

## Principios elementales de conteo

### ■ Principio de la suma

Si las maneras de realizar un proceso se clasifican en  $k$  casos y  $C_i$  es el conjunto de maneras de realizar el proceso, ubicados en el caso  $i$ , con  $i = 1, 2, 3, \dots, k$ , se tiene que hay  $|C_1| + |C_2| + \dots + |C_k|$  maneras de realizar el proceso.

### ■ Principio del producto

Si las maneras de realizar un proceso se clasifican en  $k$  etapas y  $E_i$  es el conjunto de maneras de realizar el proceso, ubicados en la etapa  $i$ , con  $i = 1, 2, 3, \dots, k$ , se tiene que hay  $|E_1| \cdot |E_2| \cdot \dots \cdot |E_k|$  maneras de realizar el proceso.

### ■ Anagramas

El anagrama de una palabra es un ordenamiento de las letras de la palabra dada. Las posiciones de un anagrama se enumeran de izquierda a derecha.

Si hay un V presente, se usan casos y el principio de la suma, en resumen un caso son formas diferentes que logren cumplir un objetivo. Un caso puede estar compuesto de varias etapas, la cantidad de casos depende de la cantidad de V presente yo o l'm o malu

Si hay un A presente se usan etapas, y el principio del producto, en resumen las etapas son los diferentes pasos para lograr el objetivo.

La cantidad de casos depende de la cantidad de A presente yo y l'm y malu

Un anagrama es agarrar una palabra(s) y ordenarla de diferentes maneras

2 etapas  $\rightarrow$  Dependiendo de cuantos A

Ejercicio #1: Juan tiene 3 camisas y 5 pantalones. ¿Cuántas maneras tiene de vestirse?

$\nearrow$  1 presente  $\rightarrow$  Etapas

Utilizando el principio del producto

Etapa 1: Camisa: 3 maneras  $\rightarrow$  se multiplican

Etapa 2: Pantalon: 5 maneras

Total:  $3 \cdot 5$  maneras  $\rightarrow$  15 maneras

Utilizando el principio de la suma

Se definen los casos en base a los objetos, pueden ser  
3 o 5 en este caso

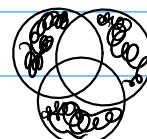
✓ 5 pantalones

Caso ①: Camisa 1: 5 maneras como los casos no

Caso ②: Camisa 2: 5 maneras se superponen,

Caso ③: Camisa 3: 5 maneras se pueden sumar

Total:  $5+5+5 \rightarrow$  15 maneras



No hay  
intersección

**Ejercicio #2:** ¿Cuántas permutaciones se pueden formar con los números 0, 1, 3, 5, 6, 9? si:

a) Los números 1, 3 y 5 están juntos.

Usar Bloques

Dicir que la condición = \*

1, 3, 5 juntos = \*

Etapas

# de elementos!

factorial

Etapa 1: Permutar los números 0, 6, 9, \*

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Etapa 2: Permutar \* (0, 6, 9)

$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Aplicando principio del producto

$$24 \cdot 6 = \boxed{144 \text{ posibles permutaciones}}$$

3ra, 4ta, 5ta, 6ta

0, 1, 3, 5, 6, 9

b) El número 3 está después de la segunda posición y el número 6 debe ir en cualquier

lugar que esté posterior al lugar del número 3  $\rightarrow$  Caso R/ 144

Ejemplo 0 2 3  $\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$  en cualquier de esas

{ En cuantos espacios puedo colocar  
el 3? }

{ En cuantos espacios puedo colocar  
el 6? }

Al final  
permutar el resto

Caso 1  $\rightarrow$  3ra

$$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{1} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 72$$

0, ~~X~~, ~~X~~, 5, 6, 9

Caso 2  $\rightarrow$  4ta

$$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 48$$

Caso 3  $\rightarrow$  5ta

$$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} \cdot \underline{1} \cdot \underline{1} = 24$$

No puede estar en la 6ta por que el 6  
esta después del 3

Total;  $72 + 48 + 24 = \boxed{144}$

0, 1, 3, 5, 6, 9

c) Los números 3 y 6 deben ir separados por al menos un lugar

implícitamente los demás van en cualquier posición

Caso 1: 3 en primera posición

$$\underline{1} \ . \ \underline{9} \ . \ \underline{4} \ . \ \underline{3} \ . \ \underline{2} \ . \ \underline{7} = 96$$

aqui      aqui      aqui      aqui      el 6

0 2 3 5 6 9  $\rightarrow$  Permutar los que quedarán

Caso 2: 3 en segunda posición

$$\underline{4} \ . \ \underline{1} \ . \ \underline{3} \ . \ \underline{3} \ . \ \underline{2} \ . \ \underline{7} = 72$$

Caso 3: 3 en tercera posición

$$\underline{4} \ . \ \underline{3} \ . \ \underline{1} \ . \ \underline{2} \ . \ \underline{3} \ . \ \underline{7} = 72$$

Caso 4: 3 en cuarta posición

$$\underline{9} \ . \ \underline{3} \ . \ \underline{2} \ . \ \underline{1} \ . \ \underline{7} \ . \ \underline{3} = 72$$

Caso 5: 3 en quinta posición

$$\underline{4} \ . \ \underline{3} \ . \ \underline{3} \ . \ \underline{2} \ . \ \underline{1} \ . \ \underline{7} = 72$$

Caso 6: 3 en sexta posición

$$\underline{4} \ . \ \underline{3} \ . \ \underline{2} \ . \ \underline{4} \ . \ \underline{1} \ . \ \underline{7} = 96$$

$$72 + 72 + 72 + 72 + 96 + 96 = 480$$

Principio de la suma

Considere la palabra **PERMUTACION** ¿Cuántos anagramas se pueden construir si?

a) No hay restricción  $\rightarrow$  factorial directo

Permutacion tiene 11 letras

$$\rightarrow 11! = 39,916,800$$

b) Las vocales van juntas (en cualquier orden)

PER MUT A CION por bloques

$$= E \cup A \cup I \cup O$$

$$\begin{matrix} P R M T C N \\ E U A I O \end{matrix} \rightarrow 7! \\ \rightarrow 5! \\ \rightarrow 7! \cdot 5! = 5040 \cdot 120 = 604800$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que las vocales estén juntas (en cualquier orden)?

$$R/ \frac{1}{66}$$

Ninguna proba)

Cuando hablen de proba aqui es la place

$$\text{Se hacen } \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos totales}} \rightarrow \frac{604800}{39916800} = \boxed{\frac{1}{66}}$$

$$\text{Se puede ver como } \frac{11!}{7! \cdot 5!} = \boxed{\frac{1}{66}}$$

Casos favorables es como casos donde van en cualquier orden

Casos totales son las permutaciones sin restricciones

d) Las consonantes van juntas (en cualquier orden)

PERMUTACION

\* = PRMTCN

$$EVAITO * = 6! = 720$$

$$* = 6! = 720$$

$$720 \cdot 720 = \boxed{518400}$$

e) ¿Cuál es la probabilidad de que las consonantes estén juntas (en cualquier orden)?

$$R/ \frac{1}{77}$$

CF      PERMUTACION  
CT

\* = PRMTCN

$$\begin{aligned} EVAITO &\rightarrow 6! \\ * &\rightarrow 6! \end{aligned}$$

En cualquier orden  $6! \cdot 6!$  CF

Casos totales  $13!$

$$\frac{6! \cdot 6!}{13!} = \boxed{\frac{1}{77}}$$

## Permutación

- f) Las vocales van juntas (en cualquier orden) y las consonantes van juntas (en cualquier orden) Principio del producto R/ 172 800

Etapa 1: Permutar ambos bloques

$$X = PRMTCN \quad Y = EUAIO$$

$$X, Y = 2!$$

Etapa 2: Permutar X

$$X = 6!$$

Etapa 3: Permutar Y

$$Y = 5!$$

$$\text{Total: } 2! \cdot 6! \cdot 5! = 172800$$

# PERMUTACION

- g) ¿Cuál es la probabilidad de que las vocales estén juntas (en cualquier orden) y las consonantes estén juntas (en cualquier orden)?

$$R / \frac{1}{23!}$$

$$\frac{2! \cdot 6! \cdot 5!}{22!} = \frac{1}{23!}$$

- h) Las vocales van juntas (en cualquier orden) o las consonantes van juntas (en cualquier orden)

PERMUTACION

$$R / 950400$$

Caso 1: Vocales juntas

$$* = E V A I O = 5!$$

$$P R M T C N * = 7!$$

$$5! \cdot 7!$$

Pueden haber repetidos

por que están en  
1, en otro y en  
ambos entonces

Se usa el principio  
de inclusión-exclusión

$$A \cup B = A + B - A \cap B$$

Caso 2: Consonantes juntas

$$* = P R M T C N = 6!$$

$$E V A I O * = 6!$$

$$6! \cdot 6!$$

Caso 3: Vocales y consonantes juntas

Etapa 1: Permutar ambos bloques

$$X = E V A I O \quad Y = P R M T C N$$

$$x y = 2!$$

Etapa 2: Permutar x s!

$$2!, 5!, 6!$$

Etapa 3: Permutar y 6!

$$\text{Total } 5! \cdot 7! + 6! \cdot 6! - 2! \cdot 5! \cdot 6! = 950400$$

- i) ¿Cuál es la probabilidad de que las vocales estén juntas (en cualquier orden) o las consonantes estén juntas (en cualquier orden)? PERMUTACION

R/  $\frac{1}{42}$

$$\frac{6!}{CT} \quad \frac{950400}{21!} = \boxed{\frac{2}{92}}$$