

# Determinantes

## Determinantes por definición

1. Calcule el determinante de las siguientes matrices:

$$a) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

R/ -1

$$g) P = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 6 & 0 \\ 3 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & -2 & -1 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

R/ -130

$$b) A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

R/ -12

$$h) P = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 6 & 0 \\ 3 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

R/ -87

$$c) P = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

R/ -60

$$d) K = \begin{pmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & a+c \\ 1 & c & b+a \end{pmatrix}$$

R/ 0

$$i) C = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & -6 & 0 \\ 0 & -5 & -3 & -2 \\ -1 & -7 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

R/ -84

$$e) A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

R/ 75

$$j) C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 & -4 \\ 2 & 2 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

R/ -48

$$f) A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

R/ 109

$$k) C = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

R/ 0

$$l) \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad R/ -124 \quad m) \quad P = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & -3 & 1 \\ -4 & 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad R/ 564$$

2. Determine el o los valores de  $k \in \mathbb{R}$  para los cuales

$$\begin{vmatrix} k & 1 & 2 \\ 3 & k & 0 \\ 5 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 0 \quad R/ k = 0 \vee k = \frac{5}{2}$$

3. Determine el o los valores de  $x$  para los cuales la matriz  $C$  es invertible, donde

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3x-1 & 4x+2 \\ 0 & 3x-1 & 4x+1 \end{pmatrix} \quad R/ x \neq \frac{1}{3}$$

4. Considere la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \\ k & 3 & 2 \end{pmatrix}$

Determine el valor de  $k$ , con  $k \in \mathbb{R}$  de tal forma que  $A$  no tenga inversa. R/  $k = -1$

5. Considere la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \\ k^2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

Determine el o los valores de  $k$ , con  $k \in \mathbb{R}$  de tal forma que  $A$  no tenga inversa.

6. Sean  $w$  y  $x$  constantes reales. Sin calcular  $A^{-1}$ , determine todos los valores de  $w$  para que  $A^{-1}$  exista, donde  $A = \begin{pmatrix} 1 & w & -1 \\ -w & 1 & w \\ 2 & 2x & -1 \end{pmatrix}$

R/  $x, w \in \mathbb{R}$

7. Considere las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \alpha \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \alpha & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ , con  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Determine los valores de  $\alpha$  para que  $AB$  sea invertible (no singular)

8. Considere la matriz  $B = \begin{pmatrix} 4 & 9 & -12 \\ 2 & 7 & -8 \\ 2 & 9 & -10 \end{pmatrix}$

Si  $x$  es una variable, resuelva la ecuación  $|x I_3 - B| = 0$

R/  $x \in \{1, \pm 2\}$

9. Demuestre la igualdad

$$\begin{vmatrix} a+b & a & a \\ a & a+b & a \\ a & a & a+b \end{vmatrix} = b^2(3a+b)$$

10. Demuestre la igualdad

$$\begin{vmatrix} b+c & b-c & b-c \\ b-c & b+c & b-c \\ b-c & b-c & b+c \end{vmatrix} = 4c^2(3b-c)$$

11. Determine, haciendo uso de los determinantes, todos los valores de  $\alpha$  para los cuales la

matriz  $A$  es invertible, donde  $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & \frac{1}{\alpha-3} & \frac{-1}{\alpha} \end{pmatrix}$

R/  $\alpha \neq -2$

12. Determine el valor de  $x$  de manera que se satisfaga

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 9 & 6 \\ -1 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 2 \\ x & 5 & 4 & 8 \end{vmatrix} = 80x$$

R/  $x = 2$

## Determinantes con condiciones

1. Si  $A$  y  $B$  son matrices invertibles y  $\det(A) = 5$ . Calcule  $\det(B^{-1}AB)$  R/ 5
  
2. Si  $B$  y  $C$  son matrices de tamaño  $4 \times 4$ , tales que  $\det(\text{Adj}(C)) = 8$  y  $\det(B^{-1}) = \frac{3}{2}$ .  
Calcule  $\det(3BC)$
  
3. Suponga que  $A$  y  $B$  son matrices de tamaño  $2 \times 2$ . Además suponga que  $|A| = \frac{1}{2}$  y que  $|B| = 5$ . Calcule  $|2B^T A^{-1}|$  R/  $\frac{-64}{3}$
  
4. Sean  $A$ ,  $B$  matrices de tamaño  $4 \times 4$  tales que  $\det(A) = -3$  y  $\det(B) = 4$ . Calcule el valor de  $\det(2A^{-1}B^T)$
  
5. Sean  $A$ ,  $B$  y  $R$  matrices de tamaño  $3 \times 3$ , tales que  $|A| = 3$ ,  $|B| = 5$  y  $R = B^{-1}A^{-1}B$ .  
Calcule  $|-5R^T|$  R/  $\frac{-125}{3}$
  
6. Si se sabe que  $A$  y  $B$  son matrices de tamaño  $4 \times 4$  tales que  $|A| = -5$ ,  $|B^{-1}| = \frac{4}{3}$ . Calcule  $|2B \cdot \text{Adj}(A^T)|$  R/ -1 500
  
7. Si  $A$  y  $B$  son matrices de tamaño  $4 \times 4$  tales que  $|A| = -4$ ,  $|B^{-1}| = \frac{5}{4}$ , calcule el valor de  $|3B \cdot \text{Adj}(2A)|$  R/  $\frac{-84\ 934\ 656}{5}$
  
8. Si  $A$  y  $B$  son matrices de tamaño  $4 \times 4$  tales que  $|A| = -4$ ,  $|B^{-1}| = \frac{3}{5}$ , calcule el valor de  $|3B \cdot \text{Adj}(A)|$
  
9. Si  $A$  y  $B$  son matrices de tamaño  $4 \times 4$ , tales que  $|A| = -3$  y  $|B^T| = \frac{4}{3}$ , calcule el valor de  $|3B^{-1} \cdot \text{Adj}(2A)|$
  
10. Si  $A$ ,  $B$  y  $C$  son matrices de orden tres, tales que  $|A| = \frac{1}{2}$ ,  $|B| = -1$  y  $|C| = 5$ . Calcule el determinante de la matriz  $(2A^T) \cdot B^2 \cdot C^{-1}$  R/  $\frac{4}{5}$
  
11. Si  $A$ ,  $B$  y  $C$  son matrices de orden tres, tales que  $\det(A) = 3$ ,  $\det(B) = 4$  y  $\det(C) = 5$ . Encuentre el valor de  $\det((3B)^{-1} \cdot (A \cdot C)^T)$  R/  $\frac{405}{4}$

12. Sean  $A$  y  $B$  matrices de tamaño  $4 \times 4$  tales que  $|A^{-1}| = -3$  y  $|B^T| = \frac{2}{3}$ .

Calcule  $|5(2B)^{-1} \cdot \text{Adj}(2A)|$

R/  $\frac{160\,000}{9}$

13. Si  $A$  y  $B$  son matrices de tamaño  $3 \times 3$  tales que  $|A| = -2$  y  $|B| = 2$ , calcule el valor de  $|(-4A) \cdot (-3B)^{-1}|$

R/ -1 728

14. Sean  $A$  y  $B$  matrices cuadradas de orden cuatro. Calcule  $\det((2A)^{-1} \cdot (3B)^T)$  si se sabe que  $\det(A) = -3$  y  $\det(B) = 8$

R/  $\frac{-27}{2}$

15. Sea  $A$  una matriz invertible de orden cinco. Calcule  $\det((2A)^{-1} \cdot (4A)^T)$

R/ 32

16. Sean  $A$  y  $B$  matrices cuadradas de orden  $n$ . Si se sabe que  $|B| = 4$  y  $|AB| = -6$ , calcule  $\det(C^{-1}ACB^T)$ , donde  $C$  es una matriz invertible.

R/ -6

17. Si  $A$ ,  $B$  y  $C$  son tres matrices invertibles de tamaño  $4 \times 4$ , tales que  $\det(A) = -2$  y  $\det(B^T) = \frac{3}{5}$ . Calcule  $\det(3B^{-1}C^TAC^{-1})$

R/ -270

18. Sean  $A$  y  $B$  matrices de tamaño  $n \times n$  tales que  $\det(A) = 4$  y  $B$  invertible.

Calcule  $\det(A \cdot \text{Adj}(A) \cdot B^{-1})$

19. Sean  $A$  y  $B$  matrices de dimensiones  $3 \times 3$ , tales que  $\det(A) = 2$  y  $\det((4A)^{-1}B) = \frac{1}{16}$ .

Determine  $\det(B)$

R/ 8

20. Sean  $C, D \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ , tales que  $|CD| = 4$  y  $|2D| = 64$ . Calcule  $|DC^2D^T(4C)^{-1}|$

R/  $\frac{1}{2}$

21. Sean  $A$  y  $B$  matrices de orden  $4 \times 4$  tales que  $|A^{-1}| = -3$  y  $|B^T| = \frac{2}{3}$ . Calcule el valor de  $|-3B \cdot \text{Adj}(2A)|$

**Sugerencia:** si  $X$  es una matriz no singular, entonces  $|X| \cdot X^{-1} = |\text{Adj}(X)|$

22. Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  matrices de tamaño  $5 \times 5$ . Si se sabe que  $CA = I_5 - 2CB$  y  $|2B + A| = \frac{-1}{16}$ , calcule  $\det(C^T \cdot (2A + 4B)^2)$

R/ -64

23. Sean  $A$ ,  $B$ ,  $X$  matrices de orden tres. Calcule  $|(6A - 3B)^{-1}X^T|$  si se sabe que se cumple que  $2AX = I_3 + BX$  y  $|2A - B| = 2$

R/  $\frac{1}{108}$

24. Halle el determinante de la matriz  $2A(CB)^T$  si se sabe que  $A$  es una matriz de tamaño  $4 \times 4$ ,  $B$  es una matriz de tamaño  $2 \times 4$  y  $C$  es una matriz de tamaño  $4 \times 2$ , para las que  $|A^{-1}| = 3$  y  $|(CB)^{-1}| = -6$
- R/  $\frac{-8}{9}$
25. Sean  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  matrices de orden 2. Si se sabe que  $CD = I_2 - 5AD$ ,  $|5A + C| = 4$  y  $|B^{-1}| = \frac{3}{4}$ . Calcule  $\det((60A + 12C)^{-1} \cdot \text{Adj}(2D^T) \cdot 3B^T)$
- R/  $\frac{1}{48}$
26. Sean  $P$ ,  $Q$  y  $R$  tres matrices de tamaño  $5 \times 5$  tales que  $I + RQ = PQ$  y  $|P - R| = -2$ . Calcule  $|-3(P - R)^{-1} \cdot Q|$
- R/  $-243$
27. Si  $A$  y  $B$  son matrices de tamaño  $3 \times 3$ , tales que  $\det(A) = -3$  y  $\det(B^{-1}) = \frac{2}{5}$ . Calcule  $\det[(3B)^T \cdot \text{Adj}(2A)]$

## Determinantes con propiedades

1. Si se sabe que  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 12$ , calcule el valor de  $\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix}$

utilizando propiedades de los determinantes.

R/ 12

2. Si se sabe que  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 8$ , calcule el valor de  $\begin{vmatrix} a_{11} & -a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & -a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & -a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

utilizando propiedades de los determinantes.

R/ -8

3. Si se sabe que  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 12$ , calcule el valor de  $\begin{vmatrix} -3a_{11} & -3a_{12} & -3a_{13} \\ 2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ 5a_{31} & 5a_{32} & 5a_{33} \end{vmatrix}$

utilizando propiedades de los determinantes.

R/ -360

4. Si se sabe que  $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 12$ , calcule  $|A| = \begin{vmatrix} 5x & 5y & 5z \\ 6 & 1 & 3 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$

R/ 30

5. Si  $\begin{vmatrix} a & b & 1 \\ x & y & z \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 6$ , calcule el valor de  $\begin{vmatrix} a+2b & 1 & b \\ x+2y & z & y \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$  utilizando las propiedades de los determinantes.

6. Si  $\begin{vmatrix} 1 & b & c \\ m+1 & n+b & 3+c \\ 3a & 6 & 3p \end{vmatrix} = 27$ , calcule el valor de  $\begin{vmatrix} 1 & b & c \\ a & 2 & p \\ m & n & 3 \end{vmatrix}$  sin desarrollar el determinante.

R/ -9

7. Si  $\begin{vmatrix} a & 2 & b \\ -1 & i & c \\ 3 & 1 & -i \end{vmatrix} = 10$ , calcule el valor de  $\begin{vmatrix} a+6 & b-6c & 2-6i \\ -3 & 3c & 3i \\ 3 & -i & 1 \end{vmatrix}$  sin desarrollar el determinante.

R/ -30

8. Si se sabe que  $\begin{vmatrix} 1 & a & x \\ 1 & b & y \\ 1 & c & z \end{vmatrix} = 2$ , calcule el valor de  $\begin{vmatrix} 3-x & 3-y & 3-z \\ a+2x & b+2y & c+2z \\ 2x & 2y & 2z \end{vmatrix}$

utilizando propiedades de los determinantes.

R/ 12

9. Si se sabe que  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -7$ , calcule el valor de  $\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ x-1 & y-2 & z-3 \\ 3x & 3y & 3z \end{vmatrix}$

utilizando propiedades de los determinantes.

R/ -42

10. Si se sabe que  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ p & q & r \end{vmatrix} = 4$ , calcule el valor de  $\begin{vmatrix} a & x & 3p+x \\ b & y & 3q+y \\ c & z & 3r+z \end{vmatrix}$

utilizando propiedades de los determinantes.

R/ 12

11. Si  $\begin{vmatrix} m & y & p \\ y & p & m \\ p & m & y \end{vmatrix} = \frac{1}{23}$ , calcule el valor de  $\begin{vmatrix} m+2y & y+2p & p+2m \\ 3p-3y & 3m-3p & 3y-3m \\ y & p & m \end{vmatrix}$

utilizando propiedades de los determinantes.

R/  $-\frac{3}{23}$

12. Suponga que  $\begin{vmatrix} p & q & r \\ q & r & p \\ r & p & q \end{vmatrix} = 3$  Utilizando propiedades de los determinantes, calcule R/ -9

$$\begin{vmatrix} p+2q & q+2r & r+2p \\ 3r-3q & 3p-3r & 3q-3p \\ q & r & p \end{vmatrix}$$

13. Si se sabe que  $A \sim B$  y  $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix} = -7$ . Halle  $|B|$  si se sabe que R/ 35

$$B = \begin{pmatrix} -2a & -2b & -2c \\ 5 & 5 & 5 \\ 3a + \frac{x}{2} & 3b + \frac{y}{2} & 3c + \frac{z}{2} \end{pmatrix}$$

14. Si  $\begin{vmatrix} 4a & 4b & 4c & 4d \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & -3 & 3 & -3 \end{vmatrix} = -2$  calcule el valor de

$$\begin{vmatrix} a & b & 5c & d \\ 6 & 0 & 15 & -3 \\ 7 & -7 & 35 & -7 \\ 1 & 2 & 15 & 4 \end{vmatrix}$$

utilizando las propiedades de los determinantes.

15. Si se sabe que  $\begin{vmatrix} x & y & z & w \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 5$ , calcule el valor de

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3+2x & 2y & 1+2z & 2+2w \\ x & y & z & w \end{vmatrix}$$

utilizando propiedades de los determinantes.

R/ -20

16. Considere las matrices  $A$  y  $B$  dadas por:  $A = \begin{pmatrix} -3z_1 & z_1 - 2y_1 & x_1 \\ -3z_2 & z_2 - 2y_2 & x_2 \\ -3z_3 & z_3 - 2y_3 & x_3 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{pmatrix}$

Si se sabe que  $|B| = -6$ , halle el valor de  $|A(2B)^{-1}|$

17. Sean  $A = \begin{pmatrix} n & -1 & 1 \\ 4 & m & -1 \\ s & 1 & r \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2s & 2 & 2r \\ 2s - 4 & 2 - m & 1 + 2r \\ -3n & 3 & -3 \end{pmatrix}$  Si se sabe que  $\det(A) = -3\alpha$ , con  $\alpha \neq 0$  y que las matrices  $A$  y  $B$  son matrices equivalentes por filas, calcule

$$\det((\alpha B)^T \cdot (3A)^{-1})$$

$$R / -\frac{2\alpha^3}{9}$$

18. Determine el valor de  $\beta$  para que se cumpla la igualdad:

$$R / \beta = 10$$

$$\left| \begin{array}{ccc} 5g & 5h & 5i \\ -d & -e & -f \\ 2a & 2b & 2c \end{array} \right| = \beta \left| \begin{array}{ccc} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{array} \right|$$

19. Determine el valor de  $\theta$  para que se cumpla la igualdad:

$$R / -5$$

$$\theta \left| \begin{array}{ccc} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc} -g & -h & -i \\ 2g + d & 2h + e & 2i + f \\ -5a & -5b & -5c \end{array} \right|$$

20. Determine el valor de  $\omega$  para que se cumpla la igualdad:

$$R / -90$$

$$\left| \begin{array}{ccc} -5a_1 & -5a_2 & -5a_3 \\ 6b_1 + 2c_1 & 6b_2 + 2c_2 & 6b_3 + 2c_3 \\ 3c_1 & 3c_2 & 3c_3 \end{array} \right| = \omega \left| \begin{array}{ccc} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{array} \right|$$

21. Determine el valor de  $\delta$  para que se cumpla la igualdad:

R/ -64

$$\begin{vmatrix} 4b_1 & 4b_2 & 4b_3 \\ 4a_1 & 4a_2 & 4a_3 \\ 4c_1 & 4c_2 & 4c_3 \end{vmatrix} = \delta \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

22. Determine el valor de  $\lambda$  para que se cumpla la igualdad:

R/ 2

$$\begin{vmatrix} b_1 + c_1 & b_2 + c_2 & b_3 + c_3 \\ a_1 + c_1 & a_2 + c_2 & a_3 + c_3 \\ a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3 \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

## Ejercicios combinados

1. Considere las matrices  $A = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule el determinante de cada una de las matrices  $A$ ,  $B$  y  $C$ . R/ 4, -4 y 0

b) Determine el valor de  $\det\left(\frac{1}{2} \cdot A^2\right) + \det(5C^T B^{-1})$  R/ 4

2. Considere una matriz  $A_{2 \times 2}$ , tal que  $\det(A) = 2$  y considere la igualdad

$$B^T \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Suponiendo que  $X = \det(A) \cdot A^{-1}$ , calcule  $\det(B)$

3. Sea  $B$  una matriz de tamaño  $3 \times 3$  tal que  $\det(B) = 2$  y considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & 4 & -2 \\ 0 & -2+a & 0 \\ 3 & -a-2 & 2 \end{pmatrix}, \text{ con } a \in \mathbb{R}$$

Calcule los valores de  $a \in \mathbb{R}$  para los cuales  $\det[3(B^{-1})^3 \cdot A \cdot (B^T)^3] = -540$

## Ejercicios especiales

1. Sea  $A$  una matriz de orden tres, tal que  $\text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} 34 & -18 & 3 \\ 4 & -2 & 0 \\ 12 & -6 & 1 \end{pmatrix}$ . Sea además,  $F_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -6 \end{pmatrix}$ , la segunda fila de la matriz  $A$ . Calcule el  $\det(A)$ .

2. Sin usar la definición de determinante, compruebe que

$$\left| \begin{array}{cccc} a & b & c & 1 \\ b & c & a & 1 \\ c & a & b & 1 \\ \frac{b+c}{2} & \frac{c+a}{2} & \frac{a+b}{2} & 1 \end{array} \right| = 0$$

3. Si la matriz  $B$  se define de modo que  $B = P^{-1}AP$ , con  $A$  y  $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y además  $P$  es una matriz que posee inversa. Pruebe que  $|A| = |B|$

4. Considere la matriz  $A = \begin{pmatrix} 3\alpha & -1 & 4 \\ 2 & \alpha & 1 \\ -1 & 2\alpha & 2 \end{pmatrix}$ , con  $\alpha \in \mathbb{R}$

a) Determine todos los valores de  $\alpha$  que la matriz  $A$  sea invertible.

b) Para  $\alpha = 1$ , determine usando propiedades de las operaciones con matrices, la matriz

$$X, \text{ tal que } A^{-1}X - B = 2C, \text{ con } B = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

5. Si  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & m \\ -2 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , determine el valor o los valores de  $m$  tales que el determinante de la matriz  $B$  es igual a 2.

R/  $m = -11$

6. Considere la matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ , la cual es invertible. Determine, usando el método de cofactores, únicamente la fila 1 de la matriz  $A^{-1}$

$$\text{R/ } \begin{pmatrix} -1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

7. Sabiendo que el determinante de la matriz  $A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  es 2, calcule

$$\text{R/ } -2$$

$$\left| \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ x+2 & y+4 & z+6 \\ -1 & 0 & -1 \end{array} \right|$$

8. Sean  $A$  y  $B$  matrices de tamaño  $3 \times 3$  tales que  $\det(A) = 6$ ,  $(I_3 - B)^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ .

Calcule el valor de  $\det(A - AB)$ .

$$\text{R/ } \frac{-3}{2}$$