

Tercer Examen Parcial

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara, ordenada y utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre exámenes resueltos con lápiz, lapiceros de tinta borrrable o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el uso de calculadora programable ni el uso dispositivos electrónicos con memoria de texto o conectividad inalámbrica.

1. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -12 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$. Uno de los valores propios de A es $\lambda = -2$, determine el otro valor propio de A y halle un vector propio asociado con el valor propio $\lambda = -2$. (4 pts)
2. Determine si el conjunto $B = \{(2, -1), (-1, 4), (-5, 0)\}$ es linealmente dependiente o linealmente independiente. (3 pts)
3. Considere los vectores $u = (2, 1, 0)$ y $w = (3, -2, 0)$. Halle todos los vectores $z = (a, b, c)$ que cumplan, de manera simultánea, las condiciones siguientes: (5 pts)
 - $u \perp z$
 - $\|z\| = 3$
 - El ángulo formado por w y z es $\frac{\pi}{3}$
4. Sea L la recta que pasa por el punto $P(2, 0, -4)$ y que es paralela a los planos π_1 y π_2 con ecuaciones $\pi_1 : 2x - y = 4$, $\pi_2 : 3y + z = -2$. (4 pts)
 - (a) Encuentre ecuaciones simétricas de L .
 - (b) ¿Pertenece a L el punto $(3, 2, -2)$?
5. Sean L la recta con ecuación $(x, y, z) = (0, -3, 2) + t(2, 1, 1)$ y π el plano con ecuación $4x - 3y + 5z = 9$. Determine ecuaciones simétricas de la recta M que es perpendicular a π y que contiene al punto de intersección entre L y π . (4 pts)

6. Considere las rectas $L_1 : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$, con $t \in \mathbb{R}$ y $L_2 : \frac{x+3}{-1} = \frac{y-5}{2} = z-6$.

Justifique por qué existe un plano que contiene a las dos rectas y determine una ecuación cartesiana de dicho plano. (5 pts)

7. Determine la distancia del punto $A(1, -1, 3)$ al plano $\pi : 3x - 4y + z = -3$. Debe explicar de manera detallada el procedimiento utilizado. (4 pts)

#1 $\lambda = -1$

Para $\lambda = -2 : (3, 1)$.

#2 Son l. d.

#3 $z = \left(\frac{3\sqrt{13}}{14}, -\frac{3\sqrt{13}}{7}, \pm \frac{3\sqrt{131}}{14} \right)$

#4 a) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+4}{6}$

b) No

#5 $\frac{x+2}{4} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-1}{5}$

#6 $-x - z = -3$

#7 $\frac{13}{\sqrt{26}}$