ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Primera Práctica Calificada

Semestre Académico 2019 -1

Duración: 110 minutos

Elaborado por los profesores del curso.

Horarios: del H-101 al H-115

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

---

1. Halle la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo de vértices $A(-4,2)$, $B(-4,-6)$ y $C(-3,-5)$. (5 Ptos.)

2. El eje focal de una parábola es la recta $\mathscr{L}: 3x-y-6=0$ y su directriz $\mathscr{L}_D$ pasa por el punto $A(-2,-2)$. Si el vértice de la parábola tiene abscisa 2, halle la ecuación de dicha parábola. (5 Ptos.)

3. Dos vértices consecutivos de un paralelogramo $ABCD$ son los puntos $A(-1,3)$ y $B(0,4)$. Si se sabe que el área de dicho paralelogramo es $6u^2$ y que las diagonales se intersecan en un punto ubicado en el semieje de ordenadas positivo, halle los otros vértices del paralelogramo. (5 Ptos.)

4. Considere los puntos A, B y C tales que $A(-1,8)$, B está en la curva $\mathscr{C}: (y-7)^2 = x-2$, y C es el pie de la perpendicular trazada desde B a la recta $\mathscr{L}: x+y=0$. Halle la ecuación del lugar geométrico descrito por el baricentro del triángulo ABC. (5 Ptos.)

Roy Sánchez Gutiérrez

Coordinador de Prácticas:

San Miguel, 15 de abril del 2019

ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Primera Práctica Calificada

Semestre Académico 2019 -1

Duración: 110 minutos

Elaborado por los profesores del curso.

Horarios: del H-116 al H-B126

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

1. Considere los puntos $A(6,-3)$ y $B(6,3)$ y la recta $\mathscr{L}: x=1$. Halle la ecuación de la circunferencia que pasa por A y B y es tangente a $\mathscr{L}$. (5 Ptos.)

2. Si el eje focal de una parábola es la recta (5 Ptos.)

$$\mathscr{L}: 2x-y-4=0,$$

el punto $A(-1,9)$ está en la directriz $\mathscr{L}_D$ y $B(3,12)$ es un punto de la parábola, halle la ecuación de la parábola.

3. Sea el triángulo isósceles ABC tal que $\overline{AC}$ es el lado desigual y $B(5,5)$. Si $M(3,3)$ es el baricentro del triángulo ABC y C se encuentra en la recta $\mathscr{L}: x-2y-4=0$, halle las coordenadas de los vértices A y C. (5 Ptos.)

4. Sea A un punto que se mueve en la curva (5 Ptos.)

$$\mathscr{C}: x^2+y^2=4,$$

B el pie de la perpendicular trazada desde A a la recta $\mathscr{L}_1: x+y=0$ y C un punto en la recta $\mathscr{L}_2: y=x+5$ tal que el segmento $\overline{AC}$ es paralelo al eje de ordenadas. Halle la ecuación del lugar geométrico descrito por el punto medio de $\overline{BC}$.

Roy Sánchez Gutiérrez

Coordinador de Prácticas:

San Miguel, 15 de abril del 2019

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Segunda Práctica Calificada

Semestre Académico 2019 -1

Horarios: H-101 al H-115 Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

---

1. Dada la ecuación $\mathscr{H}: 9y(y+4)-16(x+1)^2=108$.

   a) Halle las coordenadas de sus vértices, focos y las ecuaciones de sus asíntotas. **(3 puntos)**

   b) Esboce la gráfica de $\mathscr{H}$ mostrando los elementos hallados en la parte a). **(2 puntos)**

2. En una elipse $\mathscr{E}$, la longitud de su eje mayor es 12 unidades, su eje menor es paralelo al eje Y y sus focos F_1(**de abscisa positiva**) y F_2 se encuentran en las rectas $\mathscr{L}_1: y=x+5$ y $\mathscr{L}_2: x=4$, respectivamente. Si la distancia entre los focos es 8 unidades, halle la ecuación de $\mathscr{E}$. **(5 puntos)**

3. En un sistema de coordenadas XY, la ecuación de una cónica $\mathscr{C}$ es $-3xy+4y^2+3=0$. Si el sistema de coordenadas XY se rota un ángulo θ en sentido antihorario y alrededor de su origen, de modo que en el sistema de coordenadas UV la ecuación de $\mathscr{C}$ no tenga el término uv . Halle:

   a) Las ecuaciones de rotación que relacionan los sistemas XY y UV. **(2 puntos)**

   b) Las coordenadas de los vértices de la cónica $\mathscr{C}$ en ambos sistemas de coordenadas. **(2 puntos)**

   c) La ecuación del eje focal de la cónica $\mathscr{C}$ en el sistema XY. **(1 punto)**

4. La recta $\mathscr{L}: x+y–6=0$ contiene al eje menor de una elipse $\mathscr{E}$ y es directriz de una parábola $\mathscr{P}$ de vértice $V(2,6)$. Si el punto $A(1-\sqrt{5}, 5+\sqrt{5})$ es uno de los extremos del eje menor de la elipse $\mathscr{E}$, y el foco de $\mathscr{P}$ coincide con uno de los focos de la elipse $\mathscr{E}$, halle:

   a) La ecuación de la parábola $\mathscr{P}$. **(2 puntos)**

   b) La ecuación de la elipse $\mathscr{E}$. **(3 puntos)**

José Flores B.

Coordinador de prácticas

San Miguel, 29 de abril del 2019

ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Segunda Práctica Calificada

Semestre Académico 2019 - 1

Horarios: H-116 al H-B126 Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

---

1. Dada la ecuación $\mathscr{H}: 9x(x+2)-16(y+2)^2 = 135$.

   a) Halle las coordenadas de sus vértices, focos y las ecuaciones de sus asíntotas. **(3 puntos)**

   b) Esboce la gráfica de $\mathscr{H}$ mostrando los elementos hallados en la parte a). **(2 puntos)**

2. En una elipse $\mathscr{E}$, la longitud del eje menor es 8 unidades, su eje focal es paralelo al eje X y su centro $C(h,k)$, con $h<0$, está en la recta $\mathscr{L}_1: -8x+3y-14=0$. Si uno de los extremos del eje menor y uno de los focos de $\mathscr{E}$ están en la recta $\mathscr{L}_2: -4x+3y-22=0$. Halle la ecuación de la elipse $\mathscr{E}$. **(5 puntos)**

3. En un sistema de coordenadas XY, la ecuación de una cónica $\mathscr{C}$ es $-4xy-3x^2+10=0$. Si el sistema de coordenadas XY se rota un ángulo θ en sentido antihorario y alrededor de su origen, de modo que en el sistema de coordenadas UV la ecuación de $\mathscr{C}$ no tenga el término uv . Halle:

   a) Las ecuaciones de rotación que relacionan los sistemas XY y UV. **(2 puntos)**

   b) Las coordenadas de los focos de la cónica $\mathscr{C}$ en ambos sistemas de coordenadas. **(2 puntos)**

   c) La ecuación del eje focal de la cónica $\mathscr{C}$ en el sistema XY. **(1 punto)**

4. Los extremos del eje menor de una elipse $\mathscr{E}$ son los puntos $S(1+\sqrt{5}, 5-\sqrt{5})$ y $R(1-\sqrt{5}, 5+\sqrt{5})$, y la recta $\mathscr{L}: y = 10–x$ contiene a uno de los lados rectos de $\mathscr{E}$. Si la recta que contiene al eje menor de $\mathscr{E}$ es la directriz de una parábola $\mathscr{P}$ cuyo foco tiene abscisa negativa y coincide con uno de los focos de la elipse $\mathscr{E}$, halle:

   a) La ecuación de la parábola $\mathscr{P}$. **(2 puntos)**

   b) La ecuación de la elipse $\mathscr{E}$. **(3 puntos)**

José Flores B.

Coordinador de prácticas

San Miguel, 29 de abril del 2019

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Tercera Práctica Calificada

Semestre Académico 2019 - 1

Duración: 110 minutos

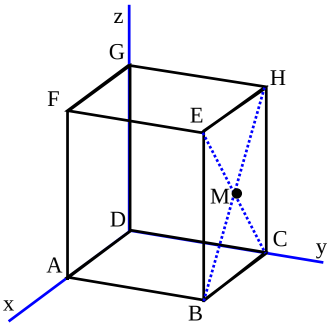
Elaborado por los profesores del curso.

Horarios: del H-101 al H-115

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

1. Sean los vértices $A(2,0,0)$, $C(0,3,0)$, $G(0,0,4)$ del paralelepípedo recto mostrado



donde $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{BF}$, $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{MF}$, $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{ME}$. Calcule:

a) El área del triángulo BMF. (2 Pts.)

b) El volumen del tetraedro BFM-E. (1 Pto.)

c) El módulo de la proyección ortogonal del vector $\overrightarrow{b}$ sobre el vector $k\overrightarrow{DB}$, $k \in \mathbb{R} - \{0\}$. (1 Pto.)

Continúa ⋯

2. Halle el punto simétrico a $M(2,3,5)$ respecto a la recta $\mathscr{L}: P = (-2,-2,-2) + t(1,1,1)$, $t \in \mathbb{R}$. (3 Pts.)

3. Dados los planos

$$\mathscr{P}_1 : 2x + 2y + z - 4 = 0, \quad \mathscr{P}_2 : x - 3y + 2 = 0,$$

halle:

a) La ecuación vectorial de la recta $\mathscr{L}_1$, intersección de los planos $\mathscr{P}_1$ y $\mathscr{P}_2$. (2 Pts.)

b) El ángulo formado por las rectas (ángulo entre los vectores de dirección) (1 Pt0.)

$$\mathscr{L}_1 \quad \text{y} \quad \mathscr{L}_2 : P = (4,2,-8) + t(1,2,3), \quad t \in \mathbb{R}$$

c) La distancia entre $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$. (1 Pt0.)

4. Sean el plano y la recta

$$\pi : x - 2y + z = 6 \quad \text{y} \quad \mathscr{L}_1 : P = (1,2,1) + t(1,2,3),\ t \in \mathbb{R}.$$

Halle:

a) La ecuación vectorial de una recta $\mathscr{L}_2$ contenida en el plano π y paralela a $\mathscr{L}_1$. (2 Pts.)

b) La ecuación vectorial de una recta $\mathscr{L}_3$ que no interseca al plano π, tal que las rectas $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_3$ sean alabeadas. (2 Pts.)

5. Analice si las siguientes afirmaciones son verdaderas

a) La ecuación (2 Pts.)

$$(x,y,z) = (-2,3,-1) + t(4,3,1) + r(2,-3,2), \quad t,r \in \mathbb{R}$$

se puede transformar en una ecuación de la forma

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

dónde A, B, C y D son constantes y por lo tanto corresponde a un plano.

b) Si las rectas (2 Pts.)

$$\mathscr{L}_1 : P = P_0 + t\vec{v}_1,\ t \in \mathbb{R} \quad \text{y} \quad \mathscr{L}_2 : P = Q_0 + r\vec{v}_2,\ r \in \mathbb{R}$$

están contenidas en el plano yz, entonces $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$ es paralela al eje x.

c) Si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son vectores no nulos y paralelos de $\mathbb{R}^3$ entonces se cumple (1 Pto.)

$$Proy_{\vec{a}}\vec{b} = Proy_{\vec{b}}\vec{a}$$

Roy Sánchez Gutiérrez

Coordinador de Prácticas:

San Miguel, 3 de junio del 2019

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Tercera Práctica Calificada

Semestre Académico 2019 -1

Duración: 110 minutos

Elaborado por los profesores del curso.

Horarios: del H-116 al H-B126

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

---

1. Sea el cuadrado $ABCD$ con $A(0,2,6)$ y centro en $M(-\sqrt{2},2,2)$. Si el vértice D se encuentra en la recta

$$\mathscr{L}: P=(0,2,6)+t(-\sqrt{2},1,-1),\ t\in\mathbb{R},$$

halle:

a) Las coordenadas de los vértices C y D. (2 Pts.)

b) El volumen del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ y $\overrightarrow{AE}$ donde $E=(1,3,7)$. (2 Pts.)

2. Halle el punto simétrico a $M(2,2,2)$ respecto al plano $\mathscr{P}: x+y-2z-6=0$. (3 Pts.)

3. Dados los planos

$$\mathscr{P}_1: 2x+3y+z-6=0,\quad \mathscr{P}_2: 4x-5y-z+2=0$$

y el punto $N(5,-1,-3)$, halle:

a) La ecuación vectorial de $\mathscr{L}_2$ que resulta de la intersección de $\mathscr{P}_1$ con $\mathscr{P}_2$. (1.5 Pts.)

b) La ecuación vectorial de la recta $\mathscr{L}_1$ que pasa por N y es paralela a $\mathscr{L}_2$. (1 Pto.)

c) La distancia de $\mathscr{L}_1$ a $\mathscr{L}_2$. (1.5 Pts.)

Continúa ···

4. Sean la recta y el plano

$$\mathscr{L}: P = (-1,2,0) + t(3,-1,4), \quad t \in \mathbb{R}, \quad \mathscr{P}: 3x + y - z + 2 = 0.$$

Halle:

a) Las coordenadas del punto de intersección de $\mathscr{L}$ con $\mathscr{P}$. (1 Pto.)

b) La ecuación del plano $\mathscr{P}_1$ que contiene a $\mathscr{L}$ y es perpendicular a $\mathscr{P}$. (2 Pts.)

c) La distancia del punto $Q(2,3,5)$ al plano $\mathscr{P}_1$. (1 Pto.)

5. Analice si las siguientes afirmaciones son verdaderas.

a) Dados la recta y el plano (2 Pts.)

$$\mathscr{L}: P = t\overrightarrow{v},\ t \in \mathbb{R}, \quad \mathscr{P}: Ax + By + Cz = 0$$

si se cumple que $\overrightarrow{v} \cdot (A,B,C) = 0$ entonces $\mathscr{L}$ está contenida en $\mathscr{P}$.

b) La ecuación (2 Pts.)

$$(x,y,z) = (2,1,-3) + t(1,1,-1) + r(2,1,1), \quad t,r \in \mathbb{R}$$

se puede transformar en una ecuación de la forma

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

dónde A, B, C y D son constantes y por lo tanto corresponde a un plano.

c) Si $\overrightarrow{a}$ y $\overrightarrow{b}$ son vectores no nulos de $\mathbb{R}^3$ tales que (1 Pto.)

$$Proy_{\overrightarrow{a}}\overrightarrow{b} = Proy_{\overrightarrow{b}}\overrightarrow{a}$$

entonces $||\overrightarrow{a}|| = ||\overrightarrow{b}||$.

Roy Sánchez Gutiérrez

Coordinador de Prácticas:

San Miguel, 3 de junio del 2019

ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Cuarta Práctica Calificada

Semestre Académico 2019 -1

Horarios: H-101 al H-115 — Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

Indicaciones:

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas, calculadora o computadora personal.
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

---

1. Halle la matriz X tal que $(AC)^T X + 4B = -2A$, donde $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$.

(2 puntos)

2. a) Halle las matrices A y B que verifican $A^T + B^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 15 \end{bmatrix}$ y $3A - 2B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 9 \end{bmatrix}$.

(2 puntos)

b) Sean las matrices, A de orden 3×3, $B = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} x & 3x+4 & 2x+2 \\ y & 3y & 2y+2 \\ z & 3z+2 & 2z+2 \end{bmatrix}$. Si se sabe que $\det(A) = 2$ y $\det(B) = 3$, calcule

$$\det\left(2AC^TA^{-1}\right) + \det\left[\left(B - C^T\right)A\right].$$

(2 puntos)

3. Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$.

a) Halle los números $\lambda \in \mathbb{R}$ tales que $|A - \lambda I| = 0$. **(2 puntos)**

b) Para **el menor valor** de λ encontrado en el apartado a), halle un vector $v = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ no nulo tal que $Av = \lambda v$.

(2 puntos)

4. Halle la matriz simétrica A de orden 2×2 tal que para toda matriz $Z = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ se verifique

$$Z^T AZ = x^2 - 2xy.$$

(2 puntos)

Nota. Una matriz de orden 1×1 se puede denotar de cualquiera de las siguientes formas: $C = [c_{11}]$ o simplemente c_{11}.

5. a) Para una matriz A cuadrada tal que $A^3 = \theta$, donde θ denota la matriz nula, compruebe que la inversa de $I - A$ es $I + A + A^2$. **(1,5 puntos)**

   b) Halle la inversa de la matriz $I - B$, donde $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. **(2,5 puntos)**

6. Analice la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones. Justifique.

   a) Sean A y B matrices cuadradas del mismo orden. Si A es simétrica y $B^T = -B$, entonces $(A-B)(A+B)$ es simétrica. **(1,5 puntos)**

   b) Sean A y B matrices cuadradas. Si $AB = A$ y $BA = B$, entonces $A^2 = A$. **(1,5 puntos)**

   c) Sean A y B matrices cuadradas del mismo orden. Si A y B son invertibles, entonces $A + B$ es invertible. **(1 punto)**

José Flores B.
Coordinador de prácticas

San Miguel, 17 de junio del 2019

ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Cuarta Práctica Calificada

Semestre Académico 2019 -1

Horarios: H-116 al H-B126 Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

Indicaciones:

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas, calculadora o computadora personal.
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

---

1. Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$. Halle los valores reales de m y n para que $A^2 - mA - nI = \theta$, donde θ denota la matriz nula. **(2 puntos)**

2. Halle la matriz X tal que $(A^2X + B)^T = 2C$, donde $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$. **(2 puntos)**

3. a) Sea A una matriz cuadrada tal que $A^2 = 2A - I$. Compruebe que $A^{-1} = -A + 2I$. **(1,5 puntos)**

   b) Verifique que la matriz $B = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{bmatrix}$ cumple la condición del apartado a), y luego halle B^{-1}. **(2,5 puntos)**

4. a) Halle las matrices A y B que verifican

$$2A + 5B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad A^T - B^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

(2 puntos)

   b) Sean las matrices, A de orden 3×3, $B = \begin{bmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 2a & 2b & 2c \\ x-1 & y-2 & z-3 \\ x & y & z \end{bmatrix}$. Si se sabe que $\det(A) \neq 0$ y $\det(B) = -6$, calcule

$$\det\left((AB)^T A^{-1}\right) + \det(2C).$$

(2 puntos)

5. Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

   a) Halle los números $\lambda \in \mathbb{R}$ tales que $|A - \lambda I| = 0$. **(2 puntos)**

   b) Para **el valor negativo** de λ encontrado en el apartado a), halle un vector $v = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ no nulo tal que $Av = \lambda v$. **(2 puntos)**

6. Analice la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones. Justifique.

   a) Sean A y B matrices del mismo orden. Si $A + B$ y $A - B$ son simétricas, entonces A y B son simétricas. **(1,5 puntos)**

   b) Sean A, B y C matrices del mismo orden. Si $\det(A) \neq 0$ y $AB = AC$, entonces $\det(B) = \det(C)$. **(1,5 puntos)**

   c) Si B es una matriz cuadrada tal que $B^2 = I$, entonces $B = I$ o $B = -I$. **(1 punto)**

José Flores B.
Coordinador de prácticas

San Miguel, 17 de junio del 2019

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

EXAMEN PARCIAL

SEMESTRE ACADÉMICO 2019-1

Horarios: 101-115
Turno 1 Duración: 180 minutos

ADVERTENCIAS:
- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación. - Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad. - Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos. - Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica. - Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

INDICACIONES:
- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas, calculadora ni computadora personal. - **Justifique sus respuestas.**

---

1. Se sabe que la circunferencia $\mathcal{C}$ de radio 2, es tangente al eje X en el punto $T(1;0)$ y que un diámetro de $\mathcal{C}$ es el segmento RQ tal que $R(2;a)$,
   a) Halle la ecuación de $\mathcal{C}$. 2 puntos
   b) Halle el área del triángulo *RQP*, donde $P(-1;4)$. 2 puntos

2. Considere las curvas cuyas ecuaciones son:

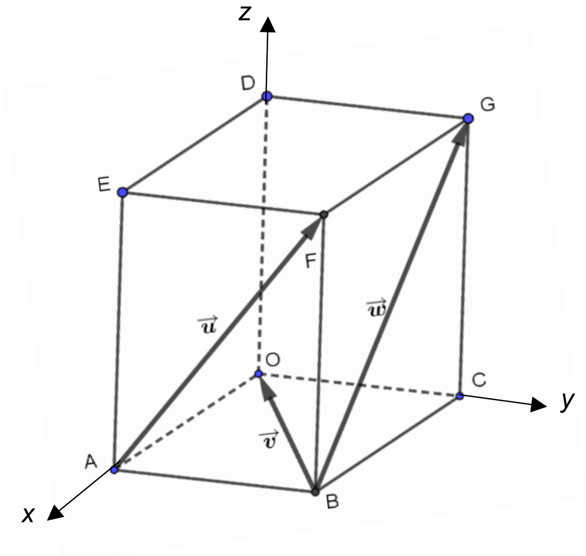
$$C_1: 2(x-1)^2-(y-5)^2=2$$
$$C_2: y^2+2y-8x+9=0$$
$$C_3: y^2-6y+4x+17=0$$

   Si *E* es el foco de C_2, F es el foco de C_3 y el punto *D* se desplaza en la curva C_1,
   a) Halle la ecuación del lugar geométrico descrito por el baricentro del triángulo *DEF*. 2 puntos
   b) Haga un esbozo del lugar geométrico hallado en el apartado a), indicando el centro y el eje focal. 2 puntos

3. Considere la cónica de ecuación $\mathcal{C}$: $x^2-xy+y^2-6\sqrt{2}y-2k=0$, donde k es una constante y el lado recto de $\mathcal{C}$ mide 4 unidades.
   a) Halle el valor de k. 2 puntos
   b) Halle la ecuación, en el sistema XY, del eje focal de $\mathcal{C}$. 1 punto
   c) Grafique la cónica $\mathcal{C}$ en el plano cartesiano XY, mostrando su centro y eje focal. 1 punto

4. Sean los vectores no nulos $\vec{u}$ y $\vec{v}$, ortogonales entre sí, tales que $\vec{v}$ es paralelo al vector $(1; 2; 1)$ y $2\vec{u} - \vec{v} = (5; 2; 3)$.
   a) Halle los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$. 2 puntos
   b) Si el vector $\vec{w} = (a; 0; b)$ es ortogonal a $\vec{v}$ y $\|\vec{w}\| = \|\vec{u}\|$, halle todos los valores que pueden tomar a y b. 2 puntos

5. En la siguiente figura se muestra un paralelepípedo recto donde O es el origen de coordenadas, los vértices A, C y D están en los ejes de coordenadas y se cumple que $\|\overrightarrow{OA}\| = 4$, $\|\overrightarrow{OC}\| = 5$ y $\|\overrightarrow{OD}\| = 8$.



   a) Halle los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$. 1 punto
   b) Calcule

$$\vec{v} \cdot (\ \|\vec{w}\|^2\vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{w})\vec{u})$$ 2 puntos

   c) Halle el valor de $m \in \mathbb{R}$ de modo que los vectores $(m; -3; m + 1)$ y $\vec{u} + \vec{w}$ sean ortogonales. 1 punto

Examen elaborado por los profesores del curso
Coordinadora de teoría: Prof. Cecilia Gaita

San Miguel, 16 de mayo del 2019

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

EXAMEN PARCIAL

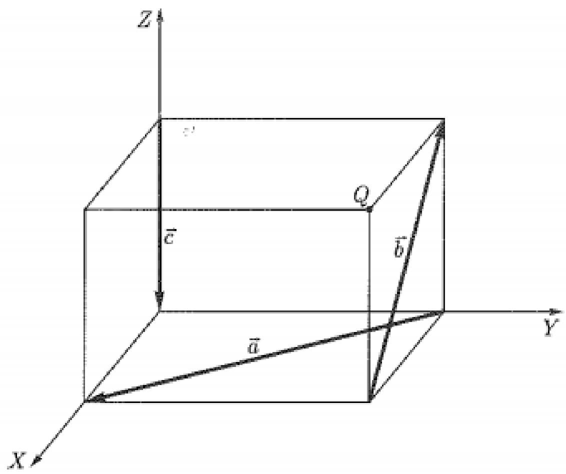
SEMESTRE ACADÉMICO 2019-1

Horarios: 116-130 y B124-B126
Turno 2 Duración: 180 minutos

ADVERTENCIAS:
- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

INDICACIONES:
- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas, calculadora ni computadora personal.
- **Justifique sus respuestas.**

1. En la siguiente figura se muestra un paralelepípedo recto donde Q (2; 5; 3).



a) Halle los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$. 1 punto

b) Calcule

$$[\vec{a}\cdot(2\vec{b}+\vec{c})]\vec{b}-\|\vec{b}\|^2\vec{a}+(\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$$

2 puntos

c) Traslade el paralelepípedo de modo que el vértice de la figura trasladada correspondiente a Q se ubique en el punto (10; 6; 8). Halle las coordenadas de los otros vértices del paralelepípedo trasladado. 1 punto

2. Sea la cónica de ecuación $\mathcal{C}$: $3x^2 - 4xy - k = 0$, donde k es una constante **negativa** y la distancia entre los vértices de $\mathcal{C}$ es 4 unidades.
   a) Halle el valor de k. 2 puntos
   b) Halle la ecuación, en el sistema XY, de la recta que contiene a uno de los lados rectos de $\mathcal{C}$. 1 punto
   c) Grafique la cónica $\mathcal{C}$ en el plano cartesiano XY, mostrando su centro y eje focal. 1 punto

3. Considere las curvas cuyas ecuaciones son:

$$C_1: x^2 + 2x - 8y + 9 = 0$$
$$C_2: x^2 - 6x + 4y + 17 = 0$$
$$C_3: (x-5)^2 + 2(y-1)^2 = 2$$

Si *A* es el foco de C_1, *B* es el foco de C_2 y el punto D se desplaza en la curva C_3,

   a) Halle la ecuación del lugar geométrico descrito por el baricentro del triángulo *ABD*. 2 puntos
   b) Haga un esbozo del lugar geométrico hallado en el apartado a), indicando el centro y el eje focal. 2 puntos

4. Sean las rectas $\mathcal{L}_1: x = 0$ y $\mathcal{L}_2: y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$, rectas tangentes en los puntos $T(0; 2\sqrt{3})$ y R, respectivamente, a la circunferencia $\mathcal{C}$ de centro $C = (h; k)$, con $h > 0$.
   a) Halle la ecuación de $\mathcal{C}$. 2 puntos
   b) Hale la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo de vértices *TRC*. 2 puntos

Nota: El centro de la circunferencia circunscrita a un triángulo es el punto en el que se intersecan las tres mediatrices de dicho triángulo.

5. Considere el paralelogramo *ABCD* con *A*(1; 2), *B*(4; 6) y los vectores $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ y $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$. Si se cumple que $||\vec{u} - \vec{v}|| = ||\vec{u} + \vec{v}||$ y $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 0$, **usando operaciones con vectores,**

   a) Demuestre que el paralelogramo *ABCD* es un cuadrado. 2 puntos
   b) Halle las coordenadas de los vértices *C* y *D* (dé solo una solución). 2 puntos

Examen elaborado por los profesores del curso
Coordinadora de teoría: Prof. Cecilia Gaita

San Miguel, 16 de mayo del 2019

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

EXAMEN FINAL

SEMESTRE ACADÉMICO 2019-1

Horarios: 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115
Turno 1

Duración: 180 minutos

ADVERTENCIAS:
- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación. - Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad. - Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos. - Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica. - Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

INDICACIONES:
- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas, calculadora ni computadora personal. - **Justifique sus respuestas.**

---

1. Dados los puntos $A(6;3;0), B(2;7;2), C(3;9;0)$ y $D(9;1;7)$, halle:

   a) La ecuación de la recta $\mathcal{L}$, que pasa por el punto D y es paralela al vector $\overrightarrow{AC}$ y la ecuación cartesiana del plano $\mathcal{P}$ que contiene a A, B y C. 1,5 puntos

   b) La ecuación de una recta que sea perpendicular a $\mathcal{P}$ y que corte a $\mathcal{L}$. 1,5 puntos

   c) La distancia de $\mathcal{L}$ a $\mathcal{P}$. 1 punto

2. a) Considere los números complejos

$$z_1{}^2 = 2\sqrt{3} + 2i, \quad Re(z_1) < 0$$

$$z_2 = \frac{2+ki}{1-ki}, \qquad k \in \mathbb{R}, k > 0, \quad Re(z_2) = 0$$

   Calcule $(z_1)^{21}.z_2$. Dé la respuesta en forma polar o exponencial. 2,5 puntos

   b) Halle los números complejos z_1 y z_2 que satisfacen el siguiente sistema:

$$(2+i)z_1 + 2z_2 = 1 + 7i$$

$$(1-i)z_1 + (i)z_2 = 0$$

1,5 puntos

3. Analice las siguientes afirmaciones y determine si son verdaderas o falsas. Justifique sus respuestas.

   a) Si A, B, X y Z son matrices cuadradas de orden n y se sabe que $X + Z = I$, entonces se cumple que $(AXB + AZB)^t = (AB)^t$. 1,5 puntos

   b) Si B, C y D son matrices cuadradas de orden n, y se sabe que $BC = BD$, entonces se cumple que $C = D$. 1,5 puntos

   c) Si A, B y C son matrices invertibles entonces ABC también es invertible y

   $$(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}.$$ 1,5 puntos

4. Demuestre las siguientes afirmaciones.

   a) Si $z = x + yi$, con $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$, entonces el conjunto solución de la ecuación:

   $$z.\bar{z} - 2z - 2\bar{z} = 5$$

   corresponde a una circunferencia con centro en 2+0*i* y radio 3. 1,5 puntos

   b) Si el vector $\vec{v}$ es un vector propio de la matriz cuadrada A, asociado al valor propio λ, entonces $\vec{v}$ también es un vector propio de la matriz A^3 pero asociado al valor propio λ^3. 2 puntos

   Nota: Dada la matriz cuadrada A, se dice que el número λ es un valor propio de A si existe un vector no nulo $\vec{v}$ tal que $A\vec{v} = \lambda\vec{v}$. El vector $\vec{v}$ se llama vector propio de A asociado a λ.

5. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales en el conjunto de los números reales.

$$\begin{aligned} x + y + 2z &= 2 \\ 2x - y + 3z &= 2 \\ 5x - y + kz &= 6 \end{aligned}$$

Determine los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los que:

a) El sistema tiene solución única y cuando eso ocurra, hállela.

b) El sistema tiene infinitas soluciones y cuando eso ocurra, hállelas.

c) El sistema no tiene solución.

4 puntos

Evaluación elaborada por los profesores del curso

Lima, 4 de julio del 2019

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

EXAMEN FINAL
SEMESTRE ACADÉMICO 2019-1

Horarios: 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 127, 128, 129, B124, B125, B126
Turno 2

Duración: 180 minutos

ADVERTENCIAS:
- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

INDICACIONES:
- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas, calculadora ni computadora personal.
- **Justifique sus respuestas.**

---

1. Considere las rectas

$$L_1: P = (1;2;3) + t(1;2;\ 0), t \in \mathbb{R} \ \text{ y } L_2: P = (3;\ 5;\ 5) + s(3;\ 3;\ -1), s \in \mathbb{R},$$

a) Analice la posición relativa de L_1 y L_2. 1 punto

b) Halle ecuaciones cartesianas de planos paralelos π_1 y π_2 que contengan a L_1 y L_2, respectivamente. 2 puntos

c) Calcule la distancia entre los planos π_1 y π_2. 1 punto

2. a) Considere los números complejos

$$w = \frac{2+i}{p+i}, \quad p \in \mathbb{R}, \quad Re(w) = Im(w)$$

$$z = (-1+i)^{-11}$$

Halle las raíces cúbicas de $w.z$, cuyas partes imaginarias son negativas. 2,5 puntos

b) Halle el número complejo $z = x + iy$, donde $x, y \in \mathbb{R}$ que cumple las siguientes condiciones:

$$z(1-i) = \bar{z}(1+i) \quad , \quad |\bar{z}\, i| = 4 \ \text{ y } \ Im(z) < 0$$

Dé su respuesta en forma polar. 1,5 puntos

3. Analice las siguientes afirmaciones y determine si son verdaderas o falsas. Justifique sus respuestas.

a) Sean las matrices cuadradas A y B y la matriz nula θ.

Si $A.B = \theta$, entonces $A = \theta$ o $B = \theta$. 1,5 puntos

b) Si $z = a + bi$, con a y b números reales diferentes de 0 y $n \epsilon \mathbb{Z}^+$ entonces $Im(z^n) \neq 0$. 1,5 puntos

c) Los vectores $\vec{u} = (2; 2; 3), \vec{v} = (-1; 5; 3)$ y $\vec{w} = (-1; 9; 6)$ son linealmente independientes. 1,5 puntos

Nota: Se dice que los vectores $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w} \in \mathbb{R}^3$ son linealmente independientes, si la única solución de la ecuación $x\vec{u} + y\vec{v} + z\,\vec{w} = \vec{0}$ es $x = y = z = 0$.

4. Demuestre las siguientes afirmaciones.

a) El conjunto solución del sistema

$$-2x + 3y = 6$$

$$-2x + 3y + z = 3$$

corresponde a una recta con vector dirección paralelo al vector (6; 4; 0). 1,5 puntos

b) Sea la matriz $A = (a_{ij})_{2\times 2}$ invertible. Si $A^t = -A$, entonces se cumple que $\det(A^2) = (a_{12})^4$. 2 puntos

5. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales en el conjunto de los números reales:

$$\begin{gathered} x + y = 1 \\ x + 4z = -3 \\ 3x + 2y - z = 3 \\ kx + 3y - 2z = 0 \end{gathered}$$

Determine los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los que:

a) El sistema tiene solución única y cuando eso ocurra, hállela.

b) El sistema tiene infinitas soluciones y cuando eso ocurra, hállelas.

c) El sistema no tiene solución.

4 puntos

Evaluación elaborada por los profesores del curso

Lima, 4 de julio del 2019

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

EXAMEN ESPECIAL

SEMESTRE ACADÉMICO 2019-1

Horarios: Todos
Turno único Duración: 180 minutos

ADVERTENCIAS:
- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación. - Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad. - Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos. - Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica. - Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

INDICACIONES:
- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas, calculadora ni computadora personal. - **Justifique sus respuestas.**

---

1. Los extremos del lado recto de la parábola
$$\mathcal{P}: y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$$
son los focos de una elipse $\mathcal{E}$ cuyo lado recto mide $2\sqrt{2}$. Se sabe además que los extremos del eje menor de $\mathcal{E}$ son los focos de una hipérbola $\mathcal{H}$ y que la distancia entre los vértices de $\mathcal{H}$ es 2. Determine las ecuaciones de $\mathcal{E}$ y $\mathcal{H}$. 4 puntos

2. Considere la recta $\mathcal{L}: \begin{cases} 5x - y + z = 0 \\ x - y - z = 4 \end{cases}$ y el plano $\Pi: 26x - 6y + 4z = 47$.
   a) Halle la ecuación vectorial de $\mathcal{L}$. 1 punto
   b) Calcule la distancia entre $\mathcal{L}$ y Π. 2 puntos

3. a) Considere que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \alpha$.

   Calcule, en términos de α , los siguientes determinantes y súmelos.
$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ 3d & 3e & 3f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & d & -5g \\ b & e & -5h \\ c & f & -5i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g+d & h+e & i+f \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & g & d \\ b & h & e \\ c & i & f \end{vmatrix}$$
1,5 puntos

   b) Sean A y B matrices cuadradas, con A invertible. Demuestre que si $AB = BA$ entonces $A^{-1}B = BA^{-1}$. 1,5 puntos

4. a) Considere los números reales a y b. Analice si el resultado de la siguiente operación:

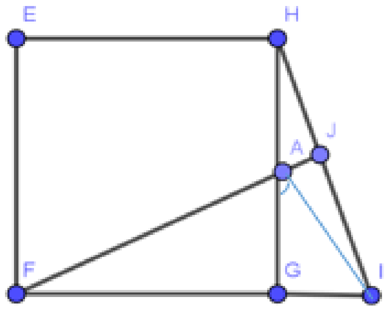
$(a + bi)^4 + (b + ai)^4$ es un número real. 2 puntos

b) Si se sabe que una solución de la siguiente ecuación es $z = 3 + i$, halle las otras soluciones complejas.

$$2z^4 - 14z^3 + 33z^2 - 26z + 10 = 0.$$

2 puntos

5. La siguiente figura corresponde a un cuadrado y el punto I se ubica en la prolongación del segmento FG. Se traza el segmento HI y luego el segmento FJ, ortogonal al segmento HI. El lado HG se interseca con el segmento FJ en el punto A.



Teniendo en cuenta que la distancia de I a G es, a lo más, la longitud del lado del cuadrado, use operaciones con vectores para demostrar que el ángulo IAG es constante; es decir, que no depende del punto I. Halle el valor de dicho ángulo.

Sugerencia: Sin pérdida de generalidad, considere F(0; 0) y G(1; 0). 3 puntos

6. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales en el conjunto de los números reales.

$$x + ky + z = -2$$
$$kx + y + z = 3 - k$$
$$x + y + kz = k - 1$$

Determine los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los que:

a) El sistema tiene solución única y cuando eso ocurra, hállela.

b) El sistema tiene infinitas soluciones y cuando eso ocurra, hállelas.

c) El sistema no tiene solución.

3 puntos

Evaluación elaborada por los profesores del curso

Lima, 8 de julio del 2019

25 JUN 2019

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

① $\mathcal{H}: 9x(x+2) - 16(y+2)^2 = 135$

a) $9x^2 + 18x - 16(y+2)^2 = 135$

$9x^2 + 18x + 9 - 16(y+2)^2 = 144$

$9(x+1)^2 - 16(y+2)^2 = 144$

$\frac{9(x+1)^2}{144} - \frac{16(y+2)^2}{144} = 1$

$\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{(y+2)^2}{9} = 1$

Eje focal // eje X

centro $O(-1,-2)$ (h, k)

$a^2 = 16 \quad a = 4$

$b^2 = 9 \quad b = 3$

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 25$

$c = 5$

I) Vértices

$V_1(-a+h, k)$

$V_2(a+h, k)$

$\boxed{V_1(-5,-2) \quad V_2(3,-2)}$

II) Focos

$F_1(h-c, k)$

$F_2(h+c, k)$

$\boxed{F_1(-6,-2) \quad F_2(4,-2)}$

III) Asíntotas

Si $\mathcal{H}$ tiene eje focal // eje X

$y - k = \pm\frac{b}{a}(x-h)$

∴ Las dos asíntotas son

$\boxed{y+2 = \frac{3}{4}(x+1) \quad y+2 = -\frac{3}{4}(x+1)}$

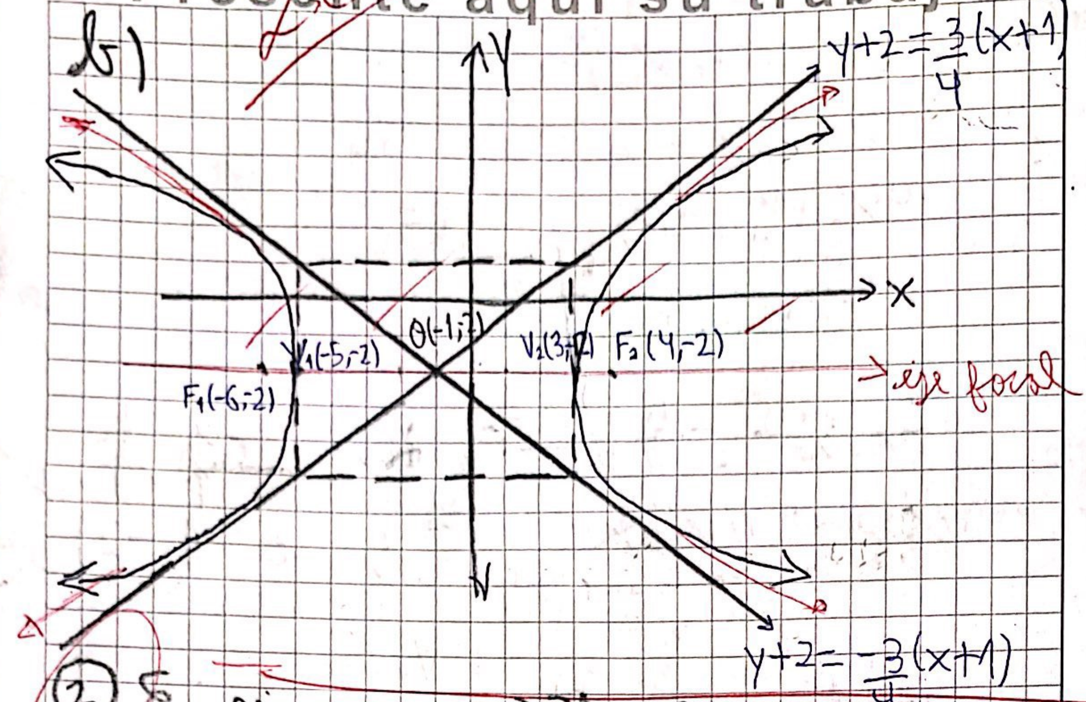
3.0 4

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

20

b)



$y=-2$

② E: eje menor $\rightarrow 2b=8$

$b=4$

eje focal // eje x → foco, vértice, centro comparten ordenada
→ centro y extremo eje menor comparten abscisa

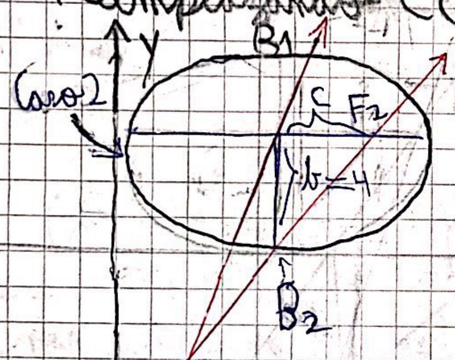
F;N

$C(h,k) \rightarrow$ centro $\in \mathcal{L}_1: -8x+3y-14=0$ ... ①

B_1

$F_1 \in \mathcal{L}_2: -4x+3y-22=0$ ... ②

Reemplazando $C(h,k)$ en $\mathcal{L}_1$

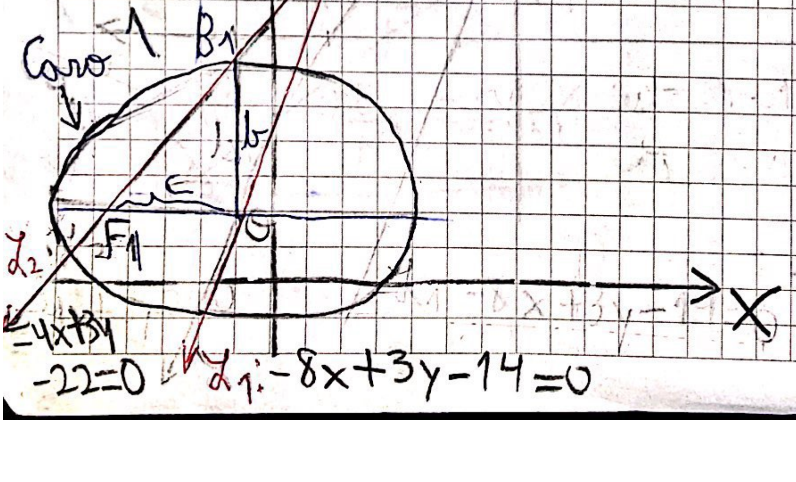


$-8h+3k-14=0$

$3k=8h+14$

$k=\frac{8h+14}{3}$

$O\left(h,\frac{8h+14}{3}\right)$



Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Caso 1

Para $B_1(h, k+b)$

$F_1(h-c, k) \in \mathscr{L}_2$

$B_1(h, k+4) \rightarrow$ De $k = \frac{8h+14}{3}$

$B_1\left(h, \frac{8h+14}{3}+4\right)$ $\quad \frac{8h+14}{3}+4 = \frac{8h+26}{3}$

reemplazando en $\mathscr{L}_2$ $\quad \rightarrow$ Reemplazando en F_1 en $\mathscr{L}_1$

$-4h + \cancel{3}\left(\frac{8h+14+12}{\cancel{3}}\right) - 22 = 0$

$-4h + 8h + 26 - 22 = 0$

$4h = -4$

$h = -1 < 0$ ✓

$k = \frac{8(-1)+14}{3} = 2$

$O(-1, 2)$

$-4(h-c) + 3k - 22$

$-4(-1-c) + 6 - 22 =$

$-4(-1-c) = 16$

$(-1-c) = -4$

$c + 1 = 4$

$c = 3$

Solución

Rpta:

$$\boxed{E: \frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1}$$

De $a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 4^2 + 3^2$

$a^2 = 16 + 9 \quad a = 5$

$a^2 = 25$

Caso 2

Para $B_2(h, k-b) \in \mathscr{L}_2$

$F_2(h+c, k)$

$B_2(h, k-4)$

$B_2\left(h, \frac{8h+14}{3} - 4\right)$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Reemplazando B_2 en $\mathcal{L}_2$

$-4h+3\left(\frac{8h+14}{3}-4\right)-22=0$

$-4h+\cancel{3}\left(\frac{8h+14-12}{\cancel{3}}\right)-22=0$

$4h+2-22=0$

$h=5$ $\quad k=\frac{8(5)+14}{3}=\frac{54}{3}=18$

Pero $5>0$

no es solución

OK

Error al escribir los observar su solución para el caso 1.

La única solución es $\boxed{\mathcal{E}.\ \frac{(x+1)^2}{16}+\frac{(y-2)^2}{16}=1}$

ojo

(3) $-4xy-3x^2+10=0 \longrightarrow xy$

Se rota en ángulo θ

a) $-4xy-3x^2+10=0$

$3x^2+4xy-10=0$

$A=3 \quad B=4 \quad C=0$

$tg\,2\theta=\frac{B}{A-C}=\frac{4}{3} \Rightarrow tg\,2\theta=\frac{2tg\,\theta}{1-tg^2\theta}=\frac{4}{3}$

$4tg^2\theta+6tg\,\theta-4=0$

$2tg^2\theta+3tg\,\theta-2=0$

$2tg\,\theta \quad -1$

$tg\,\theta \quad +2$

$(2tg\,\theta-1)(tg\,\theta+2)=0$

$tg\,\theta=\frac{1}{2}$ ✓

$tg\,\theta=-2$ ✗

$sen\,\theta=\frac{1}{\sqrt{5}}$

$cos\,\theta=\frac{2}{\sqrt{5}}$

Ecuaciones de rotación

$x=u\cos\theta-v\,sen\,\theta \qquad u=x\cos\theta+y\,sen\,\theta$

$y=u\,sen\,\theta+v\cos\theta \qquad v=y\cos\theta-x\,sen\,\theta$

$x=\frac{2u-v}{\sqrt{5}}$

$y=\frac{u+2v}{\sqrt{5}}$

$u=\frac{2x+y}{\sqrt{5}}$

$v=\frac{2y-x}{\sqrt{5}}$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

b) Reemplazando

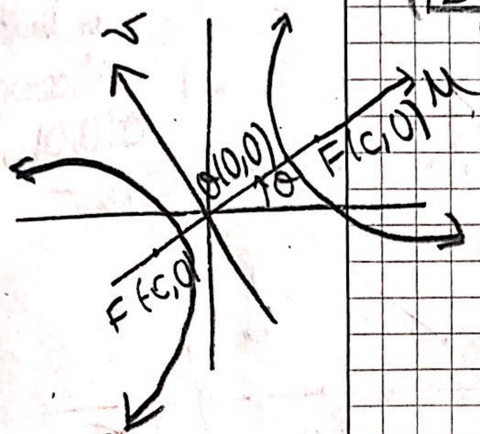
$$3x^2+4xy-10=0$$

$$3\left(\frac{2u-v}{\sqrt{5}}\right)^2+4\left(\frac{2u-v}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{u+2v}{\sqrt{5}}\right)-10=0$$

$$3\left(\frac{4u^2-4uv+v^2}{5}\right)+4\left(\frac{2u^2+3uv-2v^2}{5}\right)-10=0$$

$$\frac{12u^2-12uv+3v^2}{5}+\frac{8u^2+12uv-8v^2}{5}-10=0$$

$$\left(\frac{12+8}{5}\right)u^2+\left(\frac{3-8}{5}\right)v^2+\cancel{\left(\frac{12-12}{5}\right)uv}-10=0$$



$$4u^2-v^2-10=0$$

$$4u^2-v^2=10$$

$$\frac{u^2}{10/4}-\frac{v^2}{10}=1$$ (Hipérbola) eje focal // eje u

$a^2=\frac{10}{4}$ $\quad b^2=10$

$c^2=a^2+b^2=\frac{10}{4}+\frac{40}{4}$

centro $O(0,0)$ en xy y uv $\quad c^2=\frac{50}{4}$ $\quad c=\frac{5}{2}\sqrt{2}$

Focos en uv

$F_1(-c,0) \longrightarrow F_1\left(-\frac{5}{2}\sqrt{2},0\right)$

$F_2(c,0) \longrightarrow F_2\left(\frac{5}{2}\sqrt{2},0\right)$

Focos en xy

$F_1 \rightarrow x=\frac{2\left(-\frac{5}{2}\sqrt{2}\right)-0}{\sqrt{5}}=-\sqrt{10}$

$y=\frac{-\frac{5\sqrt{2}}{2}-0}{\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{10}}{2}$

$F_1\left(-\sqrt{10},-\frac{\sqrt{10}}{2}\right)$

20

Presente aquí su trabajo

$F_2 \rightarrow x = \frac{2\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right) - 0}{\sqrt{5}} = \sqrt{10}$

$y = \frac{\frac{5}{2}\sqrt{2} - 2(0)}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

2.0

$\boxed{F_2\left(\sqrt{10}, \frac{\sqrt{10}}{2}\right)}$

c) Eje focal en $uv \rightarrow v = 0$

De $v = y\cos\theta - x\,\text{sen}\,\theta$

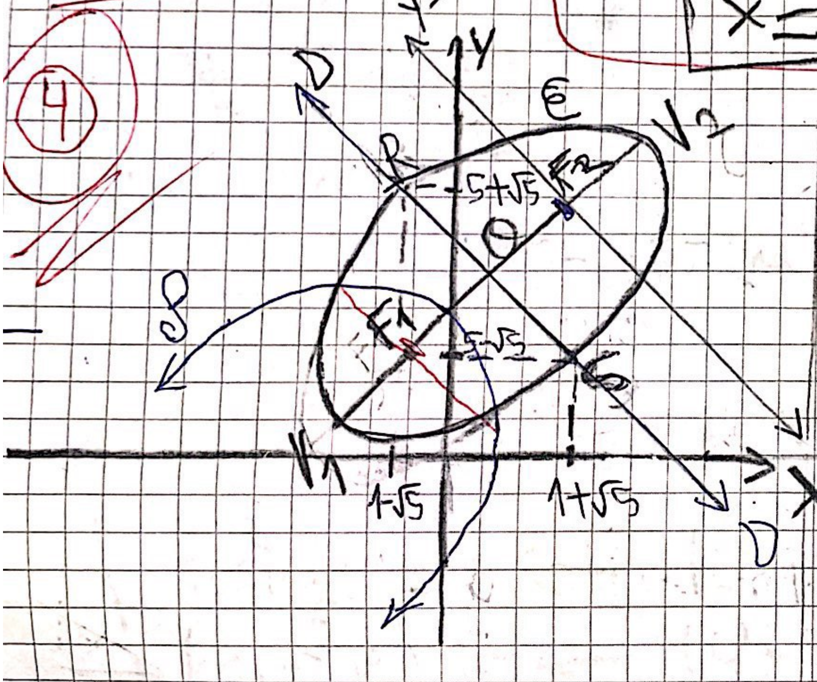
1.0

$v = \frac{2y}{\sqrt{5}} - \frac{x}{\sqrt{5}} \rightarrow \frac{2y - x}{\sqrt{5}} = 0$

$2y - x = 0$

$\boxed{x = 2y}$

4



$S(1+\sqrt{5}, 5-\sqrt{5})$

$R(1-\sqrt{5}, 5+\sqrt{5})$

$\mathcal{L}\; y = 10 - x$ contiene al lado recto

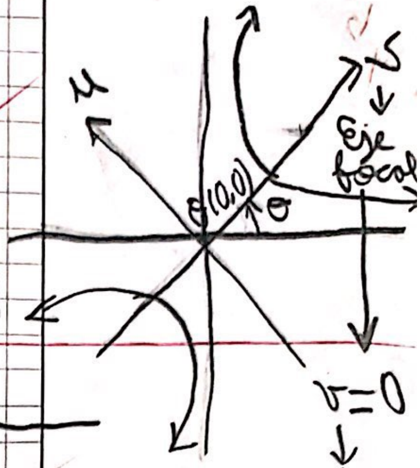
Eje menor de $\mathcal{E}$

↓

D (directriz) de $\mathcal{P}$

F con abscisa negativa (foco)

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)



$v = 0$

↓

incluye al centro $O(0,0)$ en uv

Fin

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

De los datos

O (centro de $\mathcal{E}$) $\rightarrow$ punto medio de $\overline{SR}$

$O\left(\frac{1+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}}{2}, \frac{5-\sqrt{5}+5+\sqrt{5}}{2}\right)$

$O(1,5)$

$\mathcal{L}: y = 10 - x$

$\mathcal{L}: x + y - 10 = 0$

$d(O, \mathcal{L}) = c$

lado recto

$\frac{|1+5-10|}{\sqrt{2}} = c$

$c = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

$d(S,R) = \underbrace{2b}_{\text{eje menor}}$

$\sqrt{(\cancel{1}+\sqrt{5}-\cancel{1}+\sqrt{5})^2 + (\cancel{5}-\sqrt{5}-\cancel{5}-\sqrt{5})^2} = 2b$

$\sqrt{(2\sqrt{5})^2 + (-2\sqrt{5})^2} = 2b$

$\sqrt{20+20} = 2b$

$2\sqrt{10} = 2b$

$b = \sqrt{10}$

Hallando a

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = (\sqrt{10})^2 + (2\sqrt{2})^2 \Rightarrow a^2 = 10 + 8$

$a^2 = 18 \quad a = 3\sqrt{2}$

Hallando F_1 y F_2 $\quad F_1(x_F, y_F)$

$d(O, F_1) = d(O, F_2) = c = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{(x_F-1)^2 + (y_F-5)^2} = 2\sqrt{2}$

Rectas

$m_{SR} = \frac{5+\sqrt{5}-5+\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}-1-\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{-2\sqrt{5}} = -1$

imprenta)

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$m_{V_1V_2} = 1 \qquad V_1V_2 \perp SR$

$\overline{V_1V_2} : y-5 = 1(x-1)$

$y-5 = x-1$

$V_1V_2 : \boxed{x-y+4=0}$

$x_F - y_F + 4 = 0 \qquad y_F = x_F + 4$

$\sqrt{(x_F-1)^2 + (\underbrace{x_F+4-5}_{(x_F-1)^2})^2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{2(x_F-1)^2} = 2\sqrt{2} \qquad 2(x_F-1)^2 = 8$

$(x_F-1)^2 = 4$

$|x_F-1| = 2$

$x_F - 1 = 2 \vee 1 - x_F = 2$

$x_F = 3 \vee x_F = -1$

$y_F = 7 \qquad y_F = 3$

$F_2(3,7) \qquad F_1(-1,3)$

$\downarrow$

también es foco de parábola

Hallando directriz

$m_{SR} = -1$
$\in O(1,5) \longrightarrow y-5 = -(x-1)$

$y-5 = -x+1$

$\boxed{D: x+y-6=0}$

a) $\mathcal{P} : \longrightarrow d(Q, F_1) = d(Q, D)$

$Q(x,y) \rightarrow$ punto de la parábola

$\boxed{P: \sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} = \frac{|x+y-6|}{\sqrt{2}}}$

b) $\mathcal{E} : \longrightarrow d(Q, F_1) + d(Q, F_2) = 2a$

$Q(x,y) \rightarrow$ punto de elipse

$\mathcal{E} : \sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (y-7)^2} = 2(3\sqrt{2})$

$\boxed{\mathcal{E} : \sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (y-7)^2} = 6\sqrt{2}}$

5.0

Scanned with CamScanner