

Estimación por intervalo para una población

Intervalo de confianza para un promedio

1. Una muestra aleatoria de 45 estudiantes del **TEC** da un peso promedio de 64,3 kg, con una desviación estándar de 8,9 kg. Encuentre un intervalo de confianza de 96 % para el peso promedio.
R/]61,5752, 67,0247[
2. Una muestra aleatoria de diez estudiantes dio las siguientes cifras en horas para el tiempo que pasan estudiando durante la semana previa a los exámenes finales.

28, 57, 42, 35, 61, 39, 55, 46, 49, 38

Suponga que el tiempo de estudio se distribuye normalmente. Calcule un IC para el tiempo medio con un nivel de confianza del 95 %
R/]37,4595, 52,5405[

3. Recientemente el **Ministerio de Seguridad** ha ampliado la cantidad de efectivos dedicados al combate de las drogas. Desde su ampliación han sido capturados 800 traficantes de droga de la ciudad. El valor promedio de las drogas decomisadas a estos 800 narcotraficantes es de 500 000 dólares con una desviación estándar de 45 000 dólares. Calcule un intervalo de confianza del 90 % para el valor medio de los estupefacientes que están en manos de los narcotraficantes de la ciudad.
R/]497 382,821, 502 617,179[
4. A continuación, se presentan las notas de cinco estudiantes en la primera tarea del curso Física I del segundo semestre del 2023:

70, 95, 80, 90, 90

Si X corresponde con las notas de la primera tarea del segundo semestre del 2023 de Física I. Halle un IC del 95 % para la nota promedio de X .
R/]72,5833, 97,4166[

5. En un estudio terapéutico para mujeres adolescentes que sufrían de anorexia, se midió el peso antes y después del período de tratamiento. La terapia fue diseñada para ayudar a ganar peso. A continuación se presentan los pesos, en kilogramos, de ocho jóvenes que se sometieron al tratamiento:

Antes	44	37	40	39	40	30	40	42
Después	55	48	36	47	37	37	35	38

Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para el promedio de las diferencias entre los pesos de todas las mujeres que se sometieron al tratamiento.

R/]3,9836, 9,2663[

6. En una campaña de ahorro de electricidad, a los consumidores que tengan un gasto promedio mensual inferior a 20 000 colones se les dará una calcomanía que dice **YO AHORRO ELECTRICIDAD** para su casa. David desea saber si puede tener la calcomanía; por ello, ha registrado los costos de Electricidad de su casa en los últimos siete meses:

18 500, 19 000, 21 000, 13 000, 11 900, 20 000, 18 000

- a) Encuentre un intervalo de confianza de 96 % para el consumo promedio mensual de electricidad en colones que realiza David.

R/]13 888,6664, 20 797,0478[

- b) Considera que David debe recibir la calcomanía? Justifique su respuesta.

R/ No

7. **Taxis Tiquicia** planea comprar una flota de taxis. La decisión depende de si los autos que están probando rinden por lo menos 43 km por galón de gasolina, en promedio. Alquilan 36 carros de la marca **Odoronly**, que reportan una media de 40,2 km por galón, con una desviación estándar de 5,5 km por galón.

- a) Halle un intervalo de confianza del 98 % para el promedio del rendimiento en km por galón de gasolina

R/]38,0642, 42,3358[

- b) ¿Aconsejaría usted a **Taxis Tiquicia** comprar autos de esta marca?

R/ No

8. Una línea aérea afirma que el tiempo de retraso en la salida de sus vuelos tiene un promedio menor que 10 minutos. En una muestra de siete vuelos se registran los siguientes retrasos, en minutos:

11, 7, 13, 9, 17, 8, 12

Suponga que los retrasos en la salida de los vuelos siguen una distribución normal.

- a) Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para el tiempo de retraso promedio en la salida de los vuelos. R/]8,4914, 13,5085[
- b) ¿Existe evidencia en contra de la afirmación de la empresa? Justifique. R/ No
9. El peso de una bolsa de frijoles marca **SABORES** sigue una distribución normal de media desconocida y varianza $0,04 \text{ kg}^2$. Un inspector de la **Oficina del Consumidor** tomó una muestra de 20 bolsas y obtuvo un peso promedio de 1,9 kg.
- a) Determine un intervalo de confianza del 90 % para el peso promedio de la bolsa de frijoles marca **SABORES**. R/]1,8926, 1,9073[
- b) El empaque del producto asegura que el peso promedio de una bolsa de frijoles marca **SABORES** es de 2 kg. ¿El inspector considera aceptable esta información? R/ No
10. Una bebida afirma en su publicidad por televisión que su empleo diario, durante un mes, produce una pérdida promedio de cinco libras de peso. Para analizar esta afirmación, se toma un grupo control de ocho personas y se les suministró el producto diariamente por un mes obteniendo los siguientes datos:

Peso inicial	165	195	188	170	185	163	155	177
Peso final	164	190	187	163	185	159	148	174

- a) Suponiendo que la pérdida de peso sigue una distribución normal, encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la pérdida de peso promedio. R/]1,2214, 5,7785[
- b) ¿Los datos se oponen a la información hecha en publicidad? R/ No

11. Un ingeniero en computación está investigando la utilidad de dos lenguajes de diseño para mejorar las tareas de programación. Se obtienen los siguientes datos en minutos para programar una función estándar por parte de los 12 programadores expertos:

Lenguaje 1	17	16	21	14	18	24	16	14	21	23	13	18
Lenguaje 2	18	14	19	11	23	21	10	13	19	24	15	20

- a) Encuentre un intervalo de confianza de 95 % para el promedio de las diferencias entre los tiempos de codificación. R/]1,5045, 3,4954[
- b) ¿Existe evidencia de que alguno de los lenguajes permite más rapidez de codificación? Justifique. R/ Sí

12. Se tiene interés en estimar la vida útil promedio de los bombillos marca **Ilumina**. ¿Qué tamaño de muestra mínimo debe tomarse para estimar dicho promedio con un error de estimación máximo de un noveno de desviación estándar y una confiabilidad del 90 %?

13. Si $]42,7, 49,3[$ es el intervalo de confianza del 95 % para la media μ de una variable aleatoria normalmente distribuida con variancia desconocida, basado en una muestra de tamaño 16, halle el valor de la varianza muestral. R/ 38,3528

14. Para estimar un promedio μ se selecciona una muestra aleatoria de tamaño 5, con promedio 3,1 y desviación estándar 0,78. El intervalo de confianza de $100(1 - \alpha)$ para μ va desde 2,36 hasta 3,84. Suponiendo que la población se distribuye normalmente, determine el nivel de confianza del intervalo. R/ 90 %

15. Se ha seleccionado una muestra aleatoria para prever la inflación en el año, en siete países. Las previsiones han sido 1,5, 2,1, 1,9, 2,3, 2,5, 3,2 y 3 puntos.

- a) Suponiendo que la distribución de puntos de inflación de los países siguen una distribución normal, construya un intervalo de confianza de 99 % para la media de la previsión de inflación en estos países. R/]1,5163, 3,1979[
- b) Los expertos opinan que el intervalo de confianza calculado para la media es demasiado amplio y desean que su longitud total sea de 1,2 puntos. Hallar el nivel de confianza para este nuevo intervalo. R/ 96 %

16. En una clínica de fisioterapia se quiere estudiar el avance de los pacientes con alguna lesión en la rodilla. Para esto, registran los grados que acaba doblando la rodilla de 10 pacientes, las cuales son:

42,7, 45,5, 44,1, 42,7, 43,4, 43,4, 42,7, 44,8, 48,3, 46,9

Tomando X como los grados que acaba doblando la rodilla el paciente y suponiendo que $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, se concluye que un intervalo de confianza para μ es $]42,8782, 46,0218[$. Determine el nivel de significancia para el intervalo de confianza dado.

R/ 3 %

17. Las duraciones de ocho baterías cargadas de computadora de marca **DUTEC** son 151, 153, 175, 134, 170, 172, 156 y 114 minutos. Suponiendo que las duraciones de las baterías se distribuyen normalmente.

a) Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para la duración promedio de las baterías marca **DUTEC**.

R/]139,1955, 167,0584[

b) Si la desviación de duraciones es 20 minutos ¿cuál es el tamaño de la muestra para que el IC del 90 % tuviera radio menor a 7,5 minutos?

R/ 20

18. Un médico afirma que el promedio de nacimientos mensuales en Costa Rica durante el 2022 fue de al menos 4700 personas. Seguidamente, se muestra la cantidad de nacimientos mensuales en Costa Rica durante el 2022.

Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
4 513	3 986	4 262	4 382	4 356	4 324

Julio	Agosto	Setiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
4 286	4 768	4 802	4 509	4 696	4 551

Suponga que los nacimientos mensuales en Costa Rica se distribuyen normalmente.

a) Determine un IC del 95 % para el promedio de nacimientos en Costa Rica durante el 2022.

R/]4325,357, 4580,4834[

b) ¿Considera aceptable la afirmación dada por el médico? Justifique su respuesta.

R/ No

- c) Determine el tamaño mínimo de la muestra que debe tomarse para estimar la cantidad de nacimientos promedio en Costa Rica, con un nivel de confianza del 98 % y un error de estimación menor a 50 nacimientos.
19. Un demógrafo afirma que si una provincia de Costa Rica tiene una densidad poblacional promedio mayor a 1700 habitantes por kilómetro cuadrado, dicha provincia tiene una densidad poblacional alta. San José, al ser la capital de Costa Rica, se esperaría que tenga densidad poblacional alta. Seguidamente, se toma una muestra de 10 cantones de San José con la densidad poblacional correspondiente al año 2021.

Santa Ana	Tibás	Moravia	Goicoechea	Curridabat
799,80	7 956,10	1 988,80	3 653,50	4 088,20

Desamparados	Alajuelita	Escazú	Montes de Oca	Aserrí
1 762,30	3 665,70	1 638,40	3 240,90	346,50

Suponga que la densidad poblacional en San José, sigue una distribución normal.

- a) Determine un intervalo de confianza del 90 % para la densidad poblacional de San José durante el año 2021. R/]1 648,543, 4 179,496[
- b) ¿Considera aceptable la afirmación dada por el demógrafo? Justifique. R/ Sí
20. Se sabe que la vida útil de una bombilla de automóvil, es una variable aleatoria que se distribuye normalmente, con una desviación poblacional de 1 000 horas. El gerente dice que sus bombillas duran más de 7 000 horas. En un estudio hecho sobre una muestra aleatoria de 100 de esas bombillas se observó que la media de su vida útil fue de 6 500 horas.
- a) Determine un intervalo de confianza del 95 % para la media de la vida útil de las bombillas de dicha marca. R/]6 304,004, 6 695,996[
- b) Considera usted que los datos respaldan la afirmación del gerente? Justifique. R/ No
- c) Determine el tamaño mínimo de la muestra que se requiere para estimar la media de la vida útil de las bombillas, con un nivel de confianza del 96 % y un error máximo de 200 horas. R/ 106

21. Un estudio ha determinado que la desviación estándar de las estaturas de los niños de 5 años del país C es 7 cm: En una muestra de 15 niños de 5 años se obtuvieron las siguientes estaturas en centímetros:

88, 97, 102, 105, 110, 113, 93, 85, 105, 108, 118, 99, 93, 92, 86

Suponga que las estaturas de los niños de 5 años del país C se distribuyen normalmente.

- a) Encuentre un intervalo de confianza de 95 % para la estatura promedio de los niños de 5 años del país C . R/]93,9727, 105, 2272[
- b) De acuerdo a la **OMS**, la estatura promedio ideal de los niños de 5 años es de 110 cm. ¿Considera que los niños de 5 años del país C tienen en promedio una estatura ideal? Justifique su respuesta. R/ No
- c) ¿Qué tamaño de muestra debe tomarse para estimar la estatura promedio de los niños de 5 años del país C con un nivel de confianza del 99 % y un error de 2 cm? R/ 82

22. En el 2015, un grupo de estudiantes del **CET** se propuso analizar la cantidad de horas que duerme un estudiante de Ingeniería en Computación durante el tiempo lectivo. Se tomó una muestra de 71 estudiantes de Ingeniería en Computación. El promedio observado de horas que duerme cada uno en promedio es de 5,17 horas con una desviación estándar de 1,88 horas.

- a) Determine un IC de 90 % para el promedio de horas que duermen los estudiantes de la carrera de Ingeniería en Computación.
- b) Se dice que una persona duerme una cantidad saludable de horas, si duerme en promedio de 6 a 8 horas por la noche. ¿Considera que los estudiantes de Ingeniería en Computación duermen una cantidad saludable de horas, durante el tiempo lectivo? Justifique.
- c) Si se quiere un radio menor o igual que 0,1 ¿cuánto debe ser el número mínimo de estudiantes de Ingeniería en Computación a muestrear?

Intervalo de confianza para una proporción

- De 125 apartamentos observados en una ciudad, 102 no permiten que los inquilinos tengan mascotas. Determine el IC del 90 % para la verdadera proporción de apartamentos de la ciudad que prohíben mascotas. R/]0,7589, 0,8730[
- Considere la siguiente muestra tomada de un estudio de acceso a internet en hogares de cierta comunidad:

1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1

donde 1 significa que el hogar tiene acceso a internet y 0 que el hogar no cuenta con acceso a internet. Suponiendo que la muestra sigue una distribución normal, determine un intervalo de confianza del 95 % para la proporción de hogares en esta comunidad que tiene acceso a internet. R/]0,2808, 0,7858[

- En una encuesta aplicada por la universidad **RUC** a una muestra de 400 costarricenses, reveló que el 38 % de los entrevistados son católicos. Determine un intervalo de confianza de 90 % para el porcentaje de costarricenses que son católicos. R/]0,3400, 0,4199[
- Seguidamente, se presenta una muestra de notas obtenidas por estudiantes de Tecnologías de Información del TEC en el curso de Estadística durante el segundo semestre del 2022:

75, 75, 75, 85, 70, 70, 80, 85, 75, 60, 70, 60, 80, 60, 80, 75, 75, 70, 70, 50, 80, 75, 70

Suponiendo que las notas de Estadística siguen una distribución normal, determine un intervalo de confianza del 90 % para el porcentaje de estudiantes del curso de Estadística en el 2022 que aprobaron el curso con una nota mayor o igual que 80. R/]0,1102, 0,4114[

5. El **Ministerio de Salud** de cierto país ha indicado que menos de la mitad aprueban el examen de manipulación y preparación de alimentos. En una muestra de 200 personas, que realizaron dicho examen, se obtuvo que 92 lo aprobaron.
- a) Determine un intervalo de confianza del 90 % para la proporción de personas que aprueban el examen de manipulación y preparación de alimentos. R/]0,4020, 0,5179[
- b) ¿Considera aceptable la afirmación del **Ministerio de Salud**? Justifique R/ Si
6. Se realiza un estudio para estimar el porcentaje de ciudadanos de un pueblo de una zona urbana que están a favor de que el agua se trate con flúor. ¿De qué tamaño debe ser la muestra si se desea tener una confianza de al menos el 96 % de que el error en la estimación sea menor que 0,005? R/ 42 179
7. Suponga que se quiere estimar la proporción de estudiantes del **TEC** que son solteros, encontrando un intervalo de confianza de 94 % que tenga un radio no mayor que 0,04. ¿De qué tamaño debe ser la muestra si una muestra preliminar de 54 estudiantes contiene 51 solteros?
8. Una multinacional está estudiando la posibilidad de instalar un nuevo sistema de producción. Antes de hacerlo, decide consultar a sus trabajadores. No se tiene ninguna referencia previa acerca de la opinión de sus empleados. Si se desea una confiabilidad en la encuesta de 99 % con un error máximo del 4 %, ¿cuál debe ser el tamaño de la muestra? R/ 1 033
9. Seguidamente se presenta una muestra de notas obtenidas en el examen de admisión 2021 de la **CET**:

72	87	28	55	92	75	83	70	30
60	53	91	90	70	70	70	55	85

Con base en estos datos, el rector de la universidad determinó de manera correcta un IC para el porcentaje de estudiantes que aprobaron el examen (se aprueba con 70), el cual corresponde a]0,448889, 0,88444[El IC que halló el rector es muy grande. ¿De qué tamaño debe ser la muestra si se desea tener una confianza del 90 % para estimar el porcentaje de estudiantes que aprobaron el examen con un error de estimación menor que 0,05? R/ 241

10. Al estimar una proporción p se toma una muestra de tamaño n y se obtiene una proporción observada \hat{p} . Si $n\hat{p} \geq 5$ y $n\hat{q} \geq 5$ y se halla un IC del 90 % para p igual a $]0,143784, 0,30692[$.

a) Halle el valor de \hat{p} aproximado.

R/ 0,225352

b) Determine el tamaño aproximado de la muestra utilizada para hallar el IC.

R/ 71

11. Al estimar una proporción p se toma una muestra de tamaño n y se obtiene una proporción observada \hat{p} . Si $n\hat{p} \geq 5$ y $n\hat{q} \geq 5$ y se halla un IC del 95 % para p igual a $]0,272, 0,628[$.

a) Halle el valor de \hat{p} aproximado.

R/ 0,45

b) Determine el tamaño aproximado de la muestra utilizada para hallar el IC.

R/ 31

12. Los siguientes datos corresponden a una muestra de notas obtenidas en el examen de un curso colegiado de matemática de una universidad.

84, 52, 70, 65, 97, 77, 44, 89, 72, 89, 50, 48, 90, 66, 86, 85

Con base en estos datos y sabiendo que el examen se aprueba con nota mayor o igual a 70, uno de los profesores del curso determinó, de manera correcta, que un intervalo de confianza para el porcentaje de estudiantes que aprobaron el examen corresponde a $]0,3764, 0,8736[$. Determine el nivel de confianza utilizado.

R/ 96 %

13. Al calcular un intervalo de confianza para una proporción, utilizando un tamaño de muestra $n = 100$ (donde $n\hat{p} \geq 5$ y $n\hat{q} \geq 5$), se obtiene que el IC viene dado por $]0,193393, 0,406607[$. Halle el nivel de confianza para el intervalo de confianza dado.

R/ 98 %

14. Al calcular un intervalo de confianza para una proporción, utilizando un tamaño de muestra $n = 100$ (donde $n\hat{p} \geq 5$ y $n\hat{q} \geq 5$), se obtiene que el IC viene dado por $]0,241272, 0,358728[$. Halle el nivel de confianza para el intervalo de confianza dado.

R/ 80 %

15. Con base en un estudio del departamento de admisión y registro de una universidad estatal se determinó el intervalo de confianza para el porcentaje de estudiantes que están a gusto con los horarios de los cursos impartidos en una sede regional durante el segundo semestre del año anterior. El intervalo de confianza del 95 % para una muestra aleatoria de 800 estudiantes es $]0,044, 0,076[$. Si el intervalo fue calculado correctamente, determine el porcentaje muestral de estudiantes que no se encuentra a gusto con los horarios de los cursos impartidos en la sede regional durante el primer semestre del 2023.

R/ 94 %

16. En una muestra aleatoria de 85 soportes para el cigüeñal de un motor de automóvil, 10 tienen un terminado que es más rugoso de lo que las especificaciones permiten.

a) Encuentre un intervalo de confianza de 95 % para la proporción de soportes que no cumplen las especificaciones de rugosidad permitidas.

R/ $]0,8138, 0,9508[$

b) ¿De qué tamaño debe ser la muestra si se desea encontrar un intervalo de confianza de 95 % cuyo radio no sobrepase a 0,05?

R/ 160

17. En un reciente estudio en Estados Unidos se consultó que *si en una familia la esposa quiere tener hijos, pero el esposo no, ¿es correcto para el esposo negarse a tenerlos?*

De 598 personas encuestadas, 366 dijeron que sí, en tanto que 232 respondieron en forma negativa.

a) Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para la proporción de personas que están a favor de que el esposo debe tener hijos si la esposa así lo quiere.

R/ $]0,5792, 0,6448[$

b) ¿Cuántas personas debería encuestarse para que el IC de 90 % tenga radio menor a 0,02?

R/ 1 607

18. Un analista político indica que es evidente que el candidato **FCA** perderá las elecciones en la segunda ronda. Para esta ronda solo hay dos candidatos. Según el sondeo de intención de voto para la segunda ronda electoral realizado entre el 16 y el 23 de febrero de 2018 por estudiantes del **TEC**, se obtuvo que en una muestra de 1 372 que votarán en segunda ronda por alguno de los candidatos, 188 votarán por el candidato **FCA**.

a) Determine un intervalo de confianza de 95 % para la proporción de votantes que apoyarán al candidato **FCA** en las próximas elecciones. R/]0,1188, 0,1552[

b) ¿Apoya la afirmación del analista político? Justifique. R/ Sí

c) Determine el tamaño mínimo de la muestra que se requiere para estimar la proporción de votantes que apoyarán al candidato **FCA** en las próximas elecciones con un nivel de confianza del 96 % y un error máximo de 0,1. R/ 50

19. Se sospecha que una máquina de una cierta fábrica está fallando. Se sospecha que la proporción de artículos defectuosos que construye la máquina es del 12 %. En una muestra de 140 artículos, se encontró que 10 estaban defectuosos.

a) Construya un IC de 95 % para la proporción de artículos defectuosos que fabrica la máquina.

b) ¿Existe evidencia que apoye la sospecha? Justifique.

c) ¿Cuánto debe ser el tamaño de la muestra si se quiere un IC de 95 % con radio menor que 0.01?

20. Una muestra aleatoria de 50 estudiantes da los siguientes resultados:

	Mujeres	Hombres
San José	12	9
Otras provincias	10	19

- a) Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la proporción de estudiantes de otras provincias. R/]0,4431, 0,7165[
- b) El rector afirma que la mitad de los estudiantes no provienen de San José ¿Aceptaría la afirmación? Justifique su respuesta. R/ Sí.
- c) Determine el tamaño de la muestra si se quiere un intervalo de confianza del 95 %, con un radio menor al 3 %. R/ 1 040

Intervalo de confianza para una varianza

1. Considere una población que se distribuye en forma aproximadamente normal. Se toma una muestra que resulta en los valores 85, 60, 70 y 50. Encuentre un intervalo de confianza de 99 % para la desviación estándar de la población. R/]7,2173, 96,5626[
2. Se está investigando el tiempo que una computadora tarda en ejecutar cierto programa. Para eso se ejecuta el programa seis veces bajo distintas cargas del sistema operativo, y se miden los siguientes tiempos: 175, 178, 172, 182, 179 y 167, en centésimas de segundo. Encuentre un intervalo de confianza de 90 % para la desviación estándar de los tiempos de ejecución, suponiendo que ellos se distribuyen normalmente. R/]3,6252, 11,2702[
3. Se quiere estimar el valor de la desviación estándar poblacional de una variable aleatoria. Para esto, se toma una muestra de tamaño 25 y se obtiene una varianza muestral de 10. Determine un IC del 95 % para la desviación estándar poblacional. R/]2,4691, 4,3992[
4. Se quiere estimar el valor de la desviación estándar poblacional de una variable aleatoria. Para esto, se toma una muestra de tamaño 25 y se obtiene una varianza muestral de 56. Determine un IC del 95 % para la desviación estándar poblacional. R/]5,8432, 10,4104[
5. Los tiempos de reacción, en milisegundos, de 17 sujetos ante 15 estímulos fueron:

448	460	514	488	592	490	507	513	492
534	523	452	464	562	584	507	461	

Suponiendo que el tiempo de reacción sigue una distribución normal. Determine un IC del 90 % para la desviación estándar de los tiempos de reacción. R/]34,2003, 62,1549[

6. Una máquina dispensadora de refrescos, cuando está bien ajustada, llena los vasos con una desviación estándar menor a 5 ml. Si se observan diez vasos con contenidos de

261, 273, 265, 268, 263, 266, 258, 264, 251 y 271 (todos en ml)

- a) Determine un intervalo de confianza del 90 % para la desviación estándar de los contenidos. Suponga que los contenidos se distribuyen normalmente. R/]4,6510, 10,4914[
- b) ¿Se puede concluir que esta máquina está desajustada? Justifique. R/ Sí

7. Las duraciones de ocho baterías cargadas de una computadora marca **Dutec** son

151, 153, 175, 134, 170, 172, 156, 114 (todos en minutos)

Suponga que las duraciones de las baterías **Dutec** se distribuyen normalmente.

- a) Encuentre un IC del 90 % para la desviación estándar poblacional. R/]14,6736, 37,3830[
- b) ¿Es razonable suponer que la desviación estándar de las duraciones de las baterías **Dutec** es 15 minutos? Justifique. R/ Sí
- c) ¿Considera razonable indicar que la desviación estándar de las duraciones de las baterías **Dutec** es inferior a media hora? Justifique su respuesta. R/ Sí
8. Para controlar la variabilidad del peso de las bolsas de frijol que se empacan en una planta industrial, el gerente toma una muestra de 30 bolsas y obtuvo una desviación estándar de 0,85 kilogramos.
- a) Halle un intervalo de confianza del 90 % para la desviación estándar del peso de la bolsa de frijol. R/]0,7017, 1,0877[
- b) ¿Es razonable suponer que la desviación estándar de los pesos de las bolsas de frijol es de 0,8 kilogramos? Justifique su respuesta. R/ Sí
9. Para estimar una desviación estándar de una variable aleatoria X se halló el siguiente IC del 98 % utilizando una muestra aleatoria específica de tamaño 15:]0,120105, 0,751004[. Para hallar el IC se supuso que X sigue una distribución normal. Determine la variación muestral observada que se utiliza en el cálculo del IC dado. R/ 0,5
10. En una muestra de 36 naranjas maduras obtenidas de una plantación se determinó que la desviación estándar muestral de los pesos era de 10 gramos. Si se sabe que un intervalo de confianza para la desviación estándar poblacional es]7,8126, 13,7513[, en gramos, ¿cuál es el nivel de confianza que se utilizó para obtener este intervalo? R/ 100 %
11. Considere la población normal X con media μ y varianza σ^2 ; ambas desconocidas. En una muestra aleatoria de tamaño $n = 25$ se obtuvo una desviación estándar $s = 4$. Si a partir de estos datos, se obtuvo un intervalo de confianza para σ^2 de]10,5451, 27,7288[. Determine, aproximadamente, el nivel de confianza del IC hallado. R/ 90 %

12. En un determinado estudio estadístico se utilizó una muestra de 45 individuos, en la que se obtuvo una desviación estándar de 3,6. Para la estimación de la varianza poblacional se obtuvo el intervalo de confianza $[8,2993, 22,6754]$. Calcule el nivel de confianza utilizado en dicho estudio.
13. En un estudio estadístico, se determinó que el extremo superior del intervalo de confianza para estimar σ es 12,33369. Si se utilizó una muestra de 20 datos, en los que se obtuvo una desviación estándar de 9, determine el nivel de confianza utilizado en el estudio. R/ 90 %
14. Considere una población X tal que $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ Suponga que se desconoce la varianza poblacional σ^2 . Un IC para μ basado en muestras de tamaño 20 es $[26,5141, 33,4859]$ en unidades u , donde la varianza muestral observada en la muestra es de $50u^2$. Determine aproximadamente el nivel de confianza del IC. R/ 96 %
15. Se utiliza una muestra de 26 datos, en la que se obtuvo $s^2 = 25$ para calcular un intervalo de confianza para la varianza de una variable aleatoria normal X . Mediante un procedimiento correcto, se obtuvo que el extremo superior del intervalo es 47,6382. A partir de los datos dados, calcule el valor del centro del intervalo de confianza hallado. R/ 31,5073
16. Se utiliza una muestra de 26 datos, en la que se obtuvo $s^2 = 36$ para calcular un intervalo de confianza para la varianza de una variable aleatoria normal X . Mediante un procedimiento correcto, se obtuvo que el extremo superior del intervalo es 68,599. A partir de los datos dados, calcule el valor del centro del intervalo de confianza hallado. R/ 45,3706

17. Una persona denuncia ante la **Oficina del Consumidor** que el peso de una bolsa de azúcar **Blanco**, con peso indicado de 2 kg, suele ser muy variable. Ante esto, el inspector Moreno, de la Oficina del Consumidor, desea determinar si la desviación estándar del peso de estas bolsas es superior a 50 gramos y, si esto sucede, sancionar a la empresa **Blanco S.A.** En una muestra al azar de veinte bolsas de azúcar **Blanco** se observó una desviación estándar de 0,105 kg. A partir de estos datos el inspector Moreno obtuvo un IC para la variancia de los pesos de la bolsa de azúcar **Blanco**, igual a $[0,005788, 0,027444]$, en kg^2 . Suponga que los pesos de estas bolsas se distribuyen normalmente.

- a) Determine el nivel de confianza del IC encontrado por el inspector. R/ 0,98
- b) Determine el IC del 98 % para la desviación estándar de los pesos de la bolsa de azúcar **Blanco** R/ $[0,0760, 0,1165]$
- c) Según el criterio del inspector Moreno ¿debería la empresa **Blanco S.A.** recibir una sanción por parte de la Oficina del Consumidor? Justifique. R/ Sí

Estimación por intervalo para dos poblaciones

Intervalo de confianza para la diferencia de promedios

1. Se usan dos máquinas para llenar botellas de plástico con detergente líquido, denotadas máquina T y máquina M . Se sabe que las desviaciones estándar del volumen de llenado son 3 ml para la máquina T y 4,5 ml para la máquina M . Si una muestra de doce botellas llenadas por T y diez llenadas por M dan volúmenes promedio de 890 ml y 860 ml respectivamente.
 - a) Encuentre un intervalo de confianza de 95 % para la diferencia de promedios entre los volúmenes de llenado de las dos máquinas (suponga que las desviaciones estándar son iguales) R/]26,6506, 33,3493[
 - b) Encuentre un intervalo de confianza de 95 % para la diferencia de promedios entre los volúmenes de llenado de las dos máquinas (suponga que las desviaciones estándar no son iguales) R/]26,4533, 33,5466[
2. La pintura para autopista se suministra en dos colores: blanco y amarillo. El interés se centra en el tiempo de secado de la pintura; se sospecha que la pintura de color amarillo se seca más rápidamente que la blanca. Se obtienen mediciones de ambos tipos de pintura. Una muestra de tamaño ocho de pintura blanca dio un tiempo promedio de secado de 120 minutos con una desviación estándar de 10,7 minutos, mientras que una muestra de tamaño 10 de pintura amarilla dio un tiempo promedio de secado de 122 minutos con una desviación estándar de 6,5 minutos.
 - a) Encuentre un IC del 95 % para la diferencia entre los tiempos de secado promedio, suponiendo que las desviaciones estándar de éstos son iguales. Suponga que el tiempo de secado está distribuido de manera normal.
 - b) ¿Existe alguna evidencia que indique que la pintura amarilla se seca más rápidamente que la blanca? Justifique.

3. Un usuario de la empresa de servicio delivery llamada **Hubert Food** asegura que esta tiene un menor tiempo promedio de entrega en comparación con su competencia **Daddy Eats**. En una ciudad se registraron los tiempos de entrega durante un día de ambas empresas y se construyó la siguiente tabla.

Empresa	n	\bar{x} (min)	s (min)
Hubert Food	24	34	3,1
Daddy Eats	28	38	2,6

- a) Determine el IC del 95 % para la diferencia de promedios y suponga que las varianzas poblacionales son iguales. R/] – 5,5761, –2,4238[
- b) ¿Respaldan los datos la afirmación del usuario? Justifique su respuesta. R/ Sí

Utilice un nivel de confianza del 95 % y suponga que las varianzas poblacionales son iguales.

4. En una población se toma una muestra de 80 mujeres y en esta muestra se observa una estatura promedio de 155 cm, con una desviación estándar de 15 cm. También se toma otra muestra de estaturas de 60 hombres, observando en ésta una estatura promedio de 165 cm, con una desviación estándar de 12 cm.

- a) Determine un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia entre la estatura media de los hombres y la estatura media de las mujeres, suponiendo que las varianzas poblacionales son iguales. R/] – 74,2856, 54,2856[
- b) Basado en dicho intervalo, ¿puede aceptarse que la estatura media de los hombres es mayor que la estatura media de las mujeres? Explique. R/ No

5. La oficina del consumidor desea determinar si hay diferencia entre el peso promedio de dos tipos de bolsas de arroz A y B , que se venden con peso nominal de dos kilos. Para ello se realizó una inspección y se obtuvieron los siguientes datos:

Tipo	Tamaño de muestra	Media muestral (\bar{x})	Desv. est. muestral (s)
A	50	2,05 kg	0,2 kg
B	45	1,97 kg	0,12 kg

- a) Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para las diferencias de peso promedio de la bolsa de arroz A y el peso promedio de la bolsa de arroz B . R/]0,0144, 0,1455[
- b) ¿Considera que el peso promedio de la bolsa de arroz A es diferente al peso promedio de la bolsa de arroz B ? Justifique su respuesta. R/ Sí
6. Un equipo de fútbol S de primera división ha mostrado por lo general un mejor rendimiento histórico que un equipo L . Un entrenador ha indicado que lo anterior se debe a que el equipo S ha tenido jugadores que en promedio son más jóvenes que los jugadores de L . Para investigar esta afirmación, se tomaron algunos jugadores al azar de cada equipo de las últimas seis temporadas y se registró su edad.

L	32	28	26	24	26	28	26	20	21	27	26	28	25
S	30	24	26	23	25	23	24	31	23	22	21	20	22

Suponga que las edades de los jugadores que han estado en cada equipo se distribuyen normalmente.

- a) Suponiendo que las varianzas de las edades de los equipos son iguales, determine un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de los promedios de las edades en los equipos. R/] - 0,5132, 4,5022[
- b) ¿Apoyaría la afirmación del entrenador? Justifique su respuesta. R/ No

7. Considere una población A con media poblacional μ_A desconocida y con variancia poblacional $8,1^2$. Considere también una población B con media poblacional μ_B desconocida y variancia poblacional $6,7^2$. Suponga que X_A y X_B siguen distribuciones normales para muestras de tamaños respectivos n y $3n$. ¿De qué tamaños deben ser las muestras para encontrar un intervalo de 96 % de confianza para $\mu_A - \mu_B$ con radio igual a 2? R/ 85
8. Un IC del 90 % para la diferencia de promedios $\mu_1 - \mu_2$ es $]165,5, 192,9[$. Suponga que σ_1 y σ_2 son conocidos. Si las muestras utilizadas en el cálculo del IC son ambas de tamaño 50, determine el valor $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ observado en las muestras y el valor aproximado de $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$.
9. Para dos poblaciones normales con varianzas poblacionales $\sigma_1^2 = 25$ y $\sigma_2^2 = 100$ se decidió tomar muestras del mismo tamaño para construir un intervalo para estimar $\mu_1 - \mu_2$. Un cálculo correcto determinó que el tamaño mínimo de muestra debe ser 25, con un error menor a 3 unidades. Determine el valor aproximado para $\frac{\alpha}{2}$. R/ 0,0898
10. Se desea estimar la diferencia entre las resistencias a la tensión de dos marcas de cuerda. Una muestra de 15 cuerdas de la marca A da una resistencia promedio de 30 kg con una desviación estándar de 2,2 kg, mientras que una muestra de 18 cuerdas de la marca B da un promedio de 32 kg con una desviación estándar de 2,8 kg.
- a) Suponiendo que las variancias son iguales, calcule un intervalo de confianza de 95 % para la diferencia entre las resistencias.
- b) ¿De qué tamaño deberán ser las muestras para que el intervalo de confianza de 95 % tenga radio no mayor que 1 kg?

11. Se sabe que el peso de los sacos de cemento de dos marcas A y B siguen distribuciones normales con medias desconocidas y desviaciones estándar poblacionales $\sigma_A = 4$ kg y $\sigma_B = 5$ kg, respectivamente. Pese a que ambas marcas reportan en sus sacos el mismo peso, un investigador piensa que los de la marca A tienen mayor peso que los de la marca B , por lo que hace un estudio tomando muestras aleatorias de ambos tipos de sacos. Según su estudio, en una muestra de 50 sacos de cemento de la marca A , se obtuvo un peso promedio de 49,8 kg, mientras que en una muestra de 40 sacos de la marca B el peso promedio fue de 47,5 kg.

- a) Determine un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia entre el peso medio de los sacos de cemento de la marca A y los de la marca B . R/]0,3947, 4,2052[
- b) Considera usted que la evidencia respalda (con un nivel de confianza del 95 %) lo que pensaba el investigador? Justifique su respuesta. R/ Sí
- c) Determine el tamaño mínimo de la muestra que se requiere para calcular un intervalo de confianza del 96 % para la diferencia entre las proporciones de sacos de cada marca que tienen un peso menor al reportado, si se desea que el error (radio del intervalo de confianza) sea menor a 0,1. R/ 17 294

Intervalo de confianza para la diferencia de proporciones

- En una encuesta realizada en 2020, se encontró que 22 de 110 encuestados eran fumadores regulares. Una encuesta similar realizada en 2023 dio 12 fumadores entre 90 encuestados. Encuentre un intervalo de confianza de 95 % para la diferencia de proporciones.
- Al estudiar 300 personas de la ciudad A , 128 prefieren el jabón X sobre las demás marcas de jabones desodorantes. En la ciudad B , 49 de 400 personas lo prefieren. Obtenga el intervalo de confianza del 95 % para estimar la diferencia de proporciones de personas que prefieren el jabón X entre las ciudades A y B
- Se comparan las proporciones de piezas defectuosas producidas por dos máquinas y se reúnen los siguientes datos:

Máquina 1	10 piezas defectuosas de 150.
Máquina 2	14 piezas defectuosas de 150

Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para estimar la diferencia de proporciones de piezas defectuosas entre las máquinas.

R/] – 0,0778, 0,0248[

- Zapatos Únicos** desea abrir una tienda exclusiva de su calzado en una de las ciudades A o B , las cuales tienen cantidades de habitantes similares. El gerente asegura que la tienda se debe abrir en A pues el porcentaje de habitantes de esa ciudad que utilizan este calzado es mayor, con respecto al porcentaje en la ciudad B . En un encuesta se reunieron los siguientes datos:

Ciudad A	23 de 120 habitantes utilizan el calzado.
Ciudad B	19 de 130 habitantes utilizan el calzado.

- Encuentre un intervalo de confianza del 96 % para la diferencia de proporciones de habitantes que utilizan este calzado, entre las ciudades A y B .

R/] – 0,0517, 0,0142[

- ¿Los resultados apoyan la afirmación del gerente? Justifique.

R/ No

5. Se cree que la osteoporosis está relacionada con el género. Para ello se elige una muestra de 100 hombres con más de 50 años y una muestra de 200 mujeres con más de 50 años. Se obtiene que 10 hombres y 40 mujeres padecen osteoporosis.
- a) Determine un IC del 95 % para la diferencia de proporciones entre hombres y mujeres mayores de 50 años que padecen de osteoporosis. R/] -0,1808, -0,0191[
- b) ¿Se puede concluir que la proporción de personas mayores de 50 años que padecen de osteoporosis es mayor en las mujeres que en los hombres? Justifique. R/ Sí
6. En una encuesta, en la ciudad *A* se encuentra que 160 de 250 ciudadanos están a favor de la reforma tributaria, y en la ciudad *B*; que 120 de 260 la apoyan.
- a) Halle un IC del 90 % para la diferencia de proporciones de apoyo a la reforma tributaria entre las dos ciudades.
- b) ¿Considera que la proporción de ciudadanos que apoyan la reforma tributaria de *A* es mayor, en por lo menos un 5 % a la proporción de ciudadanos que apoyan la reforma tributaria de *B*? Justifique.
7. En un reporte de la **CCSS** se contaron 16 hombres y 19 mujeres como casos positivos de coronavirus en el país, en muestras de 230 y 210 respectivamente.
- a) Halle un intervalo del 95 % para la diferencia de proporciones de casos positivos por coronavirus entre mujeres y hombres.
- b) ¿Puede concluirse que la proporción de casos positivos por coronavirus es mayor en mujeres que en hombres?
8. En una pequeña encuesta, de 40 ciudadanos de *A*, solo cinco votarán por Donald. En la ciudad *B*, siete de 45 ciudadanos lo prefieren. ¿De qué tamaño deben ser las muestras si se desea tener una confianza de al menos el 90 % para estimar la diferencia de porcentajes a favor de Donald entre ambas ciudades, con un radio menor a 0,1? R/ 66
9. Se quiere estimar la diferencia entre la proporción de personas albinas de Europa y la proporción de personas albinas de América. ¿De qué tamaños deben ser las muestras para obtener un intervalo de confianza del 95 % con radio no mayor que 0,03? R/ 2 135

10. Un estudio reveló que una muestra aleatoria de 600 hombres casados y 400 hombres solteros, el intervalo de confianza para la diferencia de proporciones entre hombres casados con respecto a los hombres solteros que prefieren los deportes extremos corresponde a $[0,19, 0,31]$, con un 95 % de confianza. Sabiendo que 300 hombres casados prefieren los deportes extremos ¿de cuánto es la cantidad de hombres solteros que prefieren los deportes extremos?

R/ 100

11. Actualmente existe un proyecto de ley sobre ajuste tributario. En una encuesta, en la ciudad A se encuentra que 164 de 250 ciudadanos están a favor del proyecto, y en la ciudad B ; que x de 240 lo apoyan. Con estos datos, se obtuvo un IC para la diferencia de proporciones de apoyo al proyecto entre las dos ciudades (la proporción en A menos la proporción en B), este es $]0,0709767, 0,216023[$

a) Calcule el valor de x

R/ 123

b) Determine el nivel de confianza del IC dado.

R/ 10 %

12. Se realizó un pequeño estudio para analizar qué porcentaje de estudiantes de la carrera de Ingeniería en Computación de la **UNAS** realizan actividad física para cuidar su salud. En una encuesta realizada a 50 estudiantes (20 hombres y 30 mujeres), se obtiene que de los hombres solo 7 realizan actividad física. De acuerdo con los datos, un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia entre la proporción de hombres que realizan ejercicio y la proporción de mujeres que realizan ejercicio es: $] -0,6241, -0,0758[$.

a) Determine el número de mujeres encuestadas que realizan ejercicio.

R/ 21

b) Considera aceptable indicar que el porcentaje de mujeres estudiantes de **UNAS** que realizan ejercicio, es mayor que el porcentaje de estudiantes varones.

R/ Si

13. Un especialista en genética está interesado en la proporción de hombres y mujeres de una población que tienen un leve desorden sanguíneo. En una muestra aleatoria de 860 hombres, 215 presentaron esta afección, mientras que en otra muestra de 800 mujeres, 216 de ellas la padecían.
- Calcule un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia entre las proporciones de hombres y mujeres que sufren este desorden sanguíneo.
 - ¿Hay evidencia de que la proporción de hombres que padecen esta afección es mayor que la proporción de mujeres? Justifique.
 - ¿De qué tamaño deberían ser las muestras de mujeres y de hombres para reducir a la mitad el radio del intervalo de confianza calculado?

Intervalo de confianza para el cociente de varianzas

1. Los siguientes datos representan los tiempos de duración de las películas que producen dos compañías cinematográficas:

Compañía	Tiempo (minutos)
A	103, 94, 110, 87, 98
B	97, 82, 123, 92, 175, 88, 118

Al calcular un intervalo de confianza del 90 % para la diferencia entre los tiempos promedio de las películas que producen las dos compañías, suponiendo que las duraciones se distribuyen normalmente, es importante saber si las varianzas se consideran iguales o distintas. Construya un intervalo de confianza del 90 % para el cociente de las varianzas con el fin de tomar tal decisión.

2. Suponga dos poblaciones X y Y que siguen una distribución normal con varianzas σ_1^2 y σ_2^2 , respectivamente. De la población X se toma una muestra de tamaño 18 con una varianza muestral de 30,25, mientras que de la población Y , la muestra tomada fue de 24 con varianza muestral de 15,2. Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para el cociente de desviaciones $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$.

R/]0,9755, 2,0918[

3. Las estaturas (en cm) de seis niños de segundo y de cuarto grado se indican en la siguiente tabla:

Segundo	121	115	118	122	119	118
Cuarto	135	132	130	136	135	133

- a) Encuentre un intervalo de confianza para el cociente de las varianzas de las estaturas de ambas poblaciones.
- b) ¿Puede suponerse que las varianzas de las estaturas son iguales en segundo y en cuarto grado? Justifique.

4. En una muestra de 91 estudiantes de **Cálculo y Álgebra Lineal**, las notas del primer examen parcial tuvieron un promedio de 65,4 con una desviación estándar de 15,1, mientras que las del segundo parcial tuvieron un promedio de 72,5 con una desviación estándar de 19,7.
- a) Calcule un intervalo de confianza del 90 % para el cociente de las desviaciones estándar de las notas del primer parcial y las del segundo parcial.
- b) ¿Es razonable suponer que las varianzas son iguales? Justifique.
5. Suponga que los pesos de los estudiantes hombres del **TEC** siguen una distribución normal al igual que los pesos de las estudiantes. Una muestra de estudiantes del **TEC** contiene 61 hombres y 31 mujeres. En la muestra, los pesos de los hombres tienen una desviación estándar de 8,79 kg, y los de las mujeres una desviación estándar de 8,52 kg.
- a) Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para el cociente de las desviaciones estándar. R/]0,7407, 1,3899[
- b) ¿Es razonable suponer que las desviaciones estándar poblacionales son iguales? Justifique. R/ Sí
6. Una entidad acreditadora consultó a dos universidades sobre el tiempo (en años) que tardaban los estudiantes en finalizar la carrera de **Enseñanza de la Matemáticas**, las universidades proporcionaron los siguientes datos:

Universidad	Tamaño muestra	Media muestral (\bar{x})	Desv. muestral (s)
Universidad 1	19	6,1 puntos	1,119 puntos
Universidad 2	26	5,44 puntos	1,083 puntos

- a) Si se supone que las duraciones siguen una distribución normal, determine un intervalo de confianza del 90 % para el cociente de varianzas de las duraciones en años de los estudiantes entre la **Universidad 1** y **Universidad 2**.
- b) ¿Se puede suponer que las varianzas son iguales? Justifique.

7. Como estrategia para la contención del coronavirus se ha sugerido la utilización de teletrabajo. Para conocer la situación actual al respecto, se tomaron dos muestras de empleados según el sector laboral al que pertenecen (público o privado) y se les consultó sobre las horas semanales que dedican a trabajar en esta modalidad, como se muestra en la tabla:

Sector	<i>n</i>	\bar{x}	<i>s</i>
Público	31	12	2,5
Privado	61	8	2

- a) Calcule un intervalo de confianza del 95 % para el cociente de las varianzas de las horas semanales de teletrabajo entre los sectores público y privado.
- b) ¿Es razonable suponer que las varianzas de las horas semanales de teletrabajo pueden considerarse iguales en los sectores público y privado? Justifique.? Justifique.
8. El **Instituto del Consumidor** desea comparar la variabilidad en la cantidad de cierto componente químico de un medicamento elaborado por las compañías *A* y *B*. Ambos medicamentos se distribuyen en forma de tabletas y contienen en promedio 250 mg del componente químico. En una muestra de 26 tabletas de cada compañía se encontraron las desviaciones estándar de 1,25 mg y 1,18 mg en la cantidad del componente químico para cada compañía, respectivamente. Suponga que las cantidades de componente químico en las tabletas para ambos medicamentos se distribuyen normalmente.

a) Determine un intervalo de confianza del 95 % para $\frac{\sigma_A}{\sigma_B}$

R/]0,7090, 1,5820[

b) ¿Aceptaría que $\sigma_A > \sigma_B$? Justifique.

R/ No

9. Un artículo publicado en el **Journal of Testing and Evaluation** presenta las siguientes 10 mediciones del tiempo de combustión residual (en segundos) de dos especímenes distintos tratados en la ropa de dormir para niños.

Especimen 1	9,83	9,62	9,74	9,99	9,88	9,95	9,95	9,93	9,92	9,89
Especimen 2	9,85	9,93	9,75	9,77	9,67	9,87	9,67	9,94	9,85	9,75

Suponga que ambas poblaciones de especímenes se distribuyen normalmente.

- a) Encuentre un intervalo de confianza del 96 % para la desviación estándar del tiempo de combustión residual entre el especimen 1 y el especímen 2.
- b) ¿Es razonable suponer que la desviación estándar entre el especimen 1 y el especímen 2 es igual a 2? Justifique.
10. El curso de **Probabilidad** es impartido tradicionalmente por dos profesores *A* y *B*. Se tiene que 25 de los estudiantes del profesor *A* tienen una nota final promedio de 75,1 con una desviación estándar de 4,52, mientras que 30 estudiantes del profesor *B* tienen un promedio de 71,5 con una desviación estándar de 3,02. Suponga que ambas notas siguen una distribución normal.
- a) Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para el cociente de las desviaciones estándar (profesor *B* entre profesor *A*) de las notas obtenidas por ambos profesores.
- b) ¿Hay evidencia para suponer que las varianzas son iguales? Justifique.

11. En cierta especie vegetal las plantas con flores blancas parecen tener una mayor floración que las flores rojas. Suponga que ambas poblaciones de flores se distribuyen normalmente. Se contó el número de flores en varias plantas reuniéndose los datos siguientes:

Flor	n	$\sum x$	$\sum(x - \bar{x})^2$
Roja	32	2 253	32 462
Blanca	35	5 157	58 600

- a) Determine un intervalo de confianza del 95 % para la estimación de la razón de las dos varianzas.
- b) ¿Puede afirmarse que las flores blancas tienen mayor varianza que las flores rojas? Justifique.

Ejercicios combinados de estimación por intervalo

1. Un profesor asegura que el promedio de calificación de los estudiantes en el primer parcial del curso de **Estadística** es 85 y presenta los siguientes datos (tomados de una muestra aleatoria de 16 estudiantes).

87, 90, 88, 76, 74, 70, 100, 95, 65, 92, 78, 87, 82, 50, 89, 89

- a) Determine un intervalo de confianza del 90 % para la calificación promedio de los estudiantes del curso. Suponga que las calificaciones se distribuyen de forma normal en la población estudiantil. R/]76,4402, 87,5597[
 - b) Determine un intervalo de confianza del 98 % para la proporción poblacional de los estudiantes del curso que obtuvieron una nota superior a 85. R/]0,2739, 0,8510[
2. Los siguientes datos corresponden a los puntos acumulados en los inicios de temporada de equipos de fútbol de la región de **CONCACAF**:

19, 10, 7, 6, 6, 4, 16, 11, 10, 9, 6, 5, 8, 5, 7, 12, 18

- a) Realice una estimación por intervalo, con una confianza del 98 %, para el puntaje promedio de los equipos de fútbol en esta región en el inicio de temporada.
- b) Si se considera que un buen arranque es llevar al menos 9 puntos en este momento, calcule un intervalo del 95 % de confianza para la proporción de equipos en esta zona con un buen arranque de temporada.

3. Se considera que actualmente los trabajadores, debido a sus ocupaciones, dedican poco tiempo a bañarse antes de ir su trabajo. Un médico señala que una persona se baña un tiempo saludable si toma al menos 15 minutos en esta actividad. Seguidamente se presentan los tiempos en minutos que tardan quince personas, tomadas al azar de la ciudad C , en bañarse antes de ir al trabajo:

10, 6, 8, 7, 10, 11, 15, 20, 17, 17, 16, 5, 12, 8, 9

- a) Determine un IC del 90% para el promedio en minutos que tardan en bañarse las personas de la ciudad C que laboran. R/]9,3174, 13,4825[
- b) Según el criterio del médico ¿considera que las personas de la ciudad C que laboran, en promedio dedican un tiempo saludable a bañarse? Justifique. R/ No
- c) Determine un IC del 95% para la proporción p de personas de la ciudad C que dedican un tiempo saludable a bañarse antes de ir al trabajo. R/]0,0947, 0,5718[
- d) ¿Considera que el intervalo de confianza hallado en el inciso anterior es muy grande? Justifique su respuesta. R/ Sí
- e) Determine el tamaño de la muestra necesaria para obtener un IC del 95% para la proporción p con un radio menor a la cuarta parte del radio del IC hallado en c), sin importar el verdadero valor de p . R/ 271

4. Los siguientes datos corresponden a los tiempos en minutos de una muestra aleatoria de nuevos dispositivos (muy costosos) de las computadoras **Peach** sometidos a calentamiento extremo hasta que se destruyen:

19, 10, 7, 6, 6, 4, 16, 11, 10, 9, 6, 5, 8, 5, 7, 12, 18

- a) Para estimar el tiempo medio de resistencia de estos dispositivos se construyó, correc-tamente, el intervalo $]6,482055, 12,223827[$. Determine el nivel confianza utilizado para hallar el intervalo de confianza dado.

R/ 98 %

- b) Otra empresa quiere hacer un estudio similar en este dispositivo y establece que un tiempo de resistencia es aceptable si este es de al menos 7 minutos. Determine el tamaño mínimo de muestra si se quiere estimar la proporción de dispositivos con una resistencia aceptable, con 95 % de confianza y un error máximo de estimación de 0,1. Realice este cálculo de dos formas: considerando la información de la muestra de **Peach** y sin ninguna referencia. Además, explique ampliamente cuál de los tamaños de muestra conviene establecer para este nuevo estudio.

R/ 88, 97 y 88

5. A continuación, se muestran las calificaciones obtenidas en un examen de personalidad por dos muestras de 9 hombres solteros y 9 hombres casados:

Solteros	88	77	82	62	80	78	71	72	68
Casados	73	77	67	74	74	71	71	64	72

Suponiendo que estos datos se pueden considerar como muestras aleatorias tomadas de dos poblaciones normales.

- a) Determine un intervalo de confianza del 95 % para el cociente de varianzas entre las dos muestras.

R/ $]0,0553, 1,0880[$

- b) ¿Se puede considerar que la varianza de las calificaciones de los hombres solteros es igual a la de los hombres casados? Justifique.

R/ Sí

- c) Según lo obtenido en b), determine un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de medias de las calificaciones obtenidas por los hombres.

R/ $] -2,3329, 10,1107[$

6. Un profesor considera que el rendimiento promedio (nota promedio) de los estudiantes de Computación en el curso de **Matemática Elemental** es superior en al menos 9 puntos al rendimiento promedio de los estudiantes de otras carreras. Para analizar esto se tomó una muestra de estudiantes que cursaron el curso el año pasado, obteniendo:

Estudiantes	Tamaño muestra	Rend. promedio (\bar{x})	Desv. est. (s)
Computación	19	78 puntos	4,3 puntos
Otras carreras	17	65 puntos	4,7 puntos

Suponga que el rendimiento en el curso de **Matemática Elemental**, tanto en Computación como en otras carreras, se distribuye normalmente.

- a) Encuentre un intervalo de confianza de 90 % para el cociente de las varianzas de las notas de ambos tipos de estudiantes. R/]0,5309, 2,7502[
- b) ¿Se puede suponer que las varianzas poblacionales son iguales? Justifique. R/ Sí
- c) Encuentre un intervalo de confianza de 95 % para la diferencia entre los promedios de las notas de ambos tipos de estudiantes. R/]9,9519, 16,0481[
- d) ¿Considera aceptable la afirmación del profesor? Justifique. R/ Sí

7. Se resumen los resultados obtenidos en un examen de bachillerato de **Matemáticas** para una muestra de estudiantes de las provincias A y B

Provincia	Tamaño muestra	Nota promedio (\bar{x})	Desv. est. (s)
A	31	56,3 puntos	4,3 puntos
B	31	61,2 puntos	5,7 puntos

- a) Determine un intervalo de confianza del 90 % para el cociente de la varianza de las notas obtenidas por estudiantes de B y la varianza de notas obtenidas por los estudiantes de A . R/]0,9544, 3,2349[
- b) ¿Es razonable suponer que las varianzas poblacionales son iguales? Justifique. R/ Sí
- c) Determine un intervalo de confianza del 90 % para la diferencia entre los promedios de las notas de ambos tipos de estudiantes. R/] - 7,0095, -2,7904[
- d) ¿Considera aceptable indicar que la nota promedio de los estudiantes de B es superior en más de dos puntos a la nota promedio de los estudiantes de A ? Justifique. R/ Sí

8. Se desea investigar la duración de dos tipos A y B de baterías AA no recargables, las cuales tienen precios similares. Un estudiante que utiliza mucho baterías AA señala que la duración promedio de las baterías A supera en más de diez minutos a la duración promedio de las baterías B . Se tomaron muestras de duraciones de ambos tipos de baterías. La información se resume en la siguiente tabla:

Batería AA	Tamaño muestra	(\bar{x})	(s)
Tipo A	21	5,3 horas	0,8 horas
Tipo B	19	5,1 horas	0,6 horas

Suponga que las duraciones siguen una distribución normal para ambos tipos de baterías.

- a) Encuentre un IC del 90 % para el cociente de las desviaciones estándar de las duraciones entre tipos de baterías. R/]0,5113, 1,1101[
- b) ¿Puede suponerse que las varianzas son iguales? Explique. R/ Sí
- c) Determine un IC del 90 % para la diferencia de duraciones promedio de las baterías entre tipo A y tipo B . R/] - 0,1802, 0,5802[
- d) ¿Es aceptable la afirmación del estudiante? Justifique. R/ No

9. En una expoAuto se promocionó el modelo 2022 del automóvil **PRtric** como más autónomo (mejor rendimiento promedio) que el modelo del año anterior. En la expoAuto 2023 se presentan los datos de algunos automóviles escogidos de manera aleatoria, como evidencias de la mejora en la autonomía del modelo **PRtric** 2022.

	<i>n</i>	\bar{x} (km por carga)	<i>s</i> (km por carga)
2021	24	340	3,1
2022	28	380	2,6

a) Verifique que, con una confianza del 94 %, las varianzas poblacionales sobre el rendimiento de los automóviles modelos 2021 y 2022 pueden suponerse iguales y justifique su respuesta.

R/]0,6653, 3,1134[

b) Halle un intervalo del 94 % para la mejora de la autonomía del modelo **PRtric** 2022 respecto al modelo 2021.

R/]38,4791, 41,5208[

c) ¿Respaldan los datos la afirmación sobre la mejora de la autonomía del modelo **PRtric** 2022 respecto al modelo 2021 con un nivel de confianza del 94 %?

R/ Sí

10. La **Universidad Bienestar Seguro** tiene dos fórmulas para el examen de admisión que pretende utilizar durante los próximos tres años, sin embargo, un profesor de estadística de esa universidad afirma que la fórmula *A* va a tener mejor rendimiento promedio que la fórmula *B*. Ante esto, la institución aplicó las fórmulas a un grupo de estudiantes y obtuvo los siguientes resultados:

Fórmula	Tamaño muestra	Media muestral (\bar{x})	Desv. muestral (s)
<i>A</i>	21	65	24
<i>B</i>	17	63	15

Suponga que las notas de ambos formularios siguen una distribución normal.

- a) Encuentre un IC del 90 % para el cociente de las varianzas de las notas obtenidas en las fórmulas de examen. R/]0,1788, 0,8890[
- b) ¿Puede suponerse que la varianza de las notas de *A* es igual a la varianza de notas de *B*? Explique. R/ No
- c) Encuentre un IC del 95 % para la diferencia de promedios entre las notas de la fórmula *A* y la fórmula *B*. R/] - 10,9592, 14,9592[
- d) ¿Es aceptable la afirmación del profesor? Justifique. R/ No
11. El curso de probabilidad es impartido tradicionalmente por dos profesores *A* y *B*. Se tiene que 25 de los estudiantes del profesor *A* tienen una nota final promedio de 75,1, con una desviación estándar de 4,52 y 30 estudiantes del grupo *B* tienen un promedio de 71,5, con una desviación estándar de 3,02. Suponga que ambas notas siguen una distribución normal.

- a) Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para el cociente de las desviaciones estándar (profesor *B* entre profesor *A*) de las notas obtenidas por los grupos de ambos profesores. R/]0,4789, 0,9210[
- b) ¿Existe evidencia para suponer que las varianzas son iguales? R/ No
- c) Determine un intervalo del 90 % para la diferencia promedio entre las notas del grupo del profesor *B* y el profesor *A*

12. Se desea analizar la vida útil en años de dos marcas de refrigeradoras F y W . Un vendedor afirma que la vida útil promedio de las refrigeradoras marca F es menor en por lo menos tres años a la vida útil promedio de las refrigeradoras marca W . Se tomaron muestras de duraciones en años de ambas marcas de refrigeradoras y la información se muestra en el siguiente cuadro:

Refrigeradora	Tamaño de muestra	\bar{x}	s
F	21	12,4	2,3
W	18	9,6	2,8

- a) Determine un intervalo de confianza del 95 % para el cociente de las varianzas de la vida útil de ambas marcas de refrigeradoras. R/]0,2579, 1,7022[
- b) ¿Puede suponerse que las varianzas de ambas marcas de refrigeradoras son iguales? Explique. R/ Sí
- c) Determine un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de los promedios de las vidas útiles de las refrigeradoras entre la marca F y la marca W . R/]1,1457, 4,4543[
- d) ¿Considera aceptable la afirmación del vendedor? Justifique. R/ No

13. En una muestra de ocho parejas casadas se observaron las siguientes edades en años:

Esposo	25	33	36	42	49	55	68	73
Esposa	22	27	35	37	50	52	63	66

- a) Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para el promedio de diferencias de edades entre el esposo y la esposa de la población de parejas casadas de la que fue tomada la muestra. R/]1,3934, 5,8566[
- b) Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia entre el promedio de edad de los esposos y el promedio de edad de las esposas. R/] - 0,7433, 7,9933[

14. Las notas de diez estudiantes son:

Estadística	100	85	90	95	90	95	85	85	80	90
Probabilidad	70	30	30	73	60	75	65	60	40	55

Suponiendo que estos datos se pueden considerar como muestras aleatorias tomadas de dos poblaciones normales.

- a) Determine un intervalo de confianza del 95 % para el promedio de las diferencias entre la nota de probabilidad y estadística. R/]23,5777, 43,8222[
- b) Encuentre un IC del 95 % para la diferencia de promedios de notas de probabilidad y estadística. R/] - 40,6917, -26,7082[
- c) ¿Aceptaría que el rendimiento promedio en probabilidad es menor al rendimiento promedio en estadística? R/ Sí

15. En el grupo *A* hay 16 personas de las cuales 9 son mujeres, y en el grupo *B* hay 20 personas y 12 son mujeres.

- a) Determine un intervalo de confianza de 94 % para la diferencia de proporciones de hombres de los grupos. R/] - 0,2737, 0,3487[
- b) ¿Se puede afirmar que la proporción de hombres del grupo *A* es mayor que el del grupo *B*? Justifique. R/ No
- c) Se calculó un intervalo de confianza $IC =]0,27353, 0,85146[$ para la proporción de mujeres en el grupo *A*. Determine el nivel de confianza para el intervalo IC. R/ 98 %

16. Se desea hacer un estudio comparativo entre el número de visitantes a una sala de cine en el horario de 9:05pm de los días sábados y domingos. Se recolectaron los datos de 21 sábados con una varianza (s_S^2) de 31,17. Por otra parte, se contó con la información de 17 domingos de donde se obtuvo una varianza (s_D^2) de 70,56. Además, se determinó un intervalo de confianza del 90 % para $\frac{\sigma_D^2}{\sigma_S^2}$ de $]1,0365, 5,1512[$. Partiendo de la misma confianza usada para calcular el intervalo de confianza para el cociente de varianzas, se desea ahora estimar un intervalo de confianza para $\mu_D - \mu_S$, así, determine el valor de los grados de libertad *v* que se requiere para realizar el cálculo correspondiente. R/ 26,75

Ejercicios especiales

1. Considere la variable aleatoria X , asociada a una población dada, con media poblacional μ y varianza poblacional σ^2 . Si \bar{X} sigue una distribución normal para muestras de tamaño n y se conoce σ^2 . Demuestre que un intervalo de confianza del $(1 - \alpha)100\%$ para μ es:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

2. Considere la variable aleatoria X , asociada a una población dada, con media poblacional μ y varianza poblacional σ^2 . Si \bar{X} sigue una distribución normal para muestras de tamaño n y se desconoce σ^2 . Demuestre que un intervalo de confianza del $(1 - \alpha)100\%$ para μ es:

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2,v} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

donde $v = n - 1$ son los grados de libertad de la distribución t .

3. Considere una población dada con una proporción poblacional p . Si \hat{P} sigue una distribución normal para muestras de tamaño n , demuestre que para encontrar un intervalo de confianza de $(1 - \alpha)100\%$ para p con un radio menor o igual a r , el tamaño de la muestra debe cumplir:

$$n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\hat{p}\hat{q}}}{r} \right)^2$$

4. Considere la variable aleatoria X asociada a una población, que sigue una distribución normal con varianza poblacional σ^2 . Si s^2 es la varianza muestral observada en una muestra aleatoria de tamaño n , demuestre que un intervalo de confianza del $(1 - \alpha)100\%$ para σ^2 es:

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}} \right]$$

5. Considere la variable aleatoria X_1 asociada a una población 1, con media poblacional μ_1 y varianza poblacional σ_1^2 . Considere la variable aleatoria X_2 asociada a la población 2, con media poblacional μ_2 y varianza poblacional σ_2^2 . Suponga que X_1 y X_2 son variables independientes.

- a) Demuestre que $E(\bar{X}_i) = \mu_i$ y $Var(\bar{X}_i) = \frac{\sigma_i^2}{n_i}$, para $i = 1, 2, 3, \dots, n$ y n_i el tamaño de la muestra de $X_i = (X_{1i}, X_{2i}, X_{3i}, \dots, X_{ni})$
- b) Si \bar{X}_1 y \bar{X}_2 siguen una distribución normal para muestras de tamaño n_1 y n_2 , respectivamente, calcule $E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$ y $Var(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$

6. Considere la variable aleatoria X_1 asociada a una población 1, con media poblacional μ_1 y varianza poblacional σ_1^2 . Considere la variable aleatoria X_2 asociada a la población 2, con media poblacional μ_2 y varianza poblacional σ_2^2 . Suponga que X_1 y X_2 son variables independientes y suponga que se conocen σ_1 y σ_2 . Sabiendo que

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N(E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2), Var(\bar{X}_1 - \bar{X}_2))$$

Demuestre que un intervalo de confianza del $(1 - \alpha)100\%$ para $\mu_1 - \mu_2$ es:

$$\left[\bar{x}_1 - \bar{x}_2 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}, \bar{x}_1 - \bar{x}_2 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right]$$

7. Sea p_1 la proporción de éxitos en una población 1 y p_2 la proporción de éxitos de una población 2. Suponga que \hat{P}_1 y \hat{P}_2 siguen una distribución normal para muestras de tamaño $2n$ y $3n$, respectivamente.

Demuestre que para encontrar un intervalo de confianza de $100(1 - \alpha)\%$ para $p_1 - p_2$ con un radio menor o igual a r se debe cumplir que:

$$n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_1 q_1}{2} + \frac{p_2 q_2}{3}}}{r} \right)^2$$

8. Considere la población X_1 con media poblacional μ_1 y varianza poblacional σ_1^2 . Considere la población X_2 con media poblacional μ_2 y varianza poblacional σ_2^2 . Suponga que \bar{X}_1 y \bar{X}_2 siguen una distribución normal para muestras de tamaño n y $3n$ respectivamente, y se conocen σ_1 y σ_2 . Demuestre que para encontrar un intervalo de confianza del $(1 - \alpha)100\%$ para $\mu_1 - \mu_2$ con un radio menor o igual r , se debe cumplir que:

$$n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\sigma_1^2 + \frac{\sigma_2^2}{3}}}{r} \right)^2$$

9. Considere las poblaciones 1 y 2 que siguen una distribución normal con varianzas poblacionales σ_1^2 y σ_2^2 , respectivamente. Sean S_1^2 y S_2^2 las varianzas muestrales de muestras aleatorias independientes de tamaño n_1 y n_2 , tomadas de cada población, respectivamente. Demuestre que un intervalo de confianza del $(1 - \alpha)100\%$ para $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ es

$$\left[\frac{s_2^2}{s_1^2 \cdot f_{1-\alpha/2, v_1, v_2}}, \frac{s_2^2 \cdot f_{1-\alpha/2, v_1, v_2}}{s_1^2} \right]$$

donde $v_1 = n_1 - 1$ y $v_2 = n_2 - 1$ son los grados de libertad de la distribución F .

10. Considere las poblaciones 1 y 2 que siguen una distribución normal con varianzas poblacionales σ_1^2 y σ_2^2 , respectivamente. Sean S_1^2 y S_2^2 las varianzas muestrales de muestras aleatorias independientes de tamaño n_1 y n_2 , tomadas de cada población, respectivamente. Demuestre que un intervalo de confianza del $(1 - \alpha)100\%$ para $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ es

$$\left[\frac{s_1^2}{s_2^2 \cdot f_{1-\alpha/2, v_1, v_2}}, \frac{s_1^2 \cdot f_{1-\alpha/2, v_2, v_1}}{s_2^2} \right]$$

donde $v_1 = n_1 - 1$ y $v_2 = n_2 - 1$ son los grados de libertad de la distribución F .