Rectas

1. Determine los tres tipos de ecuaciones de la recta L si se sabe que dicha recta contiene al punto $A(2,-3,-5)$ y tiene como vector director a $u=(-5,7,2)$

2. Determine los tres tipos de ecuaciones de la recta M si se sabe que dicha recta contiene al punto $T(-2,4,7)$ y tiene como vector director a $w=(2,-3,5)$

3. Dadas las rectas

$$L:\begin{cases} x=2-3t \\ y=-5t \\ z=4 \end{cases}, \text{ con } t\in\mathbb{R} \qquad\qquad m:\frac{x-5}{2}=\frac{y+1}{3}=z-2$$

   Halle para cada recta un vector director y dos puntos que le pertenecen.

4. Dadas las rectas

$$M:\begin{cases} x=5-4k \\ y=-2k+3 \\ z=2k \end{cases}, \text{ con } k\in\mathbb{R} \qquad\qquad L:\frac{x-1}{3}=y-2=\frac{z-1}{4}$$

   Halle para cada recta un vector director y dos puntos que le pertenecen.

5. Determine el punto de intersección entre las rectas de ecuaciones: R/ $(-1,-3,-4)$

$$L_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2} \qquad\qquad L_2: x-1=-y-5=z+2$$

6. Determine el punto de intersección entre las rectas de ecuaciones: R/ $(-3,-1,5)$

$$L_1:(x,y,z)=(-1,2,4)+t(2,3,-1), \text{ con } t\in\mathbb{R} \qquad\qquad L_2:\frac{x-1}{4}=\frac{2-z}{3}; y=-1$$

7. Dadas las rectas L_1 y L_2 cuyas ecuaciones se presentan a continuación:

$$L_1 : (x, y, z) = (0, 3, 3) + t(1, -1, 1), \text{ con } t \in \mathbb{R}$$
$$L_2 : (x, y, z) = (5, 2, 4) + \alpha(3, 1, -1), \text{ con } \alpha \in \mathbb{R}$$

Verifique que las dos rectas se intersecan y determine su punto de intersección. R/ $(2, 1, 5)$

8. Sean L_1 y L_2 rectas con ecuaciones respectivas:

$$L_1 : (x, y, z) = (1, 1, 1) + t(1, -1, 1), \text{ con } t \in \mathbb{R} \qquad L_2 : \begin{cases} x = 3 - s \\ y = -1 + s \\ z = 1 + 2s \end{cases}, \text{ con } s \in \mathbb{R}$$

Pruebe que las rectas L_1 y L_2 se intersecan perpendicularmente y determine el punto en el cual L_1 y L_2 se intersecan. R/ $\left(\frac{7}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)$

9. Considere las rectas

$$L_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}, \text{ con } t \in \mathbb{R} \qquad L_2 : \frac{x-3}{-1} = y + 1 = \frac{z-1}{2}$$

Pruebe que las rectas L_1 y L_2 se intersecan perpendicularmente y determine el punto en el cual L_1 y L_2 se intersecan. R/ $\left(\frac{7}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)$

10. Sea $P(1, -2, 4)$ un punto en $\mathbb{R}^3$ y R la recta cuya ecuación vectorial está dada por

$$(x, y, z) = (1 + t, 2 - t, -1 + t), \text{ con } t \in \mathbb{R}$$

Halle la ecuación de la recta S que pasa por el punto P y corta perpendicularmente a R.

11. Determine la ecuación de la recta L que pasa por el punto $(1, 3, -2)$ y que es paralela a la recta R que contiene a los puntos $A = (2, 0, 1)$ y $B = (-1, 3, 1)$ R/ $(1 - 3t, 3 + 3t, -2)$, con $t \in \mathbb{R}$

12. Halle una ecuación de la recta que pasa por el punto $A(1, -2, 4)$ y es paralela a la recta que pasa por los puntos $B(-5, 7, 0)$ y $C(6, -3, 3)$ R/ $(11t + 1, -10t - 2, 3t + 4)$, con $t \in \mathbb{R}$

13. Sean L_1 y L_2 rectas definidas por las ecuaciones

$$L_1 : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = z - 2 \qquad L_2 : (x, y, z) = (3, 2, 1) + t(2, 1, -1), \text{ con } t \in \mathbb{R}$$

Determine las ecuaciones paramétricas de la recta L_3 que cumpla simultáneamente las siguientes condiciones: R/ $L_3 : \begin{cases} x = 7/5 \\ y = 6/5 + 5t \\ z = 9/5 + 5t \end{cases}$, con $t \in \mathbb{R}$

- L_3 contiene el punto de intersección entre L_1 y L_2
- L_3 es perpendicular a L_1 y L_2

14. Halle la ecuación de la recta que pasa por el punto $P = (-1, 2, -3)$, es perpendicular al vector $v = (6, -2, -3)$ y se corta con la recta R/ $(-1 + 2t, 2 - 3t, -3 + 6t)$, con $t \in \mathbb{R}$

$$L_1 : \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{-5}$$

15. Sea $A = (1, 1, 2)$ un punto y suponga que la recta L tiene por ecuaciones paramétricas

$$L : \begin{cases} x = 4 - t \\ y = 5 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}, \text{ con } t \in \mathbb{R}$$

Halle un punto B en L, tal que $\overrightarrow{BA}$ y la recta sean perpendiculares. R/ $\left(\frac{34}{11}, \frac{85}{11}, \frac{43}{11}\right)$

16. Determine la distancia del punto $P = (1, 3, 4)$ a la recta con ecuación:

$$L : (x, y, z) = (1, 2, -1) + t(1, -2, 1), \text{ con } t \in \mathbb{R}$$

17. Determine la distancia del punto $Q = (1, 3, -2)$ a la recta con ecuación: R/ $\frac{3\sqrt{21}}{7}$

$$L : \frac{x}{2} = \frac{1-y}{3} = z + 2$$

18. Determine la distancia del punto $P = (0, 1, 2)$ a la recta con ecuación:

$$M : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = z - 3$$

R/ $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

19. Calcule la distancia del punto $P = (1, -1, 1)$ a la recta con ecuación:

$$(x, y, z) = (1, 1, 1) + \lambda(2, 2, 2), \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}$$

20. Calcule la distancia del punto $R = (-2, -1, 4)$ a la recta con ecuación:

$$(x, y, z) = (-2, 1, 3) + \lambda(-4, 2, 1), \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}$$