TRANSFORMASI LINEAR

TUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS :

1. Mengetahui definisi dan contoh-contoh transformasi linear.
2. Menggunakan definisi transformasi linear untuk memeriksa suatu fungsi merupakan suatu transformasi linear atau bukan.
3. Mengkaji sifat-sifat transformasi linear.
4. Menggunakan definisi ruang kernel dan range untuk menentukan basis dari suatu matriks transformasi
5. Menghitung dimensi dari matriks transformasi
6. Mengkaji sifat dari matriks transformasi, matriks standar pada operator linear
7. Menghitung matriks transisi *P* untuk menentukan matriks transformasi pada suatu basis *B'*

Materi :

5.1 Transformasi Linear

Definisi 5.1

Suatu fungsi yang memetakan suatu vektor di ruang vektor *V* ke ruang vektor *W* (dituliskan $T: V \to W$) disebut sebagai *transformasi linear* bila $\forall\ \bar{u}, \bar{v} \in V$ dan α skalar berlaku

1. $T(\bar{u}+\bar{v}) = T(\bar{u}) + T(\bar{v})$
2. $T(\alpha\bar{u}) = \alpha T(\bar{u})$

Jika *V*=*W* maka transformasi $T: V \to V$ disebut suatu *operator linear* pada *V*.

Transformasi $T: V \to W$ dengan $T(\bar{u}) = \bar{0}$ disebut *transformasi nol*.

Transformasi $T_A: V \to W$ dengan $T(\bar{u}) = A\bar{u}$ disebut *transformasi matriks*, sedangkan *A* disebut matriks transformasi.

Transformasi $I: V \to V$ dengan $I(\bar{u}) = \bar{u}$ disebut *operator identitas* pada *V*.

Contoh 5.1

Diketahui $T: R^2 \to R^3$ dengan $T\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$. Periksalah apakah *T* adalah transformasi linear?

Penyelesaian:

Ambil $\bar{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, \bar{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \in R^2$ sembarang

a. $\overline{u}+\overline{v}=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}v_1\\v_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u_1+v_1\\u_2+v_2\end{pmatrix}$ maka

$$T\left(\overline{u}+\overline{v}\right)=T\left(\begin{pmatrix}u_1+v_1\\u_2+v_2\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}(u_1+v_1)-(u_2+v_2)\\u_1+v_1\\u_2+v_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u_1-u_2\\u_1\\u_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}v_1-v_2\\v_1\\v_2\end{pmatrix}=T(\overline{u})+T(\overline{v})$$

b. Ambil $\overline{u}=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\end{pmatrix}\in R^2$, α suatu skalar sembarang sehingga

$$T(\alpha\overline{u})=T\left(\begin{pmatrix}\alpha u_1\\\alpha u_2\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}\alpha u_1-\alpha u_2\\\alpha u_1\\\alpha u_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha(u_1-u_2)\\\alpha u_1\\\alpha u_2\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}u_1-u_2\\u_1\\u_2\end{pmatrix}=\alpha T(\overline{u})$$

Jadi dari a) dan b) terbukti bahwa $T\left(\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}x_1-x_2\\x_1\\x_2\end{pmatrix}$ adalah transformasi linear.

Contoh 5.2

Diketahui $T:R^2\rightarrow R^3$ dengan $T\left(\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}2x_1\\{x_1}^2\\{x_2}^2\end{pmatrix}$. Periksalah apakah *T* adalah transformasi linear?

Penyelesaian:

Untuk sebarang $\overline{u}=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\end{pmatrix}\in R^2$ dan sebarang α skalar diperoleh

$$T(\alpha\overline{u})=\begin{pmatrix}2\cdot\alpha u_1\\(\alpha u_1)^2\\(\alpha u_2)^2\end{pmatrix}\neq\alpha.T(\overline{u})=\alpha.\begin{pmatrix}2u_1\\{u_1}^2\\{u_2}^2\end{pmatrix}$$

Sehingga $T\left(\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}2x_1\\{x_1}^2\\{x_2}^2\end{pmatrix}$ bukan merupakan transformasi linear.

✍ **Latihan 5.1**

Periksa apakah $T: R^3 \rightarrow P_2$ dengan $T\left(\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}\right) = (abc) + (a+b)x + (a+c)x^2$ merupakan suatu transformasi linear

Berikut ini adalah sifat-sifat transformasi linear

Teorema 5.1

Jika $T: V \rightarrow W$ adalah suatu transformasi linear, maka:

a. $T(\bar{0}) = 0$

b. $T(-\bar{v}) = -T(\bar{v})$

c. $T(\bar{v} - \bar{w}) = T(\bar{v}) - T(\bar{w})$

5.2 Kernel dan Range

Definisi 5.2

Misalkan T transformasi linear $T: V \rightarrow W$ dengan $T(\bar{u}), \bar{u} \in V$.

Kernel dari *T* (dinotasikan Ker(*T*)) adalah $\left\{\bar{u} \in V \middle| T(\bar{u}) = \bar{0}\right\}$. Ker(*T*) disebut ruang nol dari *T*.

Range dari *T* (dinotasikan *R*(*T*)) adalah $\left\{\bar{b} \in V \middle| b = T(\bar{u}), \text{untuk suatu } \bar{u} \in W\right\}$. $R(T)$ disebut juga dengan bayangan $\bar{u}$ oleh $T(\bar{u})$.

Definisi 5.3

Jika $T: V \rightarrow W$ adalah suatu transformasi linear, Ker(*T*) dan *R*(*T*) membentuk suatu subruang. Dimensi daerah hasil dari *T* dinyatakan sebagai rank dari *T* (notasi : rank(*T*)) dan dimensi dari *T* dinyatakan nullitas dari *T* (notasi:nullitas(*T*)).

Teorema 5.2

Jika *A* adalah suatu matriks transformasi *mxn* dan $T_A: R^n \rightarrow R^m$ adalah transformasi matriks maka :

a. Nullitas(T_A) = Nullitas(*A*)

b. Rank((T_A) = Rank (*A*)

c. Rank((T_A)+ Nullitas(T_A)=*n*

Contoh 5.3

Tentukan basis dan dimensi dari $Ker(T_A)$ dan $R(T_A)$ dari transformasi linear $T_A : R^3 \to R^2$ dengan $T_A(\overline{u}) = A\overline{u}$, dengan $\overline{u} \in R^3$ dan $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -4 \end{pmatrix}$

Penyelesaian :

a. Kernel

$Ker(T_A)$ adalah ruang nol dari $T_A(\overline{u}) = A\overline{u} = \overline{0}$ maka

$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ sehingga $\overline{u} = \begin{pmatrix} t-2s \\ t \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} s$

Jadi basis $Ker(T_A) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ dan Rank((T_A) = dim $Ker(T_A) = 2$

b. Range

$R(T_A)$ merupakan himpunan dari $\bar{b}$ dengan $A\bar{u} = b$ maka $R(T_A)$ adalah ruang kolom dari A. Sehingga basis dari $R(T_A)$ adalah $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ dan Nullitas(T_A)= dim $R(T_A) = 1$.

✍ **Latihan 5.2**

1. Tentukan Nullitas (*T*) berdasarkan informasi berikut ini
   a. $T: R^5 \to R^7$ punya rank (*T*) =3
   b. $T: P_4 \to P_3$ punya rank(*T*) =1
   c. Daerah hasil dari $T: R^6 \to R^3$ adalah R^2
2. Diketahui transformasi matriks $T_A: R^4 \to R^3$ memiliki matriks transformasi $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$. Tentukan basis dan dimensi dari $Ker\ (T_A)$ dan $R(T_A)$.
3. Anggap $T: R^2 \to R^2$ adalah operator linear yang ditentukan dari

$$T(x, y) = (2x - y, -8x + 4y)$$

   a. Tentukan basis dari ruang Kernel dan ruang Rangenya
   b. Periksa apakah vektor (5,0) dan vektor (-3,12) berada pada *R*(*T*)
   c. Periksa apakah vektor (3,2) dan vektor (5,10) berada pada *Ker*(*T*)

5.3 Matriks Transformasi

Definisi 5.4

Diketahui ruang *V*,*W* dengan dimensi ruang vektor berturut-turut *n* dan *m* dan transformasi linear $T: V \to W$ dengan fungsi $T(\bar{x})$, $\bar{x} \in V$. Jika *B* merupakan basis *V*, dan *B*′adalah basis dari *W* . Jika *A* adalah matriks standar maka $\forall \bar{x} \in V$ dapat ditentukan dengan

$$A[\bar{x}]_B = [T(\bar{x})]_{B'}$$

A disebut *matriks untuk T berkenaan dengan basis B dan B*′

$$V \longrightarrow W$$

T= transformasi V ke W

$$\begin{tikzcd} \bar{x} \arrow[r, "T"] \arrow[d] & T(\bar{x}) \arrow[d] \\ {[\bar{x}]_B} \arrow[r, "A"] & {\left[T(\bar{x})\right]_{B'}} \end{tikzcd}$$

A matriks transformasi yang memetakan R^nke R^m

$$R^n \longrightarrow R^m$$

Diasumsikan $B = \{\overline{u_1}, \overline{u_2}, \dots, \overline{u_n}\}$ adalah basis pada ruang V dan $B' = \{\overline{v_1}, \overline{v_2}, \dots, \overline{v_m}\}$ adalah basis pada ruang W, maka untuk mengkonstruksi matriks *A* dapat diperoleh dengan cara mentransformasi basis-basis di *B* lalu menentukan koordinat vektor dari setiap hasil transformasi matriks terhadap basis-basis *B*′ . Dapat dituliskan

$$A = \left(\left[T(\overline{u_1})\right]_{B'} \vdots \left[T(\overline{u_2})\right]_{B'} \vdots \dots \vdots \left[T(\overline{u_n})\right]_{B'}\right) \text{ atau } [T]_{B',B} = \left(\left[T(\overline{u_1})\right]_{B'} \vdots \left[T(\overline{u_2})\right]_{B'} \vdots \dots \vdots \left[T(\overline{u_n})\right]_{B'}\right)$$

Sehingga $A[\bar{x}]_B = [T(\bar{x})]_{B'}$ dapat dituliskan menjadi $[T]_{B',B}[\bar{x}]_B = [T(\bar{x})]_{B'}$.

Notasi $[T]_{B',B}$ subscript kanan adalah suatu basis untuk daerah asal *T*, sedangkan subscript kiri adalah suatu basis untuk ruang bayangan dari *T*. Jadi untuk notasi $[T]_{B',B}$ basis dari daerah asal adalah *B* dan basis untuk ruang bayangan adalah *B*′.

Jika *V*=*W* maka $B = B'$ persamaan $[T]_{B',B}[\bar{x}]_B = [T(\bar{x})]_{B'}$ dapat dituliskan menjadi $[T]_B[\bar{x}]_B = [T(\bar{x})]_B$.

Contoh 5.4

Diketahui transformasi linear $T: R^2 \to R^3$ dengan $T\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_2 \\ -5x_1 + 13x_2 \\ -7x_1 + 16x_2 \end{pmatrix}$.

Jika *A* =$\{\bar{u}_1, \bar{u}_2\}$ =$\{(3,1)^T,(5,2)^T\}$ adalah basis dari R^2dan

B=$\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3\}$=$\{(1,0,-1)^T,(-1,2,2)^T,(0,1,2)^T\}$adalah dari R^3.

a. Tentukan matriks *T* terhadap basis *A* dan *B*.

b. Untuk $\bar{x} = (2,1)$ Tentukan $T([\bar{x}]_A)$

Penyelesaian:

a. Pertama dihitung nilai $T(\bar{u}_1)$ dan $T(\bar{u}_2)$ (dengan kata lain bayangan dari $\overline{u_1}$ dan $\overline{u_2}$) yaitu

$T(\bar{u}_1) = T\left(\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix}1\\-2\\-5\end{pmatrix}$ dan $T(\bar{u}_1) = T\left(\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix}2\\1\\-3\end{pmatrix}$

Karena $T(\bar{u}_1)$ dan $T(\bar{u}_2)$ berada di R^3 dan $B=\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3\}$ adalah basis dari R^3 maka masing $T(\bar{u}_1)$ dan $T(\bar{u}_2)$ dapat dinyatakan sebagai kombinasi linear dari $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3$, sehingga

$$T(\bar{u}_1) = \alpha_1\overline{v_1} + \alpha_2\overline{v_2} + \alpha_3\overline{v_3} \quad \text{dan} \quad T(\bar{u}_2) = \beta_1\overline{v_1} + \beta_2\overline{v_2} + \beta_3\overline{v_3}$$

Maka dengan OBE diperoleh vektor koordinat $\bar{u}_1$ dan $\bar{u}_2$ terhadap basis *B* yaitu

$$[T(\bar{u}_1)]_B = \begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix} \text{ dan } [T(\bar{u}_2)]_B = \begin{pmatrix}3\\1\\-1\end{pmatrix}.$$

Jadi matriks transformasi $[T]_{B,A} = \begin{pmatrix}1 & 3\\0 & 1\\-2 & -1\end{pmatrix}$.

b. Mula-mula dicari $[\bar{x}]_A$ maka

$$\bar{x} = \alpha_1\overline{u_1} + \alpha_2\overline{u_2}$$

Sehingga diperoleh $[\bar{x}]_A=\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ lalu untuk mendapatkan $T([\bar{x}]_A)$ digunakan matriks transformasi $[T]_{B,A}$ sehingga $T([\bar{x}]_A) = \begin{pmatrix}1 & 3\\0 & 1\\-2 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$

✍ **Latihan 5.3**

Misal $\{\overline{v_1}, \overline{v_2}, \overline{v_3}\}$ merupakan basis R^3. Transformasi linear $T: R^3 \to P^2$ memiliki fungsi $T(\overline{v_i}) = w_i$ dengan $\overline{v_1} = (1,1,-1), \overline{v_2} = (0,1,-1), \overline{v_3} = (0,0,-1)$, $p(x) = 1 - x + x^2, q(x) = 1 + 2x^2, r(x) = 2x - x^2$.

a. Tentukan matriks transformasi *A* sedemikian sehingga $A\overline{v_i} = w_i$

b. Tentukan bayangan (1,2,1) dari transformasi tersebut

5.4 Matriks baku/standar

Jika *T* adalah suatu transformasi linear, maka matriks standar untuk *T* bisa didapatkan dari bayangan vektor-vektor basis standar. Suatu transformasi linear secara lengkap ditentukan oleh bayangan sebarang vektor-vektor basis.

Definisi 5.5

Misalkan $T: R^n \to R^m$ dengan $T(\bar{x}) = A\bar{x}$ memiliki basis standar S = $\{\bar{e}_1, \bar{e}_2, ..., \bar{e}_n\}$. Maka matriks standar untuk *T* adalah $A = \left(T(\bar{e}_1) \quad T(\bar{e}_2) \quad .... \quad T(\bar{e}_n)\right)$.

Contoh 5.5

Diketahui transformasi matriks $T: R^3 \to R^4$ dengan $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 2y \\ x - y \\ x + z \\ y + z \end{pmatrix}$

Tentukan matriks standar untuk *T*.

Penyelesaian:

$$T(\bar{e}_1) = T\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.1 + 2.0 \\ 1 - 0 \\ 1 + 0 \\ 0 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad T(\bar{e}_2) = T\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.0 + 2.1 \\ 0 - 1 \\ 0 + 0 \\ 1 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$T(\bar{e}_3) = T\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.0 + 2.0 \\ 0 - 0 \\ 0 + 1 \\ 0 + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Jadi matriks standar *T* = $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ dengan $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 2y \\ x - y \\ x + z \\ y + z \end{pmatrix}$.

✍ **Latihan 5.4**

Misalkan $T: P_1 \to P_2$ adalah transformasi linear yang didefinisikan oleh $T\big(p(x)\big) = xp(x)$.

a. Tentukan matriks untuk *T* berkenaan dengan basis-basis standar

   $B = \{\overline{u_1}, \overline{u_2}\}$ =$\{1, x\}$ dan $B' = \{\overline{v_1}, \overline{v_2}, \overline{v_3}\}$=$\{1, x, x^2\}$

b. Jika $p(x) = 2 - 3x$ Tentukan $T(p(x))$

5.5 Keserupaan/Similaritas

Matriks operator linear $T: V \to V$ tergantung pada basis yang dipilih untuk V. Salah satu masalah dasar dari aljabar linear adalah memilih suatu basis untuk *V* yang membuat matriks *T* sesederhana mungkin, misalnya matriks diagonal atau matriks segitiga.

Masalah

Jika B dan B' adalah dua basis untuk suatu ruang vektor berdimensi terhingga V, dan jika $T: V \to V$ adalah suatu operator linear apa kaitan antara $[T]_B$ dengan $[T]_{B'}$.

Teorema 5.3

Anggap $T: V \rightarrow V$ adalah suatu linear pada suatu ruang vektor berdimensi terhingga V , dan anggap *B* dan *B'* adalah basis-basis untuk *V*. Maka

$$[T]_{B'} = P^{-1}[T]_B P$$

Dimana *P* adalah matriks transisi **dari *B'* ke *B*.**

Contoh 5.6

Misalkan $T: R^2 \rightarrow R^2$ didefinisikan oleh

$$T\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 + \quad x_2 \\ -2x_1 + 4x_2 \end{pmatrix}$$

a. Tentukan matriks *T* berkenaan dengan basis standar *B*= $\{\overline{e_1}, \overline{e_2}\}$

b. Jika *B'*= $\{\overline{u_1'}, \overline{u_2'}\} = \left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right\}$, tentukan matriks *T* berkenaan dengan basis standar *B'*= $\{\overline{u_1'}, \overline{u_2'}\}$.

c. Hitunglah $\det([T]_B)$, $\det([T]_{B'})$, $\mathrm{tr}([T]_B)$, $\mathrm{tr}([T]_{B'})$

Penyelesaian:

a. $[T]_B = [T] = \left[T(\overline{e_1}) \vdots T(\overline{e_2})\right]$ maka

$T(\overline{e_1}) = T\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1+0 \\ -2.1+4.0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ dan $T(\overline{e_1}) = T\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 0+1 \\ -2.0+4.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Sehingga $[T]_B = [T] = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

b. Untuk mencari $[T]_{B'}$ maka disusun matriks transisi dari *B'* ke *B* sehingga

$$P = \left(\left[\overline{u}_1'\right]_B \quad \vdots \quad \left[\overline{u}_2'\right]_B\right) = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix}$$

$\overline{u}_1' = p_{11}\overline{e_1} + p_{21}\overline{e_2}$ dan $\overline{u}_2' = p_{12}\overline{e_1} + p_{22}\overline{e_2}$ sehingga diperoleh matriks

$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ dan dihitung $p^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

c. Dapat ditunjukkan bahwa $\det([T]_B) = \det([T]_{B'})$ dan $\mathrm{tr}([T]_B)$ = $\mathrm{tr}([T]_{B'})$

Secara umum $\left[T\right]_{B'} = P^{-1}\left[T\right]_{B} P$ dan $\left[T\right]_{B}$ disebut matriks yang serupa, berikut ini diberikan definisi secara umum andaikan $\left[T\right]_{B} = A$ dan $\left[T\right]_{B'} = P^{-1}\left[T\right]_{B} P = B$ maka perhatikan definisi berikut ini.

Definisi 5.6

Jika *A* dan *B* adalah matriks-matriks bujur sangkar, *B* dikatakan **serupa** dengan *A* jika ada suatu matriks *P* yang dapat dibalik sedemikian sehingga $B = P^{-1}AP$.

Perhatikan bahwa *A* juga dapat dituliskan menjadi $A = PBP^{-1}$ sehingga *A* dan *B* disebut serupa.

Sifat-sifat matriks yang serupa

Sifat	**Uraian**
Determinan	A dan $P^{-1}AP$ mempunyai determinan yang sama
Dapat dibalik atau tidak	*A* dapat dibalik jika dan hanya jika $P^{-1}AP$ dapat dibalik.
Rank	A dan $P^{-1}AP$ mempunyai rank yang sama
Nullitas	A dan $P^{-1}AP$ mempunyai nullitas yang sama
Trace	A dan $P^{-1}AP$ mempunyai trace yang sama

✍ **Latihan 5.5**

$T: R^2 \rightarrow R^2$ didefinisikan oleh

$T\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 - 2x_2 \\ -x_2 \end{pmatrix}$ dengan $B = \left\{\overline{u_1}, \overline{u_2}\right\} = \left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$ dan $B = \left\{\overline{v_1}, \overline{v_2}\right\} = \left\{\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}\right\}$

a. Tentukan matriks dari *T* berkenaan dengan *B*
b. Tentukan matriks dari *T* berkenaan dengan *B’*