

Segundo Examen Parcial

Instrucciones Generales:

- Esta es una prueba de desarrollo, por lo que deben aparecer, de manera clara y ordenada, todos los procedimientos que le conducen a la respuesta.
 - Debe resolver la prueba en un cuaderno de examen o en hojas debidamente grapadas. No se permiten hojas sueltas.
 - Escriba con bolígrafo de tinta azul o negra. No proceden reclamos de pruebas escritas con lápiz o que presenten algún tipo de alteración.
 - Se permite el uso discrecional de dispositivos electrónicos para la consulta de la aplicación *Probability Distributions* según las disposiciones comunicadas con anterioridad por la coordinación de la cátedra. Considere, de ser necesario, que las poblaciones involucradas en esta prueba siguen una distribución normal.
 - Puede utilizar calculadora científica no programable.
-

1. **[5 puntos]** En el colegio San Luis Gonzaga de Cartago, se han detectado varios estudiantes con problemas de sobrepeso en el presente año. El director ha afirmado que más del 70 % de los estudiantes lo presenta. Para constatar dicha afirmación se selecciona una muestra de 12 estudiantes, de los cuales nueve tienen sobrepeso. ¿Muestran estos datos evidencia a favor de la afirmación del director?
2. Los siguientes datos corresponden a los tiempos en minutos de una muestra aleatoria del tiempo que se tarda en servir los alimentos después de ordenar en el restaurante El Buen Sabor.

2, 3, 6, 4, 7, 3, 8, 9, 5, 4

- a) **[5 puntos]** El gerente del restaurante El Buen Sabor afirma que el tiempo que se tarda en servir los alimentos una vez que se ordena es inferior a siete minutos. ¿Considera aceptable la afirmación del gerente, mediante un nivel de significanci del 5 %?
- b) **[5 puntos]** El gerente del restaurante El Buen Sabor necesita tener la certeza de que los tiempo de duración en servir los alimentos es similar entre ellos. se ha establecido como criterio que la desviación estándar de los tiempos de duración (σ_x) debe ser a los sumo 2 minutos. Según los datos de la muestra ¿Puede concluirse que los tiempos de duración en servir los alimentos son similares?

continúa al dorso...

3. La oficina del Consumidor desea determinar si hay diferencia entre el peso promedio de dos tipos de bolsas de arroz A y B, que se venden con peso nominal de dos kilos. Para ello realizó una inspección y obtuvo los siguientes resultados:

Tipo	Tamaño de muestra	Media muestral	Desviación muestral
A	49	2.05kg	0.2 kg
B	21	1.97 kg	0.12 kg

- a) **[5 puntos]** Pruebe la hipótesis de que las varianzas poblacionales son iguales al nivel de significancia de 0,05.
- b) **[5 puntos]** ¿Los datos indican que el peso promedio de la bolsa de arroz A es mayor al peso promedio de la bolsa de arroz B?
4. **[2 puntos]** Se quiere investigar la duración promedio de los bombillos A excede a la duración promedio de los bombillos B en al menos 150 horas cuyas desviaciones estándar son respectivamente $\sigma_A = 60$ horas y $\sigma_B = 50$ horas. ¿De qué tamaño deben ser las muestras para un nivel de significancia del 10 % y una potencia del 85 % cuando la verdadera diferencia es de 120 horas?
5. **[3 puntos]** Se desea estudiar la dependencia entre el padecimiento de un determinado cáncer y los hábitos de consumo del alcohol. Para ello se tomaron los datos de 360 individuos:

Tomador	No tomador	Tomador leve	Muy tomador
Con cáncer	58	67	45
Sin cáncer	74	60	56

A un nivel de significancia del 10 %, ¿Existe evidencia de que la presencia o ausencia del cáncer es dependiente de los hábitos del consumo del alcohol?

Solución:

1. [5 puntos] En el colegio San Luis Gonzaga de Cartago, se han detectado varios estudiantes con problemas de sobrepeso en el presente año. El director ha afirmado que más del 70% de los estudiantes lo presenta. Para constatar dicha afirmación se selecciona una muestra de 12 estudiantes, de los cuales nueve tienen sobrepeso. ¿Muestran estos datos evidencia a favor de la afirmación del director?

$H_0: p = 0.7$: los estudiantes del Colegio San Luis Gonzaga que presentan sobrepeso es del 70%.

$H_1: p > 0.7$: los estudiantes del Colegio San Luis Gonzaga que presentan sobrepeso es significativamente mayor al 70%.

$$\hat{p} = 9/12$$

$$\alpha = 0.1$$

$$np_0 = 12 \cdot 0.7 = 8.4$$

$$nq_0 = 12 \cdot 0.3 = 3.6 < 5$$

$$\text{Valor } P = P(p \geq \hat{p})$$

$$= P\left(\frac{B}{n} \geq \frac{9}{12}\right)$$

$$= P\left(\frac{B}{12} \geq \frac{9}{12}\right)$$

$$= P(B \geq 9)$$

$$= 1 - \sum_{i=0}^8 C(12, i) \left(\frac{7}{10}\right)^i \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^{12-i}$$

$$\text{Valor } P = 0.4925 > 0.05$$

\therefore se acepta H_0

\therefore los estudiantes del Colegio San Luis Gonzaga que presentan sobrepeso es del 70%.

\therefore No existe evidencia estadística que respalde la afirmación del director del Colegio San Luis Gonzaga.

2. Los siguientes datos corresponden a los tiempos en minutos de una muestra aleatoria del tiempo que se tarda en servir los alimentos después de ordenar en el restaurante El Buen Sabor.

2, 3, 6, 4, 7, 3, 8, 9, 5, 4

a) [5 puntos] El gerente del restaurante El Buen Sabor afirma que el tiempo que se tarda en servir los alimentos una vez que se ordena es inferior a siete minutos. ¿Considera aceptable la afirmación del gerente, mediante un nivel de significancia del 5%?

$\alpha = 0,05$ $H_0: \mu = 7$: El tiempo que se tarda en servir los alimentos en el Restaurante El Buen Sabor es de 7 min.

$H_1: \mu < 7$: El tiempo que se tarda en servir los alimentos en el Restaurante El Buen Sabor es significativamente menor a 7 min.

$$\frac{R}{\text{tolerancia } (111)} = -1,83311 \quad t \quad v=9$$

$$t_{obs} = \frac{5,1 - 7}{2,330951} \cdot \sqrt{10}$$

$$t_{obs} = -2,577629$$

∴ Se rechaza H_0 .

∴ El tiempo que se tarda en servir los alimentos en el Restaurante El Buen Sabor es significativamente menor a 7 min.

∴ Existe evidencia estadística que apoya la afirmación que hace el gerente del Restaurante El Buen Sabor

b) [5 puntos] El gerente del restaurante El Buen Sabor necesita tener la certeza de que los tiempos de duración en servir los alimentos es similar entre ellos. se ha establecido como criterio que la desviación estándar de los tiempos de duración (σ_x) debe ser a los sumo 2 minutos. Según los datos de la muestra ¿Puede concluirse que los tiempos de duración en servir los alimentos son similares?

$H_0: \sigma = 2$; la desviación estándar en la duración del tiempo en servir los alimentos es de 2 min.

$H_1: \sigma > 2$: la desviación estándar en la duración del tiempo en servir los alimentos significativamente mayor a 2 min.

$\frac{R}{\text{tolerancia } (111)}$

$$\text{Valor } P = P(X^2 > X^2_{obs})$$

$$= P\left(X^2 > \frac{9 \cdot (2,330951)^2}{2^2}\right), \quad v=9$$

$$= P(X^2 > 12,22499827), \quad v=9$$

$$\text{Valor } P = 0,20092 > 0,05$$

∴ se acepta H_0

∴ la desviación estándar en la duración del tiempo en servir los alimentos es de 2 min.

3. La oficina del Consumidor desea determinar si hay diferencia entre el peso promedio de dos tipos de bolsas de arroz A y B, que se venden con peso nominal de dos kilos. Para ello realizó una inspección y obtuvo los siguientes resultados:

Tipo	Tamaño de muestra	Media muestral	Desviación muestral
A	49	2.05kg	0.2 kg
B	21	1.97 kg	0.12 kg

- a) [5 puntos] Pruebe la hipótesis de que las varianzas poblacionales son iguales al nivel de significancia de 0,05.
b) [5 puntos] ¿Los datos indican que el peso promedio de la bolsa de arroz A es mayor al peso promedio de la bolsa de arroz B?

a) $H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$: Las varianzas de los pesos en promedio de ambas marcas de arroz son iguales

$H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$: Las varianzas de los pesos en promedio de ambas marcas de arroz son diferentes

$$\alpha = 0,05 \quad d_1 = 48 \quad d_2 = 20$$

$$\frac{\chi^2_{c_1}}{\chi^2_{c_2}} = \frac{0,55766}{1,97038}$$

$$\chi^2_{c_1} = 0,55766$$

$$\chi^2_{c_2} = 1,97038$$

$$\chi^2_{obs} = \frac{(0,2)^2}{(0,12)^2}$$

$$\chi^2_{obs} = 2,777$$

\therefore se rechaza H_0 .

\therefore Las varianzas de los pesos en promedio de ambas marcas de arroz son diferentes

b) $H_0: \mu_A = \mu_B$: El peso en promedio de la bolsa de arroz de la marca A es igual al peso promedio de la bolsa de Arroz de la marca B.

$H_1: \mu_A > \mu_B$ El peso en promedio de la bolsa de arroz de la marca A es significativamente mayor al peso promedio de la bolsa de Arroz de la marca B.

$$V = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2} \right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} \right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2} \right)^2}{n_2 - 1}}$$

$$V = \frac{\left(\frac{(0,2)^2}{49} + \frac{(0,12)^2}{21} \right)^2}{\frac{\left(\frac{(0,2)^2}{49} \right)^2}{48} + \frac{\left(\frac{(0,12)^2}{21} \right)^2}{20}}$$

$$V = 60,33503624.$$

$$\begin{aligned} \text{Valor } P &= P(M_A - M_B \geq t_{0,05}) \\ &= P\left(t \geq \frac{1 - 0,08}{\sqrt{\frac{(0,2)^2}{49} + \frac{(0,12)^2}{21}}}\right) \quad V = \\ &= P(t > 23,73813494) \end{aligned}$$

$$\text{Valor } P = 0 < 0,05$$

\therefore Se rechaza H_0

\therefore El peso en promedio de la bolsa de arroz de la marca A es significativamente mayor al peso promedio de la bolsa de Arroz de la marca B. //

4. [2 puntos] Se quiere investigar la duración promedio de los bombillos A excede a la duración promedio de los bombillos B en al menos 150 horas cuyas desviaciones estándar son respectivamente $\sigma_A = 60$ horas y $\sigma_B = 50$ horas. ¿De qué tamaño deben ser las muestras para un nivel de significancia del 10 % y una potencia del 85 % cuando la verdadera diferencia es de 120 horas?

$$\sigma_A = 60h$$

$$H_0: \mu_A - \mu_B = 150$$

$$\sigma_B = 50h$$

$$H_1: \mu_A - \mu_B < 150$$

$$H_1': \mu_A - \mu_B = 120$$

$$\alpha = 0,1$$

$$1 - \beta = 0,85 \rightarrow \beta = 0,15$$

$$n \geq \frac{(|z_\alpha| + |z_\beta|)^2 (\sigma_A^2 + \sigma_B^2)}{(d_1 - d_0)^2}$$

$$n \geq \frac{(|z_{0,1}| + |z_{0,15}|)^2 (60^2 + 50^2)}{(120 - 150)^2}$$

$$n \geq \frac{(1,28155 + 1,03643)^2 (60^2 + 50^2)}{(120 - 150)^2}$$

$$n \geq 36,4172$$

$$\boxed{n = 37}$$

5. [3 puntos] Se desea estudiar la dependencia entre el padecimiento de un determinado cáncer y los hábitos de consumo del alcohol. Para ello se tomaron los datos de 360 individuos:

Tomador	No tomador	Tomador leve	Muy tomador
Con cáncer	58	67	45
Sin cáncer	74	60	56

A un nivel de significancia del 10%, ¿Existe evidencia de que la presencia o ausencia del cáncer es dependiente de los hábitos del consumo del alcohol?

H_0 : el consumo del alcohol y el cáncer son independientes.

H_1 : el consumo del alcohol sí se relaciona con el cáncer.

T	NT	T.L.	MT	total
C.C	58	67	45	170
S.C	74	60	56	190
total	132	127	101	360

e_{ij}	NT	T.L.	MT
C.C	62,3	59,972	47,694
S.C	69,6	67,027	53,305

$$\chi^2_{obs} = \frac{1849}{6230} + 0,8235974121 + 0,1521708391 + \frac{121}{435} +$$

$$0,7366990765 + 0,1362541037$$

$$\chi^2_{obs} = 2,423672078 \quad v = 2 \quad \alpha = 0,1$$

$\chi^2_{critical}$
4,60517

\therefore se acepta H_0

\therefore No hay relación entre el consumo del alcohol y el cáncer.