1. [3 pts] Suponga que los eventos A y B son tales que $P(A) = \frac{1}{2}P(B)$ y que $P(A|B) = \dfrac{1}{4}$. Si $P(A \cup B) = \dfrac{5}{6}$ determine $P(A)$.

$$P(A|B) = \frac{1}{4}$$

$$= \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{1}{4}$$

$$P(A\cap B) = \frac{1}{4}P(B)$$

$$P(A\cup B) = \frac{5}{6}$$

$$P(A)+P(B)-P(A\cap B) = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2}P(B)+P(B)-\frac{1}{4}P(B) = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{4}P(B) = \frac{5}{6}$$

$$P(B) = \frac{2}{3}$$

$$P(A) = \frac{1}{2}P(B)$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}$$

$$= \boxed{\frac{1}{3}}$$

2. [3 pts] Sean C y D eventos tales que $P(C) = 0.5$, $P(D) = 0.4$ y $P(C^c \cap D) = 0.2$. Determine si los eventos C y D son independientes.

$$P(\bar{C}\cap D) = 0{,}2$$

$$= P(D) - P(C\cap D) = 0{,}2$$

$$0{,}4 - P(C\cap D) = 0{,}2$$

$$P(C\cap D) = 0{,}2$$

$$P(C\cap D) = 0{,}2$$

$$P(C)\cdot P(D) = 0{,}2$$

$$0{,}5\cdot 0{,}4 = 0{,}2$$

$$0{,}2 = 0{,}2 \checkmark$$

$\boxed{\therefore \text{Son independientes}}$

3. Se tienen 6 regalos idénticos que se van a entregar a Mario, Luis, Pedro, Lucia, Andres, Ana, Beatriz y Miguel. Resuelva los problemas siguientes:

(a) **[3 pts]** Si la entrega se hace sin restricción, ¿de cuántas maneras se pueden entregar los regalos?

6 regalos iguales, 8 cajas

$C(8+6-1, 6) = \boxed{1716}$

(b) **[3 pts]** Si Pedro o Miguel reciben al menos un regalo, ¿de cuántas formas se pueden entregar los regalos?

Pedro recibe al menos 1

Repartir resto $C(8+5-1, 5) = 792$

Miguel recibe al menos 1

Repartir resto $C(8+5-1, 5) = 792$

Ambos reciben 1

Repartir resto $C(8+4-1, 4) = 330$

Total: $792 + 792 - 330 = \boxed{1254}$

(c) **[3 pts]** Si Lucía solo puede recibir un regalo, ¿de cuántas maneras se pueden entregar los regalos?

Repartir resto $C(7+5-1, 5) = \boxed{462}$

4. Hay 7 mujeres y 4 hombres en una clase. Se eligen al azar 3 personas. Resuelva los problemas siguientes:

(a) **[3 pts]** Determine el total de formas de elegir las tres personas si no hay restricciones

$c(11,3) = \boxed{165}$

(b) **[3 pts]** Determine el total de formas en que hay personas de ambos sexos

$\Omega = \{HMM, MHH\}$

Caso 1: HMM

Elegir hombre $c(4,1) = 4$

Elegir mujeres $c(7,2) = 21$

Caso 2: MHH

Elegir hombres $c(4,2) = 6$

Elegir mujer $c(7,1) = 7$

Total: $4 \cdot 21 + 6 \cdot 7 = \boxed{126}$

(c) **[3 pts]** Entre esas personas hay un matrimonio. Si se debe cumplir la regla de que si se elige una persona de este matrimonio entonces se deben elegir ambos, entonces, ¿de cuántas formas puede hacerse la elección de las tres personas?

Si hay pareja

Elegir persona restante $c(9,1) = 9$

Si no hay pareja

Elegir personas $c(9,3) = 84$

Total: $9 + 84 = \boxed{93}$

5. [3 pts] Se van a rifar 7 libros distintos entre 5 niños. ¿De cuántas formas se pueden entregar los libros si cada niño recibe al menos uno?

0

$$u - \left[\sum A_i - \sum A_i \cap_j + \sum A_i \cap A_j \cap A_k - \cancel{\sum A_i \cap A_j \cap A_k \cap A_l}\right]$$

$$u = 5^7$$

Total A elegir

Estrategia para todos

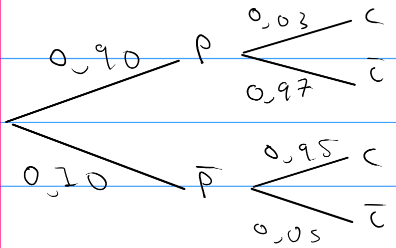
Elegir quien(es) no recibe $c(x, y)$

Repartir resto personas restantes libros restantes

$$5^7 - \left[c(5,1)\cdot 4^7 - c(5,2)\cdot 3^7 + c(5,3)\cdot 2^7 - c(5,4)\cdot 1^7\right]$$

$$\boxed{16800}$$

6. [3 pts] Un estudiante del curso de IA crea una sistema de alertas para detectar posibles clientes impuntuales en operaciones de crédito. Un banco hace pruebas intensivas del sistema con base en los registros de su cartera de clientes y determina que: si la persona es impuntual el sistema acierta en clasificarla como tal el 95 % de las veces y que, si la persona es puntual, el sistema falla al calisficarla como impuntual el 3 % de las veces. Los registros del banco revelan que el 10 % de los clientes incumplen mientras que el 90 % no. Si un cliente al azar se clasifica como impuntual por el sistema ¿cuál es la probabilidad de que realmente lo sea?



$$\frac{P(\bar P)\cdot P(c)}{P(\bar P)\cdot P(c) + P(P)\cdot P(c)}$$

$$\frac{0{,}10\cdot 0{,}95}{0{,}10\cdot 0{,}95 + 0{,}90\cdot 0{,}03}$$

$$\approx 0{,}7787$$

$$\boxed{77{,}87\ \%}$$

7. Suponga que 8 bloques etiquetados $E_1, E_2, \ldots, E_8$ se colocan en una bolsa y se extraen uno a uno para ordenarlos. Determine:

1. **[3 pts]** El total de formas en las cuales los bloques etiquetados con un par quedan en las posiciones impares.

$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$X_p = \{2, 4, 6, 8\}$ $\quad x_{imp} = \{1, 3, 5, 7\}$

4 posiciones pares $\wedge$ 4 posiciones impares

Colocar pares $P(4,4) = 24$

Colocar impares $P(4,4) = 24$

Total: $(24)^2 = \boxed{576}$

2. **[3 pts]** La probabilidad de este evento.

Sin restricciones $= 8!$

Casos favorables $= 576$

$P(\quad \dfrac{576}{8!} = \dfrac{1}{70} \approx 0{,}0143$

$\boxed{1{,}43\,\%}$