Soluti UTS Alin IF-B

1. SPL Homogen :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} b_2-2b_1 \\ b_3-3b_1 \\ b_4-b_1 \\ b_5-2b_1 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & -9 & -1 & -1 \\ 0 & -5 & -9 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & -3 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{matrix} b_2-b_3 \\ \\ \\ b_5-2b_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -9 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -3 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} b_2 \leftrightarrow b_5 \\ b_3-5b_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -9 & -6 & 9 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ b_2-3b_3 \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -23 \\ 0 & 0 & -9 & -6 & 9 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} b_2 \leftrightarrow b_4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -4 & -6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -23 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow ④ \\ \rightarrow ③ \\ \\ \rightarrow 6x_4 - 23x_5 = 0 \rightarrow x_4 = \frac{23}{6}x_5 \text{ , } x_5 = t \in R \\ \rightarrow -4x_3 - 6x_4 + 9x_5 = 0 \end{matrix}$$

$$-4x_3 = 6x_4 - 9x_5$$
$$= 6 \cdot \frac{23}{6}x_5 - 9x_5 = 14x_5$$
$$x_3 = -\frac{14}{4}x_5$$

③ $-x_2 + x_4 - 2x_5 = 0 \rightarrow x_2 = x_4 - 2x_5 = \frac{23}{6}x_5 - 2x_5$

$$= \frac{11}{6}x_5$$

④ $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 0$

$$\rightarrow x_1 = -2x_2 - 3x_3 - x_4 - 2x_5$$
$$= -2 \cdot \frac{11}{6}x_5 - 3\left(\frac{14}{4}\right)x_5 - \frac{23}{6}x_5 - 2x_5$$
$$= -19\frac{14}{24}x_5$$

Soluti :

$x_1 = -19\frac{14}{24}t$, $x_2 = \frac{11}{6}t$, $x_3 = -\frac{14}{4}t$, $x_4 = \frac{23}{6}t$, $x_5 = t$

$t \in R$

2. Karena SPL Homogen pada no.1 solusi banyak, maka $|A| = 0$

3. Jika B merupakan Invers A, maka haruslah $AB = I_4$

$$AB = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 6 & -2 \\ 2 & 6 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -8 & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \\ -1 & -7 & -3 & 9 \\ 1 & -2 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \stackrel{?}{=} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

karena $1 \neq 0$, maka B bukan Invers dari A.

4. Garis $\vec{g}$ melalui titik A(2,1,3), tegak lurus $\vec{AB}$ dan $\vec{AC}$

Vektor arah $\vec{g}$: $\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & -3 \end{vmatrix}$.

$\vec{AB} = (1,2,2) - (2,1,3) = (-1,1,-1)$

$\vec{AC} = (-1,1,0) - (2,1,3) = (-3,0,-3)$

$= \vec{i}(-3) - \vec{j}(0) + \vec{k}(3)$

$= (-3, 0, 3)$.

Persamaan garis $\vec{g}$

$$(x,y,z) = (2,1,3) + \beta(-3,0,3).$$

5. Jika D satu bidang dengan A, B, C maka haruslah $\vec{AD} \perp$ Vektor arah $\vec{g}$.

$\vec{AD} = (0,1,-3) - (2,1,3) = (-2,0,-6)$.

$\vec{AD} \cdot (-3,0,3) = (-2,0,-6) \cdot (-3,0,3)$

$= 6 + 0 - 18 = -12 \neq 0$.

Jadi D tidak satu bidang dengan A, B, C.