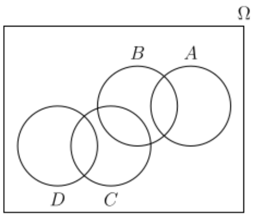
1. **[5 puntos]** Considere A, B C y D, subconjuntos de Ω, representados en el siguiente diagrama de Venn.



$A \cap C = 0$, $A \cap D = 0$
$B \cap D = 0$

No triples
No cuadruples

Si se sabe que $|A \cup B \cup C \cup D| = 51$, $|A \cup B| = 23$, $|C \cup D| = 39$, $|A - B| = 7$ y $|D - C| = 15$. Determine el valor de $|B \cap C|$.

$|A-B| = |A| - |A \cap B|$
$7 = |A| - |A \cap B|$
$|A \cap B| = |A| - 7$

$|D-C| = |D| - |D \cap C|$
$15 = |D| - |D \cap C|$
$|D \cap C| = |D| - 15$

$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
$23 = |A| + |B| - |A \cap B|$
$23 = |A| + |B| - (|A| - 7)$
$23 = \cancel{|A|} + |B| - \cancel{|A|} + 7$
$|B| = 16$

$|C \cup D| = |C| + |D| - |C \cap D|$
$39 = |C| + |D| - |C \cap D|$
$39 = |C| + |D| - (|D| - 15)$
$39 = |C| + \cancel{|D|} - \cancel{|D|} + 15$
$|C| = 24$

$|A \cup B \cup C \cup D| = |A| + |B| + |C| + |D| -$
$[|A \cap B| + \cancel{|A \cap C|}^{0} + \cancel{|A \cap D|} + |B \cap C| + \cancel{|B \cap D|}^{0} + |C \cap D|]$

$51 = |A| + |B| + |C| + |D| - |A \cap B| - |B \cap C| - |C \cap D|$
$51 = |A| + 16 + 24 + |D| - (|A| - 7) - |B \cap C| - (|D| - 15)$
$51 = \cancel{|A|} + 16 + 24 + \cancel{|D|} - \cancel{|A|} + 7 - |B \cap C| - \cancel{|D|} + 15$
$51 = 62 - |B \cap C|$
$\boxed{|B \cap C| = 11}$

2. Considere la palabra **ACONTECIMIENTO**.

a) [**2 puntos**] ¿Cuántos anagramas existen de esta palabra en los cuales las vocales se encuentran en los primeros 10 lugares?

1A 2C 2O 2N 2T 2E 2I 1M = 14

$\Omega_V = \{A\,O\,O\,E\,E\,I\,I\}$, $\Omega_C = \{C\,C\,N\,N\,T\,T\,M\}$

7 7

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ | _ _ _ _

Posicionar vocales $c(10,7) = 120$

Colocar vocales $\dfrac{7!}{2!\cdot 2!\cdot 2!} = 630$

Colocar consonantes $\dfrac{7!}{2!\cdot 2!\cdot 2!} = 630$

Total: $120 \cdot 630 \cdot 630 = \boxed{47628000}$

b) [**4 puntos**] ¿Cuántos anagramas de esta palabra existen que inicien con consonante y no tengan dos o más vocales juntas?

1A 2C 2O 2N 2T 2E 2I 1M = 14

$\Omega_V = \{A\,O\,O\,E\,E\,I\,I\}$ $\Omega_C = \{C\,C\,N\,N\,T\,T\,M\}$

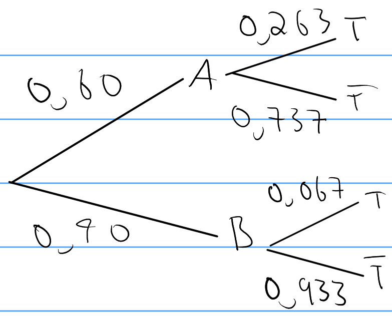
C _ C _ C _ C _ C _ C _ C _

Colocar consonantes $\dfrac{7!}{2!\cdot 2!\cdot 2!} = 630$

Colocar vocales $\dfrac{7!}{2!\cdot 2!\cdot 2!} = 630$

Total: $630 \cdot 630 = \boxed{396900}$

3. **[4 puntos]** Una persona debe usar una de dos líneas de autobús para llegar a su trabajo. S viaja en buses de la línea A, tiene una probabilidad del 26.3 % de llegar tarde; mientras que s viaja en los buses de la línea B esta probabilidad es de 6.7 %. Suponga que esa persona utiliz el 60 % de las veces los autobuses de la línea A. ¿Cuál es la probabilidad de que haya usado l línea de buses B, un día que llegó tarde?



$$\frac{P(B)\cdot P(T)}{P(A)\cdot P(T)+P(B)\cdot P(T)}$$

$$\frac{0,40\cdot 0,067}{0,60\cdot 0,263+0,40\cdot 0,067}$$

$$\approx 0,1452$$

$$\boxed{14,52\,\%}$$

4. **[5 puntos]** Hay cinco oficinas en un mismo edificio. Se quieren repartir 15 sillas idénticas y 12 escritorios distintos. ¿De cuántas maneras se pueden distribuir los objetos si a cada oficina le corresponden al menos 2 sillas y al menos 2 escritorios?

15 Sillas identicas   12 escritorios distintos

2 sillas para cada uno, lo que ya estan

Repartir 5 restantes $C(5+5-1,5)=126$

Escritorios $u-\{\sum A_i-\sum A_i\cap A_j+\sum A_i\cap A_j\cap A_k-\sum A_i\cap A_j\cap A_k\cap A_l$

$u=5^{12}$

Uno no recibe: Elegir quien $C(5,1)$

Repartir resto 4^{12}

$$5^{12}-\{C(5,1)\cdot 4^{12}-C(5,2)\cdot 3^{12}+C(5,3)\cdot 2^{12}-C(5,4)\cdot 1^{12}+\cancel{C(5,5)\cdot 0^{12}}$$

R/ $\boxed{126\cdot[5^{12}-(5\cdot 4^{12}-10\cdot 3^{12}+10\cdot 2^{12}+5\cdot 1^{12})]}$

5. **[5 puntos]** En una bolsa se tienen 10 bolinchas blancas, 6 bolinchas verdes y 4 bolinchas rojas. Considere el experimento en que se extrae una bolincha al azar, se anota su color y se devuelve a la bolsa, junto con dos bolinchas del mismo color al de la bolincha extraída. Suponga que el experimento se repite hasta obtener dos bolinchas verdes consecutivas. ¿Determine la probabilidad de que se realicen a lo sumo 3 extracciones?

10 B 6 V 4 R

$\Omega = \{VV, RVV, BVV\}$

$$\frac{6}{20} \cdot \frac{8}{22} + \frac{4}{20} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{8}{24} + \frac{10}{20} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{8}{24}$$

$$\approx 0{,}1727 = \boxed{17{,}27\ \%}$$

6. **[5 puntos]** Sean A, B y C eventos no nulos del espacio muestral Ω, de forma que $A \cup B = \Omega$, y A y C son independientes. Pruebe que

$$P[A \cap B \cap C] = 1 - P\left[\overline{A}\right] P[C] - P\left[\overline{B} \cup \overline{C}\right].$$

$P(A \cup B) = 1$

$1 - P(\overline{A})\, P(C) - P(\overline{B} \cup \overline{C})$

$1 - (1 - P(A)) \cdot P(C) - (1 - P(B \cap C)$

$\cancel{1} - P(C) \cdot + P(A) \cdot P(C) \cancel{-1} + P(B \cap C)$

$-P(C) + P(A \cap C) + P(B \cap C)$

$P(A \cup B \cup C) =$

$P(A) + P(B) + P(C) - [P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C)] + P(A \cap B \cap C) = 1$

$P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(C) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = 1$

$P(A \cup B) + P(C) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = 1$

$\cancel{1} + P(C) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = \cancel{1}$

$P(A \cap B \cap C) = -P(C) + P(A \cap C) + P(B \cap C)$

$P(A \cap B \cap C) = 1 - P(C) + P(A) \cdot P(C) - (1 - P(B \cap C))$

$P(A \cap B \cap C)\ 1 - (1 - P(A)) \cdot P(C) - P(\overline{B} \cup \overline{C})$

$P(A \cap B \cap C) = 1 - (P(\overline{A}) \cdot P(C) - P(P(\overline{B} \cup \overline{C})$ //