Ejemplo 31

Dada la función $h(x) = \dfrac{x^2+1}{4x-3}$ *con* $x \neq \dfrac{3}{4}$, *encuentre la imagen de* 2.

$$\frac{2^2+1}{4(2)-3}$$

$$= \frac{4+1}{8-3} \to \frac{5}{5}$$

R// $\boxed{1}$ V $(2,1)$

Ejemplo 32

Considere la función

$$m(x) = \begin{cases} -x^2-3x-1 & \text{si } x \leq -1 \\ \dfrac{5x+1}{4} & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ -1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Evalúe $m(-2)$, $m\left(\dfrac{1}{2}\right)$ *y* $m(2021)$.

$-2 > -1 \to -(-2)^2-3(-2)-1$

$= -4+6-1$

$= 2-1$

$m(-2) = \boxed{1}$

$2021 > 1 \to \boxed{m(2021) = -1}$

$\frac{1}{2} = 0.5 \to -1 < 0.5 \leq 1$

$= \dfrac{5\left(\frac{1}{2}\right)+1}{4}$

$= \dfrac{\frac{5}{2}+1}{4} \to \dfrac{\frac{7}{2}}{\frac{4}{1}}$

$\boxed{= \dfrac{7}{8}}$

Ejemplo 33

Dada la función $f(x) = 5-x^2$ *evalúe la expresión* $\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$, *con* $h \neq 0$.

1) Resolver las funciones primero

$f(x+h) = 5-(x+h)^2$ $\quad f(x) = \boxed{5-x^2}$

$5-(x^2+2xh+h)$

$\boxed{5-x^2-2xh-h}$

2) Remplazar en la expresion

$(5-x^2-2xh-h^2) - (5-x^2)$

$$h$$

$$= \frac{\cancel{8} \cancel{- x^2} - 2xh - h^2 \cancel{- 8} \cancel{+ x^2}}{h}$$

$$\frac{-2xh - h^2}{h} = \frac{\cancel{h}(-2x - h)}{\cancel{h}} = \boxed{-2x - h}$$

Ejemplo 34

Utilice la función $g(x) = x^2 + 2x$ *y simplifique al máximo la expresión* $\frac{g(x) - g(a)}{x - a}$, *con* $x \neq a$.

$g(x) = x^2 + 2x \qquad g(a) = a^2 + 2a$

$$= \frac{(x^2 + 2x) - (a^2 + 2a)}{x - a}$$

$$= \frac{x^2 + 2x - a^2 - 2a}{x - a}$$

$$= \frac{(x^2 - a^2) + 2x - 2a}{x - a}$$

$$\frac{(x - a)(x + a) + 2(x - a)}{x - a}$$

$$= \frac{\cancel{(x - a)}(x + a) + 2}{\cancel{x - a}}$$

$$= \boxed{x + a + 2}$$

Ejemplo 35

Dada la función $h(x) = \frac{x^2 + 1}{4x - 3}$, *con* $x \neq \frac{3}{4}$, *encuentre la preimagen de* 2.

$$2 = \frac{x^2 + 1}{4x - 3}$$

$$2(4x - 3) = x^2 + 1$$

$$8x - 6 = x^2 + 1$$

$$8x = x^2 + 7$$

$$0 = x^2 - 8x + 7$$

Se obtiene la forma cuadratica $\boxed{ax^2 + bx + c}$

Usando formula general

$$\frac{-8 \pm \sqrt{-8^2 - 4(1)(7)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-(-8) \pm \sqrt{64 - 28}}{2}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2}$$

$$\frac{8+6}{2} \qquad \frac{8-6}{2}$$

$$\frac{14}{2} \qquad \frac{2}{2}$$

$$\boxed{x_1 = 7} \qquad \boxed{x_2 = 1}$$

Pre d 3 $f(x) = x^2 - 3$

$$x^2 - 3 = 3$$

$$x^2 - 3 - 3 = 0 \qquad x^2 - \text{loquesea}$$

$$x^2 - 6 = 0 \qquad x^2 - \left(\sqrt{\text{loquesea}}\right)^2$$

$$x^2 - (\sqrt{6})^2 = 0$$

$$(x^2 - \sqrt{6})(x^2 + \sqrt{6}) = 0$$

$$x - \sqrt{6} = 0 \qquad x + \sqrt{6} = 0$$

$$x = \sqrt{6} \qquad x = -\sqrt{6}$$

Ejemplo 32

Considere la función

$$m(x) = \begin{cases} -x^2 - 3x - 1 & si\ x \leq -1 \\ \dfrac{5x+1}{4} & si\ -1 < x \leq 1 \\ -1 & si\ x > 1 \end{cases}$$

Evalúe $m(-2)$, $m\left(\frac{1}{2}\right)$ *y* $m(2021)$.

$-4 < -1 \qquad 6 > 1 \qquad 1 = 1$

$-(-4)^2 - 3(-4) - 1 \qquad -1 \qquad \frac{5(1)+1}{4}$

$-16 + 12 - 1$

$-4 \quad 1 \qquad 6 \quad 3$

$\boxed{-5}$ $\qquad \frac{}{4} \to \boxed{\frac{3}{2}}$

$$\frac{5\left(\frac{1}{3}\right)+1}{4} = \frac{\frac{5}{3}+1}{4} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

Ejemplo 36

Considere a la función

$$m(x) = \begin{cases} -x^2 - 3x - 1 & \text{si } x \leq -1 \\ \dfrac{5x+1}{4} & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ -1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Resuelva $m(x) = -1$

$-x^2 - 3x - 1 = -1$

$-x^2 - 3x - 1 + 1 = 0$

$-x^2 - 3x = 0$

$x(-x-3) = 0$

$-x - 3 = 0$

$-x = 3$

$\boxed{x = 0}$ $\boxed{x = -3}$

$\boxed{R// \ -3}$

$x \leq -1$

$3 \leq -1$ ✓ ES pre

$0 \not\leq -1$ X

$\frac{5x+1}{4} = -1$

$5x + 1 = -4$

$5x = -5$

$x = \frac{-5}{5}$

$\boxed{x = -1}$

X No es pre

$-x^2 - 3x - 1 = 4$

$-x^2 - 3x - 1 - 4 = 0$

$-x^2 - 3x - 5 = 0$

a b c

$\Delta = (b)^2 - 4ac$

Discriminante

$-(-3) \quad \sqrt{(-3)^2 - 4(-7)(-5)}$

$$\frac{3 \pm \sqrt{9 - 20}}{}$$

$3 \pm \sqrt{-71}$

$S = \emptyset$