

EL MÉTODO DE LA GRAN “M” (PENALIZACIÓN)

El método de la gran M consiste en modificar el problema original para dar lugar a un nuevo problema agregando una variable A (dependiendo de la cantidad de restricciones), llamada **artificial** y que se penalizara mediante un costo “M” de valores grandes y positivos, y esto permite que la función objetivo tome valores muy grandes.

Recordemos que todo depende de los tipos de restricciones que tiene el problema, se agregan diferentes tipos de variables:

3 tipos de variables

Holgura ($+\leq$), Artificiales ($\leq +$) , Artificial y Exceso ($\geq +$ Artificiales-Exceso)

Tipo de Restricción	Tipo de Variable
=	+Artificial
\leq	+Holgura
\geq	+Artificial-Exceso

Cuando A salga de la base en ese momento $R=0$ y esto indica haber regresado al problema original, pero si se llega a $R>0$, entonces el problema no tendrá solución.

Debido a que M es un valor positivo suficientemente grande, la variable A se penaliza en la función objetivo utilizando $-MA$, en el caso de la maximización, y $+MA$, en la minimización. Debido a esta penalidad El proceso de optimización lógicamente tratara de impulsar A, al nivel cero.

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 2x+y \\ \text{Sujeto a:} \\ x+y &= 4 \text{ (A1)} \\ -x+2y &= 2 \text{ (A2)} \\ x,y &\geq 0 \end{aligned}$$

Si es de max en el FO se penaliza al iniciar con $-MA_i$

Si es de max en el FO se penaliza al iniciar con $+MA_i$

Max $z = 2x + y - MA1 - MA2$ (Se colocan negativas por ser un ejercicio de Max)

Sujeto a:

$$x + y = 4 \text{ (A1)}$$

$$-x + 2y = 2 \text{ (A2)}$$

$$x, y \geq 0$$

Igualar el FO a 0

$$\text{Max } z = 2x + y - MA1 - MA2 = 0$$

$$\text{Max } z - 2x - y + MA1 + MA2 = 0$$

Base	Variables desicion		Variables en general		VS (Valor solucion)
	X	Y	A1	A2	
A1	1	1	1	0	4
A2	-1	2	0	1	2
Z	-2	-1	M	M	0

Penalizacion

Nuevo $z = \text{viejo } z - MA1 - MA2$

Base	Variables desicion		Variables en general		VS (Valor solucion)
	X	Y	A1	A2	
Z	-2	-1	M	M	0
-MA1	-M	-M	-M	0	-4M
-MA2	M	-2M	0	-M	-2M
Nuevo Z	-2	-1-3M	0	0	-6M

Base	Variables desicion		Variables en general		VS (Valor solucion)
	X	Y	A1	A2	
A1	1	1	1	0	4
A2	-1	2	0	1	2
Z	-2	-1-3M	0	0	-6M

M inventado

$$M=1000 \quad -2 \quad -1-3*1000=-1-3000=-3001$$

$$VE=y \quad RM \ 4/1=4 \quad 2/2=1$$

$$VS=A2$$

Ahora hacemos el pivote, Diviando todo entre 2

Base	Variables desicion		Variables en general		VS (Valor solucion)
Sale A2 y entra y	X	Y	A1	A2	
A2 → y	-1/2	1	0	1/2	1

Tabla de calculos

A1	Z
$X=1-(1 \cdot 1/2)=3/2$	$X=-2-((-1-3M) \cdot 1/2)= -5/2 - 3/2M$
$Y=1-(1 \cdot 1)=0$	$Y=-1-3M-((-1-3M) \cdot 1)= 0$
$A1=1-(1 \cdot 0)=1$	$A1=0-((-1-3M) \cdot 0)=0$
$A2=0-(1 \cdot 1/2)=-1/2$	$A2=0-((-1-3M) \cdot 1/2)= 1/2 + 3/2M$
$VS=4-(1 \cdot 1)=3$	$VS=-6M-((-1-3M) \cdot 1)= 1-3M$

Base	Variables desicion		Variables en general		VS (Valor solucion)
	X	Y	A1	A2	
A1	3/2	0	1	-1/2	3
Y	-1/2	1	0	1/2	1
Z	-5/2 - 3/2M	0	0	1/2 + 3/2M	1-3M

No se toma en cuenta por el
M positivo

$+5/2-3 \cdot 100/2 = 5/2-3000/2$ (Esto es una prueba para ver si M queda negativa)

$VE=x \quad RM \quad 3/3/2=2$ La otra no se puede por que queda negativa ($1/-1/2$)

$VS=A1$

Nota: Se quedan variables Artificiales en la base y no pueden salir, el ejercicio no tiene solucion o si no se puede iterar mas y el VS en z esta ebn termino de M, no tiene solucion

Ahora hacemos el pivote, Multiplicando todo por $2/3$

Base	Variables desicion		Variables en general		VS (Valor solucion)
Sale A1 y entra x	X	Y	A1	A2	
$A1 \rightarrow x$	1	0	$2/3$	$-1/3$	2

Tabla de calculos

A1	Z
$X = -1/2 - (-1/2 * 1) = 0$	$X = -5/2 - 3/2M - ((5/2 - 3/2M) * 1) = 0$
$Y = 1 - (-1/2 * 0) = 1$	$Y = 0 - ((5/2 - 3/2M) * 0) = 0$
$A1 = 0 - (-1/2 * 2/3) = 1/3$	$A1 = 0 - ((5/2 - 3/2M) * 2/3) = 5/3 + M$
$A2 = 1/2 - (-1/2 * -1/3) = 1/3$	$A2 = 1/2 + 3/2M - ((5/2 - 3/2M) * -1/3) = -1/3 + M$
$VS = 1 - (-1/2 * 2) = 2$	$VS = 1 - 3M - ((5/2 - 3/2M) * 2) = 6$

Base	Variables desicion		Variables en general		VS (Valor solucion)
	X	Y	A1	A2	
X	1	0	$2/3$	$-1/3$	2
Y	0	1	$1/3$	$1/3$	2
Z	0	0	$5/3 + M$	$-1/3 + M$	6

Revisando la tabla

$X=0$, Esta en la base

$Y=0$, Esta en la base

$A_1=5/3+M$, Esta positivo, no itera mas

$A_2=-1/3$, Esta positivo, no itera mas

En la base no hay variables artificiales

VS de z no esta en terminos de M

Punto(2,2) $\text{Max } z=2x+y$

$$2*2+2=6$$

Entonces este es un caso de solucion unica