

■ Permutación

Una permutación de n objetos distintos es un ordenamiento de ellos. Al número de permutaciones de n objetos distintos se le denota por $P(n)$ y su fórmula viene dada por:

$$P(n) = n!$$

El orden importa

■ Arreglo

Un arreglo de r objetos tomados de n objetos distintos es una escogencia ordenada de r objetos tomados de los n objetos. El número de arreglos de r objetos tomados de n objetos distintos, se denota por $P(n, r)$ y su fórmula viene dada por:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

El orden importa

■ Combinación

Una combinación tomada de r objetos tomados de n distintos es una selección de r objetos tomados de los n , es decir, si A es el conjunto de los n objetos, entonces una combinación de r objetos tomados de los n es un subconjunto de A de cardinalidad r . El número de combinaciones de r objetos tomados de n distintos, se denota por $C(n, r)$ y su fórmula viene dada por:

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

El orden no importa

■ Conteo de permutaciones con objetos repetidos

En este caso, se tiene que

$$P(n; k_1, k_2, \dots, k_r) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_r!}$$

■ Conteo de combinaciones con repetición

En este caso, se tiene que el número de soluciones naturales de la ecuación $x_1 + x_2 + \dots + x_n = r$ es

$$C(n+r-1, r)$$

Conteo con objetos repetidos

$$P(n; k_1, k_2, \dots, k_r) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_r!}$$

Considere la palabra **EDEPACIEMAC**

a) ¿Cuántos anagramas existen de esta palabra?

✓ No hay restricciones

Contar cuantas veces sale cada letra

3 E 1 D 1 P 2 A 2 C 1 I 1 M

Conteo de permutaciones con objetos repetidos

En este caso, se tiene que

$$P(n; k_1, k_2, \dots, k_r) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_r!}$$

Del $n!$ es la cantidad total de objetos

EDEPACIEMAC

tiene 11 objetos

→ 11!

Para saber cual es

k_1, k_2, \dots, k_r se pone la

cantidad total de objetos repetidos

de su categoría !

3 E 1 D 1 P 2 A 2 C 1 I 1 M

3! 1! 1! 2! 2! 1! 1!

Y finalmente se aplica la formula

$$\frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_r!} \rightarrow \frac{11!}{3! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = \boxed{1663200}$$

3 E 1 D 1 P 2 A 2 C 1 I 1 M

b) ¿Cuántos anagramas existen de esta palabra en los cuales las E estén ubicadas en el centro y se tengan al menos dos vocales antes de la E?

R/ 5040

≥ 2 En el centro

Vocales disponibles
2 A 1 I

• Conteo de combinaciones con repetición

En este caso, se tiene que el número de soluciones naturales de la ecuación $x_1 + x_2 + \dots + x_n = r$ es

$$C(n+r-1, r)$$

$n \geq$ Cantidad de espacios

$r \geq$ Cantidad de objetos

En este caso sería $C(3+2-1, 2) \rightarrow C(4, 2)$, para mas rapido $C(\text{posiciones disponibles, cantidad de elementos})$

Querramos ver las diferentes maneras de colocar objetos repetidos (A A) de diferentes maneras

4 posiciones, 2 elementos

Caso 1: A A antes de E E E

shift + 1

Etapas 1: Colocar las E \rightarrow 1 manera

Etapas 2: Elegir posición de AA $\rightarrow C(4, 2) = 6$ maneras

Etapas 3: Colocar las AA \rightarrow 1 manera

Etapas 4: Elegir posiciones las demás vocales después de las E para cumplir la condición $\rightarrow 4$ maneras

Etapas 5: Colocar la I \rightarrow 1 manera

Etapas 6: Colocar las consonantes \rightarrow ~~3~~ E 1 D 1 P ~~2~~ A 2 C ~~1~~ I 1 M

D P C C M \rightarrow 5! = 60

1! 2! 2! 1! 1! \rightarrow 2!

Esta repetición

• Conteo de permutaciones con objetos repetidos

En este caso, se tiene que

$$P(n; k_1, k_2, \dots, k_r) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_r!}$$

Total: 1, 6, 4, 1, 60 = 1440

Diagrama de bloques: [AA] [EE] [I]

Nota: En la etapa 1 y 3, a la hora de colocar, AA son iguales se coloca un bloque, por eso es 1 manera entonces solo hay 1 manera

Puede ser AI V IA, es ese conjunto, no ese orden

Caso 2: AI antes de EEE A A I

— — — — E E E — — — —

Etapa 1: Colocar las E \rightarrow $\boxed{1}$

Etapa 2: Elegir posición de AI $\rightarrow (2, 4) \rightarrow \boxed{6}$

Etapa 3: Colocar AI $\rightarrow 2! \rightarrow \boxed{2}$ (AI V IA)

Etapa 4: Elegir posición del resto de vocales $\rightarrow \boxed{4}$

Etapa 5: Colocar el resto de vocales $\rightarrow \boxed{1}$

Etapa 6: Colocar el resto de consonantes

~~3~~E 1D 1P ~~2~~A 2C ~~1~~I 1M
1A

$$\begin{array}{ccccccc} D & P & C & C & M & \rightarrow & S! \\ 1! & 1! & 1! & 2! & 1! & & 2! \end{array} = \boxed{60}$$

$$\text{Total } 1 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 60 = \boxed{2880}$$

Este cubre IAA, AIA, AAI
Por que es ese conjunto,
NO ese orden

Caso 3: I A A antes de EEE

— — — — E E E — — — —

Etapa 1: Colocar las E $\rightarrow \boxed{1}$

Etapa 2: Elegir posición de IAA $(4, 3) \rightarrow \boxed{4}$

Etapa 3: Colocar AAI $\frac{3!}{2! \cdot 1!} = \boxed{3}$

No es
relevante pero
es importante
saber que $(4, 3) \geq 1$

Etapa 4: Colocar resto de vocales $(4, 0) \rightarrow \boxed{1}$

Etapa 5: Colocar el resto de consonantes

$$\begin{array}{ccccccc} \cancel{3}E & 1D & 1P & \cancel{2}A & 2C & \cancel{1}I & 1M \\ 1! & 1! & & 2! & & 1! & \end{array} = \frac{5!}{2!} = \boxed{60}$$

$$\text{Total: } 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 60 = \boxed{720} \quad R / 2740 + 2880 + 720$$

$$= \boxed{5040}$$

