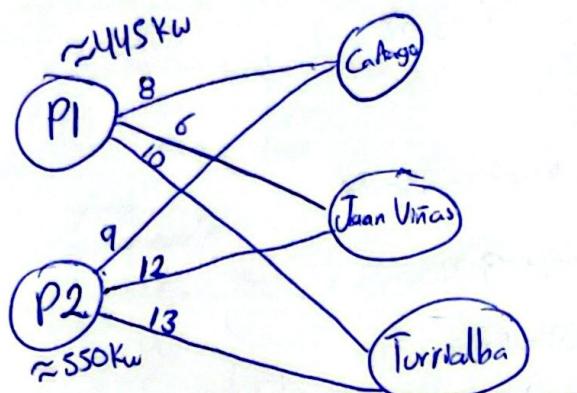


Examen #1

Jonathan Sancho - 202407915

Nahum Murillo - 2023042379

→ Ejercicio #1



| | Cartago | Juan Viñas | Turrubalba |
|----|---------|------------|------------|
| P1 | 8 | 6 | 10 |
| P2 | 9 | 12 | 13 |

X: Cantidad enviada hacia Cartago
Y: Cantidad enviada hacia Juan Viñas
Z: Cantidad enviada hacia Turrubalba

→

| Fábricas | C1 | C2 | C3 | Oferta |
|----------|-------|-------|-------|--------|
| P1 | X | Y | Z | 445 |
| P2 | 220-X | 450-Y | 325-Z | 550 |
| Demanda | 220 | 450 | 325 | 995 |

Despejar Z
 $\rightarrow X + Y + Z = 445$
 $Z = 445 - X - Y$

* Función Objetivo

$$\min Z = 8x + 6y + 10z + 9(220-x) + 12(450-y) + 13(325-z)$$

$$\Leftrightarrow Z = 10270 + 2x - 3y$$

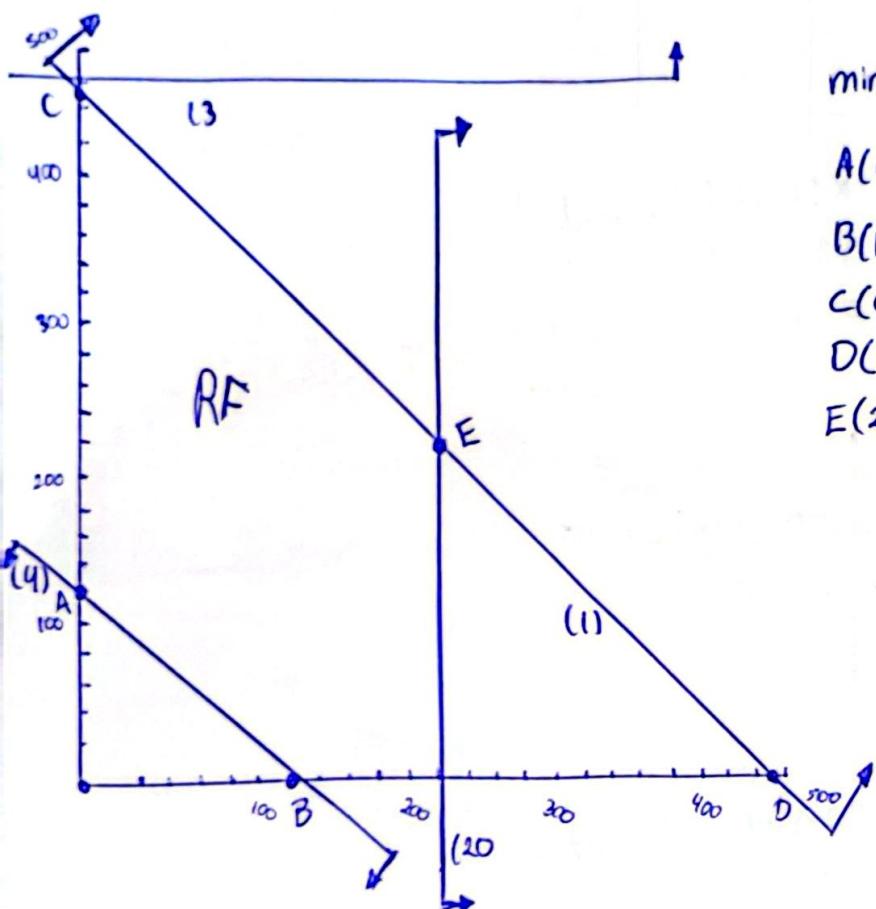
| Fábricas | C1 | C2 | C3 | Oferta |
|----------|-----------|-----------|---------------------------------|--------|
| P1 | X | Y | $10270 - x - y$ | 445 |
| P2 | $220 - x$ | $450 - y$ | $325 - \frac{10270 - x - y}{4}$ | 550 |
| Demanda | 220 | 450 | 325 | |

Restricciones

$$P_1 \begin{cases} x+y \leq 20 \\ x+y \leq 445 \quad (1) \end{cases}$$

$$P_2 \begin{cases} x \leq 220 \quad (2) \\ y \leq 450 \quad (3) \\ x+y \geq 120 \quad (4) \end{cases}$$

| (1) | (2) | (3) | (4) |
|------------------------|--------------|--------------|------------------------|
| $x+y \leq 445$ | $y \leq 220$ | $y \leq 450$ | $x+y \geq 120$ |
| $x+y = 445$ | $x=220$ | $y=450$ | $x+y=120$ |
| Si $x=0$ $(0, 445)$ | | | Si $x=0$ $(0, 120)$ |
| Si $y=0$ $(445, 0)$ | | | Si $y=0$ $(120, 0)$ |



$$\min Z = 10270 + 2x - 3y$$

$$A(0, 120) = 9910$$

$$B(120, 0) = 10510$$

$$C(0, 445) = 8935$$

$$D(445, 0) = 11160$$

$$E(220, 225) = 11385$$

R/ El costo mínimo de transporte se obtiene cuando la planta P1 envía 445Kw a la ciudad C2 (Juan Vizcaino) y 0Kw a las otras.

Ejercicio #2

X = Número de buses tipo ABI que se contratan

Y = Número de buses tipo BAI que se contratan

| Tipo de bus | Personas | Toneladas | Disponibilidad |
|-------------|----------|-----------|----------------|
| ABI | 400 | 12 | 22 |
| BAI | 200 | 30 | 16 |

Restricciones

$$400x + 200y \geq 3200 \quad (1)$$

$$12x + 30y \geq 192 \quad (2)$$

$$x \leq 22 \quad (3)$$

$$y \leq 16 \quad (4)$$

$$x, y \geq 0$$

Función Objetivo

$$\min Z = 8000x + 2000y$$

Problema Completo

$$\min Z = 8000x + 2000y$$

Sujeto a:

$$400x + 200y \geq 3200 \quad (1)$$

$$12x + 30y \geq 192 \quad (2)$$

$$x \leq 22 \quad (3)$$

$$y \leq 16 \quad (4)$$

$$x, y \geq 0$$

Forma Estandar

$$(1)$$

$$400x + 200y \geq 3200 \quad | \quad 12x + 30y \geq 192 \quad | \quad x \leq 22$$

$$400x + 200y = 3200 \quad | \quad 12x + 30y = 192 \quad | \quad x = 22$$

$$\text{Si } x=0, y=16$$

$$(0, 16)$$

$$\text{Si } y=0, x=8$$

$$(8, 0)$$

$$(2)$$

$$12x + 30y \geq 192 \quad | \quad x \leq 22$$

$$12x + 30y = 192 \quad | \quad x = 22$$

$$\text{Si } x=0, y=6.4$$

$$(0, 6.4)$$

$$\text{Si } y=0, x=16$$

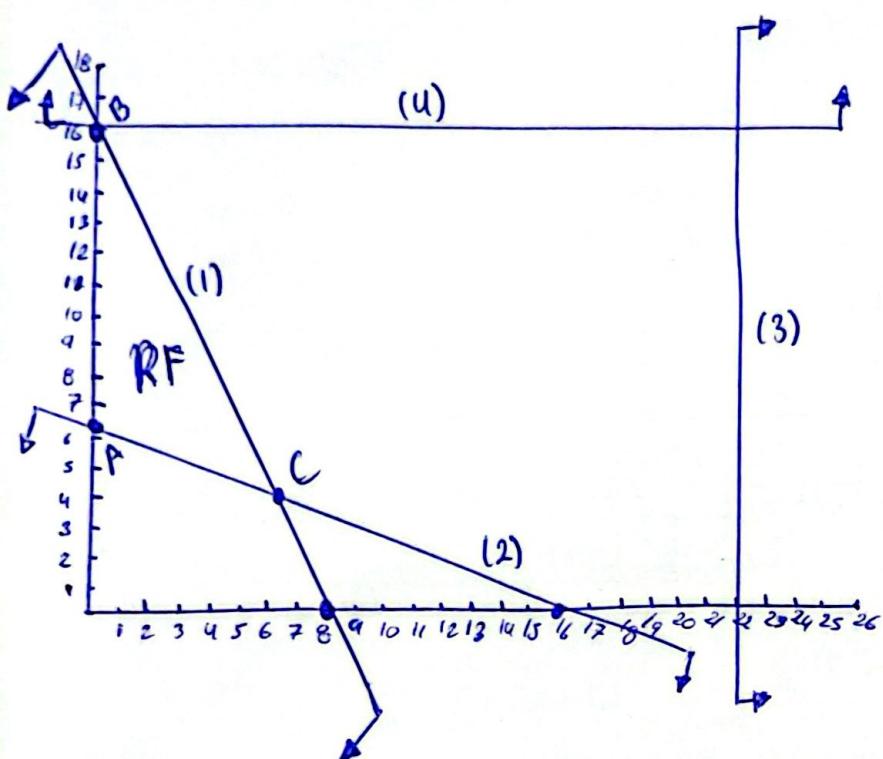
$$(16, 0)$$

$$(3)$$

$$y \leq 16$$

$$y = 16$$

Grafico de programación lineal



Puntos del Polígono

$$A(0, 6.4)$$

$$B(0, 16)$$

$$C(6.4, 0)$$

Evaluación: $\min Z = 8000x + 2000y$

$$A(0, 6.4) \Rightarrow 8000(0) + 2000(6.4) = 12800 \leftarrow \text{Mínimo}$$

$$B(0, 16) = 32000$$

$$C(6.4, 0) = 56000$$

R/ El valor mínimo se obtiene en el punto A(0, 6.4) por lo que para minimizar los costos, la empresa debe contratar 0 buses del tipo ABI y 6.4 buses del tipo BAI, con esto se cumple que el transporte mínimo de personas es de 3200 personas y 192 toneladas, con lo que se obtiene un costo mínimo de 12800.

Tipo de caso: El problema corresponde a un caso de solución única, ya que la función objetivo alcanza su valor mínimo en un solo punto de la región factible.

→ Ejercicio #3

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 4x_2$$

Sujeto a:

$$2x_1 + x_2 \leq 8 \quad (1)$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 9 \quad (2)$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 6 \quad (3)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(1)

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$2x_1 + x_2 = 8$$

$$\text{Si } x_1 = 0, x_2 = 8$$

$$(0, 8)$$

$$\text{Si } x_2 = 0, x_1 = 4$$

$$(4, 0)$$

(2)

$$-x_1 + 2x_2 \leq 9$$

$$-x_1 + 2x_2 = 9$$

$$\text{Si } x_1 = 0, x_2 = 9/2$$

$$(0, 9/2)$$

$$\text{Si } x_2 = 0, x_1 = 9$$

$$(-9, 0)$$

(3)

$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$

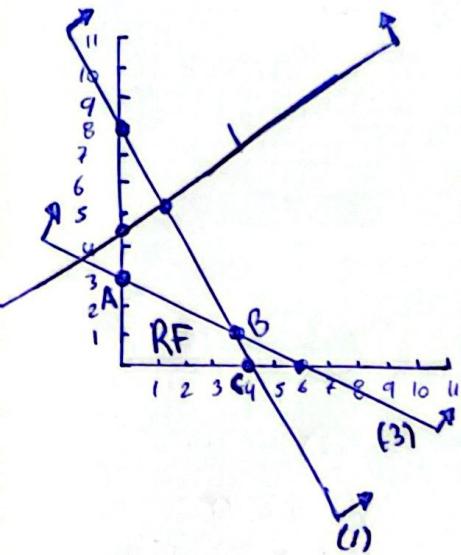
$$x_1 + 2x_2 = 6$$

$$\text{Si } x_1 = 0, x_2 = 3$$

$$(0, 3)$$

$$\text{Si } x_2 = 0, x_1 = 6$$

$$(6, 0)$$



$$\text{Max } Z = 6x_1 + 4x_2$$

$$A(0,3) = 12$$

$$B\left(\frac{10}{3}, \frac{4}{3}\right) \approx 25.33$$

$$C(4,0) = 24$$

Holguras:

$$\rightarrow 2x_1 + x_2 + H_1 = 8$$

$$\rightarrow -x_1 + 2x_2 + H_2 = 9$$

$$\rightarrow x_1 + 2x_2 + H_3 = 6$$

$$\rightarrow Z - 6x_1 - 4x_2 = 0$$

| Base | x_1 | x_2 | H_1 | H_2 | H_3 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| H_1 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| H_2 | -1 | 2 | 0 | 1 | 0 |
| H_3 | 1 | 2 | 0 | 0 | 1 |
| Z | -6 | -4 | 0 | 0 | 0 |

Iteración 1

$$\triangleright -6 = VE$$

RM para VS

$$\bullet \text{ Fila } H_1 : 8/2 = 4$$

$$\bullet \text{ Fila } H_3 : 6/1 = 6$$

$$\min \max = 4 \Rightarrow VS = H_1$$

$$\text{Pivot} = 2$$

| Base | x_1 | x_2 | H_1 | H_2 | H_3 |
|-------|-------|-------|--------|-------|--------|
| x_1 | 1 | 0 | $2/3$ | 0 | $1/3$ |
| H_2 | 0 | 0 | $4/3$ | 1 | $-5/3$ |
| H_3 | 0 | 1 | $-1/3$ | 0 | $2/3$ |
| Z | 0 | 0 | $8/3$ | 0 | $2/3$ |

| Base | x_1 | x_2 | H_1 | H_2 | H_3 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | 1 | $1/2$ | $1/2$ | 0 | 0 |
| H_2 | 0 | $5/2$ | $1/2$ | 1 | 0 |
| H_3 | 0 | $3/2$ | $1/2$ | 0 | 1 |
| Z | 0 | -1 | 3 | 0 | 0 |

$$\triangleright VE = -1$$

Iteración 2

→

RM para VS

- Fila $x_1: 4/(1/2) = 8$
- Fila $H_2: 13/(5/2) = 5.2 \rightarrow$
- Fila $H_3: 2/(3/2) = 1.33$

$$\text{Mínima} = 4/3 \Rightarrow VS = H_3$$

$$\text{Pivote} = 3/2$$

| Base | x_1 | x_2 | H_1 | H_2 | H_3 |
|-------|-------|-------|--------|-------|--------|
| x_1 | 1 | 0 | $2/3$ | 0 | $-1/3$ |
| H_2 | 0 | 0 | $4/3$ | 1 | $-5/3$ |
| x_2 | 0 | 1 | $-1/3$ | 0 | $2/3$ |
| Z | 0 | 0 | $8/3$ | 0 | $2/3$ |

Respecto:

$$x_1 = \frac{10}{3} \approx 3.333 \dots \quad x_2 = \frac{4}{3} \approx 1.333$$

$$Z_{\max} = \frac{76}{3} \approx 25.33 //$$

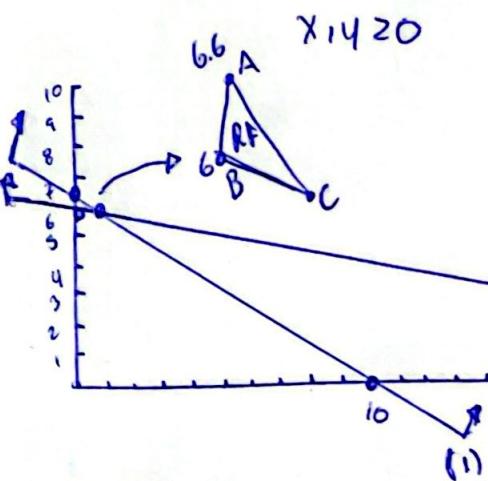
→ Ejercicio #4

$$\min Z = 3x_1 + 4x_2 \quad x_1 = x \text{ "y"} \quad x_2 = y$$

Sujeto a:

$$2x_1 + 3x_2 \geq 20 \quad (1)$$

$$x_1 + 5x_2 \geq 30 \quad (2)$$



Forma Estandar

(1)

$$2x_1 + 3x_2 \geq 20$$

$$2x_1 + 3x_2 = 20$$

$$\text{Si } x_1 = 0, x_2 = 20/3 \times 6.6$$

$$(0, 20/3)$$

$$\text{Si } x_2 = 0, x_1 = 10$$

$$(10, 0)$$

(2)

$$x_1 + 5x_2 \geq 30$$

$$x_1 + 5x_2 = 30$$

$$\text{Si } x_1 = 0, x_2 = 6$$

$$(0, 6)$$

$$\text{Si } x_2 = 0, x_1 = 30$$

$$(30, 0)$$

Evaluación: ($\min Z = 3x_1 + 4x_2$)

$$A(0, 20/3) \approx 26.6 \leftarrow \underline{\text{Mínimo}}$$

B(0, 6) = Descartado

$$C(14, 5.7) \approx 27.1$$

Rpta: El valor mínimo de la función objetivo se obtiene en el punto A(0, 20/3) con un valor mínimo de 26.6

Tipo de caso: El problema corresponde a un caso de solución única, ya que alcanza el mínimo en un único punto.