

III PARCIAL EXTRAORDINARIO

INSTRUCCIONES: Esta es una prueba de desarrollo. Por tanto incluya el procedimiento que utilizó para llegar a sus respuestas. No son procedentes las apelaciones sobre preguntas resueltas con lápiz o que presenten secciones pintadas con témpera (corrector). Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. Sólo puede utilizar las fórmulas y tablas permitidas para el curso.

1. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya distribución de probabilidad es

$$f_X(x) = \begin{cases} 7e^{-7x+k} & \text{si } x \geq 6 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- (a) Determine el valor de  $k$ . (4 puntos)
- (b) Sea  $m \geq 6$ , determine  $P(X \geq m)$  (4 puntos)
- (c) Determine la función generadora de momentos. (4 puntos)
- (d) Determine  $E(X)$  (3 puntos)
2. El tiempo de vida útil de un celular BLABLABLA sigue una distribución exponencial con una media de 1.5 años. Un celular BLABLABLA se considera duradero si tiene una vida útil mayor a 2 años.
- (a) Determine la probabilidad de que un celular BLABLABLA sea duradero. (4 puntos)
- (b) Si una tienda adquiere 500 celulares BLABLABLA para vender, ¿Cuál es aproximadamente la probabilidad de que por lo menos 200 celulares sean duraderos? (4 puntos)
- (c) BLABLABLA ha lanzado un paquete promocional. “Hable de por vida”. Esto consiste en un plan donde por una cuota mensual el cliente tiene acceso a 30 celulares, cada vez que falle su celular se le cambia por otro nuevo, hasta completar los 30 celulares. Este plan tiene un promoción que indica que si la duración total de los 30 celulares es menor a  $A$  años se le devuelve el dinero del plan. Determine el valor de  $A$  para que solo el 3% de los planes califique para la promoción. (5 puntos)

3. El sitio web Vamos Al Mundial, aplicó ayer un test sobre preguntas de mendiales a las personas que ingresaban al sitio. Los resultados del test siguen una distribución normal con un promedio de 47 y una desviación estándar de 9 puntos, en escala de 1 a 100. Algunas de las personas que constestaron el test serán seleccionadas para participar en 2 concursos A y B.
- (a) En A, el 20% de las personas que obtuvieron mejor resultado en el test, se consideran candidatos elegibles para participar en una rifa. Determine la nota mínima necesaria que de obtener una persona en el test, para ser considerada elegible. (4 puntos)
- (b) Dado que la mayoría de la población participante no tienen conocimientos bastos en mudiales, surge el concurso B. En este concurso, las personas que participan en la rifa se eligen al azar de las personas que constestaron el test hasta obtener una probabilidad inferior al 5% de que el resultado promedio en el test, de las personas elegidas, sea menor a 40. Cuántas personas considera que se deben elegir como mínimo? (4 puntos)
4. Sea  $X, Y$  variables aleatorias continuas tales que  $Y = X + 5$  y sus funciones generadoras de momentos existen.
- (a) Pruebe que  $m_Y(t) = e^{5t}m_X(t)$ . (3 puntos)
- (b) Si  $E(X) = 6$ , determine  $E(Y)$  (3 puntos)
5. Si  $X \sim \text{Gamma}(n, \beta)$  con  $n$  un número natural mayor a 1. Si  $P(X > \beta) < 0.95$ , determine el mayor valor de  $n$ . (4 puntos)