II Examen Parcial

1. Los siguientes datos se refieren a las unidades vendidas en una semana de un nuevo dispositivo para cargas inalámbricas en teléfonos móviles. Se consideraron locales de San José y de Cartago.

San José	59	68	44	71	63	46	69	54	48	65
Cartago	50	36	62	52	70	41	58	62		

a) **[5 puntos]** Mediante una prueba de hipótesis de dos colas con significancia del 3 % verifique que las varianzas poblacionales de las ventas semanales de este dispositivo pueden suponerse iguales en San José y Cartago.

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $\quad n_1 = 10 \quad n_2 = 8 \quad$ $F = \dfrac{S_1^2/S_2^2}{r_0}$ con $\nu_i = n_i - 1$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ $\quad v_1 = 9 \quad v_2 = 7 \quad r_0 = 1$

$s_1^2 = 101{,}78 \quad s_2^2 = 130{,}41 \quad \alpha = 0{,}03$

$\frac{\alpha}{2} = 0{,}015$

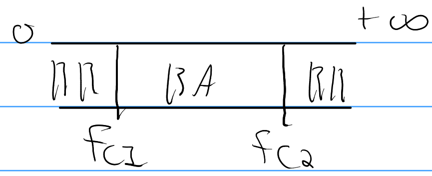
$f_{obs} = \dfrac{101{,}78}{130{,}41} = 0{,}78046 \qquad 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}985$

$f_{c1} = f_{0.015,\,9,7} = 0{,}20193$

$f_{c2} = f_{0.985,\,9,7} = 5{,}81996$

$RR:]0, 0{,}20193[\cup]5{,}81996, +\infty[$

$RA:]0{,}20193, 5.81996[$



$\boxed{\begin{array}{l} R/\ f_{c1} = 0{,}20193 < f_{obs} = 0{,}78046 < f_{c2} = 5{,}81996 \\ \text{entonces} \in RA, \text{ no se rechaza } H_0 \text{ y} \\ \text{por lo tanto las varianzas se pueden} \\ \text{suponer iguales} \end{array}}$

Con valor p

$f_{obs} = \dfrac{101{,}78}{130{,}41} = 0{,}78046 \qquad \alpha = 0{,}03$

$v_1 = 9$

$v_2 = 7$

$2P(F > 0{,}78046)$

$2 \cdot 0{,}64376 \qquad p = 1{,}28752 > \alpha 0{,}03$

$1{,}28752$

$\therefore$ No se rechaza H_0 y ...

b) **[5 puntos]** Un ejecutivo de la empresa proveedora de este dispositivo afirma que si bien es cierto que las ventas promedio semanales son mejores en San José la diferencia entre estas está por debajo de 8 unidades. Construya un intervalo de 97 % de confianza para decidir si los datos de la muestra respaldan esta afirmación.

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{\alpha/2,\nu}\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}$$

con $s_p^2 = \dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$

y $\nu = n_1 + n_2 - 2$

$n_1 = 10$ $\quad n_2 = 8$ $\quad \alpha = 0{,}03$

$\bar{x}_1 = 58{,}7$ $\quad \bar{x}_2 = 53{,}875$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}015$

$s_1^2 = 101{,}78$ $\quad s_2^2 = 130{,}91$ $\quad V = 10+8-2 = 16$

$$S_p^2 = \frac{(10-1)\cdot 101{,}78 + (8-1)\cdot 130{,}91}{10+8-2} = 114{,}30$$

$$t_{0{,}015,16} = \pm 2{,}38155$$

$$a = 58{,}7 - 53{,}875 - 2{,}38155\cdot\sqrt{\frac{114{,}30}{10} + \frac{114{,}30}{8}} = -7{,}2503$$

$$b = 58{,}7 - 53{,}875 + 2{,}38155\cdot\sqrt{\frac{114{,}30}{10} + \frac{114{,}30}{8}} = 16{,}9003$$

$\boxed{\text{R/ Dado que el IC es positivo y negativo no se puede respaldar la información}}$

2. **[4 puntos]** Se construyó un intervalo de confianza para la diferencia de proporciones de personas hombres (p_h) y mujeres (p_m) que prefieren una cierta marca de café, en un determinado lugar. Se utilizaron muestras de 800 hombres y 800 mujeres. En la muestra se obtuvo que 625 hombres gustan de la marca de café. Suponga que $n_1\hat{p}_h \geq 5$, $n_1\hat{q}_h \geq 5$, $n_2\hat{p}_m \geq 5$ y $n_2\hat{q}_m \geq 5$. Si el intervalo de confianza para $p_h - p_m$, obtenido de manera correcta, es $]-0.0122196, 0.07471958[$, determine cuántas mujeres en la muestra gustan de la marca de café y el nivel de confianza utilizado.

$$p_h - p_m = \frac{a+b}{2}$$

$$p_h - p_m = \frac{-0{,}0122196 + 0{,}07471958}{2}$$

$$p_h - p_m = 0{,}03124999$$

$$p_m = p_h - 0{,}03124999$$

$$p_m = \frac{625}{800} - 0{,}03124999$$

$$p_m = 0{,}75 \qquad n_2 = 600 \longrightarrow p_m \cdot n_2 = 0{,}75 \cdot 800 = \boxed{600}$$

$$n_1 = 800 \qquad n_2 = 800 \qquad z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} = E$$

$$p_1 = 0{,}78125 \qquad p_2 = 0{,}75 \qquad E = \frac{b-a}{2} = \frac{0{,}07471958 - -0{,}0122196}{2}$$

$$q_1 = 0{,}21875 \qquad q_2 = 0{,}25 \qquad = 0{,}04346959$$

$$z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}78125 \cdot 0{,}21875}{800} + \frac{0{,}75 \cdot 0{,}25}{800}} =$$

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{0{,}04346959}{\sqrt{\frac{0{,}78125 \cdot 0{,}21875}{800} + \frac{0{,}75 \cdot 0{,}25}{800}}} = 2{,}05375$$

$$P(Z > 2{,}05375) = 0{,}02 \longrightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}02$$

$$\alpha = 0{,}04$$

$$1 - 0{,}04 = 0{,}96 \longrightarrow \boxed{96\%}$$

5. **[5 puntos]** Los siguientes datos se refieren a la cantidad de accidentes laborales menores por semana en una empresa de manofactura registrados durante 36 semanas.

Accidentes	1	2	3	4	5
Semanas	10	10	7	5	4

e
o

Si se define X como la frecuencia de accidentes por semana, ¿existe evidencia en contra de suponer que $X \sim P(2)$ con significancia 0.03?

Recuerde $P(2)$ se refiere a una distribucion Poisson con media igual a 2 y

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$$

$H_0: X \sim P(2)$ $\quad n = 36 \quad k = 5 \quad \lambda = 2$

$H_1: X \nsim P(2)$ $\quad \alpha = 0{,}03 \quad v = 4$

$e_1: 36 \cdot \frac{e^{-2} \cdot 2^1}{1!} = 9{,}74$ $\qquad e_4: 36 \cdot \frac{e^{-2} \cdot 2^4}{4!} = 3{,}24 < 5$

$e_2: 36 \cdot \frac{e^{-2} \cdot 2^2}{2!} = 9{,}74$ $\qquad e_5: 36 \cdot \frac{e^{-2} \cdot 2^5}{5!} = 1{,}29 < 5$

$e_3: 36 \cdot \frac{e^{-2} \cdot 2^3}{3!} = 6{,}49 \rightarrow e_3 = 6{,}49 + 3{,}24 + 1{,}29 = 11{,}02$

$k = 3$

$v = 2$

$O_3 = 7 + 5 + 4 = 16$

Observados: 10, 10, 16

esperados: 9,74, 9,74, 11,02

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \text{ con } \nu = k - 1$$

$$\chi^2_{obs} = \frac{(10 - 9{,}74)^2}{9{,}74} + \frac{(10 - 9{,}74)^2}{9{,}74} + \frac{(16 - 11{,}02)^2}{11{,}02}$$

$\chi^2_{obs} = 2{,}26 \qquad \chi^2_c = \chi^2_{0.03,2} = 7{,}01332$

R/ Como $\chi^2_{obs} = 2{,}26 < \chi^2_c = 7{,}01332$

No se rechaza H_0, entonces

no existe evidencia de lo propuesto