ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

SEGUNDA PRÁCTICA DIRIGIDA - EVALUACIÓN

SEMESTRE ACADÉMICO 2024-1

Horarios: 101 al 116.

Elaborada por todos los profesores del curso.

INDICACIONES:

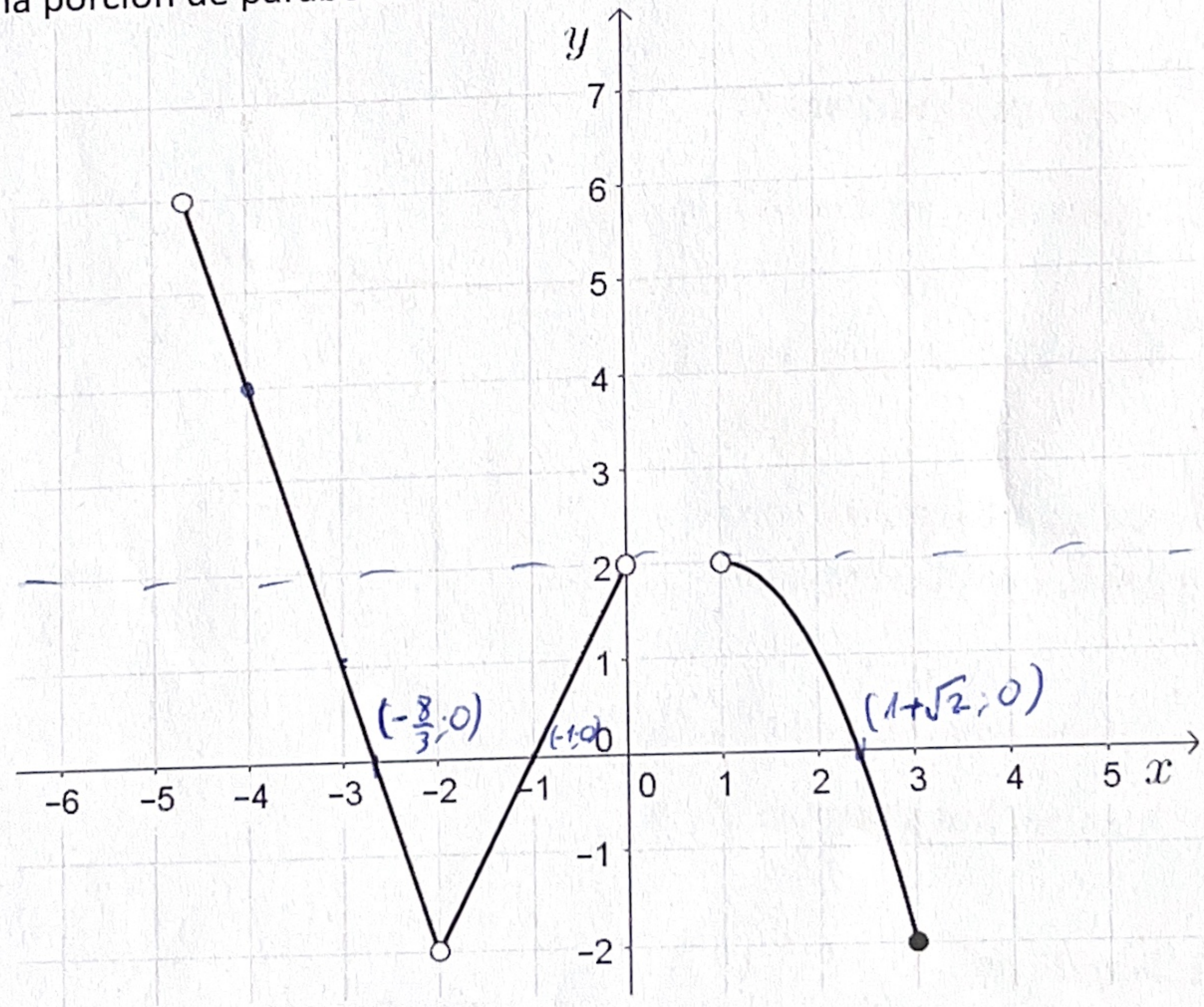
- El desarrollo de todos los ejercicios siguientes debe realizarse **desarrollando sus procedimientos y justificando todas sus respuestas.**
- No se permite el uso de apuntes de clase, libros, calculadora o computadora personal.
- La presentación, ortografía y gramática serán tomadas en cuenta en la calificación.

Apellidos y nombres: Gastelo Mondragón Juan Antonio

Horario: H-102

Código: 20241028

1. A continuación, se muestra la gráfica de la función f constituida por dos segmentos de recta y una porción de parábola.



Halle:

a) La función f. (10 puntos)

b) El rango de la función f. $[-2;6[$ (2 puntos)

c) El conjunto de todos los valores de x para los cuales $f(x) \leq 2$. (4 puntos) $x \in$

d) Las coordenadas de los puntos de intersección de la gráfica de f con los ejes de coordenadas. (4 puntos)

San Miguel, 25 de abril de 2024.

ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

PUCP

Código de alumno

Año: 2024 Número: 1028

Apellidos y nombre del alumno (letra imprenta): Gostelo Marchini Juan Antonio

Práctica

Nota: 20

Curso: FUCAL

Práctica N°: 2

Horario: H-102

Fecha: 25/04/24

Nombre del profesor: Ricardo Ramos

Firma del jefe de práctica

Nombres y apellidos (iniciales): M.M.A.

a) $f(x)=\begin{cases} f_1(x); & ?<x<-2 \\ f_2(x); & -2<x<0 \\ f_3(x); & 1<x\leq 3 \end{cases}$

Una vez resuelto:

$$f(x)=\begin{cases} -3x-8; & -\frac{14}{3}<x<-2 \\ 2x+2; & -2<x<0 \\ -(x-1)^2+2; & 1<x\leq 3 \end{cases}$$

En $f_1(x)$ es una recta

$F_1(x)=mx+b$; $(-4;4)\in F_1(x)$, $(-3;1)\in F_1(x)$

$F_1(-4)=-4m+b=4$

$F_1(-3)=-3m+b=1$

$b=4+4m$, $b=1+3m$

$4+4m=1+3m$

$\underline{m=-3}$ → $b=4+4(-3)$, $b=4-12$, $b=-8$

$~~F_2(x)=-3x+b~~$

$\underline{F_1(x)=-3x-8}$

$F_2(x)$ es una recta. → $(-1;0)\in F_2(x)$, sino estuviera entre $-2<x<0$

$F_2(x)=m_2x+b_2$ → b_2 es el intercepto con el eje y

$~~F_2(-1)=m_2(-1)+2=0~~$; si $F_2(x)$ no estuviera seccionada en $-2<x<0$, en $x=0$, $y=2$

$~~m_2x=~~$

$\underline{b_2=2}$

$F_2(-1)=-m+2=0$

$\underline{2=m}$

$\underline{F_2(x)=2x+2; -2<x<0}$

$F_3(x)$ es una parábola que se abre hacia abajo

$F_3(x)=a(x-h)^2+K$; $a<0$

$V(h;k)$ es el vértice → del gráfico $V(1;2)$ $h=1$, $K=2$

$F_3(x)=a(x-1)^2+2$

$(2;1)\in F_3(x)$

$F_3(2)=a(2-1)^2+2=1$

$a(1)^2+2=1$

$a=-1$

$~~F(3)~~$ $\underline{f_3(x)=-(x-1)^2+2; 1<x\leq 3}$

$F_1(x)=-3x-8$

Debo hallar x cuando $F_1(x)=6$

$-3x-8=6$

$-3x=14$

$x=-\frac{14}{3}$

$F_1(x)=-3x-8$

$-\frac{14}{3}<x<2$

~~Debo~~ hallar

a) 10

b) 2,0

c) 4,0

d) 4,0

b) Rang $f = [-2 ; 6[$

c) del gráfico: $f_2(x) \leq 2$ siempre: $\rightarrow f_2(x) = 2x+2 ; -2<x<0$ $\cap$ $f_3(x) \leq 2 \rightarrow f_3(x) = -(x-1)^2+2 ; 1<x\leq 3$

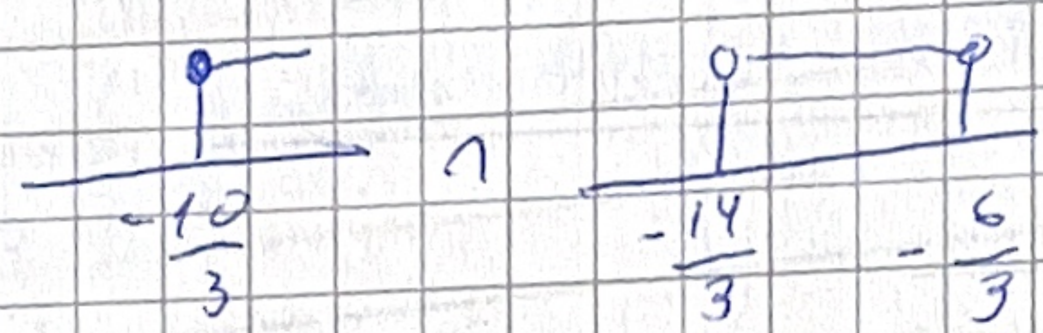
$f_1(x) = -3x-8 ; x \in]-\frac{14}{3} ; -2[$

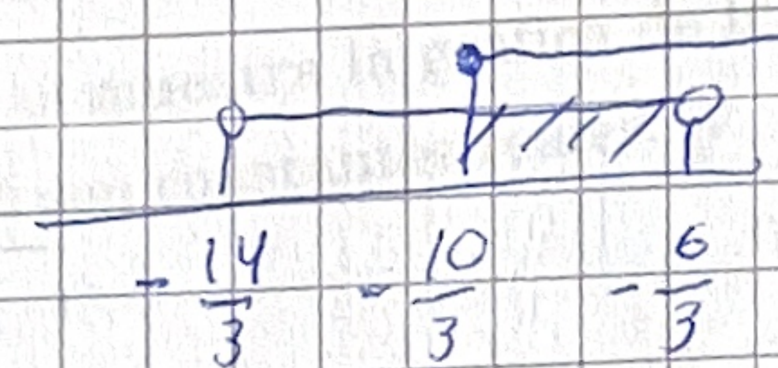
$f_1(x) \leq 2$ $\quad \cap \quad -\frac{14}{3} < x < -2$

$-3x-8 \leq 2$

$-3x \leq 10$

$x \geq -\frac{10}{3} \quad \cap \quad -\frac{14}{3} < x < -\frac{6}{3}$





$\rightarrow x \in [-\frac{10}{3} ; -2[$

El conjunto de todos los valores de x para los que $f(x) \leq 2$ es

$$x \in [-\frac{10}{3} ; -2[\cup]-2 ; 0[\cup]1 ; 3]$$

d) Hallar:

Interceptos con el eje X

$f_1(x) = 0$

$-3x-8=0$

$-3x = 8$

$x = \frac{8}{-3}$

$(-\frac{8}{3} ; 0)$

$f_2(x) = 0$

$2x+2=0$

$2(x+1)=0$

$x+1=0$

$x=-1$

$(-1 ; 0)$

$f_3(x) = 0$

$-(x-1)^2+2=0$

$2 = (x-1)^2$

$2 = x^2-2x+1$

$0 = x^2-2x-1 \rightarrow a=1, b=-2, c=-1$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-4(1)(-1)}}{2}$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} \rightarrow x = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$

$x_1 = \frac{2+2\sqrt{2}}{2}$ $\qquad x_2 = \frac{2-2\sqrt{2}}{2}$

$x_1 = 1+\sqrt{2}$ $\qquad x_2 = 1-\sqrt{2}$

$(1+\sqrt{2} ; 0)$

$1-\sqrt{2}$ no pertenece al dominio de $f_3(x)$

Dom $f_3(x)$: $]1 ; 3]$

Interceptos con el eje Y:

$x=0$ no pertenece al dominio de f, por lo tanto, no hay interceptos con el eje Y.

Interceptos con el eje X

$(-\frac{8}{3} ; 0)$

$(-1 ; 0)$

$(1+\sqrt{2} ; 0)$

Interceptos con el eje Y

$f(x)$ no tiene interceptos con el eje Y.