Binomial

Se lanzan 15 dados indistinguibles y se cuenta la cantidad de números pares en las caras. Se considera que la jugada es limpia si hay más caras pares que impares. Determine la probabilidad de que el juego deba repetirse más de 5 veces, hasta obtener la primera jugada limpia. Geometrica R/ $\frac{1}{64}$

- **Función de distribución de probabilidad** Binomial

Su función de distribución de probabilidad viene dada por:

$$f_X(k) = P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k q^{n-k}$$

con $k = 0, 1, 2, \ldots, n$ y $q = 1 - p$

- **Función de distribución de probabilidad** Geometrica

Su función de distribución de probabilidad viene dada por:

$$f_X(k) = P(X = k) = p \cdot q^k$$

con $k = 0, 1, 2, \ldots, n$ y $q = 1 - p$

Sea X la cantidad de caras pares de un lado

Hay 15 dados, para cumplir deben deben haber $8 \leq X \leq 15$ caras pares

osea

(2,4,6) ← caras pares de las 6 totales

$n = 15 \quad p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$q = \frac{1}{2}$ ← $1-p$

n = cantidad de objetos
p = prueba de exito
q = prueba de fracaso
k = valores de la suma

$P(8 \leq X \leq 15)$

$$= \sum_{k=8}^{15} C(15,k) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{15-k}$$

$= \boxed{\frac{1}{2}}$ ← Ahora este sera nuestro p de la geometrica

"Deba repetirse mas de 5 veces"

Sea Y la cantidad de repeticiones

$p = \frac{1}{2} \quad q = \frac{1}{2}$ ← $1-p$

$$P(Y > 5) = 1 - P(Y \leq 5)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{5} \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

$$= \boxed{\frac{1}{64}}$$

Primera Parte Geometrica

La probabilidad de obtener un número par al lanzar un dado es de $\frac{2}{3}$. Un participante en un concurso se considera ganador si al lanzar este dado sucesivamente obtiene un número par hasta después del segundo lanzamiento. De 7 participantes que asistirán un día al concurso ¿cuál es la probabilidad que al menos dos de los participantes del concurso sean ganadores? ≥ 2 R/ 0,1778

Segunda parte binomial

- **Función de distribución de probabilidad** geo

Su función de distribución de probabilidad viene dada por:

$$f_X(k) = P(X = k) = p \cdot q^k$$

con $k = 0, 1, 2, \ldots, n$ y $q = 1 - p$

1) Sea x la cantidad de lanzamientos

$p = \frac{2}{3}$ $\quad q = \frac{1}{3}$

$$P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{1} \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^k$$

$\boxed{\frac{1}{9}}$ Este sera nuestra p en 2)

2) Sea Y la cantidad de ganadores

$n = 7, \; p = \frac{1}{9}, \; q = \frac{8}{9}$

- **Función de distribución de probabilidad** binom

Su función de distribución de probabilidad viene dada por:

$$f_X(k) = P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k q^{n-k}$$

con $k = 0, 1, 2, \ldots, n$ y $q = 1 - p$

$$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y < 2)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{1} C(7, k) \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^k \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{7-k}$$

$$\approx \boxed{0{,}1778}$$

Una estación de bomberos de cierto pueblo está compuesta por 15 bomberos, donde de ellos 9 son experimentados y 6 son novatos. Cada emergencia es atendida inicialmente por un equipo de 5 bomberos elegidos al azar, el cual se considera especializado si está formado por al menos 3 bomberos experimentados. En 6 emergencias. ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo tres personas sean atendidas por un equipo especializado? R/ 0,2314

Hipergeométrica

Binomial

1) Sea X la cantidad de experimentados

$n = 5 \quad N = 15 \quad b = 9$

n = Cantidad de elementos de la muestra
N = Total de elementos de la población
b = Éxito
r = Fracaso
k = valores de la suma

$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3)$

Función de proba hipergeo

$$\frac{C(b,k) \cdot C(N-b,\, n-k)}{C(N,n)}$$

$$1 - \sum_{k=0}^{2} \frac{C(9,k) \cdot C(6,\, 5-k)}{C(15,5)}$$

$$= \boxed{\frac{102}{143}}$$ ← p de la parte binomial

2) Sea Y la cantidad de personas atendidas por un equipo especializado

- **Función de distribución de probabilidad** binom

Su función de distribución de probabilidad viene dada por:

$$f_X(k) = P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k q^{n-k}$$

con $k = 0, 1, 2, \ldots, n$ y $q = 1 - p$

$n = 6 \quad p = \frac{102}{143} \quad q = \frac{41}{143} \leftarrow 1 - p$

"A lo sumo 3"

$$P(Y \leq 3) = \sum_{k=0}^{3} C(6,k) \cdot \left(\frac{102}{143}\right)^k \cdot \left(\frac{41}{143}\right)^{6-k}$$

$$\approx \boxed{0{,}2314}$$

Poisson

El número de veces que Juan sale a dar un paseo en bicicleta sigue una distribución de Poisson y en promedio sale tres veces a la semana. | Determine la probabilidad de que pasen cinco días antes de que Juan salga a dar un paseo. | Geometrica R/ 0,0665

- **Función de distribución de probabilidad** Poisson

  Su función de distribución de probabilidad viene dada por:

  $$f_X(k) = P(X = k) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$$

  con $k = 0, 1, 2, \ldots$

1) $\lambda = 3$

$$P(X=1) = \frac{3^1 \cdot e^{-3}}{1!}$$

$= 0,1493$ ← Proba de salir de paseo

usar en la p de geo

↓

- **Función de distribución de probabilidad** geo

  Su función de distribución de probabilidad viene dada por:

  $$f_X(k) = P(X = k) = p \cdot q^k$$

  con $k = 0, 1, 2, \ldots, n$ y $q = 1 - p$

2) Sea Y la cantidad de dias que pasan

$p = 0,1493$, $q = 0,8507$

"Cinco dias"

$$P(Y=5) = 0,1493 \cdot (0,8507)^5$$

$$\approx \boxed{0,0665}$$

Relación entre distribuciones

- **Hipergeométrica y binomial**

  Si $X \sim H(n, N, b)$ con $R_X = \{0, 1, 2, \ldots, n\}$ y n es muy pequeño en comparación con N y b, entonces $X \sim B(n, p)$

- **Binomial y Poisson**

  Si $X \sim B(n, p)$ donde n es muy grande y p es muy pequeño, entonces $X \sim P(\lambda)$

  Estos casos son aplicables de la siguiente forma:

  - Si $\lambda < 5 \wedge p < 0{,}1$
  - Si $n > 100 \wedge p < 0{,}05$