Diferencia de medias

Un mismo examen se aplica a varios grupos de un curso. Para investigar la diferencia de rendimiento entre los grupos matutinos y los nocturnos se seleccionan al azar 45 estudiantes que reciben el curso en la mañana, y 38 que lo reciben en la noche. Entre los estudiantes de la mañana la nota promedio es 71.3 con una desviación estándar de 4.1, y entre los de la noche el promedio es 68.2 con una desviación estándar de 5.8. Llamemos población M al grupo de la mañana, y población N al de la noche. Como las muestras son suficientemente grandes, suponemos que las distribuciones de $\bar{X}_M$ y $\bar{X}_N$ son normales, y que σ_M= 4.1 y σ_N= 5.8. Determine IC de 95% para la diferencia de promedios. *R/]0.9 , 5.3[*

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$n_1 = 45$ $\quad n_2 = 38$ $\quad \alpha = 0{,}05$

$\bar{x}_1 = 71{,}3$ $\quad \bar{x}_2 = 68{,}2$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$\sigma_1 = 4{,}1$ $\quad \sigma_2 = 5{,}8$ $\quad z_{0{,}025} = \pm 1{,}95996$

$$a = 45 - 38 - 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{4{,}1^2}{45} + \frac{5{,}8}{38}} = 0{,}9$$

$$b = 45 - 38 - 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{4{,}1^2}{45} + \frac{5{,}8}{38}} = 5{,}3$$

R/ $\boxed{\text{El IC para 95\% corresponde a }]0.9, 5.3[}$

Los grupos son iguales o diferentes?

$\boxed{\text{Todo el IC} > 0 \text{ :. } A > B}$

En el ejemplo 10, ¿de qué tamaño deben ser las muestreas para que el IC de 95% tenga radio no mayor que 2? *R/49 estudiantes de la mañana y 49 estudiantes de la noche*

$n_1 = 45$ $\quad n_2 = 38$ $\quad \alpha = 0{,}05$

$\bar{x}_1 = 71{,}3$ $\quad \bar{x}_2 = 68{,}2$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$\sigma_1 = 4{,}1$ $\quad \sigma_2 = 5{,}8$ $\quad z_{0{,}025} = \pm 1{,}95996$ $\quad r = 2$

$$n \geq \frac{z_{\alpha/2}^2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{r^2}$$

$$n \geq \frac{1{,}95996^2 \cdot (4{,}1^2 + 5{,}8^2)}{2^2}$$

$n \geq 48{,}4520$

$n \geq 49$

$$\boxed{n_M \geq 49 \wedge n_N \geq 49}$$

Se sabe que el peso de los sacos de cemento de dos marcas A y B siguen distribuciones normales con medias desconocidas y desviaciones estándar poblacionales $\sigma_A = 4kg.$ y $\sigma_B = 5kg.$ respectivamente. Pese a que ambas marcas reportan en sus sacos el mismo peso, un investigador piensa que los de la marca A tienen mayor peso que los de la marca B, por lo que hace un estudio tomando muestras aleatorias de ambos tipos de sacos. Según su estudio, en una muestra de 50 sacos de cemento de la marca A, se obtuvo un peso promedio de 49,8 kg; mientras que en una muestra de 40 sacos de la marca B el peso promedio fue de 47,5 kg.

a) **[3 puntos]** Determine un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia entre el peso medio de los sacos de cemento de la marca A y los de la marca B.

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$n_1 = 50$ $\quad n_2 = 40$ $\quad \alpha = 0{,}05$

$\bar{x}_1 = 49{,}8$ $\quad \bar{x}_2 = 47{,}5$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$\sigma_1 = 4$ $\quad \sigma_2 = 5$ $\quad z_{0{,}025} = \pm 1{,}95996$

$$a = 49{,}5 - 47{,}5 - 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{4^2}{50} + \frac{5^2}{40}} = 0{,}3947$$

$$a = 49{,}5 - 47{,}5 + 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{4^2}{50} + \frac{5^2}{40}} = 4{,}2052$$

$$\boxed{\text{El IC para 95\% corresponde a }]0.3947, 4.2054[}$$

b) **[1 punto]** ¿Considera usted que la evidencia respalda (con un nivel de confianza del 95 %) lo que pensaba el investigador? Justifique su respuesta.

Si pues todo el IC > 0 ∴ A > B

Un profesor considera que el rendimiento promedio (nota promedio) de los estudiantes de Computación en el curso de Matemática Elemental es superior en al menos 9 puntos al rendimiento promedio de los estudiantes de otras carreras. Para analizar esto se tomó una muestra de estudiantes que cursaron el curso el año pasado, obteniendo los siguientes datoss:

Estudiantes	tamaño de muestra	Redimiento promedio observado $(\bar{x})$	Desviación estándar (s)
De computación:	19	78 puntos	4.3 puntos
De otras carreras:	17	65 puntos	4.7 puntos

< 30

Suponga que el redimiento promedio en el curso de Matemática Elemental, tanto en Computación como en otras carreras, se distribuye normalmente.

Encuentre un intervalo de confianza de 95% para la diferencia entre los promedios de las notas de ambos tipos de estudiantes.. Asuma varianzas poblacionales iguales. (5 puntos)

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{\alpha/2,\nu}\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}$$

con $s_p^2 = \dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$

y $\nu = n_1 + n_2 - 2$

$n_1 = 19 \quad n_2 = 17 \quad v = 19+17-2 = 34$

$\bar{x}_1 = 78 \quad \bar{x}_2 = 65 \quad \alpha = 0{,}05$

$s_1 = 4{,}3 \quad s_2 = 4{,}7 \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \to t_{0{,}025,34} = 2{,}03224$

$$s_p^2 = \frac{(19-1)\cdot 4{,}3^2 + (17-1)\cdot 4{,}7^2}{19+17-2} \approx 20{,}1847$$

$$a = 78-65-2{,}03224\cdot\sqrt{\frac{20{,}1847}{19}+\frac{20{,}1847}{17}} = 9{,}9519$$

$$b = 78-65-2{,}03224\cdot\sqrt{\frac{20{,}1847}{19}+\frac{20{,}1847}{17}} = 16{,}0481$$

R/ $\boxed{\text{El IC para 95\% corresponde a }]9.9519, 16.0481[}$

2. Se quiere analizar la vida útil en años de las marcas de computadoras A y H. Un vendedor indica que las computadoras H son más caras porque la vida útil promedio de las A es inferior en al menos 2 años a la vida útil promedio de las computadoras H. Se determanaron duraciones de ambos tipos de computadoras, la información se resume en la siguiente tabla

Computadora	tamaño de muestra	$\bar{x}$	s
A	17	2.6 años	0.9 años
H	11 $\}$ 30	4.7 años	1.1 años

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{\alpha/2,\nu}\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1}+\frac{s_p^2}{n_2}}$$

con $s_p^2 = \dfrac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$

y $\nu = n_1+n_2-2$

Juan, un estudiante de estadística, a partir de estos datos determinó un IC del 95% para la diferencia de las vidas útiles promedio de las computadoras entre el tipo A y el tipo H, suponiendo que las variancias poblacionales son iguales.

(a) Determine el IC que halló Juan. *R/* $]-2.880\,88, -1.319\,12[$

$n_1 = 17 \quad n_2 = 11 \quad \alpha = 0{,}05 \quad v = 17+11-2 = 26$

$\bar{x}_1 = 2{,}6 \quad \bar{x}_2 = 4{,}7 \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$s_1 = 0{,}9 \quad s_2 = 1{,}1 \quad t_{0{,}025,26} = \pm 2{,}05553$

$$S_p^2 = \frac{(17-1)\cdot 0{,}9^2 + (11-1)\cdot 1{,}1^2}{17+11-2} \approx 0{,}963846$$

$$a = 2{,}6 - 4{,}7 - 2{,}05553\cdot\sqrt{\frac{0{,}963846}{17}+\frac{0{,}963846}{11}} = -2{,}88088$$

$$a = 2{,}6 - 4{,}7 - 2{,}05553\cdot\sqrt{\frac{0{,}963846}{17}+\frac{0{,}963846}{11}} = -1{,}31912$$

R/ El IC para 95% corresponde a $]-2{,}88088, -1{,}31912[$

(c) ¿Se comprueba la afirmación del vendedor? *R/* *No*

$\boxed{\text{No, pues } -2 \in IC}$

12. Un equipo de futbol S de primera división ha mostrado por lo general un mejor rendimiento histórico que un equipo L. Un entrenador ha indicado que lo anterior se debe a que el equipo S ha tenido jugadores que en promedio son más jóvenes que los jugadores de L. Para investigar esta afirmación se tomaron algunos jugadores al azar de cada equípo de los últimas 6 temporadas, y se registro su edad:

L	:	32	28	26	24	26	28	26	20	21	27	26	28	25	
S	:	30	24	26	23	25	23	24	31	23	22	21	20	22	21

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{\alpha/2,\nu}\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}$$

con $s_p^2 = \dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$

y $\nu = n_1 + n_2 - 2$

Suponga que las edades de los jugadores que ha estado en cada equipo se distribuyen normalmente.

(a) Si se supone que las varianzas de las edades de los equipos son iguales, construya un intervalo de confianza del 95% para la diferencia de los promedios de edades en los equipos. $R/\quad]-0.513\,244\,,\quad 4.502\,24[$

$n_1 = 13 \qquad n_2 = 14 \qquad \alpha = 0{,}05 \qquad V = 13+14-2 = 25$

$\bar{x}_1 = 25{,}92 \qquad \bar{x}_2 = 23{,}92 \qquad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$s_1^2 = 9{,}57 \qquad s_2^2 = 10{,}37 \qquad t_{0.025,25} = 2{,}05954$

$$S_p^2 = \frac{(13-1)\cdot 9{,}57 + (14-1)\cdot 10{,}37}{13+14-2} = 9{,}986$$

$$a = 25{,}92 - 23{,}92 - 2{,}05954 \cdot \sqrt{\frac{9{,}986}{13} + \frac{9{,}986}{14}} = -0{,}5067$$

$$b = 25{,}92 - 23{,}92 + 2{,}05954 \cdot \sqrt{\frac{9{,}986}{13} + \frac{9{,}986}{14}} = 4{,}5067$$

$\boxed{\text{R/ El IC para 90\%: }]-0{,}5067\,,\ 4{,}5067[}$

(b) Con base en lo anterior, ¿Apoyaría la afirmación del entrenador? Justifique. $R/\quad No$. Pues en el IC se tiene también valores negativos

$\boxed{\text{El IC es } < 1 > \text{ entonces NO}}$

Ejemplo 61. Se entiende el rendimiento de un producto agrícola como el peso de la cosecha en un área de terreno determinada. Una universidad analizó las capacidades de rendimiento de dos tipos de variedades de cierto producto agrícola; así, obtuvo los siguientes datos al utilizar parcelas de igual tamaño:

Variedad	Tamaño de muestra	Rendimiento promedio (Kg por parcela)	Desviación muestral
A	32	43	15
B	30	47	22

Es decir, por ejemplo, para la variedad A se tomaron 32 parcelas y se observó un redimiento promedio de 43 kg/parcela, con una desviación estándar de 15 kg/parcela.

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

1. Determine un IC del 90 % para la diferencia entre el rendimiento promedio de las variedades A y B.

$n_1 = 32$ $\quad n_2 = 30$ $\quad \alpha = 0{,}10$

$\bar{x}_1 = 43$ $\quad \bar{x}_2 = 47$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}05$

$\sigma_1 = 15$ $\quad \sigma_2 = 22$ $\quad Z_{0{,}05} = \pm 1{,}69485$

$$a = 43 - 47 - 1{,}69485 \cdot \sqrt{\frac{15^2}{32} + \frac{22^2}{30}} = -11{,}9165$$

$$b = 43 - 47 - 1{,}69485 \cdot \sqrt{\frac{15^2}{32} + \frac{22^2}{30}} = 3{,}9165$$

R/ El IC para 90% corresponde a $]-11.9165, 3{,}9165[$

2. El ministro de agricultura afirma que la variedad 2 tiene mejor rendimiento ¿Aceptaría esta afirmación?

R/ El IC tiene positivos y negativos entonces no

Ejemplo 62. Un IC del 90 % para la diferencia de promedios $(\mu_1 - \mu_2)$ es $]165.5, 192.9[$. Suponga que σ_1 y σ_2 son conocidos. Si las muestras utilizadas en el cálculo del IC son ambas de tamaño 50, determine el valor $\overline{x}_1 - \overline{x}_2$ observado en las muestras y el valor aproximado de $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$.

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$n_1 = n_2 = 50 \qquad \alpha = 0{,}10$

$\frac{\alpha}{2} = 0{,}05 \qquad z_{0{,}05} = 1{,}64485$

$$E = \frac{b-a}{2}$$

$$E = \frac{192{,}9 - 165{,}5}{2} = 13{,}7$$

$$1{,}64485 \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{50} + \frac{\sigma_2^2}{50}} = 13{,}7$$

$$\sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_1^2}{50}} = \frac{13{,}7}{1{,}64485}$$

$$\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{50} = \left(\frac{13{,}7}{1{,}64485}\right)^2$$

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \left(\frac{13{,}7}{1{,}64485}\right)^2 \cdot 50$$

$$\boxed{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = 3468{,}63}$$

$$\boxed{\overline{x}_1 - \overline{x}_2 = \frac{165{,}5 + 192{,}9}{2} = 179{,}2}$$

Ejemplo 63. Una ferretería tiene dos marcas de pintura color verde para portones: A y B. El vendedor asegura que la pintura B es más cara porque, en promedio, seca más rápidamente que la pintura A. Se obtienen mediciones de ambos tipos de pintura. Los tiempos de secado (en minutos) son los siguientes:

Pintura A:	120, 132, 123, 122, 140, 110, 120, 107
Pintura B:	126, 124, 116, 125, 109, 130, 125, 117, 129, 120

<30

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{\alpha/2,\nu}\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}$$

con $s_p^2 = \dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$

y $\nu = n_1 + n_2 - 2$

1. Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de los tiempos promedio de secado entre las pinturas A y B. Suponga que las desviaciones estándar de estos son iguales y que el tiempo de secado de ambas pinturas está distribuido de manera normal.

$n_1 = 8$ $\quad n_2 = 10$ $\quad \alpha = 0{,}05$ $\quad V = 8+10-2 = 16$

$\bar{x}_1 = 121{,}75$ $\quad \bar{x}_2 = 122{,}1$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$s_1^2 = 119{,}5$ $\quad s_2^2 = 42{,}76$ $\quad t_{0{,}025,\,16} = 2{,}11991$

$$s_p^2 = \frac{(8-1)\cdot 119{,}5 + (10-1)\cdot 42{,}76}{8+10-2} = 74{,}17625$$

$$a = 121{,}75 - 122{,}1 - 2{,}11991 \cdot \sqrt{\frac{74{,}17625}{8} + \frac{74{,}17625}{10}}$$
$$= -9{,}0087$$

$$b = 121{,}75 - 122{,}1 + 2{,}11991 \cdot \sqrt{\frac{74{,}17625}{8} + \frac{74{,}17625}{10}}$$
$$= 8{,}3087$$

R/ El IC para 95% corresponde a]-9.0087, 8.3087[

2. ¿Existe alguna evidencia que respalde la afirmación del vendedor?

NO, el IC es >0 ∧ <0 a la vez

Ejemplo 65. La universidad Bienestar Seguro tiene dos fórmulas para examen de admisión que pretende utilizar durante los próximos tres años. Sin embargo, un profesor de estadística de esa institución afirma que la fórmula A va a tener un mejor rendimiento promedio que la fórmula B. Ante esto, la universidad aplicó las fórmulas a un grupo de estudiantes, con lo cual obtuvo los siguientes resultados:

Fórmula	Tamaño de la muestra	Media muestral	Desviación muestral
A	21	65	24
B	17	63	15

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{\alpha/2,\nu}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$\text{con } \nu = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1}+\frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$$

1. Si se supone que las varianceas no son iguales, encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de promedios de notas entre la fórmula A y la fórmula B.

$n_1 = 21 \quad n_2 = 17 \quad \alpha = 0{,}05$

$\bar{x}_1 = 65 \quad \bar{x}_2 = 63 \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$S_1 = 24 \quad S_2 = 15$

$$V = \frac{\left(\frac{24^2}{21}+\frac{15^2}{17}\right)^2}{\frac{\left(\frac{24^2}{21}\right)^2}{21-1}+\frac{\left(\frac{15^2}{17}\right)^2}{17-1}} = 34{,}0484$$

$$t_{0{,}025,\,34{,}0484} = \pm 2{,}03224$$

$$a = 65-63-2{,}03224 \cdot \sqrt{\frac{24^2}{21}+\frac{15^2}{17}} = -10{,}9586$$

$$a = 65-63+2{,}03224 \cdot \sqrt{\frac{24^2}{21}+\frac{15^2}{17}} = 14{,}9586$$

R/ El IC para 95% Corresponde a $]-10.9586, 14.9586[$

2. ¿Es aceptable la afirmación del profesor?

IC es $> 1 <$, NO

Diferencia de proporciones

Para un modelo de tostadores se encontró que 31 de 126 unidades vendidas fueron devueltas durante el primer mes de uso por encontrarse defectuosas. Para otro modelo la proporción fue 17 unidades devueltas de 138 vendidas.

Encontrar un IC de 90% para la diferencia de proporciones. *R/]0.04473 , 0.20095[*

$n_1 = 126 \quad n_2 = 138 \quad \alpha = 0{,}10$

$p_1 = \frac{31}{126} \quad p_1 = \frac{17}{138} \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}05$

$q_1 = \frac{95}{126} \quad q_1 = \frac{121}{138} \quad Z_{0.05} = \pm 1{,}64485$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}$$

$$a = \frac{31}{126} - \frac{17}{138} - 1{,}64485\sqrt{\frac{\frac{31}{126}\cdot\frac{95}{126}}{126} + \frac{\frac{17}{138}\cdot\frac{121}{138}}{138}} = 0{,}00473$$

$$b = \frac{31}{126} - \frac{17}{138} - 1{,}64485\sqrt{\frac{\frac{31}{126}\cdot\frac{95}{126}}{126} + \frac{\frac{17}{138}\cdot\frac{121}{138}}{138}} = 0{,}20095$$

$\boxed{\text{R/ El IC para 90\% corresponde a }]0.04473, 0.20095[}$

¿Se puede asumir que las proporciones de tostadores defectuorsos son iguales en ambas poblaciones?

R/ $\boxed{\text{Como Todo el IC} > 0, \ A > B}$

Si se desea encontrar un IC de 90% para la diferencia de proporciones de tostadores devueltos entre los dos modelos, con radio no mayor que 0.05. Determine el tamaño de la muestra. R/[redacted]

$n_1 = 126 \quad n_2 = 138 \quad \alpha = 0{,}10$

$p_1 = \frac{31}{126} \quad p_1 = \frac{17}{138} \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}05$

$q_1 = \frac{95}{126} \quad q_1 = \frac{121}{138} \quad Z_{0.05} = \pm 1{,}64485 \quad r = 0{,}05$

$$n \geq \frac{z^2_{\alpha/2}(p_1q_1 + p_2q_2)}{r^2}$$

$$n \geq \frac{1{,}64485^2\left(\frac{31}{126}\cdot\frac{95}{126} + \frac{17}{138}\cdot\frac{121}{138}\right)}{0{,}05^2}$$

$n \geq 317.6 \longrightarrow \boxed{n \geq 318}$

VI. [4 puntos] Como parte de un estudio sobre destinos turísticos se registró la cantidad de personas que eligieron alguna playa para pasar sus días de vacaciones. Se obtuvo que 80 de 100 adultos escogieron la playa, mientras que solo 7 de 95 jóvenes (adultos jóvenes y niños) prefieren un tipo de destino diferente. Se puede concluir que la preferencia por la playa como destino de vacaciones es menor en la población adulta? **R/ [redacted]**

La muestra es grande. $n_i p_i > 5 \wedge n_i q_i > 5,\ i = 1,2$

$$\widehat{p_1} - \widehat{p_2} \pm Z\alpha_{/2}\sqrt{\frac{\widehat{p_1}\,\widehat{q_1}}{n_1} + \frac{\widehat{p_2}\,\widehat{q_2}}{n_2}}$$

$n_1 = 95$ $\quad$ $n_2 = 100$ $\quad$ $\alpha = 0{,}05$

$\hat{p}_1 = \frac{88}{95}$ $\quad$ $\hat{p}_2 = \frac{80}{100}$ $\quad$ $\frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$\hat{q}_1 = \frac{7}{95}$ $\quad$ $\hat{q}_2 = \frac{20}{100}$ $\quad$ $Z_{0{,}025} = \pm 1{,}95996$

$n_1 \cdot \hat{p}_1 \geq 5$ ✓ $\quad$ $n_2 \cdot \hat{p}_2 \geq 5$ ✓

De Jovenes a adultos

$$a = \frac{88}{95} - \frac{80}{100} - 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{\frac{80}{100}\cdot\frac{20}{100}}{100} + \frac{\frac{7}{95}\cdot\frac{88}{95}}{95}} =]0{,}03992[$$

$$b = \frac{88}{95} - \frac{80}{100} + 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{\frac{80}{100}\cdot\frac{20}{100}}{100} + \frac{\frac{7}{95}\cdot\frac{88}{95}}{95}} =]0{,}220684[$$

$$\boxed{R/\ ]0.03992,\ 0.220684[\ > 0,\ \text{Si}}$$

Actualmente existe un proyecto de ley sobre ajuste tributario. En una encuesta, en la ciudad A se encuentra que 164 de 250 ciudadanos están a favor del proyecto, y en la ciudad B, que x de 240 lo apoyan. Con estos datos, se obtuvo un IC para la diferencia de proporciones de apoyo al proyecto entre las dos ciudades (la proporción en A menos la proporción en B), este es

$$]0.0709767, 0.216023[$$

Determine el valor de x. El Centro

$n_1 = 250 \qquad n_2 = 240$

$p_1 = \frac{164}{250} \qquad p_2 = \frac{x}{240}$

$q_1 = \frac{43}{125} \qquad q_2 = 1 - \frac{x}{240}$

$$\frac{164}{250} - \frac{x}{240} = \frac{0{,}0709767 + 0{,}216023}{2}$$

$$x = \left(-\frac{0{,}0709767 + 0{,}216023}{2} + \frac{164}{250}\right) \cdot 240$$

$$\boxed{x \approx 123}$$

Determine el nivel de confianza del IC dado.

$$\pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\widehat{p_1}\,\widehat{q_1}}{n_1} + \frac{\widehat{p_2}\,\widehat{q_2}}{n_2}}$$

$n_1 = 250 \qquad n_2 = 240$

$p_1 = \frac{164}{250} \qquad p_2 = \frac{123}{240}$

$q_1 = \frac{43}{125} \qquad q_2 = \frac{39}{80}$

$$E = \frac{b-a}{2}$$

$$E = \frac{0{,}216023 - 0{,}0709767}{2}$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{164}{250} \cdot \frac{43}{125}}{250} + \frac{\frac{123}{240} \cdot \frac{39}{80}}{240}} = \frac{0{,}216023 - 0{,}070976}{2}$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{0{,}216023 - 0{,}0709767}{2}}{\sqrt{\frac{\frac{164}{250} \cdot \frac{43}{125}}{250} + \frac{\frac{123}{240} \cdot \frac{39}{80}}{240}}}$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}645 = 0{,}09 \approx 0{,}10$$

$$1 - 0{,}10 = 0{,}90 \rightarrow \boxed{90\%}$$

3. Zapatos Únicos desea abrir una tienda exclusiva de su calzado en una de las ciudades A ó B, las cuales tiene cantidad de habitantes similares. El gerente asegura que la tienda se debe abrir en A pues el porcentaje de habitantes que utilizan este calzado es mayor, con respecto al porcentaje en la ciudad B. En un encuesta se reuniéron los siguientes datos:

Ciudad A:	23 habitantes utilizan el canzado de 120
Ciudad B:	19 habitantes utilizan el canzado de 130

(a) Encuentre un intervalo de confianza del 96% para la diferencia de proporciones de habitantes que utilizan el calzado entre las ciudades A y B. $R/\quad]-0.0517495, 0.0.142775[$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}$$

$n_1 = 120 \quad n_2 = 130 \quad \alpha = 0{,}04$

$p_1 = \frac{23}{120} \quad p_2 = \frac{19}{130} \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}02$

$q_1 = \frac{97}{120} \quad q_2 = \frac{111}{130} \quad Z_{0.02} = 2{,}05375$

$$a = \frac{23}{120} - \frac{19}{130} - 2{,}05375 \cdot \sqrt{\frac{\frac{23}{120}\cdot\frac{97}{120}}{120} + \frac{\frac{19}{130}\cdot\frac{111}{130}}{130}} = -0{,}051$$

$$b = \frac{23}{120} - \frac{19}{130} + 2{,}05375 \cdot \sqrt{\frac{\frac{23}{120}\cdot\frac{97}{120}}{120} + \frac{\frac{19}{130}\cdot\frac{111}{130}}{130}} = 0.1429$$

R/ $\boxed{\text{El IC corresponde a }]-0{,}051, 0.1429[}$

(b) ¿Los datos apoyan la afirmación que realiza el gerente?

R/ $\boxed{\text{El IC es } > 0 \wedge < 0 \therefore \text{NO}}$

5. Se quiere estimar la diferencia entre la proporción de personas albinas de Europa y la proporción de personas albinas de América. ¿De qué tamaños deben ser las muestras para obtener un intervalo de confianza del 95% con radio no mayor que 0.03? $R/\quad 2135$

No dan $p \to p_i \cdot q_i = 0{,}25$

$$n \geq \frac{z^2_{\alpha/2}(p_1q_1 + p_2q_2)}{r^2}$$

$$n \geq \frac{1{,}95996^2 (0{,}25 + 0{,}25)}{0{,}03^2}$$

$n \geq 2134{,}13 \to \boxed{n \geq 2135}$

Ejemplo 66. Un producto electrónico es fabricado por dos empresas A y B. Se compararon las proporciones de productos con defectos de fabricación para ambas empresas, y se reunieron los siguientes datos:

Empresa A:	7 productos defectuosos de 100
Empresa B:	6 productos defectuosos de 80

La tienda Compubuena vende ambos y uno de los vendedores asegura que los productos A suelen ser menos defectuosos que los productos B. Sin embargo, los compradores suelen dudar sobre la información dada por el vendedor, pues el producto A tiene un precio mucho menor con respecto al precio del B.

1. Encuentre un intervalo de confianza para la diferencia de proporciones del 95 % de artículos defectuosos entre las empresas A y B.

$$\widehat{p_1} - \widehat{p_2} \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\widehat{p_1}\,\widehat{q_1}}{n_1} + \frac{\widehat{p_2}\,\widehat{q_2}}{n_2}}$$

$n_1 = 100 \quad n_2 = 80 \quad \alpha = 0{,}05$

$p_1 = \frac{7}{100} \quad p_2 = \frac{6}{80} \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$q_1 = \frac{93}{100} \quad q_2 = \frac{74}{80} \quad Z_{0{,}025} = \pm 1{,}95996$

$$a = \frac{7}{100} - \frac{6}{80} - 1{,}95996\sqrt{\frac{\frac{7}{100}\cdot\frac{93}{100}}{100} + \frac{\frac{6}{80}\cdot\frac{74}{80}}{80}} = -0.08136$$

$$b = \frac{7}{100} - \frac{6}{80} - 1{,}95996\sqrt{\frac{\frac{7}{100}\cdot\frac{93}{100}}{100} + \frac{\frac{6}{80}\cdot\frac{74}{80}}{80}} = 0.07136$$

R/ $\boxed{\text{El IC para 95\% corresponde a }]-0.08136, 0.07136[}$

2. ¿Los datos apoyan la afirmación que realiza el vendedor?

R/ $\boxed{\text{NO, IC es } >0 \text{ y } <0}$

3. ¿De qué tamaño deben ser las muestras si se desea estimar la diferencia en las dos proporciones con una confianza de al menos el 95 % y un error estimado menor que 0.02?

$$n \geq \frac{1{,}95996^2 \cdot \left(\frac{7}{100}\cdot\frac{93}{100} + \frac{6}{80}\cdot\frac{74}{80}\right)}{0{,}02^2} \qquad n \geq \frac{z^2_{\alpha/2}(p_1q_1 + p_2q_2)}{r^2}$$

$n \geq 1291{,}44 \rightarrow \boxed{n \geq 1292}$

Ejercicio 21. En una pequeña encuesta, de 40 ciudadanos de A, solo cinco votarán por Donald. En la ciudad B, siete de 45 ciudadanos lo prefieren. ¿De qué tamaño deben ser las muestras si se desea tener una confianza de al menos el 90 % para estimar la diferencia de porcentajes a favor de Donald entre ambas ciudades, con un radio menor a 0.1? *R/* 66

$$\widehat{p_1} - \widehat{p_2} \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\widehat{p_1}\,\widehat{q_1}}{n_1} + \frac{\widehat{p_2}\,\widehat{q_2}}{n_2}}$$

Opcional: IC para 90%?

$n_1 = 40 \quad n_2 = 45 \quad \alpha = 0{,}10$

$p_1 = \frac{5}{40} \quad p_2 = \frac{7}{45} \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}05$

$q_1 = \frac{35}{40} \quad q_2 = \frac{38}{45} \quad Z_{0{,}05} = \pm 1{,}64485$

$$a = \frac{5}{40} - \frac{35}{40} - 1{,}64485 \cdot \sqrt{\frac{\frac{5}{40}\cdot\frac{35}{40}}{40} + \frac{\frac{7}{45}\cdot\frac{38}{45}}{45}} = -0{,}8736$$

$$a = \frac{5}{40} - \frac{35}{40} + 1{,}64485 \cdot \sqrt{\frac{\frac{5}{40}\cdot\frac{35}{40}}{40} + \frac{\frac{7}{45}\cdot\frac{38}{45}}{45}} = -0{,}6263$$

$$\boxed{\text{El IC para 90\% corresponde a }]-0{,}8736 , -0{,}6263[}$$

Tamaño de muestra

$$n \geq \frac{z_{\alpha/2}^2(p_1q_1 + p_2q_2)}{r^2}$$

$$n \geq \frac{1{,}64485^2\left(\frac{5}{40}\cdot\frac{35}{40} + \frac{7}{45}\cdot\frac{38}{45}\right)}{0{,}1^2} \qquad r = 0{,}1$$

$$n \geq 65{,}13 \longrightarrow \boxed{n \geq 66}$$

Diferencia de varianzas

Un mismo examen se aplica a varios grupos de un curso. Para investigar la diferencia de rendimiento entre los grupos matutinos y los nocturnos se seleccionan al azar 45 estudiantes que reciben el curso en la mañana, y 38 que lo reciben en la noche. Entre los estudiantes de la mañana la nota promedio es 71.3 con una desviación estándar de 4.1, y entre los de la noche el promedio es 68.2 con una desviación estándar de 5.8. Llamemos población M al grupo de la mañana, y población N al de la noche. Como las muestras son suficientemente grandes, suponemos que las distribuciones de $\bar{X}_M$ y $\bar{X}_N$ son normales, y que σ_M= 4.1 y σ_N= 5.8. Determine IC de 95% para la diferencia de promedios. [redacted]

En el ejemplo 10, ¿Cuál es un IC de 95% para el cociente de las variancias en los dos grupos? ¿Puede afirmarse que la variación en la noche es mayor que en la mañana?

R/]1.0780 , 3.7798[

Comparar 1 con 2

$$\frac{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_2,\nu_1}}{s_2^2} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2 f_{\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}$$

$n_1 = 45$ $\quad n_2 = 38$ $\quad \alpha = 0,05$

$v_1 = 44$ $\quad v_2 = 37$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0,025$

$s_1 = 4,1$ $\quad s_2 = 5,8$

$f_{0.025,37,44} = 0,52954$

$f_{0.025,44,37} = 0,53870$

$$a = \frac{4,1^2 \cdot 0,52954}{5,8^2} = 0.2646$$

$$b = \frac{4,1^2}{5,8^2 \cdot 0,53870} = 0,9276$$

R/ El IC para 95% corresponde a]0.2646, 0.9276[y al ser todo positivo Si se puede afirmar que el de la noche es mayor

Como $1 \notin IC$ se asumen varianzas diferentes

Un profesor considera que el rendimiento promedio (nota promedio) de los estudiantes de Computación en el curso de Matemática Elemental es superior en al menos 9 puntos al rendimiento promedio de los estudiantes de otras carreras. Para analizar esto se tomó una muestra de estudiantes que cursaron el curso el año pasado, obteniendo los siguientes datoss:

Estudiantes	tamaño de muestra	Redimiento promedio observado ($\overline{x}$)	Desviación estándar (s)
De computación:	19	78 puntos	4.3 puntos
De otras carreras:	17	65 puntos	4.7 puntos

Suponga que el redimiento promedio en el curso de Matemática Elemental, tanto en Computación como en otras carreras, se distribuye normalmente.

(a) Encuentre un intervalo de confianza de 90% para el cociente de las varianzas de las notas de ambos tipos de estudiantes. (5 puntos)

Como no indican cual se pone la mayor S arriba

$n_1 = 19 \quad n_2 = 17 \quad \alpha = 0{,}10$

$v_1 = 18 \quad v_2 = 16 \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}05$

$s_1 = 4{,}3 \quad s_2 = 4{,}7$

$$\frac{s_2^2 f_{\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}{s_1^2} < \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} < \frac{s_2^2}{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_2,\nu_1}}$$

$f_{0.05,\,18,\,16} = 0{,}44453$

$f_{0.05,\,16,\,18} = 0{,}43447$

$$a = \frac{4{,}7^2 \cdot 0{,}44453}{4{,}3^2} = 0.53107$$

$$b = \frac{4{,}7^2}{4{,}3^2 \, 0{,}43447} = 2.74978$$

R/ El IC para 90% corresponde a $]0.53107, 2.74978[$

Como $1 \in IC$, se asumen varianzas iguales

6. Suponga que los pesos de los estudiantes hombres del Tec siguen una distribución normal al igual que los pesos de las estudiantes. Una muestra de estudiantes del Tec contiene 61 hombres y 31 mujeres. En la muestra, los pesos de los hombres tienen una desviación estándar de 8.79 kg, y los de las mujeres una desviación estándar de 8.52 kg.

$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$

(a) Encuentre un intervalo de confianza del 95% para el cociente de las desviaciones estándar.
R/ *IC* para $\frac{\sigma_h}{\sigma_m}$:]0.740 71, 1.389 91[

No dicen como hacerlo, mayor S arriba

$n_1 = 61 \quad n_2 = 31 \quad \alpha = 0{,}05$

$v_1 = 60 \quad v_2 = 30 \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$S_1 = 8{,}79 \quad S_2 = 8{,}52$

$$\sqrt{\frac{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_2,\nu_1}}{s_2^2}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \sqrt{\frac{s_1^2}{s_2^2 f_{\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}}$$

$f_{0.025,\,30,\,60} = 0{,}51546$

$f_{0.025,\,60,\,30} = 0{,}60638$

$$a = \sqrt{\frac{8{,}79^2 \cdot 0{,}51546}{8{,}52^2}} = 0{,}7407$$

$$b = \sqrt{\frac{8{,}79^2}{8{,}52^2 \cdot 0{,}60638}} = 1{,}3248$$

$\boxed{\text{R/ El IC para 95\% corresponde a }]0.7407,\ 1.3248[}$

(b) ¿Es razonable suponer que las desviaciones estándar poblacionales son iguales?

$\boxed{\text{Si, pues } 1 \in IC}$

7. Seguidamente se resumen los resultados obtenidos en un examen de Bachillerato de Matemáticas para una muestra de estudiantes de las provincias A y B:

Provincia	tamaño de muestra	Nota promedio observada $(\overline{x})$	Desviación estándar (s)
A	31	56.3 puntos	4.3 puntos
B	31	61.2 puntos	5.7 puntos

(a) Encuentre un intervalo de confianza de 90% para el cociente de la varianza de las notas obtenidas por estudiantes de B y la varianza de las notas obtenidas por los estudiantes de A. B con A $R/ \quad]0.954\,463 \quad , \quad 3.234\,94[$

Aquí el enunciado dice que sea 2 con 1

$$\frac{s_2^2 f_{\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}{s_1^2} < \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} < \frac{s_2^2}{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_2,\nu_1}}$$

$n_1 = 31 \quad n_2 = 31 \quad \alpha = 0,10$

$v_1 = 30 \quad v_2 = 30 \quad \frac{\alpha}{2} = 0,05$

$S_1 = 4,3 \quad S_2 = 5,7$

$f_{0.05,\, 30,\, 30} = 0,54322$

$$a = \frac{5,7^2 \cdot 0,54322}{4,3^2} = 0,954$$

$$b = \frac{5,7^2}{4,3^2 \cdot 0,54322} = 3,234$$

R/ El IC para 90% corresponde a $]0.954 , 3.234[$

(b) ¿Es razonable suponer que las varianzas poblacionales son iguales?.

Si pues $1 \in IC$

8. El Rector de la Universidad Futuro Garantizado ha indicado que la edad con se graduan los estudiantes de Computadores (C) es mucha más variable que la edad con que se graduan los estudiantes de Tecnologías de Información (TI). Para contrastar esta afirmación se tomó una muestra de estudiantes recién graduados de ambas carreras:

C	:	32	28	26	34	26	28	26	22	23	27	35	28	25
TI	:	33	28	26	28	29	32	27	31	28	26	28		

Asuma que las edades a las que se graduan los estudiantes siguen una districión normal, para ambas carreras.

(a) Encuentre un intervalo de confianza de 80% para el cociente de las varianzas de las edades de estudiantes de ambos tipos de carreras. $R/$ ~~]0.162 586 , 0.812 508[~~

No dicen como hacerlo, mayor S arriba S_1

$$\frac{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_2,\nu_1}}{s_2^2} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2 f_{\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}$$

$n_1 = 13 \quad n_2 = 11 \quad \alpha = 0{,}20$

$v_1 = 12 \quad v_2 = 10 \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}10$

$S_1 = 3{,}90 \quad S_2 = 2{,}32$

$f_{0.10,10,12} = 0{,}43782$

$f_{0.10,12,10} = 0{,}45709$

$$a = \frac{3{,}90^2 \cdot 0{,}43782}{2{,}32^2} = 1{,}237$$

$$b = \frac{3{,}90^2}{2{,}32^2 \cdot 0{,}45709} = 6{,}182$$

R/ El IC para 80% corresponde a]1,237, 6,182[

Ejemplo 67. Un curso es impartido tradicionalmente por dos profesores, A y B. Se tiene que 15 de los estudiantes del profesor A tienen una nota final promedio de 67.1 con una desviación estándar de 15, y 21 estudiantes del profesor B tienen un promedio de 62.8 con una desviación estándar de 18. Suponga que ambas notas siguen una distribución normal.

1. Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para el cociente de las desviaciones estándar de las notas obtenidas entre los profesores A y B.

$n_1 = 15 \quad n_2 = 21 \quad \alpha = 0,10$

$v_1 = 14 \quad v_2 = 20 \quad \frac{\alpha}{2} = 0,05$

$s_1 = 15 \quad s_2 = 18$

$$\sqrt{\frac{s_2^2 f_{\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}{s_1^2}} < \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} < \sqrt{\frac{s_2^2}{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_2,\nu_1}}}$$

$f_{0.05,14,20} = 0,41878$

$f_{0.05,20,14} = 0,44945$

$$a = \sqrt{\frac{18^2 \cdot 0,41878}{15^2}} = 0.7765$$

$$b = \sqrt{\frac{18^2 \cdot}{15^2\, 0,44945}} = 1,7899$$

R/ El IC para 90% corresponde a
]0.7765, 1,7899[

Como $1 \in IC$ se asumen varianzas iguales

Ejercicio 22. El Instituto del Consumidor desea comparar la variabilidad en la cantidad de cierto componente químico de un medicamento elaborado por las compañías A y B. Ambos medicamentos se distribuyen en forma de tabletas y contienen en promedio 250 mg del componente químico. En una muestra de 26 tabletas de cada compañía se encontraron las desviaciones estándares de 1.25 y 1.18 en la cantidad del componente químico para cada compañía, respectivamente (suponga que las cantidades de componente químico en las tabletas, para ambos medicamentos, se distribuyen normalmente).

1. Calcule un intervalo de confianza del 95 % para $\frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2}$. 1 con 2

$n_1 = 26$ $\quad n_2 = 26$ $\quad \alpha = 0,05$

$v_1 = 25$ $\quad v_2 = 25$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0,025$

$S_1 = 1,25$ $\quad S_2 = 1,18$

$$\frac{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_2,\nu_1}}{s_2^2} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2 f_{\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}$$

$f_{0.025,25,25} = 0,44837$

$$a = \frac{1,25^2 \cdot 0,44837}{1,18^2} = 0,503$$

$$b = \frac{1,25^2}{1,18^2 \cdot 0,44837} = 2,502$$

R/ El IC para 95% corresponde a]0.503, 2.502[

2. ¿Aceptaría que $\sigma_A^2 > \sigma_B^2$?

NO, pues el IC no es del todo menor a 1

6. Las estaturas de seis niños de primer y tercer grado son:

Grado	Estaturas
1°	121, 115, 118, 122, 119, 118
3°	135, 132, 130, 136, 135, 133

Suponga que las estaturas, tanto de primero como de tercero, se distribuyen normalmente. Determine aproximadamente un IC del 90 % para el cociente de las variancias de las estaturas entre ambas poblaciones.

$S_1 > S_2$

$$\frac{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_2,\nu_1}}{s_2^2} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2 f_{\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}$$

$n_1 = 6 \qquad n_2 = 6 \qquad \alpha = 0{,}10$

$v_1 = 5 \qquad v_2 = 5 \qquad \frac{\alpha}{2} = 0{,}05$

$S_1 = 2{,}48 \qquad S_2 = 2{,}25$

$f_{0{,}05,\,5,\,5} = 0{,}19801$

$$a = \frac{2{,}48^2 \cdot 0{,}19801}{2{,}25^2} = 0{,}240$$

$$b = \frac{2{,}48^2}{2{,}25^2 \cdot 0{,}19801} = 6{,}1355$$

R/ $\boxed{]\,0.240,\ 6.1355\,[}$

9. La Universidad Bienestar Seguro tiene dos fórmulas para el examen de admisión que pretende utilizar durante los próximos tres años. Sin embargo, un profesor de estadística de esa universidad afirma que la fórmula A va a tener un mejor rendimiento promedio que la fórmula B. Ante esto, la institución aplicó las fórmulas a un grupo de estudiantes y obtuvo los siguientes resultados: - 1 con 2

Fórmula	Tamaño de la muestra	Media muestral	Desviación muestral
A	21	65	24
B	17	63	15

Suponga que las notas de ambos fórmularios siguen una distribución normal.

(a) Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para el cociente de las variancias de las notas obtenidas en las fórmulas de examen.

$R/$ [redacted]

$$\frac{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_2,\nu_1}}{s_2^2} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2 f_{\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}$$

$n_1 = 21 \qquad n_2 = 17 \qquad \alpha = 0{,}10$

$v_1 = 20 \qquad v_2 = 16 \qquad \frac{\alpha}{2} = 0{,}05$

$s_1 = 24 \qquad s_2 = 15$

$f_{0.05,16,20} = 0{,}43945$

$f_{0.05,20,16} = 0{,}45788$

$$a = \frac{24^2 \cdot 0{,}43945}{15^2} = 1{,}1249$$

$$b = \frac{24^2}{15^2 \cdot 0{,}45788} = 5{,}5909$$

$\boxed{\text{R/ El IC para 90\% corresponde a }]1{,}1249,\ 5{,}5909[}$

13. Sea desea investigar la duración de dos tipos A y B de baterías AA no recargables, las cuales tienen precios similares. Un estudiante que utiliza mucho baterías AA señala que la duración promedio de las baterías A supera en más de diez minutos a la duración promedio de las baterías B. Se tomaron muestras de duraciones de ambos tipos de baterías. La información se resume en la siguiente tabla:

1 con 2

Batería AA	Tamaño de muestra	$\overline{x}$	s
Tipo A	21	5.3 horas	0.8 horas
Tipo B	19	5.1 horas	0.6 horas

Suponga que las duraciones siguen una distribución normal para ambos tipos de baterías.

(a) Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para el cociente de las desviaciones estándar de las duraciones entre los tipos de baterías.

R/ [redacted]

$n_1 = 21 \qquad n_2 = 19 \qquad \alpha = 0{,}10$

$v_1 = 20 \qquad v_2 = 18 \qquad \frac{\alpha}{2} = 0{,}05$

$s_1 = 0{,}8 \qquad s_2 = 0{,}6$

$$\frac{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_2,\nu_1}}{s_2^2} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}$$

$f_{0{,}05,\,18,20} = 0{,}45649$

$f_{0{,}05,\,20,18} = 0{,}46487$

$$a = \frac{0{,}8^2 \cdot 0{,}45649}{0{,}6^2} = 0{,}8115$$

$$b = \frac{0{,}8^2}{0{,}6^2 \cdot 0{,}46487} = 3{,}8242$$

$$\boxed{\text{R/ El IC para 90\% corresponde a }]0.8115,\ 3.8242[}$$