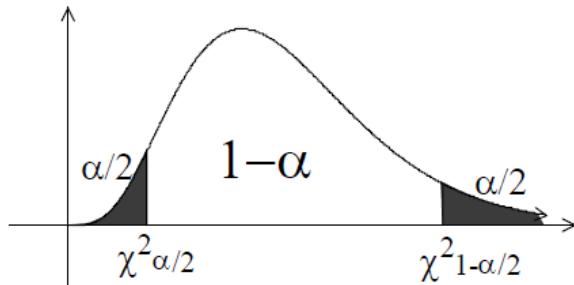


## INTERVALOS DE CONFIANZA PARA UNA VARIANZA

**Teorema:** Considere la población dada por la variable aleatoria  $X$  que sigue una distribución normal con varianza poblacional  $\sigma^2$ . Dada una muestra aleatoria de esta población  $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ . Entonces la variable  $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$  sigue una distribución  $\chi^2$  con  $v = n - 1$  grados de libertad.

En la siguiente imagen, note que  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$  deja un área de  $\frac{\alpha}{2}$  a la izquierda y  $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}$  deja un área de  $\frac{\alpha}{2}$  a la derecha:



De acuerdo con la definición de intervalo de confianza, dado un valor  $s$  de  $S$  se tiene que un IC del  $100(1 - \alpha)\%$  para  $\sigma^2$  está dado por

$$\left[ \frac{(n-1)\sigma^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}}, \frac{(n-1)\sigma^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}} \right]$$

**Teorema:** Considere la población dada por la variable aleatoria  $X$  que sigue una distribución normal con varianza poblacional  $\sigma^2$ . Dada una muestra aleatoria de esta población  $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$  con varianza  $s^2$ . Un intervalo de confianza del  $100(1 - \alpha)\%$  para  $\sigma^2$  es

$$\left[ \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}} \right]$$

**Ejercicios:**

1. Un médico afirma que los pesos de niñas de 3 años de cierta provincia son muy similares. Para analizar esta afirmación se toma el peso en kilogramos de 10 niñas:

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 14.5 | 11.6 | 12.8 | 15.1 | 14.2 | 13.7 | 12.9 | 13.8 | 14.1 | 11.9 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|

Suponga que el peso de niñas de 3 años sigue una distribución normal. Determine un IC del 95% para la desviación estándar de los pesos de niñas de tres años.

R/[0.606851 , 4.27494] varianza

]0.779006 , 2.06759[ desviación estándar

(En este caso se puede observar que hay una alta probabilidad de que la desviación estándar sea menor a 2.07kg, la cual se puede considerar baja en comparación con otros grupos de edad)

2. Las duraciones de 8 baterías cargadas de computadora de marca Dutec son 151, 153, 175, 134, 170, 172, 156 y 114 minutos. Suponiendo que las duraciones se distribuyen normalmente, encuentre un intervalo de confianza de 90% para la desviación estándar poblacional.

R/ ]14,6727 , 37,38[

3. Una persona denuncia ante la oficina del Consumidor que el peso de una bolsa de arroz Blanco, con peso marcado en 2kg, suele ser muy variable. Ante esto, un inspector de la Oficina del consumidor desea determinar si la desviación estándar del peso de estas bolsas es superior a 50g, si esto sucede sancionará a la empresa Blanco S.A. Así, se toma una muestra al azar de 10 bolsas de arroz Blanco, obteniendo los siguientes pesos en kg:

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.98 | 2.15 | 1.95 | 1.90 | 1.82 | 1.95 | 2.11 | 1.88 | 1.92 | 2.06 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|

Suponga que el peso de una bolsa de arroz Blanco sigue una distribución normal.

- a) Determine un IC (intervalo de confianza) del 95% para la desviación estándar de los pesos de una bolsa de arroz Blanco.

R/]0.0721261 , 0.191433[

- b) ¿Aceptaría que la empresa Blanco reciba una sanción por parte de la Oficina del Consumidor?

R/ Sí

4. Los siguientes datos corresponden a una muestra aleatoria de tiempos de resistencia, en minutos, de un dispositivo electrónico sometido a calor hasta que se destruye.

|    |    |     |     |      |    |    |      |
|----|----|-----|-----|------|----|----|------|
| 12 | 11 | 9.8 | 7.5 | 15   | 18 | 15 | 18.5 |
| 18 | 12 | 7.9 | 9   | 17.5 | 21 | 15 | 14.5 |

La empresa proveedora del dispositivo ha establecido que el proceso de producción está bajo control si la desviación estándar de los tiempos no supera los 3 minutos. Construya un intervalo de confianza del 96% e indique si los datos de la muestra respaldan que el proceso está bajo control.

R/]3.00697427 , 6.53405616[ (desviación)

- a) (Los datos muestran que el proceso no está bajo control con confianza del 96%, pues el intervalo está por encima de 3 minutos)

5. Los siguientes datos corresponden a una muestra aleatoria de tiempos de traslado, en horas, desde Alajuela hasta San José durante el mes de marzo.

|     |      |     |      |     |     |      |     |
|-----|------|-----|------|-----|-----|------|-----|
| 0.5 | 1.1  | 0.9 | 0.75 | 1.5 | 1.8 | 1.5  | 0.8 |
| 1.2 | 0.79 | 0.9 | 1.75 | 2.1 | 1.5 | 1.45 |     |

Un jerarca del gobierno no confía en los datos recabados porque considera que son muy dispersos. Construya un intervalo de confianza del 96% e **indique si los datos de la muestra respaldan lo afirmado por el jerarca.**

R/ ]0.3339076151 , 0,7470820096[

6. Las duraciones de 8 baterías cargadas de computadora de marca Dutec son 151, 153, 175, 134, 170, 172, 156 y 114 minutos. Suponga que las duraciones se distribuyen normalmente. Miguel, un estudiante de estadística, determinó correctamente un IC para la desviación estándar poblacional: ]14,6727 , 37,38[. Determine le nivel de confianza del IC definido por Miguel.

$R/\alpha = 0.1$ , Nivel de confianza del 90%

7. Para determinar si una máquina dispensadora de café está bien calibrada se construyó un intervalo de confianza para la desviación estándar de la cantidad de café, en milímetros, en una muestra aleatoria de 30 bebidas servidas. Si el intervalo, correctamente determinado, es ]0.7017 , 1.0877[ y la varianza en la muestra es 0.7225, indique cuál fue el nivel de confianza utilizado.

R/ Aprox. 0,90

