

■ Permutación

Una permutación de n objetos distintos es un ordenamiento de ellos. Al número de permutaciones de n objetos distintos se le denota por $P(n)$ y su fórmula viene dada por:

$$P(n) = n!$$

El orden importa

■ Arreglo

Un arreglo de r objetos tomados de n objetos distintos es una escogencia ordenada de r objetos tomados de los n objetos. El número de arreglos de r objetos tomados de n objetos distintos, se denota por $P(n, r)$ y su fórmula viene dada por:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

El orden importa

■ Combinación

Una combinación tomada de r objetos tomados de n distintos es una selección de r objetos tomados de los n , es decir, si A es el conjunto de los n objetos, entonces una combinación de r objetos tomados de los n es un subconjunto de A de cardinalidad r . El número de combinaciones de r objetos tomados de n distintos, se denota por $C(n, r)$ y su fórmula viene dada por:

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n - r)!}$$

El orden no importa

■ Conteo de permutaciones con objetos repetidos

En este caso, se tiene que

$$P(n; k_1, k_2, \dots, k_r) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_r!}$$

■ Conteo de combinaciones con repetición

En este caso, se tiene que el número de soluciones naturales de la ecuación $x_1 + x_2 + \dots + x_n = r$ es

$$C(n + r - 1, r)$$

Conteo con objetos repetidos

$$P(n; k_1, k_2, \dots, k_r) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_r!}$$

Considere la palabra EDEPACIEMAC

a) ¿Cuántos anagramas existen de esta palabra?

(Contar cuantas veces sale cada letra)

3E 1D 1P 2A 2C 1I 1M

■ Conteo de permutaciones con objetos repetidos

En este caso, se tiene que

$$P(n; k_1, k_2, \dots, k_r) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_r!}$$

Del $n!$ es la cantidad total de objetos

EDEPACISMAC

tiene 11 objetos

$\rightarrow 11!$

para saber cual es

k_1, k_2, \dots, k_r se pone la

Cantidad total de objetos repetidos

de su categoría

3E 1D 1P 2A 2C 1I 1M
3! 1! 1! 2! 2! 1! 1!

y finalmente se aplica la formula

$$\frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_r!} \rightarrow \frac{11!}{3! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 1663200$$

3 E 1 D 1 P 2 A 2 C 1 I 1 M

- b) ¿Cuántos anagramas existen de esta palabra en los cuales las E estén ubicadas en el centro y se tengan al menos dos vocales antes de la E?

R/ 5040

≥ 2 En el centro

Vocales disponibles
2 A 1 I

E E

• Conteo de combinaciones con repetición

En este caso, se tiene que el número de soluciones naturales de la ecuación $x_1+x_2+\dots+x_n=r$

es

$$C(n+r-1, r)$$

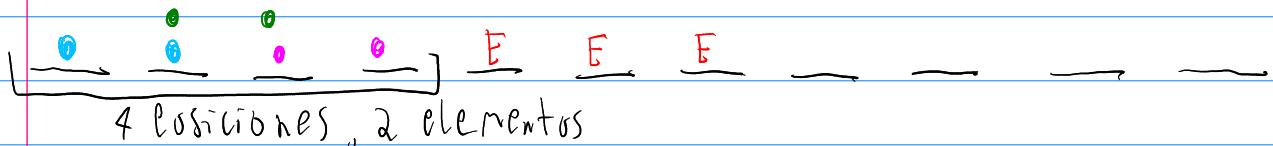
$n \geq$ cantidad de espacios

$r \geq$ cantidad de objetos

En este caso sería $C(3+2-1, 2) \rightarrow (4, 2)$, para mas rápido ($(\text{posiciones disponibles}, \text{cantidad de elementos})$)

Queremos ver las diferentes

máneras de colocar objetos repetidos (A A) de diferentes maneras



(caso 1): A A antes de EEE

shift + ↻

Etapa 1: Colocar las E \rightarrow 1 manera

Etapa 2: Elegir posición de AA $\rightarrow C(4, 2) = 6$ maneras

Etapa 3: Colocar las AA \rightarrow 1 manera

Etapa 4: Elegir posiciones las demás vocales después de las E para cumplir la condición $\rightarrow 7$ maneras

Etapa 5: Colocar la I \rightarrow 1 manera

Etapa 6: Colocar las consonantes $\rightarrow \cancel{E} 1 D 1 P \cancel{A} 2 C \cancel{I} 1 M$

$$\frac{D P C C M \rightarrow S}{1! 2! 1! 2! 1! \rightarrow 2!} = 60$$

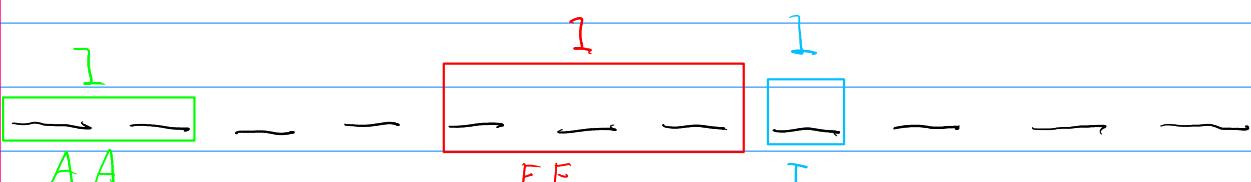
Este resultado

• Conteo de permutaciones con objetos repetidos

En este caso, se tiene que

$$P(n; k_1, k_2, \dots, k_r) = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_r!}$$

Total: $1, 6, 4, 7, 60 = 1440$



Nota: En la etapa 1 y 3, a la hora de colocar, AA son iguales se coloca un bloque, por eso es 1 manera entonces solo hay 1 manera

Puede ser AI V IA, es ese conjunto, no ese orden

Caso 2: AI antes de EEE AAI

— — — — E E E — — —

Etapa 1: Colocar las E \rightarrow [1]

Etapa 2: Elegir posición de AI $\rightarrow (2,4) \rightarrow$ [6]

Etapa 3: Colocar AI $\rightarrow 2! \rightarrow$ [2] (AI V IA)

Etapa 4: Elegir posición del resto de vocales \rightarrow [7]

Etapa 5: Colocar el resto de Vocales \rightarrow [1]

Etapa 6: Colocar el resto de consonantes

~~3E~~ ID IP ~~X~~A 2C ~~X~~I IM
~~2A~~

$$D \underbrace{P}_{1!} \underbrace{C}_{1!} \underbrace{C}_{2!} M \rightarrow \frac{5!}{2!} = 60$$

Total $1 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 60 =$ [2880]

Caso 3: IAA antes de EEE

Este cubre AAA, AIA, AAI
por que es ese conjunto,
NO ese orden

— — — — E E E — — —

Etapa 1: Colocar las E \rightarrow [1]

Etapa 2: Elegir posición de IAA ($4,3$) \rightarrow [4]

Etapa 3: Colocar AAI $\frac{3!}{2!,1!} =$ [3]
Repetitivos \rightarrow

No es
relevante pero
es importante
saber que $(4,3) \geq 1$

Etapa 4: Colocar resto de vocales ($7,0$) \rightarrow [1]

Etapa 5: Colocar el resto de consonantes

~~XE~~ ID IP ~~X~~A 2C ~~X~~I IM $= \frac{5!}{1!} = 60$

Total: $1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 60 =$ [720]

$$\boxed{1} \mid 3440 + 2880 + 720$$

$$= 5090$$

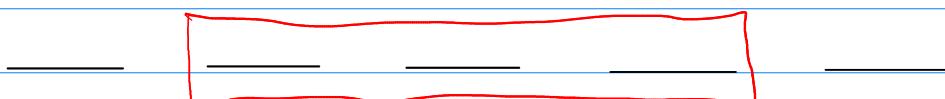
Se tiene una canasta con 30 bolas numeradas del 1 al 30. Determine el número de maneras de elegir 5 bolas, de forma que:

a) Exactamente tres bolas tengan múltiplos de tres.

Sea $X = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$

Etapa 1: Colocar las 3 bolas múltiplos de 3

Hay 10 que satisfacen (X), y 5 canicas a utilizar $C(10, 3) \rightarrow 120$ maneras



Etapa 2: Colocar el resto de bolas

De 30 números ya usé 10 quedan 20

$C(20, 2) \rightarrow 190$

$$120 \cdot 190 = 22800$$

b) Al menos una bola tenga un número múltiplo de cinco. Se puede hacer por casos o por

Sea $S_5 = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ inclusión-exclusión

Parte 1: Elegir las 5 bolas (cualesquier)

En total hay 30 elementos y 5 espacios

$C(30, 5) \rightarrow 142506$ maneras

Parte 2: Ninguna múltiplo de 5

Hay 24 elementos y 5 espacios

$C(24, 5) \rightarrow 42504$ maneras

$$142506 - 42504 = 100002$$
 maneras

Aplicando
inclusión-exclusión

Cuatro o mas ≥ 4 X ≤ 1 puede ser 0

c) Al menos cuatro múltiplos de cinco y a lo sumo un múltiplo de tres.

Al menos \rightarrow minimo A lo sumo \rightarrow Maximo

Caso 1: 4 multiplos de 5 y 1 multiplo de 3

$$X = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$$

$$Y = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\} \quad - - - - -$$

Etapa 1: Multiplos de 5 $\rightarrow C(6, 4) \rightarrow \boxed{15}$

Etapa 2: Multiplos de 3 $\rightarrow C(10, 1) \rightarrow \boxed{10}$

Total: $15 \cdot 10 \rightarrow \boxed{150}$

Caso 2: 5 multiplos de 5 y 0 multiplos de 3

Etapa 1: Multiplos de 5 $\rightarrow C(6, 5) \rightarrow \boxed{6}$

Etapa 2: Multiplos de 3 $\rightarrow C(10, 0) \rightarrow \boxed{1}$

Total: $6 \cdot 1 \rightarrow \boxed{6}$

$$R/ 150 + 6 \leq \boxed{156}$$