PUCP
Estudios
Generales Ciencias

Fundamentos de Cálculo

Primera Práctica Calificada
Semestre Académico 2024 -1

Horarios: A101, B101, B102, B103, I101, I102, I103, I104, I105, 0117 al 0121. **Duración: 110 minutos**
Elaborada por todos los profesores.

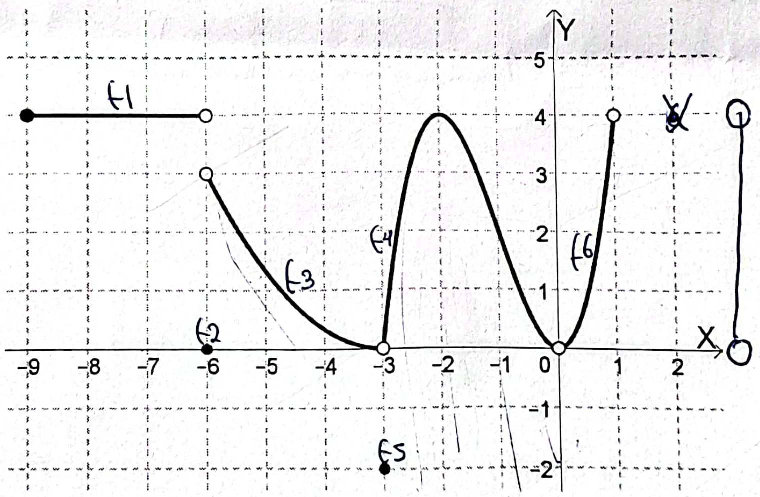
Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Si se detecta omisión al punto anterior, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

Indicaciones:

- El desarrollo de todos los ejercicios siguientes debe realizarse **detallando sus procedimientos** y justificando todas sus respuestas.
- No se permite el uso de apuntes de clase, libros, calculadoras, tablas o computadora personal.
- La presentación, ortografía y gramática serán tomadas en cuenta en la calificación.

1. En la siguiente figura se muestra la gráfica de una función f.



Determine:

a) El dominio y rango de la función f. (2 puntos)

b) Los valores máximo y mínimo de f (en caso existan). (1 punto)

c) El conjunto de todos los valores de x para los cuales $f(x) = 4$. (1 punto)

d) El conjunto de todos los valores de x para los cuales $0 < f(x) < 4$. (1 punto)

2. Halle el conjunto solución de las inecuaciones:

a) $\dfrac{2}{x} \geq \dfrac{2-2x}{x+1}$ (2 puntos)

b) $\dfrac{|x-3|-x}{x} \leq x$ (3 puntos)

3. Sea b una constante real. Considere la inecuación:

$$\frac{x^2-b}{x-b}<0.$$

Resuelva en $\mathbb{R}$ la inecuación cuando:

a) $b=-2$. (1.5 puntos)

b) $0<b<1$. (1.5 puntos)

4. Halle el dominio (implícito) de la función con regla de correspondencia

$$f(x)=\frac{1+\sqrt{2x^2+4-9x}}{\sqrt{|1-3x|-3x}}$$ (3 puntos)

5. Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones: $2-1=1>0$

a) Si $x, y \in \mathbb{R}$ entonces $x^2+2\cancel{y}^2>x+2\cancel{y}$. F $a=\frac{1}{2}$ $b=1$ (1 punto)

b) Existen $a>0$, $b>0$, tales que $\dfrac{1}{a}-b>0$. V ✓ (1 punto)

c) Existe $x\in\mathbb{R}$ tal que para todo $y\in\mathbb{R}$ se cumple $xy+x=0$. V (1 punto)

d) Una condición suficiente para que $\underbrace{x^2+y^6<64}_{q}$ es que $\underbrace{x+y^3<8}_{p}$. F (1 punto)

San Miguel, 18 de abril de 2024.

2.

Año 2024 Número 2341

Código de alumno

Práctica

Ruiz Rodríguez, Mijael Fabrizio

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: FUCAL

Práctica Nº: 1

Horario de práctica: H118

Fecha: 13/04/23

Nombre del profesor: Israel Díaz Acha

Nota

20

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: (iniciales) E.H.O.L

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

1)

c) Dom f = [-9, 0[∪]0, 1[

Ran f = {-2} ∪ [0, 4]

b) Mín f : -2 ; cuando x = -3
Máx f : 4 ; cuando x ∈ [-9, -6[∪ {-2}

x ∈ [-9, -6[∪ {-2}

x ∈]-6, -3[∪]-3, -2[∪]-2, 0[∪]0, 1[

2)

$$\frac{2}{x} \geq \frac{2-2x}{x+1} \rightarrow \text{Restricción } x \neq 0 \wedge x+1 \neq 0$$

$x \neq -1$

$$\frac{2}{x} - \frac{(2-2x)}{x+1} \geq 0$$

$$\frac{2(x+1)-2+2x}{(x)(x+1)} \geq 0 \rightarrow \text{Restricción } x \neq 0$$

$x+1 \neq 0$

$x \neq -1$

$$\frac{2x+2-2+2x}{(x)(x+1)} \geq 0$$

P. Ref = -1

$$\frac{4x}{x(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{4}{(x+1)} \geq 0$$

0

-1

CS =]-1, +∞[

$$\frac{2(x+1)-x(2-2x)}{(x)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{2x+2-2x+2x^2}{(x)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{2x^2+2}{(x)(x+1)} \geq 0 \rightarrow 2x^2 \geq 0 \quad 2x^2+2 \geq 2 > 0 \text{ : siempre positivo}$$

$2(x+1)-x(2-2x)$

$2x+2-2x+2x^2$

$2x^2+2$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$$\frac{1}{(x)(x+1)} \geq 0$$

P. referencia = $0 \neq 0$

$+ \mid - \mid +$

$-1 \quad 0$

$CS:]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$

b) $$\frac{|x-3|-x}{x} - \frac{x^2}{x} \leq 0$$

$$\frac{|x-3| - x - x^2}{x} \leq 0$$

Por def. de valor absoluto:

$$|x-3| = \begin{cases} x-3 & x \geq 3 \quad \ldots Z1 \\ 3-x & x < 3 \quad \ldots Z2 \end{cases}$$

Z1 $\quad x \geq 3$

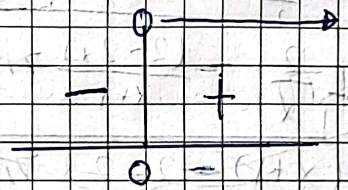
$$-1\left(\frac{\cancel{x}-3-\cancel{x}-x^2}{x}\right) \leq (0)\,-1$$

$$\frac{x^2+3}{x} \geq 0$$

$x \longrightarrow$ Restricción $x \neq 0$

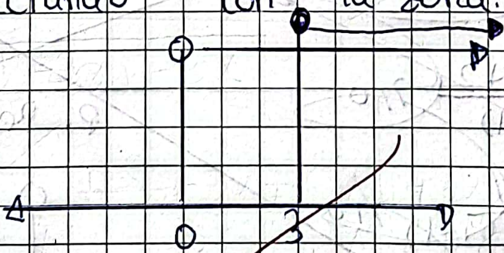
P. referencia: 0

$$\frac{1}{x} \geq 0$$



$CS =]0,+\infty[$

Pero intersectando con la zona: $x \geq 3$



CS_I: $[3;+\infty[$

Z2: $x < 3$

$$\frac{3-x-x-x^2}{x} \leq 0$$

$x \longrightarrow$ Restricción $x \neq 0$

$$-1\left(\frac{-x^2-2x+3}{x}\right) \leq (0)\,-1$$

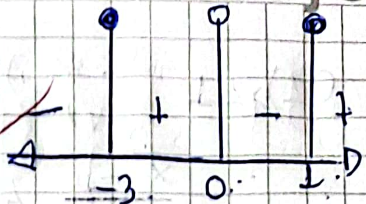
$$\frac{x^2+2x-3}{x} \geq 0$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

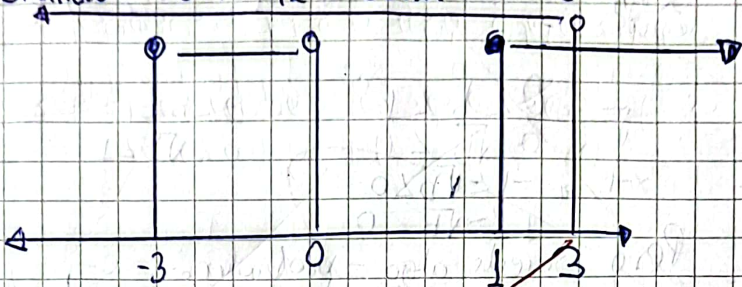
$$\frac{(x+3)(x-1)}{x} \geq 0$$

P. referencia: $-3, 0, 1$



$CS = [-3, 0[\cup [1; +\infty[$

Intersectando con la zona: $x < 3$



$CS_{II} = [-3, 0[\cup [1, 3[$

$CS\ final = CS_I \cup CS_{II}$

$\cancel{=]0, +\infty[\cup [-3, 0[\cup [1, 3[}$

$\cancel{= [-3, 0[\cup]0, +\infty[}$

$CS\ final = [3; +\infty[\cup [-3, 0[\cup [1, 3[= [-3, 0[\cup [1; +\infty[$

3) $b \in \mathbb{R}$

$$\frac{x^2 - b}{x - b} < 0$$

a) $b = -2$

$$\frac{x^2 + 2}{x + 2} < 0$$

$x^2 \geq 0$

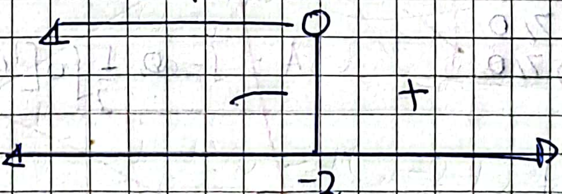
$x^2 + 2 \geq 2 > 0$; siempre es positivo

$$\frac{1}{x+2} < 0$$

Restricción $x + 2 \neq 0$

$x \neq -2$

P. referencia: -2



$CS =]-\infty; -2[$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

b) $0<b<1$

$$\frac{x^2-b}{x-b}<0$$

$$\frac{(x+\sqrt{b})(x-\sqrt{b})}{x-b}<0$$ P ref: $-\sqrt{b}, \sqrt{b}, b$

$\sqrt{}$ $0<b<1$ $\quad$ $0<b<1$

$0<\sqrt{b}<1$ $\quad$ $0<\sqrt{b}<1$

$x-1$ $-1<-\sqrt{b}<0$

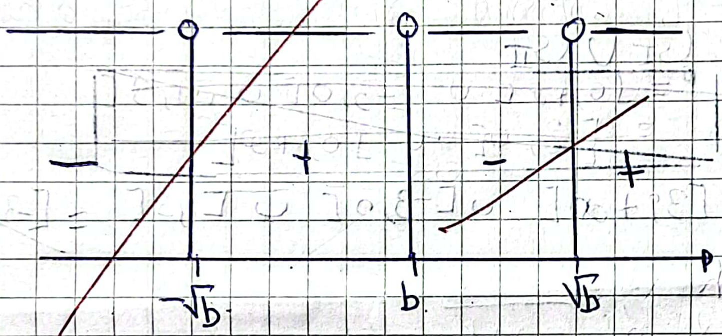
$-1<-\sqrt{b}<0$

Pero sucede algo particular:

Cuando $x\in$: $0<b<1$: $\sqrt{b}>b$ $\quad$ Ejm: $b=4\times10^{-2}$

$\sqrt{4\times10^{-2}}>4\times10^{-2}$

$0{,}20>0{,}04$



$CS=]-\infty,-\sqrt{b}[\ \cup\ ]b;\sqrt{b}[$

4)

$$f(x)=\frac{1+\sqrt{2x^2+4-9x}}{\sqrt{|1-3x|-3x}}$$

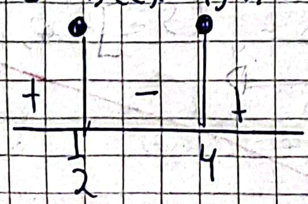
Df: $2x^2+4-9x\geq0 \wedge |1-3x|-3x\neq0 \wedge |1-3x|-3x>0$

Df: A $\wedge$ B $\wedge$ C

$A=\ 2x^2-9x+4\geq0$

$(x-4)(2x-1)\geq0$ $\qquad CSA=]-\infty,\frac{1}{2}]\cup[4;+\infty[$

P.R: $4;\frac{1}{2}$



$0{,}04$ $\sqrt{4\times10^{-2}}$

$0{,}2$ $\sqrt{2\times10^{-1}}$

$0{,}2$ $\quad 0{,}04$

$|x|<b$

$-b<x<b$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

B : $|1-3x| - 3x \neq 0$

$|1-3x| \neq 3x$

$\rightarrow |1-3x| \neq 3x$

$1-3x \neq 3x$

$1 \neq 6x \quad x \neq 1/6$

$1-3x \neq -3x$

$1 \neq 0$

C : $|1-3x| - 3x \geq 0$

$|1-3x| \geq 3x$

$1-3x \geq 3x \quad \vee \quad 1-3x \leq -3x$

$\frac{1}{6} \geq x \quad \vee \quad 1 \leq 0$

ϕ

$(S\,C:]-\infty; \frac{1}{6}]$

~~Entonces la función no pertenece a los reales puesto que en el denominador no hay números que pertenezcan a IR y cumplan.~~

Me piden Df: $A \wedge B \wedge C$ (sigte. página)

~~$Df: [-\infty, \frac{1}{2}] \cup [4; +\infty[\cup]-\infty; \frac{1}{6}]$~~

$\rightarrow Df:]-\infty, \frac{1}{2}] \cup [4; +\infty[\cup]-\infty; \frac{1}{6}[$

0,5

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$\therefore D_f =]-\infty; \frac{1}{6}[\cup]\frac{1}{6}; \frac{1}{2}] \cup [4; +\infty[$

Es intersección

5) a) $\forall x, y \in \mathbb{R} \rightarrow x^2 + 2y^2 > x + 2y$

Falso

Por contraejemplo

Basta tomar $y=0$; $x=1$

$1^2 + 2(0)^2 > 1 + 2(0)$

$1^2 > 1 = 1 > 1 = F$

b) $\exists a > 0, b > 0: \frac{1}{a} - b > 0$

Verdadero, por demostración directa.

Sí, basta tomar $a = \frac{1}{2}$ $b = 1$

$\frac{1}{1/2} - 1 > 0$

$2 - 1 > 0 \therefore V$

c) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}: xy + x = 0$

Verdadero,

por demostración directa: $x(y+1) = 0$

Sí, basta con tomar $x = 0$

$\rightarrow 0(y+1) = 0$

d) $-x + y^3 < 8 \longrightarrow x^2 + y^6 < 64$

Falso.

Por contraejemplo:

Basta tomar $x = -20$
$y = 1$

$-(-20) + 1 < 8 \longrightarrow 400 + 1 < 64$

$-19 < 8 \longrightarrow 401 < 64$

$V \longrightarrow F = F$

$\mathbb{R} \cup$

$\mathbb{R}$

$\emptyset \cap \{-\}$

$\emptyset \cup \{-\}$

-20