

## Conteo de distribuciones

### ■ Distribuciones de objetos distinguibles (Diferentes)

Si se tienen  $r$  objetos distinguibles y  $n$  cajas distintas, el número de maneras de distribuir  $r$  objetos distinguibles en  $n$  cajas distintas viene dado por:

1. Si  $r < n$  entonces el número de maneras de distribuir los objetos en las cajas, donde a lo sumo debe estar un objeto en cada caja es  $P(n, r)$
2. El número de maneras de distribuir los objetos en las cajas, si no hay restricciones es  $n^r$

### ■ Distribuciones de objetos indistinguibles (Iguales)

Si se tiene  $r$  objetos indistinguibles en  $n$  cajas distintas, el número de maneras de distribuir  $r$  objetos indistinguibles en  $n$  cajas distintas viene dado por:

1. Si  $r < n$  entonces el número de maneras de distribuir los objetos en las cajas, donde a lo sumo debe estar un objeto en cada caja es  $C(n, r)$
2. El número de maneras de distribuir los objetos en las cajas, si no hay restricciones es  $C(n + r - 1, r)$

Entidad: CAJA

Lo que voy a repartir a la caja el objeto

"Doy helados a personas" ✓  
 "Doy personas a helados" ✗

Objetos ( $r$ )	Cajas ( $n$ )	Restricción	Resultado
Iguales	Diferentes	-	$C(n+r-1, r)$
Iguales	Diferentes	Al menos un objeto	$C(n, r)$
Diferentes	Diferentes	Al menos un objeto	$P(n, r)$
Diferentes	Diferentes	-	$n^r$

} Combinación  
shift + ÷

Permutation  
shift + X  
A  
or

Una confitería desea premiar a sus mejores clientes: Juan, María y Lucía. Para ello, se propone distribuir entre ellos 5 frutinis (cada uno de sabor distinto) y 12 chupas (todas diferentes entre sí). De cuántas maneras se pueden distribuir estos confites si?

→ Distingüibles

a) A Lucía le corresponde a lo sumo un frutini

R/ 59521392

→ Distingüibles

3 Cajas (Juan, María, Lucía)

5 objetos X (frutinis) 12 objetos Y (12 chupas)

A Lucía  $\leq 1$  frutini

Caso 1: 0 frutinis a Lucía

Etapas 1: Elegir frutinis para Lucía  
(5,0) → 1

Objetos (r)	Cajas (n)	Restricción	Resultado
Iguales	Diferentes	-	$C(n+r-1, r)$
Iguales	Diferentes	Al menos un objeto	$C(n, r)$
Diferentes	Diferentes	Al menos un objeto	$P(n, r)$
Diferentes	Diferentes	-	$n^r$

Etapas 2: Repartir resto de frutinis

Las cajas (Juan y María) 1

los objetos (frutinis de diferentes sabores)

son distintos →  $2^5$

Etapas 3: Repartir chupas

mismo escenario que el anterior

→  $3^{12}$

Total:  $2^5 \cdot 3^{12}$

Caso 2: frutinis a Lucia

Etapa 1: Elegir frutinis para Lucia  
 $(S_1) \rightarrow 5$

Objetos (r)	Cajas (n)	Restricción	Resultado
Iguales	Diferentes	-	$C(n+r-1, r)$
Iguales	Diferentes	Al menos un objeto	$C(n, r)$
Diferentes	Diferentes	Al menos un objeto	$P(n, r)$
Diferentes	Diferentes	-	$n^r$

Etapa 2: Repartir resto de frutinis  
 $2^4$

Etapa 3: Repartir chupas  
mismo escenario que el anterior  
 $\rightarrow 3^{12}$

Total:  $5 \cdot 16 \cdot 3^{12}$

$$B/ \quad 1 \cdot 2^5 \cdot 3^{12} + 5 \cdot 2^4 \cdot 3^{12} = 59\ 521\ 392$$

b) A Juan le corresponden al menos 10 chupas  
 $\geq 10$

Por que hay 12  
y ocupa 10  
↑

Caso 1: 10 Chupas para Juan

Etapas 1: Repartir chupas a Juan  $c(12, 10) = \boxed{66}$

Etapas 2: Repartir resto de chupas  $\boxed{2^2}$

Etapas 3: Repartir frutinis  $\boxed{3^5}$

Total:  $\boxed{66 \cdot 2^2 \cdot 3^5}$

Caso 2: 11 Chupas para Juan

Etapas 1: Repartir chupas a Juan  $c(12, 11) = \boxed{12}$

Etapas 2: Repartir resto de chupas  $\boxed{2^1}$

Etapas 3: Repartir frutinis  $\boxed{3^5}$

Total:  $\boxed{12 \cdot 2^1 \cdot 3^5}$

Caso 3: 12 Chupas para Juan

Etapas 1: Repartir chupas a Juan  $c(12, 12) = \boxed{1}$

Etapas 2: Repartir resto de chupas  $\boxed{2^0}$

Etapas 3: Repartir frutinis  $\boxed{3^5}$

Total:  $\boxed{1 \cdot 2^0 \cdot 3^5}$

$$R1 \quad 66 \cdot 2^2 \cdot 3^5 + 12 \cdot 2^1 \cdot 3^5 + 1 \cdot 2^0 \cdot 3^5 = \boxed{70227}$$

Se desea distribuir 17 lapiceros idénticos y 5 lápices de color distintos en 5 cartucheras distintas. Determine el número de maneras de distribuir estos objetos en las cartucheras si:

a) No hay restricciones

R/ 18703 125

Objetos (r)	Cajas (n)	Restricción	Resultado
Iguales	Diferentes	-	$C(n+r-1, r)$
Iguales	Diferentes	Al menos un objeto	$C(n, r)$
Diferentes	Diferentes	Al menos un objeto	$P(n, r)$
Diferentes	Diferentes	-	$n^r$

5 cartucheras  $\rightarrow$  Diferentes (Cajas)  
 17 lapiceros  $\rightarrow$  Iguales (objeto x)  
 5 lápices  $\rightarrow$  Diferentes (objeto y)

objeto igual }  
 caja diferente }  
 objeto diferente }  
 caja diferente }

Etapas 1: Repartir lapiceros

$$C(5+17-1, 17) \rightarrow C(21, 17) = 5985$$

Etapas 2: Repartir lápices

$$5^5$$

$$\text{Total: } 5985 \cdot 5^5 = 18703125$$

b) Cada cartuchera debe tener al menos un lapicero y al menos un lápiz de color R/ 218400

$$\geq 1$$

$$\geq 1$$

c) Al menos una cartuchera tiene más de 4 lapiceros

R/ 5950 · 5!