

Pruebas de hipótesis con un parámetro

Planteamiento de hipótesis

Para cada una de las siguientes situaciones, identifique la afirmación por analizar, plantee las hipótesis (nula y alternativa) y determine las regiones de aceptación y rechazo.

1. Se desea verificar que la velocidad promedio con la que viajan los conductores por la autopista **Florencio del Castillo** es de a lo sumo 90 km/h. R/ Afirmación: $\mu \leq 90$
2. Se afirma que el promedio de edad de los vendedores del **Mercado Central de Cartago** es de por lo menos 30 años. R/ Afirmación: $\mu \geq 30$
3. Se afirma que la edad promedio de los niños que residen en la guardería **Osito Feliz** es mayor a 5. R/ Afirmación: $\mu > 5$
4. Los residentes de Cartago se encuentran a una distancia promedio de sus lugares de trabajo de al menos 12 kilómetros. R/ Afirmación: $\mu \geq 12$
5. El peso promedio de los niños de una escuela es mayor a 43 kg. R/ Afirmación: $\mu > 43$
6. El precio promedio de un almuerzo en el comedor universitario de la **Universidad Futuro Seguro** es a lo sumo de 2 000 colones. R/ Afirmación: $\mu \leq 2\,000$
7. El número promedio de goles por partido en el campeonato torneo de apertura de Costa Rica es distinto de 3. R/ Afirmación: $\mu \neq 3$
8. La vida útil promedio de un lote de baterías es de 23 000 horas. R/ Afirmación: $\mu \neq 23\,000$
9. Una empresa desea comprobar si en efecto más del 55 % de los habitantes de una comunidad de San José cuentan con casa propia. R/ Afirmación: $p > 0,55$
10. Una empresa extranjera se ha dado a la tarea de determinar el porcentaje de empleados que llega tarde a su trabajo para un día seleccionado al azar. El inspector, afirma que al menos un 5 % de los empleados llegan tarde. R/ Afirmación: $p \geq 0,05$
11. Se desea determinar si la proporción de apartamentos de San José que prohíben mascotas es inferior al 30 %. R/ Afirmación: $p < 0,30$

12. Se desea determinar si el porcentaje de escolares que utilizan zapatos **Durán** es de a lo sumo el 40 %.
R/ Afirmación: $p \leq 0,40$
13. La proporción de hombres en el grupo 5 del curso de estadística inferencial es diferente al 70 %.
R/ Afirmación: $p \neq 0,70$
14. Se quiere concluir que la desviación estándar en la duración de las llantas **Fire** es igual a 1 000 km.
R/ Afirmación: $\sigma = 1\,000$
15. La desviación estándar de las calificaciones en el primer parcial del curso es mayor a 25 puntos.
R/ Afirmación: $\sigma > 25$
16. Se quiere concluir que la varianza en la duración de cierta marca de llantas es igual a 1 000 km^2 .
R/ Afirmación: $\sigma^2 = 1\,000$
17. Se quiere concluir que la desviación estándar del peso de las bolsas de arroz **Blanco** con peso nominal de 2 kg es de 0,04 kg.
R/ Afirmación: $\sigma = 40$
18. La estatura promedio de los habitantes de la comunidad 1 es menor que la estatura promedio de los habitantes de la comunidad 2.
R/ $\mu_1 - \mu_2 < 0$
19. Se quiere probar que las calificaciones promedio obtenidas en el tercer parcial de un curso en el grupo *A*, supera en al menos 10 puntos al promedio de calificaciones del grupo *B* en el tercer parcial del curso respectivo.
R/ $\mu_1 - \mu_2 \geq 10$
20. La desviación estándar del peso promedio de las bolsas de arroz empacado es menor que la desviación estándar del peso promedio del pescado entero empacado.
R/ $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} < 1$

Prueba de hipótesis para un promedio

1. Una soda del país C requiere para su funcionamiento una venta promedio diaria de por lo menos 70 000 colones para cubrir sus gastos. Desde que inició una huelga en el país C , se cree que la soda ha sido afectada. Una muestra de 12 días posterior a la huelga se obtuvo una venta promedio diaria de 68 120 colones, con una desviación de 6 000 colones. Se quiere analizar si la soda debe dejar de funcionar. Suponga que las ventas diarias siguen una distribución normal.
 - a) Halle las regiones de aceptación y rechazo para \bar{X} con un nivel de significancia equivalente al 0,05. R/ $\mu_c = 66\,889,4$
 - b) ¿La soda debería dejar de funcionar? Justifique R/ No
 - c) Acote la probabilidad del error tipo II si el verdadero promedio diario es de 65 000 colones. R/ $\beta = 0,1493$

2. La pieza de motores para ciertos automóviles marca **Furioso** se considera efectiva si tiene una longitud promedio de 50 cm aproximadamente. Suponga que la desviación estándar de esa longitud es de 3 cm.
 - a) En un mes, tres automóviles **Furioso** tuvieron un accidente debido a que su motor no funcionó correctamente. Un experto sospecha que la longitud de las piezas de Furioso no están cumpliendo, en promedio, lo requerido. Ante esto, se realizan 25 mediciones aleatorias y se obtiene una longitud promedio de 51,5 cm. Determine el valor P de la prueba. R/ 0,0124
 - b) Si se supone que las longitudes de las piezas **Furioso** siguen una distribución normal ¿estos datos favorecen la suposición del experto? Justifique. R/ Sí
 - c) ¿Qué tamaño debe tomarse para realizar la prueba con un nivel de significancia del 5 % y una potencia del 90 % si la verdadera longitud promedio es de 51 cm? R/ 95

3. Una pequeña tienda para su funcionamiento requiere de una venta promedio diaria de por lo menos 50 000 colones para cubrir sus gastos. En 90 días de estudio se obtuvo una venta promedio de 49 500 colones, con una desviación de 5 700 colones.

a) Determine las regiones de aceptación y rechazo para \bar{X} con un nivel de significancia del 5 %

$$R/\ \mu_c = 49011,7202$$

b) Determine el valor P de la prueba.

$$R/\ 0,2026$$

c) ¿La tienda debería dejar de funcionar? Justifique.

$$R/\ No$$

d) Determine el error tipo II de la prueba, si la verdadera venta promedio diaria de la tienda es en realidad 48 700 colones.

$$R/\ \beta = 0,3019$$

4. Un médico afirma que la edad promedio de personas con sobrepeso en cierta ciudad es de 35 años. Para investigar dicha afirmación se tomó una muestra de 30 personas con sobrepeso de dicha ciudad y se observó una edad promedio de 36,7 años con una desviación estándar de 4,5 años. Al realizar el contraste de hipótesis se obtuvo que uno de los promedios críticos es $\mu_{c_1} = 33,1389$ años.

a) Determine el valor del segundo promedio crítico μ_{c_2} .

$$R/\ \mu_{c_2} = 36,8611$$

b) Determine el error tipo I de la prueba.

$$R/\ \alpha = 0,0235$$

c) ¿Existe evidencia en contra de la afirmación? Justifique.

$$R/\ No$$

d) Determine la potencia de la prueba cuando la verdadera media es en realidad de 37 años.

$$R/\ \delta = 0,5671$$

5. Se sabe que el promedio μ de estudiantes que salen bien en el segundo parcial de estadística, sigue una distribución normal con desviación estándar de 6. Determine el tamaño de la muestra que se necesita para realizar el contraste de hipótesis con $H_0 : \mu = 25$ y $H_1 : \mu \neq 25$ con un nivel de significancia del 5 % y una potencia mínima del 90 % para la hipótesis alternativa específica $H'_1 : \mu = 30$

$$R/\ 16$$

6. En un programa deportivo se afirma que el promedio de goles a favor de los 12 equipos de primera división en Costa Rica es mayor que 22. Para validar esta afirmación, se toman los datos en esta semana y se obtiene una media de 19,5 goles por equipo, con una desviación estándar de 5,95 goles por equipo ¿es válida la afirmación?

$$R/\ No, Valor P= 0,9132$$

7. Una muestra aleatoria de diez estudiantes de la **Universidad Bienestar Futuro Garantizado** indicaron las siguientes cifras en horas para el tiempo que pasan estudiando para un examen de matemáticas durante la semana previa a los exámenes finales.

28, 52, 42, 35, 30, 39, 34, 46, 49, 23

Suponga que los tiempos de estudio durante la semana previa a los exámenes finales se distribuyen normalmente. Un grupo de profesores se lamenta, pues considera que el tiempo medio de estudio es inferior a 40 horas.

a) Con un nivel de significancia de 0,05, determine las regiones de aceptación y rechazo para el estadístico \bar{X} . R/ $\mu_c = 34,4952$

b) Determine el valor P de la prueba. R/ 0,2412

c) ¿Puede considerarse que el tiempo medio de estudio de los estudiantes de la **Universidad Bienestar Futuro Garantizado** para un examen final de matemáticas es inferior a 40 horas? Justifique. R/ No

8. Diversos medios de comunicación han publicado notas periodísticas en las que indican que el tiempo promedio de incubación de un virus es de 5 días. Los profesionales del **Ministerio de Salud** saben que el tiempo de incubación de un virus es una variable aleatoria que se distribuye de forma normal, sin embargo, debido a que esta es una enfermedad muy reciente, no existen datos confiables sobre el tiempo promedio de incubación de la enfermedad, ni de su desviación típica; por lo que, para contrastar la afirmación de los medios de comunicación, hicieron un estudio con 25 pacientes positivos con el virus y estimaron un tiempo promedio de incubación de 6,2 días, con una desviación muestral de 1,5 días.

a) Determine las regiones de aceptación y rechazo de la hipótesis planteada por los medios de comunicación, usando un nivel de significancia del 10 %.

b) Determine el valor P de la prueba.

c) ¿La evidencia estadística respalda o no la afirmación de los medios de comunicación? Justifique su respuesta.

9. Una empresa se dedica a la producción de alimentos para aves de granja. El departamento de mercadeo de la empresa ha difundido un anuncio publicitario que asegura que las aves que sean alimentadas con ese producto, tendrán un aumento de peso promedio de al menos 130 gramos, durante su primera semana. Se sabe que el aumento de peso de dichas aves sigue una distribución normal con varianza de 120 g^2 . Ante la denuncia de publicidad fraudulenta, interpuesta por unos compradores, la **Defensoría del Consumidor** inició una investigación. Se usó una muestra compuesta por 50 aves a las que se alimentó con ese concentrado durante su primera semana y se registró un aumento promedio de 110 gramos.

a) Determine las regiones de aceptación y rechazo de la aseveración hecha en el anuncio, usando un nivel de significancia del 4 %. R/ $\mu_c = 127,2878$

b) Con base en la evidencia estadística, explique si se puede considerar el anuncio como publicidad fraudulenta. R/ Sí

c) Determine el tamaño de muestra mínima necesaria para realizar la prueba de hipótesis con un nivel de significancia del 2,5 % y una potencia del 91 %, si el aumento promedio de peso es en realidad de 125 gramos. R/ 53

10. Un director de matemática señala que en un examen salen muy bien si los estudiantes obtienen notas de 80 o más. Una muestra aleatoria de 12 notas del primer parcial de estadística dio las siguientes notas:

$$65, 93, 79, 70, 55, 79, 69, 72, 95, 79, 93, 78$$

Un profesor afirma que en promedio en el primer examen de estadística salieron muy bien. Suponga que las notas del primer examen de estadística siguen una distribución normal.

- a) Con un nivel de significancia del 5 %, determine las regiones de aceptación y rechazo para el estadístico \bar{X} R/ $\mu_c = 73,7197$
- b) Determine el valor P de la prueba. R/ 0,22415
- c) ¿Hay evidencia significativa a favor de la afirmación? R/ Sí

11. Una empresa de servicio de delivery maneja entre sus datos que la desviación estándar de los tiempos de entrega de sus colaboradores es de cinco minutos. Los dueños de la empresa han establecido, como una medida de control de calidad, que el tiempo promedio de entrega sea a lo sumo de 40 minutos para todos sus colaboradores. El día de hoy un colaborador ha registrado los siguientes tiempos (en minutos):

38, 43, 50, 47, 35, 45, 43, 40, 37, 36

¿Para cuál nivel de significancia los tiempos del colaborador pueden considerarse dentro de las políticas de la empresa?

R/ $\alpha = 0,2001$

Prueba de hipótesis para una proporción

1. La **Universidad Bienestar Seguro** afirma que más del 65 % de los titulados universitarios dejan su primer trabajo antes de tener dos años de laborar. Un estudio realizado por la carrera de Informática de la universidad encontró que 350 de 500 recién graduados que fueron entrevistados estuvieron menos de dos años en su primer empleo. Utilice los datos para probar si la universidad está en lo cierto, con un nivel de significancia del 0,03, al determinar las regiones de aceptación y rechazo.R/ Sí
2. Un profesor de la **Universidad Futuro Garantizado** cree que más de la mitad de los estudiantes matriculados se retiran de al menos una materia. En una muestra de 80 estudiantes, se observó que 45 se habían retirado de al menos una materia.
 - a) Determine el valor P de la prueba.R/ 0,1317
 - b) Determine las regiones de aceptación y rechazo, utilizando un nivel de significancia del 7 %.R/ $p_c = 0,1317$
 - c) ¿Considera aceptable la afirmación del profesor?R/ No
 - d) ¿De qué tamaño debe ser una muestra para que la prueba tenga una significancia de 2 % y una potencia de 90 % cuando el verdadero porcentaje de estudiantes que se retiran de al menos una materia es del 60 %.R/ 274
3. En una muestra aleatoria de 25 alumnos de computación de la **Universidad Bienestar Futuro Seguro**, 17 están becados. Se cree que más de la mitad de los estudiantes de computación reciben algún tipo de beca.
 - a) Utilizando un nivel de significancia del 5 %, determine las regiones de aceptación y rechazo.R/ $p_c = 0,6644$
 - b) ¿Se puede afirmar que más de la mitad de los estudiantes de computación reciben algún tipo de beca?R/ Sí
 - c) Determine la potencia de la prueba cuando la verdadera proporción de los estudiantes de computación que gozan de alguna beca es del 70 %.R/ $\delta = 0,58637$

4. En una compañía publicitaria se considera que una campaña para promocionar una nueva marca de teléfono celular, sería exitosa si al final de la misma se logra acaparar más del 20% del mercado local. Para determinar si la campaña fue exitosa, se realizó un sondeo en donde se incluyó a un total de 400 compradores de teléfonos celulares, seleccionados al azar. Los resultados mostraron que 100 de ellos compraron un teléfono celular de la marca promocionada.
- a) Determine las regiones de aceptación y rechazo, utilizando un nivel de significancia del 5%. R/ $p_c = 0,2328$
- b) Calcule el valor P de la prueba. R/ 0,0062
- c) ¿La campaña publicitaria puede considerarse exitosa? R/ Sí
5. Se afirma que más del 80% de los docentes de primaria son mujeres y se desea probarlo con un nivel de significancia de 0,04.
- a) Si en una muestra aleatoria de 40 docentes se encuentra que hay 38 maestras y 2 maestros, ¿hay evidencia a favor de la afirmación?
- b) ¿De qué tamaño debería ser la muestra si se desea una potencia de 0,9, cuando la verdadera proporción de mujeres es del 95%?
6. Se realiza un experimento para medir la efectividad de una nueva droga para combatir cierta enfermedad. Dicho medicamento se le suministra a 400 pacientes con esta enfermedad. Se concluirá que la droga es efectiva en un 80% si más de 300, pero menos de 340 pacientes se curan.
- a) Encuentre la probabilidad de cometer el error tipo I.
- b) ¿Cuál es aproximadamente la probabilidad de cometer el error tipo II, si la nueva droga es realmente efectiva en un 73%?
7. En un noticiero informaron que al menos 6 de cada 10 personas si creen en un futuro mejor. Se analizó esta afirmación utilizando regiones de aceptación y rechazo para una muestra de tamaño 13 y se obtuvo que el valor crítico es 0,376509. En esta prueba de hipótesis ¿cuál es aproximadamente la probabilidad del error tipo II si solo la tercera parte de las personas creen en un futuro mejor? R/ 0,3706

8. Debido a la utilización de TV por cable, los hábitos de sueño de las familias han cambiado.

Se cree que menos de la décima parte de los niños se duermen antes de las 8 : 00pm. En una muestra de 40 niños, solo dos de ellos se duermen antes de las 8 : 00pm.

a) Determine el valor P de la prueba.

R/ 0,2228

b) ¿Es aceptable la creencia? Justifique.

R/ No

c) ¿Cuál es el tamaño mínimo del cual debe ser la muestra para comprobar la creencia con una significancia del 5 % y una potencia del 85 % cuando solamente un 6 % de los niños se duermen antes de las 8pm?

9. En el colegio **Bienestar Futuro** se han detectado varios estudiantes con problemas de sobrepeso en el presente año. El director ha afirmado que más del 70 % de los estudiantes lo presenta. Se quiere contrastar la hipótesis con un nivel de significancia del 10 % y una muestra de 12 estudiantes y suponga que en esta muestra, nueve tienen sobrepeso.

a) ¿Hay evidencia a favor de la afirmación del director?

R/ No, Valor P= 0,4925

b) ¿Cuál es la probabilidad del error tipo II de la prueba si solo el 85 % de los estudiantes tiene sobrepeso?. Suponga $p_c = 0,834$

R/ $\beta = 0,5565$

10. En una muestra aleatoria de 15 estudiantes del **TEC** solo uno de ellos apoya al **Club Sport Cartaginés**.

a) ¿Es esto evidencia de que menos de una quinta parte de los estudiantes del **TEC** apoya al club?

R/ No, Valor P= 0,1671

b) ¿De qué tamaño debería ser una muestra para probar la hipótesis de que menos de una quinta parte de los estudiantes del **TEC** apoya al Cartaginés con un nivel de significancia del 5 % y una potencia del 85 %, cuando una sexta parte de los estudiantes apoya al Cartaginés?

R/ 984

Prueba de hipótesis para una varianza

1. Una máquina dispensadora de refrescos, cuando está bien ajustada, llena los vasos con una desviación estándar menor que 6ml. Si se observan diez vasos con contenidos:

261, 273, 265, 268, 263, 266, 258, 251, 261 y 271 (todos en ml)

¿Hay evidencia para sospechar que la máquina está bien ajustada? R/ No, Valor P ∈]0,6802[

2. Considere la variable aleatoria X que sigue una distribución normal, con varianza desconocida σ^2 . Suponga que se ha utilizado una muestra de tamaño 30 para contrastar $H_0 : \sigma^2 = 17$ y $H_1 : \sigma^2 > 17$, con un nivel de significancia de 0,05. ¿Qué tan grande debe ser el valor observado de S^2 , con tres decimales, en una muestra antes de que sea rechazada la hipótesis nula?

R/ 20,5937

3. Un ingeniero de computación, se ha quejado ante la **Oficina de Trabajo** por las grandes diferencias salariales que se le paga a un ingeniero en computación de una empresa a otra. Ante esto, el presidente de la **Cámara de Empresas** ha señalado que la desviación estándar del salario mensual de un ingeniero en computación es menor a 100 dólares. Para analizar esta afirmación, la **Oficina de Trabajo** en una muestra de 40 ingenieros observó un salario promedio de 2 000 dólares con una desviación estándar de 90 dólares.

a) Determine las regiones de aceptación y rechazo de la prueba, a un nivel de significancia del 10 %. R/ $\sigma_c = 85,0275$

b) ¿Es razonable la afirmación del presidente de la **Cámara de Empresas**? R/ No

c) Acote la probabilidad del error tipo II de la prueba si $\sigma = 95$ dólares. R/ $\beta = 0,6527$

4. Al calcular los kilómetros recorridos por un carro eléctrico en una muestra de 20 cargas, se obtiene que la distancia recorrida por un carro eléctrico sigue una distribución normal con una desviación estándar de 21 kilómetros. Indique si ese dato puede tomarse como evidencia significativa (con un nivel de significancia del 5 %) de que la desviación es menor a 30 kilómetros, para esto determine la región de aceptación y rechazo para la desviación estándar.

5. Un desarrollador de software sugiere que el tiempo de recuperación de datos de un sistema tiene una varianza de a lo sumo 4 s^2 . Para poner a prueba su afirmación, toma una muestra de 10 consultas al sistema y obtiene una varianza de $4,8 \text{ s}^2$. Suponga que el tiempo de recuperación de datos sigue una distribución normal.

a) Determine las regiones de aceptación y rechazo de la hipótesis del desarrollador. Use un nivel de significancia del 5 %. $R/ \sigma_c^2 = 1,4778$

b) ¿Existe evidencia estadística que respalde la aseveración del desarrollador? R/ No

6. Un médico afirma que el peso de niñas de tres años de cierta provincia son muy similares, específicamente señala que la desviación estándar de los pesos no llega a ser de 3 kg. Para analizar esta afirmación se toma el peso de 10 niñas, obteniendo los siguientes datos en kg:

14,5, 11,6, 12,8, 15,1, 14,2, 13,7, 12,9, 13,8, 14,1, 11,9

Suponga que el peso de niñas de 3 años sigue una distribución normal. Utilice $\alpha = 0,1$.

a) Determine las regiones de rechazo y de aceptación que permiten realizar el contraste de hipótesis sobre la afirmación del médico.

b) ¿Hay evidencia a favor de la afirmación indicada por el doctor? Justifique.

c) Acote la probabilidad del error tipo II sabiendo que la desviación estándar de los pesos de las niñas de 3 años es en realidad $\sigma = 1,5$.

7. Una máquina corta y enrolla cintas adhesivas. Al analizar una muestra de 20 rollos se observa que la longitud de la cinta en cada uno de ellos sigue una distribución normal con una desviación estándar de 5 pulgadas. Indique si ese dato puede tomarse como evidencia significativa (con un nivel de significancia del 10 %) de que la desviación en la longitud de las cintas es menor a 8 pulgadas.

8. Se han registrado las edades en años de 8 niños elegidos al azar que asisten al **Parque de Diversiones**:

4,3, 5,2, 6,1, 7,7, 5,3, 3,2, 2,3, 6,6

¿Hay evidencia de que la desviación estándar de las edades de los niños que asisten al **Parque de Diversiones** es menor que 2 años? R/ No, Valor P= 0,4052

9. Se considera que una velocista de 110 metros con vallas tiene un rendimiento estable en un año. Si las carreras realizadas por esta durante ese año muestran una desviación estándar de a lo sumo 10 segundos. En una muestra de 28 carreras del año pasado, la velocista **VT** ha mostrado una desviación estándar de 11,5 segundos.
- A un nivel de significancia del 5%; para probar si **VT** tuvo rendimiento estable el año pasado, halle los intervalos de aceptación y rechazo para la desviación estándar muestral.
 - A un nivel de significancia del 5 %, ¿hay evidencia en contra de que **VT** tuvo un rendimiento estable el año pasado?
10. Se estima que el tiempo de llenado de envases de la compañía **Buen Sabor** se distribuye normalmente. Si en una muestra de 25 envases dio una desviación estándar de 3 minutos.
- Determine las regiones de aceptación y rechazo, utilizando un nivel de significancia del 10% R/ $\sigma_c = 4,0386$
 - Determine el valor P de la prueba. R/ 0,0017
 - ¿Hay evidencia significativa a favor de la afirmación? R/ Sí

Pruebas de hipótesis con dos parámetros

Prueba de hipótesis para la diferencia de promedios

- Un profesor considera que el rendimiento promedio (nota promedio) de los estudiantes de Computación en el curso de **Matemática Elemental** es superior en al menos 9 puntos al rendimiento promedio de los estudiantes de otras carreras. Para analizar esto se tomó una muestra de estudiantes que cursaron el curso el año pasado, obteniendo:

Estudiantes	Tamaño muestra	Rend. promedio (\bar{x})	Desv. est. (s)
De computación	19	73 puntos	4,3 puntos
De otras carreras	17	65 puntos	4,7 puntos

Suponga que el rendimiento en el curso de **Matemática Elemental**, tanto en Computación como en otras carreras, se distribuye normalmente. Si se supone que las varianzas poblacionales son iguales

- Determine las regiones de aceptación y rechazo, utilizando un nivel de significancia del 5 % R/ Sí, $d_c = 6,4638$
- Determine el valor P de la prueba R/ 0,2547
- ¿Existe evidencia en contra de la afirmación del profesor? Justifique. R/ No

2. Una muestra de ciudades de las regiones A y B reveló los siguientes resultados, donde n es el número de ciudades muestreadas de cada área, \bar{x} el promedio de las esperanzas de vida en años y s la desviación estándar de las esperanzas de vida en años:

Regiones	n	\bar{x}	s
A	35	76,16	1,85
B	31	60,7	1,08

¿La esperanza de vida en las regiones de A es superior, en promedio, a la de las regiones de B en más de 15 años?

R/ No, Valor P = 0,1056

3. En un experimento con dos tipos de concreto para construcción de carreteras se evaluó la conductividad térmica. Los resultados que se obtuvieron fueron:

Tipo	Tamaño muestra	Cond. promedio (\bar{x})	Desv. muestral (s)
A	35	0,497	0,187
B	35	0,359	0,158

a) Determine el valor P de la prueba.

R/ 0,000427

b) Determine las regiones de aceptación y rechazo, utilizando un nivel de significancia del 6 %.

R/ $d_c = 0,06433$

c) ¿Sugiere esta información que el concreto tipo A tiene un promedio de conductividad más alto que el del concreto tipo B ?

R/ Sí

4. Una **ONG** denuncia que en Costa Rica el salario mensual promedio de los ingenieros en computación supera en al menos 150 000 colones al de las ingenieras en este mismo campo. Para tener evidencias que apoyen su denuncia toman dos muestras de profesionales en ingeniería en computación y registran los siguientes datos:

	Tamaño muestra	Sal. promedio (\bar{x})	Desv. muestral (s)
Hombres	122	1 205 320 colones	327 032 colones
Mujeres	170	987 060 colones	279 003 colones

- a) Determine el valor P de la prueba. R/ 0,9692
- b) Determine las regiones de aceptación y rechazo, utilizando un nivel de significancia del 3 %. R/ $d_c = 81\ 295,5592$
- c) ¿La denuncia presentada por la **ONG** tiene algún fundamento estadístico?. R/ Sí
5. Se utilizan dos máquinas para llenar botellas de plástico con un volumen neto de 16 onzas. Las distribuciones de los volúmenes de llenado pueden suponerse normales. Un miembro del grupo de ingeniería de calidad sospecha que el volumen neto de llenado de ambas máquinas es el mismo, sin importar si este es o no de 16 onzas. De cada máquina se toma una muestra aleatoria, obteniendo los siguientes resultados:

Máquina	n	\bar{x}	s
Número 1	10	15,415	0,02
Número 2	10	16,005	0,025

- a) Con un nivel de significancia de 0,05, ¿se encuentra el ingeniero en lo correcto? Suponga que las varianzas de las dos poblaciones son iguales.
- b) Si se supone que el tamaño de las muestras es el mismo, ¿qué tamaño de muestra debe utilizarse para asegurar una potencia de 95 %, si la diferencia verdadera entre las medias es 0,08. Utilice un nivel de significancia de 0,05.

6. Una muestra de estudiantes del **TEC** dio los siguientes resultados, con n el número de estudiantes, \bar{x} el promedio de las estaturas y s la desviación estándar de las estaturas (en cm):

Carrera	n	\bar{x}	s
Biología	28	166,8	8,3
Electrónica	19	171,8	9,7

Con un nivel de significancia de 5 % y suponiendo que las estaturas se distribuyen normalmente con varianzas iguales, ¿el promedio de estaturas varía de una carrera a la otra?

7. Se quiere investigar si la duración promedio de los bombillos A excede a la duración promedio de los bombillos B en al menos 150 horas. Se supone que ambas poblaciones se distribuyen normalmente con desviaciones estándar respectivas $\sigma_A = 60$ horas y $\sigma_B = 50$ horas. ¿De qué tamaño deben ser las muestras para un nivel de significancia de 10 % y una potencia de 85 % cuando la verdadera diferencia es de 120 horas? R/ 37

8. Se quiere probar el efecto de dos tipos de abono en la producción de maíz, para lo cual se siembran dos parcelas de este grano. Cuando ya el maíz está floreando, las plantas de la primera parcela se fertilizan con el abono tipo A y las de la segunda parcela, con el abono tipo B . Al momento de la cosecha, se seleccionan al azar 21 matas de la primera parcela y 26 matas de la segunda parcela, y a cada mata se le mide su producción en gramos, quedando la siguiente tabla:

Tipo abono	Tam. muestra	Peso promedio (\bar{x})	Desv. muestral (s)
A	21	200	25
B	26	185	20

Suponiendo que las varianzas poblacionales son iguales:

- a) Determine las regiones de aceptación y rechazo, utilizando un nivel de significancia del 10 % R/ $d_c = 8,5329$
- b) Determine el valor P de la prueba. R/ 0,0134
- c) ¿El peso promedio por mata que ha sido abonada con el tipo A es mayor que el peso promedio por mata abonada con el tipo B ? R/ No

9. Debido a una queja, la **Oficina del Consumidor** desea determinar si hay diferencias entre el peso promedio de una bolsa de arroz de marca **Aguacero** y una bolsa de arroz marca **Bálsamo**, donde ambas se venden con un peso indicado de dos kilogramos. Considere μ_A la media poblacional del peso del arroz marca **Aguacero** y μ_B la media poblacional del peso del arroz marca **Bálsamo**, además, suponga que \bar{X}_A y \bar{X}_B siguen una distribución normal. El inspector realizó unas mediciones y obtuvo los siguientes resultados:

Marca	Tamaño muestra	Media muestral (\bar{x})	Desv. muestral (s)
Aguacero	36	2,05 kg	0,2 kg
Bálsamo	25	1,97 kg	0,12 kg

Determine si hay diferencias entre el peso promedio de una bolsa de arroz de marca **Aguacero** y una bolsa de arroz marca **Bálsamo**.

10. Un laboratorio médico afirma que el tiempo medio (en días) para recuperarse de un resfriado común y sus complicaciones, utilizando un suplemento vitamínico en particular, es menor en 4 días con respecto al tiempo medio (en días) para las personas que no ingieren dicho suplemento vitamínico. Con el fin de someter a prueba esta afirmación, el laboratorio toma dos muestras aleatorias de igual tamaño. Una de estas, se encuentra compuesta por personas que tomaron dicho suplemento vitamínico y la otra compuesta por personas que no lo tomaron, con respecto a esta situación, se presentan los siguientes datos:

	Media muestral (\bar{x})	Desv. muestral (s)
Sin suplemento	6,9	5,5
Con suplemento	5,8	5

Suponiendo que tiempo de recuperación de un resfriado común y sus complicaciones sigue una distribución normal, determine el tamaño mínimo de las muestras que deben tomarse para realizar una prueba de hipótesis que contraste la afirmación realizada por el laboratorio con un nivel de significancia del 5 % y una potencia de 85 %, si la verdadera diferencia del tiempo medio de recuperación de personas que ingirieron el suplemento vitamínico con respecto al tiempo medio de las personas que no lo ingirieron es de 3 días.

R / 398

Prueba de hipótesis para la diferencia de proporciones

1. En una fábrica de camisas hay 2 líneas de producción. Al consultar algunos registros, se observa que se detectaron fallas en 6 de 80 camisas fabricadas en la línea *A*, mientras que en la línea *B* se detectaron 7 fallas de 100 camisas. El gerente afirma que, en proporción, la línea *A* tiene más fallos que la línea *B*.
 - a) Determine las regiones de aceptación y rechazo, utilizando un nivel de significancia del 8 % R/ $d_c = 0,0545$
 - b) Determine el valor P de la prueba R/ 0,4487
 - c) ¿Los datos contradicen la afirmación del gerente? R/ Sí
2. De una muestra de 100 acciones de la bolsa de valores *A*, 32 tuvieron ganancia el martes pasado. Una muestra de 100 acciones de la *B* indica que 27 obtuvieron ganancia ese día. Ante estos resultados, una persona afirma que hay una mayor proporción de acciones que obtuvieron ganancia en la bolsa *A* con respecto a la otra bolsa, el martes pasado.
 - a) Determine el valor P de la prueba R/ 0,2236
 - b) ¿Hay evidencia que respalde la afirmación realizada por la persona? Justifique. R/ No
 - c) ¿De qué tamaño deberían haberse tomado las muestras si se desea una potencia del 80 % cuando el 30 % de las personas obtuvo ganancia en la bolsa *A* y el 25 % en la bolsa *B* y además, $\alpha = 0,04$? R/ 1 069
3. En un país se quiere investigar si la proporción de adultos con título universitario es la misma en sus regiones **Pacífica** y **Atlántica**. Para eso se encuesta a 100 adultos de la región **Pacífica** y se encuentra que 17 tienen título universitario; de la **Atlántica**, se encuentra que 24 de 200 tienen título universitario. ¿Hay evidencia significativa para concluir que las proporciones de ambas poblaciones son distintas? R/ No, Valor P= 0,2346

4. Dos médicos ortopedistas consideran que las proporciones de niños y niñas en edad escolar que tienen pie plano no son significativamente distintas. Para someter a prueba su hipótesis toman dos muestras aleatorias, una con 250 niños y otra con 300 niñas. Luego de llevar a cabo las revisiones correspondientes determinaron que 35 varones y 27 mujeres tenían pie plano.
- a) Utilice una prueba de hipótesis, usando un nivel de significancia del 10 %, para determinar si existe evidencia estadística que respalte la percepción de los médicos.
- b) Calcule el valor P para la prueba de hipótesis anterior.
5. **Detergentes Bien Limpio** investiga la preferencia de su marca frente a otras. Se encuesta a 200 personas en San José y encuentra que 50 de ellas están a favor de su marca, y en Cartago 25 personas de un total de 150 la prefieren. El gerente de **Bien Limpio** desea verificar si, porcentualmente, los capitalinos prefieren más la marca que los cartagineses.
- a) Si $\alpha = 0,04$, determine las regiones de aceptación y rechazo. R/ $d_c = 0,0775$
- b) Determine el valor P de la prueba. R/ 0,0300
- c) ¿Los datos apoyan lo expresado por el gerente? Justifique. R/ Sí

6. En una muestra de ciudadanos influyente de los partidos **Republicano** y **Demócrata** se les preguntó si estaban de acuerdo con la disminución de los estándares ambientales para permitir el uso de carbón con alto contenido de azufre como combustible. Los resultados fueron los siguientes:

	Republicanos	Demócratas
Cantidad muestrada	1 000	800
Cantidad a favor	200	168

- a) Si $\alpha = 0,07$, determine las regiones de aceptación y rechazo. R/ $d_c = 0,0282$
- b) Determine el valor P de la prueba R/ 0,3005
- c) ¿Puede decirse que hay una proporción mayor de **Demócratas** que de **Republicanos** a favor de reducir los estándares ambientales? R/ No
- d) ¿De qué tamaño deberían ser las muestras para un nivel de significancia de 5% y una potencia de 90% cuando el 30% de los **Republicanos** y el 25% de los **Demócratas** están a favor de reducir los estándares ambientales?
7. En una muestra de 400 colegiales se ha determinado que 88 prefieren los teléfonos celulares de la marca W , mientras que en otra de 300 universitarios, 54 prefieren dicha marca.
- a) Determine las regiones de aceptación y rechazo utilizando un nivel de significancia del 7% R/ $d_c = 0,0038$
- b) Determine el valor P de la prueba R/ 0,0000
- c) ¿Puede concluirse que la marca W de celulares tiene menor preferencia entre los universitarios que entre los colegiales? R/ Sí
8. En un estudio para estimar la proporción de hogares que tienen secadora de ropa, se encontró que 63 de 100 residencias urbanas tienen secadora, mientras que 59 de 125 tienen secadora en el área rural. ¿Considera que existe una diferencia significativa entre la proporción de hogares urbanos y rurales que tienen secadora de ropa? Use un nivel de significancia de 0,04 para justificar su respuesta.

9. Un comentarista deportivo indica que los jugadores de la selección de fútbol de Argentina son mejores anotando penales que los jugadores de la selección de Brasil. Al consultar algunos registros históricos, se observa que los jugadores de la selección de Argentina fallaron 7 de los últimos 100 penales lanzados, mientras que los jugadores de Brasil fallaron 6 de los últimos 80 penales lanzados.
- a) Indique si se puede concluir con un nivel de significancia del 8 %, que los datos contradicen la afirmación del comentarista.
- b) Determine el tamaño de la muestra necesaria para realizar la prueba de hipótesis sobre la afirmación del comentarista, con un nivel de significancia de 0,05 y una potencia de 0,9 para el caso en que el porcentaje real de fallos de Brasil es del 10 %.
10. Se toman muestras aleatorias de 200 tuercas fabricadas por una máquina A y 100 tuercas fabricadas por otra máquina B . De estas muestras se obtuvieron 19 y 5 tuercas defectuosas respectivamente ¿puede afirmarse que la máquina B funciona mejor que la máquina A ? Use un nivel de significancia del 5 %

Prueba de hipótesis para el cociente de varianzas

1. Un investigador desea comparar la influencia que tiene el uso de la computadora en un curso de estadística elemental para estudiantes de colegio que se ha impartido a nivel nacional; para ello se tomaron como muestras dos grupos. El grupo 1 tomó el curso asistido por computadora, mientras que el grupo recibió el curso sin utilización de esta. Al final del curso se aplicó un test a ambos grupos y los resultados fueron los siguientes:

Grupo	<i>n</i>	\bar{x}	<i>s</i>
Grupo 1 (con computadora)	11	60,3	3,8
Grupo 2 (sin computadora)	15	67,2	2,1

Suponga que las notas del curso se distribuyen normalmente, tanto para aquellos que utilizaron computadora como para aquellos que no. ¿Las varianzas poblacionales son iguales al nivel de significancia de 0,05?

$$\text{R/ No, } f_{c1} = 0,281, f_{c2} = 3,147$$

2. En una comunidad existen dos colegios. El alcalde afirma que los estudiantes de séptimo año del primer colegio tienen estaturas similares que los estudiantes del otro colegio. Las estaturas de 21 estudiantes del primer colegio muestran una desviación estándar de 8 cm. Además, en 19 estaturas de estudiantes del segundo colegio, se observa una desviación estándar de 5 cm. Suponga que las estaturas se distribuyen normalmente, para ambos colegios.

a) Determine las regiones de aceptación y rechazo, tomando como referencia un nivel de significancia del 6 %

$$\text{R/ } f_{c1} = 0,41529 \text{ y } f_{c2} = 2,46037$$

b) Determine el valor P de la prueba

$$\text{R/ } 0,0499$$

c) ¿Los datos contradicen la afirmación que realiza el alcalde?

$$\text{R/ Sí}$$

3. Se desea emplear una prueba de hipótesis para probar la aseveración de que no hay diferencia entre las varianzas de la duración de los recorridos de los autobuses de dos empresas distintas. Se toma una muestra de 31 viajes de autobuses de la empresa A y se obtiene una varianza muestral de 80 minutos, mientras que se toma una muestra de 41 viajes de los buses de la empresa B y se obtiene una varianza muestral de 120 minutos.
- a) Determine las regiones de aceptación y rechazo de la aseveración sobre las varianzas de los tiempos de recorrido de los autobuses de ambas empresas. Use un nivel de significancia del 5 %.
- b) Calcule el valor observado f_{obs} y empléelo para determinar si existe evidencia estadística que respalde la aseveración.
4. Los siguientes datos representan los tiempos de duración de las películas que producen dos compañías cinematográficas:

Compañía	Tiempo (minutos)
A	103, 94, 110, 87, 98
B	97, 82, 123, 92, 175, 88, 118

Suponga que las duraciones se distribuyen normalmente. ¿Se puede suponer que las varianzas poblacionales son iguales?. Use un nivel de confianza del 95 % R/ No, $f_{c_1} = 0,16$, $f_{c_2} = 6,22$

5. Las estaturas de 16 niños de preescolar de una ciudad A mostraron una media de 107 cm y una desviación estándar de 10 cm, mientras que las estaturas de 14 estudiantes de preescolar de una ciudad B mostraron una media de 112 cm y una desviación estándar de 8 cm. Suponga que las estaturas de los niños en las dos ciudades se distribuyen en forma normal ¿Se puede suponer que las varianzas poblacionales son iguales? Utilice $\alpha = 0,05$

6. En una pizzería se cree que su nuevo cocinero no se desempeña correctamente, esto porque se sospecha que para las pizzas pequeñas, sus tamaños varían mucho. Se decide tomar una muestra aleatoria, obteniendo las siguientes mediciones (diámetros de pizzas en pulgadas):

5,5, 5,4, 5,6, 5,8, 5,4, 5,5, 5,4, 5,6, 5,7

Asuma que los diámetros de las pizzas se distribuyen normalmente. Si al antiguo cocinero se le aplicó un diagnóstico similar y de una muestra aleatoria de 13 pizzas, el promedio del diámetro de sus pizzas fue de 5,6 pulgadas, con una desviación estándar de 0,15 pulgadas ¿considera que la varianza del empleado anterior era menor que la varianza del nuevo empleado?

R/ No, Valor P= 0,544963

7. Un productor posee dos terrenos plantados de guanábana que se encuentran a diferentes altitudes sobre el nivel del mar y desea comparar la variación de los pesos de dichas frutas que se producen en ambas fincas. La finca 1 se encuentra ubicada a 400 m.s.n.m. Se tomó una muestra de 15 guanábanas, de las cuales se obtuvo una varianza de $5,29 \text{ kg}^2$. La finca 2 se encuentra ubicada a 1 100 m.s.n.m. y se tomó una muestra de 17 guanábanas, de las cuales se obtuvo una varianza de $2,56 \text{ kg}^2$. Basado en su experiencia, el productor afirma que el cociente de las varianzas de los pesos de las guanábanas de la finca 1 con respecto a la finca 2 es igual a 2.

a) Determine la regiones de aceptación y rechazo, utilizando un nivel de confianza del 91 %

R/ $f_{c1} = 0,3976$ y $f_{c2} = 2,4390$

b) Determine el valor P de la prueba

R/ 0,9412

c) ¿Los datos contradicen la afirmación que realiza el productor?

R/ No

8. Una muestra de jugadores de fútbol de la primera división actual dieron los siguientes resultados, donde n es el número jugadores, \bar{x} el promedio de los años de experiencia y s la desviación estándar de los años de experiencia:

Equipo	n	\bar{x}	s
A	15	3,2	2,85
B	21	5,7	1,94

Suponga que los años de experiencia se distribuyen normalmente, tanto para los jugadores del equipo A como para los jugadores del equipo B . Con un nivel de significancia de 5 %, ¿las varianzas entre los años de experiencia de ambos equipos son iguales? R/ Sí

9. Una gran empresa tiene dentro de sus instalaciones dos restaurantes A y B para los empleados. El gerente ha afirmado que la edad promedio de los empleados que utilizan el restaurante A es mayor en por lo menos 10 años a la edad promedio de los que utilizan el restaurante B . Para analizar esta afirmación se tomaron muestras de edades de los empleados que utilizan ambos restaurantes, obteniendo la siguiente información:

Restaurante	Tamaño muestra	\bar{x} en años	s en años
A	21	33,1	3,1
B	31	24,2	2,5

Sea X_1 la edad de los empleados que utilizan el restaurante A y X_2 la edad de los empleados que utilizan el restaurante B . Suponga que X_1 y X_2 se distribuyen normalmente. Utilizando regiones, a un nivel de significancia del 5 %.

- a) Verifique la hipótesis de que las varianzas de X_1 y X_2 son iguales. R/ $f_{\text{obs}} = 1,5376$
- b) Utilizando Valor P, ¿existe evidencia en contra de la afirmación del gerente? R/ Sí.

10. Se quiere analizar la capacidad de dos tipos de tarjetas de memoria SD con capacidad nominal de 32 gb, pues un estudiante del **TEC** afirma que la capacidad promedio de las tarjetas *A* es mayor en por lo menos 0,25 gb a la capacidad promedio de las tarjetas *B*. Se tomaron muestras de capacidades de ambos tipos de tarjetas, la información se resume en la siguiente tabla:

Tarjeta	Tamaño muestra	\bar{x}	s
Tipo A	31	15,8 gb	0,25 gb
Tipo B	31	15,63 gb	0,17 gb

Suponga que las capacidades de las tarjetas de memoria SD, tanto las tipo *A* como las tipo *B*, siguen una distribución normal.

- a) Escoja un nivel de significancia apropiado para que se puede aceptar que las varianzas poblacionales son iguales. R/ $\alpha = 2\%$ o menor.
- b) Con un nivel de significancia de 5% ¿aceptaría la afirmación dada por el estudiante del **TEC**? R/ Sí

Ejercicios combinados de pruebas de hipótesis

1. Un investigador desea comparar dos modelos de carros eléctricos **BID** y **AVION**, esto para determinar cuál de ellos rinde mayor kilometraje por carga. Como desconoce la media y la varianza poblacional de los dos modelos, se toman 50 muestras del modelo **BID** y 60 del modelo **AVION**. En ambos casos, los kilómetros por carga se disminuyó de forma normal con una media muestral de 380 km y una desviación muestral de 5 km para el modelo **BID** y con una media muestral de 408 km y una desviación muestral de 4 km por carga para el modelo **AVION**.
 - a) Calcule el número de grados de libertad de la distribución empleada para realizar una prueba de hipótesis sobre la diferencia de ambas muestras. Asuma que las varianzas poblacionales son distintas.
 - b) Realice una prueba de hipótesis con un nivel de significancia del 2% para determinar si la diferencia entre los kilómetros recorridos de ambos modelos con una carga es mayor a 30 km.
 - c) Si $n_2 = 81$ y $m_2 = 61$, determine mediante una prueba de hipótesis, con $\alpha = 5\%$, si es posible concluir que las varianzas para los kilómetros recorridos por carga son iguales.

2. La **Oficina del Consumidor** desea determinar si hay diferencia entre el peso promedio de dos tipos de bolsas de arroz *A* y *B*, que se venden con peso nominal de dos kilos. Para ello, se realizó una inspección y obtuvo los siguientes resultados:

Tipo	Tamaño muestra	Media muestral (\bar{x})	Desv. muestral (s)
<i>A</i>	49	2,05 kg	0,2 kg
<i>B</i>	21	1,97 kg	0,12 kg

Suponga que los pesos de las bolsas de arroz *A* se distribuyen normalmente, al igual que los pesos de las bolsas *B*.

- a) ¿Las varianzas son iguales al nivel de significancia de 0,05? R/ No
- b) ¿Los datos indican que el peso promedio de la bolsa de arroz *A* es mayor al peso promedio de la bolsa de arroz *B*? Justifique. R/ No
- c) Si se supone que las bolsas de marca *A* y *B* tienen el mismo valor y la misma calidad ¿cuál marca de arroz deben comprar los consumidores? R/ La marca *A*
3. Se desea comparar la eficiencia de dos sistemas refrigerantes para motores de combustión. Se parte de la hipótesis de que no hay diferencia en la temperatura promedio de los motores que usan ambos sistemas de refrigeración, luego de 2 horas de funcionamiento continuo. Se aplicó un experimento y se obtuvieron los siguientes resultados:

Sistema	Tamaño muestra	Temp. promedio (\bar{x})	Desv. muestral (s)
Sistema A	26	56,3°C	12,4°C
Sistema B	17	61,7°C	8,1°C

- a) ¿Existe evidencia que apoya la afirmación dada?. Use un nivel de confianza del 98 %, bajo el supuesto de que las desviaciones poblacionales son iguales.
- b) Determine las regiones de aceptación y rechazo de la hipótesis, usando un nivel de significancia del 2 %. Suponga que las desviaciones poblacionales son distintas.

4. En dos países del mundo se hizo un estudio de edades y dio los siguientes resultados, donde n es el tamaño de la muestra del estudio, \bar{x} el promedio de edad y s la desviación estándar (en años):

País	n	\bar{x}	s
A	25	78,16	1,85
B	21	58,7	1,08

Suponga que las edades se distribuyen normalmente.

- a) ¿Las varianzas son iguales al nivel de significancia de 0,05? R/ No
- b) ¿Puede concluirse, con un nivel de significancia de 5 %, que la diferencia de edades promedio es superior, en a lo sumo 18 años? R/ No
5. Un investigador desea comparar dos modelos de baterías de teléfonos celulares para determinar cuál de ellos tiene mayor duración de carga. Como desconoce la media y la varianza poblacional de los dos modelos, decide tomar una muestra de 45 baterías del modelo X y de 32 del modelo Z . En ambos casos, el tiempo de duración de la carga se distribuyó de forma normal, con una media muestral de 26 horas y una desviación muestral de 2,3 horas para el modelo X y con una media muestral de 24 horas y una desviación muestral de 1,7 horas para el modelo Z .
- a) Calcule el número de grados de libertad de la distribución empleada para realizar una prueba de hipótesis sobre la diferencia de ambas muestras.
- b) Realice una prueba de hipótesis con un nivel de significancia del 4 % para determinar si la diferencia entre el tiempo de duración de carga de ambos modelos de batería es mayor a 3 horas.
- c) Determine mediante una prueba de hipótesis, con $\alpha = 5 \%$, si es posible concluir que las varianzas, para el tiempo de duración de carga de ambos modelos de batería, son iguales.

6. En cierto país, un diputado ha señalado que la edad promedio con la cual se pensionan las personas del sector público es inferior en por lo menos 7 años a la edad promedio con la cual se pensionan las personas del sector privado. Para analizar dicha información, se tomó una muestra de pensionados de cada sector y se registró la edad con la cual se pensionaron, los datos se resumen en la siguiente tabla:

	Tamaño muestra	Media muestral (\bar{x})	Desv. muestral (s)
Público	17	56 años	2,8 años
Privado	11	61 años	2,5 años

- a) Realice el contraste de hipótesis respectivo que verifique que las varianzas pueden suponerse iguales, a un nivel de significancia del 5 %.
- b) ¿Existe evidencia en contra del señalamiento del diputado?
7. El departamento de aprovisionamiento de una gran empresa está escogiendo una marca de bolígrafos para el próximo año. Prueban 30 bolígrafos de la marca A y encuentran que la duración promedio es de 2 180 metros con una desviación estándar de 70 metros. Prueban también 30 bolígrafos de la marca B y encuentran que su duración tiene un promedio de 2 215 metros con una desviación estándar de 105 metros.
- a) Para efectos de comparar las duraciones promedio ¿es razonable suponer que las varianzas son iguales?
- b) Independientemente de su respuesta al punto a), suponga que las varianzas son iguales y calcule el valor P para investigar si la marca B supera a la marca A en duración promedio.
- c) Suponiendo que las dos marcas tienen precios semejantes ¿cuál es su recomendación? Explique.
- d) Si la marca B es considerablemente más cara que la marca A ¿cuál es su recomendación? Explique.

8. Un psicólogo señala que es perjudicial que un adolescente dedique semanalmente 40 horas o más a jugar videojuegos. Una muestra aleatoria de doce adolescentes dio las siguientes cifras en horas para el tiempo semanal que dedican a jugar videojuegos:

25, 53, 39, 30, 15, 39, 29, 32, 55, 39, 53, 38

El promedio de esos datos es 37,25 horas con una desviación estándar de 12,114 horas.

- a) Un investigador afirma que en promedio el tiempo semanal que dedica un adolescente a jugar videojuegos es perjudicial. Pruebe esta afirmación con un nivel de significancia de 0,05, indicando las regiones de aceptación y rechazo.
- b) Por otro lado, un sociólogo indica que hoy en día más de la tercera parte de los adolescentes dedican un tiempo semanal perjudicial a jugar videojuegos ¿Existe evidencia en contra de esta afirmación? Justifique.
- c) ¿De qué tamaño debería ser una muestra para probar la hipótesis en b) con un nivel de significancia de 5 % y una potencia de 90 % cuando realmente una cuarta parte de los adolescentes dedican un tiempo semanal perjudicial a jugar videojuegos?

9. En una empresa se evalúa el rendimiento de dos marcas de procesadores según una escala de 0 a 100 que se obtendrá como la suma de los resultados obtenidos en un cuestionario de rendimiento dado. Estas marcas son **MBI** y **Letni**. Un ingeniero asegura que el rendimiento promedio de los procesadores **MBI** en dicha escala es superior en al menos 5 puntos al rendimiento promedio de los procesadores **Letni**. Para analizar esta situación se tomó una muestra de procesadores que se encuentran dentro de la empresa, obteniendo:

Procesador	Tam. muestra	Rend. promedio (\bar{x})	Desv. muestral (s)
MBI	21	91,37	3,17
Letni	19	84,12	2,59

Suponga que el rendimiento promedio de ambos procesadores se distribuye normalmente.

- a) Realice una prueba de hipótesis para determinar si es aceptable o no suponer que las varianzas poblacionales son iguales.
- b) A un nivel de significancia del 5% ¿existe evidencia a favor de la afirmación del ingeniero.
10. Dos proveedores fabrican un engrane de plástico utilizado en una impresora láser. Una característica importante de estos engranes es la resistencia al impacto, la cual se mide en pies/libras. Una muestra aleatoria de 10 engranes suministrados por el primer proveedor arroja los siguientes datos: $\bar{x}_1 = 290$ y $s_1 = 12$. Del segundo proveedor se toma una muestra aleatoria de 15 engranes, donde los resultados son: $\bar{x}_2 = 321$ y $s_2 = 15$
- a) ¿Existe evidencia que apoye la afirmación de que los engranes del proveedor 2 tienen una mayor resistencia promedio al impacto? Suponga que las varianzas poblacionales son iguales.
- b) ¿Los datos apoyan la afirmación de que la resistencia promedio al impacto de los engranes del proveedor 2 es al menos 25 pies/libras mayor que la del proveedor 1? Suponga que las varianzas poblacionales son iguales y tome $\alpha = 0,05$

Ejercicios especiales de pruebas de hipótesis

1. Considere el estadístico $\widehat{\Theta}$ asociado al parámetro θ . Se afirma que $\theta > 4$ y suponga que el valor crítico es $\theta_c = 4,2$ y el estadístico $\widehat{\Theta}$ se distribuye normalmente, es decir:

$$\widehat{\Theta} \sim N(\theta, 0,5)$$

para muestras de tamaño dado. Plantee las hipótesis (nula y alternativa), identifique las regiones de aceptación y rechazo y determine las probabilidades de error tipo I y tipo II para la hipótesis alternativa específica $H'_1 : \theta = 4,5$.

2. Considere la siguiente prueba de hipótesis

$$H_0 : \theta = 6 (\leq)$$

$$H_1 : \theta > 6$$

donde $\theta_c = 6,3$ y además $\widehat{\Theta} \sim N(\theta, 0,7)$. Determine la probabilidad del error tipo II para la hipótesis alternativa específica $H'_1 : \theta = 6,5$.

3. Se cree que al menos el 40 % de los ciudadanos de un país C duerme menos de seis horas. Se toma una muestra aleatoria de 100 ciudadanos y si más de 36 duermen menos de seis horas, se aceptará que el porcentaje poblacional es de al menos 40 %. Sea p la proporción de ciudadanos del país C que duermen menos de seis horas. Recuerde que \widehat{P} es un estimador insesgado de p y suponga que $\widehat{P} \sim N\left(p, \frac{pq}{100}\right)$

- a) Determine las regiones de aceptación y rechazo.
- b) ¿Cuál es la probabilidad del error tipo I de la prueba?
- c) Si el porcentaje de ciudadanos que duermen menos de seis horas es en realidad 35 % ¿cuál es la potencia de la prueba?

4. Dado un parámetro poblacional desconocido θ , considere la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0 : \theta = \theta_0 (\geq)$$

$$H_1 : \theta < \theta_0$$

con un nivel de significancia de α . Demuestre que si $\alpha <$ Valor P, entonces hay evidencia significativa para aceptar la hipótesis H_0 .

5. Considere la prueba $H_0 : \mu = \mu_0$ y $H_1 : \mu > \mu_0$. Demuestre que el tamaño de muestra n tomada de una población que se distribuye aproximadamente normal con desviación estándar σ con un nivel de significancia de α y una potencia mínima de $1 - \beta$ para la hipótesis alternativa específica $H'_1 : \mu = \mu_1$ está dado por

$$n \geq \frac{(|z_\alpha| + |z_\beta|)^2 \sigma^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2}$$

6. Se dice que los estadísticos $\widehat{\Theta}$ y $\overline{\Theta} = f(\widehat{\Theta})$ tienen el mismo comportamiento si f es una función estrictamente creciente. Demuestre que los estadísticos \overline{X} y $Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ tienen el mismo comportamiento, bajo el supuesto de la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$
7. Se dice que los estadísticos $\widehat{\Theta}$ y $\overline{\Theta} = f(\widehat{\Theta})$ tienen el mismo comportamiento si f es una función estrictamente creciente. Demuestre que los estadísticos \overline{X} y $T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$ tienen el mismo comportamiento, bajo el supuesto de la hipótesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$
8. Se dice que los estadísticos $\widehat{\Theta}$ y $\overline{\Theta} = f(\widehat{\Theta})$ tienen el mismo comportamiento si f es una función estrictamente creciente. Demuestre que los estadísticos \widehat{P} y $Z = \frac{\widehat{P} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0/n}}$ tienen el mismo comportamiento, bajo el supuesto de la hipótesis nula $H_0 : p = p_0$
9. Se dice que los estadísticos $\widehat{\Theta}$ y $\overline{\Theta} = f(\widehat{\Theta})$ tienen el mismo comportamiento si f es una función estrictamente creciente. Demuestre que los estadísticos S^2 y $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ tienen el mismo comportamiento, bajo el supuesto de la hipótesis nula $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$