Criterios de

Comparacion Directa

Comparacion con paso a limite

Razón

Raiz

Criterio de la razon

Se usa cuando $n!$, $\frac{a}{b}$, a^n

La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

Converge

$$\lim_{n \to +\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| < 1$$

Diverge

$$\lim_{n \to +\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| > 1 \text{ v } +\infty$$

Criterio de la raiz

Se usa cuando a^n

La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

Converge

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$$

Diverge

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{|a_n|} > 1 \text{ v } +\infty$$

Tener en cuenta

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{n} = 1 \qquad \lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{n^p} = 1, \ p \text{ constante}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{p(n)} = 1$$

Criterio de comparacion directa

Sean $\{a_n\}$ y $\{b_n\}$ 2 sucesiones numéricas

Con $0 \le a_n \le b_n, \forall n \ge N \in \mathbb{N}$

Si $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge $\rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge

Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge $\rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge

Criterio de comparacion en el limite

Sean $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ series de terms positivos

Con $\lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = L \neq 0$

constante > 0

Si L es finito y positivo entonces

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ambas series convergen $\vee$ divergen

Si $L = 0 \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge

entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge

Si $L = \infty \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ Diverge

entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ Diverge

Recomendaciones para $\lim_{x \to +\infty}$

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)}$, si $f(x) > g(x)$ $\wedge$ $\underbrace{f \nearrow \; g \nearrow}$ $\to +\infty$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)}$, si $f(x) < g(x)$ $\wedge$ $\underbrace{f \nearrow \; g \nearrow}$ $\to 0$

CADENA DE TÉRMINOS DOMINANTES

Sean $k \in \mathbb{R}, a, p \in \mathbb{R}^+, a > 1$ entonces para n suficientemente grande se tiene que:

$$k \ll \ln n \ll n^p \ll a^n \ll n! \ll n^n$$

Todas son funciones crecientes

La de la derecha crece faster que las que estan a la izquierda

$\lim\limits_{n \to +\infty} n^n = +\infty$ | $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{n^n}{n!} = +\infty$ $f(x) > g(x)$

Arriba > abajo $\to +\infty$

$\lim\limits_{n \to +\infty} n! = +\infty$ | $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{n!}{n^n} = 0$ $f(x) < g(x)$

Abajo > arriba $\to 0$

Criterios de
Conver a estudiar

- Comp. directa
- Comp. en el limite
- Razon
- Raiz

Recordar

$\lim\limits_{n \to +\infty} \sqrt[n]{k} = 1$ $\qquad \lim\limits_{n \to +\infty} \sqrt[n]{n} = 1$

$P(n)$ = polinomio

$\lim\limits_{n \to +\infty} \sqrt[n]{P(n)} = 1$ $\qquad \lim\limits_{n \to +\infty} \underbrace{\left(1 + \dfrac{k}{n}\right)^n}_{\text{Puede ser } \left(\frac{n+k}{n}\right)^n} = e^k, \; k \in \mathbb{R}$

$n! \approx \sqrt{2\pi n} \cdot \left(\dfrac{n}{e}\right)^n$

Ejemplos donde el teo de ... sirve

$$\therefore \lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{\sqrt{2\pi n}\cdot\left(\frac{n}{e}\right)^n} = 1$$

$(-1)^n$, $sen(n)$, $cos(n)$ — todos $-1 \le x \le 1$

sen^2, cos^2 — todos $0 \le x \le 1$

$$-\frac{\pi}{2} \le arcsen(x) \le \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} < arctan(x) < \frac{\pi}{2}$$

$$0 \le arccos(x) \le \pi$$

Ejemplos

1) Analice la convergencia de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[n \cdot 2^{-n} \cdot sen\left(\frac{1}{n}\right) \right]$$

Tiene term trigo, usar comp directa

Se buscara otra serie para comparar

Criterio de comparacion directa

Sean $\{a_n\} \wedge \{b_n\}$ 2 sucesiones numericas con $0 \le a_n \le b_n$, $\forall n \ge N \in \mathbb{N}$

Si $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge $\rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge

Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge $\rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[n \cdot 2^{-n} \cdot sen\left(\frac{1}{n}\right) \right]$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{1}{2^n} \cdot sen\left(\frac{1}{n}\right)$$

Aplicando emparedado ya que $-1 \le sen(x) \le 1$

$$-1 \le sen\left(\frac{1}{n}\right) \le 1$$

$$-1 \cdot n \cdot \frac{1}{2^n} \le n \cdot \frac{1}{2^n} \cdot sen\left(\frac{1}{n}\right) \le 1 \cdot n \cdot \frac{1}{2^n}$$

Esto es <0 $\wedge$ solo se pueden analizar series >0

$$0 \le \underbrace{n \cdot \frac{1}{2^n}\, sen\left(\frac{1}{n}\right)}_{a_n} \le \underbrace{\frac{n}{2^n}}_{b_n}$$

Analizar conver de b_n

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$$, usando criterio de la razon

En nuestro caso $a_n = b_n$

Criterio de la razon

Se usa cuando $n!$, $\frac{a}{b}$, a^n

La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

Converge: $\lim_{n\to+\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| < 1$

Diverge: $\lim_{n\to+\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| > 1 \vee +\infty$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\frac{n+1}{2^{n+1}}}{\frac{n}{2^n}}$$

$$(n+1$$

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{\dfrac{n+1}{\cancel{2^n}\cdot 2}}{\dfrac{n}{\cancel{2^n}}} \right)$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n+1}{2n}$$

$$\frac{1}{2} \lim_{n\to+\infty} \frac{n+1}{n}$$

$$\frac{1}{2} \lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n} = \frac{1}{2} < 1$$

$\therefore$ Converge

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$$ Converge por crit de razon

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[n \cdot 2^{-n} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right) \right]$$ Converge por crit de comp directa

Otra forma de analizar la anterior

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot 2^{-n} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{\frac{n \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)}{2^n}}_{a_n}$$

Sea $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \overbrace{\frac{1}{2^n}}^{b_n}$ Geometrica $\to |r| = \frac{1}{2} < 1$

Usando criterio de comp en el limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\underbrace{\dfrac{n \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)}{\cancel{2^n}}}_{a_n \text{ original}}}{\underbrace{\dfrac{1}{\cancel{2^n}}}_{b_n \text{ comparar}}}$$

$\boxed{\text{Sean } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ Series de terms Positivos} \quad \text{Con } \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{b_n} = L \neq 0 \quad (\text{constante} > 0}$

Constante > 0

Si L es finito y positivo entonces

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ambas series convergen $\vee$ divergen

Si $L=0 \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ Converge

entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ Converge

Si $L=\infty \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ Diverge

entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ Diverge

$$\lim_{n\to+\infty} n \cdot sen\left(\frac{1}{n}\right), \quad n = \frac{1}{\frac{1}{n}}$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\frac{1}{n}} \cdot sen\left(\frac{1}{n}\right)$$

Trigo especial

$$\lim_{n\to+\infty} \cancel{\frac{sen\left(\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}}} = 1$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot 2^{-n} \cdot sen\left(\frac{1}{n}\right) \quad \text{Converge}$$

2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot sen\left(\frac{1}{n}\right)$

$$-1 \leq sen\left(\frac{1}{n}\right) \leq 1$$

$$\underbrace{\cancel{-1 \cdot \frac{1}{n^2}}}_{<0} \leq \frac{1}{n^2} sen\left(\frac{1}{n}\right) \leq 1 \cdot \frac{1}{n^2} \quad \checkmark$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \to \text{P-serie convergente}$$

Por crit de comp direct

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot sen\left(\frac{1}{n}\right) \quad \text{Converge}$$

3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} sen\left(\frac{1}{n}\right)$

$$\frac{-1}{n} \leq sen\left(\frac{1}{n}\right) \leq \frac{1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \to \text{Armonica} \to \text{Diver}$$

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} sen\left(\frac{1}{n}\right)$ por crit de comp directa

Diverge

4) $$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n-\ln(n)}{5n^3+3n^2}}$$

CADENA DE TÉRMINOS DOMINANTES

Sean $k \in \mathbb{R}, a, p \in \mathbb{R}^+, a > 1$ entonces para n suficientemente grande se tiene que:

$$k \ll \ln n \ll n^p \ll a^n \ll n! \ll n^n$$

$$\approx \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{\cancel{n}}{5n^{\cancel{3}}}}$$

Dominante se queda

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{1}{5n^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n^2}}$$

$$= \cancel{\sqrt{\frac{1}{5}}} \cdot \frac{1}{n}$$

Se puede omitir

$$= \frac{1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$ → serie armonica

Divergente

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\sqrt{\frac{n-\ln(n)}{5n^3+3n^2}}}{\frac{1}{n}}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\sqrt{\frac{\cancel{n}\left(1-\frac{\ln(n)}{n}\right)}{n^{\cancel{3}}\left(5+\frac{3}{n}\right)}}}{\frac{1}{n}}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1-\cancel{\frac{\ln(n)}{n}}}{n^2\left(5+\cancel{\frac{3}{n}}\right)}}}{\frac{1}{n}}$$

Remplazando $+\infty$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{5n^2}}}{\frac{1}{n}}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\cancel{\frac{1}{n}} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}}{\cancel{\frac{1}{n}}} = \sqrt{\frac{1}{5}}$$

Criterio de Comparacion en el limite

Sean $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ Series de terms Positivos

Con $\lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = L \neq 0$

Si L es finito y positivo (constante > 0) entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ambas series Convergen V divergen

Si $L = 0 \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ Converge

entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ Converge

Si $L = \infty \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ Diverge

entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ Diverge

$\therefore$ Ambas divergen $\left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \to \text{serie armonica Divergente} \right)$

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+1}\right)^n$, usando crit de raiz

Criterio de la raiz

Se usa cuando a^n

La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

Converge: $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$

Diverge: $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{|a_n|} > 1 \vee +\infty$

Tener en cuenta

$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{k} = 1$ $\quad \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n} = 1$

Se agrega $\sqrt{\ }$

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[\cancel{n}]{\left(\frac{n+1}{2n+1}\right)^{\cancel{n}}}$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n+1}{2n+1}$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\cancel{n}}{2\cancel{n}} = \frac{1}{2} < 1 \to \text{Converge}$$

6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)^n}{n^{2n}}$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3\cancel{n}}{n^{\cancel{2}}}\right)^n$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{n}\right)^n$$

Criterio de la raiz

Se usa cuando a^n

La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

Converge: $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$

Diverge: $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{|a_n|} > 1 \vee +\infty$

Tener en cuenta

$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{k} = 1$ $\quad \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n} = 1$

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[\cancel{n}]{\left(\frac{3}{n}\right)^{\cancel{n}}}$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3}{n} = \frac{3}{+\infty} = 0 < 1$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)^n}{n^{2n}} \quad \text{Converge}$$

7) $\sum^{\infty}$ ... Criterio de la razon

$$\sum_{n=1} \frac{10}{(2n-1)!}$$

Se usa cuando $n!$, $\frac{a}{b}$, a^n

La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

Converge: $\lim_{n\to+\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| < 1$

Diverge: $\lim_{n\to+\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| > 1 \lor +\infty$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\frac{10^{n+1}}{(2(n+1)-1)!}}{\frac{10^n}{(2n+1)!}} \quad 2n+2-1 \quad 2n+1$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\cancel{10^n}\cdot 10 \cdot \cancel{(2n+1)!}}{\cancel{10^n}\,\cancel{(2n+1)!}} = 10 > 1$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(2n-1)!} \quad \text{Diverge}$$

Ejemplos donde el teo de empared. sirve

$(-1)^n$, $\sin(n)$, $\cos(n)$ } Impar — todos $-1 \le x \le 1$

Esta siempre es igual

$\sin^2$, $\cos^2$ } Par — todos $0 \le x \le 1$

$$-\frac{\pi}{2} \le \arcsin(x) \le \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} < \arctan(x) < \frac{\pi}{2}$$

$$0 \le \arccos(x) \le \pi$$

8)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[3]{2+\ln(n)}} \le \frac{1}{n\sqrt[3]{\ln(n)}}$$

$$\frac{100}{8+2} < \frac{100}{8}$$

Quitarle aqui lo hace mas grande

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[3]{\ln(n)}}$$

Usando crit de integral

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt[3]{\ln(x)}}$$

$$f(x) = \frac{1}{x\cdot\ln^{\frac{1}{3}}(x)}$$

$\ln(x) \to$ crit de integral

$$f'(x) = \dots \checkmark$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\ln^{\frac{1}{3}}(x)}\,dx \longrightarrow \int \frac{1}{x\ln^{\frac{1}{3}}(x)}\,dx \quad u = \ln(x) \quad du = \frac{1}{x}\,dx$$

$$\int \frac{1}{u^{\frac{1}{3}}}\,dx$$

$$\ln^{\frac{2}{3}}(x)\Big|^{+\infty}$$

$$\frac{2}{3} \qquad 1 \qquad \int u^{-\frac{1}{3}}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln^{\frac{2}{3}}(x)}{\frac{2}{3}} - \frac{\ln^{\frac{2}{3}}(1)}{\frac{2}{3}} \qquad \frac{u^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}}$$

$$+\infty \qquad \frac{\ln^{\frac{2}{3}}(x)}{\frac{2}{3}}$$

$\therefore$ Diverge //

No se sabe nada de $\dfrac{1}{n\sqrt[3]{2+\ln(n)}}$

Comparacion al limite en esta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[3]{2+\ln(n)}}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\frac{1}{\cancel{n}\sqrt[3]{2+\ln(n)}}}{\frac{1}{\cancel{n}\sqrt[3]{\ln(n)}}}$$

Serie b de la otra

CADENA DE TÉRMINOS DOMINANTES

Sean $k \in \mathbb{R}, a, p \in \mathbb{R}^{+}, a > 1$ entonces para n suficientemente grande se tiene que:

$$k \ll \ln n \ll n^{p} \ll a^{n} \ll n! \ll n^{n}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\sqrt[3]{\ln(n)}}{\sqrt[3]{\cancel{2}+\ln(n)}}$$, usando dominancia

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\sqrt[3]{\ln(n)}}{\sqrt[3]{\ln(n)}} = 1$$

$\neq 0$ (si diera 0 converge)

Da constante y diverge

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[3]{2+\ln(n)}} \quad \text{diverge}$$

Criterio de comparacion en el limite

Sean $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ series de terms positivos

con $\lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = L, \neq 0$

Si L es finito y positivo (constante > 0) entonces

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ambas series convergen $\vee$ divergen

Si $L = 0 \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge

entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge

Si $L = \infty \wedge \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ Diverge

entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ Diverge

k = constante

k sumando, desaparece

n multiplicando, se vuelve 1

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2+\cos(n)}{3n+5}$

$-1 \leq \cos(n) \leq 1$

$\frac{1}{3n+5} \leq \frac{2+\cos(n)}{3n+5} \leq \frac{3}{3n+5}$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+5}$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n}$, Por crit de dominancia o comparacion al limite

$3 \cdot n = n$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, p serie, $p = 1$ divergente

$\therefore \boxed{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2+\cos(n)}{3n+5} \text{ Diverge}}$ Por crit de Comparacion

b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3-\operatorname{sen}^2(n)}{4n-2}$

$0 \leq \operatorname{sen}^2(n) \leq 1$

$0 \geq -\operatorname{sen}^2(n) \geq -1$

$3 \geq 3-\operatorname{sen}^2(n) \geq 2$

$\frac{2}{4n-2} \leq \frac{3-\operatorname{sen}^2(n)}{4n-2} \leq \frac{3}{4n-2}$

Cualquiera de $\frac{1}{n}$

$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{4n-2} \sim \frac{1}{n}$, p serie, $p = 1$ Diverge

Comp al limite

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{(n+1)^2} \sim \frac{\ln(n)}{n^2}$, Crit de Comp al limit

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n^2}$ $\qquad \underbrace{\frac{\ln(n)}{n^2}}_{a_n} \leq \underbrace{\frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}}_{b_n}$, Hay que tantear

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\frac{\ln(n)}{\cancel{n^2}}}{\frac{1}{\cancel{n^{\frac{3}{2}}}}} \begin{matrix} \text{Pequeño} \\ \text{Grande} \end{matrix}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\frac{\ln(n)}{\cancel{n^2}}}{\frac{1}{\cancel{n}}}$$

Dominancia

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\ln(n)}{n} = 0$$

$$\lim_{n \to +\infty} \underbrace{\frac{\ln(n)}{n^{\frac{1}{2}}}}_{\text{Converge por crit de comp directa}} = 0$$

$$\frac{\ln(n)}{n^2} < \underbrace{\frac{1}{n}}_{\text{Diverge}}$$