

Tercer examen parcial

Ordinario

Instrucciones:

1. El examen consta de **siete preguntas** de desarrollo cuyo valor se indica en el enunciado respectivo. Debe incluir todo el procedimiento que utilizó para llegar a sus respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada, si algún procedimiento está desordenado, no se calificará.
2. Tiene **dos horas y 30 minutos** para contestar los ítems del examen.
3. No se permite tener hojas sueltas durante la realización del examen.
4. No se acogerán apelaciones en exámenes resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración.
5. No se permite el uso de calculadora programable ni el uso de dispositivos con conectividad inalámbrica durante el desarrollo de la prueba.

-
1. Considere la matriz definida por $M = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
 - a) **[3 puntos]** Calcule $\det(M)$ utilizando la definición de determinante.
 - b) **[3 puntos]** Si se sabe que $\det(P) = 5$ y $\det(K) = -2$, calcule $\det(P^{-1} \cdot K^T \cdot 2M)$, utilizando propiedades de los determinantes.
 2. **[4 puntos]** Sean $u = (2, 6, 4)$, $v = (-3, 12, -6)$ y $w = (-2, 1, 5)$ vectores de \mathbb{R}^3 . Demuestre que u , v y w son linealmente independientes.
 3. **[4 puntos]** Sean $u = (1, -1, 1)$ y $v = (1, 0, 1)$ vectores en \mathbb{R}^3 . Halle los vectores m y n en \mathbb{R}^3 que cumplan simultáneamente las siguientes condiciones:
 - a) $m \parallel u$
 - b) $n + v = m$
 - c) La proyección de n sobre v es igual a $-2v$

4. Considere las rectas

$$L_1 : \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2} \qquad L_2 : x-1 = -y-5 = z+2$$

- a) [2 puntos] Verifique que las dos rectas se intersecan y determine su punto de intersección.
- b) [2 puntos] Determine el ángulo entre L_1 y L_2
5. [4 puntos] Halle una ecuación del plano que pasa por el punto $S = (2, 1, -1)$ y contiene la intersección entre los planos de ecuaciones $2x - y + 3z = 1$ y $x - 4y + z = 3$
6. [5 puntos] Determine una ecuación del plano π que cumple simultáneamente las condiciones siguientes:
- a) Es perpendicular al plano $\theta : -2x + y - z = 1$
- b) Es paralelo a la recta $L : 1 - x = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{3}$
- c) Contiene al punto $P(2, -3, 1)$
7. Considere los puntos $A = (1, 2, 1)$, $B = (2, 3, 2)$ y $C = (3, 3, -2)$
- a) [1 punto] Verifique que los puntos A , B y C no son colineales.
- b) [2 puntos] Calcule el área del triángulo de vértices A , B y C .

Pregunta opcional

El siguiente ejercicio es opcional, sin embargo, se asignará puntaje únicamente a las soluciones completamente correctas, o bien, se asignará un porcentaje parcial a las soluciones que, a criterio del profesor, se acerquen considerablemente a la solución correcta. En caso que la asignación de puntos en este ejercicio provocará que el estudiante obtenga un puntaje en la prueba mayor que el puntaje máximo, entonces se asignará dicho puntaje máximo y una nota de 100 en el examen.

[4 puntos] Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Determine los valores propios de A y encuentre un vector propio asociado a alguno de los valores propios encontrados.

Las matemáticas son el lenguaje, son el idioma que usó Dios para escribir el mundo.

[Galileo Galilei]