

**Probabilidades**  
**Primer examen parcial**  
**II semestre - 2024**

*Instrucciones:* Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. Utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre repuestas que no sean claras y legibles, o escritas con lápiz. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. No se permite el uso de dispositivos electrónicos, salvo calculadora no programable. No se permite ningún material adicional a los mencionados.

1. En una compañía multinacional, se realiza un estudio de las habilidades de 300 empleados, de los cuales, 210 trabajan en alguna de las siguientes tres áreas: Análisis de Datos, Desarrollo de Software y Gestión de Proyectos. Se sabe que en Análisis de Datos trabajan 150 personas, en Desarrollo de Software trabajan 120 personas y en Gestión de Proyectos trabajan 100 personas. Además, 60 personas trabajan en Análisis de Datos y Gestión de Proyectos, 50 personas trabajan en las tres áreas, y 190 personas trabajan en Análisis de datos o en Desarrollo de Software.
  - a) [2 puntos] ¿Cuántas personas trabajan únicamente en Análisis de Datos?
  - b) [3 puntos] ¿Cuántas personas trabajan en exactamente dos áreas?
2. Se tiene dos urnas con bolitas, indistinguibles salvo por el color, de la siguiente manera:

	Bolitas rojas	Bolitas azules
Urna 1	4	1
Urna 2	2	2

Se extraen bolitas de las urnas, sin reemplazo y de forma alternada iniciando con la primera urna, hasta obtener dos bolitas rojas (no necesariamente consecutivas).

- a) [3 puntos] Escriba una representación del espacio muestral para el experimento propuesto.
  - b) [3 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que se saquen cuatro bolitas para terminar el experimento?
3. [3 puntos] Considere los eventos  $A$ ,  $B$  y  $C$  de un experimento aleatorio. Si se sabe que  $A$  y  $B$  son independientes, y  $A$  y  $C$  son excluyentes, pruebe que:

$$P[A \cup B \cup C] = P[A] P[\overline{B}] + P[B \cup C].$$

**Continúa en la siguiente página.**

4. Considere la palabra **IMPLEMENTACION**.

- a) [3 puntos] Determine la cantidad total de **anagramas con todas las letras** en los que todas las vocales estén juntas (en cualquier orden) y, además, todas aparecen después de la cuarta posición.
  - b) [3 puntos] Determine la cantidad total de **anagramas de 4 letras** en los que hay a lo sumo dos vocales y las consonantes no se pueden repetir.
5. Se van a repartir 10 entradas generales al estadio (todas iguales) y 8 camisetas distintas entre tres amigas: Ana, Melissa y Raquel. ¿De cuántas maneras se puede realizar la repartición si:
- a) [2 puntos] a Melissa le corresponden a lo sumo cuatro entradas?
  - b) [3 puntos] le corresponden al menos dos camisetas a cada amiga?
6. [5 puntos] Una clínica ha desarrollado una nueva prueba para detectar una enfermedad rara, que afecta al 1 % de la población. Dicha prueba tiene las siguientes características:

- La probabilidad de que la prueba sea positiva, dado que la persona tiene la enfermedad (sensibilidad) es de 95 %.
- La probabilidad de que la prueba sea negativa dado que la persona no tiene la enfermedad (especificidad) es de 90 %.

Si la prueba únicamente puede tener resultado positivo o negativo, ¿cuál es la probabilidad de que un paciente que recibe la prueba con resultado positivo realmente tenga la enfermedad?

*Todos los fenómenos de la naturaleza son solo los resultados matemáticos de un pequeño número de leyes inmutables.*

Pierre-Simon Laplace.