

I Semestre, 2025
Segundo Examen Parcial – Probabilidades

- 1) Una empresa de servicios en la nube mantiene clústeres de 25 nodos de cómputo (servidores virtuales) que se despliegan para atender clientes empresariales. Cada nodo tiene una probabilidad de 0.0923 de experimentar fallos de conectividad crítica durante pruebas de verificación. Según la política de calidad de la empresa, si un clúster presenta más de 4 nodos con fallos, debe ser retirado del sistema y reemplazado por un nuevo despliegue.
 - a) (2 pts) ¿Cuál es la probabilidad de que un clúster deba ser reemplazado?
 - b) (3 pts) Para un lote de 150 clústeres, se sabe que el 40% ya fue reemplazado previamente por fallos críticos. Calcule el número esperado de clústeres sin ningún nodo fallido entre los no reemplazados.
- 2) Un servidor recibe solicitudes de lectura siguiendo un proceso de Poisson con una tasa promedio de 5 solicitudes por minuto.
 - a) (2 pts) Calcule la probabilidad de que el servidor reciba más de 8 solicitudes en un minuto.
 - b) (2 pts) Determine la probabilidad de que lleguen menos de 25 solicitudes en un intervalo de 5 minutos.
 - c) (4 pts) Siendo X el número de solicitudes por minuto y $Y = a \cdot X + b$, y sabiendo que $E(Y) = 22$ y $E(Y^2) = 504$, encuentre los valores de a y b .
- 3) (6 pts) Un sistema de auditoría automatizada selecciona, sin reposición, 3 dispositivos al azar de una red que contiene 5 dispositivos comprometidos y 7 dispositivos seguros. Una auditoría se considera exitosa si se detectan más dispositivos comprometidos que seguros en la muestra. Si un analista configura el sistema para repetir la auditoría hasta tener éxito por primera vez, determine la probabilidad de que esto ocurra en menos de 5 intentos.
- 4) En un sistema automático de detección de spam, la variable aleatoria discreta X representa el número de filtros activados antes de que un mensaje sea clasificado como sospechoso. Se modela mediante la función de probabilidad:
$$f_X(k) = C \left(\frac{2}{5}\right)^k, \text{ con } k \in \{0, 1, 2, \dots\}$$
 - a) (2 pts) Determine el valor de la constante C para que f_X defina una función de probabilidad válida.
 - b) (2 pts) Obtenga la función generadora de momentos $m_X(t)$.
 - c) (2 pts) Utilice $m_X(t)$ para calcular el valor esperado $E(X)$.
- 5) Iván participa en sorteos semanales donde se elige un número ganador entre 200 posibles. Cada número cuesta 300 colones y puede comprar hasta 10 números por sorteo. Si acierta, gana 24 000 colones por número acertado. Además, cada participación en un sorteo tiene un costo fijo de 100 colones. Iván considera dos estrategias para un período de 5 semanas:
 - Estrategia A: Compra 10 números distintos cada semana.
 - Estrategia B: Apuesta al mismo número hasta ganar (máximo 5 semanas).
 - a) (5 pts) Para cada estrategia, calcule el valor esperado de las utilidades netas (premios – costos totales).
 - b) (1 pt) Compare los resultados y explique cuál estrategia es más conveniente para Iván considerando pérdidas esperadas y probabilidad de éxito.