

§3. Permutaciones

Definición 3.1 Ordenar r de n objetos distintos

$$nPr = P(n, r) = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \cdots (n - (r - 1))$$

Nota 3.1 Cuando encuentre en un enunciado la palabra “al menos”, piense cómo se puede hacer el ejercicio por complemento. No, en realidad, siempre piense si sería mejor hacer el ejercicio por complemento.

Ejemplo 3.1 Diez personas (4 mujeres y 6 hombres) se sientan en 10 sillitas enumeradas del 1 al 10. ¿De cuántas maneras se pueden sentar las personas en las sillitas si

- a) no hay restricciones?
- b) las mujeres deben ir en sillitas impares?
- c) al menos una mujer debe ir en una sillita impar?

Ejemplo 3.2 Un club con 10 miembros (5 hombres y 5 mujeres) debe escoger presidente, vice-presidente, secretario y tesorero. ¿De cuántas formas se puede escoger la directiva si:

- a) no hay restricciones?
- b) debe estar conformado por una y solo una mujer?
- c) debe haber al menos una mujer?

Ejemplo 3.3 ¿De cuántas se pueden acomodar en fila a 4 niños y 4 niñas si:

- a) no hay restricciones?
- b) las niñas deben estar todas juntas?
- c) primero van las niñas y luego los niños?
- d) deben ir alternados?
- e) deben ir alternados y cierta niña y cierto niño deben ir juntos?
- f) deben ir alternados y cierta niña y cierto niño **no** deben ir juntos?

Ejemplo 3.4 ¿Cuántos enteros positivos se pueden formar con todos los dígitos 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7, si:

- a) no hay restricciones?
- b) debe ser mayor a 5 000 000?
- c) debe ser par?
- d) debe ser múltiplo de 5?
- e) debe ser múltiplo de 4? (los últimos 2 dígitos deben formar un número que es múltiplo de 4).

Definición 3.2 Permutaciones de n , con objetos repetidos

Sean n objetos, donde hay n_1 objetos iguales de tipo 1, n_2 objetos iguales de tipo 2, ..., n_k objetos de tipo k , tal que $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$. Así, el número de formas de ordenar los n objetos es:

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdots n_k!}$$

Ejemplo 3.5 Considere la palabra «IMPLEMENTACION»:

- a) ¿Cuántos anagramas (permutaciones) existen de esta palabra?
- b) Determine el número de anagramas de esta palabra en los cuales las vocales estén juntas y después de la cuarta posición.
- c) Determine la cantidad total de **anagramas de 4 letras** en los que hay a lo sumo dos vocales y las consonantes no se pueden repetir.

Ejemplo 3.6 Considere la palabra «PROCESO». Determine la cantidad posible de anagramas si:

- a) no hay restricciones;
- b) las dos letras «O» no estén juntas.
- c) tengan solo 4 letras en los que hay al menos una vocal.

Ejemplo 3.7 Considere la palabra «COMPROMISO».

- a) ¿Cuántos anagramas de esta palabra hay que inicien con vocal?
- b) Determine la cantidad de anagramas que se pueden formar con esta palabra en donde las letras «M» deben ir separadas por al menos otra letra.

Ejemplo 3.8

- a) Determine la cantidad de anagramas de la palabra **PROBABILIDAD** en los que se cumple que:
- a) tanto las letras **I** como las letras **B** están siempre separadas por al menos una letra.
 - b) la letra **P** debe estar antes que la letra **R** y la letra **P** debe estar en la sexta o en la décima posición específicamente.

Ejemplo 3.9 Considere la palabra «DOCUMENTACION»

- a) ¿Cuántos anagramas (permutaciones) existen de esta palabra?
- b) ¿Cuántos anagramas existen de esta palabra en las que no queden O juntas ni C juntas?
- c) Determine el número de anagramas de esta palabra en los cuales las vocales estén juntas y después de la cuarta posición.

Ejemplo 3.10 ¿Cuántos anagramas se pueden formar con las letras de la palabra “MASSASAUGA” si:

- a) no hay restricciones?
- b) tienes las A's juntas?
- c) comienzan con consonante?
- d) tienen las consonantes juntas, en cualquier orden?
- e) la segunda letra es una S y tiene las vocales juntas, en cualquier orden?

Ejemplo 3.11 ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de la palabra “PERMUTACIONES” si:

- a) no hay restricciones?
- b) debe comenzar con vocal?
- c) las letras de la palabra “MARCO” deben ir todas juntas en cualquier orden?
- d) las letras “P” y “U” no deben estar juntas? (Sug: utilice **complemento**.)
- e) la “P” debe ir antes de la “S”, y entre ellas deben ir 4 letras?
- f) debe comenzar con vocal y las letras de la palabra “SURCO” deben ir todas juntas en cualquier orden?

Ejemplo 3.12 ¿Cuántos anagramas con la palabra “ESTEREOTIPO” se pueden formar si:

- a) no hay restricciones?
- b) debe comenzar con vocal?
- c) las E’s van todas juntas?
- d) debe comenzar con vocal y las E’s van juntas?
- e) están juntas la R y la P?
- f) están juntas todas las vocales?