1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ b_4 - b_1 \\ b_5 - b_2 \end{matrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ b_2 - 2b_1 \\ \\ \\ b_5 - b_3 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & -4 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ b_2 - 5b_4 \\ b_3 + 3b_4 \\ \\ \end{matrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & -6 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -5 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ b_2 + 4b_3 \\ \\ b_4 (-1) \\ \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 14 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ b_2 + 7b_5 \\ \\ \\ \end{matrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ b_2 \leftrightarrow b_4 \\ \\ \\ b_5 \cdot -\frac{1}{2} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ b_4 \leftrightarrow b_5 \\ \end{matrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ b_5 \cdot -\frac{1}{32} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 
$$x + 2y - z = 0$$
$$2x + 5y + 2z = 0$$
$$x + 4y + 7z = 0$$
$$x + 3y + 3z = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 7 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ b_2 - 2b_1 \\ b_3 - b_1 \\ b_4 - b_1 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ b_3 - 2b_2 \\ b_4 - b_2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow x + 2y - z = 0 \quad ② \\ \rightarrow y + 4z = 0 \\ y = -4z \\ z = z \end{matrix}$$

② $\quad x + 2y - z = 0$

$$x + 2(-4z) - z = 0 \rightarrow x = 9z$$

Solusi SPL : $\quad x = 9z$
$$y = -4z$$
$$z = z \quad (\text{sebarang bil. real}).$$

3. 
$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & -5 \\ a & -1 & 2 \\ b & a & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ b_2 - 2b_1 \\ b_3 - ab_1 \\ b_4 - bb_1 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 7 & -13 \\ 0 & -1 + 2a & 2 - 4a \\ 0 & a + 2b & -1 - 4b \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ 7b_3 - (-1 + 2a)b_2 \\ 7b_4 - (a + 2b)b_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 7 & -13 \\ 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 13a - 2b - 7 \end{bmatrix}$$

agar SPL punya solusi tunggal,
maka
$$13a - 2b - 7 = 0$$

4. SPL diubah ke dalam bentuk $\quad AX = B$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & | & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & | & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & | & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & | & -3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ b_2 - 2b_1 \\ b_3 + b_1 \\ b_4 - 3b_1 \end{matrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & | & -1 \\ 0 & 3 & -6 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & | & 0 \\ 0 & +3 & -6 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ 3b_3 - b_2 \\ b_4 - b_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & | & -1 \\ 0 & 3 & -6 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} b_2 \cdot \frac{1}{3} \qquad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & | & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow ② \\ \rightarrow ① \\ \\ \end{matrix}$$

① → $y - 2z = 0$,

$y = 2z$ , $z = t$ (sebarang bil. real) .

$y = 2t$ .