

## Método Simplex

### Casos Especiales

1. Degenerado
2. Solución múltiple
3. No acotado
4. Solución Única

Nota { Max en z busco negativos y se detiene con todo positivo  
Min en z busco positivos y se detiene con todo negativo

#### Caso Degenerado:

Un caso generado se va a presentar cuando se presenta un empate en la Razón Mínima. Se selecciona cualquiera de las RM, como efecto de la selección el otro empate(s) se van a convertir en 0 en la columna del VS. Esto se da por una restricción redundante.

Una coincidencia de la razón mínima se debe descomponer en forma arbitraria para los fines de determinar la variable que sale. Cuando suceda esto una o más veces de las variables básicas, será necesariamente igual a cero en la siguiente iteración. En este caso, decimos que la nueva solución es degenerada.

#### Ejemplo

$$\text{Max } z = 3x + 9y$$

Sujeto a:

$$x + 4y \leq 8 \text{ (H1)}$$

$$x + 2y \leq 4 \text{ (H2)}$$

$$x, y \geq 0$$

### Trabajando con H2

Base	Variable de Decisión		Variable de Holgura		Valor solución
	x	y	H1	H2	
H1	1	4	1	0	8
H2	1	2	0	1	4
z	-3	-9	0	0	0

Punto(0,0)=0

VE(Variable de entrada)= y RM(Razon minima) =>  $8/4=2$   $4/2=2$

VS(Variable de salida)= H2

Pivote

Base	Variable de Decisión		Variable de Holgura		Valor solución
	x	y	H1	H2	
$H2 \Rightarrow y$	$1/2$	1	0	$1/2$	2

H1	Z
$X = 1 - (4 * 1/2) = -1$	$X = 3 - (-9 * 1/2) = 3/2$
$Y = 4 - (4 * 1) = 0$	$Y = -9 - (-9 * 1) = 0$
$H1 = 1 - (4 * 0) = 1$	$H1 = 0 - (-9 * 0) = 0$
$H2 = 0 - (4 * 1/2) = -2$	$H2 = 0 - (-9 * 1/2) = 9/2$
$VS = 8 - (4 * 2) = 0$	$VS = 0 - (-9 * 2) = 18$

Base	Variable de Decisión		Variable de Holgura		Valor solución
	x	y	H1	H2	
H1	-1	0	1	-2	0
y	$1/2$	1	0	$1/2$	2
z	$3/2$	0	0	$9/2$	18

Punto (0,2) Max z=  $3x+9y$

$$3*0+9*2=18$$

Fila z:

X = positivo, no itera más

Y = 0, está en la base

H1 = 0, está en la base

H2 = positivo, no itera más

Al seleccionar la variable H2, por el empate la variable H1 reacciona y toma valor en el valor solución.

### Trabajando con H1

$$\text{Max } z = 3x + 9y$$

Sujeto a:

$$x + 4y \leq 8 \quad (\text{H1})$$

$$x + 2y \leq 4 \quad (\text{H2})$$

$$x, y \geq 0$$

T#1

Base	Variables Decisión		Variables Holgura		VS
	x	y	H1	H2	
H1	1	4	1	0	8
H2	1	2	0	1	4
z	-3	-9	0	0	0

$$VE = RM \Rightarrow 8/4=2 \quad 4/2=2$$

$$VS = H1$$

Pivote Diviendo todo entre 4

	x	y	H1	H2	
$H1 \Rightarrow y$	$1/4$	$4/4=1$	$1/4$	0	$8/4=2$

H2	Z
$X=1-(2*1/4)=2$	$X=-3-(-9*1/4)=-3/4$
$Y=2-(2*1)=0$	$Y=-9-(-9*1)=0$
$H1=0-(2*1/4)=1/2$	$H1=0-(-9*1/4)=9/4$
$H2=1-(2*0)=1$	$H2=0-(-9*0)=0$
$VS=4-(2*2)=0$	$VS=0-(-9*2)=18$

T#2

Base	Variables Decisión		Variables Holgura		VS
	x	y	H1	H2	
y	$\frac{1}{4}$	1	$1/4$	0	2
H2	$1/2$	0	$-1/2$	1	0
z	$-3/4$	0	$9/4$	0	18

$$\text{Punto}(0,2) \Rightarrow \text{Max } z = 3*0+9*2=18$$

X = negativo, volver a iterar

Y = 0, está en la base

H1 = positivo, no itera más

H2 = 0, está en la base

VE= RM=>  $2/1/4=8$   $0/1/2=0$  Selecciona

VS= H2

Pivote Multiplicando toda la fila H2 por 2

	x	y	H1	H2	
H2 => x	1	0	-1	2	0

y	z
$X=1/4-(1/4*1)=0$	$X=-3/4-(-3/4*1)=0$
$Y=1-(1/4*0)=1$	$Y=0-(-3/4*0)=0$
$H1=1/4-(1/4*-1)=1/2$	$H1=9/4-(-3/4*-1)=3/2$
$H2=0-(1/4*2)=-1/2$	$H2=0-(-3/4*2)=3/2$
$VS=2-(1/4*0)=$	$VS=18-(-3/4*0)=18$

T#3

Base	Variables Decisión		Variables Holgura		VS
	x	y	H1	H2	
y	0	1	1/2	-1/2	2
x	1	0	-1	2	0
z	0	0	3/2	3/2	18

Punto (0,2) => Max z =  $3*0x+9*2=18$

X = 0, está en la base

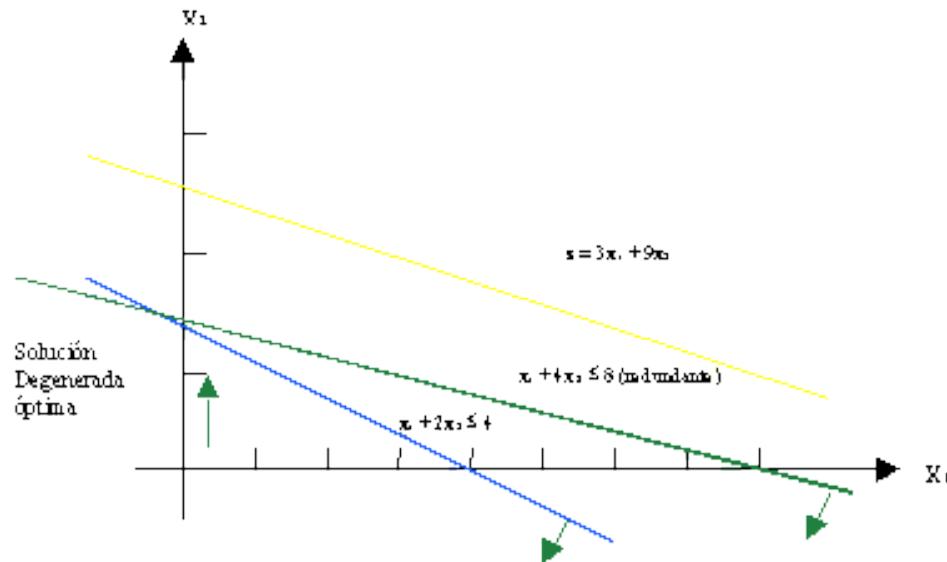
Y = 0, está en la base

H1 = positivo, no itera

H2 = positivo, no itera

Tres rectas cruzan el óptimo. Como éste es un problema bidimensional, se dice que el punto está más que determinado (o sobre determinado), ya que solo necesitamos dos rectas para identificarlo. Por este motivo, concluimos

que una de las restricciones es redundante. Desafortunadamente no existen técnicas confiables para identificar restricciones redundantes directamente a partir de la tabla.



- La primera tiene que ver con el fenómeno del ciclaje o reciclaje. En las iteraciones 1 y 2 de la tabla, se observa que el valor de la función objetivo no ha mejorado ( $z=18$ ). Por lo tanto, es posible, en términos generales, que el procedimiento simplex repetiría la misma sucesión de iteraciones, sin mejorar nunca el valor de la función objetivo ni poner fin a los cálculos.
- Al analizar las iteraciones 1 y 2. Ambas iteraciones, pese a diferir en la clasificación de las variables como básicas y no básicas, producen valores idénticos de todas las variables y el valor de la función objetivo, es decir,

$$x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 0, x_4 = 0, z = 18$$

Por lo tanto, se genera un argumento relacionado con la posibilidad de suspender los cálculos en la iteración 1 (cuando aparece la degeneración), aunque no es óptima. Este argumento no es válido porque, en general, una solución puede ser temporalmente degenerada.



### Caso Solución Múltiple

Cuando la función objetivo es paralela a una restricción de enlace (o sea, una restricción que se satisface en el sentido de la igualdad a través de la solución óptima), la función objetivo tomará el mismo valor óptimo en más de un punto de solución. Por esta razón reciben el nombre de opciones óptimas.

El método simplex es capaz de encontrar soluciones en puntos extremos exclusivamente.

$$\text{Max } z = 4x + 14y \Rightarrow -4x - 14y$$

Sujeto a:

$$2x + 7y \leq 21 \quad (\text{H1})$$

$$7x + 2y \leq 21 \quad (\text{H2})$$

$$x, y \geq 0$$

Base	Variable de Decisión		Variable de Holgura		Valor solución
	x	y	H1	H2	
H1	2	7	1	0	21
H2	7	2	0	1	21
z	-4	-14	0	0	0

$$VE = y \quad RM \Rightarrow \quad 21/7 = 3 \quad 21/2 = 10.5$$

$$VS = H1$$

Pivote3 Diviendo todo entre 7

Base	Variable de Decisión		Variable de Holgura		Valor solución
	x	y	H1	H2	
$H1 \Rightarrow y$	$2/7$	$7/7=1$	$1/7$	0	3

H2	Z
$X = 7 - (2 * 2/7) = 45/7$	$X = 4 - (14 * 2/7) = 0$
$Y = 2 - (2 * 1) = 0$	$Y = 14 - (14 * 1) = 0$
$H1 = 0 - (2 * 1/7) = -2/7$	$H1 = 0 - (14 * 1/7) = 2$
$H2 = 1 - (2 * 0) = 1$	$H2 = 0 - (14 * 0) = 0$
$VS = 21 - (2 * 3) = 15$	$VS = 0 - (14 * 3) = 42$

Base	Variable de Decisión		Variable de Holgura		Valor solución
	x	y	H1	H2	
y	2/7	1	1/7	0	3
H2	45/7	0	-2/7	1	15
z	0	0	2	0	42

Punto(0,3) Max z=  $4x+14y$   $4*0+14*3=42$

X = 0, no está en la base, esto implica seleccionarla como variable de entrada

Y = 0, está en la base

H1 = positivo, no itera

H2 = 0, está en la base

$$VE = x \quad RM \Rightarrow 3/2/7=10.5 \quad 15/45/7=2.3333$$

$$VS=H2$$

Pivote Multiplicando todo por 7/45

Base	Variable de Decisión		Variable de Holgura		Valor solución
	x	y	H1	H2	
H2 => x	$45/7*7/45=1$	0	$-2/7*7/45=-2/45$	$7/45$	$15*7/45=7/3$

y		Z	
$X=2/7-(2/7*1)=0$		$x=0-(0*1)=0$	
$Y=1-(2/7*0)=1$		$Y=0-(0*0)=0$	
$H1=1/7-(2/7*-2/45)=7/45$		$H1=2-(0*-2/45)=2$	
$H2=0-(2/7*7/45)=-2*45$		$H2=0-(0*7/45)=0$	
$VS=3-(2/7*7/3)=7/3$		$VS=42-(0*7/3)=42$	

Base	Variable de Decisión		Variable de Holgura		Valor solución
	x	y	H1	H2	
x	0	1	$7/45$	$-2/45$	$7/3$
y	1	1	$-2/45$	$7/45$	$7/3$
z	0	0	2	0	42

Punto( $7/3, 7/3$ ) Max z=  $4x+14y$   $4*7/3+14*7/3=42$

x=0 esta en la base

y=0 esta en la base

H1= positivo, no itera

H2= 0, no esta en la base

### Caso No Acotado

Se presenta cuando los valores de las variables pueden aumentar en forma indefinida sin violar ninguna de las restricciones, lo que significa que el espacio de soluciones es ilimitado cuando menos en una dirección como resultado, el valor de la función objetivo puede crecer (Max) o decrecer en (min) indefinidamente.

$$\text{Max } z = 2x + y$$

Sujeto a:

$$x - y \leq 10 \quad (\text{H1})$$

$$2x + 0y \leq 40 \quad (\text{H2})$$

$$x, y \geq 0$$

La  $y$  tiene todo en negativo o en 0, por eso nos podemos dar cuenta que es un ejercicio no acotado

Base	Variable de Decisión	Variable de Holgura	Valor solución		
	x	y	H1	H2	
H1	1	-1	1	0	10
H2	2	0	0	1	40
z	-2	-1	0	0	0

$$VE=x \quad RM= \quad 10/1=10 \quad 40/2=20$$

Pivote

Base	Variable de Decisión	Variable de Holgura	Valor solución		
	x	y	H1	H2	
$H1=>x$	1	-1	1	0	10

H2	Z
$x=2-(2*1)=0$	$x=-2-(-2*1)=0$
$Y=0-(2*-1)=2$	$Y=-1-(-2*-1)=-3$
$H1=0-(2*1)=-2$	$H1=0-(-2*1)=2$
$H2=1-(2*0)=1$	$H2=0-(-2*0)=0$
$VS=40-(2*10)=20$	$VS=0-(-2*10)=20$

Base	Variable de Decisión		Variable de Holgura		Valor solución
	x	y	H1	H2	
x	1	-1	1	0	10
H2	0	2	-2	1	200
z	0	-3	2	0	20

$$\text{Punto}(10,0) \quad \text{Max } z = 2x+y \quad 2*10+0=20$$

X = 0, está en la base

Y = negativo, implica iterar

H1 = positivo, no itera

H2 = 0, está en la base

$$VE=y \quad RM \quad 10/-1 \quad 20/2=10$$

$$VS=H2$$

Pivote Dividiendo todo entre 2

Base	Variable de Decisión		Variable de Holgura		Valor solución
	x	y	H1	H2	
H2 => Y	0	1	-1	1/2	10

x	z
X=1-(-1*0)=1	X=0-(-3*0)=0
Y=-1-(-1*1)=0	Y=-3-(-3*1)=0
H1=1-(-1*-1)=0	H1=2-(-3*-1)=-1
H2=0-(-1*1/2)=1/2	H2=0-(-3*1/2)=3/2
VS=10-(-1*10)=20	VS=20-(-3*10)=50

Base	Variable de Decisión		Variable de Holgura		Valor solución
	x	y	H1	H2	
x	1	0	0	1/2	20
y	0	1	-1	1/2	10
z	0	0	-1	3/2	

Punto(20,10) Max z = 2x+y       $2 \cdot 20 + 10 = 50$

X = 0, está en la base

Y = 0, está en la base

H1 = negativo, implica iterar

H2 = positivo, no itera

VE = H1      RM = 20/0    10 / -1 Ya no dejan trabajar mas