

Práctica

Año Número
2021 6636
Código de alumno

Flores Morúa Víctor
Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Alentaury
Firma del alumno

Curso: FLICAL

Práctica N°: 3

Horario de práctica: 117-1

Fecha: 9 de Junio

Nombre del profesor: J. Mendoza

Nota
19

[Firma]
Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: L.E.
(iniciales)

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
 - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
 - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
 - evitar borrones, manchas o roturas;
 - no usar corrector líquido;
 - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

FUNDAMENTOS DE CÁLCULO
TERCERA PRÁCTICA CALIFICADA
SEMESTRE ACADÉMICO 2022-1

Horarios: A123, B101, B102, B103, 0116, 0117, 0118, 0120, 0121, 0122, 0124, 0125, 0127, 0128.

Elaborada por todos los profesores.

Duración: 110 minutos

ADVERTENCIAS:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo: mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

INDICACIONES:

- El desarrollo de todos los ejercicios siguientes debe realizarse **detallando sus procedimientos** y justificando todas sus respuestas.
- No se permite el uso de apuntes de clase, libros, tablas, calculadoras o computadora personal.
- La presentación, ortografía y gramática serán tomadas en cuenta en la calificación.

1. El número N de personas contagiadas por una pandemia en cierto país se puede modelar por $N(t) = 32 \left(\frac{5}{2}\right)^t$, donde $t \geq 0$ es el número de días transcurridos desde el día inicial.

- a) ¿Cuál era el número de personas contagiadas en el día inicial? 32 (1.0 p)
- b) ¿Cuántos días transcurrieron desde el día inicial hasta tener 1250 personas contagiadas? 4 (2.0 p)

2. Sea $f(x) = \ln|x-3|$, $x \in [0, 10] - \{3\}$

- a) Grafique f indicando las ecuaciones de sus asíntotas y los interceptos con los ejes, en caso existan. $[3, 10]$ $[0, 3]$ (2.5 p)
- b) Indique los intervalos donde f es creciente y los intervalos donde f es decreciente. (1.0 p)
- c) Halle los valores de x que cumplan la inecuación: $f(x) > 0$. $[0, 2[\cup]4, 10]$ (1.5 p)

3. Sea

$$f(x) = \begin{cases} \log_2(3^x - 1), & 1 \leq x \leq 2, \\ \frac{3x-10}{x-6}, & x > 6. \end{cases}$$

- a) Encuentre el rango de f . $[1, +\infty[$ (2.0 p)
- b) Justifique que la función f es inyectiva. (1.5 p)
- c) Halle la función inversa f^{-1} , indicando su dominio. (1.5 p)

4. Esboce la gráfica de la región limitada por las curvas

$$\mathcal{L}: y = x; \quad \mathcal{C}: x = \sqrt{-2y^2 + 8y}$$

indicando las coordenadas de los puntos de intersección de \mathcal{L} con \mathcal{C} . (3.0 p)

5. Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones.

a) El dominio (implícito) de la función $f(x) = e^x + \log_8(-2 + 2^{x-3})$ es $]0, +\infty[$. F (2.0 p)

b) Si $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función impar y f es decreciente en $]0, +\infty[$, entonces f es decreciente. (1.0 p) F

c) Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Si $h(x) = [f(x)]^2$ es creciente, entonces $f(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$. V (1.0 p)

San Miguel, 9 de junio de 2022.

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

Presente aquí su trabajo

$$1) N(t) = 32 \left(\frac{5}{2}\right)^t ; t \geq 0$$

$$2) t=0 \Rightarrow 32 \left(\frac{5}{2}\right)^0 = 32$$

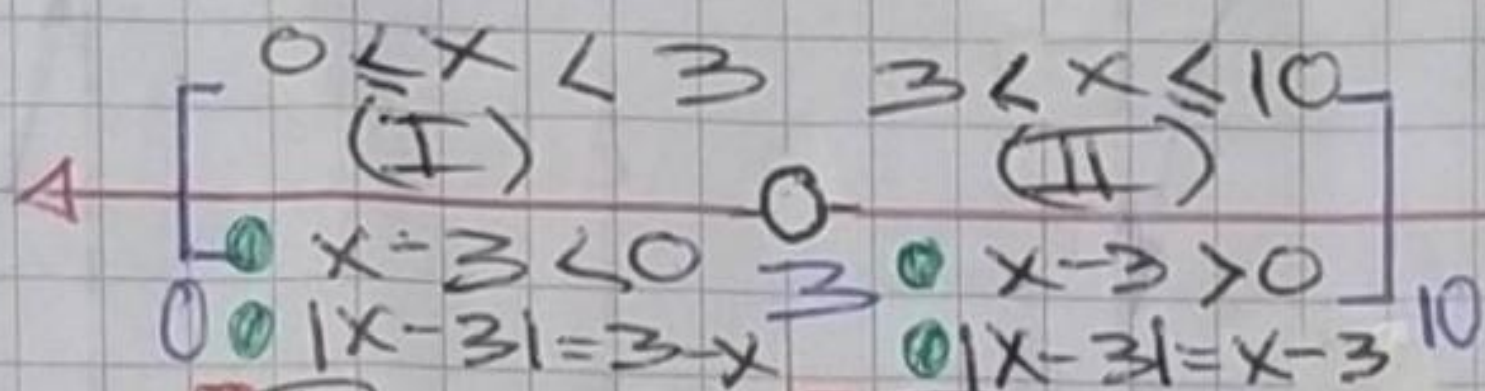
$$3) N(t_1) = 32 \left(\frac{5}{2}\right)^{t_1} = \frac{1250}{625}$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{t_1} = \frac{625}{16}$$

$$t_1 = 4 \text{ días}$$

$$4 \text{ días} - 0 \text{ días} = 4 \text{ días}$$

2)



$$f(x) = \ln(3-x)$$

Así:

$$f(x) = \begin{cases} \ln(3-x) & ; 0 \leq x < 3 \\ \ln(x-3) & ; 3 < x \leq 10 \end{cases}$$

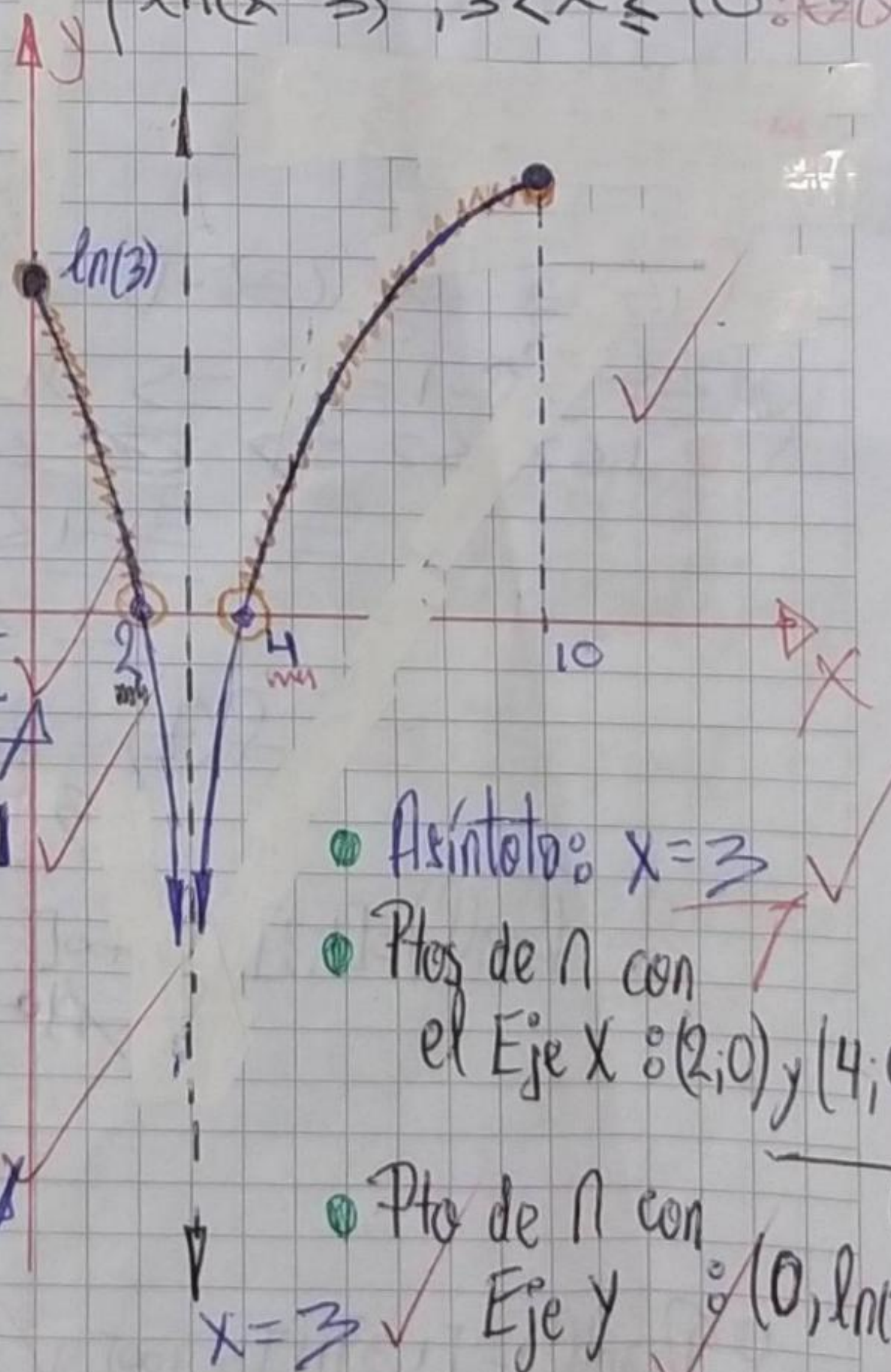
Para f_1 :

$$\text{Si } y=0 \Rightarrow x=2$$

$$\text{Si } x=0 \Rightarrow y=\ln(3)$$

Para f_2 :

$$\text{Si } y=0 \Rightarrow x=4$$



f decrece en $[0; 3[$

f crece en $]3; 10]$

$$A = \{x : f(x) > 0\}$$

$$C = [0; 2[\cup]4; 10]$$

Asíntoto: $x=3$

Ptos de \cap con el Eje X: $(2; 0)$ y $(4; 0)$

Pto de \cap con Eje Y: $(0, \ln(3))$

$$\ln(3-x) = 0$$

$$3-x=1$$

$$x=2$$

Presente aquí su trabajo

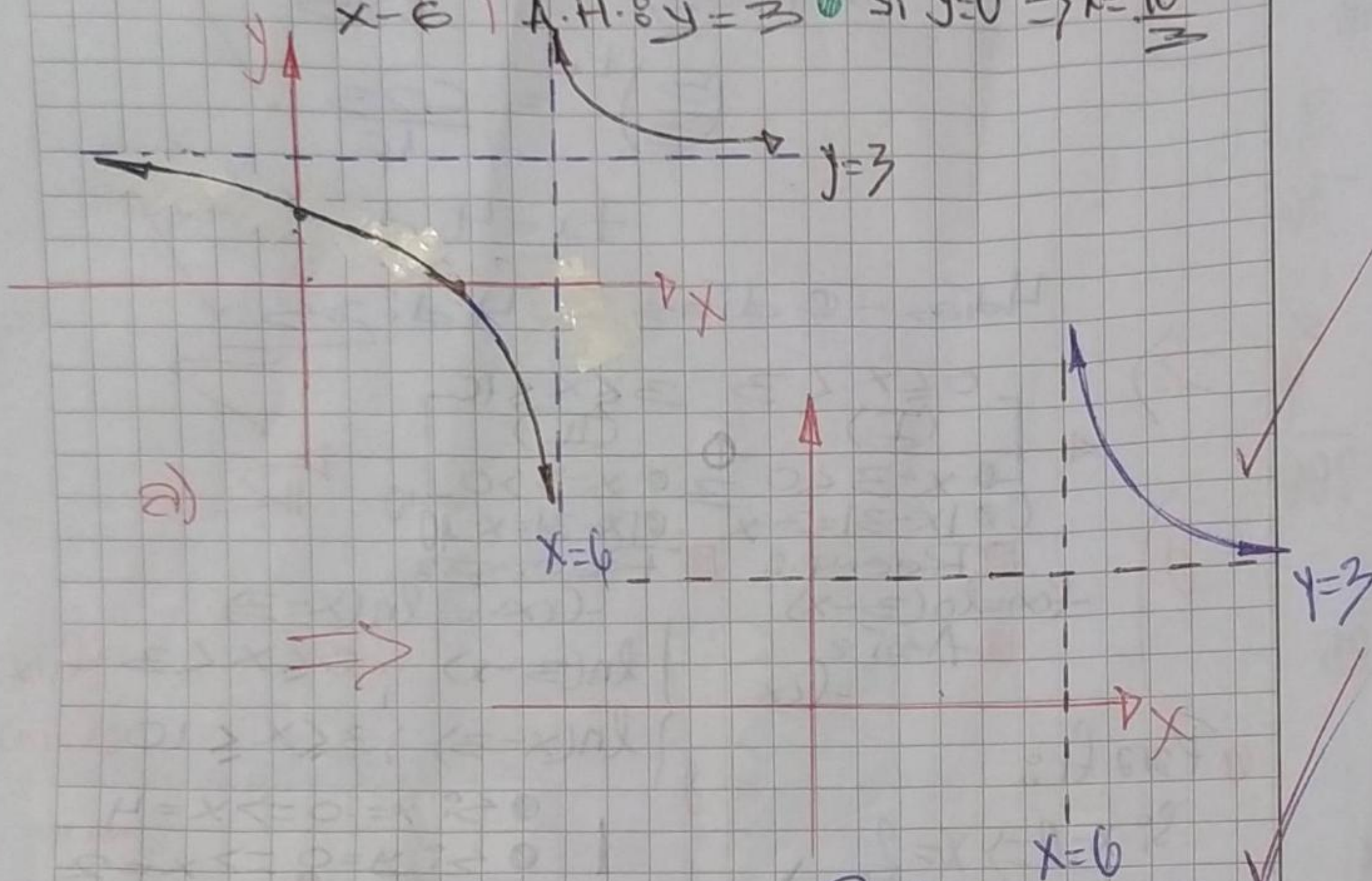
Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$3) f(x) = \begin{cases} \log_2(3^x - 1) & ; 1 \leq x \leq 2 : f_1(x) \\ \frac{3x-10}{x-6} & ; x > 6 : f_2(x) \end{cases}$$

$$f_2(x) = \frac{3x-10}{x-6} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{A.V.: } x=6 \\ \text{A.H.: } y=3 \end{array} \right.$$

$$\text{Si } x=0 \Rightarrow y = \frac{5}{3}$$

$$\text{Si } y=0 \Rightarrow x = \frac{10}{3}$$



$$f_1(x) = \log_2(3^x - 1) ; 1 \leq x \leq 2$$

$$\text{Ran}(f_2) =]3; +\infty[$$

$$\text{Si } 3^x - 1 = t \Rightarrow \log_2 t = f_1(t)$$

$$1 \leq x \leq 2 \Rightarrow 3 \leq 3^x \leq 9$$

$$\Rightarrow 3-1 \leq 3^x-1 \leq 8$$

$$2 \leq t \leq 8$$

$$\Rightarrow f(t) = \log_2(t) ; 2 \leq t \leq 8$$

$$\text{Ran}(f) = [1; 3] \cup]3; +\infty[$$

$$\text{Ran}(f) = [1; 3] \cup]3; +\infty[$$

$$\text{Ran}(f_1) = [1; 3]$$

Presente aquí su trabajo

$$f(x) = \begin{cases} \log_2(3^x - 1) & ; 1 \leq x \leq 2 : f_1(x) \\ 3x - 10 & ; x > 6 : f_2(x) \end{cases}$$

$$f_1(x) = \log_2(3^x - 1)$$

Notamos q' f_2 es estrictamente
decreciente en $[6; +\infty[$; en consecuencia es
inyectiva en $[6; +\infty[$ ✓

$$\text{También: } f_1(x) = \log_2(3^x - 1)$$

$$g(x) = \log_2 x \text{ crece}$$

$$h(x) = 3^x - 1 \text{ crece}$$

$$\Rightarrow f_1 = g \circ h \text{ crece}$$

y si f_1 es estrictamente
creciente en $[1; 2]$ ✓ composición

Luego: inyectiva en $[1; 2]$ ✓

Cada una de las
reglas de correspondencia
son inyectivas en sus
respectivos dominios y
además se verifica
q' $\text{Ran}(f_1) \cap \text{Ran}(f_2) = \emptyset$ ✓

pues $[1, 3]$ y $[3; +\infty[$ ✓
son disjuntos

∴ f es inyectiva ✓

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

• Si $1 \leq x \leq 2$: $f_1(x) = \log_2(3^x - 1)$
 $y = \log_2(3^x - 1)$
 $x = \log_3(2^y + 1) = f_1^{-1}(y)$
 $\Rightarrow f_1^{-1}(x) = \log_3(2^x + 1)$ ✓

• $\text{Dom}(f_1^{-1}) = [1; 3]$
 $\text{Ran}(f_1)$

$$2^y = 3^x - 1$$

$$2^y + 1 = 3^x$$

$$\log_3(2^y + 1) = x$$

• Si $x > 6$: $f_2(x) = \frac{3x - 10}{x - 6}$
 $y = \frac{3x - 10}{x - 6}$

$$x = \frac{6y - 10}{y - 3} = f_2^{-1}(y)$$

$$\Rightarrow f_2^{-1}(x) = \frac{6x - 10}{x - 3}$$
 ✓

• $\text{Dom}(f_2^{-1}) =]3; +\infty[$
 $\text{Ran}(f_2)$

■ Así :

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \log_3(2^x + 1) ; & 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{6x - 10}{x - 3} ; & x > 3 \end{cases}$$

$$y - 6y = 3x - 10$$

$$y - 3x = 6y - 10$$

$$x(y - 3) = 6y - 10$$

$$x = \frac{6y - 10}{y - 3}$$

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

Presente aquí su trabajo

4) $f: y=x$; $C: x=\sqrt{-2y^2+8y}$

$x=\sqrt{-2y^2+8y}$ $\left\{ \begin{array}{l} -2y^2+8y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{array} \right.$ $y^2-4y \leq 0$
 $x^2=-2y^2+8y$ $y(y-4) \leq 0$
 $y \in [0;4]$

$$x^2 = -2(y^2 - 4y + 4) + 8$$

$$x^2 = -2(y-2)^2 + 8$$

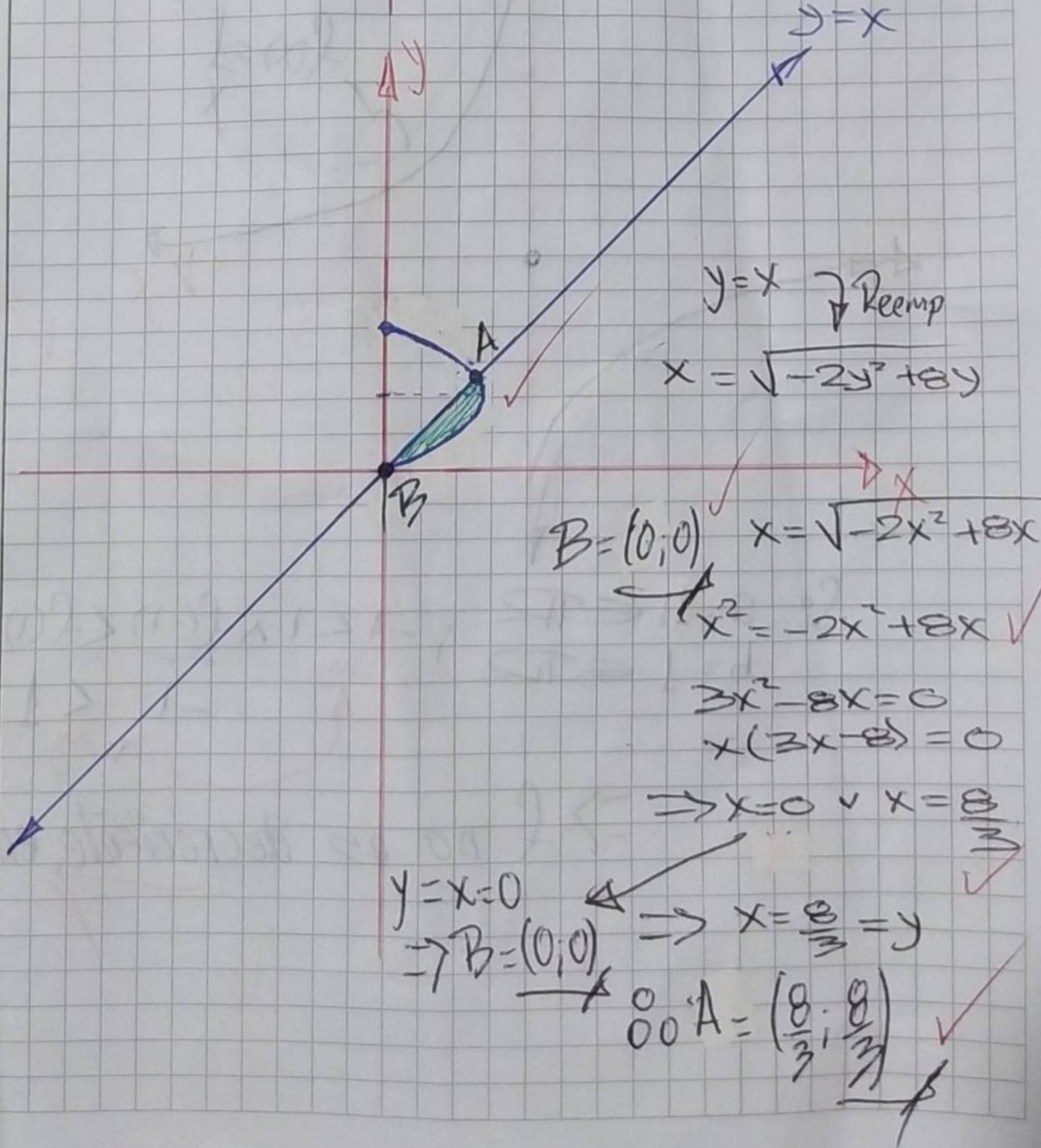
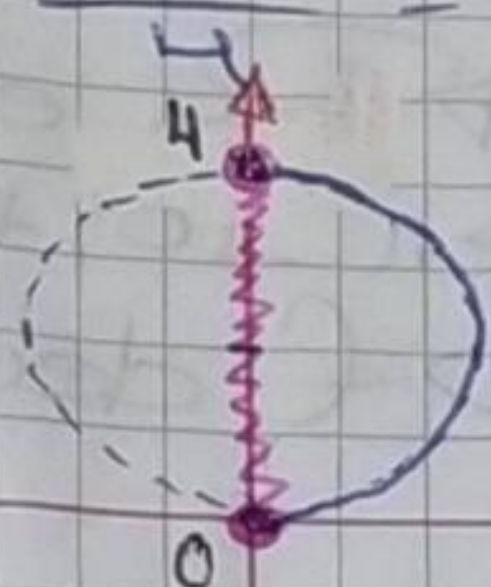
$$x^2 + 2(y-2)^2 = 8$$

$$\frac{x^2}{8} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$$

Ellipse
Centro = (0;2)

$$a = 2\sqrt{2}$$

$$b = 2$$



Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

5) a) $f(x) = e^x + \log_8(-2 + 2^{x-3}) \Rightarrow]0; +\infty[$
 $\text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : -2 + 2^{x-3} > 0\}$

$$2^{x-3} > 2 \quad (\Rightarrow) (\neq)$$

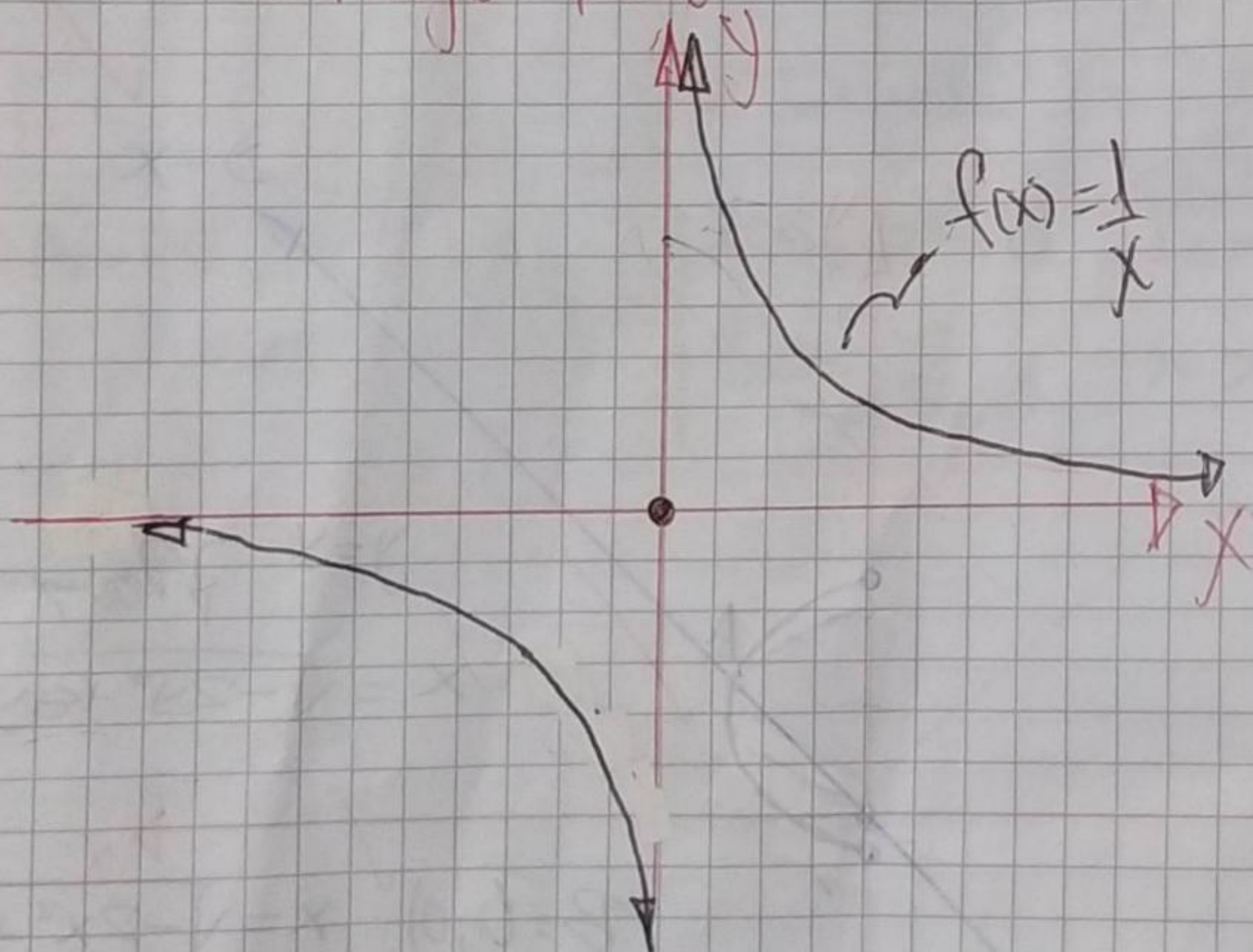
$$x-3 > 1$$

$$x > 4$$

$$\Rightarrow \text{Dom}(f) =]4; +\infty[$$

Si $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es impar
y decre en $]0; +\infty[$
 $\Rightarrow f$ decrece

Contrajemplo



Si $a = -1 \in \mathbb{R}$; $-1 < 1 \wedge \underbrace{f(-1) < f(1)}_{-1 < 1}$
 $b = 1 \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow f$ no es decreciente en \mathbb{R}

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

Presente aquí su trabajo

c) ~~un~~ Contraejemplo

Sea $f(x) = x$; $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

$$h(x) = x^2$$

No es un
contraejemplo
adecuado

