Principios elementales de conteo

- **Principio de la suma**

  Si las maneras de realizar un proceso se clasifican en k casos y C_i es el conjunto de maneras de realizar el proceso, ubicados en el caso i, con $i = 1, 2, 3, \ldots, k$, se tiene que hay $|C_1| + |C_2| + \ldots + |C_k|$ maneras de realizar el proceso.

- **Principio del producto**

  Si las maneras de realizar un proceso se clasifican en k etapas y E_i es el conjunto de maneras de realizar el proceso, ubicados en la etapa i, con $i = 1, 2, 3, \ldots, k$, se tiene que hay $|E_1| \cdot |E_2| \cdot \ldots \cdot |E_k|$ maneras de realizar el proceso.

- **Anagramas**

  El anagrama de una palabra es un ordenamiento de las letras de la palabra dada. Las posiciones de un anagrama se enumeran de izquierda a derecha.

Si hay un $\vee$ presente, se usan casos y
el principio de la suma, en resumen un caso son
formas diferentes que logren cumplir un objetivo
Un caso puede estar compuesto de varias etapas,
la cantidad de casos depende de la cantidad de
$\vee$ presente $\underbrace{\text{Yo}}_{1}$ o $\underbrace{\text{Jen}}_{2}$ o $\underbrace{\text{malu}}_{3}$

Si hay un $\wedge$ presente se usan etapas,
y el principio del producto, en resumen
las etapas son los diferentes pasos para ugran
el objetivo
la cantidad de casos depende de la cantidad de
$\wedge$ presente $\underbrace{\text{Yo}}_{1}$ y $\underbrace{\text{Jen}}_{2}$ y $\underbrace{\text{malu}}_{3}$

Anagrama es agarrar una palabra(s) y ordenarla
de diferentes maneras

2 etapas → Dependiendo de cuantos ∧

Ejercicio #1: Juan tiene 3 camisas y 5 pantalones ¿Cuántas maneras tiene de vestirse?

↗ ∧ presente → Etapas

Utilizando el principio del producto

Etapa 1: Camisa: 3 maneras
Etapa 2: pantalon: 5 maneras
} se multiplican

Total: $3 \cdot 5$ maneras → $\boxed{15 \text{ maneras}}$

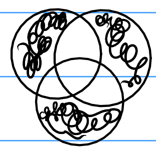
Utilizando el principio de la suma
Se definen los casos en base a los objetos, pueden ser 3 o 5 en este caso

5 pantalones

Caso 1: Camisa 1: 5 maneras
Caso 2: Camisa 2: 5 maneras
Caso 3: Camisa 3: 5 maneras

Como los casos no se superponen, se pueden sumar

Total: $5+5+5$ → $\boxed{15 \text{ maneras}}$



No hay interseccion

Ejercicio #2: ¿Cuántas permutaciones se pueden formar con los números 0, 1, 3, 5, 6, 9? si:

a) Los números 1, 3 y 5 están juntos. Etapas

Usar Bloques

Decir que la condición = $*$

1, 3, 5 juntos = $*$ # de elementos! factorial

Etapa 1: Permutar los numeros 0, 6, 9, $*$

$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 24$

Etapa 2: Permutar $*$ (0, 6, 9)

$\underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1} = 6$

Aplicando principio del producto

$24 \cdot 6 = \boxed{144 \text{ posibles permutaciones}}$

3ra, 4ta, 5ta, 6ta　　0, 1, 3, 5, 6, 9

b) El número 3 está después de la segunda posición y el número 6 debe ir en cualquier lugar que esté posterior al lugar del número 3　　U → caso　　R/ 144

Ejemplo　0 1 3 _ _ _ en cualquiera de esas

¿En cuantos espacios puedo colocar el 3? 1

¿En cuantos espacios puedo colocar el 6? 3

Al final permutar el resto

0, ~~1~~, ~~3~~, 5, 6, 9

Caso 1 → 3ra

$4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 72$

Caso 2 → 4ta　0 ~~1~~ ~~3~~ 5 6 7

$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 48$

Caso 3 → 5ta

$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 24$

No puede estar en la 6ta por que el 6 esta despues del 3

Total: $72+48+24 = \boxed{144}$

0, 1, 3, 5, 6, 9

c) Los números 3 y 6 deben ir separados por al menos un lugar

implicitamentes los demas van en cualquier posición

Caso 1: 3 en primera posición

1 · 4 · 4 · 3 · 2 · 1 = 96

aquí aquí aquí aquí el 6

0 ~~1~~ 3 5 6 9 → Permutar los que quedan

Caso 2: 3 en segunda posición

4 · 1 · 3 · 3 · 2 · 1 = 72

Caso 3: 3 en tercera posición

4 · 3 · 1 · 2 · 3 · 1 = 72

Caso 4: 3 en cuarta posición

4 · 3 · 2 · 1 · 1 · 3 = 72

Caso 5: 3 en quinta posición

4 · 3 · 3 · 2 · 1 · 1 = 72

Caso 6: 3 en sexta posición

4 · 3 · 2 · 4 · 1 · 1 = 96

72+72+72+72+96+96 = 480

Principio de la suma

Considere la palabra **PERMUTACION** ¿Cuántos anagramas se pueden construir sí?

a) No hay restricción → factorial directo

Permutacion tiene 11 letras

→ $11! = 39{,}916{,}800$

b) Las vocales van juntas (en cualquier orden)

P E R M U T A C I O N   Por bloques

$* = E\ U\ A\ I\ O$

P R M T C N * → 7!

E U A I O → 5!

$7! \cdot 5! = 5040 \cdot 120 = \boxed{604800}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que las vocales estén juntas (en cualquier orden)? R/ $\frac{1}{66}$ Ninguna proba > 1

Cuando hablen de proba aqui es la place

Se hacen $\frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos totales}} \to \frac{604800}{39916800} = \boxed{\frac{1}{66}}$

Se puede ver como $\frac{11!}{7! \cdot 5!} = \boxed{\frac{1}{66}}$

Casos favorables es como casos donde van en cualquier orden

Casos totales son las permutaciones sin restricciones *d*) Las consonantes van juntas (en cualquier orden)

PERMUTACION

$* = PRMTCN$

$E\ U\ A\ I\ O\ * = 6! = 720$

$* = 6! = 720$

$720 \cdot 720 = \boxed{518400}$

e) ¿Cuál es la probabilidad de que las consonantes estén juntas (en cualquier orden)?

R/ $\frac{1}{77}$

$\frac{CF}{CT}$ PERMUTACION

$* = PRMTCN$

$E\ U\ A\ I\ O\ * \to 6!$

$* \to 6!$

En cualquier orden $6! \cdot 6!$ CF

Casos totales $11!$

$$\frac{6! \cdot 6!}{11!} = \boxed{\frac{1}{77}}$$

Permutacion

f) Las vocales van juntas (en cualquier orden) y las consonantes van juntas (en cualquier orden) Principio del producto R/ 172 800

Etapa 1: Permutar ambos bloques

$X = PRMTCN \quad Y = EUAIO$

$X, Y = 2!$

Etapa 2: Permutar X

$X = 6!$

Etapa 3: Permutar Y

$Y = 5!$

Total: $2! \cdot 6! \cdot 5! = 172800$

PERMUTACION

g) ¿Cuál es la probabilidad de que las vocales estén juntas (en cualquier orden) y las consonantes estén juntas (en cualquier orden)? R/ $\frac{1}{231}$

$$\frac{2!\cdot 6!\cdot 5!}{11!} = \frac{1}{231}$$

h) Las vocales van juntas (en cualquier orden) o las consonantes van juntas (en cualquier orden) PERMUTACION R/ 950400

Caso 1: vocales juntas

$* =$ E U A I O $= 5!$

P R M T C N $* = 7!$

$5!\cdot 7!$

Pueden haber repetidos por que estan en 1, en otro y en ambos entonces se usa el principio de inclusion-exclusion

$A \cup B = A + B - A \cap B$

Caso 2: Consonantes Juntas

$* =$ P R M T C N $= 6!$

E U A I O $* = 6!$

$6!\cdot 6!$

Caso 3: Vocales y consonantes juntas

Etapa 1: Permutar ambos bloques

$X =$ E U A I O $\quad Y =$ P R M T C N

$XY = 2!$

Etapa 2: Permutar X $5!$ $\quad 2!\cdot 5!\cdot 6!$

Etapa 3: Permutar Y $6!$

Total $5!\cdot 7! + 6!\cdot 6! - 2!\cdot 5!\cdot 6! = \boxed{950400}$

i) ¿Cuál es la probabilidad de que las vocales estén juntas (en cualquier orden) o las consonantes estén juntas (en cualquier orden)? PERMUTACION R/ $\frac{1}{42}$

$$\frac{CF}{CT} \quad \frac{950400}{11!} = \boxed{\frac{1}{42}}$$