Consideraciones sobre la notación

Todos sumados / Cantidad total

Calcu todo

$\overline{x_1}$: Media muestral población 1.

$\overline{x_2}$: Media muestral población 2.

$\hat{p}_1$, $\hat{p}_2$ } Proporciones muestrales

σ_1: Desviación estándar poblacional población 1

σ_2: Desviación estándar poblacional población 2.

s_1: Desviación estándar muestral población 1.

s_2: Desviación estándar muestral población 2.

IC dos poblaciones: Diferencia de promedios

O medias

Z

CASO 1:

Radio

Fórmula	Uso	¿Cuándo?
Centro $\overline{x_1} - \overline{x_2} \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$	IC: $\mu_1 - \mu_2$	$\overline{x_1}, \overline{x_2}$ se distribuye normalmente, $n_1, n_2 \geq 30$. σ_1, σ_2 se conocen. O $\sigma_1 = s_1 \wedge \sigma_2 = s_2$
$n \geq \frac{Z^2_{\alpha/2}(\sigma_1^2+\sigma_2^2)}{r^2}$	Tamaño de la muestra.	$\overline{x_1}, \overline{x_2}$ se distribuye normalmente. σ_1, σ_2 se conocen. → Varianzas POBLACIONALES

Nota: si $n_1, n_2 \geq 30$ y σ_1, σ_2 NO se conocen, se puede asumir $\sigma_1^2 = s_1^2$ y $\sigma_2^2 = s_2^2$

IC dos poblaciones: Diferencia de promedios

t-student

CASO 2:

Fórmula	Uso	¿Cuándo?
$(\overline{x_1} - \overline{x_2}) \pm t_{\alpha/2, v}\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1}+\frac{s_p^2}{n_2}}$ Con: $v = n_1 + n_2 - 2\ gl$	IC: $\mu_1 - \mu_2$	Poblaciones normales, $n_1 < 30$ o $n_2 < 30$, σ_1 y σ_2 no se conocen, pero se asume $\sigma_1 = \sigma_2$

Varianza muestral Promedio → $s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$

IC dos poblaciones: Diferencia de promedios

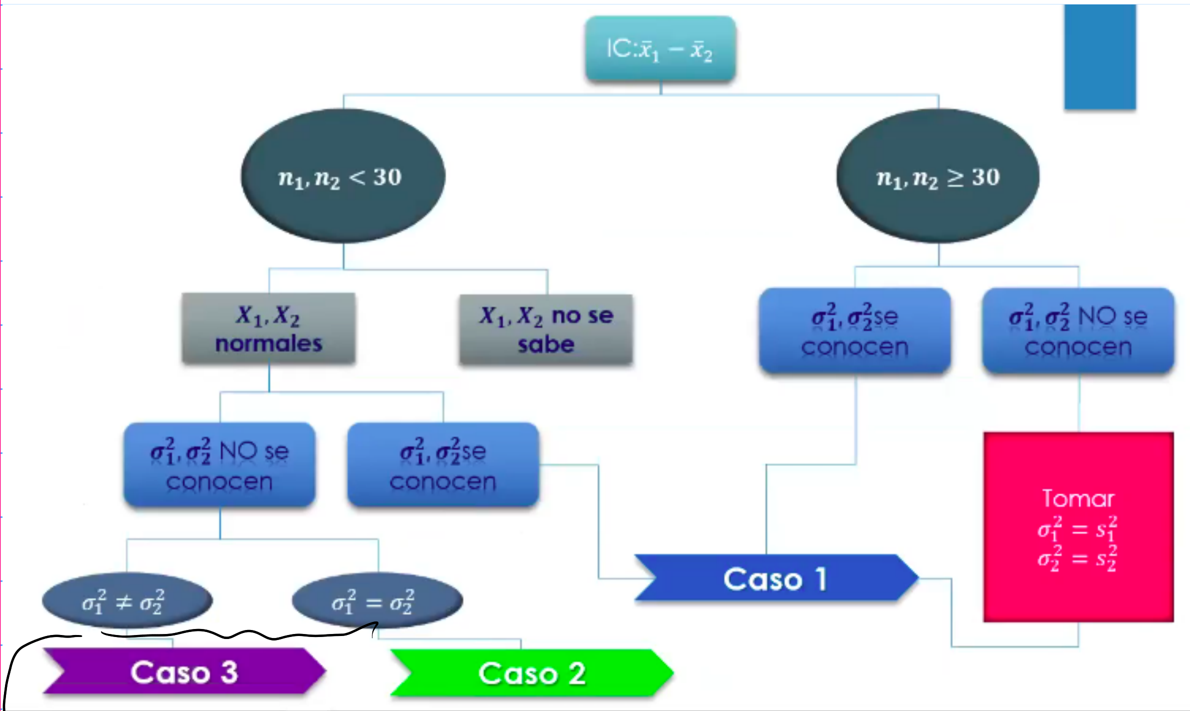
CASO 3: t-student

se usa varianza muestral en vez de var. mues. Promedio S_p

Fórmula	Uso	¿Cuándo?
$\overline{x_1} - \overline{x_2} \pm t_{\alpha/2, v}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$ **Donde:** $v = \dfrac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$	IC: $\mu_1 - \mu_2$	Poblaciones normales, $n_1 < 30$ o $n_2 < 30$, σ_1 y σ_2 NO se conocen y se asume $\sigma_1 \neq \sigma_2$

Esto cambia con respecto a la anterior

Aquí los gl se calculan así en vez de n-1



Normalmente el ejercicio dice "Asuma igualdad" o "Asuma diferencia" de varianzas

Si Todo el IC > 0, A > B]0.82, 30[

Si Todo el IC < 0, A < B]-3,5, -7[

Si hay > 0 y < 0, No se sabe]0, -2[

IC para la diferencia de dos proporciones

Radio

Fórmula	Uso	¿Cuándo?
Centro: $\widehat{p_1} - \widehat{p_2} \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\widehat{p_1}\,\widehat{q_1}}{n_1} + \frac{\widehat{p_2}\,\widehat{q_2}}{n_2}}$	IC: $p_1 - p_2$	La muestra es grande. $n_i p_i > 5 \wedge n_i q_i > 5,\ i = 1,2$
$n \geq \frac{Z^2_{\alpha/2}\,(\widehat{p_1}\,\widehat{q_1} + \widehat{p_2}\,\widehat{q_2})}{r^2}$	Tamaño de la muestra para IC y radio dado.	Se cuenta con estimadores $\bar{p}_1, \bar{p}_2$
$n \geq \frac{Z^2_{\alpha/2}}{2r^2}$	Tamaño de la muestra para IC y radio dado.	Cuando no se conoce $\bar{p}_1, \bar{p}_2$, se asume que $\bar{p}_1\,\bar{q}_1 = 0.25 = \bar{p}_2\,\bar{q}_2$

Cumplen

IC para el cociente de dos varianzas

$F \to P(X<x)$ siempre

comparar σ_1^2 con σ_2^2

Fórmula	Uso	¿Cuándo?
$\frac{s_2^2\, f_{\alpha/2, v_1, v_2}}{s_1^2} < \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} < \frac{s_2^2}{s_1^2\, f_{\alpha/2, v_2, v_1}}$	IC: $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$	$v_1 = n_1 - 1\ gl$ $v_2 = n_2 - 1\ gl$
$\frac{s_1^2\, f_{\alpha/2, v_2, v_1}}{s_2^2} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2\, f_{\alpha/2, v_1, v_2}}$	IC: $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$	Poblaciones X_1, X_2 normales.

$\boxed{S_n^2 = \sigma_n^2}$

comparar σ_2^2 con σ_1^2

Se asumen varianzas iguales si $1 \in IC$, diferentes si $1 \notin IC$

Iguales → IC:] 0,73 , 1,13 [

Diferentes → IC:] 0,50 , 0,70 [

Varianzas iguales: Homocedasticidad, homogeneidad

Para IC de σ, poner $\sqrt{\quad}$ a ambos

Diferencia de medias

Un mismo examen se aplica a varios grupos de un curso. Para investigar la diferencia de rendimiento entre los grupos matutinos y los nocturnos se seleccionan al azar 45 estudiantes que reciben el curso en la mañana, y 38 que lo reciben en la noche. Entre los estudiantes de la mañana la nota promedio es 71.3 con una desviación estándar de 4.1, y entre los de la noche el promedio es 68.2 con una desviación estándar de 5.8. Llamemos población M al grupo de la mañana, y población N al de la noche. Como las muestras son suficientemente grandes, suponemos que las distribuciones de $\bar{X}_M$ y $\bar{X}_N$ son normales, y que σ_M= 4.1 y σ_N= 5.8. Determine IC de 95% para la diferencia de promedios. *R/]0.9 , 5.3[*

$n_1 = 45 \geq 30$ $\quad$ $n_2 = 38 \geq 30$

$\bar{x}_1 = 71{,}3$ $\quad$ $\bar{x}_2 = 68{,}2$

$\sigma_1 = 4{,}1$ $\quad$ $\sigma_2 = 5{,}8$

$$\overline{x_1} - \overline{x_2} \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}}$$

$\alpha = 0{,}05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \rightarrow Z_{0{,}025} = \pm 1{,}95996$

$$71{,}3 - 68{,}2 - 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{(4{,}1)^2}{45} + \frac{(5{,}8)^2}{38}} \approx 0{,}901$$

$$71{,}3 - 68{,}2 + 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{(4{,}1)^2}{45} + \frac{(5{,}8)^2}{38}} \approx 5{,}299$$

$\boxed{\therefore \text{ El IC para 95\% corresponde a }]0{,}901, 5{,}299[}$

¿Será válido asumir que los promedios de ambos grupos son iguales?

En este caso NO se puede asumir que los promedios sean iguales, para que esto tenga sentido o validez el valor del cero debe estar dentro del IC

¿Qué podemos concluir en este caso?

Al ser ambos extremos del IC positivos, se intuye que el grupo de la mañana tiene mejor rendimiento promedio que el grupo de la noche.

Si TODO el IC es > 0, el A es mas grande que el B

Diferencia de medias

En el ejemplo 10, ¿de qué tamaño deben ser las muestreas para que el IC de 95% tenga radio no mayor que 2? *R/49 estudiantes de la mañana y 49 estudiantes de la noche*

$n_1 = 45 \geq 30$ $\quad n_2 = 38 \geq 30$

$\bar{x}_1 = 71{,}3$ $\quad \bar{x}_2 = 68{,}2$

$\sigma_1 = 4{,}1$ $\quad \sigma_2 = 5{,}8$

$$n \geq \frac{Z^2_{\alpha/2}(\sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2)}{r^2}$$

$\alpha = 0{,}05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \rightarrow Z_{0{,}025} = \pm 1{,}95996$ $\quad r = 2$

$$n \geq \frac{(1{,}95996)^2 \cdot [(4{,}1)^2 + (5{,}8)^2]}{2^2}$$

$n \geq 48{,}4520$

$n \geq 49$

$$\boxed{n_M \geq 49 \wedge n_N \geq 49}$$

Se sabe que el peso de los sacos de cemento de dos marcas A y B siguen distribuciones normales con medias desconocidas y desviaciones estándar poblacionales $\sigma_A = 4kg.$ y $\sigma_B = 5kg.$ respectivamente. Pese a que ambas marcas reportan en sus sacos el mismo peso, un investigador piensa que los de la marca A tienen mayor peso que los de la marca B, por lo que hace un estudio tomando muestras aleatorias de ambos tipos de sacos. Según su estudio, en una muestra de 50 sacos de cemento de la marca A, se obtuvo un peso promedio de 49,8 kg; mientras que en una muestra de 40 sacos de la marca B el peso promedio fue de 47,5 kg.

a) **[3 puntos]** Determine un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia entre el peso medio de los sacos de cemento de la marca A y los de la marca B.

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$n_1 = 50$ $\qquad n_2 = 40$

$\bar{x}_1 = 49{,}8$ $\qquad \bar{x}_2 = 47{,}5$ $\qquad \alpha = 0{,}05$

$\sigma_1 = 4$ $\qquad \sigma_2 = 5$ $\qquad \frac{\alpha}{2}\ 0{,}025 \to z_{0{,}025} = \pm 1{,}95996$

$$a = 49{,}8 - 47{,}5 - 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{4^2}{50} + \frac{5^2}{40}} \approx 0{,}3947$$

$$b = 49{,}8 - 47{,}5 + 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{4^2}{50} + \frac{5^2}{40}} \approx 4{,}2054$$

$$\boxed{\text{El IC para 95\% corresponde a }]0.3947 , 4.2054[}$$

b) **[1 punto]** ¿Considera usted que la evidencia respalda (con un nivel de confianza del 95 %) lo que pensaba el investigador? Justifique su respuesta.

Como el IC > 0, el A pesa mas que el B, entonces, si, se respalda la informacion del investigador

Un profesor considera que el rendimiento promedio (nota promedio) de los estudiantes de Computación en el curso de Matemática Elemental es superior en al menos 9 puntos al rendimiento promedio de los estudiantes de otras carreras. Para analizar esto se tomó una muestra de estudiantes que cursaron el curso el año pasado, obteniendo los siguientes datoss:

Estudiantes	tamaño de muestra	Redimiento promedio observado $(\bar{x})$	Desviación estándar (s) Poblacional
De computación:	19	78 puntos	4.3 puntos
De otras carreras:	17 ≤ 30	65 puntos	4.7 puntos

Suponga que el redimiento promedio en el curso de Matemática Elemental, tanto en Computación como en otras carreras, se distribuye normalmente.

Encuentre un intervalo de confianza de 95% para la diferencia entre los promedios de las notas de ambos tipos de estudiantes.. <u>Asuma varianzas poblacionales iguales</u>. (5 puntos)

S-S t

$n_1 = 19 \qquad n_2 = 17 \qquad \alpha = 0{,}05$

$\bar{x}_1 = 78 \qquad \bar{x}_2 = 65 \qquad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$s_1 = 4{,}3 \qquad s_2 = 4{,}7$

$$(\overline{x_1} - \overline{x_2}) \pm t_{\alpha/2, v} \sqrt{\frac{s_p{}^2}{n_1} + \frac{s_p{}^2}{n_2}}$$

$$s_p{}^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1{}^2 + (n_2 - 1)s_2{}^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$v = n_1 + n_2 - 2\ gl$$

$$s_p^2 = \frac{(19-1)\cdot(4{,}3)^2 + (17-1)\cdot(4{,}7)^2}{19+17-2}$$

$$s_p^2 \approx 20{,}1881$$

$$V = 19+17-2 = 34 \qquad t_{0.025, 34} = \pm 2{,}03224$$

$$a = 78 - 65 - 2{,}03224 \cdot \sqrt{\frac{20{,}1881}{19} + \frac{20{,}1881}{17}} \approx 9{,}9519$$

$$b = 78 - 65 + 2{,}03224 \cdot \sqrt{\frac{20{,}1881}{19} + \frac{20{,}1881}{17}} \approx 16{,}0481$$

R/ $\boxed{\text{El IC para 95\% corresponde a }]9.9519, 16.0481[}$

Considere la población A con media poblacional μ_1 desconocida y con variancia poblacional 8.1^2. Considere también la población B con media poblacional μ_2 desconocidad y variancia poblacional 6.7^2. Suponga que $\overline{X}_1$ y $\overline{X}_2$ siguen una distribución normal para muestras de tamaños respectivos n y $3n$. ¿De qué tamaño deben ser las muestras para encontrar un intervalo de confianza del 96% para $\mu_1 - \mu_2$ con un radio menor o igual a 2? $R/\quad 85$

$\sigma_1^2 = 8.1 \qquad \sigma_2^2 = 6.7$

$$n \geq \frac{Z^2_{\alpha/2}\,({\sigma_1}^2 + {\sigma_2}^2)}{r^2}$$

Normalmente dan desviacion, por eso se eleva al cuadrado pero si vemos la formula, usa varianza, entonces aqui se usan las varianzas dadas directamente

$$\underbrace{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}_{\text{centro}} \pm \underbrace{z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}_{\text{radio}}$$

$$r = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$2 = -2.053749\sqrt{\frac{8.1^2}{n} + \frac{6.7^2}{3n}} \quad \rightarrow \left(\frac{2}{-2.053749}\right)^2 = \frac{3 \cdot 8.1^2 + 6.7^2}{3n}$$

$$\rightarrow n = \frac{3 \cdot 8.1^2 + 6.7^2}{3 \cdot \left(\frac{2}{-2.053749}\right)^2} \approx 84.96226261$$

Diferencia de proporciones

Para un modelo de tostadores se encontró que 31 de 126 unidades vendidas fueron devueltas durante el primer mes de uso por encontrarse defectuosas. Para otro modelo la proporción fue 17 unidades devueltas de 138 vendidas.

Encontrar un IC de 90% para la diferencia de proporciones. *R/]0.04473 , 0.20095[*

$\hat{p}_1 = \frac{31}{126}$ $\hat{p}_2 = \frac{17}{138}$ $\alpha = 0{,}10$

$\hat{q}_1 = \frac{95}{126}$ $\hat{q}_2 = \frac{121}{138}$ $\frac{\alpha}{2} = 0{,}05$

$n_1 = 126$ $n_2 = 138$ $Z_{0{,}05} = \pm 1{,}64485$

$$\widehat{p_1} - \widehat{p_2} \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\widehat{p_1}\,\widehat{q_1}}{n_1} + \frac{\widehat{p_2}\,\widehat{q_2}}{n_2}}$$

Prueba:

$126 \cdot (0.246) \geq 5$ ✓
$126 \cdot (0.754) \geq 5$ ✓
$138 \cdot (0.1232) \geq 5$ ✓
$138 \cdot (0.8768) \geq 5$ ✓

$$\frac{31}{126} - \frac{17}{138} - 1{,}64485 \cdot \sqrt{\frac{\frac{31}{126}\cdot\frac{95}{126}}{126} + \frac{\frac{17}{138}\cdot\frac{121}{138}}{138}} \approx 0{,}04473$$

$$\frac{31}{126} - \frac{17}{138} + 1{,}64485 \cdot \sqrt{\frac{\frac{31}{126}\cdot\frac{95}{126}}{126} + \frac{\frac{17}{138}\cdot\frac{121}{138}}{138}} \approx 0{,}20095$$

$\boxed{\text{R/ El IC para 90\% corresponde a }]0.04473, 0.20095[}$

¿Se puede asumir que las proporciones de tostadores defectuorsos son iguales en ambas poblaciones?

NO se puede asumir igualdad de proporciones, puesto que el valor cero NO está en el IC.
En este caso al ser ambos extremos del IC positivos, se puede inferir que el primer grupo tiene una proporción de tostadores defectuosos mayor que el segundo grupo.

Si se desea encontrar un IC de ~~90%~~ 95% para la diferencia de proporciones de tostadores devueltos entre los dos modelos, con radio no mayor que 0.05. Determine el tamaño de la muestra. *R/* [redacted]

$\hat{p}_1 = \frac{31}{126}$ $\quad \hat{p}_2 = \frac{17}{138}$

$\hat{q}_1 = \frac{95}{126}$ $\quad \hat{q}_2 = \frac{121}{138}$

$n_1 = 126$ $\quad n_2 = 138$

$n \geq \frac{Z^2_{\alpha/2}(\hat{p}_1\hat{q}_1 + \hat{p}_2\hat{q}_2)}{r^2}$	Tamaño de la muestra para IC y radio dado.	Se cuenta con estimadores $\hat{p}_1, \hat{p}_2$
$n \geq \frac{Z^2_{\alpha/2}}{2r^2}$	Tamaño de la muestra para IC y radio dado.	Cuando no se conoce $\hat{p}_1, \hat{p}_2$, se asume que $\hat{p}_1\hat{q}_1 = 0.25 = \hat{p}_2\hat{q}_2$

Ahorita si

$\alpha = 0{,}05 \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \quad Z_{0{,}025} = \pm 1{,}95996 \quad r = 0{,}05$

$$n \geq \frac{(1{,}95996)^2 \cdot \left(\frac{31}{126} \cdot \frac{95}{126} + \frac{17}{138} \cdot \frac{121}{138}\right)}{(0{,}05)^2}$$

$$n \geq 450{,}9493 \rightarrow \boxed{n \geq 451}$$

Para abordar ambos casos

$$n \geq \frac{Z^2_{\alpha/2}}{2r^2}$$

$$n \geq \frac{(1{,}95996)^2}{2 \cdot (0{,}05)^2}$$

$$n \geq 768{,}2886 \rightarrow \boxed{n \geq 769}$$

Si no dice confianza entonces $\alpha = 0{,}05$

VI. [4 puntos] Como parte de un estudio sobre destinos turísticos se registró la cantidad de personas que eligieron alguna playa para pasar sus días de vacaciones. Se obtuvo que 80 de 100 adultos escogieron la playa, mientras que solo 7 de 95 jóvenes (adultos jóvenes y niños) prefieren un tipo de destino diferente. Se puede concluir que la preferencia por la playa como destino de vacaciones es menor en la población adulta? **R/]0.0319, 0.2206[**

$n_1 = 95 \qquad n_2 = 100 \qquad \alpha = 0{,}05$

$\hat{p}_1 = \frac{88}{95} \qquad \hat{p}_2 = \frac{80}{100} \qquad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$\hat{q}_1 = \frac{7}{95} \qquad \hat{q}_2 = \frac{20}{100} \qquad Z_{0{,}025} = \pm 1{,}95996$

La muestra es grande. $n_i p_i > 5 \wedge n_i q_i > 5,\ i = 1,2$

$$\widehat{p_1} - \widehat{p_2} \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\widehat{p_1}\,\widehat{q_1}}{n_1} + \frac{\widehat{p_2}\,\widehat{q_2}}{n_2}}$$

$n_1 \cdot \hat{p}_1 \geq 5$ ✓ $\quad n_2 \cdot \hat{p}_2 \geq 5$ ✓

De Jovenes a adultos

$$a = \frac{88}{95} - \frac{80}{100} - 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{\frac{80}{100} \cdot \frac{20}{100}}{100} + \frac{\frac{7}{95} \cdot \frac{88}{95}}{95}} =]0{,}03972[$$

$$b = \frac{88}{95} - \frac{80}{100} + 1{,}95996 \cdot \sqrt{\frac{\frac{80}{100} \cdot \frac{20}{100}}{100} + \frac{\frac{7}{95} \cdot \frac{88}{95}}{95}} =]0{,}220689[$$

$\boxed{\text{R/ }]0.03972,\ 0.220689[\ > 0,\ \text{Si}}$

Actualmente existe un proyecto de ley sobre ajuste tributario. En una encuesta, en la ciudad A se encuentra que 164 de 250 ciudadanos están a favor del proyecto, y en la ciudad B, que x de 240 lo apoyan. Con estos datos, se obtuvo un IC para la diferencia de proporciones de apoyo al proyecto entre las dos ciudades (la proporción en A menos la proporción en B), este es

$$]\overset{a}{0.0709767}, \overset{b}{0.216023}[$$

Determine el valor de x. Encontrar Centro

$$\underbrace{\widehat{p_1} - \widehat{p_2}}_{\text{Centro}} \pm \underbrace{Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\widehat{p_1}\,\widehat{q_1}}{n_1} + \frac{\widehat{p_2}\,\widehat{q_2}}{n_2}}}_{\text{Radio}}$$

$n_1 = 250 \qquad n_2 = x$

$\hat{p}_1 = \frac{164}{250} \qquad \hat{p}_2 = \frac{x}{240}$

$\hat{q}_1 = \frac{86}{250} \qquad \hat{q}_2 = 1 - \frac{x}{240}$

Entonces restar $\hat{p}_1$ y $\hat{p}_2$, igualar a $\frac{a+b}{2}$ y despejar

$$\frac{164}{250} - \frac{x}{240} = \frac{0{,}0709767 + 0{,}216023}{2}$$

$$\frac{164}{250} - \frac{0{,}0709767 + 0{,}216023}{2} = \frac{x}{240}$$

$$x = \left(\frac{164}{250} - \frac{0{,}0709767 + 0{,}216023}{2}\right) \cdot 240$$

$$\boxed{\approx 123}$$

Determine el nivel de confianza del IC dado.

Igualar el radio a E y despejar el $z_{\frac{\alpha}{2}}$
luego meter eso en la app con 2 colas
y hacer 1- resultado y listo

$$Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\widehat{p_1}\,\widehat{q_1}}{n_1}+\frac{\widehat{p_2}\,\widehat{q_2}}{n_2}}$$

$$E = \frac{b-a}{2}$$

$n_1 = 250 \qquad n_2 = 123$

$\hat{p}_1 = \frac{164}{250} \qquad \hat{p}_2 = \frac{x}{240} \to \frac{123}{240}$

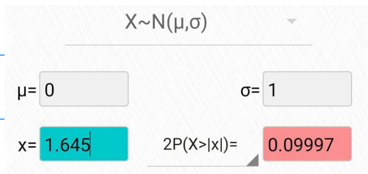
$\hat{q}_1 = \frac{86}{250} \qquad \hat{q}_2 = \frac{117}{240}$

$$E = \frac{0{,}216023 - 0{,}0709767}{2}$$

$$z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{164}{250}\cdot\frac{86}{250}}{250} + \frac{\frac{123}{240}\cdot\frac{117}{240}}{240}} = \frac{0{,}216023 - 0{,}0709767}{2}$$

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{0{,}216023 - 0{,}0709767}{2}}{\sqrt{\frac{\frac{164}{250}\cdot\frac{86}{250}}{250} + \frac{\frac{123}{240}\cdot\frac{117}{240}}{240}}}$$

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}645$$



redondeado
0,10

$1 - 0{,}09 \approx 1 - 0{,}10$

$\boxed{0{,}90 \text{ de confianza}}$

Normalmente si no dicen cual comparar, usar

IC para el cociente de dos varianzas

$F \to P(X<x)$ siempre

comparar σ_2^2 con σ_1^2

Fórmula	Uso	¿Cuándo?
$\frac{s_2^2 f_{\alpha/2,v_1,v_2}}{s_1^2} < \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} < \frac{s_2^2}{s_1^2 f_{\alpha/2,v_2,v_1}}$	IC: $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$	$v_1 = n_1 - 1\ gl$ $v_2 = n_2 - 1\ gl$
$\frac{s_1^2 f_{\alpha/2,v_2,v_1}}{s_2^2} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2 f_{\alpha/2,v_1,v_2}}$	IC: $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$	Poblaciones X_1, X_2 normales.

$\boxed{S_n^2 = \sigma_n^2}$

comparar σ_1^2 con σ_2^2

Se asumen varianzas iguales si $1 \in IC$, diferentes si $1 \notin IC$

Un mismo examen se aplica a varios grupos de un curso. Para investigar la diferencia de rendimiento entre los grupos matutinos y los nocturnos se seleccionan al azar 45 estudiantes que reciben el curso en la mañana, y 38 que lo reciben en la noche. Entre los estudiantes de la mañana la nota promedio es 71.3 con una desviación estándar de 4.1, y entre los de la noche el promedio es 68.2 con una desviación estándar de 5.8. Llamemos población M al grupo de la mañana, y población N al de la noche. Como las muestras son suficientemente grandes, suponemos que las distribuciones de $\bar{X}_M$ y $\bar{X}_N$ son normales, y que $\sigma_M = 4.1$ y $\sigma_N = 5.8$. Determine IC de 95% para la diferencia de promedios. [redacted]

En el ejemplo 10, ¿Cuál es un IC de 95% para el cociente de las variancias en los dos grupos? ¿Puede afirmarse que la variación en la noche es mayor que en la mañana?

R/]1.0780 , 3.7798[

Según enunciado, comparar 1 con 2

$n_1 = 45$ $\quad n_2 = 38$

$v_1 = 44$ $\quad v_2 = 37$

$\sigma_1 = 4{,}1$ $\quad \sigma_2 = 5{,}8$

$S_1 = 4{,}1$ $\quad S_2 = 5{,}8$

$$\frac{s_1^2 f_{\alpha/2,v_2,v_1}}{s_2^2} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2 f_{\alpha/2,v_1,v_2}}$$

$\alpha = 0{,}05 \to \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$F_{0.025,37,44} = 0{,}52954$ $\quad F_{0.025,44,37} = 0{,}53870$

X~F(d_1,d_2)

d_1= 44 $\quad d_2$= 37

x= 0.53870 $\quad$ P(X<x)= 0.025

$$a = \frac{(4{,}1)^2 \cdot 0{,}52954}{(5{,}8)^2} \approx 0{,}2646$$

$$b = \frac{(4{,}1)^2}{(5{,}8)^2 \cdot 0{,}53870} \approx 0{,}9276$$

$\boxed{\text{El IC para 95\% corresponde a }]0.2646, 0.9276[}$

Análogamente, si se desea calcular el IC para $\frac{\sigma_N^2}{\sigma_M^2}$

Izquierda: $f_{0.025,\nu_M,\nu_N} = f_{0.025,44,37} = 0.5387$

Derecha: $f_{0.025,\nu_N,\nu_M} = f_{0.025,37,44} = 0.52954$

$$\left]\frac{5.8^2}{4.1^2}\cdot(0.5387),\ \frac{5.8^2}{4.1^2}\cdot\frac{1}{0.52954}\right[$$

$$= \left]1.078,\ 3.7791\right[$$

Si no dicen cómo hacerlo, se pone la mayor S arriba

Un profesor considera que el rendimiento promedio (nota promedio) de los estudiantes de Computación en el curso de Matemática Elemental es superior en al menos 9 puntos al rendimiento promedio de los estudiantes de otras carreras. Para analizar esto se tomó una muestra de estudiantes que cursaron el curso el año pasado, obteniendo los siguientes datoss:

Estudiantes	tamaño de muestra	Redimiento promedio observado ($\bar{x}$)	Desviación estándar (s)
De computación:	19	78 puntos	4.3 puntos
De otras carreras:	17	65 puntos	4.7 puntos

Suponga que el redimiento promedio en el curso de Matemática Elemental, tanto en Computación como en otras carreras, se distribuye normalmente.

(a) Encuentre un intervalo de confianza de 90% para el cociente de las varianzas de las notas de ambos tipos de estudiantes. (5 puntos)

$n_1 = 19$ $\quad n_2 = 17$ $\quad \alpha = 0,10$

$\nu_1 = 18$ $\quad \nu_2 = 16$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0,05$

$S_1 = 4,3$ $\quad S_2 = 4,7$

$$\frac{s_2^2 f_{\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}{s_1^2} < \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} < \frac{s_2^2}{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_2,\nu_1}}$$

$\nu_1 = n_1 - 1\, gl$

$\nu_2 = n_2 - 1\, gl$

Se asumen varianzas iguales si $1 \in IC$, diferentes si $1 \notin IC$

$f_{0.05,18,16} = 0,44453$

$f_{0.05,16,18} = 0,43497$

$$\frac{s_2^2 f_{\alpha/2,\nu_1,\nu_2}}{s_1^2} < \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} < \frac{s_2^2}{s_1^2 f_{\alpha/2,\nu_2,\nu_1}} = \left]\frac{(4,7)^2\cdot 0,44453}{(4,3)^2},\ \frac{(4,7)^2}{(4,3)^2\cdot 0,43497}\right[$$

R $\boxed{\left]0,531079,\ 2,74978\right[}$

$\boxed{1 \in I, \text{ entonces se asumen varianzas iguales}}$

Ejercicios

Para un proyecto del curso de Estadística, se quiere determinar si las notas de los estudiantes que se bañan para recibir lecciones sincrónicas del curso (población A) son similares a las notas de los estudiantes del curso que no se bañan para recibir lecciones sincrónicas (población B). Deciden calcular un intervalo de confianza del 90% para el cociente de las variancias $\frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2}$, tomando una muestra de 23 estudiantes de la población A y de 19 estudiantes de la población B. El intervalo obtenido (correctamente) es

$]\,0.120896,\ 0.550010\,[$

El valor aproximado del cociente de las variancias muestrales $\left(\frac{s_B^2}{s_A^2}\right)$ corresponde a

$$0.120896 = \frac{s_B^2}{s_A^2} \cdot \frac{1}{f_{0.95,18,22}} \qquad \rightarrow \frac{s_B^2}{s_A^2} = 0.120896 \cdot 2.097994 = 0.2536390826$$

$$0.55001 = \frac{s_B^2}{s_A^2} \cdot f_{0.95,22,18} \qquad \rightarrow \frac{s_B^2}{s_A^2} = \frac{0.55001}{2.168474} = 0.2536391951$$

$¿\,\frac{s_A}{s_B}\,?$