1. Determine el valor de convergencia de la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-2)^{-3n-1}}{3^{n-2}}$.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-2)^{-3n} \cdot (-2)^{-1}}{(3)^{n} \cdot (3)^{-2}}$$

$$\frac{-9}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-8)^{-n}}{3^{n}}$$

$$\frac{-9}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{24}\right)^{n} \qquad |r| = \frac{1}{24} < 1$$

$$\frac{-9}{2}\left[\frac{\left(\frac{-1}{24}\right)^{2}}{1 - -\frac{1}{24}}\right]$$

$$\frac{-3}{400}$$

$$\boxed{\text{Converge a } \frac{-3}{400}}$$

3. Para cada una de las siguientes series, analice y justifique si es convergente o divergente.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n^3}$ **[4 puntos]**

$$f(x) = \frac{x^2}{e^{x^3}}$$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot e^{x^3} - x^2 \cdot e^{x^3} \cdot 3x^2}{e^{x^6}}$$

$$= \frac{2x \cdot e^{x^3} - 3x^4 \cdot e^{x^3}}{e^{x^6}}$$

$$= \frac{\cancel{e^{x^3}}(2x - 3x^4)}{\cancel{e^{x^6}}}$$

$$= \frac{2x - 3x^4}{e^{x^3}}, \text{ Decrece}$$

$$\int_1^{+\infty} x^2 \cdot e^{-x^3}\, dx \longrightarrow \int x^2 \cdot e^{-x^3} \qquad u = -x^3$$

$$du = -3x^2\, dx$$

$$\frac{-e^{-x^3}}{3}\Bigg|_1^{+\infty} \qquad \frac{-1}{3}\int e^u\,du \qquad \frac{-1}{3}du = x^2dx$$

$$\frac{-e^u}{3}$$

$$\frac{-e^{-x^3}}{3}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \cancel{\frac{-e^{-x^3}}{3}} = 0 \;-\; \frac{-e^{-1}}{3}$$

$$\frac{1}{3e}$$

$\boxed{\therefore \text{ Converge}}$

$$b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^3} + \frac{2}{n\sqrt{n}}$$

$$3\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$$

Ambas p series con $p > 1$

∴ convergen

$\boxed{\text{Original Converge}}$

$$c)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n+5}{4n^3+3n}$$

Por crit de Cmp al lim

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\cdot 2^n+5}{4n^3+3n} \sim \frac{n\cdot 2^n}{4n^3}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cancel{n}\cdot 2^n}{4\cancel{n^3}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4n^2}$$, Analizando la

Conver por crit de diver

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{2^n}{4n^2} = +\infty \quad \therefore \text{ Diverge}$$

Calculando $\frac{a_n}{b_n}$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n \cdot 2^n + 5}{4n^3 + 3n} \cdot \frac{4n^2}{2^n}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{4n^3 \cdot 2^n + 20n^2}{4n^3 \cdot 2^n + 3n \cdot 2^n}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\cancel{4n^3 \cdot 2^n}}{\cancel{4n^3 \cdot 2^n}} = 1$$

b_n diver $\wedge$ $L \neq 0$

$\therefore$ a_n diver

4. Determine y justifique si la serie $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt[3]{k+1}}$ converge absolutamente o condicionalmente.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}} \sim \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^{\frac{1}{3}}} \to p \text{ serie, } p < 1$$

diverge

Por crit de series alternadas

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}$$

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt[3]{(x+1)^2}} \cdot \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}} \cdot 1$$

$$= \frac{-1}{3\sqrt[3]{(x+1)^4}}, \text{ decrece}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} = 0$$

∴ Converge Condicionalmente

5. Si se sabe que la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2^n n!}$ es una serie alternada convergente a S, aproxime el valor de dicha serie con un error E_N tal que $E_N < 0{,}00001$. **[3 puntos]**

N	$N+1$	a_{n+1}
6	7	$1{,}55009 \cdot 10^{-6} < 1 \cdot 10^{-5}$

Suma

$$\sum_{x=0}^{5} \frac{(-1)^x}{2^x \cdot x!} = \boxed{0{,}60651}$$

6. Determine el radio de convergencia de la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n(2x-1)^n}{4^n}$.

Por crit de raiz

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{\frac{n(2x-1)^n}{4^n}}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\cancel{\sqrt[n]{n}}^{=1} \cdot \sqrt[n]{(2x-1)^n}}{\sqrt[n]{4^n}}$$

$$|2x-1| \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4}|2x-1| < 1$$

$$|2x-1| < 4$$

$$-4 < 2x-1 < 4$$

$$-3 < 2x < 5$$

$$\frac{-3}{2} < x < \frac{5}{2} \qquad r = \frac{\frac{5}{2} - -\frac{3}{2}}{2}$$

$$\boxed{I = \left]\frac{-3}{2}, \frac{5}{2}\right[\qquad r = 2}$$