

Cálculo y álgebra lineal

Tercer examen parcial
21 de noviembre, 2011

Indicaciones: Muestre todo el procedimiento. No se aceptan reclamos sobre exámenes resueltos con lápiz. No se permiten hojas sueltas, calculadoras programables ni teléfonos durante el examen.

#1 Considere en \mathbb{R}^3 los puntos $A = (1, 2, 3)$, $B = (-1, 3, 2)$ y $C = (3, -1, 2)$.

- (a) Calcule la medida del ángulo interno del vértice B del triángulo $\triangle ABC$. (3 pts)
- (b) Calcule el área del triángulo $\triangle ABC$. (2 pts)

#2 Sean u y v los vectores $u = \langle 1, 2, 3 \rangle$ y $v = \langle -2, 5, 1 \rangle$ en \mathbb{R}^3 . Encuentre un vector $w \in \mathbb{R}^3$ de la forma $w = \langle x, 0, z \rangle$ que cumpla estas tres condiciones: (5 pts)

- $\text{proy}_w u = \frac{7}{5}w$
- $\|w\| = \sqrt{5}$
- $w \perp v$

#3 Sean L_1 y L_2 las rectas en \mathbb{R}^3 dadas por $L_1: (x, y, z) = (6 + s, 2 + 2s, 3 - s)$ con $s \in \mathbb{R}$, y $L_2: \frac{x - 3}{2} = y + 1 = 5 - z$.

- (a) Encuentre el punto de intersección entre L_1 y L_2 . (3 pts)
- (b) Encuentre una ecuación del plano que contiene a L_1 y a L_2 . (4 pts)

#4 Considere el plano $\Sigma: 5x - 14y + 2z = -9$ y el punto $Q = (-2, 15, -7)$ en \mathbb{R}^3 .

- (a) Encuentre el punto P en Σ más cercano a Q . (4 pts)
- (b) Calcule la distancia de Q a Σ . (1 pt)

#5 Sea $\{v_1, v_2, v_3\}$ un conjunto de vectores linealmente independientes en algún espacio vectorial V de dimensión 3, y sea A el conjunto de vectores $A = \{v_1, v_1 + v_2, v_2 - v_3\}$.

- (a) Demuestre que el conjunto A es linealmente independiente. (3 pts)
- (b) Demuestre que el conjunto A es base de V . (1 pt)

#6 Sea $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- (a) Encuentre todos los valores propios de M . (3 pts)
- (b) Para alguno de los valores propios encontrados en la parte (a), calcule un vector propio asociado. (2 pts)

#1 a) $\alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$

b) $A_{\text{rea}} = 2\sqrt{3} = 3.4641$

#2 $\omega = \langle 1, 0, 2 \rangle$

#3 a) $(5, 0, 4)$

b) $x + y + 3z = 17$

#4 a) $(3, 1, -5)$

(b) 15

#6 a) 1,

b) $\lambda = 1: \quad v = \langle 1, -1, 0 \rangle$

$\lambda = 3: \quad v = \langle 1, 1, 0 \rangle$