Pregunta 1

a) $f_{(x)} = \frac{2^{0.2x}}{10}$ $\quad [0,2] \quad S_1 = \{0, \frac{1}{2}, 1, 2\}$

$$|f_{(x)} - p_3(x)| = \left| \frac{f^{n+1}(\varepsilon_x)}{(n+1)!} (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(\ldots)(x-x_n) \right|$$

$$= \left| \underbrace{\frac{f^4(\varepsilon_x)}{4!}}_{\alpha} \underbrace{(x-0)(x-\frac{1}{2})(x-1)(x-2)}_{\beta} \right|$$

$$|f_{(x)} - p_3(x)| = \alpha \beta$$

$$\alpha = \max_{\varepsilon_x \in [0,2]} \left| \frac{f^4(\varepsilon_x)}{4!} \right| \qquad \beta = \max_{\varepsilon_x \in [0,2]} |x(x-\frac{1}{2})(x-1)(x-2)|$$

α) $f^4_{(x)} = \frac{\ln^4(2)\, 2^{\frac{x}{5}-1}}{3125}$, por lo tanto

$$|f^4(\varepsilon_x)| = \frac{1}{4!} \left| \frac{\ln^4(2)\, 2^{\frac{x}{5}-1}}{3125} \right|$$

$$= \frac{\ln^4(2)}{4! \cdot 3125} \max_{\varepsilon_x \in [0,2]} \left| 2^{\frac{x}{5}-1} \right|$$

$$= \frac{\ln^4(2)}{4! \cdot 3125} * 0.66$$

Scanned with CamScanner

B) $q(x) = x^4 - 3.5x^3 + 3.5x^2 - x$

$q'(x) = 0$

$4x^3 - 10.5x^2 + 7x - 1 \Rightarrow$ $x_1 = 1.663$, $x_2 = 0.765$, $x_3 = 0.196$

$|q(x_1)| = \cancel{}\ 0.432$ (0.432)

$|q(x_2)| = \cancel{0.1285}\ 0.059$ (0.0598)

$|q(x_3)| = \cancel{0.1164}\ 0.086$ (0.086)

Por lo tanto

$$B = \max_{x \in [0,2]} |q(x)| = \cancel{}\ 0.432$$

Por lo tanto:

$$|f(x) - p_3(x)| \leq \alpha\, \beta$$

$$\leq \frac{\ln^4(2)}{4! \cdot 3125} \cdot 0.66 \cdot \cancel{}\ 0.432$$

b) $10^{-4} = \dfrac{(b-a)h^2}{12} |f''(\varepsilon)|$

$10^{-4} = \dfrac{2 \cdot h^2}{12} |f''(\varepsilon)|$

$h \cong 0.4$

$\Rightarrow$ hay que subdividirlo en 5 subintervalos dandonos 6 puntos.

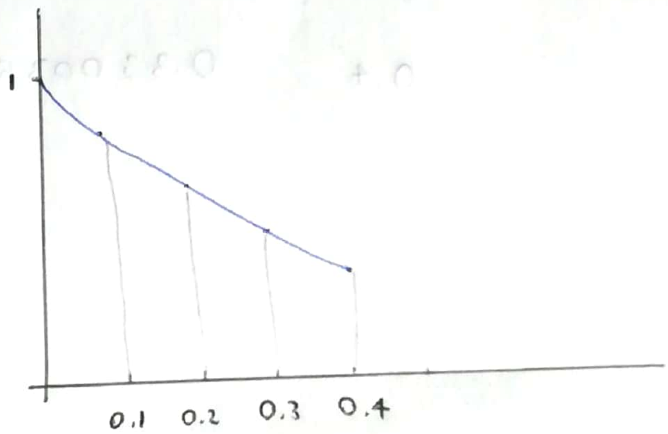
Scanned with CamScanner

Pregunta 2 $\quad \frac{dy}{dx} = x^2 - 3y \qquad y(0) = 1 \qquad [0, 0.4]$

a)

		A	B
x_n	y_n	k_1	k_2
0	1	-3	-2.5475
0.1	0.74525	-2.22575	-1.8793875
0.2	0.55731125	-1.63193375	-1.364643688
0.3	0.4208468813	-1.172540644	-0.9641595472
0.4	0.3244309265	-0.8132927796	-0.6487988627

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + h k_2 \\ k_2 = \left(x_n + \frac{h}{2}\right)^2 - 3\left(y_n + h \cdot \frac{k_1}{2}\right) \\ k_1 = x_n^2 - 3y_n \\ y_0 = 1 \qquad x_0 = 0 \end{cases}$$



b) $y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}\left[3\,f(x_k, y_k) - f[(x_{k-1}), (y_{k-1})]\right]$

$$\begin{cases} y_2 = 0.74525 + \frac{0.1}{2}\left[3\left(0.1^2 - 3\cdot 0.74525\right) - \left(0^2 - 3\cdot 1\right)\right] = 0.5613875 \\ y_1 = 0.74525 \\ y_0 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_3 = 0.5613875 + \frac{0.1}{2}\left[3\left(0.2^2 - 3\cdot 0.5613875\right) - \left(0.1^2 - 3\cdot 0.74525\right)\right] = 0.426050625 \\ y_2 = 0.5613875 \\ y_1 = 0.74525 \end{cases}$$

x_n	y_n
0	1
0.1	0.74525
0.2	0.5613875
0.3	0.426050625
0.4	0.3300359688

Pregunta 3

a) No, porque se le puede calcular la diagonal entonces no es defectuosa.

b) Falso, también aproxima el vector propio normalizado asociado a dicho valor propio.

c) Verdadero,

d) Falso, aproxima ~~[illegible]~~. todos los valores propios y vectores propios de una matriz.

e) Falso, el método de la potencia me permite calcular el valor propio más grande y el método de la potencia inversa el más pequeño.