1. El total de estudiantes de una clase es de 20, 14 hombres y 6 mujeres. La maestra debe hacer aleatoriamente dos grupos de 10 estudiantes cada uno. Determine la distribución de probabilidad para el total de mujeres en el grupo

$N=20 \quad n=10 \quad b=6$

$$\boxed{\frac{C(6,x)\cdot C(14,10-x)}{C(20,10)}}$$

2. En una sala hay 54 personas y se va a votar una propuesta. Estas personas votan de manera completamente aleatoria es decir votan a favor con una probabilidad de 1/2. Determine la distribución de probabilidad para el total de personas que votan a favor de la propuesta. 4 Puntos

$p=\frac{1}{2} \quad q=\frac{1}{2} \quad n=54$

$$C(54,x)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{54-x}$$

3. La probabilidad de que una persona presente una mala reacción a la vacuna VOX es de 0.005. Calcular la probabilidad de que en una muestra de 3500 personas: 6 puntos

- Más de 4 personas tengan una mala reación.

$p=0{,}005 \quad q=0{,}995 \quad n=3500$

$$P(X>4)=1-P(X\leq 4)$$

$$1-\sum_{k=0}^{4} C(3500,k)\cdot 0{,}005^{k}\cdot 0{,}995^{3500-x}$$

$$=\boxed{0{,}99987849148}$$

- Exactamente 5 personas tengan una mala reaccioón.

$$P(X=5)=\boxed{C(3500,5)\cdot 0{,}005^{5}\cdot 0{,}995^{3500-5}}$$

4. Carlos tiene 6 confites en su bulto 2 de menta y 4 de coco. El quiere sacar un confite de menta pero no puede ver dentro del bulto así que los saca aleatoriamente uno a uno y sin reponerlos, detemine la esperanza para el total de confites que saca Carlos hasta obtener el primero de menta. 6 Puntos

$\Omega = \{M, CM, CCM, CCCM, CCCCM\}$

$P(X=1) = \frac{2}{6} \to \frac{1}{3}$

$P(X=2) = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \to \frac{4}{15}$

$P(X=3) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \to \frac{1}{5}$

$P(X=4) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} \to \frac{2}{15}$

$P(X=5) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} \to \frac{1}{15}$

X	1	2	3	4	5
$f_X(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$

$E(X) = 1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{4}{15} + 3 \cdot \frac{1}{5} + 4 \cdot \frac{2}{15} + 5 \cdot \frac{1}{15}$

$= \frac{7}{3} \approx \boxed{2{,}3334}$

5. Determine la función generadora de momentos $M_X(t)$ para una distribución de tipo geométrico 4 Puntos

$$f_X(k) = Rp^k,$$

$k = 0, 1, 2 \ldots$

Use esta generadora para encontrar la varianza de este tipo de distribución. Todo queda en términos de p y R. Si logra que todo quede solamente en términos de p recibe un punto extra.

$$\sum_{k=0}^{\infty} Rp^k = 1$$

$$R \cdot \sum_{k=0}^{\infty} p^k = 1 \Rightarrow R \cdot \frac{1}{1-p} = 1$$

$$\boxed{R = 1-p}$$

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} (1-p) \cdot e^{kt} \cdot p^k$$

$$1-p \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (pe^t)^k$$

$$\Rightarrow m_k(t) = \frac{(1-p)}{1-pe^t}$$

$$m'_k(t) = \frac{0 \cdot (1-pe^t) - (1-p) \cdot -pe^t}{(1-pe^t)^2}$$

$$= \frac{(1-p) \cdot pe^t}{(1-pe^t)^2}$$

$$m'_k(0) = \frac{\cancel{(1-p)} \cdot p}{(\cancel{1-p})^2} = m'_k(0) = \frac{p}{1-p}$$

$$\Rightarrow m''_k(t) = \frac{(1-p) \cdot pe^t}{(1-pe^t)^2}$$

$$= \frac{(1-p)\, pe^t \left[(1-pe^t) + 2pe^t\right]}{(1-pe^t)^3}$$

$$m''_k(0) = \frac{p(1+p)}{(1-p)^2}$$

Var =

$$\frac{p(1+p)}{(1-p)^2} - \left(\frac{p}{1-p}\right)^2$$

$$\boxed{V = \frac{p}{(1-p)^2}}$$

6. En una intersección ocurren en promedio 18 accidentes de tránsito por año y siguiendo una distribucin de Poisson. 4 Puntos

- Determine la probabilidad de que ocurran menos de 2 accidentes de trńsito durante un mes del año.

$\lambda = \frac{18}{12} = 1{,}5$ por mes $\quad t = 1 \quad \lambda_t = 1{,}5 \cdot 1 = 1{,}5$

$$P(X < 2) = \sum_{k=0}^{1} \frac{e^{-1{,}5} \cdot 1{,}5^k}{k!} \approx \boxed{0{,}5578}$$

- Determine la probabilidad de que este año ocurran 14 o más pero menos de 17, accidentes.

$\lambda = 18 \quad t = 1 \quad \lambda_t = 18 \cdot 1 = 18$

$$P(14 \leq X < 17) = \sum_{k=14}^{16} \frac{e^{-18} \cdot 18^k}{k!} \approx \boxed{0{,}2325}$$

8. Una Empresa decide vender sus productos mediante paquetes promocionales, para ello asigna a algunos de su trabajadores la venta de dichos paquetes. Cada trabajador recibe un salario base de 15 000.00 colones diarios, recibiendo además 2500.00 colones por cada paquete vendido durante el día. El vendedor ofrece los paquetes a quince personas por día y la probabilidad de que una persona a la que se le ofrece le paquete lo compre es de 0.25. Determine el salario básico promedio del trabajador. ¿[redacted]

5 Puntos

$Y = 15000 + 2500X \qquad E(X) = n \cdot p$

$E(Y) = 15000 + 2500E(X) \qquad = 15 \cdot 0{,}25$

$15000 + 2500 \cdot 3{,}75 \qquad = 3{,}75$

$\boxed{24375}$