

Principios elementales de conteo

■ Principio de la suma

Si las maneras de realizar un proceso se clasifican en k casos y C_i es el conjunto de maneras de realizar el proceso, ubicados en el caso i , con $i = 1, 2, 3, \dots, k$, se tiene que hay $|C_1| + |C_2| + \dots + |C_k|$ maneras de realizar el proceso.

■ Principio del producto

Si las maneras de realizar un proceso se clasifican en k etapas y E_i es el conjunto de maneras de realizar el proceso, ubicados en la etapa i , con $i = 1, 2, 3, \dots, k$, se tiene que hay $|E_1| \cdot |E_2| \cdot \dots \cdot |E_k|$ maneras de realizar el proceso.

■ Anagramas

El anagrama de una palabra es un ordenamiento de las letras de la palabra dada. Las posiciones de un anagrama se enumeran de izquierda a derecha.

Si hay un V presente, se usan casos y el principio de la suma, en resumen un caso son formas diferentes que logren cumplir un objetivo. Un caso puede estar compuesto de varias etapas, la cantidad de casos depende de la cantidad de V presente. Yo O Jen O malu
1 2 3

Si hay un A presente se usan etapas, y el principio del producto, en resumen las etapas son los diferentes pasos para lograr el objetivo. la cantidad de casos depende de la cantidad de A presente. Yo y Jen y malu
1 2 3

Anagrama es agarrar una palabra(s) y ordenarla de diferentes maneras.

2 etapas \rightarrow Dependiendo de cuantos 1

Ejercicio #1: Juan tiene 3 camisas y 5 pantalones ¿Cuántas maneras tiene de vestirse?

\nearrow 1 presente \rightarrow Etapas

Utilizando el principio del producto

Etapa 1: Camisa: 3 maneras
Etapa 2: Pantalón: 5 maneras

) se multiplican

Total: $3 \cdot 5$ maneras \rightarrow 15 maneras

Utilizando el principio de la suma

Se definen los casos en base a los objetos, pueden ser 3 o 5 en este caso

\swarrow 5 pantalones

Caso ①: Camisa 1: 5 maneras

Caso ②: Camisa 2: 5 maneras

Caso ③: Camisa 3: 5 maneras

Como los casos no se superponen, se pueden sumar

Total: $5 + 5 + 5 \rightarrow$ 15 maneras



no hay intersección

Ejercicio #2: ¿Cuántas permutaciones se pueden formar con los números 0, 1, 3, 5, 6, 9? si:

a) Los números 1, 3 y 5 están juntos.

Etapas

Usar Bloques

Decir que la condición es *

1, 3, 5 juntos = *

de elementos!

factorial

Etapa 1: Permutar los números 0, 6, 9, *

$$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 24$$

Etapa 2: Permutar * (0, 6, 9)

$$\underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 6$$

Aplicando principio del producto

$$24 \cdot 6 = \boxed{144 \text{ posibles permutaciones}}$$

3ra, 4ta, 5ta, 6ta

0, 1, 3, 5, 6, 9

b) El número 3 está después de la segunda posición y el número 6 debe ir en cualquier

lugar que esté posterior al lugar del número 3

$V \rightarrow$ caso

R/ 144

Ejemplo 0 1 3 $\downarrow V \downarrow V \downarrow$ en cualquiera de esas

¿En cuántos espacios puedo colocar el 3? 1

¿En cuántos espacios puedo colocar el 6? 3

Al final
permutar el resto

Caso 1 \rightarrow 3ra

$$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{1} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 72$$

Caso 2 \rightarrow 4ta

0 ~~1~~ ~~3~~ 5 6 7

$$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 48$$

Caso 3 \rightarrow 5ta

$$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} \cdot \underline{1} \cdot \underline{1} = 24$$

No puede estar en la 6ta por que el 6
está después del 3

$$\text{Total: } 72 + 48 + 24 = \boxed{144}$$

0, 1, 3, 5, 6, 9

c) Los números 3 y 6 deben ir separados por al menos un lugar

implícitamente los demás van en cualquier posición

Caso 1: 3 en primera posición

$$\underline{1} \cdot \underline{4} \cdot \underline{4}_{\text{aquí}} \cdot \underline{3}_{\text{aquí}} \cdot \underline{2}_{\text{aquí}} \cdot \underline{1}_{\text{aquí}} = 96$$

el 6

0 X 3 5 6 9 \rightarrow Permutar los que quedan

Caso 2: 3 en segunda posición

$$\underline{4} \cdot \underline{1} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 72$$

Caso 3: 3 en tercera posición

$$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{1} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{1} = 72$$

Caso 4: 3 en cuarta posición

$$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} \cdot \underline{1} \cdot \underline{3} = 72$$

Caso 5: 3 en quinta posición

$$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} \cdot \underline{1} = 72$$

Caso 6: 3 en sexta posición

$$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{4} \cdot \underline{1} \cdot \underline{1} = 96$$

$$72 + 72 + 72 + 72 + 96 + 96 = 480$$

Principio de la suma

Considere la palabra **PERMUTACION** ¿Cuántos anagramas se pueden construir sí?

a) No hay restricción \rightarrow factorial directo

Permutacion tiene 11 letras

$$\rightarrow 11! = 39,916,800$$

b) Las vocales van juntas (en cualquier orden)

PERMUTACION por bloques

$$* = E \cup A \cup I \cup O$$

$$P R M T C N, * \rightarrow 7!$$

$$E \cup A \cup I \cup O \rightarrow 5!$$

$$7! \cdot 5! = 5040 \cdot 120 = \boxed{607800}$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que las vocales estén juntas (en cualquier orden)? $R/\frac{1}{66}$ Ninguna proba > 1

Cuando hablen de proba aqui es la place

$$\frac{\text{Se hacen casos favorables}}{\text{Casos totales}} \rightarrow \frac{607800}{39916800} = \boxed{\frac{1}{66}}$$

$$\text{Se puede ver como } \frac{11!}{7! \cdot 5!} = \boxed{\frac{1}{66}}$$

Casos favorables es como casos donde van en cualquier orden

Casos totales son las permutaciones sin restricciones

d) Las consonantes van juntas (en cualquier orden)

PERMUTACION

* = PRMTCN

E U A I O * = $6! = 720$

* = $6! = 720$

$$720 \cdot 720 = \boxed{518400}$$

e) ¿Cuál es la probabilidad de que las consonantes estén juntas (en cualquier orden)?

$$R/\frac{1}{77}$$

CF PERMUTACION
CT

* = PRMTCN

E U A I O * $\rightarrow 6!$
* $\rightarrow 6!$

En cualquier orden $6! \cdot 6!$ CF

Casos totales $11!$

$$\frac{6! \cdot 6!}{11!} = \boxed{\frac{1}{77}}$$

Permutacion

f) Las vocales van juntas (en cualquier orden) y las consonantes van juntas (en cualquier orden)

principio del producto

R/ 172800

Etapa 1: permutar ambos bloques

$$X = P R M T C N \quad Y = E U A I O$$

$$X, y = 2!$$

Etapa 2: permutar x

$$X = 6!$$

Etapa 3: permutar y

$$Y = 5!$$

$$\text{Total: } 2! \cdot 6! \cdot 5! = 172800$$

PERMUTACION

g) ¿Cuál es la probabilidad de que las vocales estén juntas (en cualquier orden) y las consonantes estén juntas (en cualquier orden)?

$$R/ \frac{1}{231}$$

$$\frac{2! \cdot 6! \cdot 5!}{23!} = \frac{1}{231}$$

h) Las vocales van juntas (en cualquier orden) o las consonantes van juntas (en cualquier orden)

PERMUTACION

R/ 950400

Caso 1: Vocales Juntas

$$* = E U A I O = 5!$$

$$P R M T C N * = 7!$$

$$5! \cdot 7!$$

Pueden haber repetidos

por que estan en

1, en otro y en

ambos entonces

Se usa el principio

de inclusion-exclusion

$$A \cup B = A + B - A \cap B$$

Caso 2: Consonantes Juntas

$$* = P R M T C N = 6!$$

$$E U A I O * = 6!$$

$$6! \cdot 6!$$

Caso 3: Vocales y consonantes juntas

Etapas 1: Permutar ambos bloques

$$X = E U A I O \quad Y = P R M T C N$$

$$X Y = 2!$$

Etapas 2: Permutar x

$$5!$$

$$2! \cdot 5! \cdot 6!$$

Etapas 3: Permutar y

$$6!$$

$$\text{Total} \quad 5! \cdot 7! + 6! \cdot 6! - 2! \cdot 5! \cdot 6! = \boxed{950400}$$

i) ¿Cuál es la probabilidad de que las vocales estén juntas (en cualquier orden) o las consonantes estén juntas (en cualquier orden)?

PERMUTACION

R/ $\frac{1}{42}$

$$\frac{CF}{CT} = \frac{950400}{11!} = \frac{2}{42}$$