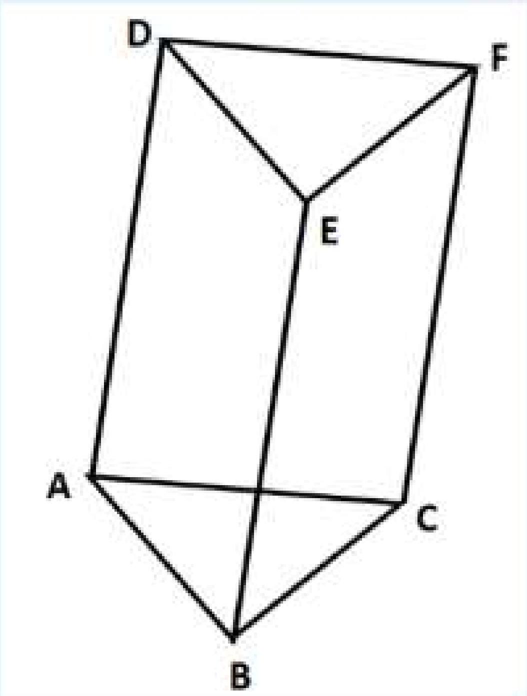
PREGUNTA 1

Considere un prisma triangular ABC-DEF que cumple las siguientes condiciones:

· Una de sus bases es el triángulo ABC, con A(-2; -2;0), B(0,0,0) y $\overrightarrow{BC} = (-2; 2; 0)$

· Sus aristas AD, BE y CF tienen la misma dirección y el mismo sentido que el vector v=(2;1;1)

· El volumen del prisma triangular ABC-DEF es 24 unidades cúbicas.



Halle:

a) El área de la base ABC.

b) La longitud de la altura del prisma triangular ABC-DEF.

c) Las coordenadas del vértice F de la base DEF.

PREGUNTA 2

Considere las rectas

$L_1 : P = (2; 1; 2) + t(1; 3; -1), t \in \mathbb{R}$

$L_2 : P = (2; 2; -2) + s(2; 6; k^2 - 6), s \in \mathbb{R}$, donde k es un número fijo.

a)Determine los valores de k para los cuales las rectas L_1 y L_2 son rectas paralelas.

b)¿Existen valores de k para los cuales la intersección de las rectas L_1 y L_2 es no vacía? Justifique.

c)Considere k=0 y determine las coordenadas de los puntos A en L_1 y B en L_2 tal que AB sea perpendicular a ambas rectas. Luego, calcule la distancia entre L_1 y L_2.

PREGUNTA 3

Sea $ABCD$ un cuadrilátero tal que los puntos medios de sus lados AB, BC, CD y DA son P, Q, R y S, respectivamente.
Sean $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ y $\vec{w} = \overrightarrow{CD}$.

a) Demuestre que $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$.

b) Si $\vec{w} = -\frac{4}{3}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}$, demuestre que el punto medio del segmento PR pertenece a la diagonal BD.

Isabel León Luna - 20203481

1)

$A(-2,-2,0)$
$B(0,0,0)$
$\overline{BC}=(-2,-2,0)$
$V=24u^3$

a) $\overline{BA}=(-2,-2,0)$
$\overline{BC}=(-2,2,0)$
$Ab=\frac{1}{2}\|\overline{BC}\times\overline{BA}\|=\frac{1}{2}\cdot 8=4$ //

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = \hat{i}(0)-\hat{j}(0)+\hat{k}(8)$$

b) $V=\frac{\overline{BE}}{2}\cdot(\overline{BC}\times\overline{BA})=24$

$\frac{(2k,k,k)\cdot(0,0,8)}{2}=24$

$\frac{8k}{2}=24 \rightarrow k=6$ $\qquad \overline{BE}=6(2,1,1)=(12,6,6)$

↳ Cálculo de la altura:

$Proy_{\overline{BC}\times\overline{BA}}\overline{BE}=\left(\frac{(12,6,6)\cdot(0,0,8)}{64}\right)\cdot(0,0,8)$

$=\frac{48}{64}\cdot(0,0,8)=\frac{3}{4}(0,0,8)$

$h=Proy_{\overline{BC}\times\overline{BA}}\overline{BE}=6$ //

c) $F=C+\overline{CF}$ $\qquad \overline{CF}=\overline{BE}$
$F=(-2,2,0)+(12,6,6)$
$F=(10,8,6)$ //

20203481 | Isabel León Luna

2

$L_1: P = (2,1,2) + t(1,3,-1),\ t \in \mathbb{R}$
$L_2: P = (2,2,-2) + s(2,6,K^2-6),\ s \in \mathbb{R}$

a) $\bar{u} = (1,3,-1)$
$\bar{v} = (2,6,k^2-6)$

$(2,6,k^2-6) = \lambda(1,3,-1)$
$\lambda = 2$
$k^2 - 6 = -2$
$k^2 = 4$
$k = \pm 2$
$k = 2 \ / \ k = -2$

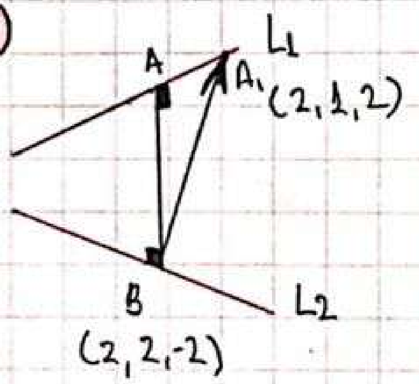
b) $x = 2+t \qquad x = 2+2s \qquad 2+t = 2+2s$
$y = 1+3t \qquad y = 2+6s \qquad t = 2s$
$z = 2-t \qquad z = 2+s(K^2-6)$

$2-t = -2+s(K^2-6)$
$4 = s(K^2-6)+t$
$4 = s(K^2-6)+2s$
$4 = s(K^2-4)$
$S = \frac{4}{K^2-4}$

$K^2-4 \neq 0$
$K^2 \neq 4 \qquad K \neq \pm 2$

$K \in \langle -\infty,-2\rangle \cup \langle -2,2\rangle \cup \langle 2,+\infty\rangle$
$K = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$

c)



$\bar{BA} = \lambda(\bar{u} \times \bar{v})$
↳ Cálculo de $\bar{u} \times \bar{v}$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 3 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = i(6) - j(2) + k(0) = 6\hat{i} - 2\hat{i}$$

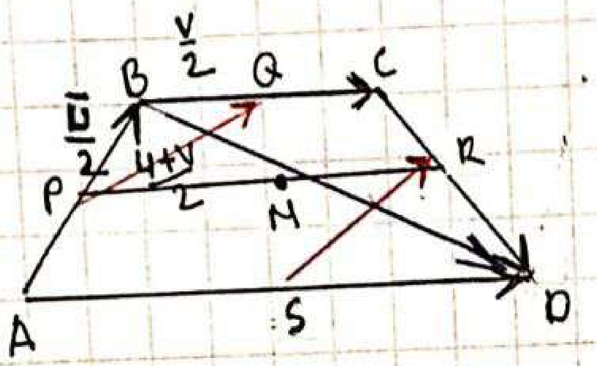
$BA = (0,-1,4)$
$A = (2,2,-2) + \left(\frac{3}{10}, \frac{-1}{10}, 0\right) = \left(\frac{23}{10}, \frac{19}{10}, -2\right)$

$L_1.\ P = (2,1,2) + t(1,3,-1)$
$L_2.\ P = (2,2,-2) + s(2,6,-6)$
$\bar{BA} = \text{Proy}_{\bar{u}\times\bar{v}}\ \bar{BA} = \frac{(0,-1,4)\cdot(6,-2,0)}{40}\cdot(6,-2,0)$

$\bar{BA} = \frac{2}{40}\cdot 2(3,-1,0) = \frac{1}{3}(3,-1,0)$

$$\boxed{A = \left(\frac{23}{10}, \frac{19}{10}, -2\right) \quad B = (2,2,-2)}$$

③



a) $\bar{SR} + \frac{\bar{w}}{2} = \frac{\bar{u}+\bar{v}+\bar{w}}{2}$ $\qquad \bar{PQ} = \frac{\bar{u}+\bar{v}}{2}$

$$\bar{SR} = \frac{\bar{u}+\bar{v}}{2}$$

$$\bar{SR} = \bar{PQ}$$

b) $\bar{w} = -\frac{4}{3}\bar{u} + \frac{1}{3}\bar{v}$

$$BD = v - \frac{4}{3}\bar{u} + \frac{1}{3}\bar{v} = \frac{4}{3}(\bar{v}-\bar{u})$$

$$\bar{PR} = \frac{\bar{u}}{2} + \bar{v} + \frac{\bar{w}}{2}$$

$$= \frac{\bar{u}}{2} + \bar{v} + \frac{1}{2}\left(-\frac{4}{3}\bar{u} + \frac{1}{3}\bar{v}\right)$$

$$= \frac{7}{6}\bar{v} - \frac{\bar{u}}{6}$$

$$\bar{MR} = \frac{7}{12}\bar{v} - \frac{\bar{u}}{12}$$

$$\bar{BM} = \bar{v} + \frac{\bar{w}}{2} - \bar{MR}$$

$$= \bar{v} + \frac{1}{2}\left(-\frac{4}{3}\bar{u} + \frac{1}{3}\bar{v}\right) - \left(\frac{7}{12}\bar{v} - \frac{\bar{u}}{12}\right)$$

$$= \bar{v} - \frac{2}{3}\bar{u} + \frac{\bar{v}}{6} - \frac{7}{12}\bar{v} + \frac{\bar{u}}{12} = \frac{7}{6} - \frac{7}{12} = \frac{7}{12}\bar{v} - \frac{7}{12}\bar{u}$$

$$= \frac{7}{12}(\bar{v} - \bar{u})$$

$$\bar{BM} = x\,\bar{BD}$$ 6

6