

Cálculo y álgebra lineal

Tercer examen parcial

21 de noviembre, 2011

Indicaciones: Muestre todo el procedimiento. No se aceptan reclamos sobre exámenes resueltos con lápiz. No se permiten hojas sueltas, calculadoras programables ni teléfonos durante el examen.

#1 Considere en \mathbb{R}^3 los puntos $A = (1, 2, 3)$, $B = (-1, 3, 2)$ y $C = (3, -1, 2)$.

(a) Calcule la medida del ángulo interno del vértice B del triángulo $\triangle ABC$. (3 pts)

(b) Calcule el área del triángulo $\triangle ABC$. (2 pts)

#2 Sean u y v los vectores $u = \langle 1, 2, 3 \rangle$ y $v = \langle -2, 5, 1 \rangle$ en \mathbb{R}^3 . Encuentre un vector $w \in \mathbb{R}^3$ de la forma $w = \langle x, 0, z \rangle$ que cumpla estas tres condiciones: (5 pts)

• $\text{proy}_w u = \frac{7}{5}w$

• $\|w\| = \sqrt{5}$

• $w \perp v$

#3 Sean L_1 y L_2 las rectas en \mathbb{R}^3 dadas por $L_1: (x, y, z) = (6 + s, 2 + 2s, 3 - s)$ con $s \in \mathbb{R}$, y $L_2: \frac{x-3}{2} = y+1 = 5-z$.

(a) Encuentre el punto de intersección entre L_1 y L_2 . (3 pts)

(b) Encuentre una ecuación del plano que contiene a L_1 y a L_2 . (4 pts)

#4 Considere el plano $\Sigma: 5x - 14y + 2z = -9$ y el punto $Q = (-2, 15, -7)$ en \mathbb{R}^3 .

(a) Encuentre el punto P en Σ más cercano a Q . (4 pts)

(b) Calcule la distancia de Q a Σ . (1 pt)

#5 Sea $\{v_1, v_2, v_3\}$ un conjunto de vectores linealmente independientes en algún espacio vectorial V de dimensión 3, y sea A el conjunto de vectores $A = \{v_1, v_1 + v_2, v_2 - v_3\}$.

(a) Demuestre que el conjunto A es linealmente independiente. (3 pts)

(b) Demuestre que el conjunto A es base de V . (1 pt)

#6 Sea $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Encuentre todos los valores propios de M . (3 pts)

(b) Para alguno de los valores propios encontrados en la parte (a), calcule un vector propio asociado. (2 pts)

$$\#1 \quad a) \quad \alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$

$$b) \quad \text{Área} = 2\sqrt{3} = 3.4641$$

$$\#2 \quad w = \langle 1, 0, 2 \rangle$$

$$\#3 \quad a) \quad (5, 0, 4)$$

$$b) \quad x + y + 3z = 17$$

$$\#4 \quad (a) \quad (3, 1, -5)$$

$$(b) \quad 15$$

$$\#6 \quad a) \quad 1,$$

$$b) \quad \lambda = 1: \quad v = \langle 1, -1, 0 \rangle$$

$$\lambda = 3: \quad v = \langle 1, 1, 0 \rangle$$