Valores y Vectores Propios

1. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -12 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$. Uno de los valores propios de A es $\lambda = -2$. Determine el otro valor propio de A y halle un vector propio asociado a $\lambda = -2$ R/ $\lambda = -1$

2. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$. Determine un valor propio de A y un vector propio asociado a este.

3. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -8 & 12 \\ -6 & 10 \end{pmatrix}$. Halle los valores propios de la matriz A y un vector propio asociado a uno de los valores propios. R/ $\lambda = -2$ y $\lambda = 4$

4. Si $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$, calcule los valores propios de A. Además, calcule dos vectores propios asociados al mayor valor propio.

5. Determine los valores y vectores característicos (propios) de la matriz definida por $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$ R/ $\lambda_1 = 3 \vee \lambda_2 = -4$

6. Determine los valores y vectores característicos (propios) de A, donde $A = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

7. Determine los valores propios de $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$ y verifique que el producto de ellos es igual al determinante de la matriz. R/ $\lambda_1 = 0 \vee \lambda_2 = 7$

8. Sea $M = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

   a) Encuentre los valores propios de M.

   b) Encuentre un vector propio de M.

9. Sea $M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

   a) Encuentre los valores propios de M

   b) Encuentre un vector propio de M

10. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

    a) Determine los valores propios de la matriz A. R/ $\lambda = -2$, $\lambda = 5$

    b) Elija un valor propio encontrado en el inciso anterior y determine un vector propio asociado a este.

11. Se sabe que $\lambda = 1$ es un valor propio de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

    a) Determine los demás valores propios de A. R/ $\lambda = -2$

    b) Halle dos vectores propios de A asociados al valor propio $\lambda = 1$

12. Si para la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ se tiene que $\det(A - \lambda I_3) = \lambda(\lambda + 1)^2 - 8(\lambda + 1)^2$

    a) Encuentre los valores propios de la matriz A.

    b) Verifique que $v = (2, 1, 2)$ es un vector propio asociado a $\lambda = 8$

13. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -6 \\ -3 & -4 & 6 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

    a) Verifique que $\lambda = 2$ y $\lambda = -1$ son los únicos valores propios de A

    b) Determine los vectores propios asociados con el valor propio $\lambda = 2$

14. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & p & -1 \end{pmatrix}$, donde 0 es un valor propio de A. Determine los otros valores propios de A y el vector propio asociado al valor propio 0

15. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & -6 \\ -1 & 4 & 2 \\ 3 & -6 & -4 \end{pmatrix}$. Calcule su polinomio característico y sus valores propios.

16. Sea $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

    a) Encuentre todos los valores propios de M. R/ $\lambda = 1,\ \lambda = 3$

    b) Para alguno de los valores propios encontrados, calcule un vector propio asociado.