Ph una proporcion

Ejemplo 4: una proporción

Por estadísticas que se tienen, se ha establecido que a lo sumo 80% de los fanáticos de cierto equipo, apoyan la idea de que se vendan acciones del equipo a los fanáticos. Una muestra aleatoria de 500 aficionados, reveló que 435 de ellos están de acuerdo con la propuesta. A un nivel de significancia del 5%. ¿Tendrán razón la afirmación inicial?

Normal

$$Z = \frac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}}$$

$H_0: p = 0{,}80 \ (\leq)$ $\quad n = 500$ $\quad p_0 = 0{,}80$

$H_1: p > 0{,}80$ $\quad \hat{p} = \frac{435}{500} = 0{,}87$ $\quad q_0 = 0{,}20$

$\alpha = 0{,}05$

Estandarizando

$$Z_{0,05} = \frac{0{,}87 - 0{,}80}{\sqrt{\frac{0{,}80 \cdot 0{,}20}{500}}} = 3{,}9133$$

3,9133

RA | RR

1,69

$$Z_c = Z_{0,05} = 1{,}64485$$

$$\boxed{\text{R/ Como } Z_{0,05} = 3{,}9133 > Z_c = 1{,}64485 \text{ se rechaza } H_0}$$

Tip mental: Si se cumple el simbolo del mismo tipo de cola, se rechaza, por ejemplo aqui era cola derecha y se cumplio el > entonces se rechaza

Con valor P

$H_0: p = 0{,}80 \ (\leq)$ $\qquad n = 500$ $\qquad p_0 = 0{,}80$

$H_1: p > 0{,}80$ $\qquad \hat{p} = \dfrac{435}{500} = 0{,}87$ $\qquad q_0 = 0{,}20$

$\alpha = 0{,}05$

Estandarizando

$$Z_{0{,}05} = \frac{0{,}87 - 0{,}80}{\sqrt{\dfrac{0{,}80 \cdot 0{,}20}{500}}} = 3{,}9131$$

$$P(Z > 3{,}9131) = 0{,}00005$$

$\boxed{\text{R/ Como } 0{,}00005 < 0{,}05 \text{ se rechaza } H_0}$

Con RR y RA $\qquad \hat{p}_0 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}$

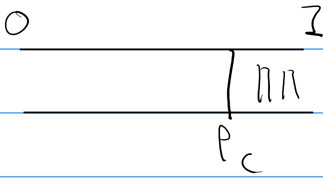
$p_0 = 0{,}80$

$H_0: p = 0{,}80 \ (\leq)$ $\qquad n = 500$ $\qquad q_0 = 0{,}20$

$H_1: p > 0{,}80$ $\qquad \hat{p} = \dfrac{435}{500} = 0{,}87$ $\qquad \alpha = 0{,}05$

$Z_{0{,}05} = 1{,}64485$

$$b = 0{,}8 + 1{,}64485 \cdot \sqrt{\frac{0{,}80 \cdot 0{,}20}{500}} = 0{,}8294 \leftarrow P_c$$



RR: $]0.8294, 1[$

RA: $]0, 0.8294[$

$\boxed{\text{R/ Como } \hat{p} = 0{,}87 \in RR \text{, se rechaza}}$

[4 puntos] El gerente de un banco dice que al menos el 78 % de las transacciones que se realizan en su sucursal se hacen en colones. Para verificar su aseveración consulta los registros de las últimas 40 transacciones y observa que 28 de ellas se hicieron en colones.

Haga una prueba de hipótesis con un nivel de significancia del 2,5 % para juzgar la validez de la aseveración del gerente.

Normal

$$Z = \frac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}}$$

$H_0: p = 0{,}78$ $(\geq)$ $\quad n = 40 \quad \hat{p} = \frac{28}{40} = 0{,}7$

$H_1: p < 0{,}78 \quad p_0 = 0{,}78 \quad q_0 = 0{,}22 \quad \alpha = 0{,}025$

Estandarizando

$$z_{obs} = \frac{0{,}7 - 0{,}78}{\sqrt{\frac{0{,}78 \cdot 0{,}22}{40}}} = -1{,}22$$

$$z_c = z_{0{,}025} = -1{,}95$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \therefore \text{ Como } z_{obs} = -1{,}22 > z_c = -1{,}95 \\ \text{No se rechaza } H_0 \end{array}}$$

Con valor P

$$z_{obs} = \frac{0{,}7 - 0{,}78}{\sqrt{\frac{0{,}78 \cdot 0{,}22}{40}}} = -1{,}22$$

$$P(Z < -1{,}22) = 0{,}1$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \therefore \text{ Como } 0{,}1 > 0{,}025 \\ \text{No se rechaza } H_0 \end{array}}$$

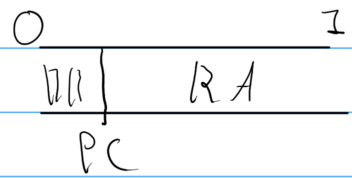
Con RR $\wedge$ RA

$H_0: p = 0{,}78\ (\geq)$ $\quad n = 40 \quad \hat{p} = \frac{28}{40} = 0{,}7$ $\qquad \hat{p}_0 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$

$H_1: p < 0{,}78$ $\quad p_0 = 0{,}78 \quad q_0 = 0{,}22 \quad \alpha = 0{,}025$

$Z_{0.025} = -1{,}95996$

$$a = 0{,}78 - 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{0{,}78 \cdot 0{,}22}{40}} = 0{,}651626 \leftarrow PC$$



RR: $]0, 0.651626[$

RA: $]0.651626, 1[$

$\boxed{\text{R) Como } \hat{p} = 0{,}70 \in \text{RA, NO se rechaza } H_0}$

50

4. Un profesor de la Universidad Futuro Garantizado cree que más de la mitad de los estudiantes matriculados se retiran de al menos una materia. En una muestra de 80 estudiantes, se observó que 45 se habían retirado de al menos una materia.

(a) Determine el valor P de la prueba de hipótesis para contrastar la creencia del profesor.
$R/$ 0.131357.

$$Z = \frac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}}$$

$H_0: p = 0{,}5 \; (\leq)$ $\quad n = 80 \quad \hat{p} = \frac{45}{80}$

$H_1: p > 0{,}5$ $\quad p_0 = 0{,}5 \quad q_0 = 0{,}5$

$$Z = \frac{\frac{45}{80} - 0{,}5}{\sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{80}}} = 1{,}118$$

$$P(Z > 1{,}118) = \boxed{0{,}13178}$$

(b) ¿Considere aceptable la creencia del profesor?

No, pues valor $P = 0{,}13178 > 0{,}05$ por lo que no se rechaza H_0

Redondeo

(c) ¿De qué tamaño debe ser una muestra para que la prueba tenga una significancia de 2% y una potencia de 90% cuando el verdadero porcentaje de estudiantes que se retiran de al menos una materia es del 60% ?
$R/$ ~~273~~ 274

$$n \geq \frac{(|z_{\alpha/k}|\sqrt{p_0 q_0} + |z_\beta|\sqrt{p_1 q_1})^2}{(p_1 - p_0)^2}$$
donde k es el número de colas

$H_0: p = 0{,}5 \; (\leq)$ $\quad p_0 = 0{,}5 \quad p_1 = 0{,}60$

$H_1: p > 0{,}5$ $\quad q_0 = 0{,}5 \quad q_1 = 0{,}40$

$H_1': p = 0{,}60 \quad \alpha = 0{,}02 \quad \beta = 0{,}10$

$Z_{0.02} = 2{,}05375 \quad Z_{0.10} = 1{,}28155$

$$n \geq \frac{(2{,}05375 \cdot \sqrt{0{,}5 \cdot 0{,}5} + 1{,}28155 \cdot \sqrt{0{,}60 \cdot 0{,}40})^2}{(0{,}60 - 0{,}5)^2}$$

$n \geq 273{,}80 \longrightarrow \boxed{n \geq 274}$

5. La compañía SERVICIO COMPLETO ofrecerá servicios de telecomunicaciones en nuestro país a penas le aprueben su proyecto, y afirma que más del 30% de los hogares del país pasarán a ser sus clientes. De 80 hogares encuestados, 25 mencionaron que efectivamente se suscribirán a la compañía

(a) ¿Cuál es la probabilidad de error tipo II si la verdadera proporción es de 40%, el tamaño de la muestra es 120 y el nivel de significancia de 0.025? $R/\quad 0.345.$

Ojo, se usa este n

$H_0: p = 0{,}30 \ (\leq)$ $\qquad n = 120 \qquad \hat{p} = \frac{25}{80}$

$H_1: p > 0{,}30 \ (\hat{p} > 0{,}30)$ $\qquad p_0 = 0{,}30 \qquad q_0 = 0{,}70$

$H'_1: p = 0{,}40$ $\qquad \alpha = 0{,}025$

$$Z = \frac{\hat{P}_c - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}} \qquad \hat{p}_0 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$$

1) Calcular P_c

$$Z_{0{,}025} = 1{,}95996$$

$$0{,}30 + 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{0{,}30 \cdot 0{,}70}{120}} = 0{,}38199$$

3991

2) Estandarizar para error 2

$$Z = \frac{\hat{P}_c - p_1}{\sqrt{p_1 q_1 / n}}$$

$$Z = \frac{0{,}38399 - 0{,}40}{\sqrt{\frac{0{,}40 \cdot 0{,}60}{120}}} = -0{,}40$$

$$P(Z < -0{,}40) = 0{,}34458 \approx \boxed{0{,}345}$$

Contrario a $>$

19. Una empresa está interesada en lanzar un nuevo producto al mercado. Tras realizar una campaña publicitaria, se toma una muestra de 1000 habitantes, de los cuales 25 no conocían el producto. ¿Apoya el estudio la hipótesis de que menos del 3% de la población no conoce el nuevo producto?
R/ Valor $P = 0.176186$. No se apoya el estudio

Normal

$n = 1000$ $\hat{p} = 0{,}025$

$$Z = \frac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}}$$

$H_0: p = 0{,}03 \ (\geq)$ $p_0 = 0{,}03$ $q_0 = 0{,}97$

$H_1: p < 0{,}03 \ (\hat{P} < 0{,}3)$ $\alpha = 0{,}05$

$$Z_{obs} = \frac{0{,}025 - 0{,}03}{\sqrt{\frac{0{,}03 \cdot 0{,}97}{1000}}} = -0{,}92$$

$$Z_c = Z_{0.05} = -1{,}645$$

$$\boxed{\begin{array}{l} R/ \quad \text{Como } Z_{obs} = -0{,}92 > Z_c = -1{,}645 \\ \quad\quad \text{No se rechaza } H_0 \end{array}}$$

Con valor P

$$Z_{obs} = \frac{0{,}025 - 0{,}03}{\sqrt{\frac{0{,}03 \cdot 0{,}97}{1000}}} = -0{,}92$$

$$P(Z < -0{,}92) = 0{,}17879$$

$$\boxed{\begin{array}{l} R/ \quad \text{Como valor } P = 0{,}17879 > \alpha = 0{,}05 \\ \quad\quad \text{No se rechaza } H_0 \end{array}}$$

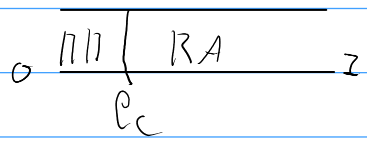
Con RR $\wedge$ RA $\quad n=1000 \quad \hat{p}=0{,}025 \quad \hat{p}_0 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$

$p_0=0{,}03 \quad q_0=0{,}97$

$H_0: p=0{,}03\ (\geq) \qquad \alpha=0{,}05$

$H_1: p<0{,}03 \qquad Z_{0.05}=-1{,}645$

$$0{,}03-1{,}645\cdot\sqrt{\frac{0{,}03\cdot 0{,}97}{1000}}=0{,}021126 \leftarrow P_c$$



RR: $]0, 0.021126[$

RA: $]0{,}021126, 1[$

$\boxed{\text{R/ Como } \hat{p}=0{,}025 \in \text{RA, NO se rechaza } H_0}$

Ejemplo 99. Un investigador afirma que al menos el 10 % de los cascos para motocicleta marca Fast tiene defectos de fabricación que pueden provocar daños a quien lo use. Una muestra aleatoria de 200 cascos revela que 16 de ellos contienen tales defectos.

1. ¿Cuál es valor P para analizar la afirmación del investigador?

Normal $\qquad \hat{p}=0{,}08 \quad n=200 \qquad Z=\frac{\hat{P}-p_0}{\sqrt{p_0q_0/n}}$

$H_0: p=0{,}10\ (\geq) \qquad p_0=0{,}10 \quad q=0{,}10$

$H_1: p<0{,}10\ (\hat{p}<0{,}10) \qquad \alpha=0{,}05$

$$Z_{obs}=\frac{0{,}08-0{,}10}{\sqrt{\frac{0{,}10\cdot 0{,}90}{200}}}=-0{,}94$$

$$Z_c=Z_{0.05}=-1{,}645$$

$\boxed{\text{R/ Como } Z_{obs}=-0{,}94>-1{,}645 \text{ NO se rechaza } H_0}$

Con valor P

$$Z_{0,05} = \frac{0,08 - 0,10}{\sqrt{\frac{0,10 \cdot 0,90}{200}}} = -0,94$$

$$P(Z < -0,94) = 0,17361$$

$$\boxed{\text{R/ Como valor P} = 0,17361 > 0,05 \text{ No se rechaza } H_0}$$

Con RR y RA

$\hat{p} = 0,08 \quad n = 200 \quad \hat{p}_0 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p q_0}{n}}$

$H_0 : p = 0,10\ (\geq)$ $\quad p_0 = 0,10 \quad q = 0,10$

$H_1 : p < 0,10\ (\hat{p} < 0,10)$ $\quad \alpha = 0,05$

$$0,10 - 1,645 \cdot \sqrt{\frac{0,10 \cdot 0,90}{200}} = 0,06511 \leftarrow PC$$

0 RR | RA 1

pc

RR:]0, 0.06511[

RA:]0.06511, 1[

$$\boxed{\text{R/ Como } \hat{p} = 0,08 \in RA \text{ No se rechaza } H_0}$$

Ejemplo 100. El candidato del partido PLAN asegura que el 55 % de los ciudadanos votará por él en las próximas elecciones. La encuestadora UNI obtuvo que de 1000 habitantes, 520 votarán por dicho candidato. Al utilizar un nivel de significancia del 10 %, ¿existe evidencia significativa en contra de la afirmación del candidato?

Normal

$H_0: p = 0{,}55\ (\geq)$ $\quad n = 1000 \quad p_0 = 0{,}55$ $\quad \hat{p}_0 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq_0}{n}}$

$H_1: p \neq 0{,}55$ $\quad \alpha = 0{,}10 \quad q_0 = 0{,}45$

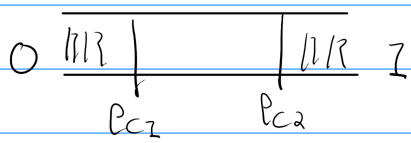
$z_{0.05} = \pm 1{,}645 \quad \hat{p} = 0{,}520$

$$a = 0{,}55 - 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}55 \cdot 0{,}45}{1000}} = 0{,}524121 \leftarrow p_{c1}$$

$$b = 0{,}55 + 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}55 \cdot 0{,}45}{1000}} = 0{,}525879 \leftarrow p_{c2}$$

$RR =]0, 0.524121[\cup]0.525879, 1[$

$RA =]0.524121, 0.525879[$



R/ Como $\hat{p} = 0{,}520 \in RR$
se rechaza H_0

Con valor P

$H_0: p = 0{,}55\ (\geq)$ $\quad n = 1000 \quad p_0 = 0{,}55$ $\quad Z = \frac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}}$

$H_1: p \neq 0{,}55$ $\quad \alpha = 0{,}10 \quad q_0 = 0{,}45$

$\hat{p} = 0{,}520$

$$z_{obs} = \frac{0{,}520 - 0{,}55}{\sqrt{\frac{0{,}55 \cdot 0{,}45}{1000}}} = -1{,}90693$$

$2P(Z > -1{,}90693) = 0{,}05653 < 0{,}1$

$\therefore$ se rechaza H_0

Ejemplo 101. Se toma una muestra aleatoria de 300 habitantes de cierta ciudad y se les pregunta si están a favor de que el país C realice un tratado de libre comercio con China. Al realizar la prueba de hipótesis se ha determinado que si menos de 100 personas responden de manera afirmativa, se concluye que a lo sumo el 30 % de los habitantes está a favor del tratado.

1. Determine las regiones de aceptación y rechazo para analizar si a lo sumo el 30 % de los habitantes está a favor del tratado.

Normal $\qquad \hat{p} = \frac{1}{3} \qquad n = 300 \qquad Z = \dfrac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}}$

$H_0: p = 0{,}30\ (\leq) \qquad p_0 = 0{,}30 \qquad q_0 = 0{,}70$

$H_1: p > 0{,}30\ (\hat{p} > 0{,}30) \qquad \alpha = 0{,}05 \qquad Z_{0{,}05} = 1{,}64485$

$$Z_{obs} = \frac{0{,}33 - 0{,}30}{\sqrt{\dfrac{0{,}30 \cdot 0{,}70}{300}}} = 1{,}25988$$

$$Z_c = Z_{0{,}05} = 1{,}64485$$

R/ Como $Z_{obs} = 1{,}25988 < 1{,}64485$
No se rechaza H_0

Valor P

$$Z_{obs} = \frac{0{,}33 - 0{,}30}{\sqrt{\dfrac{0{,}30 \cdot 0{,}70}{300}}} = 1{,}25988$$

$$P(Z > 1{,}25988) = 0{,}10386$$

R/ Como Valor $P = 0{,}10386 > \alpha = 0{,}05$
No se rechaza H_0

Con RR y RA

si menos de 100 personas responden de manera afirmativa, se concluye que a lo sumo el 30 % de los habitantes está a favor del tratado.

$$P_c = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$$

0 RA | RR 1

pc

RR: $\left]\frac{1}{3}, 1\right[$

RA: $\left]0, \frac{1}{3}\right[$

$\boxed{\text{R/ Como } \hat{p} = \frac{1}{3} \in RA \text{ No se rechaza } H_0}$

2. Encuentre la probabilidad del error tipo I

$$Z_{0,05} = \frac{0,33 - 0,30}{\sqrt{\frac{0,30 \cdot 0,70}{300}}} = 1,25988$$

$$P(Z > 1,25988) = \boxed{0,10386}$$

3. ¿Cuál es la probabilidad del error tipo II si solo el 40 % de los habitantes está a favor del tratado?

$H_0: p = 0,30 \; (\leq)$ $\quad \hat{p} = \frac{1}{3}$ $\quad n = 300$

$H_1: p > 0,30 \; (\hat{p} > 0,30)$ $\quad p_0 = 0,30$ $\quad q_0 = 0,70$

$\alpha = 0,05$ $\quad Z_{0,05} = 1,64485$

$H_2: p = 0,40$

$P_c = \frac{1}{3}$ $\quad p_1 = 0,40$ $\quad q_1 = 0,60$

$$Z = \frac{\hat{P}_c - p_1}{\sqrt{p_1 q_1 / n}}$$

Estandarizar para error 2

$$Z = \frac{\frac{1}{3} - 0,40}{\sqrt{\frac{0,40 \cdot 0,60}{300}}} = -2,35702$$

$$P(Z < -2,35702) = \boxed{0,009137}$$

4. Una casa encuestadora desea realizar la prueba con un nivel de significancia del 5 % y una potencia del 2 % si la verdadera proporción es del 40 %. ¿Qué tamaño de muestra debe tomar?

$H_0: p = 0{,}30\ (\leq)$ $\qquad \hat{p} = \frac{1}{3}$ $\qquad n = 300$

$H_1: p > 0{,}30\ (\hat{p} > 0{,}30)$ $\qquad p_0 = 0{,}30 \quad q_0 = 0{,}70$

$p_1 = 0{,}40 \quad q_1 = 0{,}60$

$H_2: p = 0{,}40$ $\qquad \alpha = 0{,}05$

$\beta = 0{,}02$

$$n \geq \frac{(|z_{\alpha/k}|\sqrt{p_0 q_0} + |z_\beta|\sqrt{p_1 q_1})^2}{(p_1 - p_0)^2}$$

donde k es el número de colas

$Z_{0.05} = 1{,}645$

$Z_{0.02} = 2{,}05$

$$n \geq \frac{\left(1{,}645 \cdot \sqrt{0{,}30 \cdot 0{,}70} + 2{,}05 \cdot \sqrt{0{,}40 \cdot 0{,}60}\right)^2}{(0{,}40 - 0{,}30)^2}$$

$n \geq 309{,}1 \longrightarrow \boxed{n \geq 310}$

Ejercicio 34. Un profesor de la Universidad Futuro Garantizado cree que más de la mitad de los estudiantes matriculados retira al menos una materia. En una muestra de 80 estudiantes, se observó que 45 se habían retirado de al menos una materia.

0,5

Normal $\qquad \hat{p} = 0{,}5625 \quad n = 80$

$$Z = \frac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}}$$

$H_0: p = 0{,}50\ (\leq)$ $\qquad p_0 = 0{,}50 \quad q_0 = 0{,}50$

$H_1: p > 0{,}50\ (\hat{p} > 0{,}50)$ $\qquad \alpha = 0{,}05$

$$Z_{obs} = \frac{0{,}5625 - 0{,}50}{\sqrt{\frac{0{,}50 \cdot 0{,}50}{80}}} = 1{,}118$$

$Z_c = Z_{0.05} = 1{,}64485$

$\boxed{\text{// Como } Z_{obs} = 1{,}118 < 1{,}64485 \text{ No se rechaza } H_0}$

Valor P

$$Z_{0,05} = \frac{0,5625 - 0,50}{\sqrt{\frac{0,50 \cdot 0,50}{80}}} = 1,118$$

$$P(Z > 1,118) = 0,13178$$

$$\boxed{\text{R/ Como } P = 0,13178 > 0,05 \text{ No se rechaza } H_0}$$

RR y RA

$$\hat{p}_0 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$$

$H_0: p = 0,50 \ (\leq)$

$H_1: p > 0,50 \ (\hat{p} > 0,50)$

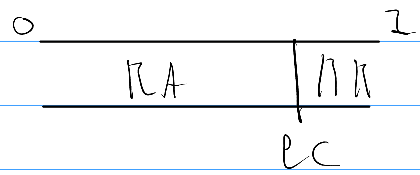
$\hat{p} = 0,5625 \quad n = 80$

$p_0 = 0,50 \quad q_0 = 0,50$

$\alpha = 0,05$

$Z_{0.05} = 1,64485$

$$0,50 + 1,64485 \cdot \sqrt{\frac{0,50 \cdot 0,50}{80}} = 0,592 \leftarrow PC$$



RR: $]0,592, 1[$

RA: $]0, 0.592[$

$$\boxed{\text{R/ Como } \hat{p} = 0,5625 \in RA \text{ No se rechaza } H_0}$$

Ph una varianza

se puede deducir el simbolo si $\sigma_0 > s$

$\sigma_0 < s$

Ejemplo 8: una varianza

Se estima que el tiempo que requieren los estudiantes de estadística para resolver el primer parcial se distribuye normalmente. Si este año una muestra de 20 estudiantes dio una desviación estándar de 5 min y considerando una significancia del 10%, ¿hay evidencia de que en realidad la desviación estándar de las notas es menor que los 8 min?.

Aquí

$\sigma_0 > S$

$8 > 5$

Usando χ^2_c $\quad n=20 \quad \sigma_0 = 8$ $\quad \chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ con $\nu = n-1$

$H_0: \sigma = 8 (\geq) \; 8 > 5 \quad v = 19 \quad S = 5 \quad \alpha = 0{,}10$

$H_1: \sigma < 8$

$$\chi^2_{obs} = \frac{19 \cdot 5^2}{8^2} = 7{,}4218$$

$$\chi^2_c = \chi^2_{0.10,\,19} = 11{,}65091$$

$$\boxed{\text{R/ Como } \chi^2_{obs} = 7{,}4218 < \chi^2_c = 11{,}65091 \text{ se rechaza } H_0}$$

Usando s^2_c

σ^2_{obs}

$\chi^2_c = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ con $\nu = n-1$

Aquí el $S^2_{obs} = 5^2$

$n = 20 \quad \sigma_0 = 8$

$v = 19 \quad S = 5 \quad \alpha = 0{,}10$

$$\chi^2_c = \frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma_0^2}$$

$$s^2 = \frac{\chi^2_c \cdot \sigma_0^2}{n-1} \qquad \chi^2_c = \chi^2_{0.10,\,19} = 11{,}65091$$

$$S^2_c = \frac{11{,}65091 \cdot 8^2}{19} = 39{,}2452 \qquad s^2_{obs} = 5^2 = 25$$

R/ Como $s^2_{obs} = 25 < S^2_c = 39{,}2452$

se rechaza H_0

$\sigma_C = S$ aplicando S

$$\chi^2_C = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \text{ con } \nu = n-1$$

Usando S_C Aquí el $S_{obs} = 5$

$$\chi^2_C = \frac{(n-1)\cdot S^2}{\sigma_0^2}$$

$n = 20$ $\sigma_0 = 8$
$\nu = 19$ $S = 5$ $\alpha = 0{,}10$

$$S_C^2 = \frac{\chi^2_C \cdot \sigma_0^2}{n-1}$$

$$\chi^2_C = \chi^2_{0.10,\,19} = 11{,}65091$$

$$S_C = \sqrt{\frac{\chi^2_C \cdot \sigma_0^2}{n-1}}$$

$$S_C = \sqrt{\frac{11{,}65091 \cdot 8^2}{19}} = 6{,}2646 \quad S_{obs} = 5$$

R/ Como $S_{obs} = 5 < S_C = 6{,}2646$
Se rechaza H_0

Usando valor P

$n = 20$ $\sigma_0 = 8$ $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ con $\nu = n-1$
$\nu = 19$ $S = 5$ $\alpha = 0{,}10$

$$\chi^2 = \frac{19 \cdot 5^2}{8^2} = 7{,}421875$$

$$P(\chi^2 < 7{,}421875,\ 19) = 0{,}00840$$

R/ Como $P = 0{,}00840 < 0{,}10$
Se rechaza H_0

La empresa de llantas Mundiales ha sacado un nuevo modelo de llantas para automóviles al mercado asegurando que su duración tiene una desviación estándar menor a 5000 km. Suponga que la duración de las llantas se distribuye normalmente. Se quiere contrastar la afirmación a un nivel de significancia del 10% con una muestra aleatoria de 25 llantas del nuevo modelo.

Acote la probabilidad del error tipo II de la prueba si duración de las llantas del nuevo modelo tiene una desviación estándar de 4700 km

$H_0: \sigma = 5000 \ (\geq)$ $\quad n = 25 \quad \sigma_0 = 5000$ $\quad \chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_1^2}$ con $\nu = n - 1$

$H_1: \sigma < 5000$ $\quad V = 24 \quad S = ?$

$\alpha = 0{,}10 \quad E\,II \rightarrow \sigma_1 = H_1'$

$H_1': \sigma = 4700$

Primero se debe encontrar S con los valores normales

$$\chi^2_c = \frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma_0^2}$$

$$\chi^2_c = \chi^2_{0{,}010,\,24} = 15{,}65868$$

$$S = \sqrt{\frac{\chi^2_c \cdot \sigma_0^2}{n-1}} \qquad \sigma_0^2 = 5000^2 \qquad n-1 = 24$$

$$S = \sqrt{\frac{15{,}65868 \cdot 5000^2}{24}} \rightarrow S = 4038{,}70$$

Ahora se debe estandarizar con los nuevos datos en este caso con χ^2 y luego ese resultado a la calcu

$n = 25 \quad \sigma_0 = 4700$ $\quad \chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ con $\nu = n - 1$

$V = 24 \quad S = 4038{,}70$

$$\chi^2 = \frac{24 \cdot 4038{,}70^2}{4700^2}$$

Contrario de <

$$\chi^2 = 17{,}72 \rightarrow P(\chi^2 > 17{,}72,\,24)$$

$$\rightarrow \boxed{0{,}816307}$$

2. Un ingeniero de computación, se ha quejado ante la Oficina de Trabajo por las grandes diferencias salariales que se le paga a un ingeniero en computación de un empresa a otra. Ante esto, el presidente de la Cámara de Empresas ha señalado que la desviación estandár del salario mensual de un ingenierio en computación es menor a 100 dólares. Para analizar esta afirmación, la Oficina de Trabajo en una muestra de 40 ingenieros observó un salario promedio de 2000 dólares con una desviación estándar de 90 dólares. Se quiere contrastar la afirmación a un nivel de significancia del 10%.

$\sigma < S$

(a) Determine las regiones de aceptación y rechazo de la prueba para el estadístico S^2_c.

$H_0: \sigma = 100\ (\geq)$ $\quad n = 40 \quad s = 90$

$H_1: \sigma < 100$ $\quad v = 39 \quad \sigma_0 = 100$

$\alpha = 0{,}10$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \text{ con } \nu = n-1$$

$$\chi^2_c = \frac{(n-1)\cdot s^2}{\sigma_0^2}$$

$\chi^2_c = \chi^2_{0{,}10,\,39} = 28{,}19579$

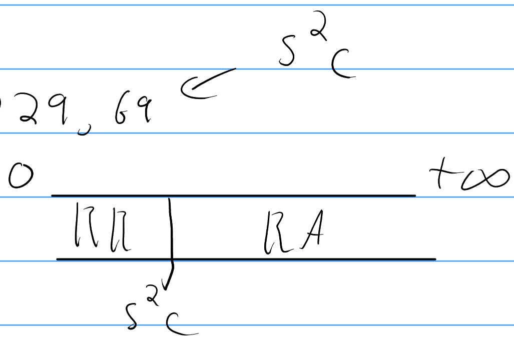
$\sigma^2 = 100^2$

$$s^2_c = \frac{\chi^2_c \cdot \sigma^2_0}{n-1}$$

$n-1 = 39$

Aquí el $S^2_{obs} = s^2$

$$s^2_c = \frac{28{,}19579 \cdot 100^2}{39} = 7229{,}69$$



RR: $]0, 7229.69[$

RA: $]7229.69, +\infty[$

R/ Como $S_{obs} = 90^2 = 8100 \in RA$
No se rechaza H_0

(c) Acote la probabilidad del error tipo II de la prueba si $\sigma = 95$ dólares.

$H_0: \sigma = 100 (\geq)$ $n = 40$ $s = 90$

$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ con $\nu = n - 1$

$H_1: \sigma < 100$ $v = 39$ $\sigma_0 = 95$

$\alpha = 0{,}10$

$E\,II \Rightarrow \sigma_1 = H'_1$

$H'_1 = 95$

Primero se debe encontrar S_c^2 normal, NO S por que así lo pide el ejercicio (a)

$$\chi_c^2 = \frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma_0^2}$$

Sin usar el $H'_1 = \sigma_0$ aun

$\chi_c^2 = \chi^2_{0.10,\,39} = 28{,}19579$

$$s_c^2 = \frac{\chi_c^2 \cdot \sigma_0^2}{n-1}$$

$\sigma^2 = 100^2$

$n - 1 = 39$

$$s^2_c = \frac{28{,}19579 \cdot 100^2}{39} = 7229{,}69$$

$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_1^2}$ con $\nu = n - 1$

Luego estandarizarlo

$H'_1 = 95$

$\sigma_1 = 95$

$$\chi^2 = \frac{39 \cdot 7229{,}69}{90^2} = 31{,}24$$

$V = 39$

$$P(\chi^2 > 31{,}24) = \boxed{0{,}80727}$$

6. Se estima que el tiempo que llenado de embases de la compañía BUEN SABOR se distribuye normalmente con una desviación estándar de 5 minutos. Si en una muestra de 25 embases dio una desviación estándar de 3 minutos, ¿hay evidencia de que en realidad la desviación es menor que 5 minutos? Utilice $\alpha = 10\%$. *R/* Si.

Usando χ^2_c

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \text{ con } \nu = n-1$$

$H_0: \sigma = 5\ (\geq)$ $\quad n = 25 \quad S = 3$

$H_1: \sigma < 5$ $\quad \nu = 24 \quad \sigma_0 = 5 \quad \alpha = 0{,}10$

$\chi^2_{obs} = \dfrac{24 \cdot 3^2}{5^2} = 8{,}64 \qquad \chi^2_c = \chi^2_{0.10,\,24} = 15{,}65868$

$\boxed{\text{R/ Como } \chi^2_{obs} = 8{,}64 < 15{,}65868 \text{ Se rechaza } H_0, \text{ sí hay evidencia}}$

Usando $S^2_c \rightarrow S^2_{obs} = S^2$

$S^2_{obs} = 3^2 = 9 \qquad S = 3$

$$\chi^2_c = \frac{(n-1) \cdot S^2}{\sigma^2_0}$$

$S^2_c = \dfrac{\chi^2_c \cdot \sigma^2_c}{n-1} \qquad \begin{array}{l} \chi^2_c = 15{,}65868 \\ \sigma^2_0 = 5^2 \\ n-1 = 24 \end{array}$

$S^2_c = \dfrac{15{,}65868 \cdot 5^2}{24} = 16{,}31$

$\boxed{\text{R/ Como } S^2_{obs} = 9 < 16{,}31 \text{ Se rechaza } H_0}$

Usando $S_c \rightarrow S_{obs} = S$

$S_{obs} = 3$ $\qquad S = 3$

$$\chi^2_c = \frac{(n-1)\cdot s^2}{\sigma^2_0}$$

$$S_c = \sqrt{\frac{\chi^2_c \cdot \sigma^2_0}{n-1}}$$

$\chi^2_c = 15{,}65868$

$\sigma^2_0 = 5^2$

$n-1 = 24$

$$S_c = \sqrt{\frac{15{,}65868 \cdot 5^2}{24}} = 4{,}04$$

$\boxed{\text{R/ Como } S_{obs} = 3 < S_c = 4{,}04 \text{ se rechaza } H_0}$

Usando valor P

$$\chi^2_{obs} = \frac{24 \cdot 3^2}{5^2} = 8{,}64 \qquad V = 24$$

$$P(x^2 < 8{,}64) = 0{,}00173$$

$\boxed{\text{R/ Como } 0{,}00173 < 0{,}10 \text{ se rechaza } H_0}$