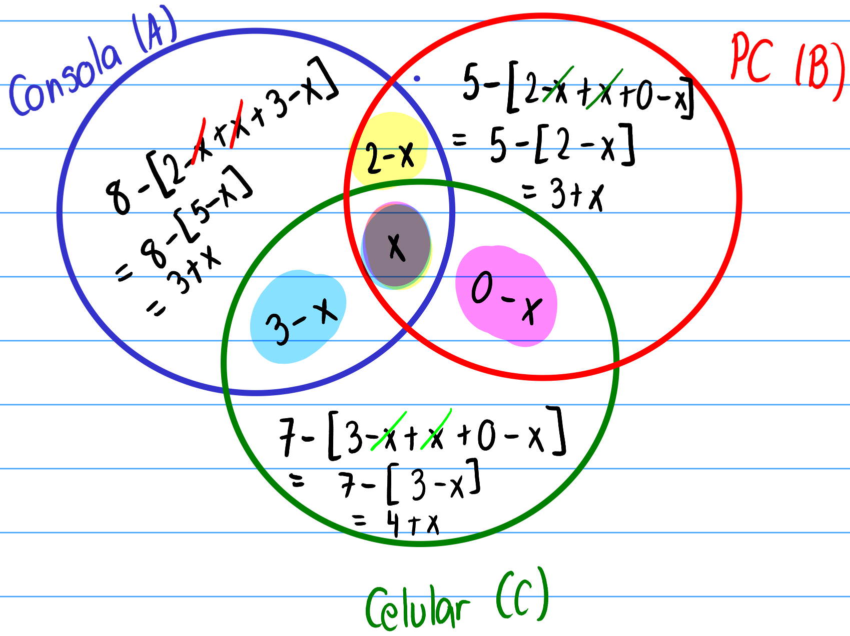
1. **[3 puntos]** En un grupo de Probabilidades se realizó una encuesta sobre los dispositivos que usan los estudiantes para jugar videojuegos. A 8 personas les gusta jugar en consola, a 5 les gusta jugar en PC y a 7 les gusta jugar en celular. Se descubrió que no hay estudiantes que les guste jugar en PC y celular. Solo hay 2 que les gusta jugar en consola y PC. Además, a 3 les gusta jugar en consola y celular. ¿Cuántos estudiantes respondieron en la encuesta que les gusta jugar en alguno de los tres dispositivos mencionados?



$$3+x+3+\cancel{x}+4+\cancel{x}+3-\cancel{x}+0-\cancel{x}+2-\cancel{x}+\cancel{x}=20$$

$$x+15=20 \Rightarrow x=5$$

Finalmente, $3+x+3+x+4+x = 10+3x$

$$= 10+15$$

$$= 25 \quad \text{estudiantes}$$

2. **[3 puntos]** Cierto día, las personas que ingresan a una atracción de la feria obtienen un boleto para sortear 6 camisetas, todas distintas, y 4 llaveros de colección, todos iguales. Ese día solo se registraron 6 participantes. Determine el total de formas en que puede quedar la distribución si cada persona recibe una camiseta, y los llaveros se reparten sin ninguna restricción.

Etapa 1: repartir camisetas

$6! = 720$ maneras

Etapa 2: repartir llaveros

$C(6+4-1, 4) = C(9,4)$

$= 126$ maneras

TOTAL: $720 \cdot 126 = 90\,720$ maneras

3. **[4 puntos]** Determine la cantidad de anagramas de la palabra "casino" en los que alguna de sus sílabas quedan juntas.

Caso 1: las letras CA van juntas

Etapa 1: elegir el campo para CA — $C(5,1) = 5$ maneras

Etapa 2: colocar CA — 1 manera

Etapa 3: colocar el resto de letras — $4! = 24$ maneras

Caso 2: las letras SI van juntas

Etapa 1: elegir el campo para SI — $C(5,1) = 5$ maneras

Etapa 2: colocar SI — 1 manera

Etapa 3: colocar el resto de letras — $4! = 24$ maneras

Caso 3: las letras NO van juntas

Etapa 1: elegir el campo para NO — $C(5,1) = 5$ maneras

Etapa 2: colocar NO — 1 manera

Etapa 3: colocar el resto de letras — $4! = 24$ maneras

TOTAL: $3(5 \cdot 1 \cdot 24) = 360$ anagramas.

4. **[5 puntos]** Un alfabeto reducido está conformado por 5 letras distintas y 6 números diferentes. Las reglas permiten usar cualquier combinación de los 11 símbolos para formar una palabra, con la condición de que en estas palabras no queden números consecutivos. ¿Cuántas palabras, con las condiciones propuestas, de 4 símbolos se pueden formar?

Caso 1: # L # L

$6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 600$ maneras

Caso 2: L # L #

$5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 5 = 600$ maneras

Caso 3: # L L #

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 = 600$ maneras

Caso 4: L L L #

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6 = 360$ maneras

Caso 5: # L L L

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ maneras

Caso 6: L # L L

$5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ maneras

Caso 7: L L # L

$5 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 3 = 360$ maneras

Caso 8: L L L L

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ maneras

TOTAL: $3 \cdot 600 + 4 \cdot 360 + 120 = 1800 + 1440 + 120$

$= 3360$ maneras

5. **[5 puntos]** En una mesa se tienen un par de urnas: la primera urna (llamada A) tiene 4 bolitas rojas y 6 bolitas azules, mientras que la segunda urna (llamada B) posee 16 bolitas rojas y una cantidad desconocida de bolitas azules. Un experimento consiste en sacar una bolita, al azar, de cada urna. Si se sabe que la probabilidad de que ambas bolitas sean del mismo color es de 0.44, ¿cuántas bolitas azules hay en la urna B?

$\Omega = \{ \overset{UA}{A}\overset{UB}{A}, \overset{UA}{R}\overset{UB}{R} \}$, sea n la cantidad de bolitas azules de la urna B.

$$\frac{44}{100} = \frac{6}{10} \cdot \frac{n}{n+16} + \frac{4}{10} \cdot \frac{16}{n+16} \Rightarrow \frac{11}{25} = \frac{6n+64}{10(n+16)}$$

$$\Rightarrow 11 \cdot 10 (n+16) = 25(6n+64)$$

$$\Rightarrow 110n + 1760 = 150n + 1600$$

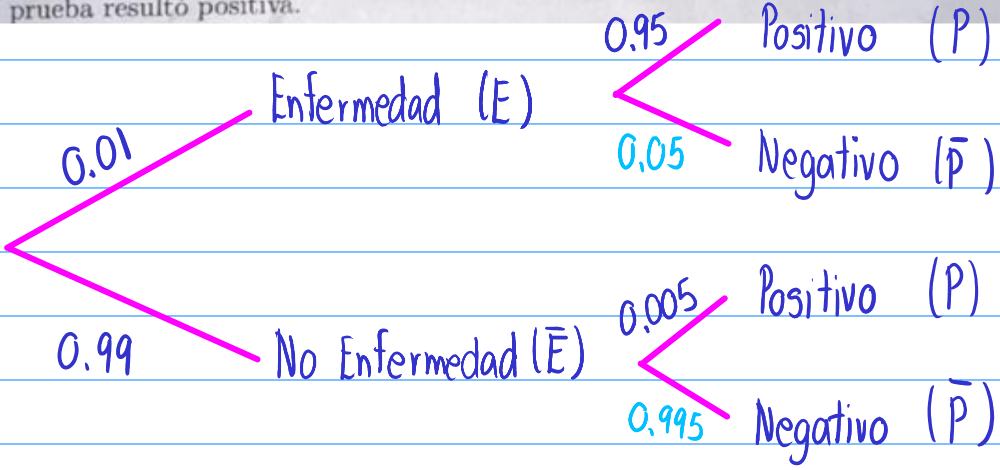
$$\Rightarrow 1760 - 1600 = 150n - 110n$$

$$\Rightarrow 160 = 40n$$

$$\Rightarrow n = 4$$

Se tienen 4 bolitas azules en la urna B.

6. [**5 puntos**] Expertos concluyeron que, en un prueba sanguínea, si una persona posee cierta enfermedad, la probabilidad de que resulte positivo es de 95 %, mientras que si no posee la enfermedad, la probabilidad de que resulte positivo es de 0.5 %. Se estima que en determinada población, alrededor del 1 % de las personas realmente posee dicha enfermedad. Determine la probabilidad de que una persona elegida al azar de esta población tenga la enfermedad, si su prueba resultó positiva.



$$P(E|P) = \frac{P(E)\cdot P(P)}{P(E)\cdot P(P) + P(\bar{E})\cdot P(P)}$$

$$= \frac{0.01\cdot 0.95}{0.01\cdot 0.95 + 0.99\cdot 0.005}$$

$$= 0.6574$$

7. [5 puntos] En un grupo grande de pacientes en recuperación de heridas de hombro, el 22 % asiste tanto a terapia física como al quiropráctico, mientras que el 12 % no asiste a ninguno. Se sabe que la probabilidad de que un paciente escogido al azar visite al quiropráctico excede en 0.14 a la probabilidad de que un paciente escogido al azar visite la terapia física. ¿Cuál es la probabilidad de que un paciente, elegido al azar, visite la terapia física?

F terapia física, Q quiropráctico

$P(F \cap Q) = 0{,}22$ $\quad\quad$ $P(Q) + 0{,}14 = P(F)$

$P(\bar{F} \cap \bar{Q}) = 0{,}12$

$P(\bar{F} \cap \bar{Q}) = P(\overline{F \cup Q})$ $\quad$ por ley de Morgan

$\Rightarrow P(\bar{F} \cap \bar{Q}) = 1 - P(F \cup Q)$ $\quad$ por Complemento

$\Rightarrow 0{,}12 = 1 - P(F \cup Q)$

$\Rightarrow P(F \cup Q) = 1 - 0{,}12$

$\Rightarrow P(F \cup Q) = 0{,}88$ $\quad$ (1)

Ahora, $P(F \cup Q) = P(F) + P(Q) - P(F \cap Q)$

$\Rightarrow P(F \cup Q) = P(Q) + 0{,}14 + P(Q) - 0{,}22$

$\Rightarrow P(F \cup Q) = 2P(Q) - 0{,}08$

$\Rightarrow 0{,}88 = 2P(Q) - 0{,}08$ $\quad$ por (1)

$\Rightarrow 0{,}88 + 0{,}08 = 2P(Q)$

$\Rightarrow 0{,}96 = 2P(Q)$

$\Rightarrow 0{,}48 = P(Q)$ $\quad$ (2)

Como se sabe que $P(Q) + 0{,}14 = P(F)$, por (2) se tiene que:

$0{,}48 + 0{,}14 = P(F) \Rightarrow 0{,}62 = P(F)$

$\therefore$ La probabilidad de que visite terapia física es de 0.62.