Instituto Tecnológico de Costa Rica
Ingeniería en Computadores
CE-3102: Análisis Numérico para Ingeniería

Semestre I - 2020
Tiempo: 2 Horas y 30 minutos
Puntaje: 38 puntos

PRIMER EXAMEN PARCIAL TEÓRICO

Nombre del Estudiante: GUZMAN ARAYA JONATHAN ALBERTO

Instrucciones Generales.

- Este primer examen parcial estará activo el **lunes 8 de junio, de 7:30 am a las 7:30 pm**. No se aceptarán exámenes enviados después de las 7:30 pm.
- Verifique que el examen tiene su nombre, si no es así, contacte al profesor **Juan Pablo Soto Quirós** al correo `jusoto@tec.ac.cr`.
- Este examen es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos necesarios o procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma ordenada y clara para resolver el examen.
- El examen deberá ser resuelto en hojas de color blanco o con renglones, utilizando un lápiz o un lapicero que marque bien oscuro. No se calificará el examen si está desarrollado en algún editor computacional (por ejemplo, Word, Latex, entre otros).
- Luego, las hojas deberán ser escaneadas en un solo archivo con extensión `pdf`, el cual puede tener varias páginas. Para esto puede utilizar alguna de las siguientes aplicaciones para *smartphone*: Adobe Scan, CamScanner, Scanbot, o alguna similar. El nombre del archivo debe seguir el siguiente formato: `Apellido1_Apellido2_Nombre_Carnet.pdf`. No se calificará el examen si no viene en un solo archivo con extensión `pdf`.
- Solo se calificará el procedimiento que se encuentra en el archivo `pdf`. Debe verificar que todos los procedimientos realizados estén en dicho documento.
- Debe enviar el archivo `pdf` al correo `jusoto@tec.ac.cr`. El asunto del correo debe seguir el siguiente formato: `Apellido1 - Apellido2 - Nombre - ANPI - Parcial 1`.
- La fecha y hora límite para enviar la solución es el **lunes 8 de junio a las 7:30 pm**. No se aceptarán exámenes enviados después de la fecha y hora indicada.

Preguntas

1. Un método iterativo para aproximar el cero de una ecuación $f(x) = 0$ es el método de Kurchatov definido por la iteración

$$\begin{cases} y_{k+1} = \dfrac{f(2x_k - x_{k-1}) - f(x_{k-1})}{2x_k} \\ x_{k+1} = x_k - f(x_k)/y_{k+1} \\ x_0, x_1 \in \mathbb{R} \end{cases},$$

donde $x_k \neq 0$ y $y_{k+1} \neq 0$, para todo $k = 1, 2, ...$

   (a) [**4 puntos**] Escriba un pseudocódigo del método iterativo de Kurchatov. Los parámetros iniciales deben ser la función f, valores iniciales $x_0, x_1 \in \mathbb{R}$, tolerancia $tol > 0$ e iteraciones máximas $iterMax \in \mathbb{Z}^+$. Los parámetros de salida son la aproximación $x_k \in \mathbb{R}$, número de iteraciones $k \in \mathbb{Z}^+$ y error $|f(x_k)|$. El pseudocódigo debe evitar que el método falle.

   (b) [**4 puntos**] Utilice el método de Kurchatov para calcular una aproximación de la ecuación

$$3x^2 - 12x\sin(x) = 6\cos(2x),$$

   con valor inicial $x_0 = 2.25$, $x_1 = 2.75$, con 4 iteraciones, usando el error absoluto de la función. Presenten los resultados en una tabla, que incluya todos los datos.

2. [**10 puntos**] Demuestre que la función

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

tiene un único punto fijo en el intervalo $[-3, 3]$.

3. Considere las siguientes preguntas:

   (a) [**3 puntos**] Considere las matrices

$$A_1 = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

   Sea $b \in \mathbb{R}^3$. Determine a cual de los sistemas $A_1x = b$ y $A_2x = b$ se le puede aplicar la factorización de Cholesky para resolver dicho sistema. Justifique la respuesta.

   (b) [**7 puntos**] Sea $b = (3, -2, -4)^t$. Usando el método iterativo de Gauss-Seidel hacia adelante, aproxime la solución del sistema $A_2x = b$ con 3 iteraciones. Calcule el error absoluto de cada iteración, usando norma infinito.

4. [**10 puntos**] Sea $f(x_1, x_2) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 + 3)^2 + x_1x_2$. Aplique el método de descenso coordinado para aproximar una solución al problema

$$\min_{x_1, x_2} f(x_1, x_2),$$

utilizando 3 iteraciones y $\mathbf{x}^{(0)} = (4, -5)^T$.