

Planos

1. Sean $P = (2, -3, 1)$, $Q = (0, 2, -1)$ y $R = (1, 0, 2)$. Halle una ecuación cartesiana del plano π que los contiene.

$$\text{R/ } 11x + 4y - z = 9$$

2. Sea Π el plano en \mathbb{R}^3 que contiene a los puntos $A = (3, -1, 2)$, $B = (4, -1, -1)$ y $C = (2, 0, 2)$. Halle una ecuación cartesiana del plano Π .

3. Sean $A = (-1, 1, 1)$, $B = (1, 2, 3)$ y $C = (5, -2, 10)$ puntos de \mathbb{R}^3 . Determine la ecuación del plano π que contiene los puntos A , B y C .

4. Sean $P = (2, -1, -2)$, $Q = (4, 5, -4)$ y $R = (1, -4, -1)$ puntos en \mathbb{R}^3 . Determine la ecuación del plano ω que los contiene.

5. Considere en \mathbb{R}^3 los puntos $A = (2, -1, 1)$, $B = (3, 2, -1)$ y $C = (-1, 3, 2)$ y los planos de ecuaciones. Determine la ecuación del plano π que contiene los puntos A , B y C .

6. Considere los puntos $A = (1, 2 - k, -1)$, $B = (1, -1, k)$ y $C = (1, 1 - k, k)$. Determine el valor de k para que A , B y C sean colineales.

$$\text{R/ } k = -1 \text{ y } k = 2$$

7. Encuentre una ecuación del plano en \mathbb{R}^3 que pasa por el punto $(3, -1, 0)$ y que contiene a la recta de intersección entre los planos $\Pi_1 : x + y + z = 3$ y $\Pi_2 : x + 2y - 3z = -5$

8. Halle una ecuación del plano que pasa por $(-1, 3, 0)$ y contiene la intersección entre los planos de ecuaciones $\pi : x + 2y - z = 2$ y $\rho : 2x - 3y + 4z = 1$

$$\text{R/ } -\frac{5}{7}x + \frac{6}{7}y + z = \frac{23}{7}$$

9. Determine las ecuaciones paramétricas de la recta L que corresponde a la intersección de los planos definidos por

$$\text{R/ } L : \begin{cases} x = -2/5 - 2t \\ y = -9/5 \\ z = t \end{cases}, \text{ con } t \in \mathbb{R}$$

$$\pi_1 : -2x + y - 4z = -1 \quad \pi_2 : x - 3y + 2z - 5 = 0$$

10. Considere los planos π_1 y π_2 , de ecuaciones respectivas:

$$\pi_1 : 2x - y + 3z = 7 \quad \pi_2 : x - 2y + 3z = 11$$

Sea L la recta de intersección entre los planos π_1 y π_2 .

- a) Determine las ecuaciones paramétricas de la recta L .
- b) Determine la ecuación del plano π que contiene a la recta L y al punto $A(2, -3, 1)$

11. Sea Q un punto en \mathbb{R}^3 tal que $Q = (1, -2, 4)$. Considere los planos cuyas ecuaciones cartesianas son:

$$\pi_1 : x + 2y + z - 3 = 0 \quad \pi_2 : x - y - 2z + 6 = 0$$

Si L es la recta donde π_1 y π_2 se intersecan, determine la ecuación cartesiana del plano λ que contiene a L y al punto Q .

12. Considere en \mathbb{R}^3 los planos σ y ρ de ecuaciones respectivas:

$$\sigma : x + 2y - 5z = 4 \quad \rho : y - 3z = 3$$

Si se tiene que $A(-1, -2, 0)$, halle una ecuación del plano π que contiene al punto A y a la recta de intersección entre los planos σ y ρ .

13. Halle el ángulo que forman los planos

$$R/\theta = \arccos\left(\frac{4}{21}\right)$$

$$\sigma : 2x + y - 2z = 5 \quad \rho : 3x - 6y - 2z = 7$$

14. Determine la ecuación del plano π que pasa por $A = (3, 1, -1)$, es perpendicular al plano $\sigma : 2x - 2y + z = -4$ y la intersección con el eje Z es $(0, 0, 3)$

$$R/\pi : 7x + 8y + 11z = 24$$

15. Determine la ecuación del plano π que pasa por el punto $(1, 1, 1)$ y que es perpendicular a los planos ρ y σ que se encuentran definidos por

$$R/-4x + 7y - 6z = -3$$

$$\rho : 2x + 2y + z = 3 \quad \sigma : 3x - 7 - 2z = 5$$

16. Determine una ecuación del plano Π que contiene al punto $(-2, 3, 1)$ y es perpendicular a los planos Π_1 y Π_2 con ecuación:

$$\text{R/ } 7x - y + 19z = 2$$

$$\Pi_1 : 3x + 2y - z - 5 = 0 \quad \Pi_2 : -5x + 3y + 2z + 4 = 0$$

17. Determine la ecuación del plano σ que cumpla simultáneamente las siguientes condiciones:

- El punto $P(-3, -1, 5)$ pertenece al plano σ
- El plano σ es paralelo al plano π , el cual está determinado por los puntos $A = (1, -2, 1)$, $B = (2, 1, 1)$ y $C = (-1, 0, 3)$

18. Halle la ecuación vectorial del plano que pasa por el punto $(0, 1, 1)$ y es paralelo a los vectores $v = (1, 2, 3)$ y $w = (2, 0, 1)$

$$\text{R/ } (t + 2s, 1 + 2t, 1 + 3t + s), \text{ con } s, t \in \mathbb{R}$$

19. En \mathbb{R}^3 considere los puntos $A = (2, -4, 6)$, $B = (5, 2, 3)$ y $C = (14, -2, -3)$

a) Verifique que A, B, C no son colineales.

b) Determine las ecuaciones paramétricas o cartesianas del plano π que contiene a los puntos A, B, C indicados previamente

$$\text{R/ } L : \begin{cases} x = 2 + 3s + 12t \\ y = -4 + 6s + 2t, \text{ con } s, t \in \mathbb{R} \\ z = 6 - 3s - 9t \end{cases}$$

c) Escriba la ecuación normal del plano.

$$\text{R/ } 16x - 3y + 22z = 176$$

20. En \mathbb{R}^3 considere los puntos $A = (1, -2, 3)$, $B = (5, 3, 2)$ y $C = (7, -1, 4)$

a) Verifique que A, B, C no son colineales.

b) Determine las ecuaciones paramétricas o cartesianas del plano π que contiene a los puntos A, B, C indicados previamente

$$\text{R/ } L : \begin{cases} x = 1 + 4s + 6t \\ y = -2 + 5s + t, \text{ con } s, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 - s + t \end{cases}$$

c) Escriba la ecuación normal del plano.

$$\text{R/ } 3x - 5y - 13z = -26$$

21. Considere los puntos $A = (-1, 2, 5)$, $B = (3, -1, 2)$ y $C = (0, 4, -5)$ en \mathbb{R}^3 .

a) Verifique que los puntos A, B y C no son colineales.

b) Determine la ecuación del plano que contiene los puntos A, B, C .