

# Variables aleatorias continuas

1. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} |1 - x| & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Verifique que  $f_X$  es función de probabilidad.

2. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^3} & \text{si } x \geq k \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Determine el valor de  $k$

$$\mathbb{R}/ \frac{\sqrt{2}}{2}$$

3. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2 \cdot e^{-2x+k} & \text{si } x \geq 4 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Determine el valor de  $k$ .

$$\mathbb{R}/ 8$$

4. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{k}{18} & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ kx - 1 & \text{si } 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

Determine el valor de  $k$

$$\mathbb{R}/ \frac{18}{23}$$

5. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{18} & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ x - 3 & \text{si } 3 < x \leq k \end{cases}$$

Determine el valor de  $k$

6. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} kx^2 & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{4} & \text{si } 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

Determine el valor de  $k$

R/  $\frac{18}{23}$

7. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} k \cdot e^{-2x} & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{1}{8} & \text{si } 3 < x \leq 5 \end{cases}$$

Determine el valor de  $k$

R/ 11,2903

8. ¿Existe un valor de  $k$  de manera que la siguiente función sea una función de densidad de una variable aleatoria continua  $X$ ?

R/ No

$$f_X(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ kx^2 - k & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

9. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ x - 1 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Encuentre la función acumulada  $F_X(m)$

$$\text{R/ } F_X(m) = \begin{cases} 0 & \text{si } m \leq 0 \\ m - \frac{m^2}{2} & \text{si } 0 < m \leq 1 \\ 1 - m + \frac{m^2}{2} & \text{si } 1 < m \leq 2 \\ 1 & \text{si } m > 2 \end{cases}$$

10. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} M(3x - 9) & \text{si } 3 \leq x \leq 5 \\ M(9x - x^2 - 14) & \text{si } 5 < x \leq 7 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine el valor de  $M$

b) Determine  $E(X)$

11. Sea  $Y$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_Y(t) = \begin{cases} Ae^{-3t} & \text{si } 3 \leq t \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine el valor de  $A$

b) Determine  $E(Y)$

12. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{24} & \text{si } 1 \leq x \leq 7 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine  $E(X)$  y  $Var(X)$

$$\text{R/ } E(X) = \frac{19}{4} \text{ y } Var(X) = \frac{39}{16}$$

b) Si  $Y = 20 - 4X$ , determine  $E(Y)$  y  $Var(Y)$

$$\text{R/ } E(Y) = 1 \text{ y } Var(Y) = 39$$

13. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{8}{333x^4} & \text{si } \frac{1}{5} \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Calcule  $E(X)$  y  $Var(X)$

$$\text{R/ } E(X) = \frac{11}{37} \text{ y } Var(X) = \frac{27}{1\,369}$$

b) Si  $Y = 3X - \frac{1}{2}$ , determine  $Var(Y)$

$$\text{R/ } \frac{243}{1\,369}$$

14. Sea  $V$  una variable aleatoria continua cuya función de densidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2 \cdot e^{-2x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Verifique que la función generadora de momentos está dada por  $m_V(t) = \frac{-2}{t-2}$ , con  $t < 2$

15. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 3 \cdot e^{-3x+6} & \text{si } x \geq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Halle la función acumulada para  $X$ .

b) Determine  $P(X \geq 5)$

c) Calcule  $E(X)$

d) Verifique que la función generadora de momentos está dada por  $m_X(t) = \frac{-3e^{2t}}{t-3}$ , con  $t < 3$

16. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} k \cdot e^{-x} & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{1}{6} & \text{si } 3 < x \leq 5 \end{cases}$$

con  $k$  constante (no es necesario averiguarla). Determine la función generadora de momentos para  $X$ .

17. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 3 \\ 5e^{15-5x} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

Determine la función generadora de momentos para  $X$ .

18. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2 \cdot e^{-7x} & \text{si } 5 < x < 12 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Determine la función generadora de momentos de  $X$

$$\text{R/ } \frac{2[e^{12t-84} - e^{5t-35}]}{t-7}, \text{ con } t < 7$$

19. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función generadora de momentos está dada por:

$$m_X(t) = \frac{ae^t}{a-t}, \text{ con } t < a$$

$$m'_X(t) = \frac{ae^t[a-t+1]}{(a-t)^2}$$

$$m''_X(t) = \frac{ae^t[(a-t)^2 + 2(a-t) + 2]}{(a-t)^3}$$

a) Determine  $E(X)$

$$\text{R/ } \frac{a+1}{a}$$

b) Determine  $Var(X)$

$$\text{R/ } \frac{1}{a^2}$$

20. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 5 \cdot e^{-5x+25} & \text{si } x \geq 5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine la función generadora de momentos de  $X$

$$\text{R/ } \frac{-5e^{5t}}{t-5}, \text{ con } t < 5$$

b) Determine  $E(X)$

$$\text{R/ } \frac{-24}{5}$$

21. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} (k+1)e^{-7x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine el valor de  $k$

b) Calcule  $P(X < 4)$

22. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x}}{1 - e^{-5}} & \text{si } 0 < x < 5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Determine la función generadora de momentos de  $X$
- b) Determine  $E(X)$  usando el inciso a.

23. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} k \cdot e^{2x} & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde  $k$  es una constante apropiada (no es necesario averiguarla)

- a) Determine la función generadora de momentos de  $X$
- b) Determine  $E(X)$  usando el inciso a.

24. Sea  $X$  la duración en horas de una batería de focos especiales. La función está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} \cdot e^{\frac{-x}{5}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Verifique que la función generadora de momentos está dada por  $m_X(t) = \frac{-1}{5t - 1}$ , con  $t < \frac{1}{5}$

- b) Use  $m_X(t)$  para encontrar la vida media de la batería.

R/ 5

- c) Use  $m_X(t)$  para encontrar la varianza de la batería.

R/ 25

25. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2 \cdot e^{4-2x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine la función generadora de momentos de  $X$

$$\text{R/ } \frac{-2e^4}{t-2}, \text{ con } t < 2$$

b) Utilizando el inciso anterior, calcule  $E(X)$

$$\text{R/ } \frac{e^4}{2}$$

c) Utilizando los incisos anteriores, calcule  $Var(X)$

$$\text{R/ } \frac{2e^4 - e^8}{4}$$

d) Si  $Y = X + e^X$ , determine  $E(Y)$

$$\text{R/ } \frac{5e^4}{2}$$

26. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{si } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Verifique que  $f_X$  es función de probabilidad.

b) Encuentre la función acumulada  $F_X(m)$

$$\text{R/ } F_X(m) = \begin{cases} 0 & \text{si } m < 0 \\ 1 - \cos(m) & \text{si } 0 \leq m \leq \frac{\pi}{2} \\ 1 & \text{si } m > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

27. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} \left(\frac{x}{7}\right)^{k-1} & \text{si } 0 \leq x \leq 7 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine el valor de  $k$ .

$$\text{R/ } k = 7$$

b) Encuentre la función acumulada  $F_X(m)$

$$\text{R/ } F_X(m) = \begin{cases} 0 & \text{si } m < 0 \\ \frac{1}{823543} m^7 & \text{si } 0 \leq m \leq 7 \\ 1 & \text{si } m > 7 \end{cases}$$

28. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Verifique que  $f_X$  es función de probabilidad.

b) Encuentre la función acumulada  $F_X(m)$

$$\text{R/ } F_X(m) = \begin{cases} 0 & \text{si } m < 1 \\ 1 - \frac{1}{m} & \text{si } m \geq 1 \end{cases}$$

29. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} k \cdot e^{-3x} & \text{si } 2 < x < 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine el valor de  $k$

$$\text{R/ } \frac{3e^9}{e^9 - 1}$$

b) Determine la función generadora de momentos de  $X$

$$\text{R/ } \frac{3(e^{3t} - e^9)}{(e^9 - 1)(t - 3)}, \text{ con } t < 3$$

30. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función acumulada:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^4} & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Verifique que  $f_X$  es función de distribución.

b) Encuentre la función de densidad.



31. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3 \cdot 15^3}{x^4} & \text{si } x \geq 15 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Verifique que  $f_X$  es función de probabilidad.

b) Encuentre la función acumulada  $F_X(m)$

$$\text{R/ } F_X(m) = \begin{cases} 0 & \text{si } m < 15 \\ \frac{-15^3}{m^3} + 1 & \text{si } m \geq 15 \end{cases}$$

c) Calcule  $P(18 < X \leq 20)$

$$\text{R/ } 0,0701$$

32. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{4}{x^5} & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Demuestre que efectivamente  $f_X$  cumple las condiciones para ser una función de probabilidad para  $X$ .

b) Determine la función de distribución acumulada  $F_X(m)$

$$\text{R/ } F_X(m) = \begin{cases} 0 & \text{si } m < 1 \\ 1 - \frac{1}{m^4} & \text{si } m \geq 1 \end{cases}$$

c) Determine  $P(|X| < 2)$

$$\text{R/ } \frac{15}{16}$$

33. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{5}{x^6} & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Demuestre que efectivamente  $f_X$  cumple las condiciones para ser una función de probabilidad para  $X$ .

b) Determine la función de distribución acumulada  $F_X(m)$

$$\text{R/ } F_X(m) = \begin{cases} 0 & \text{si } m < 1 \\ 1 - \frac{1}{m^5} & \text{si } m \geq 1 \end{cases}$$

c) Determine  $P(3 < X \leq 10)$

$$\text{R/ } \frac{99\,757}{24\,300\,000}$$

34. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < \frac{-1}{k} \\ \frac{1}{4} & \text{si } \frac{-1}{k} \leq x \leq 0 \\ e^{-2kx} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

a) Determine el valor de  $k$ .

$$\text{R/ } \frac{3}{4}$$

b) Encuentre la función de distribución acumulada.

$$\text{R/ } F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } m < \frac{-4}{3} \\ \frac{1}{4} \left( m + \frac{4}{3} \right) & \text{si } \frac{-4}{3} \leq m \leq 0 \\ \frac{-2}{3} \left( e^{\frac{-3}{2}m} - 1 \right) & \text{si } m > 0 \end{cases}$$

c) Calcule  $P(-1 < X \leq 4)$

$$\text{R/ } 0,581680$$

35. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2 \cdot e^{-3x+k} & \text{si } x \geq 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine el valor de  $k$ .

$$\text{R/ } \ln \left( \frac{3}{2} \right) + 9$$

b) Encuentre la función de distribución acumulada

$$\text{R/ } F_X(m) = \begin{cases} 0 & \text{si } m < 4 \\ 1 - e^{-2m+8} & \text{si } m \geq 4 \end{cases}$$

c) Determine  $P(4 < X \leq 6)$

$$\text{R/ } 1 - e^{-4}$$

36. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 3 \cdot e^{-3x+k} & \text{si } x \geq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine el valor de  $k$ .

$$\text{R/ } 6$$

b) Demuestre que la función generadora de momentos de la variable  $X$  es  $m_X(t) = \frac{-e^{2t}}{t-3}$  si  $t < 3$

37. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de probabilidad viene dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2 \cdot e^{-2x+6} & \text{si } x > 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine la función de distribución acumulada.

$$\text{R/ } F_X(m) = \begin{cases} 0 & \text{si } m \leq 3 \\ 1 - e^{-2m+6} & \text{si } m > 3 \end{cases}$$

b) Determine la función generadora de momentos de  $X$

$$\text{R/ } \frac{-2 \cdot e^{3t}}{t - 2}, \text{ con } t < 2$$

c) Calcule  $E(X)$  y  $Var(X)$  utilizando el inciso anterior

$$\text{R/ } E(X) = \frac{7}{2} \text{ y } Var(X) = \frac{1}{4}$$

38. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con distribución de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} k \cdot x^{-4} & \text{si } \frac{1}{5} \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine el valor de  $k$ .

$$\text{R/ } \frac{3}{124}$$

b) Determine  $E(X)$

$$\text{R/ } \frac{9}{31}$$

c) Determine  $Var(X)$

$$\text{R/ } \frac{12}{961}$$

d) Calcule  $\sigma_X$

$$\text{R/ } \frac{2\sqrt{3}}{31}$$

e) Si  $Y = 3X - \frac{1}{2}$ , determine  $E(Y)$

$$\text{R/ } \frac{23}{62}$$

39. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con distribución de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} k \cdot x^{-3} & \text{si } \frac{1}{3} \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Determine el valor de  $k$ .
- b) Determine  $E(X)$
- c) Determine la función de distribución de probabilidad acumulada  $F_X$

40. Un estudio realizado por algunos estudiantes revela que el tiempo  $X$  que dedica un profesor a explicar los conceptos durante una sesión de clases es una variable aleatoria continua, en horas, con densidad de probabilidad de la forma:

$$f_X(t) = \begin{cases} \frac{4}{k(1+t^2)} & \text{si } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Determine el valor de  $k$ .

R/  $\pi$

- b) Encuentre la función de distribución acumulada.

$$\text{R/ } F_X(m) = \begin{cases} 0 & \text{si } m < 0 \\ \frac{4 \arctan(m)}{\pi} & \text{si } 0 \leq m \leq 1 \\ 1 & \text{si } m > 1 \end{cases}$$

- c) Determine la probabilidad de que el profesor dedique más de 15 minutos a explicar los conceptos durante una clase.

R/ 0,6880

- d) Determine la esperanza para el tiempo que dedica el profesor a explicar los conceptos durante una sesión de clases.

R/ 0,4412

41. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de probabilidad

$$f_X(x) = \begin{cases} 3 \cdot e^{5-3x} & \text{si } x \geq 5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Encuentre la función de distribución acumulada.

$$\text{R/ } f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } m < 5 \\ -e^5 (e^{-3m} - e^{-15}) & \text{si } m \geq 5 \end{cases}$$

b) Calcule  $P(X > 15)$

$$\text{R/ } 0,999954$$

c) Determine  $E(X)$

$$\text{R/ } \frac{16}{3e^{10}}$$

d) Si  $Y = 3X - \frac{1}{2}$ , determine  $E(Y)$

$$\text{R/ } \frac{32 - e^{10}}{2e^{10}}$$

e) Determine la función generadora de momentos.

$$\text{R/ } \frac{-3e^{5t-10}}{t-3}$$

f) Utilizando el inciso anterior, determine  $E(X)$

$$\text{R/ } \frac{16e^{-10}}{3}$$

g) Utilizando los incisos anteriores, determine  $Var(X)$

$$\text{R/ } 0,001293$$

42. Considere la función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} kx & \text{si } 0 \leq x < a \\ k(2a - x) & \text{si } a \leq x \leq 2a \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine el valor de  $k$  para el cual  $f$  es una función de probabilidad.

$$\text{R/ } \frac{1}{a^2}$$

b) Determine  $E(X)$ .

$$\text{R/ } a$$

c) Determine  $Var(X)$ .

$$\text{R/ } \frac{a^2}{6}$$

d) Determine  $\sigma_X$ .

$$\text{R/ } \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

e) Determine la función acumulada  $F_X(m)$

$$\text{R/ } F_X(m) = \begin{cases} \frac{m^2}{2a^2} & \text{si } m \leq a \\ \frac{2m}{a} - \frac{m^2}{2a^2} - 1 & \text{si } a \leq m \leq 2a \\ 1 & \text{si } m > 2a \end{cases}$$

43. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} k \cdot e^{-5x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determine el valor de  $k$ .

$$\text{R/ } 5$$

b) Encuentre la función de distribución acumulada.

$$\text{R/ } F_X(m) = \begin{cases} 0 & \text{si } m < 0 \\ 1 - e^{-5m} & \text{si } m \geq 0 \end{cases}$$

c) Determine  $P(1 < X \leq 5)$

$$\text{R/ } e^{-5} - e^{-25}$$

d) Determine  $E(X)$  y  $Var(X)$

$$\text{R/ } E(X) = \frac{1}{5} \text{ y } Var(X) = \frac{1}{25}$$

e) Si  $Y = 25X - \frac{2}{3}$ , determine  $E(Y)$

$$\text{R/ } \frac{13}{3}$$

f) Determine la función generadora de momentos para  $X$ .

$$\text{R/ } m_X(t) = \frac{-5}{t - 5}$$

g) Calcule  $E(X)$  y  $Var(X)$ , utilizando el inciso anterior.

$$\text{R/ } E(X) = \frac{1}{5} \text{ y } Var(X) = \frac{1}{25}$$

## Demostraciones

1. Sea  $X$  una variable aleatoria continua. Usando la definición de esperanza matemática, demuestre que

$$E(\alpha X + \beta) = \alpha E(X) + \beta, \text{ con } \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

2. Demuestre que

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) dx - [E(X)]^2$$

3. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con media  $\mu$ , varianza  $\sigma^2$  y función generadora de momentos  $m_X(t)$ . Sea  $Y$  otra variable aleatoria continua tal que  $Y = aX + b$  y función generadora de momentos  $m_Y(t)$ .

a) Muestre que  $m_X(0) = 1$

b) Muestre que  $m_Y(t) = e^{bt} \cdot m_X(at)$

c) Utilice  $m_Y(t)$  para encontrar la media de  $Y$ .

$$\text{R/ } E(Y) = a\mu + b$$

d) Utilice  $m_Y(t)$  para encontrar la varianza de  $Y$ .

$$\text{R/ } Var(Y) = a^2 \cdot \sigma^2$$