Lea la sección II.4.2.2 Intervalo de confianza para un promedio (pág. 89-96) y realice los ejercicios incluidos en esa sección.

Ejemplo 51. Los pesos de las bolsas de frijoles marca Sabores siguen una normal de media desconocida y variancia 0.0004 kg^2. Un inspector de la Oficina del Consumidor tomó una muestra de 20 bolsas y obtuvo un peso promedio de 1.9 kg.

1. Determine un *IC* del 90 % para el peso promedio de las bolsas de frijoles Sabores.

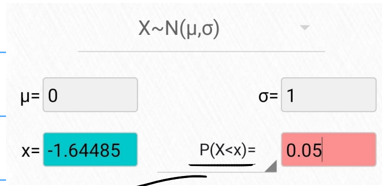
$X \sim (u, 0.004)$ $\quad n = 20 \quad \bar{X} = 1,9$

$u = ? \quad \sigma = \sqrt{0,0004}$

$\alpha = 1 - \text{confianza}$

$= 1 - 0,90$

$= 0,10$



$\frac{\alpha}{2} = \frac{0,10}{2} = 0,05$

$\rightarrow z_{0,05} = \pm 1,64485$

Irrelevante para IC

1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Entonces $]a, b[$

Desviacion estandart

$a = 1,9 - 1,645 \cdot \frac{\sqrt{0,0004}}{\sqrt{20}} = 1,89264$

$b = 1,9 + 1,645 \cdot \frac{\sqrt{0,0004}}{\sqrt{20}} = 1,9073$

$\boxed{\therefore \text{ IC para } u \text{ es } I =]1.89264, 1.9073[}$

2. El empaque asegura que el peso promedio de la bolsa de frijoles Sabores es de 2 kg. ¿El inspector considera aceptable esta información?

$2 \notin]1.89264, 1.9073[$, entonces esta hablando pura mierda

Recordar, si $n \geq 30$ o no hay n, se usa la normal

Ejemplo 52. Se tiene interés en estimar la vida útil promedio de los bombillos marca Ilumina. ¿Qué tamaño de muestra mínimo debe tomarse para estimar dicho promedio con un error de estimación máximo de un noveno de desviación estándar y una confiabilidad del 90 %?

radio = error = $\frac{1}{9}\sigma$

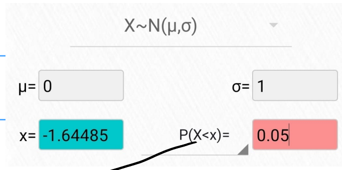
$\alpha = 0{,}10$ (1 − confianza → (1 − 0,90 = 0,10)

Piden $n \geq \left(\dfrac{z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{r}\right)^2$

2. Tamaño de muestra para encontrar un IC para μ con un radio menor o igual a r: $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{r}\right)^2$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}10}{2} = 0{,}05$

$\rightarrow z_{0{,}05} = 1{,}64485$



$$n \geq \left(\frac{1{,}64485 \cdot \cancel{\sigma}}{\frac{1}{9}\cancel{\sigma}}\right)^2$$

usar cualquiera, no importa

$n \geq (1{,}64485 \cdot 9)^2$

$n \geq 219{,}1480533$

$\boxed{n \geq 220}$

Ejemplo 53. Una bebida afirma en su publicidad por televisión que su empleo diario durante un mes produce una pérdida promedio de cinco libras de peso. Para analizar esta afirmación, se toma un grupo control de ocho personas y se le suministra el producto diariamente por un mes, con lo cual se obtienen los siguientes datos:

Peso inicial (lb)	165	195	188	170	185	163	155	177
Peso final (lb)	164	190	187	163	185	159	148	174

Suponga que la pérdida de peso sigue una distribución normal.

1. Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la pérdida de peso promedio.

Peso inicial (lb)	165	195	188	170	185	163	155	177
Peso final (lb)	164	190	187	163	185	159	148	174
Diferencia	1	5	1	7	0	4	7	3

$n = 8 < 30 \rightarrow$ t-student

$gl = 7 \ (n-1)$

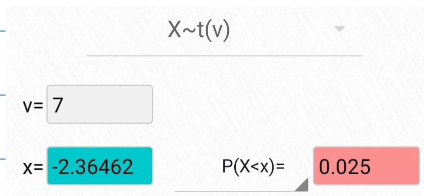
Promedio normal como cualquier otro

$$\bar{x} = \frac{1+5+1+7+0+4+7+3}{8} = 3,5$$

$\alpha = 0,05$ $\quad \sigma = 2,7555 \leftarrow$ calcu menu-6-3-2-opt-3

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0,05}{2} = 0,025$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = t_{0,025, 7} = \pm 2,36462$$



Irrelevante

Entonces $]a, b[$: $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$$a = 3,5 - 2,36462 \cdot \frac{2,7255}{\sqrt{8}} \approx 1.2214$$

$$b = 3,5 - 2,36462 \cdot \frac{2,7255}{\sqrt{8}} \approx 5,7786$$

El IC para 95% corresponde a $]1,2214, 5,7786[$

2. ¿Se oponen los datos a la información dada en la publicidad?

Como $5 \in IC$, los datos no se oponen a lo afirmado por la compañía

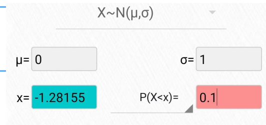
Ejemplo 54. Se desea estimar la estatura promedio μ de los estudiantes de quinto año de la ciudad C. En una muestra de 32 estudiantes se observó una estatura promedio de 1.4 m con una desviación estándar de 0.6 m. ¿De qué tamaño debe ser la muestra para hallar un intervalo de confianza del 80 % para μ con un radio menor o igual a 15 cm?

2. Tamaño de muestra para encontrar un IC para μ con un radio menor o igual a r: $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{r}\right)^2$

$n = 32 \geq 30 \rightarrow$ Normal

$\mu = 1{,}4 \quad \sigma = 0{,}6 \quad \alpha = 0{,}20 \quad r = 0{,}15$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}20}{2} = 0{,}1 \rightarrow z_{0{,}1} = \pm 1{,}28155$



$$n \geq \left(\frac{1{,}28155 \cdot 0{,}6}{0{,}15} \right)^2$$

$n \geq 26{,}77$

$\boxed{n \geq 27}$

Ejercicio 13. Las duraciones de ocho baterías de computadora marca Dutec cargadas son 151, 153, 175, 134, 170, 172, 156 y 114 minutos. Suponga que las duraciones se distribuyen normalmente.

1. Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para la duración promedio de las baterías. $R/ \quad]139.19, 167.06[$

$$\bar{x} = \frac{151+153+175+134+170+172+156+114}{8}$$

$\bar{x} = 153{,}125 \quad n = 8 < 30 \rightarrow$ t-student

$\sigma = s = 20{,}81 \rightarrow$ Calculadora $\quad gl = 7 \ (n-1)$

: $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$\alpha = 0{,}10$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}10}{2} = 0{,}05 \rightarrow t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = t_{0{,}05, 7} = \pm 1{,}89458$

$a = 153{,}125 - 1{,}89458 \cdot \frac{20{,}81}{\sqrt{8}} \quad 139{,}19$

$b = 153{,}125 + 1{,}89458 \cdot \frac{20{,}81}{\sqrt{8}} \quad 167{,}06$

R/ El IC para 90% corresponde a $]139{,}19, 167{,}06[$

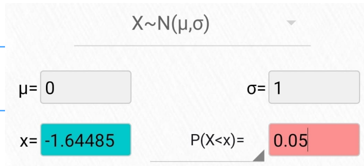
Cuando piden $n \geq$, siempre es normal, NO t-student

2. Si se supone que la desviación estándar de las duraciones es 20 min, ¿de qué tamaño debió ser una muestra para que el intervalo de confianza del 90 % tuviera radio menor que 7.5 min? $R/$ 20

2. Tamaño de muestra para encontrar un IC para μ con un radio menor o igual a r: $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{r}\right)^2$

$\sigma = 20 \quad \alpha = 0{,}10 \quad r = 7{,}5$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}10}{2} = 0{,}05 \rightarrow z_{0{,}05} = \pm 1{,}64485$



$$n \geq \left(\frac{1{,}64485 \cdot 20}{7{,}5}\right)^2$$

$n \geq 19{,}239$

$\boxed{n \geq 20}$

3. En el cálculo del tamaño de muestra anterior se utiliza $z_{\alpha/2}$. ¿Por qué el n no tiene que ser mayor a 30 para justificar el uso de la normal estándar en el cálculo?

Por que se supone normalidad y la desviacion estandar es conocida

4. Con base en el IC obtenido, ¿considera aceptable o rechaza las siguientes posibles afirmaciones que se pueden indicar en el manual de uso de la batería?

(a) Las baterías Dutec cargadas duran en promedio 3 horas.
$R/$ Se rechaza

(b) Las baterías Dutec cargadas duran en promedio 2.5 horas. minutos
$R/$ Es aceptable, pues $150 \in IC$

(c) Las baterías Dutec cargadas duran en promedio más de 2.5 horas.
$R/$ Se rechaza, pues en el IC hay valores menores o iguales a 150

(d) ¿La duración promedio de las baterías Dutec cargadas puede ser 3 horas? por 160 minutos $R/$ Sí, pero es poco factible

Ejercicio 14. Una muestra aleatoria de diez estudiantes del TEC indicó las siguientes cifras en horas para el tiempo que pasan estudiando para un examen de Matemáticas durante la semana previa a los exámenes finales.

$$28, 57, 42, 35, 61, 39, 55, 46, 49, 38.$$

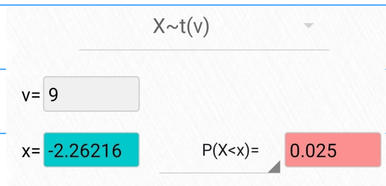
Suponga que los tiempos de estudio, durante la semana previa a los exámenes finales, se distribuyen normalmente.

1. Calcule un intervalo de confianza para el tiempo medio con un nivel de confianza del 95 %. $R/\quad]37.4595, 52.5405[$

$n = 10 < 30 \rightarrow$ t-student

$$\bar{x} = \frac{28+57+42+35+61+39+55+46+49+38}{10}$$

$\bar{x} = 45 \quad \alpha = 0{,}05 \quad \sigma = 10{,}54 \leftarrow s$



$n = 10 \quad gl = 9 \; (n-1)$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025 \rightarrow t_{0{,}025,\,9} = \pm 2{,}26216$$

Entonces $]a, b[$ $\quad : \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$$a = 45 - 2{,}26216 \cdot \frac{10{,}54}{\sqrt{10}} = 37{,}46$$

$$b = 45 + 2{,}26216 \cdot \frac{10{,}54}{\sqrt{10}} = 52{,}54$$

R/ El IC para 90% de confianza corresponde a $]37{,}46, 52{,}54[$

2. ¿Considera que el tiempo promedio de estudio, durante la semana previa a los exámenes finales, es menor a 55 horas?

Si por que IC < 55

Ejercicio 15. El Ministerio de Seguridad del país C ha ampliado las medidas para el combate de las drogas. En el último mes han sido capturados 700 traficantes de droga. El valor promedio de las drogas decomisadas a estos narcotraficantes es de US\$400 000 con una desviación estándar de US\$30 000. Calcule un intervalo de confianza del 95 % para el valor medio de las drogas que están en manos de los narcotraficantes del país C.

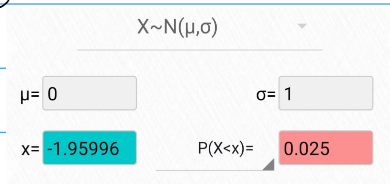
$R/ \quad]397777.6143, 402222.3857[$

$n = 700 \geq 30 \rightarrow Z \qquad \bar{x} = 400000$

$\sigma = 30\,000 \qquad \alpha = 0{,}05$

1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025 \rightarrow z_{0{,}025} = \pm 1{,}95996$



Entonces $]a, b[$

$$a = 400000 - 1{,}95996 \cdot \frac{30000}{\sqrt{700}} = 397777{,}6143$$

$$b = 400000 + 1{,}95996 \cdot \frac{30000}{\sqrt{700}} = 402222{,}3857$$

R/ El IC para 95 % de confianza corresponde a

$]397777{,}6143, 402222{,}3857[$

1. Realice los ejercicios 1(a, b), 3, 6, 9, 10, 14, 17 correspondientes a la **Sección 2. Intervalos de confianza para una población** del folleto de ejercicios.

2 Intervalos de Confianza para una población

1. Actualmente las personas debido a sus ocupaciones dedican poco tiempo a bañarse antes de ir al trabajo. Una médico señala que una persona se baña un tiempo saludable si tarda al menos 15 minutos en esta actividad. Seguidamente se presentan el tiempo en minutos que tarda 15 personas en bañarse antes de ir al trabajo, tomadas al azar de la ciudad C

$$10, 6, 8, 7, 10, 11, 15, 20, 17, 17, 16, 5, 12, 8, 9$$

Sea X : tiempo que tarda en bañarse una persona elegida al azar de la ciudad C que labora. Suponga que $X \sim N$.

(a) Determine un IC del 90% para el promedio en minutos del tiempo que tardan en bañarse las personas de la ciudad C que laboran. $R/$ $]9.31741, 13.4826[$

$n = 15 < 30 \rightarrow$ t-student $\quad gl = 14 \, (n-1)$

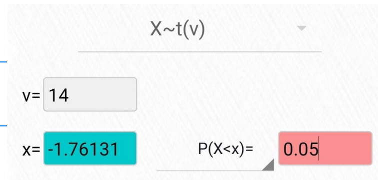
$$\bar{x} = \frac{10+6+8+7+10+11+15+20+17+17+16+5+12+8+9}{15}$$

$\bar{x} = 11{,}4 \qquad \alpha = 0{,}10 \qquad \sigma = 4{,}58$

: $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}10}{2} = 0{,}05$

$\rightarrow t_{0{,}05,\, 14} = \pm 1{,}76131$



Entonces $]a, b[$

$$a = 11{,}4 - 1{,}76131 \cdot \frac{4{,}58}{\sqrt{15}} \approx 9{,}317$$

$$b = 11{,}4 + 1{,}76131 \cdot \frac{4{,}58}{\sqrt{15}} \approx 13{,}482$$

El IC para 90% de confianza corresponde a $]9{,}317, 13{,}482[$

(b) ¿Considera que las personas de la ciudad C que laboran, en promedio, tardan un tiempo saludable en bañarse? Justifique. $R/$ No

NO, $15 \notin IC$, entonces no es sano

3. Una línea aérea afirma que el tiempo de retraso en la salida de sus vuelos tiene un promedio menor que 10 minutos. En una muestra de siete vuelos se registran los siguientes retrasos, en minutos: 11, 7, 13, 9, 17, 8 y 12. Suponga que los retrasos en la salida de los vuelos siguen una distribución normal.

(a) Encuentre un intervalo de confianza del 90% para el tiempo de retraso promedio. $R/ \quad]8.491\,37, 13.508\,6[$

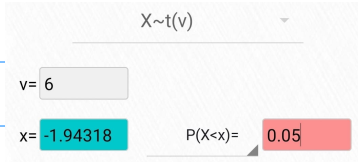
$n = 7 < 30 \rightarrow$ t-student $\quad gl = 6 \ (n-1)$

$\bar{x} = \dfrac{11+7+13+9+17+8+12}{7}$

: $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \dfrac{s}{\sqrt{n}}$

$\bar{x} = 11 \quad \sigma = 3{,}42 \quad \alpha = 0{,}10$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}10}{2} = 0{,}05 \rightarrow t_{0{,}05, 6} = \pm 1{,}94318$



Entonces $]a, b[$

$a = 11 - 1{,}94318 \cdot \dfrac{3{,}42}{\sqrt{7}} \approx 8{,}49$

$b = 11 + 1{,}94318 \cdot \dfrac{3{,}42}{\sqrt{7}} \approx 13{,}51$

El IC para 90% de confianza corresponde a $]8.49, 3.51[$

(b) ¿Ese intervalo es evidencia en contra de la afirmación de la empresa? ¿Por qué?

NO, porque $10 \in IC$

6. Taxis Tiquicia planea comprar una flota de taxis. La decisión de comprar cierta marca depende de si los autos de dicha marca rinden por lo menos 43 km por galón de gasolina, en promedio. Se alquilan 36 carros de la marca Odoronly, estos reportan una media de 40.2 km por galón, con una desviación estándar de 5.5 km por galón. A un nivel de confianza de 98%, ¿aconsejaría usted a Taxis Tiquicia comprar autos de esta marca? $R/ \quad]38.064\,2, 42.335\,8[$, No

$n = 36 \geq 30 \to Z \quad \bar{x} = 40{,}2 \quad \sigma = 5{,}5 \quad \alpha = 0{,}02$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}02}{2} = 0{,}01 \to z_{0{,}01} = \pm 2{,}32635$

1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Entonces $]a, b[$

$a = 40{,}2 - 2{,}32635 \cdot \frac{5{,}5}{\sqrt{36}} = 32{,}06$

$b = 40{,}2 - 2{,}32635 \cdot \frac{5{,}5}{\sqrt{36}} = 42{,}33$

El IC para 98% de confianza corresponde
a $]32.06, 42{,}33[$ y como
$43 \in IC$, mejor mierda (No recomiendo)

9. Una muestra aleatoria específica de 10 alturas de álboles de cierto tipo con 30 años de edad dio una media 4.38 metros y una desviación estándar de 0.06 metros. Hallar un intervalo de confianza del 95% para la altura promedio de este tipo de árboles con 30 años de edad. $R/\quad]4.334\,76, 4.425\,24[$

$n = 10 < 30 \rightarrow$ t-student

$\bar{x} = 4{,}38 \quad \sigma = 0{,}06 \quad \alpha = 0{,}05 \quad gl = 9\ (n-1)$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025 \rightarrow t_{0.025,9} = \pm 2{,}26216$

Entonces $]a, b[$: $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$a = 4{,}38 - 2{,}26216 \cdot \frac{0{,}06}{\sqrt{10}} \approx 4{,}33$

$b = 4{,}38 + 2{,}26216 \cdot \frac{0{,}06}{\sqrt{10}} \approx 4{,}42$

$\boxed{\text{El IC para 95\% de confianza corresponde a }]4.33, 4.42[}$

10. Si $]30, 46[$ es el intervalo de confianza del 95 % para la media de una variable aleatoria normalmente distribuida con variancia desconocida, basado en una muestra aleatoria específica de tamaño 16, halle el valor de la variancia muestral observada. $R/ \quad 225.399$

Para intervalos

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{Error} = b - \bar{x}$$

$n = 16 < 30 \rightarrow$ t-student

$$\bar{x} = \frac{30+46}{2} = 38$$

$E = 46 - 38 = 8 \qquad \alpha = 0{,}05$

$gl = 15 \ (n-1)$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025$$

$\rightarrow t_{0{,}025,\ 15} = \pm 2{,}13145$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$2{,}13145 \cdot \frac{s}{\sqrt{16}} = 8$$

$$s = \frac{8 \cdot \sqrt{16}}{2{,}13145} \approx 15{,}01$$

$$s^2 = (15{,}01)^2 = \boxed{225{,}3}$$

La varianza muestral observada

14. Un estudio ha determinado que la desviación estándar de las estaturas de los niños de 5 años del país C es de 7 cm. En una muestra de 15 niños de 5 años se obtuvieron las siguientes estaturas en centímetros:

$$88, 97, 102, 105, 110, 113, 93, 85, 105, 108, 118, 99, 93, 92, 86$$

(a) Encuentre un intervalo de confianza de 95% para la estatura promedio de los niños de 5 años del país C. $R/\quad]96.0575, \quad 103.142.[$

$n = 15 < 30$ pero σ es conocida $\rightarrow Z$

$$\bar{x} = \frac{89+97+102+105+110+113+93+85+105+108+118+99+93+92+86}{15}$$

$\bar{x} \approx 99,6 \qquad \alpha = 0,05 \qquad \sigma = 7$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0,05}{2} = 0,025$$

$\rightarrow Z_{0,025} = \pm 1,95996$

$$a = 99,6 - 1,95996 \cdot \frac{7}{\sqrt{15}} = 99,0575$$

$$a = 99,6 - 1,95996 \cdot \frac{7}{\sqrt{15}} = 103,142$$

$\boxed{\text{El IC para 95\% de confianza corresponde a }]99.0575,\ 103.142[}$

17. En un concurso se desea elegir a las personas que arman rápidamente el cubo Rubik. Una persona se considera elegible para el concurso si tarda en promedio a lo sumo 30 segundos armándolo. Ana, en 30 veces que armó el cubo Rubik, tardó en promedio 27 segundos con una desviación estándar de 2 segundos.

(a) Encuentre un intervalo de confianza de 95% para la duración promedio que tarda Ana en armar el cubo. *R/* $]26.2843, \quad 27.7157[$

1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$n = 30 \geq 30 \rightarrow Z \quad \bar{x} = 27 \quad \sigma = 2 \quad \alpha = 0{,}05$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025 \rightarrow Z_{0{,}025} = \pm 1{,}95996$

$a = 27 - 1{,}95996 \cdot \frac{2}{\sqrt{30}} = 28{,}284$

$b = 27 + 1{,}95996 \cdot \frac{2}{\sqrt{30}} = 27{,}7157$

El IC para 95% de confianza corresponde a $]28.284, 27.7157[$

2. Realizar los ejercicios 1a, 2, 4, 5, 9, 11, 14, 15, 17, 18, 19(a y b), 20, 23, 26, 30 y 33 de la sección II.4.2.4 del libro (pág. 107-115)

1. Seguidamente se presenta una muestra de notas obtenidas por estudiantes de Ingeniería en Computación del TEC, en el curso Estadística del segundo semestre del 2020:

75	75	75	85	70	70	80	85	75	60	70	60	} 23
80	60	80	75	75	70	70	50	80	75	70		

Suponga que las notas de Estadística sigue una distribución normal.

(a) Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la nota promedio del curso de estadística en el 2020. $R/ \quad]68.6472, 76.1354[$

$n = 23 < 30 \to$ t-student $\quad gl = 22 \quad \alpha = 0{,}05$

$$\bar{x} = \frac{7 \cdot 75 + 2 \cdot 85 + 6 \cdot 70 + 4 \cdot 80 + 3 \cdot 60 + 50}{23}$$

$\bar{x} \approx 72{,}39 \qquad \sigma = 8{,}51 \qquad : \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025 \to t_{0{,}025, 22} = \pm 2{,}07387$

$$a = 72{,}3 - 2{,}07387 \cdot \frac{8{,}51}{\sqrt{23}} = 68{,}710112$$

$$a = 72{,}3 + 2{,}07387 \cdot \frac{8{,}51}{\sqrt{23}} = 76{,}069888$$

$\boxed{\text{El IC para 95\% de confianza corresponde a }]68.710112, 76.069888[}$

2. Un IC del 90 % para la estatura promedio de los niños de cinco años de cierto distrito es]90, 125[en centímetros. Responda a las siguientes afirmaciones con *verdadero* o *falso*. Justifique su respuesta.

(a) El 90 % de las estaturas de los niños de cinco años de la ciudad está entre 90 cm y 125 cm. $R/$ Falso

Falso, por que]90,125[es un IC para la media, no un intervalo que contiene al 90% de las estaturas individuales

(b) La probabilidad de que el intervalo incluya la estatura promedio muestral es del 90 %. $R/$ Falso

Falso, por que el IC se centra en la media muestral, el 90% se refiere a la media poblacional, no la muestral

(c) Hay un 90 % de probabilidad de que el intervalo obtenido incluya la estatura promedio de los niños de cinco años que habitan la ciudad. $R/$ Verdadero

Un IC de 90% tiene 90% de proba de contener la media poblacional verdadera

(d) Si con los datos muestrales utilizados en este IC se calcula un IC con una confianza mayor, este será de menor tamaño. $R/$ *Falso*

A mayor confianza, mayor el intervalo

4. Seguidamente se presenta una muestra de notas obtenidas por estudiantes de Ingeniería en Computación del TEC, carné 2020, en el curso Matemática discreta:

75	50	35	45	85	85	85	70	30
60	85	85	90	70	70	70	55	85

} 18

Suponga que las notas de Matemática discreta para estudiantes carné 2020 siguen una distribución normal. Encuentre un IC del 95 % para la nota promedio de Matemática discreta para estudiantes carné 2020. $R/$ $]59.0691, 77.5976[$

$n = 18 < 30 \to$ t-student $gl = 17$

$$\overline{X} = \frac{75+50+35+45+6\cdot 85+4\cdot 70+30+60+90+55}{18}$$

$\overline{x} = 68,3$ $\alpha = 0,05$ $\sigma = 18,6$: $\overline{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}$

$$\frac{\alpha}{2} = 0,025 \to t_{0.025,17} = \pm 2,10982$$

$$a = 68,3 - 2,10982 \cdot \frac{18,6}{\sqrt{18}} \approx 59,050418$$

$$a = 68,3 + 2,10982 \cdot \frac{18,6}{\sqrt{18}} \approx 77,549582$$

El IC para 95% de confianza corresponde a $]59.050418, 77.549582[$

9. Considere una población X tal que $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Suponga que se desconoce la variancia poblacional σ^2. Un IC para μ del 95 % basado en muestras de tamaño 16 es $]42.7, 49.3[$. Determine la variancia muestral. $R/\quad s^2 = 38.3529$

$n = 16 < 30 \rightarrow$ t-student $gl = 15$

Para intervalos

$\bar{X} = \dfrac{a+b}{2}$

$\text{Error} = b - \bar{X}$

$\bar{X} = \dfrac{42{,}7 + 49{,}3}{2} = 46$

$E = 49{,}3 - 46 = 3{,}3$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$\alpha = 0{,}05 \qquad S = ?$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025 \rightarrow t_{0.025, 15} = \pm 2{,}13145$

$2{,}13145 \cdot \dfrac{s}{\sqrt{16}} = 3{,}3$

$$S = \frac{3.3 \cdot \sqrt{16}}{2{,}13145}$$

$$S^2 = \left(\frac{3{,}3 \cdot \sqrt{16}}{2{,}13145}\right)^2$$

$$\boxed{S^2 = 38{,}35\,28431}$$

11. Si $]40.7, 51.3[$ es el intervalo de confianza del 95 % para la media de una variable aleatoria normalmente distribuida con varianza desconocida, basado en una muestra de tamaño 16, halle el valor de la varianza muestral.

$R/$ 98.92

$n = 16 < 30 \rightarrow$ t-student $gl = 15$

Para intervalos

$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$

Error $= b - \bar{x}$

$\bar{x} = \frac{40{,}7 + 51{,}3}{2} = 46 \qquad \alpha = 0{,}05$

$E = 51{,}3 - 46 = 5{,}3$

$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025 \rightarrow t_{0{,}025,\,15} = \pm 2{,}13145$

$$2{,}13145 \cdot \frac{s}{\sqrt{16}} = 5{,}3$$

$$s = \frac{5{,}3 \cdot \sqrt{16}}{2{,}13145}$$

$$s^2 = \left(\frac{5{,}3 \cdot \sqrt{16}}{2{,}13145}\right)^2$$

$$\boxed{s^2 = 98{,}92}$$

15. En el 2010, un grupo de estudiantes del TEC se propuso analizar la cantidad de horas que duerme por noche, los estudiantes de Ingeniería en Computación durante el tiempo lectivo. Se tomó una muestra de 71 estudiantes de Ingeniería en Computación. En estos 71 estudiantes se observó que, en promedio, duermen 5.17 horas como una desviación de 1.88 horas. Estos datos se basan en información brindada por los mismos estudiantes, no se realizó una observación directa.

(a) Determine un IC del 90 % para promedio de horas que duermen en promedio los estudiantes de Ingeniería en Computación en tiempo lectivo. $R/ \quad]4.803144, 5.536856[$

1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$n = 71 \geq 30 \to Z \quad \bar{x} = 5{,}17 \quad \sigma = 1{,}88 \quad \alpha = 0{,}10$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}10}{2} = 0{,}05 \to z_{0{,}05} = \pm 1{,}64485$

$a = 5{,}17 - 1{,}64485 \cdot \frac{1{,}88}{\sqrt{71}} = 4{,}8031$

$a = 5{,}17 + 1{,}64485 \cdot \frac{1{,}88}{\sqrt{71}} = 5{,}5369$

El IC para 90% de confianza corresponde a $]\,4.8031\,,\,5.5369\,[$

(b) Se dice que una persona duerme una cantidad saludable de horas si duerme en promedio de seis a ocho horas por la noche. ¿Considera que los estudiantes de Ingeniería en Computación duermen una cantidad saludable de horas, durante en el tiempo lectivo? Justifique.

R/ No

NO JAJAJA $8 \notin IC$

17. Considere una población X tal que

$$X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$$

Suponga que se desconoce la variancia poblacional σ^2. Un IC para μ basado en muestras de tamaño 20 es $]26.5141\,, 33.48594[$ en unidades u, donde la variancia muestral observada en la muestra es de $50\,u^2$. Determine aproximadamente el nivel de confianza del IC. $R/$ [redacted]

$n = 20 < 30 \rightarrow$ t-student $gl = 19$

Para intervalos

$\bar{x} = \dfrac{a+b}{2}$

$\text{Error} = b - \bar{x}$

$s^2 = 50 \rightarrow \overset{\sigma}{s} = \sqrt{50}$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$\bar{x} = \dfrac{33{,}48594 + 265141}{2}$

$\bar{x} = 30$

$E = 33{,}48594 - 30 = 3{,}48594$

Entonces

$t_{\frac{\alpha}{2}, 19} \cdot \dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{20}} = 3{,}48594$

$t_{\frac{\alpha}{2}, 19} \cdot \sqrt{50} = 3{,}48594 \sqrt{20}$

$t_{\frac{\alpha}{2}, 19} = \dfrac{3{,}48594 \sqrt{20}}{\sqrt{50}}$

$t_{\frac{\alpha}{2}, 19} \approx 2{,}204$?