

Conteo de distribuciones

■ Distribuciones de objetos distinguibles (Diferentes)

Si se tienen r objetos distinguibles y n cajas distintas, el número de maneras de distribuir r objetos distinguibles en n cajas distintas viene dado por:

1. Si $r < n$ entonces el número de maneras de distribuir los objetos en las cajas, donde a lo sumo debe estar un objeto en cada caja es $P(n, r)$
2. El número de maneras de distribuir los objetos en las cajas, si no hay restricciones es n^r

■ Distribuciones de objetos indistinguibles (Iguales)

Si se tiene r objetos indistinguibles en n cajas distintas, el número de maneras de distribuir r objetos indistinguibles en n cajas distintas viene dado por:

1. Si $r < n$ entonces el número de maneras de distribuir los objetos en las cajas, donde a lo sumo debe estar un objeto en cada caja es $C(n, r)$
2. El número de maneras de distribuir los objetos en las cajas, si no hay restricciones es $C(n + r - 1, r)$

Entidad: CAJA

Lo que voy a repartir a la caja el objeto

"Doy helados a personas" ✓
 "Doy personas a helados" ✗

Objetos (r)	Cajas (n)	Restricción	Resultado
Iguales	Diferentes	-	$C(n+r-1, r)$
Iguales	Diferentes	Al menos un objeto	$C(n, r)$
Diferentes	Diferentes	Al menos un objeto	$P(n, r)$
Diferentes	Diferentes	-	n^r

} Combinación
shift + ÷

Permutation

shift + x

^

or

Una confitería desea premiar a sus mejores clientes: Juan, María y Lucía. Para ello, se propone distribuir entre ellos 5 frutinis (cada uno de sabor distinto) y 12 chupas (todas diferentes entre sí). De cuántas maneras se pueden distribuir estos confites si?

→ Distingüibles

a) A Lucía le corresponde a lo sumo un frutini

R/ 59521392

→ Distingüibles

3 Cajas (Juan, María, Lucía)

5 objetos X (frutinis) 12 objetos Y (12 chupas)

A Lucía ≤ 1 frutini

Caso 1: 0 frutinis a Lucía

Etapas 1: Elegir frutinis para Lucía
 $C(5,0) \rightarrow 1$

Objetos (r)	Cajas (n)	Restricción	Resultado
Iguales	Diferentes	-	$C(n+r-1, r)$
Iguales	Diferentes	Al menos un objeto	$C(n, r)$
Diferentes	Diferentes	Al menos un objeto	$P(n, r)$
Diferentes	Diferentes	-	n^r

Etapas 2: Repartir resto de frutinis

Las cajas (Juan y María) 1

los objetos (frutinis de diferentes sabores)

son distintos $\rightarrow 2^5$

Etapas 3: Repartir chupas

mismo escenario que el anterior

$\rightarrow 3^{12}$

Total: $1 \cdot 2^5 \cdot 3^{12}$

Caso 2: frutinis a Lucia

Etapa 1: Elegir frutinis para Lucia
 $(S_1) \rightarrow 5$

Objetos (r)	Cajas (n)	Restricción	Resultado
Iguales	Diferentes	-	$C(n+r-1, r)$
Iguales	Diferentes	Al menos un objeto	$C(n, r)$
Diferentes	Diferentes	Al menos un objeto	$P(n, r)$
Diferentes	Diferentes	-	n^r

Etapa 2: Repartir resto de frutinis
 2^4

Etapa 3: Repartir chupas
mismo escenario que el anterior
 $\rightarrow 3^{12}$

Total: $5 \cdot 16 \cdot 3^{12}$

$$B/ \quad 1 \cdot 2^5 \cdot 3^{12} + 5 \cdot 2^4 \cdot 3^{12} = 59\,521\,392$$

b) A Juan le corresponden al menos 10 chupas
 ≥ 10

Por que hay 12
y ocupa 10

Caso 1: 10 Chupas para Juan

Etapas 1: Repartir chupas a Juan $c(12, 10) = \boxed{66}$

Etapas 2: Repartir resto de chupas $\boxed{2^2}$

Etapas 3: Repartir frutinis $\boxed{3^5}$

Total: $\boxed{66 \cdot 2^2 \cdot 3^5}$

Caso 2: 11 Chupas para Juan

Etapas 1: Repartir chupas a Juan $c(12, 11) = \boxed{12}$

Etapas 2: Repartir resto de chupas $\boxed{2^1}$

Etapas 3: Repartir frutinis $\boxed{3^5}$

Total: $\boxed{12 \cdot 2^1 \cdot 3^5}$

Caso 3: 12 Chupas para Juan

Etapas 1: Repartir chupas a Juan $c(12, 12) = \boxed{1}$

Etapas 2: Repartir resto de chupas $\boxed{2^0}$

Etapas 3: Repartir frutinis $\boxed{3^5}$

Total: $\boxed{1 \cdot 2^0 \cdot 3^5}$

$$R1 \quad 66 \cdot 2^2 \cdot 3^5 + 12 \cdot 2^1 \cdot 3^5 + 1 \cdot 2^0 \cdot 3^5 = \boxed{70227}$$

Se desea distribuir 17 lapiceros idénticos y 5 lápices de color distintos en 5 cartucheras distintas. Determine el número de maneras de distribuir estos objetos en las cartucheras si:

a) No hay restricciones

R/ 18703125

Objetos (r)	Cajas (n)	Restricción	Resultado
Iguales	Diferentes	-	$C(n+r-1, r)$
Iguales	Diferentes	Al menos un objeto	$C(n, r)$
Diferentes	Diferentes	Al menos un objeto	$P(n, r)$
Diferentes	Diferentes	-	n^r

5 cartucheras \rightarrow Diferentes (Cajas)
 17 lapiceros \rightarrow Iguales (objeto x)
 5 lápices \rightarrow Diferentes (objeto y)

objeto igual }
 caja diferente }
 objeto diferente }
 caja diferente }

Etapas 1: Repartir lapiceros

$$C(5+17-1, 17) \rightarrow C(21, 17) = 5985$$

Etapas 2: Repartir lápices

$$5^5$$

$$\text{Total: } 5985 \cdot 5^5 = 18703125$$

b) Cada cartuchera debe tener al menos un lapicero y al menos un lápiz de color R/ 218400

$$\geq 1$$

$$\geq 1$$

c) Al menos una cartuchera tiene más de 4 lapiceros

R/ 5950 · 5!