

Probabilidades
Primer examen parcial
II semestre - 2024

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. Utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre repuestas que no sean claras y legibles, o escritas con lápiz. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. No se permite el uso de dispositivos electrónicos, salvo calculadora no programable. No se permite ningún material adicional a los mencionados.

1. En una compañía multinacional, se realiza un estudio de las habilidades de 300 empleados, de los cuales, 210 trabajan en alguna de las siguientes tres áreas: Análisis de Datos, Desarrollo de Software y Gestión de Proyectos. Se sabe que en Análisis de Datos trabajan 150 personas, en Desarrollo de Software trabajan 120 personas y en Gestión de Proyectos trabajan 100 personas. Además, 60 personas trabajan en Análisis de Datos y Gestión de Proyectos, 50 personas trabajan en las tres áreas, y 190 personas trabajan en Análisis de datos o en Desarrollo de Software.
 - a) [2 puntos] ¿Cuántas personas trabajan únicamente en Análisis de Datos?
 - b) [3 puntos] ¿Cuántas personas trabajan en exactamente dos áreas?
2. Se tiene dos urnas con bolitas, indistinguibles salvo por el color, de la siguiente manera:

	Bolitas rojas	Bolitas azules
Urna 1	4	1
Urna 2	2	2

Se extraen bolitas de las urnas, sin reemplazo y de forma alternada iniciando con la primera urna, hasta obtener dos bolitas rojas (no necesariamente consecutivas).

- a) [3 puntos] Escriba una representación del espacio muestral para el experimento propuesto.
 - b) [3 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que se saquen cuatro bolitas para terminar el experimento?
3. [3 puntos] Considere los eventos A , B y C de un experimento aleatorio. Si se sabe que A y B son independientes, y A y C son excluyentes, pruebe que:

$$P[A \cup B \cup C] = P[A] P[\overline{B}] + P[B \cup C].$$

Continúa en la siguiente página.

4. Considere la palabra **IMPLEMENTACION**.

- a) [3 puntos] Determine la cantidad total de **anagramas con todas las letras** en los que todas las vocales estén juntas (en cualquier orden) y, además, todas aparecen después de la cuarta posición.
- b) [3 puntos] Determine la cantidad total de **anagramas de 4 letras** en los que hay a lo sumo dos vocales y las consonantes no se pueden repetir.

5. Se van a repartir 10 entradas generales al estadio (todas iguales) y 8 camisetas distintas entre tres amigas: Ana, Melissa y Raquel. ¿De cuántas maneras se puede realizar la repartición si:

- a) [2 puntos] a Melissa le corresponden a lo sumo cuatro entradas?
- b) [3 puntos] le corresponden al menos dos camisetas a cada amiga?

6. [5 puntos] Una clínica ha desarrollado una nueva prueba para detectar una enfermedad rara, que afecta al 1 % de la población. Dicha prueba tiene las siguientes características:

- La probabilidad de que la prueba sea positiva, dado que la persona tiene la enfermedad (sensibilidad) es de 95 %.
- La probabilidad de que la prueba sea negativa dado que la persona no tiene la enfermedad (especificidad) es de 90 %.

Si la prueba únicamente puede tener resultado positivo o negativo, ¿cuál es la probabilidad de que un paciente que recibe la prueba con resultado positivo realmente tenga la enfermedad?

Todos los fenómenos de la naturaleza son solo los resultados matemáticos de un pequeño número de leyes inmutables.
Pierre-Simon Laplace.