Todas las respuestas estan redondeadas a 4 decimales significativos

Distribución Binomial

1. Se lanzan 15 dados idénticos. El juego consiste en ganar si se obtiene en 6 o más veces una cara mayor a 4, la persona repite el juego 15 veces. Determine que en 15 jugadas se gane 6 o más veces. R/ 0,3816

$p = \frac{2}{6} \quad q = \frac{2}{3} \quad n = 15$

$P(x \geq 6) = 1 - P(x < 6)$

$$1 - \sum_{k=0}^{5} c(15,k) \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^{k} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{15-k}$$

$$\approx \boxed{0{,}3816}$$

2. La probabilidad de contestar correctamente una pregunta es de 0,4. Sabiendo que el examen es de 5 preguntas. Calcule la probabilidad si:

a) Todas son correctas

$p = 0{,}4 \quad q = 0{,}6$

$P(x=5) = c(5,5) \cdot 0{,}4^{5} \cdot 0{,}6^{5-5}$

$= \boxed{0{,}01024}$

b) Al menos 2 preguntas correctas

$P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2)$

$$1 - \sum_{k=0}^{1} c(5,k) \cdot 0{,}4^{k} \cdot 0{,}6^{5-k} = \boxed{0{,}66304}$$

c) 3 preguntas correctas

$P(x=3) = c(5,5) \cdot 0{,}4^{3} \cdot 0{,}6^{5-3}$

$\boxed{0{,}02304}$

3. Un equipo de natación tiene un 0,65 de probabilidad de ganar cada vez que hay una competencia. Si hay 10 competencias:

a) Calcule la probabilidad de ganar más de la mitad de las competencias

$p = 0{,}65 \quad q = 0{,}35 \quad n = 10$

$P(x > 5) = 1 - P(x \leq 5)$

$$1 - \sum_{k=0}^{5} c(10,k) \cdot 0{,}65^{k} \cdot 0{,}35^{10-k} = \boxed{0{,}7514}$$

b) Calcule el número esperado de ganar las 10 competencias

$E(x) = 10 \cdot 0{,}65 = \boxed{6{,}5}$

4. Se estima que el 12 % de la población es zurda. En un grupo de 32 estudiantes ¿cuál es la probabilidad que 2 de ellos sean zurdos? R/ 0,1542

$p = 0{,}12 \quad q = 0{,}88 \quad n = 32$

$P(X=2) = c(32,2) \cdot 0{,}12^{2} \cdot 0{,}88^{32-2}$

$\approx \boxed{0{,}1542}$

5. Un quiz de probabilidad consta de cinco preguntas y la probabilidad de contestar correctamente una pregunta es de 0,60 ¿Cuántas preguntas se espera que sean contestadas correctamente? R/ 3

$E(x) = 5 \cdot 0{,}60 = \boxed{3}$

6. Una moneda tiene probabilidad 0,23 de caer corona. Se lanza la moneda hasta tener 2 coronas o 2 escudos, no necesariamente seguidos. Si X denota el total de veces que se lanza la moneda, entonces: ¿cuál es la probabilidad para $X = 2$? R/ 0,0529

$p = 0{,}23 \quad q = 0{,}77 \qquad C\ C \qquad M\ M$

$$P(X=2) = (0{,}23)^2 \cdot (0{,}77)^2 = \boxed{0{,}0529}$$

8. Un extraño virus se propaga en un país. Cuando una persona infectada entra en contacto con una persona no infectada, la probabilidad de contagio es de 0,02. Si un infectado entra en contacto con 100 personas al día ¿cuál es la probabilidad que esta persona infecte a más de 10 personas? R/ 0,00000564

$p = 0{,}02 \quad q = 0{,}98 \quad n = 100$

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{10} C(100, k) \cdot 0{,}02^k \cdot 0{,}98^{100-k}$$

$$\approx \boxed{0{,}0000056 4602}$$

9. Históricamente, la selección de Costa Rica, una vez que está clasificada al mundial, tiene probabilidad de $\frac{2}{3}$ de no perder un partido amistoso previo al mundial. Si se sabe que Costa Rica disputará siete partidos amistosos previo al mundial y que la probabilidad de no perder dichos partidos, se mantiene partido a partido ¿cuál es la probabilidad que Costa Rica llegue invicta al mundial? R/ 0,0585

$p = \frac{2}{3} \quad q = \frac{1}{3} \quad n = 7$

$$P(X=7) = C(7,7) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{7-7}$$

$$\approx \boxed{0{,}0585}$$

10. El juego **Más de Dos** consiste en lanzar 7 veces un dado. Si de los 7 resultados, se obtienen más de dos mayores a dos, se gana el juego.

a) ¿Cuál es la probabilidad de ganar Más de Dos?

$p = \frac{4}{6} \qquad q = \frac{1}{3} \qquad n = 7$

$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$

$$1 - \sum_{k=0}^{2} c(7,k) \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^{k} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{7-k}$$

$$\approx \boxed{0{,}9547}$$

b) Jorge juega 10 veces Más de Dos ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de ganar por lo menos 9 juegos?

R/ [redacted] 0,1040

$P(X \geq 9) = 1 - P(X < 9) \qquad n = 10$

$$1 - \sum_{k=0}^{8} c(10,k) \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^{k} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{10-k}$$

$$\approx 0{,}1040$$

11. Se lanza 10 veces una moneda y sea X el número de escudos obtenidos.

a) Determine la función de distribución de X.

$p = \frac{1}{2} \qquad q = \frac{1}{2} \qquad n = 10$

$$c(10,k) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10-k}$$

b) Calcule la probabilidad de obtener cuatro escudos.

$p = \frac{1}{2} \quad q = \frac{1}{2} \quad n = 10$

$P(x=4) = C(10,4) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10-4}$

$\approx \boxed{0,2050}$

c) Determine la probabilidad de obtener al menos dos escudos.

$P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2)$

$1 - \sum_{k=0}^{1} C(10,k) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10-k} \approx \boxed{0,9892}$

Distribución Geométrica

1. El señor Pérez necesita controlar su nivel de glucosa en la sangre, para esto necesita realizarse varios exámenes de glucemia al mes. La probabilidad de salir positivo en un examen es de 0,70. Determine la probabilidad que resulte positiva la primera reacción, después del tercer examen. R/ 0,027

$p = 0,70 \quad q = 0,30$

$P(x > 3) = 1 - P(x \leq 3)$

$1 - \sum_{k=1}^{3} 0,70 \cdot 0,30^{k-1} = \boxed{0,027}$

2. Doña María tiene 5 llaves. Ella necesita abrir la puerta principal y solo una llave funciona. Prueba una llave tras otra con reemplazamiento hasta lograr abrir la puerta. Determine la probabilidad de abrir la puerta después del segundo intento. R/ $\frac{16}{25}$

$p = \frac{1}{5} \quad q = \frac{4}{5} \quad P(x > 2) = 1 - P(x \leq 2)$

$1 - \sum_{k=1}^{2} \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{k-1} = \boxed{\frac{16}{25}}$

3. Una máquina expendedora de paquetes de galletas, falla en una de cada 500 extracciones. Determine la probabilidad de que el primer fallo de la máquina expendedora se dé en el quinto estudiante de la fila. R/ 0,0019

$p = \frac{1}{500}$ $q = \frac{499}{500}$

$P(X=5) = \frac{1}{500} \cdot \left(\frac{499}{500}\right)^5 \approx \boxed{0{,}0019}$

4. En una caja hay 15 bolas de colores, de las cuales 6 son de un color distinto de rojo y las demás rojas. El color favorito de un niño es el rojo, por lo que saca una bola de la caja y si no es de color rojo la devuelve y así sucesivamente hasta obtener una roja ¿Cuál es la probabilidad de que el niño obtenga la primera bola roja después de la décima extracción inclusive? R/ 0,000262

$p = \frac{9}{15}$ $q = \frac{2}{5}$

$P(X \geq 10) = 1 - P(X < 10)$

$1 - \sum_{k=1}^{9} \frac{9}{15} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{k-1} \approx \boxed{0{,}00026}$

5. Si se sabe que la probabilidad que un tirador experto dé en el blanco es del 95 % ¿Cuál es la probabilidad que falle por primera vez en su décimo quinto disparo? R/ [redacted]

$p = 0{,}05$ $q = 0{,}95$

$P(X=15) = 0{,}05 \cdot 0{,}95^{15-1}$

$\approx \boxed{0{,}0243}$

6. En un proceso de manufactura, se sabe que la probabilidad de obtener una pieza defectuosa es de 2 % ¿Cuál es la probabilidad que la octava pieza inspeccionada sea la primera defectuosa que se obtenga del proceso de manufactura? R/[redacted]

$p = 0{,}02 \qquad q = 0{,}98$

$P(X=8) = 0{,}02 \cdot 0{,}98^{8-1} \approx \boxed{0{,}0173}$

7. Una central telefónica está permanentemente ocupada. Si la probabilidad de lograr hacer una llamada en los momentos de mayor congestión es del 6 %, calcule la probabilidad de hacer entre 7 y 10 intentos (inclusive) para lograr comunicarse. R/ [redacted]

$p = 0{,}06 \qquad q = 0{,}94$

$$P(7 \leq X \leq 10) = \sum_{k=7}^{10} 0{,}06 \cdot 0{,}94^{k-1} \approx \boxed{0{,}1512}$$

8. Se lanza una moneda varias veces hasta obtener un escudo. Sea X el número de lanzamientos realizados antes de obtener el primero.

a) Determine la probabilidad de que hasta en el sexto lanzamiento se obtenga el primer escudo. R/ $\frac{1}{64}$

$p = \frac{1}{2} \qquad q = \frac{1}{2}$

$$P(X=6) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{6-1} = \boxed{\frac{1}{64}}$$

b) Halle la probabilidad de que por lo menos en el quinto lanzamiento se obtenga el primer escudo. R/ $\frac{1}{16}$

$P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5)$

$$1 - \sum_{k=1}^{4} \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} = \boxed{\frac{1}{16}}$$

9. Cuando un usuario crea una nueva clave para un sistema, la probabilidad de que se rechace, por no respetar las recomendaciones es p. Si la probabilidad de que el usuario reciba el primer rechazo de su clave antes de la tercera es de 0,5, determine p. R/ 0,2928

$p = 0{,}5 \quad q = 0{,}5$

$$P(X<3) = P(X=1) + P(X=2)$$

$$pq^{1-1} + pq^{2-1}$$

$$p + pq$$

$$p(1+q)$$

$$p(1+1-q)$$

$$p(2-q)$$

$$P(X<3) = 0{,}5$$

$$p(2-p) = 0{,}5$$

$$2p - p^2 - 0{,}5 = 0$$

$$p^2 - 2p - 0{,}5 = 0$$

$$p = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}, \quad p = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$$

$$\approx \boxed{0{,}2928}$$

10. Se ha determinado que Lionel Messi anota un gol de tiro libre en partidos oficiales con una probabilidad de $p = 0{,}6$. Calcule el número de tiros libres que debe ejecutar Messi para que obtenga una probabilidad de anotar de al menos el 95 % R/ 3,2694

$p = 0{,}6 \qquad q = 0{,}4$

$1 - (0{,}4)^n \geq 95$

$-(0{,}4)^n \geq 0{,}05$

$(0{,}4)^n \leq 0{,}05$

$\ln (0{,}4)^n \leq \ln (0{,}05)$

$n \ln (0{,}4) \leq \ln (0{,}05)$

$n \geq 3{,}2694$

$\ln(0{,}4)$ es < 0

Distribución Hipergeométrica

1. Una tienda se especializa en vender ropa deportiva. Recibe la mercadería en lotes de 50 piezas. En cada lote hay 3 piezas defectuosas. Se extrae al azar 7 piezas ¿Cuál es la probabilidad que se saquen 2 piezas defectuosas? R/ 0,0460

$N = 50 \qquad n = 7 \qquad b = 3$

$$P(x=2) = \frac{c(3,2) \cdot c(47,5)}{c(50,7)} \approx \boxed{0{,}0460}$$

2. Una compañía ofrece carros para turistas. La compañía tiene 10 carros de la marca Guía y 15 carros de la marca Turista. Tiene 6 carros en reparación y las reparaciones se encuentran con la misma frecuencia en ambas marcas. ¿Cuál es la probabilidad que 4 carros en reparación sean de la marca Guía y 2 sean de la marca Turista? R/ 0,1245

$N = 25 \qquad n = 6 \qquad b = 10 \qquad r = 25$

$P(4G \text{ y } 2G) =$

$$\frac{c(10,4) \cdot c(15,2)}{c(25,6)} \approx \boxed{0{,}1245}$$

§1.9. **Distribución binomial negativa**

Definición 1.11 Un experimento de Bernoulli con probabilidad de éxito $P(E) = p$ se repite hasta obtener r éxitos. Sea X el número total de intentos. Entonces $R_X = \{r, r+1, r+2, ...\}$ y

$$P(X = k) = \binom{k-1}{r-1} p^{r-1}(1-p)^{k-r} \cdot p$$

Binomial Negativa

3. En una caja hay 6 bolas azules y 4 bolas rojas. Se elige una al azar y se anota el color. Se vuelve a depositar la bola en la caja. El experimento se repite 5 veces ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 bolas azules? R/ [redacted]

$$p = \frac{6}{10} \quad q = \frac{2}{5} \quad n = 5$$

$$P(x=3) = c(5,3) \cdot \left(\frac{6}{10}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{5-3} = \boxed{0{,}3456}$$

4. Una urna contiene 75 bolas blancas y 100 bolas negras. Se extrae al azar 10 bolas y se desea determinar la probabilidad de obtener 3 bolas blancas y 7 bolas negras si se sacan todas las bolas al mismo tiempo. R/ 0,1892

$$N = 175 \quad n = 10 \quad b = 75 \quad r = 100$$

$$P(3 \text{ blancas y } 7 \text{ negras}) = \frac{c(75,3) \cdot (100,7)}{c(175,10)}$$

$$\approx \boxed{0{,}1892}$$

5. A nivel nacional, existe un partido político llamado **CET**. El jueves, habrá una convención para elegir el presidente del partido, para lo cual se presentarán 2 candidatos, a saber: Maruja y Pedro. La provincia de Cartago tiene 20 representantes que pueden ir a votar. De estos 20, 12 apoyan a Maruja y 8 a Pedro. Se eligen al azar 7 representantes por Cartago ¿Cuál es la probabilidad que entre estos 7 representantes, 3 de ellos apoyen a Maruja? R/ 0,1986

$$N = 20 \quad n = 7 \quad b = 12 \quad r = 8$$

$$P(x=3) = \frac{c(12,3) \cdot c(8,4)}{c(20,7)} \approx \boxed{0{,}1986}$$

6. A un centro hospitalario llegan 100 personas con síntomas de influenza porcina. Por limitaciones de espacio y médicos, solamente se pueden evaluar a 30 de ellos al azar. Si en total 25 de los 100 pacientes tiene en realidad influenza:

a) Determine el rango de la variable aleatoria X

$N = 100 \quad n = 30 \quad b = 25 \quad r = 75$

$R_X = \{ max(0, 30-75), min(30, 25) \}$

$R_X = \boxed{\{0, 25)}$

b) Determine la probabilidad de que en dicho día se detecten más de doce casos con influenza porcina R/ 0,0068

$N = 100 \quad n = 30 \quad b = 25$

$P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12)$

$$1 - \sum_{k=0}^{12} \frac{c(25, k) \cdot c(75, 30-k)}{c(100, 30)} \approx \boxed{0{,}0068}$$

7. En una caja se tienen 10 celulares, de los cuales hay 3 celulares dañados, si se sacan 5 celulares de la caja ¿Cuál es la probabilidad de sacar un celular dañado? R/ 0,4167

$N = 10 \quad n = 5 \quad b = 3$

$$P(X = 1) = \frac{c(3, 1) \cdot c(7, 4)}{c(10, 5)} \approx \boxed{0{,}4167}$$

8. En un parque industrial, se realiza el estudio del cumplimiento o no cumplimiento del código eléctrico de 50 edificios de este parque industrial. A partir del estudio se obtiene lo siguiente: 12 de ellos no cumplen con el código eléctrico. Si se seleccionan 10 edificios al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que 3 edificios no cumplan el código?

$N = 50 \quad n = 10 \quad b = 12$

$$P(X=3) = \frac{C(12,3)\cdot C(38,7)}{C(50,10)} \approx \boxed{0{,}2702}$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que 4 edificios no cumplan el código?

$$P(X=4) = \frac{C(12,4)\cdot C(38,6)}{C(50,10)} \approx \boxed{0{,}1330}$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que menos de 5 edificios no cumplan con el código eléctrico del parque industrial? R/ 0,9539

$P(X<5) =$

$$\sum_{k=0}^{4} \frac{C(12,k)\cdot C(38,10-k)}{C(50,10)} = \boxed{0{,}9539}$$

9. David tiene en un recipiente 10 canicas, de las cuales 4 son coquitos (canicas blancas) Él ha decidido regalarle a Hernán n canicas extraídas al azar del recipiente. Se sabe que la probabilidad que Hernán reciba 2 coquitos como regalo de David es de $\frac{3}{7}$ ¿Cuántas canicas le regaló David a Hernán? R/ $n = 4 \vee n = 6$

$N = 10 \quad b = 4$

$$P(X=2) = \frac{3}{7}$$

$$\frac{c(4,2) \cdot c(6, n-2)}{c(10,n)} = \frac{3}{7}$$

$$7 \cdot c(4,2) \cdot c(6,n-2) = 3 \cdot c(10,n)$$

$$7 \cdot 6 \cdot c(6,n-2) = 3 \cdot c(10,n)$$

$$42\, c(6,n-2) = 3 \cdot c(10,n)$$

$$14 \cdot c(6,n-2) = c(10,n)$$

$$\boxed{n = 4 \quad \vee \quad n = 6}$$

10. **Compu Pato** tiene a la venta 20 computadoras a un excelente precio; sin embargo, 7 de ellas están defectuosas. Karla, emocionada por la oferta, compra 10 de esas computadoras. Sea X el número de computadoras defectuosas compradas por Karla.

a) Halle el rango de X

$N=20 \quad n=10 \quad b=7 \quad r=13$

$R_x = \{\max(0, 10-13), \min(10,7)\}$
$= \boxed{\{0, 7\}}$

b) ¿Cuál es la probabilidad que Karla compre 2 computadoras defectuosas?

$N=20 \quad n=10 \quad b=7 \quad r=13$

$$P(X=2) = \frac{C(7,2) \cdot C(13,8)}{C(20,10)} \approx \boxed{0{,}1463}$$

c) De las 10 computadoras defectuosas, determine la probabilidad de que al menos una salga defectuosa. R/ $\frac{645}{646}$

$N=20 \quad n=10 \quad b=7 \quad r=13$

$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1)$

$1 - P(X=0)$

$$1 - \frac{C(7,0) \cdot C(13, 10-0)}{C(20,10)} \approx \boxed{\frac{645}{646}}$$

11. La junta directiva de **Asociatec** está formada por 6 mujeres y 5 hombres. Se desea elegir 4 personas para conformar un comité que analice el impacto que tiene el nuevo proyecto fiscal en las finanzas de la asociación. ¿Cuál es la probabilidad de que el comité esté integrado por al menos 2 mujeres? R/ $\frac{53}{66}$

$N=11 \quad n=4 \quad b=6$

$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2)$

$$1 - \sum_{k=0}^{1} \frac{C(6,k) \cdot C(5, 4-k)}{C(11,4)} = \boxed{\frac{53}{66}}$$

Distribución de Poisson

1. Se ha publicado que la razón de personas que se infectan de influenza porcina en el mundo sigue aproximadamente una distribución de Poisson, con un promedio de 45 personas infectadas por día.

a) Determine la probabilidad que menos de 35 personas sean infectadas mañana a nivel mundial R/ 0,0540

$\lambda = 45$

$$P(x<35) = \sum_{k=0}^{34} \frac{e^{-45} \cdot 45^{k}}{k!} \approx \boxed{0{,}0541}$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se presenten más de 50 personas infectadas por influenza en el siguiente fin de semana (sábado y domingo)? R/ 0,9999

$\lambda = 45 \quad t = 2 \quad \lambda_t = 45 \cdot 2 = 90$

$$P(x>50) = 1 - P(x \leq 50)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{50} \frac{e^{-90} \cdot 90^{k}}{k!} \approx \boxed{0{,}9999}$$

2. Un técnico es el encargado en reparar computadoras de una empresa. El número de máquinas reparadas sigue una distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 3$ ¿Cuál es la probabilidad de que en un día el técnico repare menos de 5 computadoras, sabiendo que repara por lo menos 2? R/ 0,7693

$\lambda = 3 \quad \dfrac{P(2 \leq x < 5)}{P(x \geq 2)}$

$$\frac{P(2 \leq x < 5) = \sum_{k=2}^{4} \frac{e^{-3} \cdot 3}{k!}}{P(x \geq 2) = 1 - P(x<2) \qquad 1 - \sum_{k=0}^{1} \frac{e^{-3} \cdot e^{k}}{k!}} = \boxed{0{,}7693}$$

3. En una fábrica de conservas se reciben latas en lotes de 1000 piezas. La probabilidad que una lata sea defectuosa es de $0,004$. Calcule la probabilidad que haya 3 latas defectuosas en el lote. R/ [redacted]

$p = 0{,}004 \quad q = 0{,}996 \quad n = 1000$

$P(x=3) = C(1000,3) \cdot 0{,}004^3 \cdot 0{,}996^{1000-3}$

$\boxed{\approx 0{,}1955}$

5. El número de fallos de un cajero automático sigue una media de 1,2 fallos por hora. Determine:

a) La probabilidad de 2 fallos en una hora

$\lambda = 1{,}2 \quad t = 1$

$$P(x=2) = \frac{e^{-1{,}2} \cdot 1{,}2^2}{2!} \approx \boxed{0{,}2168}$$

b) La probabilidad de 5 fallos en 3 horas

$\lambda = 1{,}2 \quad t = 3 \quad \lambda_t = 1{,}2 \cdot 3 = 3{,}6$

$$P(x=5) = \frac{e^{-3{,}6} \cdot 3{,}6^5}{5!} \approx \boxed{0{,}1376}$$

c) Al menos un fallo en 2 horas

$\lambda = 1{,}2 \quad t = 2 \quad \lambda_t = 1{,}2 \cdot 2 = 2{,}4$

$P(x \geq 1) = 1 - P(x < 1)$

$$1 - \frac{e^{-2{,}4} \cdot 2{,}4^0}{0!} \approx \boxed{0{,}9093}$$

6. La probabilidad que una persona tenga una mala reacción a una vacuna es de 0,001. Si se tiene una población de 2000 personas. Determine:

a) La probabilidad que 3 personas tengan una mala reacción

$p = 0{,}001 \quad q = 0{,}999 \quad n = 2000$

$P(X=3) = c(2000,3)\cdot 0{,}001^{3}\cdot 0{,}999^{2000-3}$

$\approx \boxed{0{,}1805}$

b) La probabilidad que más de 2 personas tengan una mala reacción

$P(X>2) = 1 - P(X\leq 2)$

$1 - \sum_{k=0}^{2} c(2000,k)\cdot 0{,}001^{k}\cdot 0{,}999^{2000-k}$

$\approx \boxed{0{,}3233}$

7. La compañía **SIN** determinó que el 0,002 del país tiene un percance automovilístico por razones meteorológicas. Si la cantidad de personas con una póliza por percances meteorológicos es de 2500. Calcule la probabilidad que haya que hacer efectivas a lo sumo 7 pólizas de seguro. R/[redacted]

$p = 0{,}002 \quad q = 0{,}998 \quad n = 2500$

$P(X\leq 7) = \sum_{k=0}^{7} c(2500,k)\cdot 0{,}002^{k}\cdot 0{,}998^{2500-k}$

$\approx \boxed{0{,}8668}$

8. Suponga que el número de accidentes que ocurren en determinada carretera sigue una distribución de Poisson con parámetro $\lambda = 2$ ¿Cuál es la probabilidad que en un día ocurran más de 2 accidentes, sabiendo que por día ocurre por lo menos uno? R/ 0,3739

$\lambda = 2$

$$P(x>2 \mid x \geq 1) = \frac{P(x>2) \cap P(x \geq 1)}{P(x \geq 1)}$$

$$\frac{P(x>2)}{P(x \geq 1)} = \frac{1 - P(x \leq 2)}{1 - P(x < 1)}$$

$$\frac{1 - \sum_{k=0}^{2} \frac{e^{-2} \cdot 2^{k}}{k!}}{1 - \frac{e^{-2} \cdot 2^{0}}{0!}} \approx \boxed{0,3739}$$

9. En una central telefónica, el total de llamadas recibidas sigue una distribución de Poisson, con un promedio de 2 llamadas por minuto. Un minuto se estima crítico si ocurren más de 3 llamadas.

a) ¿Cuál es la probabilidad del total de minutos críticos en una hora?

$\lambda = 2$

$$P(x>3) = 1 - P(x \leq 3)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{3} \frac{e^{-2} \cdot 2^{k}}{k!} \approx \boxed{0,1428}$$

b) ¿Cuál es la probabilidad que el primer minuto crítico, desde las $7am$ ocurra antes de las $9am$? R/ 0,0044

$$P(7 \leq x \leq 9) = \sum_{k=7}^{9} \frac{e^{-2} \cdot 2^k}{k!} \approx \boxed{0,0044}$$

11. Se ha determinado que el total de sismos mayores a una escala fija en cierta región sigue una distribución que es Poisson con promedio 8 sismos al mes.

a) Determine la probabilidad de que en una semana haya más de 9 sismos mayores a la escala fija de la región mencionada. R/ 0,00005

$\lambda = 8$, $\frac{8}{4}$ por semana $= 2$

$$P(x > 9) = 1 - P(x \leq 9)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{9} \frac{e^{-2} \cdot 2^k}{k!} \approx \boxed{0,00005}$$

b) Determine la probabilidad de que un día se tengan sismos mayores a la escala fija de la región mencionada. R/ 0,2340

$\lambda = \frac{8}{30}$ por día

$$P(x \geq 1) = 1 - P(x < 1)$$

$$1 - \frac{e^{-\frac{8}{30}} \cdot \left(\frac{8}{30}\right)^0}{0!} \approx \boxed{0,2340}$$

12. Para modelar la cantidad de accidentes de tránsito que ocurren en una intersección del centro de Cartago se ha decidido usar una distribución de Poisson con promedio 100 accidentes por año.

a) Determine la probabilidad de que ocurran menos de 10 accidentes durante un mes del año.

$\lambda = 100$ por año, $\frac{25}{3}$ por mes

$$P(x < 10) = \sum_{k=0}^{9} \frac{e^{-\frac{25}{3}} \cdot \left(\frac{25}{3}\right)^k}{k!} \approx \boxed{0{,}6745}$$

b) Un mes se considera seguro si ocurren menos de dos accidentes en dicha intersección. Determine la probabilidad de que, a lo sumo, seis meses del año sean seguros.

Proba de que sea seguro

$p = 0{,}022$ $q = 0{,}978$ $n = 12$

$$P(x \leq 6) = \sum_{k=0}^{6} c(6,k) \left(\sum_{k=0}^{1} \frac{e^{-\frac{25}{3}} \cdot \frac{25}{3}^k}{k!} \right)^k \cdot \left(1 - \sum_{k=0}^{1} \frac{e^{-\frac{25}{3}} \cdot \frac{25}{3}^k}{k!} \right)^{12-k}$$

$$\sum_{k=0}^{6} c(6,k) \cdot (0{,}022)^k \cdot (0{,}978)^{6-k}$$

$$\approx \boxed{0{,}8750}$$

Ejercicios combinados

1. La probabilidad de obtener un número par al lanzar un dado es de $\frac{2}{3}$. Un participante en un concurso se considera ganador si al lanzar este dado sucesivamente obtiene un número par hasta después del segundo lanzamiento. De 7 participantes que asistirán un día al concurso ¿cuál es la probabilidad que al menos dos de los participantes del concurso sean ganadores? R/ 0,1778

Geometrica

Binomial

Proba de que sea ganador?

$$p = \frac{2}{3} \qquad q = \frac{1}{3}$$

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$$

$$1 - \sum_{k=1}^{2} \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{k-1} = \boxed{\frac{1}{9}}$$

$$p = \frac{1}{9} \qquad q = \frac{8}{9} \qquad n = 7$$

$$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y < 2)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{1} C(7,k) \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{k} \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{7-k}$$

$$\approx \boxed{0{,}1778}$$

2. Se lanzan 15 dados indistinguibles y se cuenta la cantidad de números pares en las caras. Se considera que la jugada es limpia si hay más caras pares que impares. Determine la probabilidad de que el juego deba repetirse más de 5 veces, hasta obtener la primera jugada limpia. R/ $\frac{1}{64}$

$$p = \frac{3}{6} \qquad q = \frac{1}{2} \qquad n = 15$$

$$P(X > 7) = 1 - P(X \leq 7)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{7} C(15,k) \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^{k} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{15-k}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$p = \frac{1}{2} \qquad q = \frac{1}{2}$$

$$P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$$

$$1 - \sum_{k=1}^{5} \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$$

$$= \boxed{\frac{1}{32}}$$

3. La probabilidad de ganar un juego es 0,20. Cada juego cuesta ₡1 000 y al ganar se obtiene ₡4 750.

a) De 25 juegos, determine la probabilidad de ganar al menos 10 de ellos.

$p = 0{,}20 \quad q = 0{,}80 \quad n = 25$

$P(x \geq 10) = 1 - P(x < 10)$

$1 - \sum_{k=0}^{9} c(25,k) \cdot 0{,}20^{k} \cdot 0{,}80^{25-k} \approx \boxed{0{,}0179}$

b) ¿Cuánto dinero que se espera ganar o perder al jugar 25 juegos?

$p = 0{,}20 \quad q = 0{,}80 \quad n = 25$

$E(x) = 0{,}20 \cdot 3750 - 0{,}80 \cdot 1000 = -50$

Entonces $-50 \cdot 25 = \boxed{-1250}$

c) ¿Cuál es la probabilidad que gane después del quinto intento?

$p = 0{,}20 \quad q = 0{,}80$

$P(x > 5) = 1 - P(x \leq 5)$

$1 - \sum_{k=1}^{5} 0{,}20 \cdot 0{,}80^{k-1} \approx \boxed{0{,}32768}$

4. En una bolsa hay 15 bolas rojas y 5 bolas verdes. Un juego consiste en sacar 10 bolas sin reposición y se gana si se obtiene al menos 3 bolas verdes. Si Alberto juega diez veces ¿Cuál es la probabilidad que gane al menos dos de los juegos? R/ 0,9892

$N = 20 \quad n = 10 \quad b = 5$

$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3)$

$$1 - \sum_{k=0}^{2} \frac{C(5,k) \cdot C(15, 10-k)}{C(20,10)} = \frac{1}{2}$$

$p = \frac{1}{2} \quad q = \frac{1}{2} \quad n = 10$

$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2)$

$$1 - \sum_{k=0}^{1} C(10,k) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{k} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10-k} = \boxed{0,982}$$

5. Una estación de bomberos de cierto pueblo está compuesta por 15 bomberos, donde de ellos 9 son experimentados y 6 son novatos. Cada emergencia es atendida inicialmente por un equipo de 5 bomberos elegidos al azar, el cual se considera especializado si está formado por al menos 3 bomberos experimentados. En 6 emergencias. ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo tres personas sean atendidas por un equipo especializado? R/ 0,2314

$N = 15 \quad n = 5 \quad b = 9$

$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3)$

$$1 - \sum_{k=0}^{2} \frac{C(9,k) \cdot C(6, 5-k)}{C(15,5)} = \frac{102}{143}$$

$p = \frac{102}{143} \quad q = \frac{41}{143} \quad n = 6$

$$P(X \leq 3) = \sum_{k=0}^{3} C(6,k) \cdot \left(\frac{102}{143}\right)^{k} \cdot \left(\frac{41}{143}\right)^{6-k} \approx \boxed{0,2314}$$

6. Sea X una variable aleatoria discreta que mide el número de computadoras de la marca **COMPUT** que presentan daños en la batería durante el primer año después de haber sido comprada. Si X sigue una distribución de Poisson con un promedio de 5 computadoras con la batería dañada durante el primer año de uso. La oficina de servicio al cliente hace estudios cada dos años para verificar la confiabilidad de los productos vendidos. Si en al menos tres de cada cinco estudios realizados por servicio al cliente más de 20 computadoras presentan problemas en la batería durante los dos primeros años de uso, la empresa debe pagar una multa. ¿Cuál es la probabilidad de que **COMPUT** tenga que pagar multa?

$\lambda = 5 \quad t = 2 \quad \lambda_t = 5 \cdot 2 = 10$

$P(X > 20) = 1 - P(X \leq 20)$

$$1 - \sum_{k=0}^{20} \frac{e^{-10} \cdot 10^k}{k!} \approx 0{,}0035$$

$P(Y \geq 3) = 1 - P(Y < 3)$

$$1 - \sum_{k=0}^{2} C(5,k) \cdot 0{,}0035^k \cdot 0{,}9965^{5-k}$$

$$\approx \boxed{0{,}00000003}$$

7. Todos los sábados, el finalista del programa **Sábado Pequeño** tiene la opción de ganar un automóvil. Para ello, se tienen 10 sobres (6 marcados con la palabra CHACAL y los otros en blanco). El concursante debe tomar al azar 5 sobres y si obtiene a lo sumo 2 sobres con la palabra CHACAL, se gana el automóvil. Un programa se considera atractivo si el finalista se gana el automóvil. De 10 programas, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos 3 sean atractivos? R/ 0,5098

$N = 10 \quad n = 5 \quad b = 6 \quad R_x = \{\max(0,1), \min(5,6)\}$

$\{1, 5\}$

$$P(x \leq 2) = \sum_{k=1}^{2} \frac{c(6,k) \cdot c(4, 5-k)}{c(10,5)} = \frac{11}{42}$$

$$p = \frac{11}{42} \quad q = \frac{31}{42} \quad n = 10$$

$$P(x \geq 3) = 1 - P(x < 3)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{2} c(10,k) \cdot \left(\frac{11}{42}\right)^k \cdot \left(\frac{31}{42}\right)^{10-k} = \boxed{0{,}5098}$$

8. Cierto grupo del curso de probabilidades está compuesto de 15 mujeres y 25 hombres. Cada estudiante se ausenta de la clase con probabilidad de 0,45

a) ¿Cuál es la esperanza para el total de estudiantes presentes en una clase?

$p = 0{,}55 \quad q = 0{,}45 \quad n = 40$

$$E(x) = 40 \cdot 0{,}55 = \boxed{22}$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un periodo de 32 clases en 15 o más se superen los 23 estudiantes en clase. R/ [redacted]

$p = 0,55 \quad q = 0,45 \quad n = 40$

$P(X > 23) = 1 - P(X \leq 23)$

$1 - \sum_{k=0}^{23} C(40, k) \cdot 0,55^{k} \cdot 0,45^{40-k} \approx 0,3185$

$p = 0,3185 \quad q = 0,6815 \quad n = 32$

$P(Y \geq 15) = 1 - P(Y < 15)$

$1 - \sum_{k=0}^{14} C(32, k) \cdot 0,3185^{k} \cdot 0,6815^{32-x}$

$\approx \boxed{0,5412}$

c) El profesor elige de manera aleatoria un grupo de 20 estudiantes. Determine la probabilidad de que haya más mujeres que hombres en el grupo. R/ 0,0241

$N = 40 \quad n = 20 \quad b = 15$

$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10)$

$1 - \sum_{k=0}^{10} \frac{C(15, k) \cdot C(25, 20-k)}{C(40, 20)}$

$\approx \boxed{0,0241}$

9. Históricamente, la selección de Costa Rica, una vez que está clasificada al mundial, tiene probabilidad de $\frac{2}{5}$ de ganar un partido en el mundial. Cuando un equipo obtiene su primera victoria hasta el tercer partido, dicho equipo se declara conservador. Asumiendo que Costa Rica mantiene la misma probabilidad de ganar un partido cada vez que va a un mundial, ¿cuál es la probabilidad de que, de las próximas 10 veces que Costa Rica asista a un mundial, en cinco de ellos sea declarado conservador? R/ 0,0071

Proba de ser conservador?

$p = \frac{2}{5} \quad q = \frac{3}{5}$

$$P(X=3) = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{3-1} = \frac{18}{125}$$

$p = \frac{18}{125} \quad q = \frac{107}{125} \quad n = 10$

$$P(Y=5) = C(10,5) \cdot \left(\frac{18}{125}\right)^5 \cdot \left(\frac{107}{125}\right)^{10-5}$$

$$\approx \boxed{0{,}0071}$$

10. El número de imperfecciones en una lata de zinc de segunda marca **Duran**, sigue una distribución de Poisson con un promedio de 4 imperfecciones por lata. Estas se venden en grupos de 4 latas escogidas al azar y un grupo se considera desechable si tiene más de 20 imperfecciones. Si el comprador se da cuenta que un grupo es desechable, tiene derecho a cambiarlo. Si se compran 10 grupos de latas ¿cuál es la probabilidad de que a lo sumo dos sean desechables? R/ 0,8650

Proba de ser desechable

$\lambda = 4 \quad t = 4 \quad \lambda_4 = 16$

$$P(X > 20) = 1 - P(X \leq 20)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{20} \frac{e^{-16} \cdot 16^k}{k!} \approx 0{,}1318$$

$p = 0{,}1318 \quad q = 0{,}8682 \quad n = 10$

$$P(Y \leq 2) = \sum_{k=0}^{2} C(10,k) \cdot 0{,}1318^k \cdot 0{,}8682^{10-k}$$

$$\approx \boxed{0{,}8650}$$

13. Un ingeniero elaboró una máquina para hacer puertas de 1 $m \times 50$ m. La máquina elabora las puertas de forma secuencial, donde el proceso de fabricación de cada puerta se da en 2 fases. En una primera fase, se hace a partir de aserrín y en una segunda fase, la pinta. El número de imperfecciones que tiene una puerta elaborada en la primera fase sigue una distribución de Poisson con un promedio de 5 imperfecciones. Si una puerta tiene más de 10 imperfecciones es desechada. Además, para ahorrar pintura en la segunda fase, si la máquina detecta una puerta que se debe desechar, no la pinta y se apaga para que se quite esa puerta, con el inconveniente de que no se puede encender hasta el día siguiente.

a) ¿Cuál es la probabilidad de una puerta sea desechada?

$\lambda = 5$

$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10)$

$$1 - \sum_{k=0}^{10} \frac{e^{-5} \cdot 5^k}{k!} \approx \boxed{0{,}0137}$$

14. Una fábrica de televisores conoce que la probabilidad que un televisor falle en el primer año es de 0,01. En un año se fabrican 1000 televisores para un hotel. Determine la probabilidad de que fallen entre 8 y 15 televisores. [redacted]

$p = 0{,}01 \quad q = 0{,}99 \quad n = 1000$

$P(8 \leq X \leq 15) =$

$$\sum_{k=8}^{15} C(1000, k) \cdot 0{,}01^k \cdot 0{,}99^{1000-k} \approx \boxed{0{,}7333}$$

Quiz

Ejercicio 1

En una fábrica de bombillos, el 5 % de los productos salen defectuosos.
Un inspector selecciona aleatoriamente 100 bombillos de un lote.
¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo 15 de ellos estén defectuosos?

$p = 0{,}05 \quad q = 0{,}95 \quad n = 100$

$$P(x \leq 15) = \sum_{k=0}^{15} C(100,k) \cdot 0{,}05^{k} \cdot 0{,}95^{100-k} \approx \boxed{0{,}9999}$$

Ejercicio 2

Un estudiante intenta conectarse a una red Wi-Fi pública que tiene probabilidad del 10 % de aceptar su solicitud en cada intento.
¿Cuál es la probabilidad de que logre conectarse por primera vez entre su quinto y su décimo intento (inclusive)?

$p = 0{,}10 \quad q = 0{,}90$

$$P(5 \leq x \leq 10) = \sum_{k=5}^{10} 0{,}10 \cdot 0{,}90^{k-1} \approx \boxed{0{,}3074}$$

Ejercicio 3

En una caja hay 30 tornillos, de los cuales 9 están oxidados.
Se extraen al azar 7 tornillos sin reemplazo.
¿Cuál es la probabilidad de que al menos 3 de los tornillos extraídos estén oxidados?

$N = 30 \quad n = 7 \quad b = 9$

$$P(x \geq 3) = 1 - P(x < 3)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{2} \frac{C(9,k) \cdot C(21, 7-k)}{C(30,7)} \approx \boxed{0{,}3432}$$

4) Una compañía de seguros ha determinado que el número de reclamos recibidos por hora sigue una distribución de Poisson con media 8 reclamos por hora. El sistema se considera sobrecargado si recibe más de 12 reclamos en una hora.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una mañana, durante 4 horas, se reciban al menos 40 reclamos?

$\lambda = 8 \quad t = 4 \quad \lambda_t = 8 \cdot 4 = 32$

$P(X \geq 40) = 1 - P(X < 40)$

$1 - \sum_{k=0}^{39} \frac{e^{-32} \cdot 32^k}{k!} \approx \boxed{0{,}0956}$

b) Calcule la probabilidad de que el sistema se considere sobrecargado en una hora cualquiera. mas de 12

$\lambda = 8 \quad t = 1 \quad \lambda_t = 8 \cdot 1 = 8$

$P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12)$

$1 - \sum_{k=0}^{12} \frac{e^{-8} \cdot 8^k}{k!} \approx \boxed{0{,}0638}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que en un mes (20 días laborables) haya al menos 5 días en los que el sistema se sobrecargue al menos una vez? (Suponga independencia entre días).

$p = 0{,}0638 \quad q = 0{,}9362 \quad n = 5$

$P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5)$

$1 - \sum_{k=0}^{4} c(20, k) \cdot 0{,}0638^k \cdot 0{,}9362^{20-k}$

$\approx \boxed{0{,}0073}$

5) En un centro de emergencias, el número de llamadas recibidas por minuto sigue una distribución de Poisson con parámetro λ = 3 llamadas/minuto. Se considera una situación crítica cuando se reciben más de 6 llamadas en un minuto.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en media hora se reciban más de 100 llamadas?

$\lambda = 3 \quad t = 30 \quad \lambda_t = 3 \cdot 30 = 90$

$P(X > 100) = 1 - P(X \leq 100)$

$$1 - \sum_{k=0}^{100} \frac{e^{-90} \cdot 90^k}{k!} \approx \boxed{0,1349}$$

b) Calcule la probabilidad de que en un minuto cualquiera se produzca una situación crítica.

$\lambda = 3, \quad t = 1 \quad \lambda_t = 3 \cdot 1 = 3$

Proba de que sea critica

$P(X > 6) = 1 - P(X \leq 6)$

$$1 - \sum_{k=0}^{6} \frac{e^{-3} \cdot 3^k}{k!} \approx \boxed{0,0335}$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que en la próxima hora haya al menos 12 minutos con situaciones críticas?

$p = 0,0335 \quad q = 0,9665 \quad n = 60$

$P(X \geq 12) = 1 - P(X < 12)$

$$1 - \sum_{k=0}^{11} c(60,k) \cdot 0,0335^k \cdot 0,9665^{60-k}$$

$$\approx \boxed{0,0000062347}$$

6) Un centro de datos tiene un conjunto de servidores donde el número de fallas críticas por día sigue una distribución de Poisson con media 2 fallas/día. Se declara «estado de alerta» cuando hay más de 4 fallas en un día.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una semana (7 días) haya menos de 10 fallas críticas?

$\lambda = 2 \quad t = 7 \quad \lambda = 2 \cdot 7 = 14$

$$P(X < 10) = \sum_{k=0}^{9} \frac{e^{-14} \cdot 14^{x}}{14!} \approx \boxed{0{,}1094}$$

b) Calcule la probabilidad de que un día cualquiera se declare estado de alerta.

$\lambda = 2 \quad t = 1 \quad \lambda_t = 2 \cdot 1 = 2$

$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4)$

$$1 - \sum_{k=0}^{4} \frac{e^{-2} \cdot 2^{k}}{k!} \approx \boxed{0{,}0526}$$

c) Si el centro opera durante 90 días, ¿cuál es la probabilidad de que el primer estado de alerta ocurra después del día 10?

$p = 0{,}0526 \quad q = 0{,}9474 \quad n = 10$

$$P(X > 10) = 0{,}9474^{10} \approx \boxed{0{,}5822}$$

7) En un experimento de física, el número de partículas detectadas por minuto sigue una distribución de Poisson con media 12 partículas/minuto. Se considera un evento significativo cuando se detectan más de 18 partículas en un minuto.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en 10 minutos se detecten al menos 130 partículas?

$\lambda = 12 \quad t = 10 \quad \lambda_t = 12 \cdot 10 = 120$

$P(X \geq 130) = 1 - P(X < 130)$

$$1 - \sum_{k=0}^{129} \frac{e^{-120} \cdot 120^k}{k!} \approx \boxed{0,1918}$$

b) Calcule la probabilidad de que ocurra un evento significativo en un minuto cualquiera.

$\lambda = 12 \quad t = 1 \quad \lambda_t = 12 \cdot 1 = 12$

$P(X > 18) = 1 - P(X \leq 18)$

$$1 - \sum_{k=0}^{18} \frac{e^{-12} \cdot 12^x}{x!} \approx \boxed{0,0374}$$

c) Si el experimento dura dos horas, ¿cuál es la probabilidad de que el primer evento significativo ocurra antes de la primera hora?

$p = 0,0374 \qquad q = 0,9626$

$$P(X < 60) = \sum_{k=1}^{60} 0,0374 \cdot 0,9626^{k-1}$$

$$\approx \boxed{0,8984}$$