2. Considere la prueba de hipótesis

$$H_0 : \theta = \theta_0 \quad (\leq) \qquad H_1 : \theta > \theta_0$$

Suponga que Juan realiza el contraste de hipótesis con un nivel de significancia del 0.1 y obtiene el valor crítico θ_{c1}. Por otro lado, Ana realiza el contraste de hipótesis con un nivel de significancia del 0.05, con base en los mismos datos que Juan, y obtuvo el valor crítico θ_{c2}. ¿Cuál valor es mayor entre θ_{c1} y θ_{c2}? $R/ \quad \theta_{c2}$

Como mencionan nivel de significancia → Error Tipo I

$H_0: \theta = \theta_0$

$H_1: \theta > \theta_0$, cola derecha

$\alpha = P(\hat{\theta}_{obs} > \theta_c \mid \theta = \theta_0)$

Juan usa significancia = 0,1

Ana usa significancia = 0,05

$$\left.\begin{array}{l} \text{Juan } P(\hat{\theta}_{obs} > \theta_{c1}) = 0{,}10 \\ \text{Ana } P(\hat{\theta}_{obs} > \theta_{c2}) = 0{,}05 \end{array}\right\} \text{El menor es mayor}$$

$\therefore \theta_{c2}$ es mayor

3. Considere la prueba de hipótesis

$$H_0 : \theta = \theta_0 \qquad H_1 : \theta \neq \theta_0$$

Suponga que Juan halla la región de aceptación A_1 con base en un nivel de significancia del 0.1. Por otro lado, Ana halla la región de aceptación A_2 con un nivel de significancia del 0.05 y utiliza los mismos datos que Juan. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta: $R/ \quad$ a

~~(a)~~ $A_1 \subseteq A_2$

(b) $A_2 \subseteq A_1$

(c) Ninguna de las anteriores.

La area de aceptacion de juan es mas pequeña que la de Ana, entonces todo lo que acepta juan, lo acepta Ana

4. Se afirma que $\theta \leq 7$ y suponga que el estadístico insesgado $\widehat{\Theta}$, asociado a θ, se distribuye normalmente

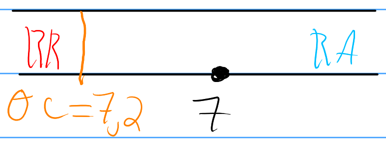
$$\widehat{\Theta} \sim N(\theta, 0.5)$$

para muestras de un tamaño dado y que el valor crítico θ_c es 7.2. Plantee las hipótesis, identifique las regiones y determine las probabilidades del error tipo I y del error tipo II para la hipótesis alternativa específica $H_1' : \theta = 9$.

$H_0: \theta = 7 \ (\leq)$ $\qquad \hat{\theta} \sim N(\theta, 0{,}5)$

$H_1: \theta > 7$ $\qquad u = \theta \quad \sigma^2 = 0.5 \quad \sigma = \sqrt{0{,}5}$

$\theta_c = 7{,}2$



Tipo de prueba	Error tipo 1	Error tipo 2
Cola izquierda: RR | RA; θ_1 θ_c θ_0	$\underbrace{P(\hat{\theta}_{obs} < \theta_c \mid \theta = \theta_0)}_{\alpha}$ (F, V)	$\beta = P(\hat{\theta}_{obs} > \theta_c \mid \theta = \theta_1)$ (F, V)
Cola derecha: RA | RR; θ_0 θ_c θ_1	$\underbrace{P(\hat{\theta}_{obs} > \theta_c \mid \theta = \theta_0)}_{\alpha}$ (F, V)	$\beta = P(\hat{\theta}_{obs} < \theta_c \mid \theta = \theta_1)$ (F, V)
dos colas: RR | RA | RR; θ_1 θ_{c1} θ_0 θ_{c2} θ_1	$\underbrace{P(\hat{\theta}_{obs} < \theta_{c1} \vee \hat{\theta}_{obs} > \theta_{c2} \mid \theta = \theta_0)}_{\alpha}$ (F, V)	$\beta = P(\theta_{c1} < \hat{\theta}_{obs} < \theta_{c2} \mid \theta = \theta_1)$ (F, V)

Proba de error Tipo I

$P(H_1 \mid H_0)$

$= P(\hat{\theta} > \theta_c \mid \theta = 7)$

$= P(\hat{\theta} > 7{,}2 \mid \theta = 7)$

Ahora estandarizando

Ahora estandarizando
Formula: $\dfrac{P_c - P}{\sigma}$

$$\frac{7{,}2 - 7}{\sqrt{0{,}5}} \approx 0{,}2828$$

$P(\hat{\theta} > 7{,}2 \mid \theta = 7) = P(Z > 0{,}2828)$
$= \boxed{0{,}38867}$

X~N(μ,σ)

μ= 0 σ= 1

x= 0.2828 P(X>x)= 0.38867

Para calcular los Errores de Tipo II se requiere de una hipotesis alternativa especifica H_1' que se va a asumir como la verdadera en lugar de H_0

$H_0: \theta = 7 \; (\leq)$

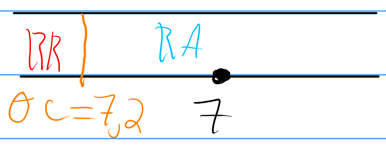
$H_1': \theta = 9$

$P(H_0 \mid H_1)$

$P(\hat{\theta} < \theta_c \mid \theta = 9)$

$P(\hat{\theta} < 7{,}2 \mid \theta = 9)$

Para definir cuando H_0 NO es rechazada basta con ver la condición de la RA en este caso cuando $\hat{\theta} < \theta_c \rightarrow \hat{\theta} < 7{,}2$



En una **prueba de una cola**:

👉 **Si el error tipo I usa ">",** entonces el **error tipo II** usa "<"

👉 **Si el error tipo I usa "<",** entonces el **error tipo II** usa ">"

Ahora estandarizando

$$\frac{7{,}2 - 7}{\sqrt{0{,}5}} \approx 0{,}2828$$

Se debe calcular β:

Tipo de prueba	Error tipo 1	Error tipo 2
Cola izquierda: RR | RA; θ_1 θ_c θ_0	$\underbrace{P(\hat{\theta}_{obs} < \theta_c \mid \theta = \theta_0)}_{\alpha}$ (F, V)	$\beta = P(\hat{\theta}_{obs} > \theta_c \mid \theta = \theta_1)$ (F, V)
Cola derecha: RA | RR; θ_0 θ_c θ_1	$\underbrace{P(\hat{\theta}_{obs} > \theta_c \mid \theta = \theta_0)}_{\alpha}$ (F, V)	$\beta = P(\hat{\theta}_{obs} < \theta_c \mid \theta = \theta_1)$ (F, V)
dos colas: RR | RA | RR; θ_1 θ_{c1} θ_0 θ_{c2} θ_1	$\underbrace{P(\hat{\theta}_{obs} < \theta_{c1} \vee \hat{\theta}_{obs} > \theta_{c2} \mid \theta = \theta_0)}_{\alpha}$ (F, V)	$\beta = P(\theta_{c1} < \hat{\theta}_{obs} < \theta_{c2} \mid \theta = \theta_1)$ (F, V)

X~N(μ,σ)

μ= 0 σ= 1

x= 0.2828 P(X<x)= 0.61133

$P(Z < 0{,}2828)$

$\boxed{61{,}1133}$

Realice los ejercicios 1, 3, 7, 8, 10, 12, 13, 15, 18, 25 y 26 correspondientes a la Sección 4. Pruebas de Hipótesis del folleto de ejercicios.

1. Una muestra aleatoria de doce estudiantes de secundaria dio las siguientes cifras en horas para el tiempo semanal que dedican a jugar video juegos (Play Station, Nintendo,..):

$$25, 53, 39, 30, 15, 39, 29, 32, 55, 39, 53, 38.$$

El promedio de los datos recolectados es $\frac{149}{4}$ horas con una desviación estándar de 12.114 horas. Un psicólogo señala que el tiempo semanal que dedica un estudiante a jugar video juegos es perjudicial si es de por lo menos 40 horas.

(a) Un investigador afirma que en promedio el tiempo semanal que dedica un estudiante a jugar video juegos es perjudicial. Pruebe esta afirmación con un nivel de significancia de 0.05, determinando las regiones de aceptación y rechazo. $R/$ Valor $P = 0.22413$, $\mu_c = 33.7198$. No hay evidencia en contra de la afirmación

$\bar{x} = \frac{149}{4} = 37{,}25 \quad \sigma^2 = 12{,}114 \quad n = 12 \quad \alpha = 0{,}05$

$H_0: u = 40\ (\geq)$

$H_1: u < 40$, izquierda

Se debe estandarizar $\bar{x}$, osea pasarlo a su equivalente en distribucion normal estandart, en este paso se encuentra el $Z_{0{,}05}$

Formula: $z = \dfrac{\bar{x} - u}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ Como no se conoce σ, $\underbrace{\sigma = s}_{\text{Con}}$

$\bar{x} = \frac{149}{4} = 37{,}25 \quad \sigma^2 = 12{,}114 \quad n = 12 \quad \alpha = 0{,}05$

$u = 40\ (H_0)$

$$z = \dfrac{37{,}25 - 40}{\dfrac{12{,}114}{\sqrt{12}}} \approx -0{,}786$$

valor P

$P(\bar{x} < -0{,}786) = 0{,}21593$

$\boxed{\text{Como } 0{,}21593 > 0{,}05, \text{ no se rechaza } H_0}$

Realizar los ejercicios 1, 5, 6,14, 16, 17, 19, 21, 23, 24, 27, 29, 36 y 39 de la sección III.2.4 del libro (pág. 216-228)

1. Cuando en el 2008 se anunció la recesión de la economía de Estados Unidos, poco después se hizo evidente una crisis, dado que muchas empresas de ese país estaban en dificultades financieras. Cierto economista estimó que las empresas endeudadas que buscan liberarse de las presiones de los acreedores debían, en promedio, más de US$2250 millones. En un estudio de 20 empresas endeudadas se reveló que debían, en promedio, US$2517 millones, con una desviación de US$900 millones.

(a) ¿Cuál es el valor P aproximado con base en la evidencia? *R/* 0.10

$n = 20 < 30 \to$ t-student $\quad \bar{x} = 2517 \quad \sigma = 900$

$g \qquad u = 2250$

$H_0: u = 2250 \; (\leq)$

$H_1: u > 2250$

$$\frac{\bar{x} - u}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{2517 - 2250}{\frac{900}{\sqrt{20}}} \approx 1{,}3267$$

$P(t > t_{1{,}3267,\ 19}) = 0{,}10037$

obs

$\boxed{p \approx 0{,}10}$

(b) ¿Existe evidencia para respaldar la afirmación del economista al nivel del 5 %?

No se rechazara H_0 si se cumple

$Z_{obs} > Z_c$

$\alpha = 0{,}05 \qquad obs = 0{,}10$

Como $0{,}10 > 0{,}05$,

$\therefore$ No se encontro suficiente info para rechazar H_0

5. Un cliente se queja de que las baterías de las computadoras portátiles CDF tienen una duración promedio inferior a la indicada en el manual de tres horas. Las duraciones de ocho baterías de computadora portátil CDF cargadas completamente son 181, 173, 185, 164, 170, 177, 186 y 178 minutos. Suponga que la duración de las baterías CDF se distribuye normalmente.

(a) Plantee la hipótesis nula y la hipótesis alternativa ¿Cuál es valor P de la prueba? $R/$ Valor $P \in]0.1, 0.2[$

$H_0: \mu = 180\ (\geq)$, 3 horas

$H_1: \mu < 180$, 3 horas

$$\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$\bar{x} = 176{,}75 \quad \mu = 180 \quad \sigma = 7{,}5$ (calcu)

$n = 8 < 30 \rightarrow$ t-student $gl = 7$

$$\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{176{,}75 - 180}{\frac{7{,}5}{\sqrt{8}}} \approx -1{,}22$$

$$P(\bar{x} < t_{-1{,}22,7}) = \boxed{0{,}13}$$

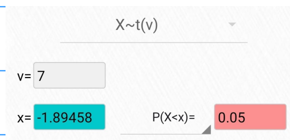
(b) Determine las regiones de aceptación y rechazo con base en un nivel de significancia del 5 %. $R/$ Valor crítico -1.89458

$H_0: \mu = 180 \qquad \mu = 180 \qquad \sigma = 7{,}5$

$H_1: \mu < 180$

$n = 8 < 30 \rightarrow$ t-student $gl = 7$

$t_{\alpha,7} = t_{0{,}05,7} = -1{,}89458$



(c) A un nivel de significancia del 5 %, ¿los datos recolectados apoyan la afirmación del cliente? $R/$ Sí

Significancia

Si no se indica α, entonces $\alpha = 0,05$

6. El peso de una bolsa de frijoles marca Sabores sigue una distribución normal de media desconocida y variancia 0.04 kg^2. Un inspector de la Oficina del Consumidor tomó una muestra de 20 bolsas y obtuvo un peso promedio de 1.9 kg. El dueño de la empresa Sabores asegura que el peso promedio de una bolsa de frijoles Sabores es superior a 2 kg. ¿Los datos brindan evidencia a favor de la afirmación del dueño de la empresa?
R/ No

$\sigma = \sqrt{0,04}$ $\quad n = 20 < 30$, pero σ^2 es conocida entonces se usa Z

$\bar{x} = 1,9 \quad u = 2 \ (H_0)$ $\qquad \dfrac{\bar{x}-u}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

$H_0: u = 2 \ (\leq)$

$H_1: u > 2$

$$\frac{\bar{x}-u}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{1,9-2}{\frac{\sqrt{0,004}}{\sqrt{20}}} \approx -2,23$$

$P(\bar{x} > -2,23) = 0,98713$

$0,98713 > 0,05$

No se rechaza H_0

$\boxed{R/ \text{ NO}}$

14. Seguidamente se presenta una muestra de notas obtenidas por estudiantes de Ingeniería en Computación del TEC, carné 2021, en el curso Matemática Discreta:

75	50	35	45	85	85	85	70	30
60	85	85	90	70	70	70	55	85

Suponga que la nota de Matemática Discreta para estudiantes carné 2021 sigue una Distribución Normal. ¿Hay evidencia en contra de que la nota promedio de este curso, para estudiantes carné 2021, sea igual a 75?

R/ No

$n = 18 < 30$, $\sigma = ?$ → t-student $gl = 17$

$$\bar{x} = \frac{75+50+35+45+6\cdot 85+4\cdot 70+30+60+90+55}{18}$$

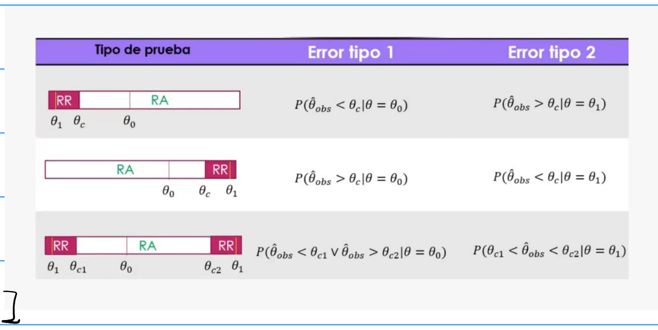
$\bar{x} = 66{,}3$ $\mu = 75\ (H_0)$ $\alpha = 0{,}05$

$\sigma = 18{,}6$ No dicen

$H_0:\ \mu = 75$

$H_1:\ \mu \neq 75$

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{66{,}3 - 75}{\frac{18{,}6}{\sqrt{18}}} \approx -1{,}98$$



Tipo de prueba	Error tipo 1	Error tipo 2
RR | RA (θ_1 θ_c θ_0)	$P(\hat{\theta}_{obs} < \theta_c \mid \theta = \theta_0)$	$P(\hat{\theta}_{obs} > \theta_c \mid \theta = \theta_1)$
RA | RR (θ_0 θ_c θ_1)	$P(\hat{\theta}_{obs} > \theta_c \mid \theta = \theta_0)$	$P(\hat{\theta}_{obs} < \theta_c \mid \theta = \theta_1)$
RR | RA | RR (θ_1 θ_{c1} θ_0 θ_{c2} θ_1)	$P(\hat{\theta}_{obs} < \theta_{c1} \vee \hat{\theta}_{obs} > \theta_{c2} \mid \theta = \theta_0)$	$P(\theta_{c1} < \hat{\theta}_{obs} < \theta_{c2} \mid \theta = \theta_1)$

$\mu_{0{,}05} = t_{-1{,}98,\ 17}$

$t_{\frac{\alpha}{2},\, gl} = t_{0{,}025,\ 17} = \pm 2{,}11$

$-2{,}11 < 1{,}98 < 2{,}11$

$\boxed{\therefore\ H_0 \text{ no se rechaza}}$

16. En el restaurante Buen Gusto, un cliente se quejó del excesivo tiempo que se tarda en servir los alimentos una vez que se ordena. El gerente ha asegurado que la duración promedio de servir los alimentos después de ordenar es inferior a siete minutos. Se han registrado diez duraciones en minutos: 2, 3, 6, 4, 7, 3, 8, 9, 5, 4. Suponga que el tiempo que se tarda en servir los alimentos una vez que se ordena se distribuyen normalmente.

(a) Determine las regiones de aceptación y rechazo para la afirmación del gerente, mediante un nivel de significancia del 5 %.

$H_0: u = 7\ (\geq)$ $\quad n = 10 < 30,\ \sigma = ? \longrightarrow$ t-student

$H_1: u < 7$ $\quad gl = 9$

: $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$\bar{x} = 7\ (H_0)$ $\quad S = 2{,}33$

$t_{0.05, 9} = -1{,}83311$

RR	RA

$7 - 1{,}83311 \cdot \frac{2{,}33}{\sqrt{10}} = \boxed{5{,}65}$

Region de rechazo $\bar{x} \leq 5{,}65$

Region de aceptarion $\bar{x} > 5{,}65$

(b) ¿Considera aceptable la afirmación del gerente? Justifique. Si jaja

17. Sean $H_0 : \mu = 120$ y $H_1 : \mu < 120$. Para contrastar dicha hipótesis se toma una muestra aleatoria de 40 observaciones con una desviación estándar de 10.3.

en intervalos así:
si $a = -\infty$, $b = \bar{x}$
si $b = +\infty$, $a = \bar{x}$

(a) ¿Cuál es el nivel de significancia si $R_1 =]-\infty, 117.2[$ es la región de rechazo? $R/ \quad \alpha = 0.0427$

$H_0: u = 120 \qquad n = 40 \geq 30 \to z \qquad u = 120$

$H_1: u < 120 \qquad \sigma = 10{,}3 \qquad \bar{x} = 117{,}2$

$a = -\infty \qquad b = 117{,}2$

$$\frac{\bar{x} - u}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{117{,}2 - 120}{\frac{10{,}3}{\sqrt{40}}} \approx -1{,}72$$

$$P(z \leq -1{,}72) = \boxed{0{,}04272}$$

19. Un convenio entre la asociación de trabajadores de una empresa y el gerente exige una producción media diaria de al menos 50 unidades. En 150 días de estudio se observó una producción media de 47.3 unidades, con una desviación de 5.7 unidades.

(a) Plantee las hipótesis nula y alternativa para esta prueba y halle las regiones de aceptación y rechazo con un nivel de significancia de 0.05. $R/ \quad u_c = 49.2344$

$H_0: u = 50\ (\geq) \qquad n = 150 \geq 30 \to z \qquad \sigma = 5{,}7$

$H_1: u < 50 \qquad \bar{x} = 50\ (H_0)$

cola izquierda

1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$z_{0{,}05} = -1{,}645$

RR	RA
$< u_c$	$> u_c$

u_c

$$50 - 1{,}645 \cdot \frac{5.7}{\sqrt{150}} = \boxed{49{,}2344}$$

$RR = \bar{x} \leq 49{,}2344 \qquad RA = \bar{x} > 49{,}2344$

21. Un médico afirma que la edad promedio de personas con cierta enfermedad en San José es de 32 años. Para investigar dicha afirmación se tomó una muestra de 25 personas de la capital que poseen la enfermedad y se obtuvo una edad promedio de 33.1 años, con una desviación de 3.8 años.

(a) Con base en un nivel de significancia del 10 %, determine las regiones de aceptación y rechazo de $\overline{X}$ para contrastar la afirmación del médico.

$R/ \quad A =]30.6997, 33.3003[$

$H_0: u = 32 \ (\geq)$ $\quad \bar{X} = 32$ $\quad S = 3,8$

$H_1: u \neq 32$, 2 colas

$n = 25 \quad gl = 24$

$t_{0.10, 24} - 1,71088$ $\quad : \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$a = 32 - 1,71088 \cdot \frac{3,8}{\sqrt{25}} = 30,6997$

$a = 32 - 1,71088 \cdot \frac{3,8}{\sqrt{25}} = 33,3003$

$\boxed{A =]30.6997, 33.3003}$

23. Un médico afirma que la edad promedio de personas con sobrepeso en cierta ciudad es de 35 años. Para investigar dicha afirmación se tomó una muestra de 20 personas con sobrepeso de dicha ciudad y se observó una edad promedio de 36.7 años, con una desviación de 4.5 años. Al realizar el contraste de hipótesis se obtuvo que uno de los promedios críticos es $u_c = 33.1389$.

(a) Determine aproximadamente el nivel de significancia utilizado en el contraste de hipótesis realizado. $R/ \quad \alpha \approx 0.08$

$H_0: u = 35$ $\quad\quad \bar{x} = 35 \quad \sigma = 4,5$

$H_1: u \neq 35$, dos colas

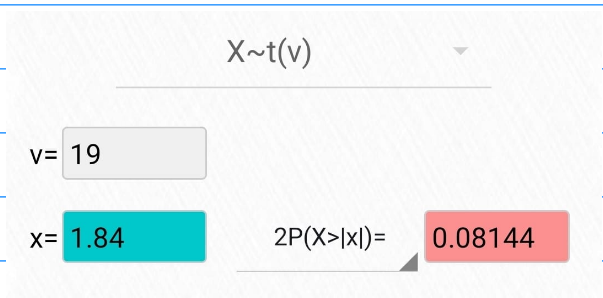
$n = 20 < 30 \rightarrow$ t-student $\quad gl = 19$ $\quad : \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$u_c: 33,1389 < 35, \therefore$ es a en $]a, b[$

$$35 - t_{\frac{\alpha}{2}, 19} \cdot \frac{4,5}{\sqrt{20}} = 33,1389$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 19} = \frac{35 - 33,1389}{\frac{4,5}{\sqrt{20}}} \approx 1,84$$

$$t_{1.84, 19} = \boxed{0,08}$$



24. Una pequeña tienda requiere diariamente de una venta promedio de por lo menos 50 000 colones, para cubrir sus gastos. En 90 días de estudio se obtuvo una venta promedio de 49 500 colones, con una desviación de 5700 colones. dent

(a) Plantee las hipótesis nula y alternativa para esta prueba y halle las regiones de aceptación y rechazo con un nivel de significancia de 0.05. $\bar{x}_{0,05} = 193,17$

R/ Región de rechazo: $]-\infty, 49.\cancel{2344}[$ malo

$H_0: \mu = 50000$ 1,7 95 8 890 ≥ 30 -> normal

$H_1: \mu < 50000$, izquierda $\quad \bar{x} = 50000 \quad \sigma = 5700$

$190 + 1,79588 \cdot \frac{10,4932}{\sqrt{12}} = 195,414$

$z_{0,05} = -1,64485$

$RR: \bar{x} = -1,64485 \cdot \frac{5700}{\sqrt{90}} = 49011,72024$

$193,11 \leq 195,412$

$\boxed{RR = \bar{x} < 49011,72024}$

$\therefore$ No se rechaza

27. Una muestra aleatoria de 12 estudiantes de sétimo año del colegio San Beto tiene las siguientes estaturas en centímetros:

$$142, 158, 135, 129, 159, 148, 153, 139, 133, 151, 131, 140$$

Suponga que la estatura de los estudiantes de sétimo se distribuye normalmente. Un grupo de doctores considera que la estatura promedio de los estudiantes de sétimo del colegio es de a lo sumo 140 cm. Determine si los datos aportan evidencia en contra de lo indicado por los doctores, con un nivel de significancia de 0.05, mediante las regiones de aceptación y rechazo.

$R/\quad u_c = 145.414$, no hay evidencia en contra de la afirmación

$H_0: u = 140 (\leq)$ $\quad n = 12 < 30,\ \sigma = ? \rightarrow t$ student

$H_1: u > 140$ $\quad \bar{x} = 140 \quad gl = 11$

$\sigma = 10,4432 \quad \bar{x}_{0,05} = 143,17$

$t_{0.05,11} = 1,79588$

$$140 + 1,79588 \cdot \frac{10,4432}{\sqrt{12}} = 145,414$$

$RR: \bar{x} \geq 145,412 \quad RA: \bar{x} < 145,414$

$143,11 \leq 145,412$

$\therefore$ No se rechaza

1. Una soda del país C requiere para su funcionamiento una venta promedio diaria de por lo menos 70 000 colones para cubrir sus gastos. Desde que inició una huelga en el país C, se cree que la soda ha sido afectada. Una muestra de 12 días posterior a la huelga se obtuvo una venta promedio diaria de 68 120 colones, con una desviación de 6 000 colones. Se quiere analizar si la soda debe dejar de funcionar. Suponga que las ventas diarias siguen una disitribución normal.

a) Halle las regiones de aceptación y rechazo para $\overline{X}$ con un nivel de significancia equivalente al 0,05. R/ $\mu_c = 66\,889{,}4$

$H_0: u = 70000 \; (\geq)$ $\quad n = 12$ $\quad gl = 11$

$H_1: u < 70000$ $\quad \bar{x} = 70000$ $\quad \sigma = 6000$

$t_{0.05,11} = -1{,}79588$

uc

$$a = 70000 - 1{,}79588 \cdot \frac{6000}{\sqrt{12}} = 66889{,}4$$

$$\boxed{RR: \bar{x} \leq 66889{,}4 \qquad RA: \bar{x} > 66889{,}4}$$

b) ¿La soda debería dejar de funcionar? Justifique

$68{,}120 > 66889{,}4$ $\therefore$ No se rechaza H_0

$\boxed{R: \text{NO}}$

c) Acote la probabilidad del error tipo II si el verdadero promedio diario es de 65 000 colones. R/ $\beta = 0{,}1493$

$H_1': u = 65000$ $\quad \sigma = 6000$ $\quad \dfrac{\bar{x} - u}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

$uc = 66889{,}4$

$P(\underbrace{\bar{x} > 66889{,}4}_{RA} \mid u = 65000)$

$$\frac{66889{,}4 - 65000}{\frac{6000}{\sqrt{12}}} \simeq 1{,}09 \rightarrow P(t_{11} > 1{,}09) = \boxed{0{,}14951}$$

2. La pieza de motores para ciertos automóviles marca **Furioso** se considera efectiva si tiene una longitud promedio de 50 cm aproximadamente. Suponga que la desviación estándar de esa longitud es de 3 cm.

$$\frac{\bar{x}-u}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

a) En un mes, tres automóviles **Furioso** tuvieron un accidente debido a que su motor no funcionó correctamente. Un experto sospecha que la longitud de las piezas de Furioso no están cumpliendo, en promedio, lo requerido. Ante esto, se realizan 25 mediciones aleatorias y se obtiene una longitud promedio de 51,5 cm. Determine el valor P de la prueba. R/ 0,0124

$H_0: u=50$ $\quad n=25<30,\ \sigma=3 \rightarrow$ normal

$H_1: u\neq 50$ $\quad \bar{x}=51,5$

$$\frac{\bar{x}-u}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{51,5-50}{\frac{3}{\sqrt{25}}} = 2,5$$

$$2P(\bar{x}>2,5) = \boxed{0,0124}$$

b) Si se supone que las longitudes de las piezas **Furioso** siguen una distribución normal ¿estos datos favorecen la suposición del experto? Justifique. R/ Sí

$0,0124 \not> 0,05$

$\therefore$ Se rechaza H_0

c) ¿Qué tamaño debe tomarse para realizar la prueba con un nivel de significancia del 5 % y una potencia del 90 % si la verdadera longitud promedio es de 51 cm? R/ 95

$\alpha = 0{,}05 \quad \beta = 0{,}10 \quad \sigma = 3$

Tipo de prueba	Una población
	Supuestos: $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_1': \mu = \mu_1 \end{cases}$
Una cola	$n \geq \frac{(\lvert z_\alpha \rvert + \lvert z_\beta \rvert)^2 \sigma^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2}$
Dos colas	$n \geq \frac{(\lvert z_{\alpha/2} \rvert + \lvert z_\beta \rvert)^2 \sigma^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2}$

$H_0: \mu = 50 \qquad H_1': \mu = 51$

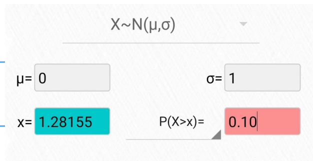
$H_1: \mu \neq 50$

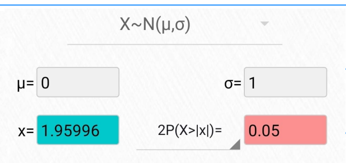
En 2 colas el z_α se mete con $2P(X>x)$
y el z_β se mete con $P(X>x)$

$z_\alpha = z_{0,05} = 1{,}95996 \qquad z_\beta = z_{0,10} = 1{,}28155$

$$n \geq \frac{(1{,}95996 + 1{,}28155)^2 \cdot 3^2}{(51-50)^2}$$

$n \geq 94{,}5 \rightarrow \boxed{n \geq 95}$





3. Una pequeña tienda para su funcionamiento requiere de una venta promedio diaria de por lo menos 50 000 colones para cubrir sus gastos. En 90 días de estudio se obtuvo una venta promedio de 49 500 colones, con una desviación de 5 700 colones.

a) Determine las regiones de aceptación y rechazo para $\overline{X}$ con un nivel de significancia del 5 % R/ $\mu_c = 49011{,}7202$

$H_0: \mu = 50000 \ (\geq)$ $n = 90$ $\sigma = 5700$

$H_1: \mu < 50000$ $\mu_c = 50000$

$z_{0,05} = -1{,}64485$

$$50000 - 1{,}64485 \cdot \frac{5700}{\sqrt{90}} = 49011{,}7202$$

$$\boxed{RR: \bar{x} \leq 49011{,}72 \qquad RA: \bar{x} > 49011{,}7202}$$

b) Determine el valor P de la prueba.

$n = 90$ $\sigma = 5700$

$\bar{x} = 49500$ $\mu = 50000$

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{49500 - 50000}{\frac{5700}{\sqrt{90}}} = -0{,}83$$

$$P(\bar{x} < -0{,}83) = \boxed{0{,}20327}$$

d) Determine el error tipo II de la prueba, si la verdadera venta promedio diaria de la tienda es en realidad 48 700 colones. R/ $\beta = 0{,}3019$

$H_0: \mu = 50000 \ (\geq)$

$H_1: \mu < 50000$

$H'_1: \mu = 48700$

$P(H_1 \mid H_0)$

$n = 90 \qquad \sigma = 5700$

$\mu_c = 49011{,}7202$

$\bar{x} = 48700$

$P(\mu > \mu_c \mid \mu = 48700)$

$P(\mu > 49011{,}7202 \mid \mu = 48700)$

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{49011{,}7202 - 48700}{\frac{5700}{\sqrt{90}}} \simeq 0{,}52$$

$$\boxed{P(Z > 0{,}52) = 0{,}30153}$$