

## Ejercicio #1

Objetivo: Simplex 2 Fases  $\rightarrow$  min

$$\min z = 8x + 2y$$

Sujeto a:

$$6x + 2y = 6$$

$$8x + 6y \geq 12$$

$$2x + 7y \leq 8$$

$$x, y \geq 0$$

### Fase I

$$\min r = A_1 + A_2 \rightarrow r - A_1 - A_2 = 0$$

Sujeto a:

$$6x + 2y + A_1 = 0$$

$$8x + 6y - E_2 + A_2 = 12$$

$$2x + 7y + H_3 = 8$$

$$x, y \geq 0$$

### Tabla inicial

Base	VD		Variables				VS
	x	y	A1	A2	H3	E2	
x	6	2	1	0	0	0	6
A2	8	6	0	1	0	-1	12
H3	2	7	0	0	1	0	8
r	0	0	-1	-1	0	0	0

La tabla inicial es inconsistente porque  $A_1$  y  $A_2$  están en la base y no son 0

## Penalización

Base	VD		Variables				VS
	x	y	A1	A2	H3	E2	
A1	6	2	1	0	0	0	6
A2	8	6	0	1	0	-1	12
H3	2	4	0	0	1	0	8
r	14	8	0	0	0	-1	18

$$\underline{VE = x} \quad \underline{RM} \quad \frac{6}{6} = \underline{1} \quad \frac{12}{8} = 1.5 \quad \frac{8}{2} = 4$$

$$\underline{VS = A1}$$

Pivote Dividendo todo entre 6

Base	VD		Variables				VS
	x	y	A1	A2	H3	E2	
A1 → x	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	0	0	0	1

A2	H3	r
$x = 8 - (8 \cdot 1) = 0$	$x = 2 - (2 \cdot 1) = 0$	$x = 14 - (14 \cdot 1) = 0$
$y = 6 - (8 \cdot \frac{1}{3}) = \frac{10}{3}$	$y = 4 - (2 \cdot \frac{1}{3}) = \frac{10}{3}$	$y = 8 - (14 \cdot \frac{1}{3}) = \frac{10}{3}$
$A1 = 0 - (8 \cdot \frac{1}{6}) = -\frac{4}{3}$	$A1 = 0 - (2 \cdot \frac{1}{6}) = -\frac{1}{3}$	$A1 = 0 - (14 \cdot \frac{1}{6}) = -\frac{7}{3}$
$A2 = 1 - (8 \cdot 0) = 1$	$A2 = 0 - (2 \cdot 0) = 0$	$A2 = 0 - (14 \cdot 0) = 0$
$H3 = 0 - (8 \cdot 0) = 0$	$H3 = 1 - (2 \cdot 0) = 1$	$H3 = 0 - (14 \cdot 0) = 0$
$E2 = -1 - (8 \cdot 0) = -1$	$E2 = 0 - (2 \cdot 0) = 0$	$E2 = -1 - (14 \cdot 0) = -1$
$VS = 12 - (8 \cdot 1) = 4$	$VS = 8 - (2 \cdot 1) = 6$	$VS = 18 - (14 \cdot 1) = 4$

Tabla despues de los calculos

Base	VD		Varrables				VS
	X	y	A1	A2	H3	E2	
A1	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	0	0	0	1
A2	0	$\frac{10}{3}$	$-\frac{7}{3}$	1	0	-1	4
H3	0	$\frac{10}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	1	0	6
r	0	$\frac{10}{3}$	$-\frac{7}{3}$	0	0	-1	4

VE = y    RM     $\frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$      $\frac{4}{\frac{10}{3}} = 1.2$      $\frac{6}{\frac{10}{3}} = 1.8$

VS = A2

Pivote    Multiplcando todo por  $\frac{3}{10}$

Base	VD		Varrables				VS
	X	y	A1	A2	H3	E2	
A2 → y	0	1	$-\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	0	$-\frac{3}{10}$	$\frac{6}{5}$

X	H3	r
$x = 1 - (\frac{1}{3} \cdot 0) = 1$	$x = 0 - (\frac{10}{3} \cdot 0) = 0$	$x = 0 - (\frac{10}{3} \cdot 0) = 0$
$y = \frac{1}{3} - (\frac{1}{3} \cdot 1) = 0$	$y = \frac{10}{3} - (\frac{10}{3} \cdot 1) = 0$	$y = \frac{10}{3} - (\frac{10}{3} \cdot 1) = 0$
$A1 = \frac{1}{6} - (\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}) = \frac{3}{10}$	$A1 = -\frac{1}{3} - (\frac{10}{3} \cdot \frac{2}{5}) = 1$	$A1 = -\frac{7}{3} - (\frac{10}{3} \cdot \frac{2}{5}) = -1$
$A2 = 0 - (\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10}) = -\frac{1}{10}$	$A2 = 0 - (\frac{10}{3} \cdot \frac{3}{10}) = -1$	$A2 = 0 - (\frac{10}{3} \cdot \frac{3}{10}) = -1$
$H3 = 0 - (\frac{1}{3} \cdot 0) = 0$	$H3 = 1 - (\frac{10}{3} \cdot 0) = 1$	$H3 = 0 - (\frac{10}{3} \cdot 0) = 0$
$E2 = 0 - (\frac{1}{3} \cdot -\frac{3}{10}) = \frac{1}{10}$	$E2 = 0 - (\frac{10}{3} \cdot -\frac{3}{10}) = 1$	$E2 = -1 - (\frac{10}{3} \cdot -\frac{3}{10}) = 0$
$VS = 1 - (\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}) = \frac{3}{5}$	$VS = 6 - (\frac{10}{3} \cdot \frac{6}{5}) = 2$	$VS = 4 - (\frac{10}{3} \cdot \frac{6}{5}) = 0$

Tabla despues de los calculos

Base	VD		Varrables				VS
	X	y	A1	A2	H3	E2	
X	1	0	$\frac{3}{10}$	$-\frac{1}{10}$	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$
y	0	1	$-\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	0	$-\frac{3}{10}$	$\frac{6}{5}$
H3	0	0	1	-1	1	1	2
r	0	0	-1	-1	0	0	0

Antes de pasar a Fase 2

Existen artificiales en la base? NO

VS en  $r=0$ ? Si

Entonces podemos pasar a fase 2

Fase 2

$$\text{Min } Z = 8x + 2y \rightarrow Z - 8x - 2y = 0$$

Eliminando las variables artificiales

Base	VD		Varrables		VS
	X	y	H3	E2	
X	1	0	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$
y	0	1	0	$-\frac{3}{10}$	$\frac{6}{5}$
H3	0	0	1	1	2
Z	-8	-2	0	0	0

## Cambio del $F_0$

Paso 1: Convertir  $x$  a cero en  $z \rightarrow \text{Fila 1}(x) \cdot 8 + z$

Base	VD		Varrables		VS
	$x$	$y$	H3	E2	
$x \cdot 8$	8	0	0	$\frac{8}{10}$	$\frac{29}{5}$
$z$	-8	-2	0	0	0
nuevo $z$	0	-2	0	$\frac{8}{5}$	$\frac{29}{5}$

Tabla modificada despues del paso 1

Base	VD		Varrables		VS
	$x$	$y$	H3	E2	
$x$	1	0	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$
$y$	0	1	0	$-\frac{3}{10}$	$\frac{6}{5}$
H3	0	0	1	1	2
$z$	0	-2	0	$\frac{8}{5}$	$\frac{29}{5}$

Paso 2: Convertir  $y$  a cero en  $z \rightarrow \text{Fila 2}(y) \cdot 2 + z$

Base	VD		Varrables		VS
	$x$	$y$	H3	E2	
$y \cdot 2$	0	2	0	$-\frac{6}{10}$	$\frac{12}{5}$
$z$	0	-2	0	$\frac{8}{5}$	$\frac{29}{5}$
nuevo $z$	0	0	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{36}{5}$

Tabla modificada despues del paso 2

Base	VD		Varrables		VS
	X	y	H3	E2	
X	1	0	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$
Y	0	1	0	$-\frac{3}{10}$	$\frac{6}{5}$
H3	0	0	1	1	2
Z	0	0	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{36}{5}$

VE = E2    RM  $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{10}} = 6$  Las negativas  
se ignoran

VS = H3

Pivote    Multiplcando todo por  $\frac{3}{10}$

Base	VD		Varrables		VS
	X	y	H3	E2	
H3 → E2	0	0	1	1	2

Haciendo Gauss Jordan

Fila X →  $X - \frac{1}{10} \cdot E2$

Base	VD		Varrables		VS
	X	y	H3	E2	
$\frac{1}{10} \cdot E2$	0	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$
X	1	0	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$
nuevo X	1	0	$-\frac{1}{10}$	0	$\frac{2}{5}$

Haciendo Gauss Jordan

Fila  $\gamma \rightarrow Y + \frac{3}{10}E2$

Base	VD		Variables		VS
	X	Y	H3	E2	
$\frac{3}{10} \cdot E2$	0	0	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$
X	0	1	0	$-\frac{3}{10}$	$\frac{6}{5}$
nuevo X	0	1	$\frac{3}{10}$	0	$\frac{9}{5}$

Haciendo Gauss Jordan

Fila  $Z \rightarrow Z - \frac{7}{5} \cdot E2$

Base	VD		Variables		VS
	X	Y	H3	E2	
$\frac{7}{5} \cdot E2$	0	0	$\frac{7}{5}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{2}{5}$
X	0	0	0	$\frac{7}{5}$	$\frac{36}{5}$
nuevo X	0	0	$-\frac{7}{5}$	0	$\frac{39}{5}$

Tabla final

Base	VD		Variables		VS
	X	Y	H3	E2	
X	1	0	$-\frac{7}{10}$	0	$\frac{2}{5}$
Y	0	1	$\frac{3}{10}$	0	$\frac{9}{5}$
E2	0	0	1	1	2
Z	0	0	$-\frac{7}{5}$	0	$\frac{39}{5}$

$$X = \frac{2}{5}$$

$$Y = \frac{9}{5}$$

$$\min Z = 8 \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{9}{5} = \frac{39}{5}$$

Tipo de caso: Solucion Unica

Ejercicio #2 Sea  $w=r$  (para no enredarse)  
 Objetivo: Simplex Gran M  $\rightarrow$  max

$$\max z = 29x + 16y + 16w$$

Sujeto a:

$$12x + 29y + 8w \leq 80$$

$$8x + 7y + 8w = 60$$

$$x, y, w \geq 0$$

$$\begin{aligned} \max z &= 24x + 16y + 16r \\ \text{Sujeto a:} \\ 12x + 24y + 8r &\leq 80 \\ 8x + 4y + 8r &= 60 \\ x, y, r &\geq 0 \end{aligned}$$

Forma estandar para gran M

$$\max z = 29x + 16y + 16w \rightarrow z - 29x - 16y - 16w + MA2 = 0$$

Sujeto a:

$$12x + 29y + 8w + H1 = 80$$

$$8x + 7y + 8w + A2 = 60$$

$$x, y, w \geq 0$$

Tabla Inicial

Base	VD			Variables		VS
	x	y	w	H1	A2	
H1	12	29	8	1	0	80
A2	8	7	8	0	1	60
Z	-29	-16	-16	0	M	0

Penalización: Viejo  $z - M$ . Fila A2

Base	VD			Variables		VS
	x	y	w	H1	A2	
H1	12	29	8	1	0	80
A2	8	7	8	0	1	60
Z	-29-8M	-16-7M	-16-8M	0	0	-60M



$$\underline{VE = x} \quad RM: \frac{80}{12} \approx \underline{6.6667} \quad \frac{60}{8} = 7.5$$

$$\underline{VS = HI}$$

Pivote: Multiplicando todo por  $\frac{1}{12}$

Base	VD			Variables		VS
	x	y	w	HI	A2	
HI $\rightarrow$ x	1	2	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{12}$	0	$\frac{20}{3}$

Haciendo Gauss Jordan (Iteracion 1)

Fila A2  $\rightarrow A2 - 8 \cdot x$

Base	VD			Variables		VS
	x	y	w	HI	A2	
8 · x	8	16	$\frac{16}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{160}{3}$
A2	8	7	8	0	1	60
Nuevo A2	0	-12	$\frac{8}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{20}{3}$

Haciendo Gauss Jordan (Iteracion 2)

Fila z  $\rightarrow z + (27+8M)x$

Base	VD			Variables		VS
	x	y	w	HI	A2	
$(27+8M)x$	$27+8M$	$98+16M$	$16+\frac{16M}{3}$	$2+\frac{2M}{3}$	0	$160+\frac{160M}{3}$
z	$-27-8M$	$-16-7M$	$-16-8M$	0	0	$-60M$
Nuevo z	0	$32+12M$	$-\frac{8M}{3}$	$2+\frac{2M}{3}$	0	$160-\frac{20M}{3}$

Tabla despues Gauss-Jordan (iteracion 1)

Base	VD			Varrables		VS
	X	y	w	H1	A2	
X	1	2	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{12}$	0	$\frac{20}{3}$
A2	0	-12	$\frac{8}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{20}{3}$
Z	0	$32+12M$	$-\frac{8M}{3}$	$2+\frac{2M}{3}$	0	$160-\frac{20M}{3}$

$$\underline{VE = w} \quad \underline{RM} \quad \frac{\frac{20}{3}}{\frac{2}{3}} = 10 \quad \frac{\frac{20}{3}}{\frac{8}{3}} = \underline{2.5}$$

$$\underline{VS = A2}$$

Pivote: multiplicando todo por  $\frac{3}{8}$

Base	VD			Varrables		VS
	X	y	w	H1	A2	
A2 $\rightarrow$ w	0	$-\frac{9}{2}$	1	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{2}$

Haciendo Gauss Jordan (iteracion 2)

Fila X  $\rightarrow X - \frac{2}{3}w$

Base	VD			Varrables		VS
	X	y	w	H1	A2	
$\frac{2}{3}w$	0	-3	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{3}$
X	1	2	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{12}$	0	$\frac{20}{3}$
Nuevo X	1	5	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	5

Haciendo Gauss Jordan (Iteración 2)

Fila  $\rightarrow Z + \frac{8M}{3} \cdot w$

Base	VD			Variables		VS
	X	y	w	H1	A2	
$\frac{8M}{3} \cdot w$	0	$-12M$	$\frac{8M}{3}$	$-\frac{2M}{3}$	M	$\frac{20M}{3}$
Z	0	$32+12M$	$-\frac{8M}{3}$	$2+\frac{2M}{3}$	0	$160-\frac{20M}{3}$
Nuevo Z	0	32	0	2	M	160

Tabla Final

Base	VD			Variables		VS
	X	y	w	H1	A2	
x	1	5	0	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	5
w	0	$-\frac{9}{2}$	1	$-\frac{1}{7}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{2}$
Z	0	32	0	2	M	160

$$x = 5$$

$$y = 0$$

$$\begin{aligned} \max Z &= 29 \cdot 5 + 16 \cdot 0 + 16 \cdot \frac{5}{2} \\ &= 160 \end{aligned}$$

Tipo de caso: Solución Única