

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Matemática
MA2404 Probabilidades
Ejercicios de Práctica I Parcial

1. En un servidor de aplicaciones se registran eventos de tres tipos: accesos de usuarios (U), fallas de hardware (H) y alertas de seguridad (S). Se sabe que en un mes se reportaron 150 accesos, 120 fallas y 90 alertas. Además, 50 eventos fueron simultáneamente accesos y fallas, 30 coincidieron en fallas y alertas, 40 en accesos y alertas, y 20 estuvieron presentes en los tres tipos a la vez.

- a) Represente esta información en un diagrama de Venn correctamente etiquetado.
- b) Determine cuántos eventos corresponden exclusivamente a un único tipo.
- c) Calcule qué proporción de los eventos corresponde a situaciones en las que intervinieron al menos dos tipos simultáneamente.

2. En el diseño de una red de una empresa se consideran los siguientes conjuntos: A , las direcciones IP privadas; B , las direcciones IPv4 válidas; y C , las direcciones asignadas dinámicamente mediante DHCP.

- a) Exprese mediante operaciones de conjuntos el grupo de direcciones que corresponden a direcciones públicas y dinámicas.
- b) Justifique si es cierto que $(A \cap C) \subseteq B$.

3. Un sistema de autenticación genera contraseñas de 4 caracteres, donde cada carácter puede ser una letra mayúscula (26 opciones) o un dígito (10 opciones). El mecanismo permite repeticiones de caracteres en cualquier posición.

- a) Determine el tamaño del espacio muestral de todas las posibles contraseñas.
- b) Calcule la probabilidad de que una contraseña seleccionada al azar termine exactamente con dos dígitos consecutivos.

4. Una máquina virtual puede fallar en el arranque por tres causas independientes: error de kernel (0.05), error de librerías (0.08) y error de configuración (0.12).

- a) Calcule la probabilidad de que la máquina arranque sin presentar fallos.
- b) Determine la probabilidad de que falle por lo menos una causa.
- c) Estime la probabilidad de que el fallo se deba exactamente a dos causas.

5. Un algoritmo de compresión produce archivos en tres formatos: ZIP (50%), RAR (30%) y TAR (20%). Las probabilidades de que un archivo se corrompa durante la compresión son 0.02 para ZIP, 0.04 para RAR y 0.01 para TAR.

- a) Calcule la probabilidad de que un archivo comprimido esté corrupto.
- b) Si se detecta corrupción en un archivo, determine la probabilidad de que este corresponda al formato RAR.

6. Un servidor recibe paquetes de distintos protocolos: TCP (60%), UDP (30%) e ICMP (10%). Las probabilidades de daño son 0.05, 0.02 y 0.1, respectivamente.

- a) Calcule la probabilidad de que un paquete recibido esté dañado.
- b) Dado que un paquete llegó dañado, determine la probabilidad de que sea ICMP.
- c) Analice si los eventos “el paquete es TCP” y “el paquete está dañado” pueden considerarse independientes.

7. En una base de datos, el 40% de las consultas son de lectura y el 60% de escritura. Del total de consultas de lectura, el 30% requieren índices adicionales, mientras que en las de escritura la proporción es del 10%.

- a) Determine la probabilidad de que una consulta seleccionada al azar requiera índices.
- b) Si se sabe que una consulta requirió índices, calcule la probabilidad de que sea de lectura.

8. Un antivirus detecta malware con 98% de efectividad, pero genera 5% de falsos positivos. Si el 3% de los archivos realmente está infectado:

- a) Calcule la probabilidad de que un archivo cualquiera sea marcado como infectado.
- b) Determine la probabilidad de que un archivo esté efectivamente infectado, dado que fue marcado como tal.

9. Dos centros de datos A y B alojan servicios web. El centro A atiende el 70% de las solicitudes y presenta una probabilidad de fallo de 0.01. El centro B atiende el 30% restante con probabilidad de fallo de 0.03.

- a) Calcule la probabilidad de que una solicitud falle.
- b) Si una solicitud resulta fallida, determine la probabilidad de que haya sido atendida por el centro B .

10. Un programador diseña claves de acceso de 6 caracteres, usando letras mayúsculas y dígitos.

- a) Calcule el número total de claves posibles.
- b) Determine cuántas de esas claves contienen al menos una letra y al menos un dígito.

11. Considere direcciones IPv4 compuestas por 4 octetos (valores entre 0 y 255).

- a) Calcule cuántas direcciones distintas se pueden formar sin restricciones.
- b) Determine cuántas direcciones pueden formarse si la primera no puede iniciar con 0 y la última debe ser impar.

12. Con las letras de la palabra **INFORMATICA**:

- a) Calcule el número total de anagramas distintos que se pueden formar.
- b) Determine el número de anagramas que inician con vocal y terminan en consonante.
- c) Estime cuántos anagramas se pueden formar si todas las vocales aparecen juntas.

13. Se tienen 8 servidores distintos que deben distribuirse en 3 racks. Cada rack debe contener al menos un servidor.

- a) Calcule el número total de formas distintas de realizar la distribución.
- b) Determine el número de distribuciones posibles si dos servidores críticos no pueden colocarse en el mismo rack.

14. Una empresa necesita seleccionar 5 desarrolladores y 3 testers de un grupo conformado por 10 desarrolladores y 6 testers.

- a) Calcule el número total de formas en que puede hacerse la selección.
- b) Determine cuántas selecciones posibles incluyen al menos 2 testers.

15. Una red neuronal profunda cuenta con 12 capas ocultas, de las cuales 3 son convolucionales y 2 son recurrentes. Se desea elegir una secuencia de 4 capas distintas.

- a) Determine el número de formas distintas de seleccionar las 4 capas.
- b) Calcule el número de secuencias posibles si la primera debe ser convolucional y la última recurrente.

16. Un servidor genera códigos de error de 3 dígitos (del 000 al 999).
- a) Determine cuántos códigos distintos pueden formarse.
 - b) Calcule la probabilidad de que un código seleccionado al azar sea múltiplo de 5.
 - c) Calcule la probabilidad de que los tres dígitos del código sean diferentes entre sí.
17. Una aplicación móvil solicita a sus usuarios un PIN de 4 dígitos.
- a) Calcule el número total de PIN posibles.
 - b) Determine la probabilidad de que un PIN inicie con un número par y no repita dígitos.
18. Un servicio de almacenamiento en la nube ofrece tres planes: Básico (50%), Pro (30%) y Premium (20%). Las tasas de renovación son de 0.6, 0.75 y 0.9 respectivamente.
- a) Calcule la probabilidad de que un usuario cualquiera renueve su plan.
 - b) Determine, dado que un usuario renovó, la probabilidad de que corresponda al plan Premium.
19. Un proceso en un sistema operativo consta de 5 fases independientes. Cada fase se completa exitosamente con probabilidad 0.85 y falla con probabilidad 0.15.
- a) Determine la probabilidad de que exactamente 4 fases sean exitosas.
 - b) Calcule la probabilidad de que falle al menos una fase.
20. Un router genera direcciones MAC aleatorias compuestas por 12 dígitos hexadecimales.
- a) Calcule el número total de direcciones posibles.
 - b) Determine la probabilidad de que una dirección generada inicie con la secuencia "A1B".
21. Un sistema de autenticación multifactor exige que un usuario supere tres verificaciones independientes: contraseña, token y biometría, con probabilidades de éxito de 0.9, 0.8 y 0.95 respectivamente.
- a) Calcule la probabilidad de que un usuario logre autenticarse exitosamente.
 - b) Determine la probabilidad de que el proceso de autenticación falle.
 - c) Estime la probabilidad de que el único fallo corresponda al token.

22. Una red social asigna identificadores de usuario de 8 caracteres, donde cada carácter puede ser una letra minúscula (26 opciones) o un número (10 opciones).

- a) Determine el número total de identificadores posibles.
- b) Calcule la probabilidad de que un identificador inicie con una letra y finalice en un dígito.

23. Una aplicación web procesa diariamente 200 peticiones: 120 del tipo GET, 50 POST y 30 DELETE. Las tasas de éxito de estas peticiones son de 0.98, 0.90 y 0.85 respectivamente.

- a) Calcule la probabilidad de que una petición seleccionada al azar sea exitosa.
- b) Determine, dado que una petición resultó fallida, la probabilidad de que haya sido de tipo DELETE.

24. En un sistema de archivos, cada bloque puede estar ocupado (O) o libre (L). Un disco con 5 bloques puede modelarse como cadenas binarias de longitud 5. Se asume que la probabilidad de que un bloque esté ocupado es 0.6.

- a) Determine el número total de configuraciones posibles.
- b) Calcule la probabilidad de que exactamente 3 bloques estén ocupados.

25. Se lanza un dado justo de seis caras hasta obtener el primer “6”.

- a) Determine la probabilidad de que el primer “6” aparezca en el cuarto lanzamiento.
- b) Calcule la probabilidad de que el “6” aparezca antes del sexto lanzamiento.
- c) Determine el valor esperado del número de lanzamientos necesarios hasta obtener el primer “6”.

26. En un laboratorio de redes se deben distribuir 5 manuales distintos de administración de sistemas entre tres estudiantes: Laura, Marco y Daniel. Si se desea que cada estudiante reciba al menos un manual. ¿De cuántas maneras distintas pueden distribuirse los manuales?

27. Una empresa tecnológica debe repartir entre tres equipos de desarrollo (Frontend, Backend y QA) un conjunto de recursos compuesto por 5 servidores distintos y 6 licencias de software idénticas. El gerente ha establecido que el equipo de Backend debe recibir exactamente 2 servidores y al menos 2 licencias, aunque la asignación de los recursos restantes será al azar.

- a) ¿De cuántas maneras pueden distribuirse los recursos sin restricciones?
- b) ¿De cuántas maneras pueden distribuirse cumpliendo la condición establecida por el gerente?
- c) ¿De cuántas maneras si el equipo de Backend debe recibir al menos 3 servidores?
- d) ¿De cuántas maneras si cada equipo debe recibir al menos un servidor y al menos una licencia?