

## Ley de Laplace

Sea  $\Omega$  un conjunto no vacío y finito, entonces la función  $P : P(\Omega) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$  dada por

$$P(X) = \frac{|X|}{|\Omega|}$$

es una medida de probabilidad en  $\Omega$ . Una forma de interpretarla viene dada por

$$P(X) = \frac{\# \text{ de casos favorables}}{\# \text{ de casos totales}}$$

## Reglas del producto

- **Regla del producto #1**

Se dice que los eventos  $A_1, A_2, \dots, A_n$  son mutuamente independientes si y solo si

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n)$$

- **Regla del producto #2**

Se dice que los eventos  $A_1, A_2, \dots, A_n$  son mutuamente independientes si y solo si

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2 | A_1) \cdot P(A_3 | (A_1 \cdot A_2)) \cdot \dots \cdot P(A_n | (A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_{n-1}))$$

## Probabilidad total

Sean  $A_1, A_2, \dots, A_n$  eventos que forman una partición del espacio muestral  $\Omega$ . Sea  $B$  un evento cualquiera, entonces

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B | A_i)$$

Una bolsa tiene 4 bolas azules y 3 bolas rojas. Juan saca 4 bolas al azar de una urna sin reposición. Determine la probabilidad de que la cuarta bola sea roja.

$$R/\frac{3}{7}$$

Sin reposición  $\rightarrow$  NO se vuelven a meter

Sea A una bola Azul A R una bola Roja

Possibles escenarios que satisfacen (casos)

$\hookrightarrow \{AAAR, AARR, ARAR, ARRRA, RAAR, RABR, RBARS\}$

Empiezan con A      Empiezan con R  
 4 Etapas por cada Caso

Caso 1: AAAR

Etapa 1: A  $\frac{4}{7}$  } Al inicio  $\frac{4}{7}$  Azules  
 $\frac{3}{7}$  Totales

Y resto 2 Azul  $\rightarrow$  Ahora hay 3A1S1R, Total = 6

Etapa 2: A  $\frac{3}{6}$   $\rightarrow$  3 Azules  
 5 Totales

Y resto 2 Azul  $\rightarrow$  Ahora hay 2A1S1R, Total = 5

Etapa 3: A  $\frac{2}{5}$   $\rightarrow$  Azules  
 3 Totales

Y resto 2 Azul  $\rightarrow$  Ahora hay 1A1S1R Total = 4

Etapa 4: R  $\frac{3}{4}$   $\rightarrow$  Rojas  
 1 Totales

Y resto 2 Azul  $\rightarrow$  Ahora hay 1A1S1R Total = 4

$$\text{Total: } \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \geq \boxed{\frac{2}{7}}$$

Todos los demás casos es lo mismo  
de arriba entonces; 4A 3B

2: {AAAR AARR ARAR ARRRAA RARR RRAARS}

$$\begin{array}{ccccccc}
 & A & A & A & R & & \\
 + & \boxed{\frac{4}{7}, \frac{3}{6}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}} & + & \boxed{\frac{4}{7}, \frac{3}{6}, \frac{3}{5}, \frac{2}{4}} & & & \\
 4A & 3A & 2A & 3A & 4A & 3A & 2A \\
 3R & 3R & 3B & 3R & 3R & 3B & 2R
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & A & R & A & R & & \\
 + & \boxed{\frac{4}{7}, \frac{3}{6}, \frac{3}{5}, \frac{2}{4}} & + & \boxed{\frac{4}{7}, \frac{3}{6}, \frac{2}{5}, \frac{1}{4}} & & & \\
 4A & 3A & 3A & 2A & 4A & 3A & 3A \\
 3R & 3R & 2R & 2R & 3R & 3R & 1R
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & R & A & A & R & & \\
 + & \boxed{\frac{3}{7}, \frac{4}{6}, \frac{3}{5}, \frac{2}{4}} & + & \boxed{\frac{3}{7}, \frac{4}{6}, \frac{2}{5}, \frac{1}{4}} & & & \\
 4A & 4A & 3A & 2A & 4A & 4A & 3A \\
 3R & 2R & 2B & 2B & 3R & 2R & 1R
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & R & R & A & R & & \\
 + & \boxed{\frac{3}{7}, \frac{3}{6}, \frac{4}{5}, \frac{1}{4}} & & & & & \\
 4A & 4A & 4A & 3A & & & \\
 3R & 2R & 1R & 1R & & &
 \end{array}$$

Total de todos  
sumando por que  
son casos =  $\boxed{\frac{3}{7}}$

Nota la letra de la etapa va arriba y el  
total abajo

En una bolsa se tienen 10 bolas blancas, 6 bolas verdes y 4 bolas rojas. Considere el experimento en que se extrae una bola al azar, se anota su color y se devuelve la bola extraída con dos bolas del mismo color al de las bolas extraídas. Suponga que el experimento se repite hasta obtener dos bolas verdes consecutivas. Determine la probabilidad de que se realicen exactamente 3 extracciones.

$$P = \frac{7}{110}$$

Con reposición

Ej: saco 1 bola verde  $\rightarrow$  devuelvo 3 bolas verdes  
 (La extraída y 2 más)  
 Si tengo 20 y saco 1, ahora tengo 19 y devuelvo 3, al final tendré 22

Son 3 extracciones y ocupo sacar 2 v consecutivas en 3 extracciones exactas (UVB por ejemplo termina en la 2da  $\rightarrow$  malo)

10B 6V 4R; 20 bolas iniciales

B = Blanca, V = Verde, R = Roja

$\Omega : \{ RVV, BVV \}$

Caso 1: RVV

Al inicio de igual manera la proba es  $\frac{R}{20} \rightarrow \frac{4}{20}$

4      6      8V

Totales 20

20      22      24

pero en la segunda se

4R      6R      6R

suman 2 rojas  $\rightarrow \frac{1}{22}$

10B      10B      10B

22

6V      6V      8V

y en la tercera se

suman 2 verdes  $\rightarrow \frac{9}{22}$

22

Total	<u>4</u>	<u>6</u>	<u>8</u>	<u>2</u>	<u>1</u>
	<u>20</u>	<u>22</u>	<u>24</u>		<u>55</u>

10B 6V 4R ; 20 Bolas Iniciales

B = Blanco, V = Verde, R = Rojo

Caso 2: BVV

$$\frac{10}{20} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{8}{24} = \boxed{\frac{1}{22}}$$

10B 12B 12B

6V 6V 8V

4R 4R 4R

$$R \quad \frac{1}{55} + \frac{1}{22} = \boxed{\frac{7}{110}}$$

En una mesa se tienen un par de urnas, la primera urna (llamada A) tiene 4 bolitas rojas y 6 bolitas azules, mientras que, la segunda urna (llamada B) posee 16 bolitas rojas y una cantidad desconocida de bolitas azules. Un experimento consiste en sacar una bolita al azar de cada urna. Si se sabe que la probabilidad de que ambas bolitas sean del mismo color es de 0,44 ¿cuántas bolitas azules hay en la urna B?

R/ 4

$$A \rightarrow 4R \wedge 6A \quad B \rightarrow 16R \wedge ?A$$

Se sabe que la proba  $(0,44)$  es equivalente a  $\frac{11}{25}$   
entonces tendremos  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{11}{25}$

$\Omega = \{AA, RR\} \leftrightarrow$  Ser del mismo color

Urna A Urna B Sacar 1 dc A 1 dc B

Caso AA:  $A \rightarrow 4R \wedge 6A \quad B \rightarrow 16R \wedge ?A$

$$A \left\{ \frac{6}{10} \cdot \frac{x}{x+16} \right\} B = \frac{6}{10} \cdot \frac{x}{x+16}$$

GA      X  
4R      16R

Caso RR:  $A \rightarrow 4R \wedge 6A \quad B \rightarrow 16R \wedge ?A$

$$A \left\{ \frac{4}{10} \cdot \frac{16}{x+16} \right\} B = \frac{4}{10} \cdot \frac{16}{x+16}$$

$$\frac{6}{10} \cdot \frac{x}{x+16} + \frac{4}{10} \cdot \frac{16}{x+16} \rightarrow \frac{6x}{10x+160} + \frac{64}{10x+160}$$

$$\rightarrow \frac{6x+64}{10x+160} = \frac{11}{25} \rightarrow (6x+64)25 = 11(10x+160)$$

$$150x+1600 = 110x+1760$$

$$40x = 160 \rightarrow x = 4$$

La urna B tiene 4 bolitas Azules