Teorema de moivre

$z_1 \cdot z_2$

$r_1 \, cis(\theta_1) \cdot r_2 \, cis(\theta_2)$

$r_1 \cdot r_2 \cdot cis(\theta_1 + \theta_2)$

Ya que $cis(\theta_1) \cdot cis(\theta_2)$

$= cis(\theta_1 + \theta_2)$

$r_1 \cdot e^{i\theta_1} \cdot r_2 \cdot e^{i\theta_2}$

$= r_1 \cdot r_2 \cdot e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$

Ya que $e^{i\theta_1} \cdot e^{i\theta_2} = e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$

$$\frac{r_1 \cdot cis(\theta_1)}{r_2 \cdot cis(\theta_2)} = \frac{r_1}{r_2} \, cis(\theta_1 - \theta_2)$$

Ya que $\dfrac{cis(\theta_1)}{cis(\theta_2)} = cis(\theta_1 - \theta_2)$

$$\frac{r_1 \cdot e^{i\theta_1}}{r_2 \cdot e^{i\theta_2}} = \frac{r_1}{r_2} \cdot e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$$

Ya que $\dfrac{e^{i\theta_1}}{e^{i\theta_2}} = e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$

$(r \cdot e^{i\theta})^n = r^n \cdot e^{i\theta n}$ multiplica

$(r \, cis(\theta))^n = r^n \, cis(n \cdot \theta)$

$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

$cis(\theta) = \cos(\theta) + i \, sen(\theta)$

1) Realice las operaciones que se indiquen y exprese el resultado en forma rectangular.

a) $\dfrac{(1-i)^6 \left(1 - i\sqrt{3}\right)^3}{\left(2i - 2\sqrt{3}\right)^7}$

Notas

1) Cuando hay muchos exponentes es mejor pasarlo y trabajarlo en forma polar

2) Cuando la parte real es negativa Se le agrega π o $180°$

Para log principal

Cuadrante	a	b	Resultado de $\tan^{-1}(b/a)$	¿Qué hacer para obtener Arg principal?
I	+	+	Ya está en $(0, \pi/2)$	Nada
II	–	+	Cae en IV → negativo	➕ Sumar π (para que quede entre 0 y π)
III	–	–	Cae en I → positivo	➖ **Restar π** (para que quede en $(-\pi, \pi]$) ✅
IV	+	–	Ya está en $(-\pi/2, 0)$	Nada

Radianes para teorema de demoivre

Resolviendo el ejercicio

z_1 z_2

$$\frac{\overbrace{(1-i)^6}^{z_1}\ \overbrace{(1-i\sqrt{3})^3}^{z_2}}{\underbrace{(2i-2\sqrt{3})^7}_{z_3}}$$

Separar en z_n

y expresar en forma polar

$r \cdot cis(\theta)$

$r = \sqrt{a^2+b^2}$ | $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

$cis(\theta) = \cos(\theta) + i\,sen(\theta)$

$z_1 = \underbrace{1}_{R=1} - \underbrace{i}_{i=-1}$ → Rectangular

$r_1 = \sqrt{1^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$

$\theta_1 = \tan\left(\frac{-1}{1}\right) = \frac{-\pi}{4}$

$$\boxed{\therefore z_1 = \sqrt{2}\ cis\left(\frac{-\pi}{4}\right)}$$

$z_2 = \underbrace{1}_{R=1} - \underbrace{i\sqrt{3}}_{i=-\sqrt{3}}$

$r_2 = \sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2} = 2$

$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{1}\right) = -\frac{\pi}{3}$

$$\boxed{\therefore z_2 = 2 \cdot cis\left(\frac{-\pi}{3}\right)}$$

$z_3 = \underbrace{-2\sqrt{3}}_{R=-2\sqrt{3}} + \underbrace{2i}_{i=2}$ (Acomodado)

$r_3 = \sqrt{(-2\sqrt{3})^2+(2)^2} = 4$

$\theta_3 = \tan^{-1}\left(\frac{2}{-2\sqrt{3}}\right) = \frac{-\pi}{6}$

$z_3 = 4 \cdot cis\left(\frac{-\pi}{6} + \pi\right)$

Real es negativa

entonces se le suma π

$$\boxed{\therefore z_3 = 4 \cdot cis\left(\frac{5\pi}{6}\right)}$$

Ahora sustituyendo en la original

$$\frac{\overbrace{(1-i)^6}^{z_1}\ \overbrace{(1-i\sqrt{3})^3}^{z_2}}{\underbrace{(2i-2\sqrt{3})^7}_{z_3}}$$

$$\frac{\left(\sqrt{2}\ cis\left(\frac{-\pi}{4}\right)\right)^6 \left(2 \cdot cis\left(\frac{-\pi}{3}\right)\right)^3}{\left(4 \cdot cis\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)^7}$$

$(r\,cis(\theta))^n = r^n \cdot cis(n \cdot \theta)$

(Se eleva normal, multiplica al ... (Importante) angulo de cis

$$\frac{\left(\sqrt{2}^{6}\right)\cdot \left(cis\left(\frac{-\pi}{4}\cdot 6\right)\right)\cdot\left(2^{3}\cdot cis\left(\frac{-\pi}{3}\cdot 3\right)\right)}{\left(4^{7}\cdot cis\left(\frac{5\pi}{6}\cdot 7\right)\right)}$$

$$\frac{2^{3}\cdot 2^{3}}{2^{14}}\cdot\frac{cis\left(\frac{-6\pi}{4}\right)+cis\left(\frac{-3\pi}{3}\right)}{cis\left(\frac{35\pi}{6}\right)}$$

Puede bajar

$$\frac{r_1\cdot cis(\theta_1)}{r_2\cdot cis(\theta_2)}=\frac{r_1}{r_2}\,cis(\theta_1+\theta_2)$$

$$\frac{1}{2^{8}}\cdot cis\left(\frac{-6\pi}{4}+\frac{3\pi}{3}-\frac{35\pi}{6}\right)$$

Racionalizando

$$\frac{1}{2^{8}}\cdot cis\left(\frac{-18\pi}{12}-\frac{12\pi}{12}-\frac{70\pi}{12}\right)$$

$$\frac{1}{2^{8}}\cdot cis\left(\frac{-100\pi}{12}\right)$$

$$\frac{1}{2^{8}}\cdot cis\left(\frac{-25}{3}\right)$$

$$cis(\theta)=\cos(\theta)+i\,sen(\theta)$$

$$\frac{1}{2^{8}}\left(\cos\left(\frac{-25\pi}{3}\right)+i\,sen\left(\frac{-25\pi}{3}\right)\right)$$

$$\boxed{\frac{1}{2^{8}}\cdot\cos\left(\frac{-25\pi}{3}\right)+\frac{1}{2^{8}}\,i\,sen\left(\frac{-25\pi}{3}\right)}$$