

APROXIMANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCÍTICA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: MEDINDO O CONSUMO DIÁRIO DE ÁGUA

Silvana Cocco Dalvi - Instituto Federal do Espírito Santo, silvanaej@hotmail.com
Oscar Luiz Teixeira de Rezende - Instituto Federal do Espírito Santo, oscarltr@gmail.com

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo mostrar que a modelagem matemática na perspectiva sociocrítica possibilita explorar a articulação entre diferentes registros de representação semiótica contribuindo para a aprendizagem dos objetos matemáticos. Nessa perspectiva o tema para estudo deve ser extraído do contexto sociocultural dos alunos e não se ter de antemão estratégias para abordar o problema. Elas só serão conhecidas à medida em que o aluno desenvolve a investigação utilizando-se de registros semióticos como o da língua natural, numérico, figural, tabular e outros. Na prática desenvolvida com alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola localizada em Castelo, os alunos mediram o próprio consumo diário de água e o objeto matemático que emergiu dessa medição foi o número racional. De cunho qualitativo os instrumentos usados para a produção de dados foram as produções textuais dos alunos e gravações em áudio. As análises revelam que os procedimentos usados pelos alunos na medição do consumo de água propiciou a elaboração da atividade que estimulou a mobilização simultânea de registros semióticos do número racional. Advogamos que os encaminhamentos dados a prática da modelagem sociocrítica favorece o ensino da matemática que considera o funcionamento cognitivo do pensamento dos estudantes.

Palavras-chave: Educação matemática, Modelagem sociocrítica, Representação semiótica.

1.INTRODUÇÃO

A modelagem matemática é uma prática pedagógica que possibilita entrelaçar os problemas do contexto social, aparentemente uma situação não-matemática, aos conteúdos matemáticos estudados na escola. Os alunos trabalham com informações reais extraídas da realidade.

No cenário internacional, Kaiser-Messmer (1991) destacou duas discussões sobre modelagem matemática – a pragmática e a científico-humanista: a primeira estimula habilidades de resolução de problemas tendo em vista situações do dia a dia, e os conteúdos ensinados devem ser úteis à sociedade; a segunda considera a ciência matemática e sua estrutura como um guia indispensável para ensinar matemática, a qual não pode ser abandonada, e os conteúdos previstos no programa devem ser seguidos literalmente.

Barbosa (2001), ao revisar os conceitos de modelagem matemática caracterizados por Kaiser-Messmer (1991), argumenta que as correntes pragmática e científica mantêm o foco na matemática e sua aplicabilidade em resolver problemas de outras áreas do conhecimento e sugere uma terceira corrente, denominada modelagem matemática na perspectiva sociocrítica.

Nesse trabalho, descrevemos e analisamos uma prática de modelagem na perspectiva sociocrítica onde os alunos são convidados a responder com o olhar da matemática a questão desafiadora: Eu sou gastão de água? Para isso, utilizam-se de ferramentas matemáticas para medir o próprio consumo diário de água.

Propomos articular a prática da modelagem sociocrítica a teoria dos registros de representação semiótica (DUVAL, 2013) que versa, especialmente, o funcionamento cognitivo dos estudantes em atividades de matemática. Essa teoria está alicerçada nos termos da mudança de registros de representação semiótica.

Assim, num primeiro momento tratamos da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. Em seguida, abordamos a teoria dos registros de representação semiótica. Finalmente discutimos a prática de modelagem desenvolvida articulando aos registros de representações semióticas do número racional, objeto matemático que emergiu do processo de medição do consumo de água dos alunos e apresentamos nossas conclusões.

2.MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCRÍTICA

Barbosa (2004a), destaca que dois aspectos centrais devem ser considerados na prática da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. São eles:

- A referência num contexto real — Os temas para estudo devem ser extraídos do contexto sociocultural dos alunos. Devem constituir realmente um problema para eles, fazer parte do mundo-vida das pessoas.
- Esquemas não determinados previamente para abordar o problema — Como os procedimentos não são fixados de antemão, só os conhecem à medida que os alunos usam sua autonomia e investigam um possível caminho para solucionar o problema. Isso exige esforço intelectual.

Essa natureza “aberta” da modelagem leva à investigação, que é o trajeto para as indagações, levantamento de hipóteses, troca de informações, busca por soluções. O aluno é protagonista no processo ensino e aprendizagem de matemática assumindo a investigação que é imprevisível. Por esse prisma, Barbosa (2004b) considera que:

O ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta (BARBOSA, 2004b, p.75).

Nesse ambiente de modelagem problematizado e investigativo, os alunos devem ter oportunidade de expressar suas ideias, suas perspectivas sobre o mundo que os rodeia. Devem produzir discursos dialógicos indagando as variáveis e os diferentes pontos de vistas na construção do modelo matemático. O modelo matemático é uma criação humana e carece, portanto, de interpretação.

Silva e Kato (2012), elencaram quatro categorias que caracterizam a prática da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. São elas: a participação ativa dos alunos na construção do modelo, participação ativa do aluno na sociedade, utilização de problema não matemático da realidade e atuação do professor como mediador.

Nesse contexto, o conhecimento matemático não está pronto nem acabado, mas sendo reinventado pelos alunos que consideram os aspectos da realidade que são dinâmicos e estão em constantes transformações. O professor oportuniza os alunos a realizar a investigação não se prendendo ao “certo” ou “errado”, mas examinando as possibilidades de aprendizagem que surgem da prática da

modelagem na perspectiva sociocrítica.

3.A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A teoria dos registros de representação semiótica trata da aprendizagem do conhecimento matemático considerando a diversidade de representações semióticas de um mesmo objeto matemático. Duval (2013) destaca quatro tipos diferentes de registros conforme a figura 2:

Figura 2: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático (fazer matemático, atividade matemática)

	Representação discursiva	Representação não discursiva
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua natural associações verbais (conceituais) Forma de raciocinar: argumentação mediante observações, crenças...; <ul style="list-style-type: none"> dedução válida a partir de definição ou de teoremas. 	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none"> apreensão operatória e não somente perceptiva; construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: os tratamentos são principalmente algoritmos	Sistemas de escritas: <ul style="list-style-type: none"> numéricas (binária, decimal, fracionária...); algébricas; simbólicas (línguas formais. Cálculo	Gráficos cartesianos. <ul style="list-style-type: none"> mudanças de sistemas de coordenadas; interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2013, p. 14)

Duval (2013) destaca que existem dois tipos de transformações de representação semióticas que são radicalmente diferentes devendo ser tomado o cuidado em distingui-las quando se descreve a resolução matemática de um problema e quando se analisa a produção dos alunos. São elas:

Os tratamentos são transformações de representação dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente

no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números [...].

As conversões são transformações de representação que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica (DUVAL, 2013, p.16).

Para Duval (2013) a atividade de conversão é que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão. Ela não se reduz a aplicação de regras de codificação, mas ao contrário, para passar de registro a outro é necessário a articulação entre as variáveis cognitivas específicas ao funcionamento de cada um dos dois registros. Assim, a conversão não pode ser reduzida a um tratamento.

De acordo com Duval (2013), a mudança de representação de um objeto de um registro a outro pode ser mais ou menos complexo, dependendo da natureza dos registros usados. Quando a conversão ocorre dentro de dois registros multifuncionais ou de dois registros monofuncionais, é menos complexa que a conversão feita de um registro multifuncional para o registro monofuncional. Nas atividades escolares, é preciso observar se todos os registros estão sendo abordados ou se está priorizando um em detrimento do outro.

Duval (2013) considera fundamental a mudança de registros para que ocorra a compreensão em matemática. “É a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão matemática” (DUVAL, 2013, p. 22). O “enclausuramento” em um único registro não permite ao aluno reconhecer o objeto matemático em suas várias representações. A coordenação de registros permite a identificação das características do objeto matemático em cada um dos registros, ou seja, podemos dizer que os diferentes registros se complementam no sentido de que um registro evidencia determinada propriedade do objeto mais que outro. Assim,

A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. Certamente, segundo os domínios ou as fases da pesquisa, em uma resolução de problema um registro pode aparecer explicitamente privilegiado, mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro a outro (DUVAL, 2013, p. 14-15).

A questão é que a coordenação de registros nem sempre acontece de forma natural, devendo ser estimulada pelo professor. O que queremos destacar é que os conhecimentos matemáticos que surgem numa atividade de modelagem “[...] são desenvolvidos e organizados em torno da experiência e abstrações realizadas pelos alunos. A construção desses conhecimentos está ancorada em uma variedade de representações semióticas [...]” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 35).

4.A ATIVIDADE DE MODELAGEM PROPOSTA E AS ANÁLISES

A prática pedagógica desenvolvida foi uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. Os sujeitos da pesquisa foram 18 alunos, do 8.º ano do ensino fundamental de uma escola municipal, localizada em Castelo, Espírito Santo, em 2016. Os instrumentos usados para a produção de dados foram os diários de bordo dos alunos, as produções textuais e as gravações em áudio.

Numa conversa durante uma das aulas de matemática os alunos revelaram a preocupação com a escassez de água, um problema socioambiental vivenciado por eles. De acordo com Barbosa (2003) a prática da modelagem deve ter uma referência num contexto real dos alunos e ser aparentemente um problema não matemático.

Diante da preocupação dos alunos com a falta de água fizemos as discussões sobre o tema que conduziram a questão desafiadora: Eu sou gastão de água? que consistia em que cada aluno medisse o seu consumo diário de água. O problema não-matemático passa a ser visto com o olhar da matemática onde os alunos usaram suas ferramentas em busca de uma resposta.

Nenhum procedimento de como realizar essa medição foi definido a priori. Para Barbosa (2004b), esse é um ponto crucial na prática da modelagem sociocrítica: não possuir esquemas prévios para abordar o problema, os quais somente são conhecidos à medida que os alunos fazem a investigação, exigindo deles um esforço intelectual. Assim, os alunos discutiram e encontraram caminhos para realizarem a medição.

Após as discussões envolvendo os procedimentos usados na medição e resultados do consumo diário de água, analisamos os diários de bordo de cada um e organizamos o consumo deles na tabela 1. Identificamos, nas colunas, a maneira como eles particionaram as medidas do seu consumo, separando em categorias. Essa tabela foi socializada com todos os alunos e serviu como base de dados para trabalhar as análises.

Tabela 1 – Consumo diário de água pelos alunos em categorias

Aluno	Banho	Descarga	Beber	Outros	Pia	Lavar as mãos	Escovação	TOTAL (Litros)
A01	180	35	2	16		2		232
A02	390		2	40				435
A03	360	18		30	75			483
A04	270	60				30	33	393
A05	70	56	3			2		131
A06	96	18	1	0,6		70	5	190,6
A07	45	35	3			9,8	1,7	94,5
A08	180	40	1	5			1	227
A09	240	18	0,6			12	12	282,6
A10	180	45	1	195	54			475
A11	60	18	2	55			12	147
A12	290	60	2			1,5	9	362,5
A13	150	28	1	119,5	12			310,5
A14	405	42	1,8			36		484,8
A15								191,66
A16	240	27	0,8				12	291,8
A17								533
A18								541,6

Fonte: Elaborada pela autora e orientador, 2016.

A tabela 1 deu suporte para a elaboração de atividades envolvendo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. O objeto matemático que emergiu do processo de medição foi o número racional. Tendo a prática pedagógica de modelagem na perspectiva sociocrítica desencadeando o processo matemático de medição feito pelos alunos, elaboramos a questão em análise – Questão1, investigando a formação do conceito de número racional.

Para desenvolver a Questão 1, os alunos foram organizados em grupos espontaneamente e podiam trocar informações a qualquer momento. Depois de um tempo de reflexão nos grupos, os procedimentos e resultados eram socializadas com todos os grupos juntos.

Questão 01 – Expresse o consumo de água de A06¹ encontrado na tabela 1 em forma de fração irredutível.

O consumo diário de água de A06 (tabela 1) foi 190,6 litros. A questão envolve uma conversão do registro simbólico numérico fracionário para o registro simbólico decimal exato. Para isso, os alunos trabalham também com o registro em língua natural, pois precisam interpretar a questão que traz como *variáveis pertinentes* a expressão *fração irredutível* usada no registro fracionário. Na Interação 01, apresentamos as discussões desse momento.

Interação 01 – Conversão do número decimal 190,6 para a fração $\frac{1906}{10}$.

A13: *Eu coloquei o consumo em cima e o 1 embaixo.*
P: *Faz lá no quadro para nós, A13 (A13 escreveu 1901).*
P: *Explica sua estratégia.*
A13: *São 190 inteiros, então coloquei o 1 embaixo.*
P: *O que vocês acham?*
A07: *Eu acho que está certo!*
A06: *Mas lá falta o 6.*
G: *Não são 190 litros. São 190,6 litros (Muitos murmúrios da turma).*
A13: *Ah! 190 litros e 6 ml.*
A06: *É 600 ml, quase 1 litro a mais.*
A05: *Vamos ter que arredondar!!!*
A15: *Deve ter outro caminho a não ser arredondar (Barulho e discussões dos grupos).*
A06: *É aquele negócio lá, lá... 190,6 tem a vírgula. Você coloca o tanto de zero igual ao tanto de números que vem depois da vírgula.*
A04: *É isso! Iguala as casas.*
A06 e A12: *Se tiver um número depois da vírgula, é 10 embaixo, dois números é 100, três é 1000...*
P: *Mas, e o numerador?*
A17: *Não precisa mais da vírgula. Fica 1906.*

Constatamos, na Interação 01, que os alunos realizam a atividade cognitiva da conversão, mudando a representação que está no registro numérico decimal 190,6 para o registro numérico fracionário $\frac{1906}{10}$. Embora sejam diferentes representações, elas representam o mesmo objeto matemático, ou seja, ele é denotado em duas de suas representações: $190,6 = \frac{1906}{10}$.

Durante a discussão, os alunos procuram explicar as propriedades que regem esses dois registros semióticos: o numérico decimal e o numérico fracionário.

¹ A fim de evitarmos a personalização dos participantes, identificamos os alunos com a letra A, acompanhado de um número, o pesquisador/professor pela letra P e todos os alunos com a letra G.

Isso fica claro nas argumentações dos alunos sobre o uso da vírgula no numerador e na composição do denominador da fração. A articulação entre esses dois registros levou os alunos a identificarem características peculiares a cada registro. Podemos dizer que os diferentes registros se complementam evidenciando determinadas propriedades do objeto matemático.

5. CONCLUSÕES

Os encaminhamentos dados a prática da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica favoreceu o trabalho pedagógico alicerçado pelos pressupostos da teoria dos registros de representação semiótica. Para realizar a medição do consumo diário de água os alunos usaram recursos matemáticos. Os dados numéricos resultados dessa medição deram suporte para a construção da tabela 1 que foi usada na elaboração da atividade de conversão.

Os alunos desenvolverem as atividades de tratamento e conversão do número racional a partir de uma situação real vivenciada por eles que foi a experiência de medir o próprio consumo de água. Isso evidencia uma proximidade entre os conteúdos matemáticos abordados na escola e o contexto social dos alunos que trabalham com informações reais e não fictícias.

A organização dos alunos em grupos e a socialização das discussões propiciou discursos que elucidaram os pontos de vista dos alunos auxiliando-os na conversão. Ao articular diferentes registros os alunos são conduzidos a compreender o objeto matemático número racional que emergiu da investigação de uma prática de modelagem na perspectiva sociocrítica.

Enfatizamos que por meio da modelagem sociocrítica é possível explorar os diferentes registros semióticos usados no ensino da matemática. A medição do consumo diário de água e a Questão 1 que analisamos são exemplos de situações de ensino que possibilitam aos alunos compreender os conceitos matemáticos.

6.REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BARBOSA, J. C. A “contextualização” e a Modelagem na educação matemática do ensino médio. In: 8.º ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** Recife: SBEM, 2004a. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e a Perspectiva Sócio-crítica. In: 2.º SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** Santos, novembro de 2003.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, 2004b. p. 73-80.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2013. p. 11-33.

KAISER-MESSMER, G. *Application-orientated mathematics teaching: a survey of the theoretical debate*. In: NISS, M.; BLUM, W.; HUNTLEY, I. **Teaching of mathematical modeling and applications**. Chichester: Ellis Howood, 1991. p. 83-92.

SILVA, C.; KATO, L. Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. **Revista Bolema**, v. 26, n. 43, Rio Claro, 2012. p. 817-838.