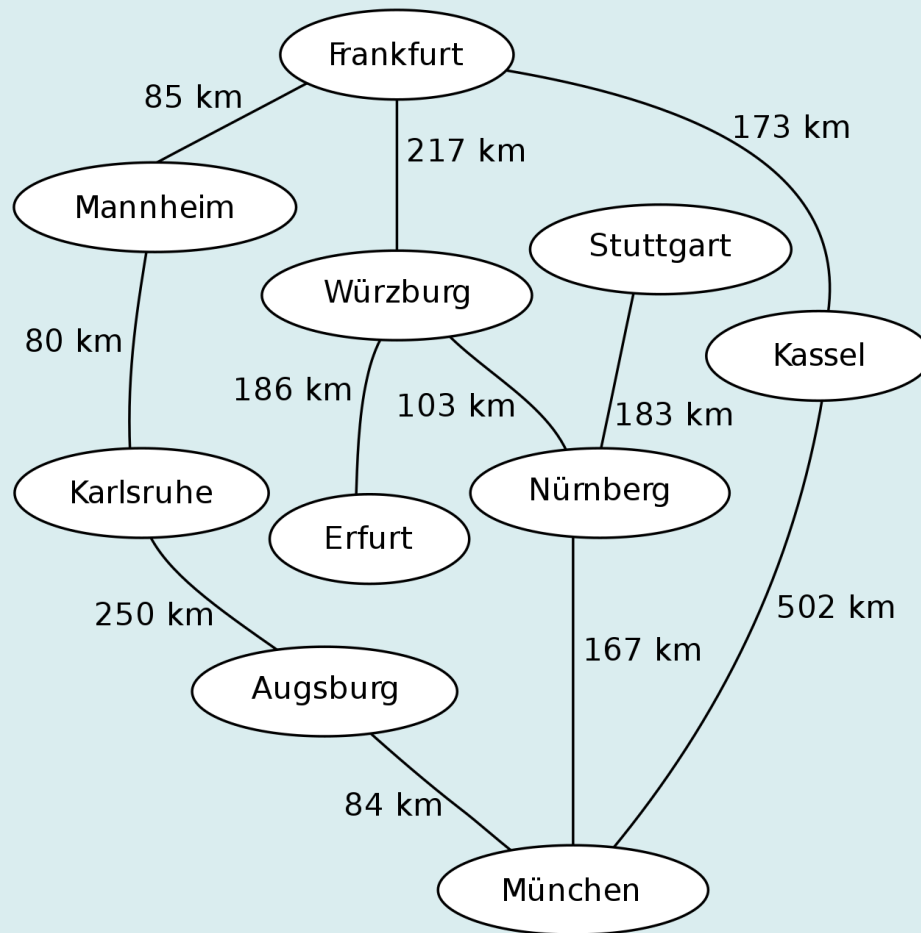
Der Dijkstra-Algorithmus

Problemstellung

Finde den kürzesten Pfad zwischen zwei Knoten in einem gerichteten bzw. ungerichteten Graphen.



Finde den kürzesten Weg von Frankfurt nach München



Greedy:

Frankfurt-Mannheim-
Karlsruhe-Augsburg-
München (499 km)

Optimum:

Frankfurt-Würzburg-
Nürnberg- München (487 km)

**Greedy Lösung für
Nürnberg-Augsburg:**
Sackgasse!!

Der Dijkstra-Algorithmus

Greedy!

1. Schreibe auf den Startknoten eine **0** als "Distanzwert" und auf alle anderen Knoten ∞ .
2. Gehe zu dem Knoten mit dem **kleinsten Distanzwert** und färbe diesen **rot** - dies signalisiert, dass der Knoten schon **besucht** wurde. (Gibt es mehrere solche Knoten, so wähle einen davon beliebig aus.) Markiere auch den Weg zu diesem Knoten.
3. Berechne für alle noch **unbesuchten** Knoten, die man vom aktuellen Standpunkt aus erreichen kann, die Distanz zum Startknoten. Ist dieser Wert **kleiner** als die dort eingetragene Distanz, so aktualisiere den Distanzwert (= Relaxation).
4. Gibt es noch **unbesuchte** Knoten, so gehe zu Schritt 2.

