

MATERI : Ruang Vektor, Transformasi Linear dan Persoalan Nilai Eigen

1. Jika diketahui vector-vektor $\{ a, b, c, d \}$ bebas linier, apakah vector $\{ a + d, a + c, b + c, b + d \}$ masih bebas linier ?
2. Selidiki apakah himpunan $H = \{ (a, b, c) \mid a = b + 3 \}$ membentuk sub-ruang dari \mathbb{R}^3 ?
3. Tentukanlah suatu basis buat ruang vector yang dibangun oleh $\{ (1, 2, 4, 0), (0, 5, 1, -2), (3, -1, 0, 4), (0, 6, 1, -1), (0, 1, 1, 0) \}$. Berapa dimensinya ?
4. Tentukan koordinat relatif dari vektor $(3, 2, 5)$ terhadap basis $B = \{ (1, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 3, 4) \}$.
5. Jika diketahui suatu transformasi $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, di mana $T(x, y, z) = (x + 2y - z, y + z, x + y - 2z)$. tentukan $\text{Ker}(T)$ dan $\text{R}(T)$ beserta basis dan Dimensinya.
6. Jika diketahui suatu transformasi linier $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, di mana $T(x, y, z) = (x + 2y - z, y + z)$.
 - a. Tentukan $T(2, -3, 4)$
 - b. Jika diambil $B = \{ (0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0) \}$ sebagai basis \mathbb{R}^3 dan $C = \{ (1, 1), (-1, 2) \}$ sebagai basis \mathbb{R}^2 tentukan matriks pernyataan T relatif terhadap basis B dan C .
7. Jika diketahui $B = \{ (1, 1), (-1, 2) \}$ basis untuk \mathbb{R}^2 dan suatu transformasi linier $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$. Di mana $T(1, 1) = (-1, 3, 1)$, $T(-1, 2) = (0, 1, -2)$, tentukan $T(-3, 5)$.
8. Tentukan semua nilai eigen dan vektor eigen dari matriks berikut

a. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$