Lea la sección II.4.2.2 Intervalo de confianza para un promedio (pág. 89-96) y realice los ejercicios incluidos en esa sección.

Ejemplo 51. Los pesos de las bolsas de frijoles marca Sabores siguen una normal de media desconocida y variancia 0.0004 kg^2. Un inspector de la Oficina del Consumidor tomó una muestra de 20 bolsas y obtuvo un peso promedio de 1.9 kg.

1. Determine un IC del 90 % para el peso promedio de las bolsas de frijoles Sabores.

$X \sim (u, 0.004)$ $\quad n = 20 \quad \bar{X} = 1,9$

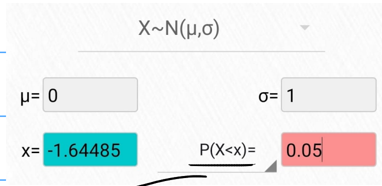
$u = ? \quad \sigma = \sqrt{0,0004}$

$\alpha = 1 - \text{confianza}$

$= 1 - 0,90$

$= 0,10$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0,10}{2} = 0,05$



Irrelevante para IC

$\to Z_{0,05} = \pm 1,64485$

1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Entonces $]a, b[$

Desviacion estandart

$a = 1,9 - 1,645 \cdot \frac{\sqrt{0,0004}}{\sqrt{20}} = 1,89264$

$b = 1,9 + 1,645 \cdot \frac{\sqrt{0,0004}}{\sqrt{20}} = 1,9073$

$\boxed{\therefore \text{ IC para } u \text{ es } I =]1.89264, 1.9073[}$

2. El empaque asegura que el peso promedio de la bolsa de frijoles Sabores es de 2 kg. ¿El inspector considera aceptable esta información?

$2 \notin]1.89264, 1.9073[$, entonces esta hablando pura mierda

Recordar, si $n \geq 30$ o no hay n, se usa la normal

Ejemplo 52. Se tiene interés en estimar la vida útil promedio de los bombillos marca Ilumina. ¿Qué tamaño de muestra mínimo debe tomarse para estimar dicho promedio con un error de estimación máximo de un noveno de desviación estándar y una confiabilidad del 90 %?

$$\text{radio} = \text{error} = \frac{1}{9}\sigma$$

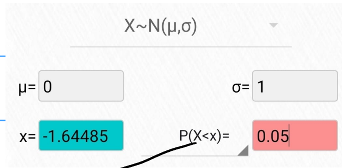
$\alpha = 0{,}10$ (1 − confianza → (1 − 0,90 = 0,10)

Piden $n \geq \left(\frac{z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{r}\right)^2$

2. Tamaño de muestra para encontrar un IC para μ con un radio menor o igual a r: $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{r}\right)^2$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}10}{2} = 0{,}05$$

$$\rightarrow z_{0{,}05} = 1{,}64485$$



usar cualquiera, no importa

$$n \geq \left(\frac{1{,}64485 \cdot \cancel{\sigma}}{\frac{1}{9}\cancel{\sigma}}\right)^2$$

$$n \geq (1{,}64485 \cdot 9)^2$$

$$n \geq 219{,}1480533$$

$$\boxed{n \geq 220}$$

Ejemplo 53. Una bebida afirma en su publicidad por televisión que su empleo diario durante un mes produce una pérdida promedio de cinco libras de peso. Para analizar esta afirmación, se toma un grupo control de ocho personas y se le suministra el producto diariamente por un mes, con lo cual se obtienen los siguientes datos:

Peso inicial (lb)	165	195	188	170	185	163	155	177
Peso final (lb)	164	190	187	163	185	159	148	174

Suponga que la pérdida de peso sigue una distribución normal.

1. Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la pérdida de peso promedio.

Peso inicial (lb)	165	195	188	170	185	163	155	177
Peso final (lb)	164	190	187	163	185	159	148	174
Diferencia	1	5	1	7	0	4	7	3

$n = 8 < 30 \rightarrow$ t-student

$gl = 7 \;(n-1)$

Promedio normal ← como cualquier otro

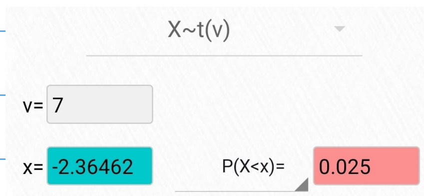
$$\bar{x} = \frac{1+5+1+7+0+4+7+3}{8} = 3{,}5$$

$\alpha = 0{,}05$

$\sigma = 2{,}7555$ ← calcu menu-6-3-2-opt-3

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025$$

$$t_{\frac{\alpha}{2},\, n-1} = t_{0{,}025,\, 7} = \pm 2{,}36462$$



Irrelevante

Entonces $]a, b[$: $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$$a = 3{,}5 - 2{,}36462 \cdot \frac{2{,}7255}{\sqrt{8}} \approx 1.2214$$

$$b = 3{,}5 - 2{,}36462 \cdot \frac{2{,}7255}{\sqrt{8}} \approx 5{,}7786$$

$$\boxed{\text{El IC para 95\% corresponde a }]1{,}2214,\ 5{,}7786[}$$

2. ¿Se opone los datos a la información dada en la publicidad?.

Como $5 \in IC$, los datos no se oponen a lo afirmado por la compañía

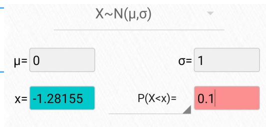
Ejemplo 54. Se desea estimar la estatura promedio μ de los estudiantes de quinto año de la ciudad C. En una muestra de 32 estudiantes se observó una estatura promedio de 1.4 m con una desviación estándar de 0.6 m. ¿De qué tamaño debe ser la muestra para hallar un intervalo de confianza del 80 % para μ con un radio menor o igual a 15 cm?

2. Tamaño de muestra para encontrar un IC para μ con un radio menor o igual a r: $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{r}\right)^2$

$n = 32 \geq 30 \rightarrow$ Normal

$\mu = 1,4 \quad \sigma = 0,6 \quad \alpha = 0,20 \quad r = 0,15$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0,20}{2} = 0,1 \rightarrow z_{0,1} = \pm 1,28155$



$$n \geq \left(\frac{1,28155 \cdot 0,6}{0,15}\right)^2$$

$n \geq 26,77$

$\boxed{n \geq 27}$

Ejercicio 13. Las duraciones de ocho baterías de computadora marca Dutec cargadas son 151, 153, 175, 134, 170, 172, 156 y 114 minutos. Suponga que las duraciones se distribuyen normalmente.

1. Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para la duración promedio de las baterías. R/ $]139.19, 167.06[$

$$\bar{x} = \frac{151+153+175+134+170+172+156+114}{8}$$

$\bar{x} = 153,125 \quad n = 8 < 30 \rightarrow$ t-student

$\sigma = s = 20,81 \rightarrow$ Calculadora $\quad gl = 7 \; (n-1)$

: $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$\alpha = 0,10$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0,10}{2} = 0,05 \rightarrow t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = t_{0,05,7} = \pm 1,89458$

$a = 153,125 - 1,89458 \cdot \frac{20,81}{\sqrt{8}} \quad 139,19$

$b = 153,125 + 1,89458 \cdot \frac{20,81}{\sqrt{8}} \quad 167,06$

R/ El IC para 90% corresponde a $]139,19, 167,06[$

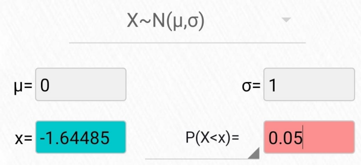
Cuando piden $n \geq$, siempre es normal, NO t-student

2. Si se supone que la desviación estándar de las duraciones es 20 min, ¿de qué tamaño debió ser una muestra para que el intervalo de confianza del 90 % tuviera radio menor que 7.5 min? $R/$ 20

$\sigma = 20 \quad \alpha = 0{,}10 \quad r = 7{,}5$

2. Tamaño de muestra para encontrar un IC para μ con un radio menor o igual a r: $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{r}\right)^2$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}10}{2} = 0{,}05 \rightarrow z_{0{,}05} = \pm 1{,}64485$



$$n \geq \left(\frac{1{,}64485 \cdot 20}{7{,}5}\right)^2$$

$n \geq 19{,}239$

$\boxed{n \geq 20}$

3. En el cálculo del tamaño de muestra anterior se utiliza $z_{\alpha/2}$. ¿Por qué el n no tiene que ser mayor a 30 para justificar el uso de la normal estándar en el cálculo?

$\boxed{\text{Por que se supone normalidad y la desviacion estandar es conocida}}$

4. Con base en el IC obtenido, ¿considera aceptable o rechaza las siguientes posibles afirmaciones que se pueden indicar en el manual de uso de la batería?

(a) Las baterías Dutec cargadas duran en promedio 3 horas.
$R/$ Se rechaza

(b) Las baterías Dutec cargadas duran en promedio 2.5 horas. minutos
$R/$ Es aceptable, pues $150 \in IC$

(c) Las baterías Dutec cargadas duran en promedio más de 2.5 horas.
$R/$ Se rechaza, pues en el IC hay valores menores o iguales a 150

(d) ¿La duración promedio de las baterías Dutec cargadas puede ser 3 horas? por 160 minutos $R/$ Sí, pero es poco factible

Ejercicio 14. Una muestra aleatoria de diez estudiantes del TEC indicó las siguientes cifras en horas para el tiempo que pasan estudiando para un examen de Matemáticas durante la semana previa a los exámenes finales.

$$28, 57, 42, 35, 61, 39, 55, 46, 49, 38.$$

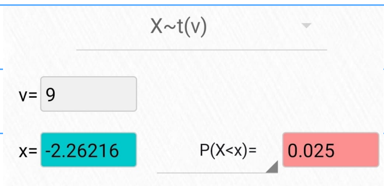
Suponga que los tiempos de estudio, durante la semana previa a los exámenes finales, se distribuyen normalmente.

1. Calcule un intervalo de confianza para el tiempo medio con un nivel de confianza del 95 %. $R/ \quad]37.4595, 52.5405[$

$n = 10 < 30 \Rightarrow$ t-student

$$\bar{x} = \frac{28+57+42+35+61+39+55+46+49+38}{10}$$

$\bar{x} = 45 \quad \alpha = 0{,}05 \quad \sigma = 10{,}54 \leftarrow s$



$n = 10 \quad gl = 9 \; (n-1)$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025 \rightarrow t_{0{,}025,\,9} = \pm 2{,}26216$

Entonces $]a, b[$ $\quad : \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$$a = 45 - 2{,}26216 \cdot \frac{10{,}54}{\sqrt{10}} = 37{,}46$$

$$b = 45 + 2{,}26216 \cdot \frac{10{,}54}{\sqrt{10}} = 52{,}54$$

R/ El IC para 90% de confianza corresponde a $]37{,}46, 52{,}54[$

2. ¿Considera que el tiempo promedio de estudio, durante la semana previa a los exámenes finales, es menor a 55 horas?

Si por que IC < 55

Ejercicio 15. El Ministerio de Seguridad del país C ha ampliado las medidas para el combate de las drogas. En el último mes han sido capturados 700 traficantes de droga. El valor promedio de las drogas decomisadas a estos narcotraficantes es de US$400 000 con una desviación estándar de US$30 000. Calcule un intervalo de confianza del 95 % para el valor medio de las drogas que están en manos de los narcotraficantes del país C.

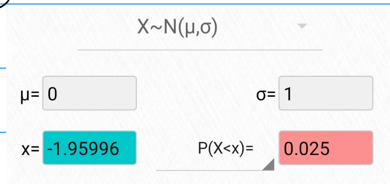
$R/$ $\quad]397777.6143, 402222.3857[$

$n = 700 \geq 30 \rightarrow Z \qquad \bar{x} = 400000$

$\sigma = 30\,000 \qquad \alpha = 0{,}05$

1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025 \rightarrow z_{0{,}025} = \pm 1{,}95996$



Entonces $]a, b[$

$$a = 400000 - 1{,}95996 \cdot \frac{30000}{\sqrt{700}} = 397777{,}6143$$

$$b = 400000 + 1{,}95996 \cdot \frac{30000}{\sqrt{700}} = 402222{,}3857$$

R/ El IC para 95% de confianza corresponde a $]397777{,}6143, 402222{,}3857[$