Parametros y estimadores

1) Como se si un parametro θ es insesgado?

Si $E(\theta) = \theta$, es insesgado y valido para comparar

Propiedades importantes

$X = aX$ Ejemplo

$E(X) = aE(X)$ $X = 2X$ $X = \frac{X}{5}$

$E(X) = 2E(X$ $E(X) = \frac{E(X)}{5}$

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $X \sim B(n, p)$

$E(X) = \mu$ $E(X) = np$

$Var(X) = \sigma^2$ $Var(X) = npq$, $q = 1 - p$

$\sigma = \sqrt{Var(X)}$ $\sigma = \sqrt{npq}$

$X \sim Exp(\lambda)$ $X \sim$ Gamma

$E(X) = \frac{1}{\lambda}$ $E(X) = \frac{q}{p}$, $q = 1 - p$

$Var(X) = \frac{1}{\lambda}$

En este tipo de estimaciones el problema es que no se puede medir el error de estimación; sin embargo, cuanto mayor sea el tamaño de la muestra, se espera que mejor sea la estimación.

De acuerdo con lo estudiado en el primer capítulo, dada una muestra observada $(x_1, x_2, ..., x_n)$ de una muestra aleatoria M se tienen las siguientes estimaciones puntuales de los respectivos parámetros:

Parámetro	Estimador	Estimación puntual
μ	$\overline{X}$	$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$
σ^2	S^2	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1}$
σ	S	$s = \sqrt{s^2}$
p	$\widehat{P}$	$\widehat{p} = \frac{b}{n}$, b es el número de éxitos en la muestra

Verosimilitud

Hay 2 casos, dan las x_n o hay que buscar alguna x_n

$\boxed{\text{Caso 1: Cuando dan } x_n \ (x_1=2,\ x_2=3 \dots)}$

Paso 1: escribir $L(x \mid \text{variable})$

$L(x \mid k)$

Paso 2: remplazar las x_n

Ej: $f(x) = \frac{k}{3}\left(\frac{x}{3}\right)^{k-1}$ Dadas las observaciones $x_1 = 0,3$ $x_2 = 0,1$ $x_3 = 0,9$ encuentre la estimación de máxima verosimilitud de k.

$$L(k \mid x) = \frac{k}{3} \cdot \left(\frac{0,3}{3}\right)^{k-1} \cdot \frac{k}{3} \cdot \left(\frac{0,1}{3}\right)^{k-1} \cdot \frac{k}{3} \cdot \left(\frac{0,9}{3}\right)^{k-1}$$

Paso 3: SIEMPRE Simplificar

$$L(k \mid x) = \frac{k^3}{27}\left(\frac{1}{1000}\right)^{k-1}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\frac{a \cdot a \cdot a}{b \cdot b \cdot b} = \frac{a^3}{b^3}$$

Paso 4: Aplicar ln

$$\ln(L(k \mid x)) = \ln\left(\frac{k^3}{27} \cdot \left(\frac{1}{1000}\right)^{k-1}\right)$$

Propiedades de ln

$$\ln(x^n) = n \ln(x)$$

$$\ln(a \cdot b) = \ln(a) - \ln(b)$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

Paso 3:
Derivar (si no se acuerda se mamo)

Paso 4:
Igualar a 0, despejar y listo

$\boxed{\text{Caso : Cuando hay que encontrar } x_n}$

Es exactamente el proceso pero con la variante de que aquí nos van a dar un K (L(K|x)) y hay que remplazarlo y despejar el x_n solicitado

(Ya derivado

$$\frac{7}{1-1{,}67} + \ln\left(\frac{53760 \cdot x_7}{9^7}\right) = 0 \qquad \lambda = -1{,}67 \text{ (enunciado)}$$

3. [**5 puntos**] Para una variable aleatoria X con distribución $f_X(x|\lambda) = \frac{1+\lambda}{9}\left(\frac{x}{9}\right)^{\lambda}$ para $x \in [0,9]$, se tiene la muestra aleatoria $x_1 = 5$, $x_2 = 8$, $x_3 = 7$, $x_4 = 4$, $x_5 = 8$, $x_6 = 6$ y x_7. Si se sabe que la estimación de máxima verosimilitud para el parámetro λ [redacted] determine el valor de x_7.

$= -1{,}67$

$$\ln\left(\frac{53760 \cdot x_7}{9^7}\right) = \frac{700}{67}$$

$$e^{\ln\left(\frac{53760 \cdot x_7}{9^7}\right)} = e^{\frac{700}{67}}$$

$$\frac{53760 x_7}{9^7} = e^{\frac{700}{67}}$$

$$x_7 = \frac{e^{\frac{700}{67}}\, 9^7}{53760}$$

$x_7 \approx 3066502.62534848543.$

Intervalos de confianza

Si $n \geq 30$ y la varianza o desviacion estandart es desconociada o conocida se usa la normal

Si $n < 30$ y la varianza o desviacion estandart es conocida se usa la normal

Si $n < 30$ y la varianza o desviacion estandart es desconociada usa la t-student

$$\bar{x} = \text{promedio} = \frac{\text{suma de todos}}{\text{numero de elementos}}$$

n = numero de elementos

σ^2 = varianza

$\alpha = 1 -$ confianza

$gl = n - 1$

error = radio

σ = Desviacion estandart (Distribucion normal)

S = Desviacion estandart (Distribucion t-student)

Pueden preguntar por 4 cosas
(1) Intervalos de confianza (IC)
(2) Tamaño de muestra
(3) Varianza muestral (s^2)
(4) Nivel de confianza utilizado

Nota: Para IC no importa si se mete $P(X \leq x)$ o $P(X < x)$

Formulas importantes

Para IC con distribucion Z (normal)

1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Para IC con distribucion t-student

IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

Para tamaños de muestra (Siempre con Z)

2. Tamaño de muestra para encontrar un IC para μ con un radio menor o igual a r: $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{r}\right)^2$

No existe para t-student entonces
Si $n<30$ y la varianza o desviacion estandart es desconociada usa la ~~t~~student
esta formula

Si en el enunciado dan un intervalo

10. Si $]30, 46[$ es el intervalo de confianza del 95 % para la media de una variable aleatoria normalmente distribuida con variancia desconocida, basado en una muestra aleatoria específica de tamaño 16, halle el valor de la variancia muestral observada. $R/$ 225.399

Para intervalos

$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$

$\text{Error} = b - \bar{x}$

Caso 1: piden un IC

1) Identificar si es Z o t-student

2) Colocar datos ($n=$ $\bar{x}=$ $\alpha=$
 $\sigma=$ gl= (para t-student))

3) Calcular el $\frac{\alpha}{2}$

Ej: si dicen IC para 90%,

$\alpha = 1 - 0{,}90 = 0{,}10$

entonces $\frac{0{,}10}{2} = 0{,}05$

Para Z → $Z_{0{,}05}$

Para t → $t_{0{,}05,\,gl}$ ← $n-1$

4) Aplicar la formula y listo

Z

1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

t

IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

Caso 2: piden tamaño de muestra

Aqui no importa si es Z o t, siempre es la misma formula

2. Tamaño de muestra para encontrar un IC para μ con un radio menor o igual a r: $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{r}\right)^2$

Recordar que r es = error o radio

2. Si se supone que la desviación estándar de las d
qué tamaño debió ser una muestra para que el i
90 % tuviera radio menor que 7.5 min?

$r = 7{,}5$

Ejemplo 52. Se tiene interés en estimar la vida útil promedio de los bombillos marca Ilumina. ¿Qué tamaño de muestra mínimo debe tomarse para estimar dicho promedio con un error de estimación máximo de un noveno de desviación estándar y una confiabilidad del 90 %?

$r = \frac{1}{9}\sigma$

Caso 3: piden varianza muestral

Aqui en la Formula NO se usa la parte de $\bar{x} \pm$ 1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\cancel{\bar{x}} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\cancel{\bar{x} \pm}\, t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$, solo debe calcularse lo demas

<u>Paso 1:</u> Identificar variables y distribucon
n, $\bar{x}$, α, E, gl (Para t)

<u>Paso 2:</u> Calcular Formula $Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

<u>Paso 3:</u> Igualar a E

<u>Paso 4:</u> Despejar s o σ
(t) (z)

Para intervalos
$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$
Error $= b - \bar{x}$

<u>Paso 5:</u> Elevar al cuadrado

Ejemplo en la otra pagina

11. Si $]40.7, 51.3[$ es el intervalo de confianza del 95 % para la media de una variable aleatoria normalmente distribuida con variancia desconocida, basado en una muestra de tamaño 16, halle el valor de la variancia muestral.

$R/ \quad 98.92$

$n = 16 < 30 \rightarrow$ t-student $gl = 15$

Para intervalos

$\bar{x} = \dfrac{a+b}{2}$

$\text{Error} = b - \bar{x}$

$\bar{x} = \dfrac{40{,}7 + 51{,}3}{2} = 46 \qquad \alpha = 0{,}05$

Calculando E

$E = 51{,}3 - 46 = 5{,}3$

$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \dfrac{s}{\sqrt{n}}$

$\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{0{,}05}{2} = 0{,}025 \rightarrow t_{0{,}025,\,15} = \pm 2{,}13145$

$2{,}13145 \cdot \dfrac{s}{\sqrt{16}} = 5{,}3$ Igualando a E

$s = \dfrac{5{,}3 \cdot \sqrt{16}}{2{,}13145}$

$s^2 = \left(\dfrac{5{,}3 \cdot \sqrt{16}}{2{,}13145} \right)^2$ Elevando al cuadrado

$\boxed{s^2 = 98{,}92}$

Caso 4: piden el nivel de confianza utilizado

Aqui en la formula NO se usa la parte de $\bar{x} \pm$ 1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\cancel{\bar{x} \pm}\, z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\cancel{\bar{x} \pm}\, t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$, solo debe calcularse lo demas

Paso 1: Identificar variables y distribucion
n, $\bar{x}$, α, E, gl (para t)

Paso 2: Calcular formula $z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

Paso 3: Igualar a E

Para intervalos
$$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$$
Error $= b - \bar{x}$

(t) (z)

Paso 4: Despejar $z_{\frac{\alpha}{2}}$ o $t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

Paso 5: Usar es valor despejado en la x de la app para 2 colas

Paso 6: Aplicar 1-resultado del paso 5

Ejemplo abajo

17. Considere una población X tal que

$$X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$$

Suponga que se desconoce la variancia poblacional σ^2. Un IC para μ basado en muestras de tamaño 20 es $]26.5141\,,33.48594[$ en unidades u, donde la variancia muestral observada en la muestra es de 50 u^2. Determine aproximadamente el nivel de confianza del IC. $R/$ Confianza: 96 %

$n = 20 < 30 \rightarrow$ t-student $gl = 19$

Para intervalos

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{Error} = b - \bar{x}$$

$$s^2 = 50 \rightarrow s = \sqrt{50}$$

$$\bar{x} = \frac{33{,}48594 + 26{,}5141}{2}$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$\bar{x} = 30$

Calculando E

$$E = 33{,}48594 - 30 = 3{,}48594$$

Entonces

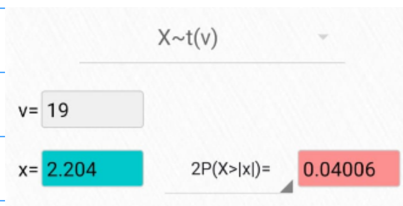
Igualando a E

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 19} \cdot \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{20}} = 3{,}48594$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 19} \cdot \sqrt{50} = 3{,}48594\sqrt{20}$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 19} = \frac{3{,}48594\sqrt{20}}{\sqrt{50}}$$ Despejando $t_{\frac{\alpha}{2}, gl}$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 19} \approx 2{,}204$$



$$t_{2{,}204, 19} = 0{,}04$$

Aplicando 1 - resultado

$$1 - 0{,}04 = 0{,}96 \rightarrow \boxed{96\%}$$

Pruebas de hipotesis

Pueden pedir:

1) Regiones de Aceptacion ← Aveces en base a esto piden aceptar o rechazar H_0
2) Error 1 (α)
3) Error 2 (β)
4) Valor P
5) Tamaño de muestra
6) Significancia utilizada

Nota: Para ph si importa si se mete $P(X > x)$ o $P(X < x)$

H_0 = Hipotesis nula, siempre se pone $u =$ pero implicitamente es $\geq$ o $\leq$, de aqui sale el $\bar{x}$ o u_c (son iguales)

H_1: Hipotes alternativa, esta siempre es lo contrario al H_0, si   APP

$H_0 = 7 (\geq) \to H_1 < 7 \to$ Cola izquierda $\underline{P(X < x)}$

$H_0 = 7 (\leq) \to H_1 > 7 \to$ Cola derecha $\underline{P(X > x)}$

$H_0 = 7 \to H_1 \neq 7 \to$ dos Colas $2P(|X| > x)$

H_1': Hipotes alternativa especifica, esta solo se usa para calcular errores de tipo 2 y remplaza al H_1 normal

Si no dicen significancia (α) entonces $\alpha = 0{,}05$

Caso 3: Regiones de aceptacion

1) Plantear hipotesis, leer bien el enunciado,

Afirmacion = H_0

Contradiccion = H_1

6. El peso de una bolsa de frijoles marca Sabores sigue una distribución normal de media desconocida y varianza 0.04 kg^2. Un inspector de la Oficina del Consumidor tomó una muestra de 20 bolsas y obtuvo un peso promedio de 1.9 kg. El dueño de la empresa Sabores asegura que el peso promedio de una bolsa de frijoles Sabores es superior a 2 kg. ¿Los datos brindan evidencia a favor de la afirmación del dueño de la empresa?
R/ No

i. $H_0 = 2\ (\geq)$

$H_1 < 2 \rightarrow$ cola izquierda $P(X < x)$

Suponga que la nota de Matemática Discreta para estudiantes carné 2021 sigue una Distribución Normal. ¿Hay evidencia en contra de que la nota promedio de este curso, para estudiantes carné 2021, sea igual a 75?
R/ No

$H_0: u = 75$

$H_1: u \neq 75$

2 colas $2P(|x| > x)$

27. Una muestra aleatoria de 12 estudiantes de sétimo año del colegio San Beto tiene las siguientes estaturas en centímetros:

$$142, 158, 135, 129, 159, 148, 153, 139, 133, 151, 131, 140$$

Suponga que la estatura de los estudiantes de sétimo se distribuye normalmente. Un grupo de doctores considera que la estatura promedio de los estudiantes de sétimo del colegio es de a lo sumo 140 cm. Determine si los datos aportan evidencia en contra de lo indicado por los doctores, con un nivel de significancia de 0.05, mediante las regiones de aceptación y rechazo.
R/ $u_c = 145.414$, no hay evidencia en contra de la afirmación

$H_0: u = 140\ (\leq)$

$H_1: u > 140$

cola derecha

2) Identificar si es Z o t-student

3) Colocar datos

(si no hay datos $\bar{x} = u$)

$n =$ $\quad \bar{x} =$ $\quad \alpha =$

$\sigma =$ $\quad gl =$ (para t-student

$u = H_0$ (valor de H_0)

4) Resolver la formula pero ojo con el simbolo $>$, $<$, 2 colas, Aqui SI importa

Z: 1. IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

IC de $(1-\alpha)100\%$ para μ: $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$ t

5) Con el resutado de la formula, definir la region de aceptacion y rechazo

Cola izquierda RR: $\bar{x} \geq$ resultado
RA: $x <$ resutado

Cola izquierda RR: $\bar{x} \leq$ resultado
RA: $x >$ resutado

2 colas: Hacer intervalo de confianza
$\underbrace{]a}_{RR} , \underbrace{b[}_{RA}$

Si dan un intervalo en intervalos asi:

$]-\infty, a[\quad \bar{x} = b$
$]a, +\infty[\quad \bar{x} = a$

I ejemplo de cada uno abajo

Cola izquierda

16. En el restaurante Buen Gusto, un cliente se quejó del excesivo tiempo que se tarda en servir los alimentos una vez que se ordena. El gerente ha asegurado que la duración promedio de servir los alimentos después de ordenar es inferior a siete minutos. Se han registrado diez duraciones en minutos: $2, 3, 6, 4, 7, 3, 8, 9, 5, 4$. Suponga que el tiempo que se tarda en servir los alimentos una vez que se ordena se distribuyen normalmente.

(a) Determine las regiones de aceptación y rechazo para la afirmación del gerente, mediante un nivel de significancia del 5 %.

$H_0: \mu = 7\ (\geq)$ $\quad n = 10 < 30,\ \sigma = ? \rightarrow$ t-student

$H_1: \mu < 7$ $\quad gl = 9$

: $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$\bar{x} = 7\ (H_0)$ $\quad S = 2,33$

$t_{0.05,\,9} = -1,83311$

RR	RA

$7 - 1,83311 \cdot \frac{2,33}{\sqrt{10}} = \boxed{5,65}$

Region de rechazo $\bar{x} \leq 5,65$

Region de aceptacion $\bar{x} > 5,65$

Cola derecha

27. Una muestra aleatoria de 12 estudiantes de sétimo año del colegio San Beto tiene las siguientes estaturas en centímetros:

142, 158, 135, 129, 159, 148, 153, 139, 133, 151, 131, 140

Suponga que la estatura de los estudiantes de sétimo se distribuye normalmente. Un grupo de doctores considera que la estatura promedio de los estudiantes de sétimo del colegio es de a lo sumo 140 cm. Determine si los datos aportan evidencia en contra de lo indicado por los doctores, con un nivel de significancia de 0.05, mediante las regiones de aceptación y rechazo.

$R/ \quad u_c = 145.414$, no hay evidencia en contra de la afirmación

$H_0: u = 140 (\leq)$ $\quad n = 12 < 30,\ \sigma = ? \rightarrow$ t student

$H_1: u > 140$ $\quad \bar{x} = 140,$ $\quad gl = 11$

$\sigma = 10,4432$ $\quad \bar{x}_{0,05} = 143,17$

$t_{0.05, 11} = 1,79588$

$140 + 1,79588 \cdot \dfrac{10,4432}{\sqrt{12}} = 145,414$

RR: $\bar{x} \geq 145,412$ $\quad$ RA: $\bar{x} < 145,414$

2 Colas

21. Un médico afirma que la edad promedio de personas con cierta enfermedad en San José es de 32 años. Para investigar dicha afirmación se tomó una muestra de 25 personas de la capital que poseen la enfermedad y se obtuvo una edad promedio de 33.1 años, con una desviación de 3.8 años.

(a) Con base en un nivel de significancia del 10 %, determine las regiones de aceptación y rechazo de $\overline{X}$ para contrastar la afirmación del médico.

$R/ \quad A =]30.6997, 33.3003[$

$H_0: u = 32 \; (\geq)$ $\quad \bar{X} = 32 \quad S = 3{,}8$

$H_1: u \neq 32$, 2 colas

$n = 25 \quad gl = 24$

$t_{0.10{,}24} - 1{,}71088$ $\quad : \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$a = 32 - 1{,}71088 \cdot \frac{3{,}8}{\sqrt{25}} = 30{,}6997$

$b = 32 - 1{,}71088 \cdot \frac{3{,}8}{\sqrt{25}} = 33{,}3003$

$\boxed{A =]30.6997, 33.3003[}$

Caso 2: Error tipo I

"Condenar al inocente", esto consiste en la proba de rechazar H_0

Paso 1: definir H_0 y H_1

Paso 2: estandarizar usando $z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Paso 3: Plantear bien el símbolo

Tipo de prueba	Error tipo 1	Error tipo 2
Cola izquierda RR | RA θ_1 θ_c θ_0	$\underbrace{P(\overset{F}{\hat{\theta}_{obs} < \theta_c} \mid \overset{V}{\theta = \theta_0})}_{\alpha}$	$\beta = P(\overset{F}{\hat{\theta}_{obs} > \theta_c} \mid \overset{V}{\theta = \theta_1})$
Cola derecha RA | RR θ_0 θ_c θ_1	$\underbrace{P(\overset{F}{\hat{\theta}_{obs} > \theta_c} \mid \overset{V}{\theta = \theta_0})}_{\alpha}$	$\beta = P(\overset{F}{\hat{\theta}_{obs} < \theta_c} \mid \overset{V}{\theta = \theta_1})$
dos colas RR | RA | RR θ_1 θ_{c1} θ_0 θ_{c2} θ_1	$\underbrace{P(\overset{F}{\hat{\theta}_{obs} < \theta_{c1} \vee \hat{\theta}_{obs} > \theta_{c2}} \mid \overset{V}{\theta = \theta_0})}_{\alpha}$	$\beta = P(\overset{F}{\theta_{c1} < \hat{\theta}_{obs} < \theta_{c2}} \mid \overset{V}{\theta = \theta_1})$

✅ **Prueba cola izquierda ($H_1 : <$)**

RR: estadístico $<$ crítico

$$\alpha = P(Z < z_c)$$

✅ **Prueba cola derecha ($H_1 : >$)**

RR: estadístico $>$ crítico

$$\alpha = P(Z > z_c)$$

✅ **Dos colas ($H_1 : \neq$)**

RR: ambos extremos

$$\alpha = P(Z < -z_{\alpha/2}) + P(Z > z_{\alpha/2})$$

z_c = valor estandarizado

Paso 4: calcular eso

Caso 3: Error Tipo 2

Para calcular los Errores de Tipo II se requiere de una hipotesis alternativa especifica que se va a asumir como la verdadera en lugar de H_0

Paso 1: definir H_0 y H_1

Paso 2: estandarizar usando $z = \dfrac{\bar{x} - u}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Paso 3: usar el H'_1, este remplaza al H_1 y su $\bar{x}$

$H_0: u = 50000$ $(\geq)$ $\quad n = 90 \quad \sigma = 5700$

$H_1: u < 50000$ $\quad \bar{x} = 49500 \quad u = 50000$

$H'_1: u = 48700$ $\quad n = 90 \quad \sigma = 5700$

$u_c = 49011,7202 \quad u = 48700$

Sale de RR y RA

Paso 3: Plantear bien el simbolo

✅ **Prueba cola izquierda** ($H_1 :<$)

RA: estadístico $>$ crítico

$$\beta = P(Z > z_c)$$

✅ **Prueba cola derecha** ($H_1 :>$)

RA: estadístico $<$ crítico

$$\beta = P(Z < z_c)$$

✅ **Dos colas** ($H_1 :\neq$)

RA: zona central

$$\beta = P(-z_c < Z < z_c)$$

Paso 4: Calcular eso

Caso 4: Tamaño de muestra

c) ¿Qué tamaño debe tomarse para realizar la prueba con un nivel de significancia del 5 % y una potencia del 90 % si la verdadera longitud promedio es de 51 cm? R/ 95

$\alpha = 0{,}05 \quad \beta = 0{,}10 \quad \sigma = 3$

$H_0: \mu = 50 \qquad H'_1: \mu = 51$

$H_1: \mu \neq 50$

Tipo de prueba	Una población
	Supuestos: $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H'_1: \mu = \mu_1 \end{cases}$
Una cola	$n \geq \frac{(\lvert z_\alpha \rvert + \lvert z_\beta \rvert)^2 \sigma^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2}$
Dos colas	$n \geq \frac{(\lvert z_{\alpha/2} \rvert + \lvert z_\beta \rvert)^2 \sigma^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2}$

En 2 colas el z_α se mete con $2P(X>x)$
y el z_β se mete con $P(X>x)$

$z_\alpha = z_{0,05} = 1{,}95996 \qquad z_\beta = z_{0,10} = 1{,}28155$

$$n \geq \frac{(1{,}95996 + 1{,}28155)^2 \cdot 3^2}{(51-50)^2}$$

$n \geq 94{,}5 \rightarrow \boxed{n \geq 95}$

X~N(μ,σ)
μ= 0 σ= 1
x= 1.28155 P(X>x)= 0.10

X~N(μ,σ)
μ= 0 σ= 1
x= 1.95996 2P(X>|x|)= 0.05

Caso 5 ¿Significancia utilizada

23. Un médico afirma que la edad promedio de personas con sobrepeso en cierta ciudad es de 35 años. Para investigar dicha afirmación se tomó una muestra de 20 personas con sobrepeso de dicha ciudad y se observó una edad promedio de 36.7 años, con una desviación de 4.5 años. Al realizar el contraste de hipótesis se obtuvo que uno de los promedios críticos es $u_c = 33.1389$.

(a) Determine aproximadamente el nivel de significancia utilizado en el contraste de hipótesis realizado. $R/ \quad \alpha \approx 0.08$

$H_0: u = 35$ $\quad\quad \bar{x} = 35 \quad \sigma = 4{,}5$

$H_1: u \neq 35$, dos colas

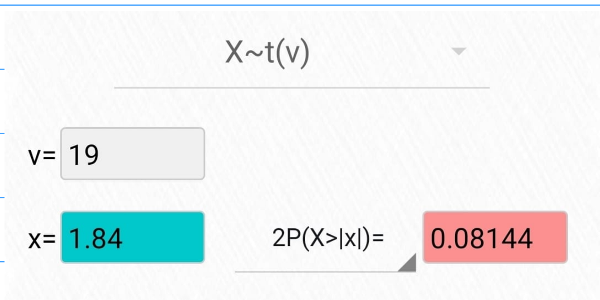
$n = 20 < 30 \rightarrow$ t-student $\quad gl = 19$ $\quad\quad : \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$u_c: 33{,}1389 < 35$, $\therefore$ es a en $]a, b[$

$$35 - t_{\frac{\alpha}{2}, 19} \cdot \frac{4{,}5}{\sqrt{20}} = 33{,}1389$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 19} = \frac{35 - 33{,}1389}{\frac{4{,}5}{\sqrt{20}}} \approx 1{,}84$$

$$t_{1.84, 19} = \boxed{0{,}08}$$



Caso 6 : valor P

2. La pieza de motores para ciertos automóviles marca **Furioso** se considera efectiva si tiene una longitud promedio de 50 cm aproximadamente. Suponga que la desviación estándar de esa longitud es de 3 cm.

$$\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

a) En un mes, tres automóviles **Furioso** tuvieron un accidente debido a que su motor no funcionó correctamente. Un experto sospecha que la longitud de las piezas de Furioso no están cumpliendo, en promedio, lo requerido. Ante esto, se realizan 25 mediciones aleatorias y se obtiene una longitud promedio de 51,5 cm. Determine el valor P de la prueba. R/ 0,0124

$H_0: \mu = 50$ $\quad n = 25 < 30,\ \sigma = 3 \to$ normal

$H_1: \mu \neq 50$ $\quad \bar{x} = 51,5$

$$\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{51,5-50}{\frac{3}{\sqrt{25}}} = 2,5$$

$$2P(\bar{x} > 2,5) = \boxed{0,0124}$$