

EL MÉTODO DE LA GRAN “M” (PENALIZACIÓN)

El método de la gran M consiste en modificar el problema original para dar lugar a un nuevo problema agregando una variable A (dependiendo de la cantidad de restricciones), llamada **artificial** y que se penalizara mediante un costo “ M ” de valores grandes y positivos, y esto permite que la función objetivo tome valores muy grandes.

Recordemos que todo depende de los tipos de restricciones que tiene el problema, se agregan diferentes tipos de variables:

3 tipos de variables

Holgura ($+ \leq$), Artificiales ($\leq + =$) , Artificial y Exceso ($\geq +$ Artificiales-Exceso)

| Tipo de Restricción | Tipo de Variable |
|---------------------|--------------------|
| = | +Artificial |
| \leq | +Holgura |
| \geq | +Artificial-Exceso |

Cuando A salga de la base en ese momento $R=0$ y esto indica haber regresado al problema original, pero si se llega a $R>0$, entonces el problema no tendrá solución.

Debido a que M es un valor positivo suficientemente grande, la variable A se penaliza en la función objetivo utilizando $-MA$, en el caso de la maximización, y $+MA$, en la minimización. Debido a esta penalidad El proceso de optimización lógicamente tratará de impulsar A , al nivel cero.

$$\text{Max } z = 2x + y$$

Sujeto a:

$$x + y = 4 \quad (\text{A1})$$

$$-x + 2y = 2 \quad (\text{A2})$$

$$x, y \geq 0$$

Si es de max en el FO se penaliza al iniciar con $-MA_i$

Si es de max en el FO se penaliza al iniciar con $+MA_i$

Max z= $2x+y$ -MA1-MA2 (Se colocan negaticas por ser un ejercicio de Max)

Sujeto a:

$$x+y = 4 \text{ (A1)}$$

$$-x+2y=2 \text{ (A2)}$$

$$x,y \geq 0$$

Igualar el FO a 0

$$\text{Max } z=2x+y-\text{MA1}-\text{MA2}=0$$

$$\text{Max } z-2x-y+\text{MA1}+\text{MA2}=0$$

| Base | Variables desicion | | Variables en general | | VS (Valor solucion) |
|------|--------------------|----|----------------------|----|---------------------|
| | X | Y | A1 | A2 | |
| A1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| A2 | -1 | 2 | 0 | 1 | 2 |
| Z | -2 | -1 | M | M | 0 |

Penalizacion

Nuevo z= viejo z-MA1-MA2

| Base | Variables desicion | | Variables en general | | VS (Valor solucion) |
|---------|--------------------|-------|----------------------|----|---------------------|
| | X | Y | A1 | A2 | |
| Z | -2 | -1 | M | M | 0 |
| -MA1 | -M | -M | -M | 0 | -4M |
| -MA2 | M | -2M | 0 | -M | -2M |
| Nuevo Z | -2 | -1-3M | 0 | 0 | -6M |

| Base | Variables desicion | | Variables en general | | VS (Valor solucion) |
|------|--------------------|-------|----------------------|----|---------------------|
| | X | Y | A1 | A2 | |
| A1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| A2 | -1 | 2 | 0 | 1 | 2 |
| Z | -2 | -1-3M | 0 | 0 | -6M |

M inventado

$$M=1000 -2 -1-3*1000=-1-30000=-3001$$

$$VE=y \quad RM \quad 4/1=4 \quad 2/2=1$$

$$VS=A2$$

Ahora hacemos el pivote, Diviendo todo entre 2

| Base | Variables desicion | | Variables en general | | VS (Valor solucion) |
|-----------------------------|--------------------|---|----------------------|-----|---------------------|
| Sale A2 y entra y A2 → y | X | Y | A1 | A2 | |
| | -1/2 | 1 | 0 | 1/2 | 1 |

Tabla de calculos

| A1 | Z |
|-------------------|-----------------------------------|
| X=1-(1*-1/2)=3/2 | X=-2-((-1-3M)*-1/2) = -5/2 - 3/2M |
| Y=1-(1*1)=0 | Y=-1-3M-((-1-3M)*1)=0 |
| A1=1-(1*0)=1 | A1=0-((-1-3M)*0)=0 |
| A2=0-(1*1/2)=-1/2 | A2=0-((-1-3M)*1/2)= 1/2 + 3/2M |
| VS=4-(1*1)=3 | VS=-6M-((-1-3M)*1)= 1-3M |

| Base | Variables desicion | | Variables en general | | VS (Valor solucion) |
|------|--------------------|---|----------------------|------------|---------------------|
| | X | Y | A1 | A2 | |
| A1 | 3/2 | 0 | 1 | -1/2 | 3 |
| Y | -1/2 | 1 | 0 | 1/2 | 1 |
| Z | -5/2 - 3/2M | 0 | 0 | 1/2 + 3/2M | 1-3M |

No se toma en cuenta por el
M positivo

$$+5/2 - 3*100/2 = 5/2 - 3000/2 \text{ (Esto es una prueba para ver si M queda negativa)}$$

$$VE=x \quad RM \quad 3/3/2=2 \quad \text{La otra no se puede por que queda negativa (1/-1/2)}$$

$$VS=A1$$

Nota: Se quedan variables Artificiales en la base y no pueden salir, el ejercicio no tiene solucion o si no se puede iterar mas y el VS en z esta en termino de M, no tiene solucion

Ahora hacemos el pivote, Multiplicando todo por 2/3

| Base | Variables desicion | | Variables en general | | VS (Valor solucion) |
|--------------------|--------------------|---|----------------------|--------|---------------------|
| Sale A1 y entra x | X | Y | A1 | A2 | |
| $A1 \rightarrow x$ | 1 | 0 | $2/3$ | $-1/3$ | 2 |

Tabla de calculos

| A1 | Z |
|----------------------------|--|
| $X=-1/2-(-1/2 * 1)=0$ | $X=-5/2 3/2M-((5/2 3/2M) * 1)=0$ |
| $Y=1-(-1/2 * 0)=1$ | $Y=0-((5/2 3/2M) * 0)=0$ |
| $A1=0-(-1/2 * 2/3)=1/3$ | $A1=0-((5/2 3/2M) * 2/3)=5/3+M$ |
| $A2=1/2-(-1/2 * -1/3)=1/3$ | $A2= 1/2+3/2M-((5/2 3/2M) * -1/3)=-1/3+M$ |
| $VS=1-(-1/2 * 2)=2$ | $VS=1-3M-((5/2 3/2M) * 2)=6$ |

| Base | Variables desicion | | Variables en general | | VS (Valor solucion) |
|------|--------------------|---|----------------------|----------|---------------------|
| | X | Y | A1 | A2 | |
| X | 1 | 0 | $2/3$ | $-1/3$ | 2 |
| Y | 0 | 1 | $1/3$ | $1/3$ | 2 |
| Z | 0 | 0 | $5/3+M$ | $-1/3+M$ | 6 |

Revisando la tabla

X=0, Esta en la base

Y=0, Esta en la base

A₁=5/3+M, Esta positivo, no itera mas

A₂=-1/3, Esta positvo, no itera mas

En la base no hay variables artificiales

VS de z no esta en terminos de M

Punto(2,2) Max z=2x+y

$$2*2+2=6$$

Entonces este es un caso de solucion unica