

Estadística – V 25-26

Estimación para una proporción.

Proverbios 21:3

IC para una proporción

Para una v.a $B \sim b(x; n, p)$

$$P = \frac{B}{n} \Rightarrow nP \sim b(x; n, p)$$

$$E(P) = p$$

$$\text{Var}(P) = \frac{p(1-p)}{n}$$

Teorema del Límite Central $\Rightarrow P \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right), n \rightarrow \infty$

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

tamaño de muestra es grande.

$$n\hat{p} \geq 5 \text{ y } n(1-\hat{p}) \geq 5.$$

Ejemplos

Un profesor asegura que el promedio de calificación de los estudiantes en el primer parcial del curso de Estadística es 85 y presenta los siguientes datos (tomados de una muestra aleatoria de 16 estudiantes).

<i>Calificaciones</i>			
87	90	88	76
74	70	100	95
65	92	78	87
82	50	89	89

[3 puntos] Determine un intervalo de confianza del 98% para la proporción poblacional de los estudiantes del curso que obtuvieron una nota superior a 85.

Ejemplos

Calificaciones			
87	90	88	76
74	70	100	95
65	92	78	87
82	50	89	89

$$\hat{p} = \frac{9}{16} \quad 1 - \hat{p} = \frac{7}{16} \quad n(1 - \hat{p}) = 7 \geq 5$$

$$1 - \alpha = 0.98 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.01 \Rightarrow z_{\alpha/2} = -2.326348$$

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \Rightarrow \frac{9}{16} \pm -2.326348 \sqrt{\frac{9 \cdot 7}{16^3}} \Rightarrow]0.2739872685, \quad 0.8510127315 [$$

Con una confianza del 98% la proporción de estudiantes que alcanzaron notas superiores a 85 en el primer parcial de Estadística se encuentre en $]0.273987, 0.851013[$.

Ejercicio

Si $]30, 46[$ es el intervalo de confianza del 95 % para la media de una variable aleatoria normalmente distribuida con variancia desconocida, basado en una muestra de tamaño 16, halle el valor de la variancia muestral. (8 puntos)

225.3977923.

Ejercicio

Al estimar una proporción p se toma una muestra de tamaño 50, donde $n\hat{p} \geq 5$ y $n\hat{q} > 5$, y se obtiene un IC del 95% con un radio de 0.133. Determine los posibles valores de \hat{p} . R/

$$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow z_{\alpha/2} = -1.959964$$

$$r = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \Rightarrow 0.133 = -1.959964 \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{50}} \Rightarrow 50 \left(\frac{0.133}{-1.959964} \right)^2 = \hat{p}(1 - \hat{p})$$

$$\Rightarrow \hat{p}^2 - \hat{p} + 50 \left(\frac{0.133}{-1.959964} \right)^2 = 0 \Rightarrow \hat{p} = 0.6405772048 \vee \hat{p} = 0.3594227952$$

PH para una proporción (n grande)

$H_0: p = p_0$ La proporción poblacional es igual a p_0

$$Z = \frac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}}$$

- Muestras grandes $np_0, nq_0 \geq 5$

$$n \geq \frac{(|z_{\alpha/k}| \sqrt{p_0 q_0} + |z_{\beta}| \sqrt{p_1 q_1})^2}{(p_1 - p_0)^2}$$

Tamaño mínimo de muestra
 k : número de colas

Ejercicios

[4 puntos] El gerente de un banco dice que al menos el 78 % de las transacciones que se realizan en su sucursal se hacen en colones. Para verificar su aseveración consulta los registros de las últimas 40 transacciones y observa que 28 de ellas se hicieron en colones. Haga una prueba de hipótesis con un nivel de significancia del 2,5 % para juzgar la validez de la aseveración del gerente.

PH para una proporción (n pequeño)

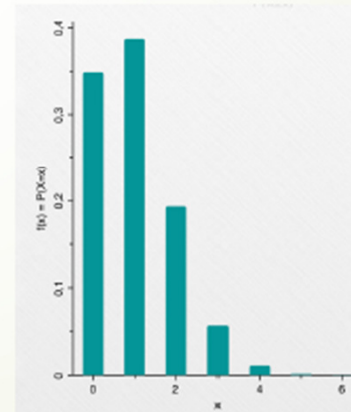
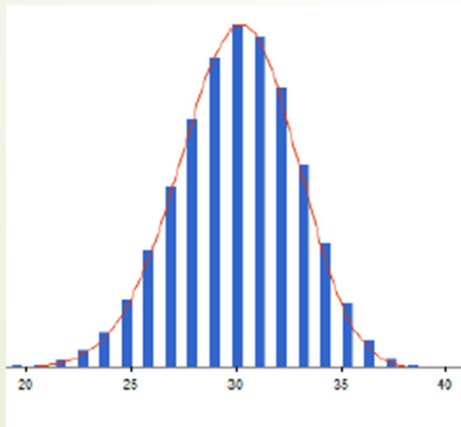
$$H_0: p = p_0$$

La proporción poblacional es igual a p_0

$$B = n\hat{P}$$

$$B \sim b(x; n, p_0)$$

- Muestras pequeñas $np_0 < 5$ o $nq_0 < 5$

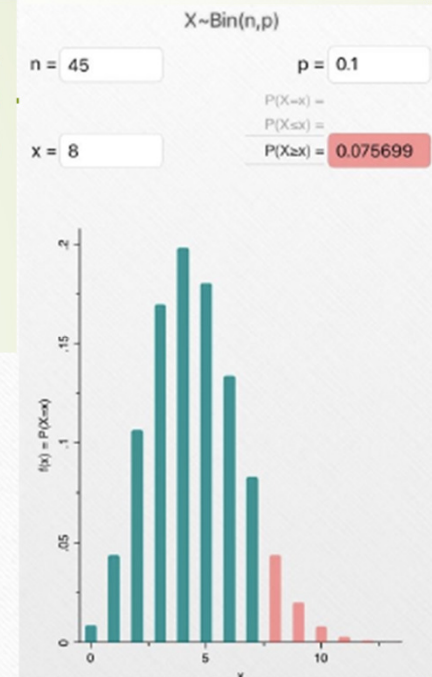


Ejercicios

Debido a las fuertes lluvias la Comisión Nacional de Emergencias (CNE) recibió la notificación que el 10 % de las familias que residen en el centro de Cartago tuvieron afectación grave en sus viviendas. Cuando los personeros de la CNE visitaron la zona e inspeccionaron un total de 45 viviendas notaron que 8 de estas tenían graves afectaciones.

¿Se puede concluir que la afectación por lluvias en el centro de Cartago fue significativamente mayor al 10 %?

(#



Ejercicios

En una fábrica de tornillos, se estima que al menos 98% de las unidades producidas son satisfactorias. En una muestra de 50 unidades se encuentran dos defectuosas. ¿Es esto evidencia en contra de la estimación?

Examen

[5 puntos] En medios de comunicación masiva se ha argumentado que menos del 15 % de los costarricenses tienen una valoración positiva sobre el trabajo realizado por los diputados de la Asamblea Legislativa. En un programa en vivo se consultó a una muestra de 20 costarricenses de los cuales únicamente 2 catalogaron como positivo el accionar de los diputados. ¿Muestran estos datos evidencia a favor del argumento de los medios de comunicación?

: 0.404896

[5 puntos] Un noticiero informa que al menos 6 de cada 10 personas creen que el sector turismo se recuperará en 2023. Se analizó esta afirmación utilizando regiones para una muestra de tamaño 13 y se obtuvo que el valor crítico para la proporción es 0.376509. En esta prueba de hipótesis, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad del error tipo II si solamente la tercera parte de las personas cree que el sector turismo se recuperará en el 2023?

0.4479612977.

**Gracias por su
amable atención!!**



Se rechaza la hipo tesis.