

TECNOLÓGICO DE COSTA RICA

II SEMESTRE, 2025

MA-2404 PROBABILIDAD

TIEMPO: 2 DÍAS

ESCUELA DE MATEMÁTICA

PUNTAJE TOTAL: 12 pts

ESCUELA DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS

Tarea/Cuiz #6

Sancho Loaiza Jonathan

Instrucciones:

Utilice al menos 3 cifras significativas con redondeo. Por ejemplo, si la respuesta es $\frac{1}{24} = 0.041666\dots$, posibles respuestas son “0.04166”, “0.0417”, “4.166E-2”, etc.

Considere el lanzamiento de un solo dado, cuya media está dada por $\mu = 7/2$ y su varianza por $\sigma^2 = 35/12$. Para el caso de lanzar n dados, sea \bar{X} el promedio obtenido. Se tiene que $\mu_{\bar{X}} = \mu$ y $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$. Se quiere determinar n tal que:

$$P(|\bar{X} - 3.5| > 0.17) \leq 0.13$$

(1) [1 punto] Aproxime el valor de n utilizando la desigualdad de Chebyshev.

(2) [2 puntos] Aproxime el valor de n , utilizando el teorema del límite central.

Un inspector observa una ruleta de un casino (la cual tiene los números del 1 al 36), y cuenta el número k de ocurrencias impares en 95 rondas. Si el número k excede 55, decide que la ruleta está alterada.

(3) [1 punto] Suponiendo que la ruleta es justa, utilice el teorema del límite central para determinar la probabilidad de que la decisión sea incorrecta.

(4) [2 puntos] ¿Qué valor de k haría que la decisión sea incorrecta sólo un 0.2 % de las veces?

Una fábrica produce X_n artículos en el día n -ésimo, donde X_n son variables aleatorias idénticamente distribuidas, con media 4 y varianza 7.

(5) [2 puntos] Determine la probabilidad de que el número total de artículos producidos en 104 días sea menor a 337.

(6) [2 puntos] Determine el máximo valor de n tal que

$$P(X_1 + \cdots + X_n \geq 195 + 3n) \leq 0.025$$

(7) [2 puntos] Sea N el primer día en el que el total de artículos producidos excede a los 1000. Determine la probabilidad de que $N \geq 275$ (*Sugerencia:* Piense el problema al revés, es decir, determinar la probabilidad de que en 274 días se produzcan menos de 1000 items.)