

Parámetros y estimadores

② ¿Cómo se si un parámetro θ es insesgado?

Si $E(\hat{\theta}) = \theta$, es insesgado y válido para comparar

Propiedades importantes

$$X = ax \quad \text{Ejemplo}$$

$$E(X) = aE(x) \quad X = 2x \quad X = \frac{X}{5}$$

$$E(X) = 2E(x) \quad E(x) = \underline{E(x)}$$

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \quad X \sim B(n, p)$$

$$E(X) = \mu \quad E(X) = np$$

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 \quad \text{Var}(X) = npq, q = 1-p$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad \sigma = \sqrt{npq}$$

$$X \sim Exp(\lambda) \quad X \sim \text{Gamma}$$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad E(X) = \frac{q}{p}, q = 1-p$$

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda}$$

En este tipo de estimaciones el problema es que no se puede medir el error de estimación; sin embargo, cuanto mayor sea el tamaño de la muestra, se espera que mejor sea la estimación.

De acuerdo con lo estudiado en el primer capítulo, dada una muestra observada (x_1, x_2, \dots, x_n) de una muestra aleatoria M se tienen las siguientes estimaciones puntuales de los respectivos parámetros:

Parámetro	Estimador	Estimación puntual	
μ	\bar{X}	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$	
σ^2	S^2	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$	
σ	S	$s = \sqrt{s^2}$	
p	\hat{P}	$\hat{p} = \frac{b}{n}$, b es el número de éxitos en la muestra	

Verosimilitud

Hay 2 casos, dan las x_n o hay que buscan alguna x_n

Caso I: cuando dan x_n ($x_1=2, x_2=3 \dots$)

Paso 1: escribir $L(x | \text{variable})$
 $L(x | k)$

Paso 2: remplazar las x_n

Ej.: $f(x) = \frac{k}{3} \left(\frac{x}{3}\right)^{k-1}$ Dadas las observaciones $x_1 = 0,3 \quad x_2 = 0,1 \quad x_3 = 0,9$ encuentre la estimación de máxima verosimilitud de k .

$$L(k|x) = \frac{k}{3} \cdot \left(\frac{0,3}{3}\right)^{k-1} \cdot \frac{k}{3} \cdot \left(\frac{0,1}{3}\right)^{k-1} \cdot \frac{k}{3} \cdot \left(\frac{0,9}{3}\right)^{k-1}$$

Paso 3: SIEMPRE Simplificar

$$L(k|x) = \frac{k^3}{27} \left(\frac{1}{1000}\right)^{k-1} \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$
$$\frac{a \cdot a \cdot a}{b \cdot b \cdot b} = \frac{a^3}{b^3}$$

Paso 4: Aplican \ln

$$\ln(L(k|x)) = \ln\left(\frac{k^3}{27} \cdot \left(\frac{1}{1000}\right)^{k-1}\right)$$

Propiedades de \ln

$$\ln(x^n) = n \ln(x)$$

$$\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

Paso 3:

Derivar (S , no se acuerda se mano)

Paso 4:

Igualar a 0, despejar y listo

Caso: cuando hay que encontrar x_n

Es exactamente el proceso pero con la variante de que aquí nos van a dar un T ($LCT(x)$) y hay

que remplazarlo y despejar el x_n solicitado

(Ya derivado)

$$\frac{7}{7-1_67} + \ln\left(\frac{53760 \cdot x_7}{q^7}\right) = 0 \quad \lambda = -1_67 \text{ (enunciado)}$$

$$\ln\left(\frac{53760 \cdot x_7}{q^7}\right) = \frac{700}{67}$$

3. [5 puntos] Para una variable aleatoria X con distribución $f_X(x|\lambda) = \frac{1+\lambda}{9} \left(\frac{x}{9}\right)^{\lambda}$ para $x \in [0, 9]$, se tiene la muestra aleatoria $x_1 = 5, x_2 = 8, x_3 = 7, x_4 = 4, x_5 = 8, x_6 = 6$ y x_7 . Si se sabe que la estimación de máxima verosimilitud para el parámetro λ es -1_67 , determine el valor de x_7 .

$$= -1_67$$

$$e^{\frac{\ln\left(\frac{53760 \cdot x_7}{q^7}\right)}{67}} = e^{\frac{700}{67}}$$

$$\frac{53760 \cdot x_7}{q^7} = e^{\frac{700}{67}}$$

$$x_7 = \frac{e^{\frac{700}{67}} q^7}{53760}$$

$$x_7 \approx 3066502.62534848543.$$

Intervalos de confianza

Si $n \geq 30$ y la varianza o desviación estandar es desconocida o conocida se usa la normal

Si $n < 30$ y la varianza o desviación estandar es conocida se usa la normal

Si $n < 30$ y la varianza o desviación estandar es desconocida usa la t-student

$$\bar{x} = \text{promedio} = \frac{\text{suma de todos}}{\text{número de elementos}}$$

$$n = \text{número de elementos} \quad \sigma^2 = \text{varianza}$$

$$\alpha = 1 - \text{confianza} \quad gl = n - 1$$

error = radio

σ = Desviación estandar (Distribución normal)

s = Desviación estandar (Distribución t-student)

Pueden preguntar por 7 cosas

(1) Intervalos de confianza (IC)

(2) Tamaño de muestra

(3) Varianza muestral (s^2)

(4) Nivel de confianza utilizado

Nota: Para IC no importa si se mete $P(X \leq x)$ u $P(x \leq X)$

Formulas importantes

Para IC con distribucion Z (normal)

1. IC de $(1 - \alpha)100\%$ para μ : $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Para IC con distribucion t-student

IC de $(1 - \alpha)100\%$ para μ : $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

Para tamaños de muestra (Siempre con Z)

2. Tamaño de muestra para encontrar un IC para μ con un radio menor o igual a r : $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{r}\right)^2$

No existe para t-student entonces
Si $n < 30$ y la varianza o desviación
estandart es desconocida usa la ~~t-student~~
esta formula

Si en el enunciado dan un intervalo

10. Si $[30, 46]$ es el intervalo de confianza del 95 % para la media de una variable aleatoria normalmente distribuida con variancia desconocida, basado en una muestra aleatoria específica de tamaño 16, halle el valor de la variancia muestral observada.
R/ 225.399

Para intervalos

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$$

2

$$\text{Error} = b - \bar{x}$$

Caso 3: Piden un IC

1) Identificar si es Z o t-student

2) Colocar datos ($n = \bar{x} = \alpha =$
 $\sigma = glz$ (para t-student))

3) Calcular el $\frac{\alpha}{2}$

Ej: Si dicen IC para 90%,

$$\alpha = 1 - 0,90 = 0,10$$

$$\text{entonces } \frac{0,10}{2} = 0,05$$

para Z $\rightarrow Z_{0,05}$

para t $\rightarrow t_{0,05, n-1}$

4) Aplicar la formula y listo

Z

t

1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para $\mu: \bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

IC de $(1-\alpha)100\%$ para $\mu: \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

Caso 2: Piden tamaño de muestra

Aquí no importa si es Z o t,
 siempre es la misma formula

2. Tamaño de muestra para encontrar un IC para μ con un radio menor o igual a r: $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{r}\right)^2$

►►►►►►►►►►

Recordar que r es = error o radio

2. Si se supone que la desviación estándar de las d qué tamaño debió ser una muestra para que el i 90 % tuviera radio menor que 7,5 min?

$$r = 7,5$$

Ejemplo 52. Se tiene interés en estimar la vida útil promedio de los bombillos marca Ilumina. ¿Qué tamaño de muestra mínimo debe tomarse para estimar dicho promedio con un error de estimación máximo de un noveno de desviación

estándar y una confiabilidad del 90 %?

$$r = \frac{1}{9} \sigma$$

Caso 3: Piden varianza muestral

Aquí en la fórmula NO se usa la parte de $\bar{x} \pm$

$$\text{IC de } (1-\alpha)100\% \text{ para } \mu: \bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{IC de } (1-\alpha)100\% \text{ para } \mu: \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Solo debe calcularse lo demás

Paso 1: Identificar variables y distribución
 $n, \bar{x}, s, E, g_1(\text{para } t)$

Paso 2: Calcular fórmula

$$= z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Paso 3: Igualar a E

$$(\bar{x}) \quad (z)$$

Paso 4: Despejar s o σ

$$\text{Para intervalos}$$
$$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{Error} = b - \bar{x}$$

Paso 5: Elevar al cuadrado

Ejemplo en la

Otra página

11. Si]40.7, 51.3[es el intervalo de confianza del 95 % para la media de una variable aleatoria normalmente distribuida con variancia desconocida, basado en una muestra de tamaño 16, halle el valor de la variancia muestral.

$$R/ \quad 98.92$$

$$n = 16 < 30 \rightarrow t\text{-student} \quad g = 15$$

$$\bar{x} = \frac{40.7 + 51.3}{2} = 46 \quad \alpha = 0.05$$

Calculando E

$$E = 51.3 - 46 = 5.3$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.05}{2} = 0.025 \rightarrow t_{0.025, 15} = \pm 2.13145$$

$$2.13145 \cdot \frac{s}{\sqrt{16}} = 5.3 \quad \text{Igualando a } E$$

$$s = \frac{5.3 \cdot \sqrt{16}}{2.13145}$$

$$s^2 = \left(\frac{5.3 \cdot \sqrt{16}}{2.13145} \right)^2 \quad \begin{array}{l} \text{Elevando al} \\ \text{Cuadrado} \end{array}$$

$$s^2 = 98.92$$

Para intervalos

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{Error} = b - \bar{x}$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Caso 7: Piden el nivel de confianza utilizado

Aquí en la fórmula NO se usa la parte de $\bar{x} \pm$

$$1. IC de (1-\alpha)100\% para \mu: \bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$IC de (1-\alpha)100\% para \mu: \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Solo debe calcularse lo demás

Paso 1; Identificar variables y distribución
 $n, \bar{x}, \alpha, E, g1$ (para +)

Paso 2; Calcular fórmula

$$\bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Paso 3; Igualar a E

(+) (-)

Para intervalos

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$$

Paso 4; Despejar $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ o $t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

$$Error = b - \bar{x}$$

Paso 5; Usar es valor despejado en la x de la app para 2 colas

Paso 6; Aplicar I resultado del paso 5

Ejemplo abajo

17. Considere una población X tal que

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Suponga que se desconoce la variancia poblacional σ^2 . Un IC para μ basado en muestras de tamaño 20 es $[26.5141, 33.48594]$ en unidades u , donde la variancia muestral observada en la muestra es de $50 u^2$. Determine aproximadamente el nivel de confianza del IC . R/ Confianza: 96 %

$$n=20 \leftarrow 30 \rightarrow t_{\text{student}} \text{ gl} = 39$$

$$s^2 = 50 \rightarrow s = \sqrt{50}$$

Para intervalos
$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$
Error = $b - \bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{33.78594 + 26.5171}{2}$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x} = 30$$

Calculando E

$$E = 33.78594 - 30 = 3.78594$$

Entonces

Equalando a E

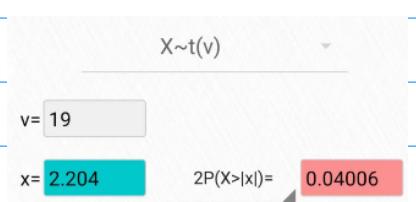
$$t_{\frac{\alpha}{2}, 39} \cdot \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{20}} = 3.78594$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 39} \cdot \sqrt{50} = 3.78594 \sqrt{20}$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 39} = \frac{3.78594 \sqrt{20}}{\sqrt{50}} \quad \text{Despejando } t_{\frac{\alpha}{2}, 39}$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 39} \approx 2.204$$

$$t_{2.204, 39} = 0.08$$



Aplicando el resultado

$$1 - 0.08 = 0.92 \rightarrow 92\%$$

Pruebas de hipótesis

Pueden pedir:

- 1) Regiones de Aceptación \leftarrow
- 2) Error 1 (α) A veces en
- 3) Error 2 (β) base a esto
- 4) Valor p piden aceptar o
- 5) Tamaño de muestra rechazar H_0
- 6) Significancia utilizada

Nota: para p_h si importa si se mete $P(X > x)$ o $P(X < x)$

H_0 = Hipótesis nula, siempre se pone
 μ pero implícitamente es \geq o \leq ,
de aquí sale el x_{one} (son iguales)

H_1 : Hipótesis alternativa, esta siempre
es lo contrario al H_0 , si APP

$H_0 = \bar{x}(\geq) \rightarrow H_1 < \bar{x} \rightarrow$ cola izquierda $P(X < x)$

$H_0 = \bar{x}(\leq) \rightarrow H_1 > \bar{x} \rightarrow$ cola derecha $P(X > x)$

$H_0 = \bar{x} \rightarrow H_1 \neq \bar{x} \rightarrow$ dos colas $2P(|X| > x)$

H_1' : Hipótesis alternativa específica, esta
solo se usa para calcular errores de tipo 2
y remplaza al H_1 normal

Si no dicen Significancia (α)
entonces $\alpha = 0,05$

Caso 3: Regiones de aceptación

1) Plantear hipótesis, leer bien el enunciado,

$$\text{Afirmación} = H_0$$

$$\text{Contradicción} = H_1$$

6. El peso de una bolsa de frijoles marca Sabores sigue una distribución normal de media desconocida y variancia 0.04 kg^2 . Un inspector de la Oficina del Consumidor tomó una muestra de 20 bolsas y obtuvo un peso promedio de 1.9 kg. El dueño de la empresa Sabores asegura que el peso promedio de una bolsa de frijoles Sabores es superior a 2 kg. ¿Los datos brindan evidencia a favor de la afirmación del dueño de la empresa?

R/ No

$$\therefore H_0: \mu = 2 (\geq)$$

$$H_1: \mu < 2 \rightarrow \text{cola izquierda } P(X < \bar{x})$$

Suponga que la nota de Matemática Discreta para estudiantes carné 2021 sigue una Distribución Normal. ¿Hay evidencia en contra de que la nota promedio de este curso, para estudiantes carné 2021, sea igual a 75?

R/ No

$$H_0: \mu = 75$$

$$H_1: \mu \neq 75$$

$$2 \text{ colas } 2P(|\bar{x}| > 75)$$

27. Una muestra aleatoria de 12 estudiantes de séptimo año del colegio San Beto tiene las siguientes estaturas en centímetros:

142, 158, 135, 129, 159, 148, 153, 139, 133, 151, 131, 140

Suponga que la estatura de los estudiantes de séptimo se distribuye normalmente. Un grupo de doctores considera que la estatura promedio de los estudiantes de séptimo del colegio es de a lo sumo 140 cm. Determine si los datos aportan evidencia en contra de lo indicado por los doctores, con un nivel de significancia de 0.05, mediante las regiones de aceptación y rechazo.

R/ $u_c = 145.414$, no hay evidencia en contra de la afirmación

$$H_0: \mu = 140 (\leq)$$

$$H_1: \mu > 140$$

cola derecha

2) Identificar si es Z o t-student

3) Colocar datos

(Si no hay datos)

$$\bar{x} = u$$

$$\begin{cases} n = \bar{x} = \alpha = \\ \sigma = glz \text{ (para t-student)} \\ u = H_0 \text{ (valor de } H_0) \end{cases}$$

4) Resolver la formula pero solo con el símbolo $\geq <$ 2 colas. Aquí si importa

Z

$$\text{IC de } (1-\alpha)100\% \text{ para } \mu: \bar{x} \pm \frac{Z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}} \frac{\sigma}{2}$$

$$\text{IC de } (1-\alpha)100\% \text{ para } \mu: \bar{x} \pm \frac{t_{\alpha/2, n-1}}{\sqrt{n}} \frac{s}{2}$$

+

5) Con el resultado de la formula, definir la region de aceptacion y rechazo

Cola izquierda RR: $\bar{x} \geq$ resultado
RA: $\bar{x} <$ resultado

Cola izquierda RR: $\bar{x} \leq$ resultado
RA: $\bar{x} >$ resultado

2 colas; Hacer intervalo de confianza
 $\underline{[a, b]}$
RR RA

Si dan un intervalo en intervalos así:

$]-\infty, a]$ $\bar{x} = b$
 $[a, +\infty]$ $\bar{x} = a$

Ejemplo de cada uno abajo

Cola izquierda

16. En el restaurante Buen Gusto, un cliente se quejó del excesivo tiempo que se tarda en servir los alimentos una vez que se ordena. El gerente ha asegurado que la duración promedio de servir los alimentos después de ordenar es inferior a siete minutos. Se han registrado diez duraciones en minutos: 2, 3, 6, 4, 7, 3, 8, 9, 5, 4. Suponga que el tiempo que se tarda en servir los alimentos una vez que se ordena se distribuyen normalmente.

- (a) Determine las regiones de aceptación y rechazo para la afirmación del gerente, mediante un nivel de significancia del 5 %.

$$H_0: \mu = 7 (\geq) \quad n = 10 < 30, \text{ so } \rightarrow t\text{-student}$$
$$H_1: \mu < 7 \quad gl = 9$$

$$\bar{x} = 7 (H_0) \quad S = 2, 33$$

$$: \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$t_{0.05, 9} = -1, 83377$$

RB RA

$$7 - 1, 83377, \frac{2, 33}{\sqrt{10}} = \boxed{5, 65}$$

Región de rechazo $\bar{x} \leq 5, 65$

Región de aceptación $\bar{x} > 5, 65$

Cola derecha

27. Una muestra aleatoria de 12 estudiantes de séptimo año del colegio San Beto tiene las siguientes estaturas en centímetros:

142, 158, 135, 129, 159, 148, 153, 139, 133, 151, 131, 140

Suponga que la estatura de los estudiantes de séptimo se distribuye normalmente. Un grupo de doctores considera que la estatura promedio de los estudiantes de séptimo del colegio es de a lo sumo 140 cm. Determine si los datos aportan evidencia en contra de lo indicado por los doctores, con un nivel de significancia de 0.05, mediante las regiones de aceptación y rechazo.

R/ $u_c = 145.414$, no hay evidencia en contra de la afirmación

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= 140 (\subseteq) & n &= 12 < 30, \sigma &=? \rightarrow t \text{ student} \\ H_1: \mu &> 140 & \bar{x} &= 140 & g | = 77 \\ & & \sigma &= 10.7732 & \bar{x}_{0.05} = 145.414 \end{aligned}$$

$$t_{0.05, 11} = 1.79588$$

$$140 + 1.79588 \cdot \frac{10.7732}{\sqrt{12}} = 145.414$$

$$RR: \bar{x} \geq 145.414 \quad RA: \bar{x} < 145.414$$

2 Colas

21. Un médico afirma que la edad promedio de personas con cierta enfermedad en San José es de 32 años. Para investigar dicha afirmación se tomó una muestra de 25 personas de la capital que poseen la enfermedad y se obtuvo una edad promedio de 33.1 años, con una desviación de 3.8 años.

- (a) Con base en un nivel de significancia del 10 %, determine las regiones de aceptación y rechazo de \bar{X} para contrastar la afirmación del médico.

$$R/ A = [30.6997, 33.3003]$$

$$H_0: \mu = 32 (\geq)$$

$$\bar{x} = 32$$

$$s = 3.8$$

$$H_1: \mu \neq 32, 2 \text{ colas}$$

$$n = 25 \quad gl = 24$$

$$t_{0.10, 24} - 1.71088 : \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$a = 32 - 1.71088 \cdot \frac{3.8}{\sqrt{25}} = 30.6997$$

$$b = 32 + 1.71088 \cdot \frac{3.8}{\sqrt{25}} = 33.3003$$

$$A = [30.6997, 33.3003]$$

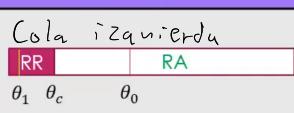
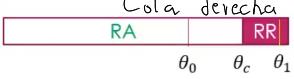
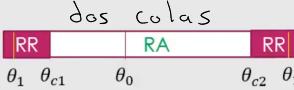
Caso 2: Error tipo I

«Condenar al inocente», esto consiste en la proba de rechazar H_0

Paso 1: definir H_0 y H_1

Paso 2: estandarizar usando $Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Paso 3: Plantear bien el simbolo

Tipo de prueba	Error tipo 1	Error tipo 2
Cola izquierda 	$\beta = P(\hat{\theta}_{obs} < \theta_c \theta = \theta_0)$	$\beta = P(\hat{\theta}_{obs} > \theta_c \theta = \theta_1)$
Cola derecha 	$\beta = P(\hat{\theta}_{obs} > \theta_c \theta = \theta_0)$	$\beta = P(\hat{\theta}_{obs} < \theta_c \theta = \theta_1)$
dos colas 	$\beta = P(\hat{\theta}_{obs} < \theta_{c1} \vee \hat{\theta}_{obs} > \theta_{c2} \theta = \theta_0)$	$\beta = P(\theta_{c1} < \hat{\theta}_{obs} < \theta_{c2} \theta = \theta_1)$

Prueba cola izquierda ($H_1 : <$)

RR: estadístico < crítico

$$\alpha = P(Z < z_c)$$

Prueba cola derecha ($H_1 : >$)

RR: estadístico > crítico

$$\alpha = P(Z > z_c)$$

Dos colas ($H_1 : \neq$)

RR: ambos extremos

$$\alpha = P(Z < -z_{\alpha/2}) + P(Z > z_{\alpha/2})$$

$z_c = \text{valor estandarizado}$

Paso 4: calcular eso

Caso 3: Error tipo 2

Para calcular los Errores de Tipo II se requiere de una hipótesis alternativa específica que se va a asumir como la verdadera en lugar de H_0 .

Paso 3: definir H_0 y H_1

Paso 2: estandarizar usando $Z = \frac{\bar{x} - u}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Paso 3: usar el H'_1 , este reemplaza al H_1 y su \bar{x}

$$H_0: u = 50000 (\geq) \quad n = 90 \quad \sigma = 5700$$

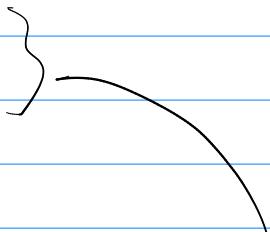
$$H_1: u < 50000 \quad \bar{x} = 49500 \quad u = 50000$$

$$H'_1: u = 48700 \quad n = 90 \quad \sigma = 5700$$

$$\left(u_c = 49011,7202 \right) \quad u = 48700 \\ \Rightarrow \text{Sale de LR y RA}$$

Paso 3: plantear bien el símbolo

<input checked="" type="checkbox"/> Prueba cola izquierda ($H_1 : <$)
RA: estadístico $>$ crítico
$\beta = P(Z > z_c)$
<input checked="" type="checkbox"/> Prueba cola derecha ($H_1 : >$)
RA: estadístico $<$ crítico
$\beta = P(Z < z_c)$
<input checked="" type="checkbox"/> Dos colas ($H_1 : \neq$)
RA: zona central
$\beta = P(-z_c < Z < z_c)$



Paso 4: calcular eso

Caso 7: Tamaño de muestra

- c) ¿Qué tamaño debe tomarse para realizar la prueba con un nivel de significancia del 5% y una potencia del 90% si la verdadera longitud promedio es de 51 cm? R/ 95

$$\alpha = 0.05 \quad \beta = 0.10 \quad \sigma = 3$$

$$H_0: \mu = 50 \quad H_1: \mu = 51$$

$$H_1: \mu \neq 50$$

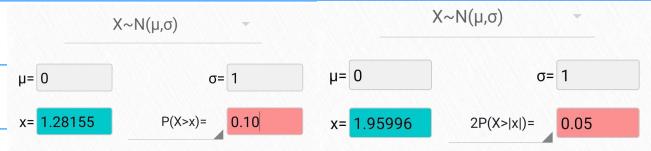
Tipo de prueba	Una población
	Supuestos: $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu = \mu_1 \end{cases}$
Una cola	$n \geq \frac{(z_\alpha + z_\beta)^2 \sigma^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2}$
Dos colas	$n \geq \frac{(z_{\alpha/2} + z_\beta)^2 \sigma^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2}$

En 2 colas el z_α se mete con $2P(Z > z_\alpha)$
y el z_β se mete con $P(Z > z_\beta)$

$$z_\alpha = z_{0.05} = 1.95996 \quad z_\beta = z_{0.10} = 1.28155$$

$$n \geq \frac{(1.95996 + 1.28155)^2 \cdot 3^2}{(51 - 50)^2}$$

$$n \geq 94.5 \rightarrow n \geq 95$$



Caso 5 : Significancia utilizada

23. Un médico afirma que la edad promedio de personas con sobrepeso en cierta ciudad es de 35 años. Para investigar dicha afirmación se tomó una muestra de 20 personas con sobrepeso de dicha ciudad y se observó una edad promedio de 36.7 años, con una desviación de 4.5 años. Al realizar el contraste de hipótesis se obtuvo que uno de los promedios críticos es $u_c = 33.1389$.

- (a) Determine aproximadamente el nivel de significancia utilizado en el contraste de hipótesis realizado.

$$R/ \alpha \approx 0.08$$

$$H_0: u = 35$$

$$\bar{x} = 35 \quad \sigma = 4.5$$

$$H_1: u \neq 35, \text{ dos colas}$$

$$n = 20 < 30 \rightarrow t\text{-student} \quad gl = 19 \quad : \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$u_c: 33,1389 < 35, \text{ ; es } \alpha \text{ en } 3a, b [$$

$$35 - t_{\frac{\alpha}{2}, 19} \cdot \frac{4.5}{\sqrt{20}} = 33,1389$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 19} = \frac{35 - 33,1389}{\frac{4.5}{\sqrt{20}}} \approx 1.84$$

$$+ 1.84 \cdot 19 = \boxed{0,68}$$

$$X \sim t(v)$$

$$v = 19$$

$$x = 1.84$$

$$2P(X > |x|) =$$

$$0.08144$$

Caso 6 : valor P

2. La pieza de motores para ciertos automóviles marca **Furioso** se considera efectiva si tiene una longitud promedio de 50 cm aproximadamente. Suponga que la desviación estándar de esa longitud es de 3 cm.

- a) En un mes, tres automóviles **Furioso** tuvieron un accidente debido a que su motor no funcionó correctamente. Un experto sospecha que la longitud de las piezas de Furioso no están cumpliendo, en promedio, lo requerido. Ante esto, se realizan 25 mediciones aleatorias y se obtiene una longitud promedio de 51,5 cm. Determine el valor P de la prueba.

R/ 0,0124

$$\bar{x} - u$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$H_0: \mu = 50$$

$$n = 25, \sigma = 3 \rightarrow \text{normal}$$

$$H_1: \mu \neq 50$$

$$\bar{x} = 51,5$$

$$\bar{x} - u$$

$$51,5 - 50$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} =$$

$$\frac{3}{\sqrt{25}} = 2,5$$

$$2P(\bar{x} > 2,5) = 0,0124$$