Ley de Laplace

Sea Ω un conjunto no vacío y finito, entonces la función $P : P(\Omega) \Longrightarrow \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$ dada por

$$P(X) = \frac{|X|}{|\Omega|}$$

es una medida de probabilidad en Ω. Una forma de interpretarla viene dada por

$$P(X) = \frac{\#\text{ de casos favorables}}{\#\text{ de casos totales}}$$

Reglas del producto

- **Regla del producto #1**

  Se dice que los eventos $A_1, A_2, \ldots, A_n$ son mutuamente independientes si y solo si

  $$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n)$$

- **Regla del producto #2**

  Se dice que los eventos $A_1, A_2, \ldots, A_n$ son mutuamente independientes si y solo si

  $$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|(A_1 \cdot A_2)) \cdot \ldots \cdot P(A_n|(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_{n-1}))$$

Probabilidad total

Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos que forman una partición del espacio muestral Ω. Sea B un evento cualquiera, entonces

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) \cdot P(B|A_i)$$

Una bolsa tiene 4 bolas azules y 3 bolas rojas. Juan saca 4 bolas al azar de una urna sin reposición. Determine la probabilidad de que la cuarta bola sea roja. R/ $\frac{3}{7}$

Sin reposición → NO se vuelven a meter

Sea A una bola Azul ∧ R una bola Roja

Posibles escenarios que satisfacen (casos)

Ω : $\{\underbrace{AAAR, AARR, ARAR, ARRR}_{\text{Empiezan con A}}, \underbrace{RAAR, RARR, RRAR}_{\text{Empiezan con R}}\}$

→ 4 Etapas por cada caso

Caso 1: A A A R

Etapa 1: A $\frac{4}{7}$ $\Big\}$ Al inicio $\frac{4}{7}$ $\frac{\text{Azules}}{\text{Totales}}$

Y resto 1 Azul → Ahora hay 3A ∧ 3R, Total = 6

Etapa 2: A $\frac{3}{6}$ → $\frac{3 \text{ Azules}}{\text{Totales}}$

Y resto 1 Azul → Ahora hay 2A ∧ 3R, Total = 5

Etapa 3: A $\frac{2}{5}$ → $\frac{\text{Azules}}{\text{Totales}}$

Y resto 1 Azul → Ahora hay 1A ∧ 3R Total = 4

Etapa 4: R $\frac{3}{4}$ → $\frac{\text{Rojas}}{\text{Totales}}$

Y resto 1 Azul → Ahora hay 1A ∧ 3R Total = 4

Total: $\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \boxed{\frac{2}{7}}$

Todos los demas casos es lo mismo de arriba entonces: 4A 3R

Ω: {AAAR AARR ARAR ARRR RAAR RARR RRAR}

A	A	A	R
$\frac{4}{7}$ ·	$\frac{3}{6}$ ·	$\frac{2}{5}$ ·	$\frac{3}{4}$
4A	3A	2A	1A
3R	3R	3R	3R

\+

A	A	R	R
$\frac{4}{7}$ ·	$\frac{3}{6}$ ·	$\frac{3}{5}$ ·	$\frac{2}{4}$
4A	3A	2A	2A
3R	3R	3R	2R

\+

A	R	A	R
$\frac{4}{7}$ ·	$\frac{3}{6}$ ·	$\frac{3}{5}$ ·	$\frac{2}{4}$
4A	3A	3A	2A
3R	3R	2R	2R

\+

A	R	R	R
$\frac{4}{7}$ ·	$\frac{3}{6}$ ·	$\frac{2}{5}$ ·	$\frac{1}{4}$
4A	3A	3A	3A
3R	3R	2R	1R

\+

R	A	A	R
$\frac{3}{7}$ ·	$\frac{4}{6}$ ·	$\frac{3}{5}$ ·	$\frac{2}{4}$
4A	4A	3A	2A
3R	2R	2R	2R

\+

R	A	R	R
$\frac{3}{7}$ ·	$\frac{4}{6}$ ·	$\frac{2}{5}$ ·	$\frac{1}{4}$
4A	4A	3A	3A
3R	2R	2R	1R

\+

R	R	A	R
$\frac{3}{7}$ ·	$\frac{2}{6}$ ·	$\frac{4}{5}$ ·	$\frac{1}{4}$
4A	4A	4A	3A
3R	2R	1R	1R

Total de todo sumado por que son casos $= \boxed{\frac{3}{7}}$

Nota la letra de la etapa va arriba y el Total abajo

En una bolsa se tienen 10 bolas blancas, 6 bolas verdes y 4 bolas rojas. Considere el experimento en que se extrae una bola al azar, se anota su color y se devuelve la bola extraída con dos bolas del mismo color al de las bola extraída. Suponga que el experimento se repite hasta obtener dos bolas verdes consecutivas. Determine la probabilidad de que se realicen exactamente 3 extracciones.

R/ $\frac{7}{110}$

Con reposición

Ej: Saco 1 bola verde → Devuelvo 3 bolas verdes (La extraída y 2 más)

→ Si tengo 20 y saco 1, ahora tengo 19 y devuelvo 3, al final tendré 22

Son 3 extracciones y ocupo sacar 2V consecutivas en 3 extracciones exactas (VVB por ejemplo termina en la 2da → malo)

10B 6V 4R : 20 Bolas Iniciales

B = Blanco, V = verde, R = Rojo

Ω : {RVV, BVV}

Caso 1: R V V

$\frac{4}{20}$	$\frac{6}{22}$	$\frac{8V}{24}$
4R	6R	6R
10B	10B	10B
6V	6V	8V

Al inicio de igual manera la proba es $\frac{R}{Totales} \rightarrow \frac{4}{20}$

Pero en la segunda se suman 2 rojas → $\frac{7}{22}$

Y en la tercera se suman 2 verdes → $\frac{9}{22}$

Total $\frac{4}{20} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{8}{24} = \boxed{\frac{1}{55}}$

10B 6V 4R : 20 Bolas Iniciales

B = Blanco, V = verde, R = Rojo

Caso 2: BVV

$$\frac{10}{20} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{8}{24} = \boxed{\frac{1}{22}}$$

10B	12B	12B
6V	6V	8V
4R	4R	4R

R $$\frac{1}{55} + \frac{1}{22} = \boxed{\frac{7}{110}}$$

En una mesa se tienen un par de urnas, la primera urna (llamada *A*) tiene 4 bolitas rojas y 6 bolitas azules, mientras que, la segunda urna (llamada *B*) posee 16 bolitas rojas y una cantidad desconocida de bolitas azules. Un experimento consiste en sacar una bolita al azar de cada urna. Si se sabe que la probabilidad de que ambas bolitas sean del mismo color es de 0,44 ¿cuántas bolitas azules hay en la urna *B*?

R/ 4

$A \to 4R \wedge 6A \qquad B \to 16R \wedge ?A$

Se sabe que la proba (0,44) es equivalente a $\frac{11}{25}$ entonces tendremos $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} + \frac{e}{f} \cdot \frac{g}{h} = \frac{11}{25}$

$\Omega = \{AA, RR\} \leftarrow$ Ser del mismo color

Urna A   Urna B   Sacar 1 de A $\wedge$ 1 de B

Caso AA: $A \to 4R \wedge 6A \qquad B \to 16R \wedge ?A$

$A\left\{\frac{6}{10} \cdot \frac{x}{x+16}\right\}B = \boxed{\frac{6}{10} \cdot \frac{x}{x+16}}$

6A   x

4R   16R

Caso RR: $A \to 4R \wedge 6A \qquad B \to 16R \wedge ?A$

$A\left\{\frac{4}{10} \cdot \frac{16}{x+16}\right\}B = \boxed{\frac{4}{10} \cdot \frac{16}{x+16}}$

$\frac{6}{10} \cdot \frac{x}{x+16} + \frac{4}{10} \cdot \frac{16}{x+16} \to \frac{6x}{10x+160} + \frac{64}{10x+160}$

$\to \frac{6x+64}{10x+160} = \frac{11}{25} \to (6x+64)25 = 11(10x+160)$

$150x+1600 = 110x+1760$

$40x = 160 \to \boxed{x=4}$

$\boxed{\text{La urna B tiene 4 bolas Azules}}$