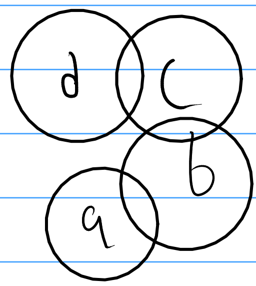
Considere A, B, C y D, subconjuntos de Ω, tales que A y C son disjuntos; A y D son disjuntos; B y D son disjuntos; $|A \cup B \cup C \cup D| = 150$; $|A \cup B| = 81$, $|A| = |D|$, $|B| = |C|$, $|A \cap B| = |C \cap D|$; y $|A - B| = 32$. Determine el valor de:

(1) [1 punto] $|A \cap C|$ $= \boxed{0}$, son disjuntos



(2) [2 puntos] $|B \cup C|$ $= |B| + |C| - |B \cap C|$

$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 32$

$|A| = 32 + |A \cap B|$

$|A \cup B| = 81$

$|A| + |B| - |A \cap B| = 81$

$32 + \cancel{|A \cap B|} + |B| - \cancel{|A \cap B|} = 81$

$|B| = 49$

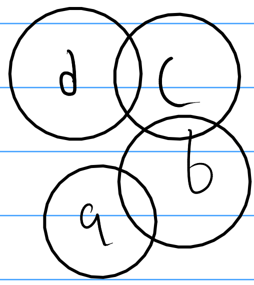
$|B| = 49 \qquad |A| = 32 + |A \cap B|$

$|C| = 49 \qquad |D| = 32 + |A \cap B|$

$|A \cap C| = 0$

$|A \cap D| = 0$

$|B \cap D| = 0$



$|A \cup B \cup C \cup D| = (|A| + |B| + |C| + |D|) -$
$(|A \cap B| + |B \cap C| + |C \cap D|) = 150$

La de todos no existe

pues $|A \cap B| = |C \cap D|$

$32 + \cancel{|A \cap B|} + 49 + 49 + 32 + \cancel{|A \cap B|} - \cancel{|A \cap B|} - \cancel{|C \cap D|} - |B \cap C| = 150$

$162 - |B \cap C| = 150$

$|B \cap C| = 12$

$|B \cup C| = |B| + |C| - |B \cap C|$

$49 + 49 - 12$

$\boxed{86}$ //

(3) [2 puntos] $|B \cap C|$ = $\boxed{12}$

(4) [2 puntos] $|B|$ = $\boxed{49}$

Considere los dígitos del conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4, 8\}$. Tenga en cuenta que un número de 3 dígitos no puede comenzar con 0, así que esa es una restricción implícita que se debe cumplir **siempre**. ¿Cuántos números de 3 dígitos se pueden hacer si:

(5) [2 puntos] no hay restricciones?

Elegir primer numero $c(5,1) = 5$
Elegir 2 restantes $\to$ $6 \cdot 6 = 36$
R/ $5 \cdot 36 = \boxed{180}$

(6) [2 puntos] los dígitos deben ser distintos?

Elegir primer numero $c(5,1) = 5$
Elegir 2do $\to$ 5
Elegir 3ro $\to$ 4
R/ : $5 \cdot 5 \cdot 4 = \boxed{100}$

(7) [2 puntos] debe ser un número par?

Puede que acabe o no en 0, entonces 2 casos

Caso 1: Termina en 0
Elegir Primero $c(5,1) = 5$
Elegir segundo $c(6,1) = 6$
Total: 30

Caso 2: No termina en 0
Elegir Primero $c(5,1) = 5$
Elegir ultimo $c(3,1) = 3$
Elegir segundo $= 6$
Total: $5 \cdot 3 \cdot 6 = 90$

R/ $30 + 90 = \boxed{120}$

(8) **[2 puntos]** tiene los dígitos distintos y es un número par?

Caso 1: Termina en 0

Elegir primero $c(5,1) = 5$

Elegir segundo $c(4,1) = 4$

Total: $5 \cdot 4 = 20$

$0, \cancel{1}, 2, 3, 4, \cancel{8}$

Caso 2: No termina en 0

Elegir ultimo $c(3,1) = 3$ __ __ $\underline{3}$

Elegir primero $c(4,1) = 4$

Elegir segundo $= 4$

Total: $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$

$\therefore$ $20 + 48 = \boxed{68}$

El consejo directivo de una empresa farmacéutica tiene 13 miembros (de los cuales 9 son mujeres). De ellos se va a elegir la junta directiva, conformada por los puestos de presidencia, vicepresidencia, secretaría, tesorería y vocal. ¿De cuántas formas distintas se puede formar la junta directiva si:

(9) **[2 puntos]** no hay restricciones?

13 Personas, 9 mujeres, 4 Hombres, 5 puestos

$P(13,5) = \boxed{154440}$ Cargos diferentes

(10) **[2 puntos]** la presidencia debe ser ocupada por una mujer?

Elegir presidenta $c(9,1) = 9$

Elegir resto de puestos $\rightarrow P(12,4) = 11880$

Total: $9 \cdot 11880 = \boxed{106920}$

(11) [2 puntos] debe de haber exactamente un hombre?

13 Personas, 9 Mujeres 4 Hombres, 5 puestos

Elegir hombre $C(4,1) = 4$

Elegir puesto $P(5,1) = 5$

Elegir mujeres $C(9,4) = 126$

Elegir puestos mujeres $4! = 24$

Total: $\boxed{60480}$

(12) [3 puntos] debe de haber a lo sumo dos hombres?

Caso 1: 0 hombres

Repartir puestos $P(9,5) = 15120$

Caso 2: 1 hombre

Total: 60480

Caso 3: 2 hombres

Elegir hombres $C(4,2) = 6$

Elegir puestos $P(5,2) = 20$

Elegir mujeres $C(9,3) = 84$

Elegir puestos mujeres $3! = 6$

Total: $6 \cdot 20 \cdot 84 \cdot 6 = 60480$

R/ $15120 + 60480 + 60480 = \boxed{136080}$

(13) **[3 puntos]** debe de haber al menos dos hombres? 2, 3, 4

Caso 1: 2 hombres

Total: 60480

Caso 2: 3 hombres

Elegirlos $C(4,3)=4$

Darles puesto $P(5,3)=60$

Elegir mujeres $P(9,2)=36$

Darles puesto $2!=2$

Total: $4\cdot60\cdot36\cdot2=17280$

Caso 3: 4 hombres

Elegirlos $C(4,4)=1$

Darles puesto $P(5,4)=120$

Elegir mujeres $P(9,1)=9$

Darles puesto $1!=1$

Total: $120\cdot9=1080$

R/ $60480+17280+1080=\boxed{78840}$

Después de las disputas por formar la junta directiva, el consejo directivo se deshizo por completo. Se ofrecieron 18 mujeres y 17 hombres para formar dicho consejo. Si el consejo directivo estará formado por 12 personas, determine de cuántas formas distintas se puede escoger si:

(14) **[2 puntos]** no hay restricciones?

18 M, 17 H, Total = 35 personas, 12 puestos

$c(35, 12) = 834451800$ Cargos iguales

(15) **[3 puntos]** debe haber al menos 5 hombres y al menos 5 mujeres?

$\Omega = \{(6,6), (5,7), (7,5)\}$

Caso 1: $6 \wedge 6$

Elegir hombres $c(17,6) = 12376$

Elegir mujeres $c(18,6) = 18564$

Total: $12376 \cdot 18564$

Caso 2: $5 \wedge 7$

Elegir hombres $c(17,5) = 6188$

Elegir mujeres $c(18,7) = 31824$

Total: $6188 \cdot 31824$

Caso 2: $7 \wedge 5$

Elegir hombres $c(17,7) = 19448$

Elegir mujeres $c(18,5) = 8568$

Total: $19448 \cdot 8568$

Total: $\boxed{593305440}$, Todo sumado

(16) [6 puntos] de las personas que se ofrecieron, hay 4 parejas, de las cuales se ha considerado que **no** pueden quedar ambos en la junta directiva (pero podría no haber ninguno de la pareja)?

18 M, 17 H, Total = 35 personas, 12 puestos

Cargos iguales

Por complemento, 1, 2, 3, 4 parejas

$C(35,12) = 834451800$, sin restricciones (u)

$$u - \left[\sum |A_i| - \sum |A_i \cap A_j| + \sum |A_i \cap A_j \cap A_k| - \sum |A_i + A_j + A_k + A_l| \right]$$

A_i = Elegir pareja $C(4,1)$
Elegir resto $C(33,10)$

$A_i \cap A_j$ = Elegir parejas $C(4,2)$
Elegir resto $C(31,8)$

$A_i \cap A_j \cap A_k$ = Elegir parejas $C(4,3)$
Elegir resto $C(29,6)$

$A_i \cap A_j \cap A_k \cap A_l$ = Elegir parejas $C(4,4)$
Elegir resto $C(27,4)$

$$C(35,12) - [C(4,1) \cdot C(33,10) - C(4,2) \cdot C(31,8) + C(4,3) \cdot C(29,6) - C(4,4) \cdot C(27,4)]$$

$|R| = 509657460$