

Ley de Laplace

Sea Ω un conjunto no vacío y finito, entonces la función $P : P(\Omega) \Rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ dada por

$$P(X) = \frac{|X|}{|\Omega|}$$

es una medida de probabilidad en Ω . Una forma de interpretarla viene dada por

$$P(X) = \frac{\# \text{ de casos favorables}}{\# \text{ de casos totales}}$$

Reglas del producto

■ Regla del producto #1

Se dice que los eventos A_1, A_2, \dots, A_n son mutuamente independientes si y solo si

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n)$$

■ Regla del producto #2

Se dice que los eventos A_1, A_2, \dots, A_n son mutuamente independientes si y solo si

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|(A_1 \cdot A_2)) \cdot \dots \cdot P(A_n|(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_{n-1}))$$

Probabilidad total

Sean A_1, A_2, \dots, A_n eventos que forman una partición del espacio muestral Ω . Sea B un evento cualquiera, entonces

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B|A_i)$$

Una bolsa tiene 4 bolas azules y 3 bolas rojas. Juan saca 4 bolas al azar de una urna sin reposición. Determine la probabilidad de que la cuarta bola sea roja.

$$\frac{R}{\frac{3}{7}}$$

Sin reposición \rightarrow NO se vuelven a meter

Sea A una bola Azul 1 R una bola Roja

Posibles escenarios que satisfacen (casos)

$\Omega: \{ \underline{A A A R}, \underline{A A R R}, \underline{A R A R}, \underline{A R R R}, \underline{R A A R}, \underline{R A R R}, \underline{R R A R} \}$

Empiezan con A Empiezan con R
 \rightarrow 4 Etapas por cada caso

Caso 1: $\underline{A A A R}$

Etapas 1: $\underline{A \frac{4}{7}}$ } Al inicio $\frac{4}{7}$ Azules
Totales

\rightarrow resto 1 Azul \rightarrow Ahora hay 3 A 1 R, Total = 6

Etapas 2: $\underline{A \frac{3}{6}}$ \rightarrow 3 Azules
Totales

\rightarrow resto 1 Azul \rightarrow Ahora hay 2 A 1 R, Total = 5

Etapas 3: $\underline{A \frac{2}{5}}$ \rightarrow Azules
Totales

\rightarrow resto 1 Azul \rightarrow Ahora hay 1 A 1 R Total = 4

Etapas 4: $\underline{R \frac{3}{4}}$ \rightarrow Rojas
Totales

\rightarrow resto 1 Azul \rightarrow Ahora hay 1 A 1 R Total = 4

$$\text{Total: } \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \boxed{\frac{2}{7}}$$

Todos los demas casos es lo mismo de arriba entonces: 4A 3R

↪ : { A A A R A A R R A R A R A R R R A R R A R R }

$$\begin{array}{c}
 A \ A \ A \ R \qquad A \ A \ R \ R \\
 \boxed{\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}} + \boxed{\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}} \\
 4A \ 3A \ 2A \ 1A \qquad 4A \ 3A \ 2A \ 2A \\
 3R \ 3R \ 3R \ 3R \qquad 3R \ 3R \ 3R \ 2R
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 A \ R \ A \ R \qquad A \ R \ R \ R \\
 \boxed{\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}} + \boxed{\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4}} \\
 4A \ 3A \ 3A \ 2A \qquad 4A \ 3A \ 3A \ 3A \\
 3R \ 3R \ 2R \ 2R \qquad 3R \ 3R \ 2R \ 1R
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 R \ A \ A \ R \qquad R \ A \ R \ R \\
 \boxed{\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}} + \boxed{\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}} \\
 4A \ 4A \ 3A \ 2A \qquad 4A \ 4A \ 3A \ 3A \\
 3R \ 2R \ 2R \ 2R \qquad 3R \ 2R \ 2R \ 1R
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 R \ R \ A \ R \\
 \boxed{\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4}} \\
 4A \ 4A \ 4A \ 3A \\
 3R \ 2R \ 1R \ 1R
 \end{array}$$

Total de todo
 Sumado por que
 son Casos = $\boxed{\frac{3}{7}}$

Nota la letra de la etapa va arriba y el
 Total abajo

En una bolsa se tienen 10 bolas blancas, 6 bolas verdes y 4 bolas rojas. Considere el experimento en que se extrae una bola al azar, se anota su color y se devuelve la bola extraída con dos bolas del mismo color al de las bola extraída. Suponga que el experimento se repite hasta obtener dos bolas verdes consecutivas. Determine la probabilidad de que se realicen exactamente 3 extracciones.

(Con reposición)

$$R/\frac{7}{110}$$

Ej: Saco 1 bola verde \rightarrow Devuelvo 3 Golas verdes

(La extraída y 2 mas)

\rightarrow Si tengo 20 y Saco 1, ahora tengo 39 y devuelvo 3, al final tendre 22

Son 3 extracciones y ocupo sacar 2V consecutivas en 3 extracciones exactas (VVB por ejemplo termina en la 2da \rightarrow malo)

10B 6V 4R : 20 Bolas Iniciales

B = Blanco, V = Verde, R = Rojo

$\Omega : \{R V V, B V V\}$

Caso 1: R V V

Al inicio de igual manera la proba es $\frac{R}{\text{Totales}} \rightarrow \frac{4}{20}$

4 6 8V

20 22 24

4R 6R 6R

10B 10B 10B

6V 6V 8V

pero en la segunda se suman 2 rojas $\rightarrow \frac{7}{22}$

y en la tercera se suman 2 verdes $\rightarrow \frac{9}{22}$

Total $\frac{4}{20} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{8}{24} = \boxed{\frac{1}{55}}$

10B 6V 4R : 20 Bolas Iniciales

B = Blanco, V = Verde, R = Rojo

Caso 2: BVV

$$\frac{10}{20} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{8}{24} = \boxed{\frac{1}{22}}$$

10B 12B 12B

6V 6V 8V

4R 4R 4R

$$R \quad \frac{1}{55} + \frac{1}{22} = \boxed{\frac{7}{110}}$$

En una mesa se tienen un par de urnas, la primera urna (llamada A) tiene 4 bolitas rojas y 6 bolitas azules, mientras que, la segunda urna (llamada B) posee 16 bolitas rojas y una cantidad desconocida de bolitas azules. Un experimento consiste en sacar una bolita al azar de cada urna. Si se sabe que la probabilidad de que ambas bolitas sean del mismo color es de 0,44 ¿cuántas bolitas azules hay en la urna B?

R/4

A \rightarrow 4R \wedge 6A B \rightarrow 16R \wedge ?A

Se sabe que la proba (0,44) es equivalente a $\frac{11}{25}$
entonces tendremos $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{11}{25}$

$\Omega = \{AA, RR\}$ \leftarrow Ser del mismo color

Urnas A Urna B Sacar 1 de A \wedge 1 de B

Caso AA: \nearrow A \rightarrow 4R \wedge 6A B \rightarrow 16R \wedge ?A

$$A \left\{ \frac{6}{10} \cdot \frac{x}{x+16} \right\} B = \frac{6}{10} \cdot \frac{x}{x+16}$$

6A x
4R 16R

Caso RR: A \rightarrow 4R \wedge 6A B \rightarrow 16R \wedge ?A

$$A \left\{ \frac{4}{10} \cdot \frac{16}{x+16} \right\} B = \frac{4}{10} \cdot \frac{16}{x+16}$$

$$\frac{6}{10} \cdot \frac{x}{x+16} + \frac{4}{10} \cdot \frac{16}{x+16} \rightarrow \frac{6x}{10x+160} + \frac{64}{10x+160}$$

$$\rightarrow \frac{6x+64}{10x+160} = \frac{11}{25} \rightarrow (6x+64)25 = 11(10x+160)$$

$$150x+1600 = 110x+1760$$

$$40x = 160 \rightarrow \boxed{x=4}$$

La urna B tiene 4 bolas Azules