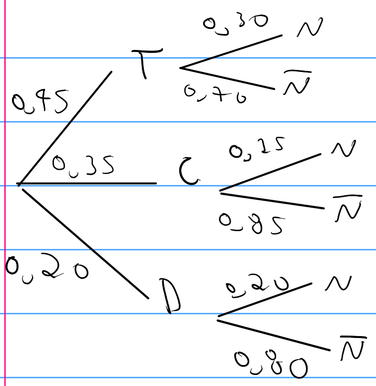
1) En la carrera de Computación de la Universidad Bienestar Seguro, el 45% de los estudiantes prefieren películas de terror, el 35% prefiere las películas de comedia y el resto prefiere las películas de drama. Además el 15% de los estudiantes prefieren las películas de comedia y utilizan Netpeli (cierta plataforma de películas en línea). Por otro lado, el 30% de los que prefieren las películas de terror utilizan Netpeli al igual que el 20% de los que prefieren las películas de drama. Se elige al azar un estudiante de la carrera de computación.

a) **(4 pts)** Halle la probabilidad de que el estudiante elegido utilice Netpeli.



$P(T)\cdot P(N)+P(C)\cdot P(N)+P(D)\cdot P(N)$

$0,45\cdot 0,30+0,35\cdot 0,15+0,20\cdot 0,20$

$0,2275$

$\boxed{22,75\%}$

b) **(4 pts)** Si el estudiante elegido resultó que no utiliza Netpeli, ¿cuál es la probabilidad de que prefiera las películas de comedia?

$$\frac{P(C)\cdot P(\overline{N})}{P(T)\cdot P(\overline{N})+P(C)\cdot P(\overline{N})+P(D)\cdot P(\overline{N})}$$

$$\frac{0,35\cdot 0,85}{0,45\cdot 0,70+0,35\cdot 0,85+0,20\cdot 0,80} \approx 0,3851$$

$\boxed{38,51\%}$

2) Se tiene una canasta con treinta bolas numeradas de la 1 a la 30.
Determine el número de maneras de elegir 5 bolas de forma que:

a) **(3 pts)** exactamente tres bolas tenga múltiplos de tres.

$\Omega_3 = \frac{30}{3} = 10$

Elegir 3 bolas de Ω_3 $c(10,3) = 120$

Elegir resto $c(20,2) = 190$

Total: $120 \cdot 190 = \boxed{22800}$

b) **(3 pts)** al menos una bola tenga un número múltiplo de cinco.

Por complemento, sin multiplo de 5

$\Omega_5 = \frac{30}{5} = 6$

Sin restricciones $c(30,5) = 142506$

Elegir 5 $\notin \Omega_5$ $c(24,5) = 42504$

Total: $142506 - 42504 = \boxed{100002}$

c) **(5 pts)** al menos cuatro sean múltiplos de cinco y a lo sumo una un múltiplo de tres.

$\Omega_5 = \frac{30}{5} = 6 \qquad \Omega_3 = \frac{30}{3} = 10$

$\Omega = \{5\Omega_5 \wedge 0\Omega_3, 5\Omega_4 \wedge 1\Omega_3\}$

Caso 1: $5\Omega_5 \wedge 0\Omega_3$

Elegir 5 Ω_5 $c(6,5) = 6$

Caso 2: $4\Omega_5 \wedge 1\Omega_3$

Elegir $4\Omega_5$ $c(6,4) = 15$

Elegir $1\Omega_3$ $c(10,1) = 10$

Total: $6 + 15 \cdot 10 = \boxed{156}$

3) Considere la palabra «ACONTECIMIENTO».

a) **(2 pts)** ¿Cuántos anagramas existen de esta palabra?

1A 2C 2O 2N 2T 2E 2I 1M = 14

$$\frac{14!}{(2!)^6} = \boxed{1362160800}$$

b) **(4 pts)** ¿Cuántos anagramas existen de esta palabra en los cuales las vocales se encuentran en los primeros 10 lugares?

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ | _ _ _ _

$\Omega_V = \{A\ O\ O\ E\ E\ I\ I\} \wedge 7$ consonantes

Posicionar Ω_V $C(10,7) = 120$

Colocar Ω_V $\frac{7!}{(2!)^3} = 630$

Colocar resto $\frac{7!}{(2!)^3} = 630$

Total: $120 \cdot 630 \cdot 630 = \boxed{47628000}$

c) **(4 pts)** ¿Cuántos anagramas de esta palabra existen que inicien con consonante y no tengan dos o más vocales juntas?

$\Omega_V = \{A\ O\ O\ E\ E\ I\ I\} \wedge 7$ consonantes

c _ c _ c _ c _ c _ c _ c _

Colocar $\Omega_V = \frac{7!}{(2!)^3}$

Colocar $\Omega_C = \frac{7!}{(2!)^3}$

Total: $\frac{7!}{(2!)^3} \cdot \frac{7!}{(2!)^3}$

$\boxed{396900}$

4) Se desea distribuir 15 computadoras idénticas y 10 escritorios distintos en cinco oficinas. Determine el número de maneras distribuir estos objetos en las oficinas si:

a) **(2 pts)** no hay restricciones.

Repartir compus $c(5+15-1, 15) = 3876$

Repartir escritorios $5^{10} = 9765625$

Total: $\boxed{3876 \cdot 9765625}$

b) **(4 pts)** cada oficina debe tener al menos dos computadora y al menos dos escritorios.

15 Compus iguales, $15 - 10 = 5$ restantes

Repartir compus restantes $c(5+5-1, 5) = 126$

Repartir escritorios:

Al primero $c(10, 2) = 45$

Al segundo $c(8, 2) = 28$

Al tercero $c(6, 2) = 15$

Al cuarto $c(4, 2) = 6$

Al quinto $c(2, 2) = 1$

R/ $126 \cdot (45 \cdot 28 \cdot 15 \cdot 6) = \boxed{14288400}$

15 compus

c) **(6 pts)** al menos una oficina con más de 3 computadoras.

Repartir escritorios 5^{10}

Caso 1: 1 oficina con ≥ 4

Elegir cual $c(5,1) = 5$

Repartir resto $c(5+11-1, 11) = 1365$

Caso 2: 2 oficinas con ≥ 4

Elegir cuales $c(5,2) = 10$

Repartir resto $c(5+7-1, 7) = 330$

Caso 3: 3 oficinas con ≥ 4

Elegir cuales $c(5,3) = 10$

Repartir resto $c(5+3-1, 3) = 35$

Total: $5^{10} \cdot [5 \cdot 1365 - 10 \cdot 330 + 10 \cdot 35]$

$\boxed{5^{10} \cdot 3875}$

5) **(4 pts)** En una bolsa se tienen 10 bolas blancas, 6 bolas verdes y 4 bolas rojas. Considere el experimento en que se extrae una bola al azar, se anota su color y se devuelve la bola extraída con dos bolas del mismo color al de las bola extraída. Suponga que el experimento se repite hasta obtener dos bolas verdes consecutivas. ¿Determine la probabilidad de que se realicen exactamente 3 extracciones?

10B, 6V, 4R

$\Omega = \{VV, BVV, RVV\}$

$$\frac{6}{20} \cdot \frac{8}{22} + \frac{10}{20} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{8}{24} + \frac{4}{20} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{8}{24}$$

$$\approx 0{,}1727$$

$$\boxed{17{,}27\%}$$

6) Sean A, B y C eventos no nulos tales que: $A \cup B = \Omega$, A y C son independientes.

a) **(1 pt)** Demuestre que $\overline{A}$ y $\overline{B}$ son conjuntos disjuntos.

$A \cup B = \Omega$

$\overline{A \cup B} = \overline{\Omega}$

$\overline{A} \cap \overline{B} = \emptyset$

b) **(4 pts)** Pruebe que:

$$P(A \cap B \cap C) = 1 - P(\overline{A})P(C) - P(\overline{B} \cup \overline{C})$$

$1 - P(\overline{A}) \cdot P(C) - P(\overline{B} \cup \overline{C})$

$1 - [1 - P(A)] \cdot P(C) - [1 - P(B \cap C)]$

$\cancel{1} - [P(C) - P(A) \cdot P(C)] - \cancel{1} + P(B \cap C)$

$-P(C) + P(A) \cdot P(C) + P(B \cap C)$

$-P(C) + P(A \cap C) + P(B \cap C)$

$P(A \cup B \cup C) = 1$

$P(\underline{A}) + \underline{P(B)} + P(C) - \underline{P(A \cap B)} - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

$P(A \cup B) + P(C) - P(A \cap C) - P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C) = 1$

$\cancel{1} + P(C) - P(A \cap C) - P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C) = \cancel{1}$

$P(A \cap B \cap C) = -P(C) + P(A \cap C) + P(B \cap C)$

$-P(C) + P(A) \cdot P(C) + P(B \cap C)$

$1 - [P(C) - P(A) \cdot P(C)] - 1 + P(B \cap C)$

$1 - [1 - P(A)] \cdot P(C) - [1 - P(B \cap C)]$

$\boxed{P(A \cap B \cap C) = 1 - P(\overline{A}) \cdot P(C) - P(\overline{B} \cup \overline{C})}$