

Cálculo y álgebra lineal

Examen #3

2017 enero 26

Indicaciones: Muestre todo el procedimiento, excepto que se permite resolver cualquier sistema de ecuaciones lineales con calculadora. Durante el examen no se permite tener hojas sueltas, intercambiar instrumentos o materiales ni usar dispositivos con memoria de texto o conectividad inalámbrica. No proceden reclamos de pruebas resueltas con lápiz o que presenten algún tipo de alteración.

#1 Escriba el vector $x = \langle 10, -1, -5 \rangle$ como combinación lineal de $u = \langle 5, -2, 0 \rangle$, $v = \langle 4, 1, 0 \rangle$ y $w = \langle 0, -3, 5 \rangle$. (15 pts)

#2 Encuentre un vector $x \in \mathbb{R}^2$ tal que $x \parallel \langle 3, -2 \rangle$ y $\text{proy}_{\langle 2,1 \rangle} x = \langle 2, 1 \rangle$. (10 pts)

#3 Calcule el área del triángulo con vértices $A = (0, 0, 1)$, $B = (1, 0, 1)$ y $C = (1, 1, 0)$. (10 pts)

#4 Dé las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por $O = (0, 0, 0)$ y es paralela a la recta $\frac{1-x}{2} = 2y + 6 = \frac{z-2}{-3}$. (10 pts)

#5 Encuentre las ecuaciones simétricas de la recta de intersección entre los planos con ecuaciones $x - 2y - 10z = 5$ y $3x - 5y + z = 6$. (15 pts)

#6 Sea L la recta con ecuación $(x, y, z) = (3, 0, -1) + t\langle -2, 1, 1 \rangle$, y sea Π el plano con ecuación $4x + 3y + 5z = 12$

(a) Encuentre dos puntos contenidos en la recta L , y otros dos puntos contenidos en el plano Π . (5 pts)

(b) Demuestre que la recta L es paralela al plano Π . (5 pts)

(c) Calcule la distancia de L a Π . (10 pts)

#7 Determine los valores de c para que los vectores $\langle 1, 0, c \rangle$, $\langle -1, c, 1 \rangle$ y $\langle 1, 0, 2c + 1 \rangle$ sean linealmente independientes en \mathbb{R}^3 . (10 pts)

#8 Compruebe que $v = \langle i, 1 \rangle$ es un vector propio de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. ¿Cuál es el valor propio respectivo? (10 pts)

#9 (Opcional: puntos extra hasta un máximo de 100.) Calcule el ángulo entre el plano XY y la recta dada en el ejercicio #4. (5 pts)

$$\#1 \quad x = 2u - w$$

$$\#2 \quad x = \left\langle \frac{15}{4}, -\frac{5}{2} \right\rangle$$

$$\#3 \quad \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\#4 \quad \{ x = 0 - 2t, \quad y = 0 + \frac{1}{2}t, \quad z = 0 - 3t \}$$

$$\#5 \quad \frac{x+13}{-52} = \frac{y+9}{-31} = z$$

$$\#6 \quad a) \quad (3, 0, 0) \quad y \quad (0, 4, 0)$$

$$c) \quad \frac{5}{\sqrt{50}}$$

$$\#7 \quad c \in \mathbb{R} - \{0, -1\}$$

$$\#8 \quad \alpha = i$$

$$\#9 \quad 55^\circ$$