

Espacio muestral

Un espacio muestral es el conjunto de todos los posibles resultados de un fenómeno aleatorio y se denota como Ω

Eventualidad

Es un resultado particular de un fenómeno aleatorio. Dicho de otra forma, es un elemento del espacio muestral.

Evento

Es un conjunto de resultados de un fenómeno aleatorio, es decir, un subconjunto de elementos de un espacio muestral.

Ocurrencia de un evento

Se dice que un evento ocurre si sucede una y solo una de sus eventualidades.

Propiedades de sucesos y eventos

Sean A y B eventos arbitrarios.

1. Suceso imposible: es un suceso que no contiene sucesos elementales. Se representa como

$$P(\emptyset) = 0$$

2. Suceso contrario: es un suceso opuesto al dado inicialmente. Se representa como

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad \vee \quad P(\bar{A}) = P(A^c)$$

3. Unión de sucesos: se da cuando ocurre un evento u ocurre otro evento. Se representa como

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

4. Diferencia de sucesos: se da cuando ocurre un evento y no ocurre otro evento. Se representa como

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

5. Evento excluyente: son eventos que no comparten nada en común. Se representa como

$$P(A \cap B) = \emptyset$$

6. Evento independiente: la probabilidad de ocurrencia de un evento, no afecta la probabilidad de ocurrencia de otro evento. Se representa como

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Probabilidad condicionada

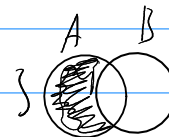
Sea P una función de probabilidad sobre Ω . Sea B un evento de probabilidad no nula. Se define la probabilidad condicional sobre B por

$$P(X|B) = \frac{P(X \cap B)}{P(B)}$$

y se lee como probabilidad de X dado B

Ojo P
es probabilidad,
NO permutaciones

} similar al principio
de inclusion-exclusion



Ninguna probabilidad es > 1 por lo que se representan como 0, algo

$0,2 \leftrightarrow 0,20 \rightarrow 20\%$
 $0,25 \rightarrow 25\%$
 $0,02 \rightarrow 2\%$

Tener cuidado
con estos casos

Si dicen algo como $0,007\%$ hay que transformarlo a decimal dividiendo entre 100

$\frac{0,007}{100} \rightarrow 0,00007$

Se trabaja con este
NO con este

En un semestre en el TEC se obtuvieron los siguientes resultados: el 25% de los estudiantes perdieron cálculo, el 15% perdió química, mientras que el 10% perdió ambas materias.

a) Si perdió química, ¿cuál es la probabilidad que perdiera cálculo?

R/ $\frac{2}{3}$

Se relacionan, sea $X = \text{Cálculo}$ \wedge $B = \text{Química}$

$P(X) = 0,25\%$ probabilidad de perder cálculo

$P(B) = 0,15\%$ probabilidad de perder Química

$P(X \cap B) = 0,10\%$ probabilidad de perder cálculo \wedge química

$P(X | B)$ La condicion va después del
dado que " B " =

"probabilidad de perder cálculo dado que perdió Química"

$$P(X|B) = \frac{P(X \cap B)}{P(B)} \rightarrow \frac{0,10}{0,15} = \frac{2}{3} = 0,66$$

R/ 66% de probabilidad

sea $X = \text{Cálculo}$ \wedge $B = \text{Química}$

b) Si perdió cálculo, ¿cuál es la probabilidad que perdiera química?

R/ $\frac{2}{5}$

$$P(X) = 0,25\%$$

$$P(B) = 0,15\%$$

$$P(X \cap B) = 0,10\%$$

$$X \cap B \Leftrightarrow B \cap X$$

Recordar
↓

$$P(B|X) = \frac{P(B \cap X)}{P(X)} = \frac{0,10}{0,25} = \frac{2}{5} = 0,40$$

R/ Probabilidad de 40%.

c) ¿Cuál es la probabilidad que perdiera cálculo o química?

R/ $\frac{3}{10}$

El "I" solo se usa cuando hay implícito o explícitamente un "sabiendo que" o un "si" de if

$$P(X) = 0,25\%$$

$$P(B) = 0,15\%$$

$$P(X \cap B) = 0,10\%$$

$$P(X|B) = \frac{P(X \cap B)}{P(B)} \rightarrow \frac{0,10}{0,15} = \frac{2}{3} = 0,66$$

$$P(B|X) = \frac{P(B \cap X)}{P(X)} = \frac{0,10}{0,25} = \frac{2}{5} = 0,40$$

3. Unión de sucesos: se da cuando ocurre un evento u ocurre otro evento. Se representa como

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,25 + 0,15 - 0,10 = \frac{3}{10} \rightarrow 0,3$$

R/ probabilidad de 30%.

Sean A, B, C eventos tales que A y B son independientes y B y C son excluyentes. Para A y C se cumple que $P(A|C) = 0,2$. Si $P(A) = P(B) = 0,1$ y $P(C) = 0,3$. Determine el valor de $P(A \cup B \cup C)$

R/ 0,433

$$\begin{aligned} P(A) &= 0,10 & P(B \cap C) &= \emptyset \quad (0) \\ P(B) &= 0,10 & B \cap C &\text{son excluyentes} \\ P(C) &= 0,30 \end{aligned}$$

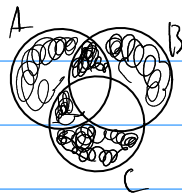
$$\begin{aligned} A \text{ y } B \text{ independientes} &\rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ P(A \cap B) &= 0,1 \cdot 0,1 = 0,01 \end{aligned}$$

$$P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = 0,2$$

$$\begin{aligned} P(A \cap C) &= 0,2 \cdot P(C) \\ P(A \cap C) &= 0,2 \cdot 0,3 = 0,06 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= \\ P(A) + P(B) + P(C) &- P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C) \\ 0,10 + 0,10 + 0,30 &- 0,01 - 0,06 - 0 - P(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

Note que A y B son independientes y B y C excluyentes pero A es independiente de B entonces A es independiente de C



$$\begin{aligned} P(A \cap B \cap C) &= P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \\ &= 0,10 \cdot 0,10 \cdot 0,30 \\ &= 0,003 \end{aligned}$$

$$0,10 + 0,10 + 0,30 - 0,01 - 0,06 - 0 - 0,003$$

R/ 0,433

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Sabiendo que $P(A) = 0,5$, $P(\bar{B}) = 0,6$ y $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,25$, determine si A y B son eventos independientes.

R/ Dependientes

$$P(A) = 0,5 \rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) \rightarrow 1 - 0,5 = 0,5$$

$$P(\bar{B}) = 0,6 \rightarrow 1 - P(B) = 0,6$$

$$P(B) = 0,4 \quad -P(B) = -0,4$$

$$P(\bar{A}) = 0,5 \quad P(B) = 0,4$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,25 \rightarrow P(\overline{A \cup B}) = 0,25 \quad \text{Ley de Morgan}$$

$$1 - P(A \cup B) = 0,25 \quad \text{Complemento}$$

3. Unión de sucesos: se da cuando ocurre un evento u ocurre otro evento. Se representa como

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

6. Evento independiente: la probabilidad de ocurrencia de un evento, no afecta la probabilidad de ocurrencia de otro evento. Se representa como

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,25 \rightarrow P(\overline{A \cup B}) = 0,25 \quad \text{Ley de Morgan}$$

$$1 - P(A \cup B) = 0,25 \quad \text{Complemento}$$

$$1 - 0,25 = P(A \cup B)$$

$$0,75 = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0,5 + 0,4 - 0,75$$

$$P(A \cap B) = 0,15$$

Para verificar si es independiente o no;

Falso \rightarrow Dependientes, verdadero \rightarrow Independiente:
en esta formula

6. Evento independiente: la probabilidad de ocurrencia de un evento, no afecta la probabilidad de ocurrencia de otro evento. Se representa como

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$0,15 = 0,5 \cdot 0,4$$

$$0,15 = 0,20 \rightarrow \text{Falso}$$

R/ Es dependiente