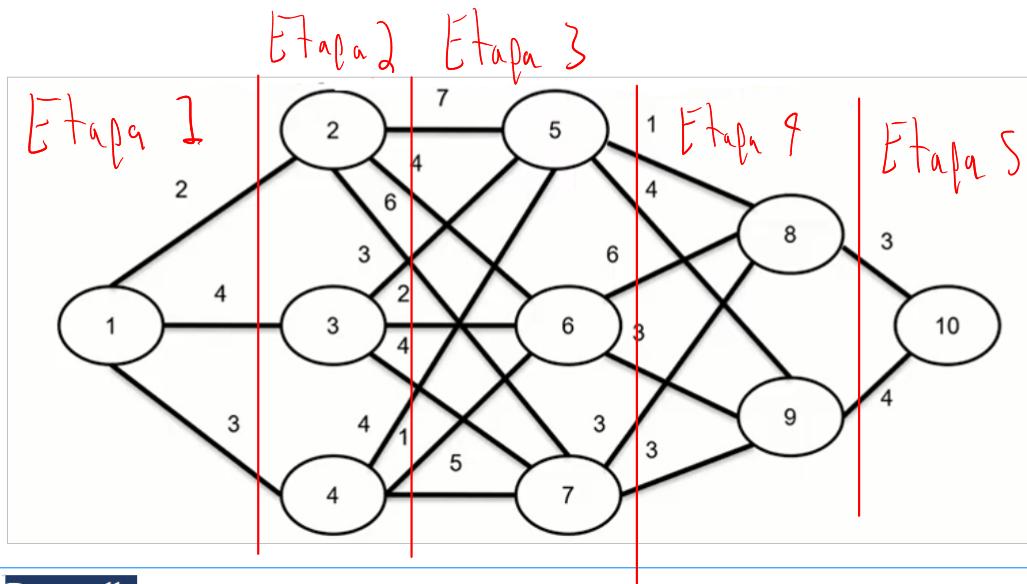


Pregunta #1 25pts

Objetivo Programación Dinámica=> Ruta más corta



Desarrollo

- Indique las etapas
- Construya todas las tablas (completas con todo el desarrollo)
- Indique la ruta de 1-10(si hay varias anota todas)
- Verificar con el grafo Costo
- Todos los cálculos necesarios deben aparecer en el examen

Etapas : $10 \rightarrow 8, 9$
 $8, 9 \rightarrow 5, 6, 7$
 $5, 6, 7 \rightarrow 2, 3, 4$
 $2, 3, 4 \rightarrow 1$

Etapa #5
 $f_5(x_5) \geq 0$ $x = 10$

Etapa 4 :

Llegar	Viene	Mínimo	Mejor opción
x_4	$x_5 = 10$	$f_4(x_4)$	$x_5 \neq$
8	3 ✓	3	10
9	4 ✓	4	10

Etapa 3:

Llegar	Viene	Viene	Mínimo	Mejor opción
x_3	$x_4 = 8$	$x_4 = 9$	$f_3(x_3)$	$x_4 \neq$
5	$1+3=4 \checkmark$	$4+9=8$	4	8
6	$6+3=9$	$3+9=7 \checkmark$	7	9
7	$3+3=6 \checkmark$	$3+9=7$	6	8

Etapa 2:

Llegar	Viene	Viene	Viene	Mínimo	Mejor opción
x_2	$x_3 = 5$	$x_3 = 6$	$x_3 = 7$	$f_2(x_2)$	$x_3 \neq$
2	$7+4=11 \checkmark$	$4+7=11 \checkmark$	$6+6=12$	11	5, 6
3	$3+4=7 \checkmark$	$4+7=11$	$4+6=10$	7	7
4	$4+4=8 \checkmark$	$1+7=8 \checkmark$	$5+6=11$	8	5, 6

Etapa 1:

Llegar	Viene	Viene	Viene	Mínimo	Mejor opción
x_1	$x_2 = 2$	$x_2 = 3$	$x_2 = 4$	$f_1(x_1)$	$x_2 \neq$
1	$2+1=3$	$4+7=11 \checkmark$	$3+8=11 \checkmark$	11	3, 4

Rutas:

$$1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 10, \text{ Valor: } 4+3+1+3 = 11$$

$$1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 10, \text{ Valor: } 3+4+1+3 = 11$$

$$1 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 10, \text{ Valor: } 3+1+3+9 = 11$$

Ejercicio #2

Simplex 2 Fases → Dual

$$\min z = 4x - 6y$$

$$\text{Sujeto a: } x + y \leq 100$$

$$3x + 2y \geq 180$$

$$5x + 2y \geq 200$$

$$x + 2y \geq 80$$

$$x, y \geq 0$$

Tabla Final de Fase 2

	x	y	H1	A1	A2	A3	E1	E2	E3	VS
H1	0	0	1	-1/4	0	-1/4	1/4	0	1/4	35
E2	0	0	0	2	-1	-1	-2	1	1	80
x	1	0	0	1/2	-1/2	-1/2	0	1/2	1/2	50
y	0	1	0	-1/4	3/4	1/4	0	-3/4	15	
r	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	0	0

Primal	2 Fases	Dual
$\min z = 4x + 6y$ Sujeto a: $x + y \leq 100$ $3x + 2y \geq 180$ $5x + 2y \geq 200$ $x, y \geq 0$	$\min \rightarrow A1 + A2 + A3$ Sujeto a: $x + y + H1 = 100$ $3x + 2y - E1 + A1 = 180$ $5x + 2y - E2 + A2 = 200$ $x + 2y - E3 + A3 = 80$	$\max w = 100y_1 + 180y_2 + 200y_3 + 80y_4$ Sujeto a: $y_1 + 3y_2 + 5y_3 + 4y_4 \leq 4$ $y_1 + 2y_2 + 2y_3 + 2y_4 \leq 6$ $y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0$

• Regresamos al FO y eliminamos las variables artificiales

	x	y	H1	E1	E2	E3	VS
H1	0	0	1	1/4	0	1/4	35
E2	0	0	0	-2	1	1	80
x	1	0	0	-1/2	0	1/2	50
y	0	1	0	1/4	0	-3/4	15
z	-4	-6	0	0	0	0	0

} "x" y "y" son "-4" y "-6", aplicamos Gauss

→ Aplicando Gauss-Jordan

→ Nuevo $Z = 4x + z$

	X	y	H1	E1	E2	E3	VS
$4x$	$\underline{4 \cdot 1}$ $=4$	$4 \cdot 0$ $=0$	$4 \cdot 0$ $=0$	$4 \cdot -\frac{y_2}{2}$ $=-2$	$4 \cdot 0$ $=0$	$4 \cdot \frac{y_2}{2}$ $=2$	$4 \cdot 50$ $=200$
Z	-4	-6	0	0	0	0	
Nuevo Z	0	-6	0	-2	0	2	200

Nueva tabla con Z modificado

	X	y	H1	E1	E2	E3	VS
H1	0	0	1	$1/4$	0	$1/4$	35
E2	0	0	0	-2	1	1	80
X	1	0	0	$-1/2$	0	$1/2$	50
y	0	1	0	$1/4$	0	$-3/4$	15
Z	-4	-6	0	-2	0	2	200

{ "y" es igual a "-6",
Gauss }

→ Gauss otra vez

→ Nuevo $Z = 6y + z$

	X	y	H1	E1	E2	E3	VS
$6y$	$6 \cdot 0$ $=0$	$6 \cdot 1$ $=6$	$6 \cdot 0$ $=0$	$6 \cdot \frac{y_4}{4}$ $=3/2$	$6 \cdot 0$ $=0$	$6 \cdot \frac{3/4}{2}$ $=9/2$	$15 \cdot 6$ $=90$
Z	0	-6	0	-2	0	2	200
Nuevo Z	0	0	0	$-1/2$	0	$-5/2$	290

Nueva tabla con Z modificado

	X	y	H1	E1	E2	E3	VS
H1	0	0	1	$1/4$	0	$1/4$	35
E2	0	0	0	-2	1	1	80
X	1	0	0	$-1/2$	0	$1/2$	50
y	0	1	0	$1/4$	0	$-3/4$	15
Z	0	0	0	$-1/2$	0	$-5/2$	290

→ No se itera,
no ha positivos
en Z

→ Evaluación como
en clase

x=0 está en la base
y=0 está en la base
H1=0 está en la base
E1=-1/2, negativo, no itera
E2=0 está en la base
E3=-5/2, negativo, no itera

↳ Punto con $S_0 = x \wedge S_5 = y$

Punto $(S_0, S_5) \Rightarrow \min z = 4x + 6y$

$$= 4(S_0) + 6(S_5) = 200 + 90 = 290 //$$

	x	y	H_1	E_1	E_2	E_3	V_S
H_1	0	0	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	35
E_2	0	0	0	-2	1	1	80
x	1	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	50
y	0	1	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{3}{4}$	15
Z	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{2}$	290

Matriz Optima Inversa

$$0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + 6 \cdot 0$$

H_1	E_2	x	y	Matriz Opt	T_{Inv}	*	Operación	Resultado
0	0	4	6	1	$\frac{1}{4}$	0	$0+0+4+6=0$	$0 = H_1 = y_1$
				0	-2	1	$0 \cdot (\frac{1}{4}) + 0 \cdot -2 + 4 \cdot (-\frac{1}{2}) + 6 \cdot 0 \rightarrow \frac{1}{2} = E_1$	$\frac{1}{2} = E_1$
				0	$-\frac{1}{2}$	0	$0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 6 \cdot 0$	$0 = E_2 = y_3$
				0	$\frac{1}{4}$	0	$0 \cdot (\frac{1}{4}) + 0 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{2}$	$-\frac{5}{2} = E_3$
							$+ 6 \cdot (-\frac{3}{4}) = -\frac{5}{2}$	$\Rightarrow y_4 = \frac{5}{2}$

$$\max w = 100(y_1) + 180(y_2) + 200(y_3) + 80(y_4)$$

$$+ 6 \cdot (-\frac{3}{4}) = -\frac{5}{2}$$

Se invierte

$$= 100(0) + 180(\frac{1}{2}) + 200(0) + 80(\frac{5}{2})$$

$$= 90 + 200 = 290 //$$

Sujeto a:

$$y_1 + 3(y_2) + 5(y_3) + y_4 \leq 4 \quad (X) \text{ relacion con "x"}$$

$$y_1 + 3(y_2) + 5(y_3) + y_4 = 4$$

$$0 + 3(\frac{1}{2}) + 5(0) + (\frac{5}{2}) - 4 = 0$$

$$0 = 0$$

$$x = 0 //$$

$$y_1 + 2(y_2) + 2(y_3) + 2(y_4) \leq 6 \quad (Y) \text{ relacion con "y"}$$

$$y_1 + 2(y_2) + 2(y_3) + 2(y_4) = 6$$

$$0 + 2(\frac{1}{2}) + 2(0) + 2(\frac{5}{2}) - 6 = 0$$

$$1 + 5 - 6 = 0$$

$$0 = 0$$

$$y = 0 //$$

Pregunta #3 25pts

Objetivo Programación Dinámica=>Mochila

Contenedor de w=6		
Articulos	Peso	Ganancia
1	2	35
2	5	47
3	3	29
4	4	18
5	1	40

Desarrollo

- Indique las etapas
- Construya todas las tablas
- Indique la combinación de artículos
- Construya la respuesta de las tablas
- Respuesta
- Todos los cálculos necesarios deben aparecer en el examen

X1= de la ultima tabla m1* valor saca el primer articulo

X2=x1-peso art1*m1 obtiene x y m*

Articulo n	Peso	Costo
1	2	35
2	5	47
3	3	29
4	4	18
5	1	40

Etapa 5 → Artículo 5

Etapa 4 → Artículo 4

Etapa 3 → Artículo 3

Etapa 2 → Artículo 2

Etapa 1 → Artículo 1

W // Peso de articulo = 6 // I = 6 , Articulo 5
 $\hookrightarrow x_5 = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Etapa 5

x_5	$x_5=0$	$x_5=1$	$x_5=2$	$x_5=3$	$x_5=4$	$x_5=5$	$x_5=6$	$F_5^*(s_5)$	m_5^*
0	0	—	—	—	—	—	—	0	0
1	0	$40 \cdot 1 = 40$	—	—	—	—	—	40	1
2	0	40	$40 \cdot 2 = 80$	—	—	—	—	80	2
3	0	40	80	$40 \cdot 3 = 120$	—	—	—	120	3
4	0	40	80	120	$40 \cdot 4 = 160$	—	—	160	4
5	0	40	80	120	160	$40 \cdot 5 = 200$	—	200	5
6	0	40	80	120	160	200	$40 \cdot 6 = 240$	240	6

W // Peso de articulo = 6 // I = 1 , Articulo 9
 $\hookrightarrow x_4 = 0, 1$

Etapa 4

x	$x_4=0$	$x_4=1$	$F_4^*(s_4)$	m_4^*
0	0	—	0	0
1	40	—	40	0
2	80	—	80	0
3	120	—	120	0
4	160	$18 + 0 = 18$	160	0
5	200	$18 + 40 = 58$	200	0
6	240	$18 + 80 = 98$	240	0

W // Peso de articulo = $6 // 3 = 2$, Articulo 3
 $\hookrightarrow x_3 = 0, 1, 2$

Etapa 3

Lo que quiere llevar				Solucion optima	
X	$x_3=0$	$x_3=1$	$x_3=2$	$F_3^*(s_3)$	m_3^*
0	0	—	—	0	0
1	40	—	—	40	0
2	80	—	—	80	0
3	120	$29+0 = 29$	—	120	0
4	160	$29+40 = 69$	—	160	0
5	200	$29+80 = 109$	—	200	0
6	240	$29+120 = 149$	$29 \cdot 2 = 58$	240	0

W // Peso de articulo = $6 // 5 = 1$, Articulo 2
 $\hookrightarrow x_2 = 0, 1$

Etapa 2

Lo que quiere llevar				Solucion optima	
X	$x_2=0$	$x_2=1$		$F_2^*(s_2)$	m_2^*
0	0	—		0	0
1	40	—		40	0
2	80	—		80	0
3	120	—		120	0
4	160	—		160	0
5	200	$47+0 = 47$		200	0
6	240	$47+40 = 87$		240	0

W // Peso de articulo = $6//2 = 3$, Articulo 1
 $\sum x_1 = 0, 1, 2, 3$

Etapa 1

		Lo que quiere llevar				Solución óptima	
X	$x_1=0$	$x_1=1$	$x_1=2$	$x_1=3$	$F_1^*(s_1)$	m_1^*	
0	0	—	—	—	0	0	
1	40	—	—	—	40	0	
2	80	$35+0=35$	—	—	80	0	
3	120	$35+40=75$	—	—	120	0	
4	160	$35+80=115$	$35 \cdot 2 = 70$	—	160	0	
5	200	$35+120=155$	$35 \cdot 2 + 40 = 110$	—	200	0	
6	240	$35+160=195$	$35 \cdot 2 + 80 = 150$	$35 \cdot 3 = 105$	240	0	

Contenedor de $w=6$

Articulos	Peso	Ganancia
1	2	35
2	5	47
3	3	29
4	4	18
5	1	40

$$x_1 = 6 \quad m_1^* = 0$$

$$x_2 = x_1 - p_1 \cdot m_1^* \rightarrow x_2 = 6 - 2 \cdot 0 = 6 \quad m_2^* = 0$$

$$x_3 = x_2 - p_2 \cdot m_2^* \rightarrow x_3 = 6 - 5 \cdot 0 = 6 \quad m_3^* = 0$$

$$x_4 = x_3 - p_3 \cdot m_3^* \rightarrow x_4 = 6 - 3 \cdot 0 = 6 \quad m_4^* = 0$$

$$x_5 = x_4 - p_4 \cdot m_4^* \rightarrow x_5 = 6 - 1 \cdot 0 = 6 \quad m_5^* = 0$$

$$x_6 = x_5 - p_5 \cdot m_5^* \rightarrow x_6 = 6 - 1 \cdot 6 = 0$$

Articulo n	Cantidad	in costo	Lleva
1	0	$35 \cdot 0 = 0$	0 articulo 1
2	0	$47 \cdot 0 = 0$	0 articulo 2
3	0	$29 \cdot 0 = 0$	0 articulo 3
4	0	$18 \cdot 0 = 0$	0 articulo 4
5	6	$40 \cdot 6 = 240$	6 articulo 5

$$\boxed{\text{Total} = 240}$$

|| Deben llevarse 6 unidades del articulo 5

Para tener la mayor cantidad de ganancia

Ejercicio #4

Objetivo Simplex Gran M → Dual

$$\text{Max } z = x + 3y$$

$$x + 2y \geq 7$$

$$2x - y \leq 4$$

$$4x - y \geq 1$$

$$3x + 2y \leq 20$$

$$x, y \geq 0$$

	x	y	A1	H1	A2	H2	E1	E2	VS
y	0	1	0	0	-3/11	4/11	0	3/11	7
H1	0	0	0	1	-7/11	2/11	0	7/11	7
x	1	0	0	0	2/11	1/11	0	-2/11	2
E1	0	0	-1	0	-4/11	9/11	1	4/11	9
Z	0	0	M	0	M/11	13/11	0	7/11	23

Primal

$$\text{max } z = x + 3y$$

Sujeto a:

$$x + 2y \geq 7 \quad (y_1) \quad A1 - E1$$

$$2x - y \leq 4 \quad (y_2) \quad H1$$

$$4x - y \geq 1 \quad (y_3) \quad A2 - E2$$

$$3x + 2y \leq 20 \quad (y_4) \quad H2$$

Primal con variables

$$\text{max } z = x + 3y - MA1 - MA2$$

Sujeto a:

$$x + 2y - E1 + A1 = 7$$

$$2x - y + H1 = 4$$

$$4x - y - E2 + A2 = 1$$

$$3x + 2y + H2 = 20$$

$$\text{max } z = x + 3y + MA1 + MA2 = 0$$

Dual

~~$\text{min } w = x + 3y - MA1 - MA2$~~

~~$\text{Sujeto a: min } w = 7y_1 + 4y_2 + y_3 + 20y_4$~~

~~4 Sujeto a:~~

~~$y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 3y_4 \geq 1 \quad (\text{variable } x)$~~

~~$2y_1 - y_2 - y_3 + 2y_4 \geq 3 \quad (\text{variable } y)$~~

~~$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0, y_4 \geq 0$~~

$$y_1 \leq 0, y_2 \geq 0, y_3 \leq 0, y_4 \geq 0$$

Tabla Inicial

	x	y	A1	H1	A2	H2	E1	E2	VS
A1	1	2	1	0	0	0	-1	0	7
H1	2	-1	0	1	0	0	0	0	4
A2	4	-1	0	0	1	0	0	-1	1
H2	3	2	0	0	0	1	0	0	80
Z	1	3	-M	0	-M	0	0	0	0

Penalización

$$\text{Nuevo } z = z - MA_1 - MA_2$$

	x	y	A1	H1	A2	H2	E1	E2	VS
z	-1	-3	M	0	M	0	0	0	0
$-MA_1$	-M	$\frac{M}{3}$	-M	0	0	0	M	M	$-7M$
$-MA_2$	$\frac{-M}{3}$	0	0	-M	0	0	M	M	$-M$
Nuevo z	$\frac{M}{3}$	$\frac{M}{3}$	0	0	0	0	M	M	$-8M$

x, y negativos, se itera

* Iteración #1

$$VE = x \quad RM: \frac{7}{1} = 7 \quad \frac{U}{2} = 2 \quad \frac{1}{u} = \frac{1}{u} \quad \frac{20}{3} = \frac{20}{3} \quad \text{Pivote} = u$$

$$JS = A_2$$

	x	y	A1	H1	A2	H2	E1	E2	VS
$A_2 - \alpha x$	$\frac{u/4}{1} = 1$	$\frac{-1/4}{-1/4} = 0$	$0/4 = 0$	$0/4 = 0$	$0/4 = 0$	$0/4 = 0$	$0/4 = 0$	$0/4 = 0$	$1/4 = 1/4$

$$w = -5M - 1$$

	A1	H1	H2	Z
x	$1 - 1 \cdot 0 = 0$	$2 - 2 \cdot 1 = 0$	$3 - 3 \cdot 1 = 0$	$(\cancel{w} + w \cdot 1) = 0$
y	$2 - 1(-1/4) = 9/4$	$-1 - 2(-1/4) = -1/2$	$2 - 3(-1/4) = 11/4$	$(-M - 3) - w \cdot 1 = -(9M + 3)/4$
A1	$1 - 1 \cdot 0 = 1$	$0 - 2(0) = 0$	$0 - 3(0) = 0$	$0 - w \cdot 0 = 0$
H1	$0 - 1 \cdot 0 = 0$	$1 - 2(0) = 1$	$0 - 3(0) = 0$	$0 - w \cdot 0 = 0$
A2	$0 - 1(1/4) = -1/4$	$0 - 2(1/4) = -1/2$	$0 - 3(1/4) = -3/4$	$0 - w \cdot (1/4) = \cancel{w} \rightarrow \frac{5M + 1}{4}$
H2	$0 - 1(0) = 0$	$0 - 2(0) = 0$	$1 - 3(0) = 1$	$0 - w \cdot 0 = 0$
E1	$-1 - 1 \cdot 0 = -1$	$0 - 2(0) = 0$	$0 - 3(0) = 0$	$M - w \cdot 0 = M$
E2	$0 - 1(-1/4) = \cancel{1/4}$	$0 - 2(-1/4) = 1/2$	$0 - 3(-1/4) = 3/4$	$M - w \cdot (-1/4) = -(M + 1)/4$
VS	$7 - 1(1/4) = 27/4$	$4 - 2(1/4) = 7/2$	$20 - 3(1/4) = 77/4$	$(-8M) - w(1/4) = \cancel{(1 - 27M)/4}$

Tabla luego de Iteración 1

	X	y	A1	H1	A2	H2	E1	E2	VS
A1	0	$9/4$	1	0	$-1/4$	0	-1	$1/4$	$27/4$
H1	0	$-1/2$	0	1	$-1/2$	0	0	$1/2$	$7/2$
X	1	$-1/4$	0	0	$9/4$	0	0	$-1/4$	$1/4$
H2	0	$11/4$	0	0	$-3/4$	1	0	$3/4$	$77/4$
Z	0	$\frac{-(9M+13)}{4}$	0	0	$\frac{(SM+1)}{4}$	0	M	$\frac{-(M+1)}{4}$	$\frac{(1-27M)}{4}$

↗ Negativo,
 a Mayor

* Iteración #2

$$VE = 4 \quad RM: \quad \frac{(27M)}{9/4} = 3 \quad \frac{(77M)}{11/4} = 7 \quad \text{PivotC} = 9/4$$

$$VS = A_1 \quad VS$$

	X	y	A1	H1	A2	H2	E1	E2	VS
$A_1 \rightarrow y$	$0/9/4$	$(9/4)/9/4$	$11/9/4$	$0/9/4$	$(-1/4)/9/4$	$0/9/4$	$-1/(9/4)$	$(11/4)/(9/4)$	$(27/4)/(9/4)$
=0	=1	=4/9	=0	=0	=0	=-1/9	=-4/9	=1/9	=3

	H1	X	H2	Z
X	$0 + (1/2) \cdot 0 = 0$	$1 + (1/4) \cdot 0 = 1$	$0 - 11/4 \cdot 0 = 0$	$0 + \frac{(9M+13)}{4} \cdot 0 = 0$
Y	$-\frac{1}{2} + (1/2) \cdot 1 = 0$	$-1/4 + (1/4) \cdot 1 = 0$	$11/4 - 11/4 \cdot 1 = 0$	$\frac{-(9M+13)}{4} + \frac{9M+13}{4} \cdot 1 = 0$
A1	$0 + (1/2)(4/9) = 2/9$	$0 + (1/4)(4/9) = 1/9$	$0 - 11/4 \cdot (4/9) = -11/9$	$0 + \frac{9M+13}{4}(4/9) = M + 13/9$
H1	$1 + (1/2) \cdot 0 = 1$	$0 + 1/4 \cdot 0 = 0$	$0 - \frac{1}{4} \cdot 0 = 0$	$0 + \frac{9M+13}{4} \cdot 0 = 0$
A2	$-1/2 + 1/2 \cdot (-1/9) = -5/9$	$1/4 + 1/4 \cdot (-1/9) = 2/9$	$-3/4 - 1/4 \cdot (-1/9) = -4/9$	$(5M+1)/4 + (8M+13)/4 \cdot (-1/9) = -M - 13/9$
H2	$0 + 1/2 \cdot 0 = 0$	$0 + 1/4 \cdot 0 = 0$	$1 - 11/4 \cdot 0 = 1$	$0 + \frac{9M+13}{4} \cdot 0 = 0$
E1	$0 + 1/2(-4/9) = -2/9$	$0 + 1/4 \cdot (-4/9) = -1/9$	$0 - 11/4(1/9) = 4/1/9$	$M + \frac{9M+13}{4} \cdot (-4/9) = -13/9$
E2	$1/2 + 1/2(1/9) = 5/9$	$-1/4 + 1/4(1/9) = -2/9$	$3/4 - 11/4(1/9) = 4/9$	$-(M+1)/4 + \frac{9M+13}{4}(1/9) = 1/9$
VS	$7/2 + 1/2(3) = 5$	$1/4 + 1/4(3) = 1$	$77/4 - 11/4(3) = 11$	$\frac{(1-27M)}{4} + \frac{9M+13}{4}(3) = 10$

Tabla luego de iteración 2

	X	Y	A1	H1	A2	H2	E1	E2	VS
Y	0	1	$4/9$	0	$-1/9$	0	$-4/9$	$1/9$	3
H1	0	0	$2/9$	1	$-5/9$	0	$-2/9$	$5/9$	5
X	1	0	$1/9$	0	$2/9$	0	$-1/9$	$-2/9$	1
A2	0	0	$-11/9$	0	$-4/9$	1	$11/9$	$4/9$	11
Z	0	0	$M+13/9$	0	$M-1/9$	0	$-13/9$	$1/9$	10

↑ Negativo, iterar

* Iteración #3

$$VE = E1$$

$$RM: \frac{11}{(11/9)} = 9$$

\curvearrowleft
VS

$$VS = H2$$

$$\text{Pivot} = 11/9$$

	X	Y	A1	H1	A2	E1	E2	VS	H2
$H2 \rightarrow E1$	$0(11/9)$	$0(11/9)$	$0/_{(11/9)}$	$(-4/9)/_{(11/9)}$	$11/9$	$(11/9)/_{(11/9)}$	$(11/9)/_{(11/9)}$	$10/(11/9)$	$11/(11/9)$

	Y	H1	X	Z
X	$0 + 4/9 \cdot 0 = 0$	$0 + 2/9 \cdot 0 = 0$	$1 + 1/9 \cdot 0 = 0$	$0 + \frac{13}{9} \cdot 0 = 0$
Y	$1 + 4/9 \cdot 0 = 1$	$0 + 2/9 \cdot 0 = 0$	$0 + 1/9 \cdot 0 = 0$	$0 + \frac{13}{9} \cdot 0 = 0$
A1	$4/9 + 4/9(-1) = 0$	$2/9 + 2/9(-1) = 0$	$1/9 + 1/9(-1) = 0$	$(M+13/9) + \frac{13}{9}(-1) = M$
H1	$0 + 4/9 \cdot 0 = 0$	$1 + \frac{2}{9}(0) = 1$	$0 + 1/9 \cdot 0 = 0$	$0 + \frac{13}{9} \cdot 0 = 0$
A2	$-1/9 + 4/9(-4/11) = -3/11$	$-5/9 + \frac{2}{9}(-4/11) = -7/11$	$1/9 + 1/9(-4/11) = 2/11$	$(M-1/9) + \frac{13}{9}(-4/11) = M - 7/11$
H2	$0 + 4/9(0/11) = 0/11$	$0 + \frac{2}{9}(0/11) = 2/11$	$0 + 1/9(0/11) = 1/11$	$0 + 13/9 \cdot (0/11) = 13/11$
E1	$-4/9 + 4/9 \cdot 1 = 0$	$-2/9 + \frac{2}{9}(1) = 0$	$-1/9 + 1/9(1) = 0$	$-13/9 + \frac{13}{9} \cdot 1 = 0$
E2	$1/9 + 4/9(4/11) = 3/11$	$5/9 + \frac{2}{9}(4/11) = 7/11$	$2/9 + 1/9(4/11) = 2/11$	$1/9 + 13/9(4/11) = 7/11$
VS	$3 + 4/9(9) = 7$	$5 + \frac{2}{9} \cdot 9 = 7$	$1 + 1/9(9) = 2$	$10 + \frac{13}{9} \cdot 9 = 23$

Tabla luego de la iteración 3

	x	y	$A1$	$M1$	$A2$	$H2$	$E1$	$E2$	V_S
y	0	1	0	0	$-3/11$	$4/11$	0	$3/11$	7
H_1	0	0	0	1	$-7/11$	$2/11$	0	$7/11$	7
x	1	0	0	0	$2/11$	$1/11$	0	$-2/11$	2
E_1	0	0	-1	0	$-4/11$	$9/11$	1	$4/11$	9
Z	0	0	M	0	$-M/7/11$	$13/11$	0	$7/11$	23

Matriz Óptima Inversa

Comprobación

"X"

Matriz Optima Inversa	Operación	X	Desarrollo	Resultado
0 0 $-3/11$ $4/11$	*	1	$0 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + -3/11 \cdot 4 + 4/11 \cdot 3$	0
0 1 $-7/11$ $2/11$	*	2	$0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + -7/11 \cdot 4 + 2/11 \cdot 3$	0
0 0 $2/11$ $1/11$	*	3	$0 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 2/11 \cdot 4 + 1/11 \cdot 3$	1
-1 0 $-4/11$ $9/11$	*	3	$-1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + -4/11 \cdot 4 + 9/11 \cdot 3$	0

"Y"

Matriz Opt Inv	Oper	Y	Desarrollo	Resultado
0 0 $-3/11$ $4/11$	*	2	$0 \cdot 2 + 0 \cdot -1 + -3/11 \cdot -1 + 4/11 \cdot 2$	1
0 1 $-7/11$ $2/11$	*	-1	$0 \cdot 2 + 1 \cdot -1 + -7/11 \cdot -1 + 2/11 \cdot 2$	0
0 0 $2/11$ $1/11$	*	-1	$0 \cdot 2 + 0 \cdot -1 + 2/11 \cdot -1 + 1/11 \cdot 2$	0
-1 0 $-4/11$ $9/11$	*	2	$-1 \cdot 2 + 0 \cdot -1 + -4/11 \cdot -1 + 9/11 \cdot 2$	0

"A1"

Matriz Opt Inv	Oper	A1	Desarrollo	Resultado
0 0 $-3/11$ $4/11$	*	1	$0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + -3/11 \cdot 0 + 4/11 \cdot 0$	0
0 1 $-7/11$ $2/11$	*	0	$0 \cdot (1) + 1 \cdot 0 + -7/11 \cdot 0 + 2/11 \cdot 0$	0
0 0 $2/11$ $1/11$	*	0	$0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2/11 \cdot 0 + 1/11 \cdot 0$	0
-1 0 $-4/11$ $9/11$	*	0	$-1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + -4/11 \cdot 0 + 9/11 \cdot 0$	-1

"H1"

Matriz Opt Inv	Oper	H1	Desarrollo	Resultado
0 0 -3/11 4/11 *	0	0	0.0 + 0.1 + -3/11 · 0 + 4/11 · 0	0
0 1 -7/11 2/11 *	1	0	0.0 + 1 · 1 + -7/11 · 0 + 2/11 · 0	1
0 0 2/11 1/11 *	0	0	0.0 + 0 · 1 + 2/11 · 0 + 1/11 · 0	0
-1 0 -4/11 9/11 *	0	0	-1 · 0 + 0 · 1 + -4/11 · 0 + 9/11 · 0	0

"A2"

Matriz Opt Inv	Oper	A2	Desarrollo	Resultado
0 0 -3/11 4/11 *	0	0	0.0 + 0 · 0 + -3/11 · 1 + 4/11 · 0	-3/11
0 1 -7/11 2/11 *	0	0	0.0 + 1 · 0 + -7/11 · 1 + 2/11 · 0	-7/11
0 0 2/11 1/11 *	1	0	0.0 + 0 · 0 + 2/11 · 1 + 1/11 · 0	2/11
-1 0 -4/11 9/11 *	0	0	-1 · 0 + 0 · 0 + -4/11 · 1 + 9/11 · 0	-4/11

"H2"

Matriz Opt Inv	Oper	H2	Desarrollo	Resultado
0 0 -3/11 4/11 *	0	0	0.0 + 0 · 0 + -3/11 · 0 + 4/11 · 1	4/11
0 1 -7/11 2/11 *	0	0	0.0 + 1 · 0 + -7/11 · 0 + 2/11 · 1	2/11
0 0 2/11 1/11 *	0	0	0.0 + 0 · 0 + 2/11 · 0 + 1/11 · 1	1/11
-1 0 -4/11 9/11 *	1	0	-1 · 1 + 0 · 0 + -4/11 · 0 + 9/11 · 0	9/11

"E1"

Matriz Opt Inv	Oper	E1	Desarrollo	Resultado
0 0 -3/11 4/11 *	*	-1	0 · 1 + 0 + -3/11 + 4/11 · 0	0
0 1 -7/11 2/11 *	*	0	0 · -1 + 1 · 0 + -7/11 · 0 + 2/11 · 0	0
0 0 2/11 1/11 *	*	0	0 · -1 + 0 + 2/11 · 0 + 1/11 · 0	0
-1 0 -4/11 9/11 *	*	0	-1 · -1 + 0 + -4/11 · 0 + 9/11 · 0	1

"E2"

Mut Opt Inv	Oper	E2	Desarrollo	Resultado
0 0 -3/11 4/11 *	*	0	0 + 0 + -3/11 · -1 + 4/11 · 0	<u>3/11</u>
0 1 -7/11 2/11 *	*	0	0 + 1 · 0 + -7/11 · (-1) + 2/11 · 0	7/11
0 0 2/11 1/11 *	*	-1	0 + 0 + 2/11 · (-1) + 1/11 · 0	-2/11
-1 0 -4/11 9/11 *	*	0	-1 · 0 + 0 + -4/11 · -1 + 9/11 · 0	4/11

"VS"

Mtriz Opt Inv	Op.	VS	Desarrollo	Resultados
0 0 -3/11 4/11 *	*	7	0.7 + 0.4 + -3/11 - -1 + 4/11 · 20	7
0 1 -7/11 2/11 *	*	4	0.7 + 0.4 + -7/11 · 1 + 2/11 · 20	7
0 0 2/11 1/11 *	*	1	0.7 + 0.4 + 2/11 · 1 + 1/11 · 20	2
-1 0 -4/11 9/11 *	*	20	-1 · 7 + 0.4 + -4/11 · (1) + 9/11 · 20	9

→ Comprobamos los valores de z: $y=3, x=1, H_1=E_1=0$

Y	H1	E1	Mtriz Opt Inv	Op.	Desarrollo	Resultados
3 0 1 0	0 0 -3/11 4/11 *	*	3 · 0 + 0 + 1 · 0 + 0 · 1		0	$\Rightarrow y_1 = 0$
	0 1 -7/11 2/11 *	*	3 · 0 + 0 + 1 · 0 + 0 · 1		0	$\Rightarrow y_2 = 0$
	0 0 2/11 1/11 *	*	$3 \cdot -3/11 + 0 \cdot -3/11$ + 1 · 2/11		$-7/11$	$\Rightarrow y_3 = -7/11$
	-1 0 -4/11 9/11 *	*	$3 \cdot 4/11 + 0 \cdot 2/11$ + 1 · 1/11 + 0 · 9/11		$13/11$	$\Rightarrow y_4 = 13/11$

Dual:

$$\begin{aligned} \min w &= 7(y_1) + 4(y_2) + y_3 + 20(y_4) \\ &= 7(0) + 4(0) + (-7/11) + 20(13/11) \\ &= 23 \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 3y_4 \geq 1$$

$$2(y_1) - (y_2) - (y_3) + 2(y_4) \geq 3$$

$$0 + 2 \cdot (0) + 4(-7/11) + 3(13/11) = 1$$

$$2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 1 \cdot (-7/11) + 2(13/11) = 3$$

$$1 = 1$$

$$3 = 3$$

$$0 = 0$$

Tipo de caso: Es factible porque las variables artificiales salen en la base de la solución final. No hay coeficientes negativos por lo cual es acotado