- **Permutación**

Una permutación de n objetos distintos es un ordenamiento de ellos. Al número de permutaciones de n objetos distintos se le denota por $P(n)$ y si fórmula viene dada por:

El orden importa

$$\boxed{P(n) = n!}$$

- **Arreglo**

Un arreglo de r objetos tomados de n objetos distintos es una escogencia ordenada de r objetos tomados de los n objetos. El número de arreglos de r objetos tomados de n objetos distintos, se denota por $P(n,r)$ y su fórmula viene dada por:

El orden importa

$$\boxed{P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

- **Combinación**

Una combinación tomada de r objetos tomados de n distintos es una selección de r objetos tomados de los n, es decir, si A es el conjunto de los n objetos, entonces una combinación de r objetos tomados de los n es un subconjunto de A de cardinalidad r. El número de combinaciones de r objetos tomados de n distintos, se denota por $C(n,r)$ y su fórmula viene dada por:

El orden no importa

$$\boxed{C(n,r) = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}}$$

- **Conteo de permutaciones con objetos repetidos**

En este caso, se tiene que

$$\boxed{P(n; k_1, k_2, \ldots, k_r) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \ldots \cdot k_r!}}$$

- **Conteo de combinaciones con repetición**

En este caso, se tiene que el número de soluciones naturales de la ecuación $x_1+x_2+\ldots+x_n = r$ es

$$\boxed{C(n+r-1, r)}$$

Conteo con objetos repetidos

$$P(n; k_1, k_2, \ldots, k_r) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \ldots \cdot k_r!}$$

Considere la palabra **EDEPACIEMAC**

a) ¿Cuántos anagramas existen de esta palabra?

No hay restricciones

Contar cuantas veces sale cada letra

3E 1D 1P 2A 2C 1I 1M

- **Conteo de permutaciones con objetos repetidos**

En este caso, se tiene que

$$\boxed{P(n; k_1, k_2, \ldots, k_r) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \ldots \cdot k_r!}}$$

Del n! es la cantidad total de objetos EDEPACIEMAC tiene 11 objetos → 11!

Para saber cual es $k_1, k_2 \ldots k_r$ se pone la cantidad total de objetos repetidos de su categoria!

3E 1D 1P 2A 2C 1I 1M
3! 1! 1! 2! 2! 1! 1!

Y finalmente se aplica la formula

$$\frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \ldots k_r!} \rightarrow \frac{11!}{3! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = \boxed{1\ 663\ 200}$$

3E 1D 1P 2A 2C 1I 1M

b) ¿Cuántos anagramas existen de esta palabra en los cuales las E estén ubicadas en el centro y se tengan al menos dos vocales antes de la E? **R/ 5040**

≥ 2 En el centro

Vocales disponibles: 2A 1I

_ _ _ E E E _ _ _ _

- **Conteo de combinaciones con repetición**

  En este caso, se tiene que el número de soluciones naturales de la ecuación $x_1+x_2+\dots+x_n = r$ es

  $$C(n+r-1, r)$$

Queremos ver las diferentes maneras de colocar objetos repetidos (A A) de diferentes maneras

n = Cantidad de espacios

r = Cantidad de objetos

En este caso sería $C(3+2-1, 2) \to (4, 2)$, para mas rápido C(posiciones disponibles, cantidad de elementos)

$\underbrace{\_\ \_\ \_\ \_}_{\text{4 posiciones, 2 elementos}}$ E E E _ _ _ _

Caso 1: A A antes de E E E

shift + 1

Etapa 1: Colocar las E $\to \boxed{1}$ manera

Etapa 2: Elegir posición de A A $\to C(4, 2) = \boxed{6}$ maneras

Etapa 3: Colocar las A A $\to \boxed{1}$ manera

Etapa 4: Elegir posiciones las demas vocales despues de las E para cumplir la condición $\to \boxed{4}$ maneras

Etapa 5: Colocar la I $\to \boxed{1}$ manera

Etapa 6: Colocar las consonantes $\to$ ~~3E~~ 1D 1P ~~2A~~ 2C ~~1I~~ 1M

D P C C M $\to \dfrac{5!}{1!\cdot 1!\cdot 2!\cdot 1!} \to \dfrac{5!}{2!} = \boxed{60}$

Esta repetida

- **Conteo de permutaciones con objetos repetidos**

  En este caso, se tiene que

  $$P(n; k_1, k_2, \dots, k_r) = \frac{n!}{k_1!\cdot k_2!\cdot \dots \cdot k_r!}$$

Total: $1 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 60 = \boxed{1440}$

1			1	1			
_ _	_	_	_ _ _	_	_	_	_
A A			E E	I			

Nota: En la etapa 1 y 3, a la hora de colocar, AA son iguales entonces solo hay 1 manera se coloca un bloque, por eso es 1 manera

Puede ser A I v I A, es ese conjunto, no ese orden

Caso 2: A I antes de E E E   A A I

_ _ _ _ E E E _ _ _ _

Etapa 1: Colocar las E → $\boxed{1}$
Etapa 2: Elegir posicion de A I → (2, 4) → $\boxed{6}$
Etapa 3: Colocar A I → 2! → $\boxed{2}$ (AI v IA)
Etapa 4: Elegir posicion del resto de vocales → $\boxed{4}$
Etapa 5: Colocar el resto de vocales → $\boxed{1}$
Etapa 6: Colocar el resto de consonantes

~~3E~~ 1D 1P ~~2A~~ 2C ~~1I~~ 1M
1 A

$$D\,P\,\underbrace{C\,C}\,M \rightarrow \frac{5!}{2!} = \boxed{60}$$
1! 1! 1! 2! 1!

Total 1 · 6 · 2 · 4 · 1 · 60 = $\boxed{2880}$

Este cubre IAA, AIA, AAI
Por que es ese conjunto, NO ese orden

Caso 3: I A A antes de E E E

_ _ _ _ E E E _ _ _ _

Etapa 1: Colocar las E → $\boxed{1}$
Etapa 2: Elegir posicion de IAA (4, 3) → $\boxed{4}$
Etapa 3: Colocar $\underline{A\,A}\,I$ $\frac{3!}{2! \cdot 1!} = \boxed{3}$
Repetidos → 2! · 1!

No es relevante pero es importante saber que (4, 0) = 1

Etapa 4: Colocar resto de vocales (4, 0) → $\boxed{1}$
Etapa 5: Colocar el resto de consonantes

~~3E~~ 1D 1P ~~2A~~ 2C ~~1I~~ 1M $= \frac{5!}{2!} = \boxed{60}$
1! 1! 2! 1!

Total: 1 · 4 · 3 · 1 · 60 = $\boxed{720}$ R / 1440 + 2880 + 720
$= \boxed{5040}$

Se tiene una canasta con 30 bolas numeradas del 1 al 30. Determine el número de maneras de elegir 5 bolas, de forma que:

a) Exactamente tres bolas tengan múltiplos de tres.

Sea $X = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$

Etapa 1: Colocar las 3 bolas múltiplos de 3

Hay 10 que satisfacen (X), y 3 campos a utilizar $C(10,3) \rightarrow \boxed{120}$ maneras

Etapa 2: Colocar el resto de bolas
De 30 numeros ya use $10 \rightarrow$ quedan 20
$C(20,2) \rightarrow \boxed{190}$

$120 \cdot 190 = \boxed{22800}$

b) Al menos una bola tenga un número múltiplo de cinco. Se puede hacer por casos o por inclusión-exclusión

≥ 1

Sea $S_5 = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$

Parte 1: Elegir las 5 bolas (cualquiera)
En total hay 30 elementos y 5 espacios
$C(30,5) \rightarrow \boxed{142506}$ maneras

Parte 2: Ninguna multiplo de 5
Hay 24 elementos y 5 espacios
$C(24,5) \rightarrow \boxed{42504}$ maneras

Aplicando inclusion-exclusion

$142506 - 42504 = \boxed{100002}$ maneras

Cuatro o mas ≥ 4 $\quad X \quad$ ≤ 1 Puede ser 0

c) Al menos cuatro múltiplos de cinco y a lo sumo un múltiplo de tres.

Al menos → minimo $\quad$ A lo sumo → Maximo

Caso 1: 4 multiplos de 5 ∧ 1 multiplo de 3

$X = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$
$Y = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$

Etapa 1: Multiplos de 5 → $C(6,4)$ → $\boxed{15}$
Etapa 2: multiplos de 3 → $C(10,1)$ → $\boxed{10}$
Total: $15 \cdot 10$ → $\boxed{150}$

Caso 2: 5 multiplos de 5 ∧ 0 multiplos de 3
Etapa 1: Multiplos de 5 → $C(6,5)$ → $\boxed{6}$
Etapa 2: multiplos de 3 → $C(10,0)$ → $\boxed{1}$
Total: $6 \cdot 1$ → $\boxed{6}$

R/ $150 + 6 = \boxed{156}$