1. A un centro hospitalario llegan 100 personas con síntomas de cierta enfermedad. Por limitaciones de espacio y médicos sólo se pueden evaluar a 30 de ellos al azar. Si en total 25 de los 100 pacientes en realidad tienen dicha enfermedad:

(a) ¿cuál es el rango y la distribución de probabilidad de la variable aleatoria X que representa el total de personas con la enfermedad en la muestra?

$N = 100 \quad n = 30 \quad b = 25 \quad r = 75$

$$R_X = \{\max(0, 30-75), \min(30, 25)\} = \boxed{\{0, 25\}}$$

$$\boxed{\frac{C(25, x) \cdot C(75, 30-x)}{C(100, 30)}}$$

(b) ¿cuál es la probabilidad de que en ese día se detecten más de 12 casos de la enfermedad?

$$P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{12} \frac{C(25, k) \cdot C(75, 30-k)}{C(100, 30)} \approx \boxed{0{,}0068}$$

2. La probabilidad de obtener un número par al lanzar un dado alterado es de $\frac{2}{3}$. Un participante en un concurso se considera ganador si al lanzar este dado sucesivamente obtiene un número par hasta después del segundo lanzamiento. De siete participantes que asistirán un día al concurso, ¿cuál es la probabilidad de que al menos dos de los participantes sean ganadores?

$p = \frac{2}{3} \quad q = \frac{1}{3}$

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$$

$$1 - \sum_{k=1}^{2} \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{k-1} = \frac{1}{9}$$

$p = \frac{1}{9} \quad q = \frac{8}{9} \quad n = 7$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2)$$

$$\rightarrow 1 - \sum_{k=0}^{1} C(7, k) \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{k} \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{7-k}$$

$$\approx \boxed{0{,}1779}$$

4. Se ha publicado que la razón de personas que se infectan de una enfermedad en México sigue aproximadamente una distribución de Poisson, con un promedio de 15 personas infectadas por día.

(a) Determine la probabilidad de que menos de 10 personas sean infectadas mañana en este país.

$\lambda = 15 \quad t = 1 \quad \lambda_t = 15$

$P(X<10) = \quad)$

$$\sum_{k=0}^{9} \frac{e^{-15} \cdot 15^k}{k!} \approx \boxed{0{,}0698}$$

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que se presenten más de 25 personas infectadas por la enfermedad en el siguiente fin de semana (sábado y domingo)?

$\lambda = 15 \quad t = 2 \quad \lambda_t = 15 \cdot 2 = 30$

$P(X>25) = 1 - P(X \leq 25)$

$$1 - \sum_{k=0}^{25} \frac{e^{-30} \cdot 30^k}{k!} \approx \boxed{0{,}7916}$$

5. El total de estudiantes de una clase es 20, donde 14 son mujeres y 6 hombre. La maestra debe hacer aleatoriamente dos grupos de 10 estudiantes cada uno. Determine la distribución de probabilidad para el total de hombre del grupo 1.

$N = 20 \quad n = 10 \quad b = 6 \quad r = 4$

$$\frac{c(6,k) \cdot c(14, 10-k)}{c(20,10)}$$

6. Carlos tiene 6 confites en su bulto: 2 de menta y 4 de coco. Él quiere sacar un confite de menta pero no puede ver dentro del bulto, por lo que saca de manera aleatoria uno a uno (sin reposición) hasta que saque un confite de menta. Determine la esperanza para el total de confites que saca Carlos hasta obtener el primero de menta.

$\Omega = \{M, CM, CCM, CCCM, CCCCM)$

X	1	2	3	4	5
$f_X(x)$	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$	$\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{5}$	$\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$	$\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{15}$

$$E(X) = 1 \cdot \frac{2}{6} + 2 \cdot \frac{4}{15} + 3 \cdot \frac{1}{5} + 4 \cdot \frac{2}{15} + 5 \cdot \frac{1}{15} \approx \boxed{2{,}33}$$

8. En una intersección ocurren en promedio 18 accidentes de tránsito por año, siguiendo una distribución de Poisson.

(a) Determine la probabilidad de que ocurran menos de dos accidentes de tránsito durante un mes del año.

$\lambda = 18$ por año , $\frac{18}{12} = 1{,}5$ por mes

$$P(X < 2) = \sum_{k=0}^{1} \frac{e^{-1{,}5} \cdot 1{,}5^{k}}{k!} \approx \boxed{0{,}5578}$$

(b) Determine la probabilidad de que este año ocurran 14 o más, pero menos de 17 accidentes.

$\lambda = 18$ por año

$$P(14 \leq X < 17) = \sum_{k=14}^{16} \frac{e^{-18} \cdot 18^{k}}{k!} \approx \boxed{0{,}2325}$$

9. Don Luis juega a los tiempos con mucha frecuencia, este sorteo paga 90 por uno, es decir si pega el número que compra ganas 90 colones por cada colón invertido. Cada vez que hay juego apuesta una cantidad fija a cada uno de 30 números distintos. Si él jugó durante 20 sorteos consecutivos, determine la esperanza para el total de ganancias de don Luis.

Apuesta a 30 numeros por sorteo
osea en 20 sorteos aposto a 600 numeros
La proba de pegar un numero es de $\frac{1}{100}$ (0 al 99)
y gana 90 por numero

$90x \cdot \frac{1}{100} - x = 0{,}9x - x = -0{,}1x$ Ganancia por numero esperada

$30 \cdot -0{,}1x = -3x$ Por sorteo esperada

$20 \cdot (-3x) = -60x$ Por 20 sorteos

$\boxed{R/ \quad -60x}$

10. Un extraño virus se propaga con mucha rapidez en un país. Cuando una persona infectada entra en contacto con una no infectada la probabilidad de contagio es de 0.02. Si un infectado entra en contacto con 100 personas al día, ¿cuál es la probabilidad de que infecte a más de diez personas?

$p = 0{,}02 \quad q = 0{,}98 \quad n = 100$

$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10)$

$$1 - \sum_{k=0}^{10} C(100, k) \cdot 0{,}02^{k} \cdot 0{,}98^{100-k} = \boxed{0{,}00000564602}$$

11. A un centro hospitalario llegan 100 personas con síntomas de influenza porcina. Por limitaciones de espacio y médicos solo pueden se pueden evaluar a 30 de ellos al azar. Si en total 25 de los 100 pacientes tienen en realidad la influenza. Determine:

(a) el rango y la distribución de probabilidad de la variable aleatoria X que representa el total de personas con influenza en la muestra.

$N = 100 \quad n = 30 \quad b = 25 \quad r = 75$

$R_X = \{\max(0, 30-75), \min(30, 25)\} = \{0, 25\}$

Distribucion: $\dfrac{C(25, x) \cdot C(75, 30-x)}{C(100, 30)}$

(b) la probabilidad de que ese día se detecten más de 12 casos con influenza.

$N = 100 \quad n = 30 \quad b = 25$

$P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12)$

$$1 - \sum_{k=0}^{12} \frac{C(25, k) \cdot C(75, 30-k)}{C(100, 30)} = \boxed{0{,}0068901924}$$

12. La probabilidad de obtener un número par al lanzar un dado es de $\frac{2}{3}$. Un participante en un concurso se considera ganador si al lanzar este dado sucesivamente obtiene un número par hasta después del segundo lanzamiento. De siete participantes que asistirán un día al concurso, ¿cuál es la probabilidad de que al menos dos de los participantes sean ganadores?

$$p = \frac{2}{3} \qquad q = \frac{1}{3}$$

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$$

$$1 - \sum_{k=1}^{2} \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{k-1} = \frac{1}{9}$$

$$p = \frac{1}{9} \qquad q = \frac{8}{9} \qquad n = 7$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{1} C(7,k) \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{k} \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{7-k} = \boxed{0{,}1778830262}$$

13. Se ha publicado que la cantidad de personas que se infectan de influenza porcina en el mundo sigue aproximadamente una distribución de Poisson, con un promedio de 45 personas infectadas por día.

(a) Determine la probabilidad de que menos de 35 personas sean infectas mañana a nivel mundial.

$$\lambda = 45 \qquad t = 1 \qquad \lambda_t = 45 \cdot 1 = 45$$

$$P(X < 35) = \sum_{k=0}^{34} \frac{e^{-45} \cdot 45^{k}}{k!} = \boxed{0{,}05403600214}$$

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que se presenten más de 50 personas infectas por influenza en el siguiente fin de semana (sábado y domingo)?

$$\lambda = 45 \qquad t = 2 \qquad \lambda_t = 45 \cdot 2 = 90$$

$$P(X > 50) = 1 - P(X \leq 50)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{50} \frac{e^{-90} \cdot 90^{k}}{k!} = \boxed{0{,}999996962}$$

14. Determine la varianza de la variable aleatoria Y, si se sabe que $Y = \frac{X}{4} - 7$, $E(Y) = -6$ y $E(X^2) = 17$.

$$Y = \frac{X}{4} - 7$$
$$E(Y) = \frac{1}{4}E(X) - 7$$
$$-6 = \frac{1}{4}E(X) - 7$$
$$1 = \frac{1}{4}E(X)$$
$$E(X) = 4$$

$$Var(X) = 17 - (4)^2$$
$$Var(X) = 1$$

$$Y = \frac{X}{4} - 7$$
$$Var(Y) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 Var(X)$$
$$Var(Y) = \frac{1}{16} \cdot 1 = \frac{1}{16} = \boxed{0{,}0625}$$

16. La probabilidad de ganar un juego es de 0.2. Cada juego cuesta 1 000 colones, y al ganar, se obtienen 4 750 colones.

(a) De 25 juegos, determine la probabilidad de ganar al menos 10 de ellos.

$p = 0{,}20 \quad q = 0{,}80 \quad n = 25$

$$P(X \geq 10) = 1 - P(X < 10)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{9} C(25, k) \cdot 0{,}20^{k} \cdot 0{,}80^{25-k} = \boxed{0{,}0173318695 4}$$

(b) ¿Cuánta es la cantidad de dinero que se espera ganar o perder al jugar 25 juegos?

Solo por jugar perdera $-1000 \cdot 25 = -25000$

$Y = -25000 + 4750X$, X = Cantidad de juegos ganados

$E(Y) = -25000 + 4750E(X)$, $E(X) = 25 \cdot 0{,}20 = 5$

$= -25000 + 4750 \cdot 5$

$= -1250$, $\boxed{\text{Se espera perder 1250 colones}}$

17. Una fábrica de televisores conoce que la probabilidad de que un televisor falle en el primer año es de 0.01. En un año se fabrican 1 000 televisores para un hotel. Determine la probabilidad de que fallen entre 8 y 15 televisores.

$p = 0{,}01 \quad q = 0{,}99 \quad n = 1000$

$P(8 \leq x \leq 15)$

$$\sum_{k=8}^{15} C(1000, k) \cdot 0{,}01^{k} \cdot 0{,}99^{1000-k} = \boxed{0{,}7332662197}$$

18. Dos bombillos defectuosos se mezclan con tres buenos. Se selecciona uno a uno un bombillo al azar y sin reposición hasta encontrar los dos defectuosos. Sea X el número de bombillos seleccionados.

(a) Determine la función de probabilidad de X.

$3B \wedge 2D, \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$

DD

$X = 2 \rightarrow \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

BDD + DBD

$X = 3 \rightarrow \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$

$X = 4 \rightarrow$ BBDD DBBD BDBD

$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$

$X = 5 \rightarrow$ BBBDD + DBBBD + BDBBD + BBDBD

$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$

X	2	3	4	5
$f_X(x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$

(b) Determine $E(X)$.

x	2	3	4	5
$f_X(x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$

$$E(X) = 2 \cdot \frac{1}{10} + 3 \cdot \frac{2}{10} + 4 \cdot \frac{3}{10} + 5 \cdot \frac{4}{10} = \boxed{4}$$

(c) Determine $Var(X)$ y σ_X.

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$E(X^2) = 2^2 \cdot \frac{1}{10} + 3^2 \cdot \frac{2}{10} + 4^2 \cdot \frac{3}{10} + 5^2 \cdot \frac{4}{10} = 17$$

$$Var(X) = 17 - (4)^2 = \boxed{1} \qquad \sigma_X = \sqrt{1} = \boxed{1}$$

19. En una bolsa hay 15 bolas rojas y 5 bolas verdes. Un juego consiste en sacar 10 bolas sin reposición, y se gana si se obtienen al menos 3 bolas verdes.

(a) Determine la probabilidad de ganar el juego.

$N = 20 \quad n = 10 \quad b = 5$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{2} \frac{C(5,k) \cdot C(15, 10-k)}{C(20,10)} = \frac{1}{2} = \boxed{0{,}5}$$

(b) Alberto juega 10 veces. Determine la probabilidad de que gane al menos 2 juegos.

$p = 0{,}5 \quad q = 0{,}5 \quad n = 10$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2)$$

$$1 - \sum_{k=0}^{1} C(10,k) \cdot 0{,}5^{k} \cdot 0{,}5^{10-k} = \frac{1013}{1024} \approx \boxed{0{,}9893}$$

20. En una urna hay dos bolitas marcadas con 200 puntos, una con 100 puntos, una con 300 puntos y una con 500 puntos. Se extraen al azar dos de estas bolitas. Determine la media para el total de puntos acumulados en ambas bolitas.

$$\frac{200+200+100+300+500}{5}=260 \quad , \quad 2\cdot 260=\boxed{520}$$