

**PUCP**Estudios  
Generales Ciencias

Año

Número

2024

3454

Código de alumno

**Práctica**Mercado Asto Analí Xiomara

Apellidos y nombres del alumno (letra imprenta)

Firma del alumno

Curso: FiscalPráctica N°: Pc 4Horario de práctica: I 101Fecha: 21/11/24Nombre del profesor: CARLOS TAPIA

<b>Nota</b>
<b>19</b>
Número entero

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: N.S.  
(iniciales)**INDICACIONES**

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
  - redacción, claridad de expresión, corrección gramatical, ortografía y puntuación en su desarrollo;
  - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
  - evitar borrones, manchas o roturas;
  - no usar corrector líquido;
  - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.

## FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

### CUARTA PRÁCTICA CALIFICADA

SEMESTRE ACADÉMICO 2024 -2

Horarios: Todos.

Duración: 110 minutos

Elaborada por todos los profesores.

#### ADVERTENCIAS:

- Todo aparato electrónico no autorizado, como teléfono celular, tableta, reloj inteligente, etc., debe estar apagado y guardado en su mochila durante todo el tiempo que se desarrolle la evaluación. Esto incluye la salida a los servicios higiénicos. Incumplir esta indicación traerá como consecuencia que el docente no califique la evaluación y le asigne la nota cero.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos. Durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, salvo en los casos de emergencia que deberán ser comunicados al responsable de la evaluación.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo total destinado a ella.

#### INDICACIONES:

- El desarrollo de todos los ejercicios siguientes debe realizarse **detallando sus procedimientos y justificando todas sus respuestas.**
- No se permite el uso de apuntes de clase, libros, calculadoras, tablas o computadora personal.
- La presentación, ortografía y gramática serán tomadas en cuenta en la calificación.

1. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2+3x}{3+x}, & x < -4 \\ 3 - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}, & x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Justifique que  $f$  es inyectiva. (2.0 puntos)
- b) Halle la función inversa de  $f$ . (2.0 puntos)
- c) Grafique la función  $f^{-1}$ . (2.0 puntos)

2. Halle el dominio (implícito) de la función  $f(x) = \sqrt{-1 + \log_5(2^x - 4)}$ . (2.0 puntos)

3. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 3 + \log_{1/2}(1-x), & x < 1, \\ 2 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right), & 1 \leq x < 5, \\ \sin(-x), & 2\pi < x < 3\pi \end{cases}$$

- a) Esboce la gráfica de  $f$ . (3.5 puntos)
- b) Indique las ecuaciones de las asíntotas de la gráfica de  $f$ . (0.5 puntos)
- c) Determine las coordenadas de los puntos de intersección de la gráfica de  $f$  con los ejes coordinados. (1.0 punto)
- d) Halle todos los valores de  $x$  tales que  $f(x) \geq 2$ . (1.0 punto)

4. Sea  $a > 0$  una constante. Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax - 5, & -2 \leq x \leq -1, \\ a \log_2(x), & 1 < x < 2. \end{cases}$$

- a) Para  $a = 3$ , grafique  $f$ . ¿Es  $f$  inyectiva? Justifique su respuesta. (2.5 puntos)
- b) Halle el conjunto de valores de  $a$  para los cuales la función  $f$  es inyectiva. (1.5 puntos)

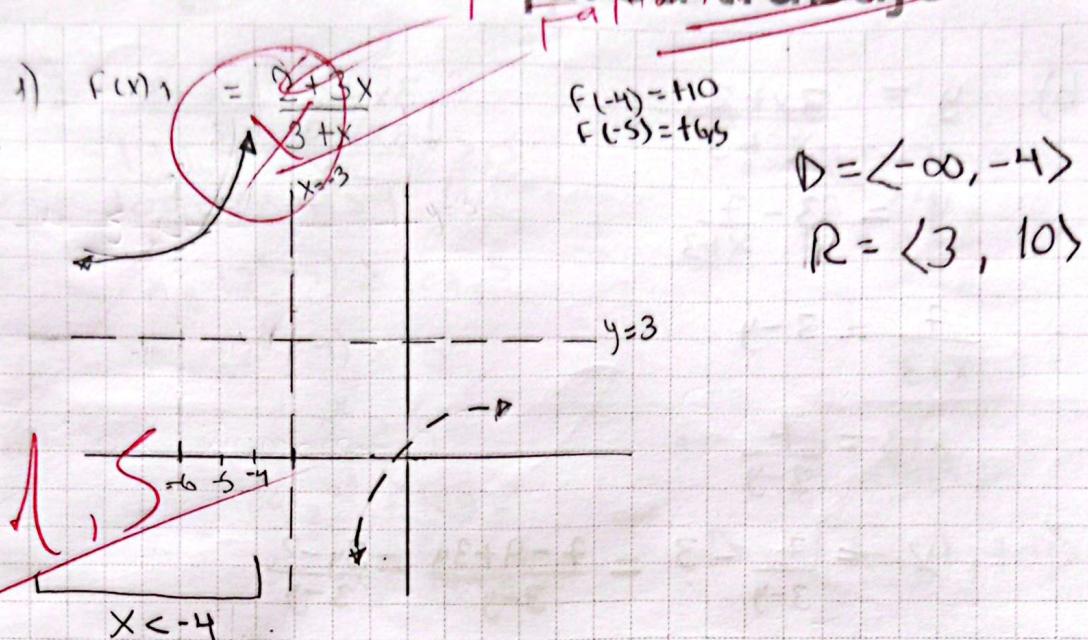
5. Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

- a) La función  $f(x) = 3 + \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ ,  $x \in [0; \frac{3\pi}{2}]$ , es inyectiva. (1.0 punto)
- b) Si la función  $f$  no es creciente ni decreciente entonces  $f$  no posee inversa. (1.0 punto)

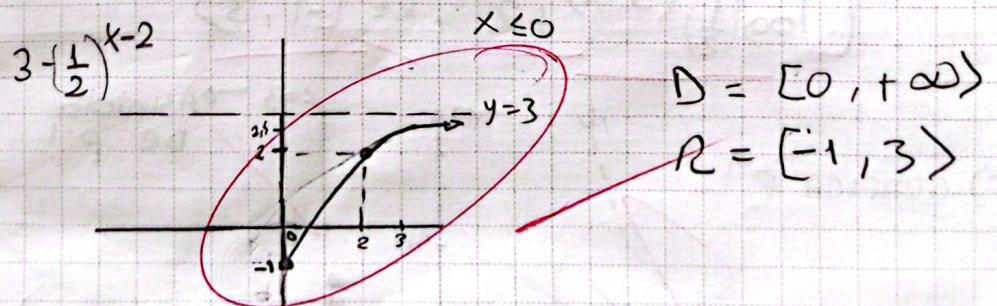
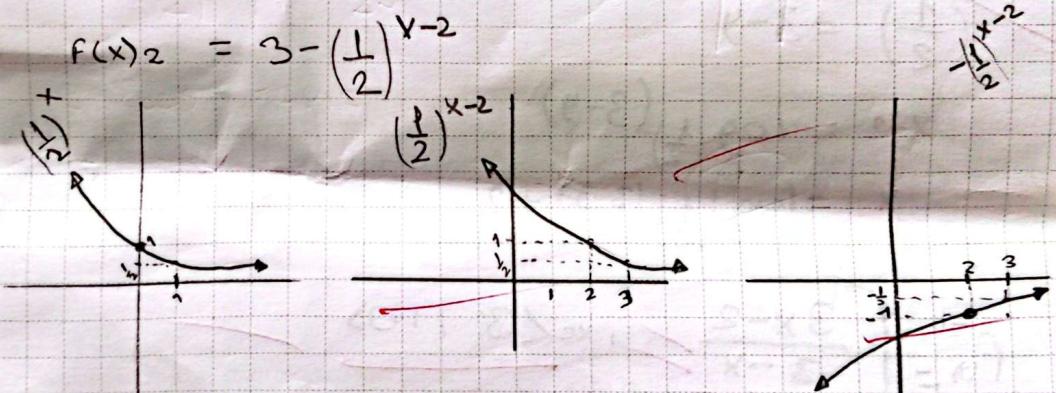
San Miguel, 21 de noviembre de 2024.

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)



$f(x)_1$  es CRECIENTE  $\rightarrow f(x)_1$  es INYECTIVA



$f(x)_2$  es CRECIENTE  $\rightarrow f(x)_2$  es INYECTIVA

$$R_1 \cap R_2 = \emptyset$$

$$\langle 3, 10 \rangle \cap [-1, 3] = \emptyset$$

$f(x)$  es INYECTIVA

# Presente aquí su trabajo

b)  $y = \frac{3x+2}{x+3}$

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ \underline{-} 3x-9 \\ -7 \end{array} \quad | \quad x+3$$

$$y = 3 - \frac{7}{x+3}$$

$$\frac{7}{x+3} = 3-y$$

$$x+3 = \frac{7}{3-y}$$

$$x = \frac{7}{3-y} - 3 = \frac{7-9+3y}{3-y} = \frac{3y-2}{3-y}$$

~~$$y = 3 - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$$~~

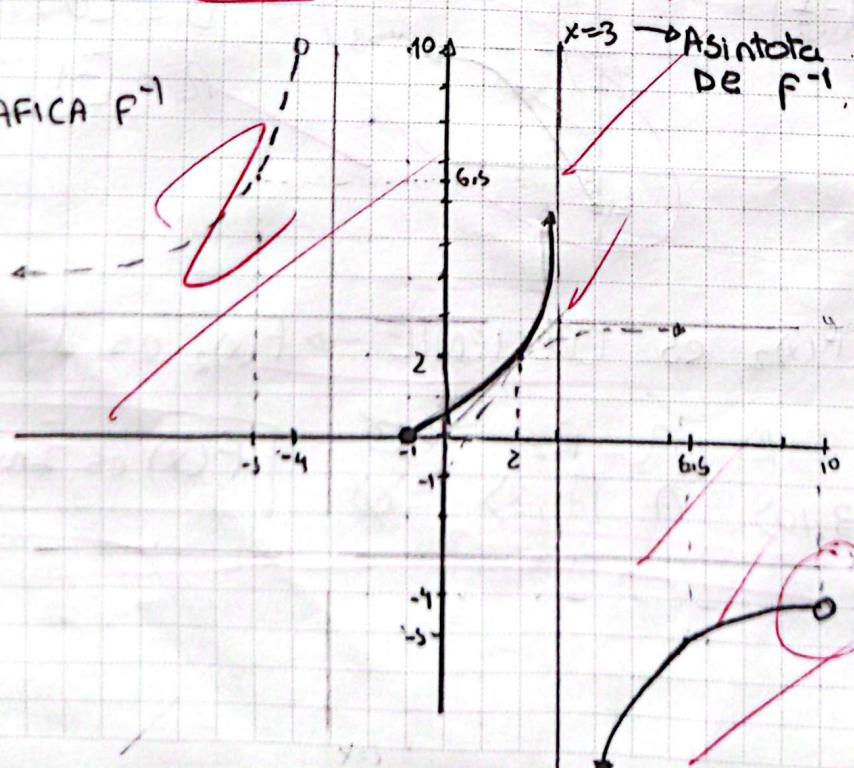
~~$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} = 3-y$$~~

$$x-2 = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}(3-y)$$

$$x = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}(3-y) + 2$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{3x-2}{3-x}, & x \in (-\infty, 3) \\ \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}(3-x) + 2, & x \in [1, \infty) \end{cases}$$

c) GRAFICA  $f^{-1}$



Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$3 - \frac{7}{x+3}$$

$$\frac{3x+9-7}{x+3} = 3y$$

~~$$\frac{x+3}{3-y} = \frac{1}{3-y}$$~~

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

2) Dom implícito

$$-1 + \log_5(2^x - 4) \geq 0$$

$$\log_5(2^x - 4) \geq 1$$

$$\log_5(2^x - 4) \geq \log_5 5$$

$$(2^x - 4) \geq 5$$

$$2^x \geq 9$$

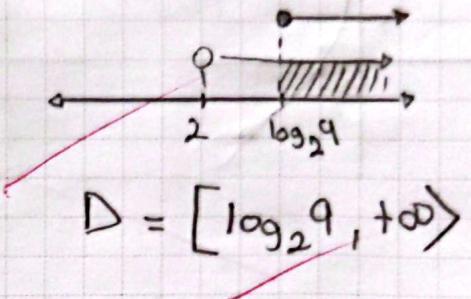
$$\log_2 2^x \geq \log_2 9$$

$$x \geq \log_2 9$$

$$2^x - 4 > 0$$

$$2^x > 4$$

$$x > 2$$



$$D = [\log_2 9, +\infty)$$

$$2^x > 0$$

$$2^x > 10^9$$

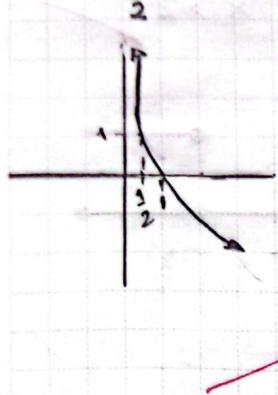
3) f(x)

# Presente aquí su trabajo

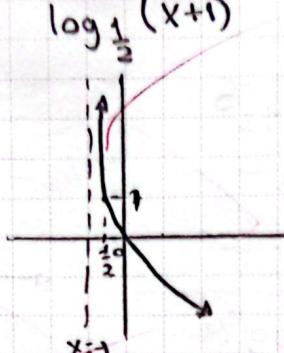
Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

## 3) GRÁFICA

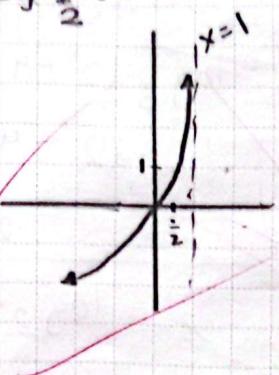
I tramo  
 $\log_{\frac{1}{2}}(x)$



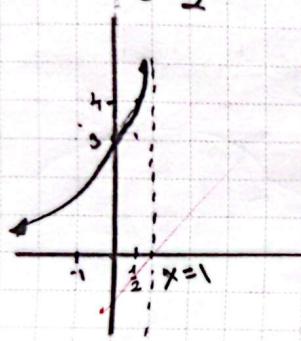
$\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$



$\log_{\frac{1}{2}}(1-x)$



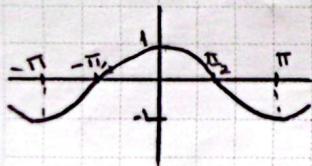
$3 + \log_{\frac{1}{2}}(1-x)$



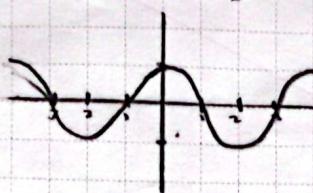
ASINTOTA  $\Rightarrow x=1$   
VERTICAL

II tramo

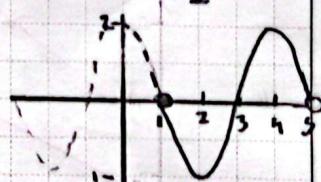
$\cos(x)$



$\cos(\frac{\pi}{2}x)$



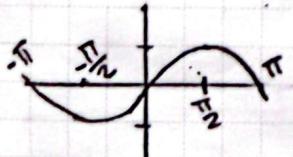
$2\cos(\frac{\pi}{2}x)$



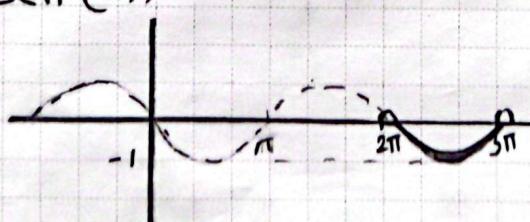
2  
1/2  
2

III tramo

$\sin(x)$



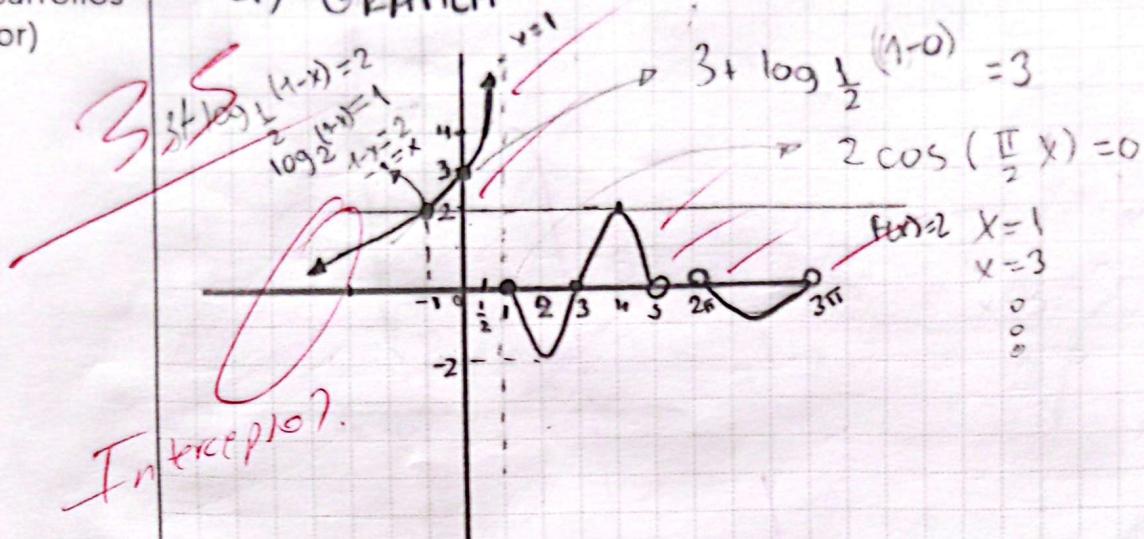
$\sin(-x) = -\sin(x)$



# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

a) GRÁFICA



Intersección.

b)  $F(x)$  ~~no tiene~~ ASINTOTAS ENTONCES

c) Intersección

~~EJE X~~  $EJE X = (1, 0); (3, 0)$  Falta (7, 0)

~~EJE Y~~  $EJE Y = (0, 3)$

d)  $F(x) \geq 2$

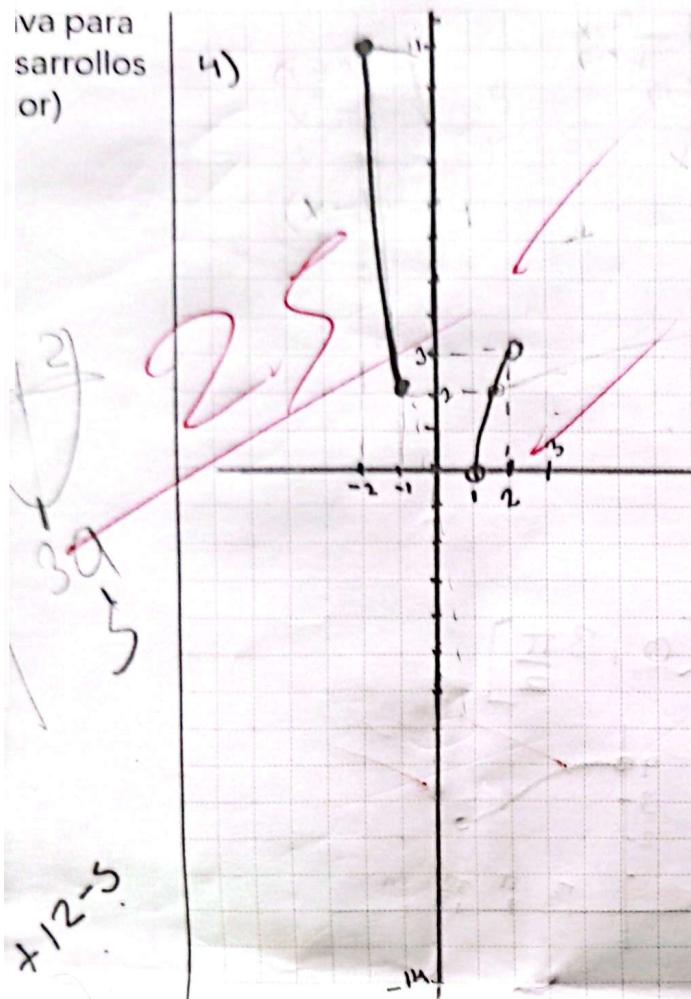
$x \in [-1, 1] \cup \{4\}$

1,0

# Presente aquí su trabajo

iva para  
sarrollos  
or)

4)



$$F(x) = x^2 - 6x - 5$$

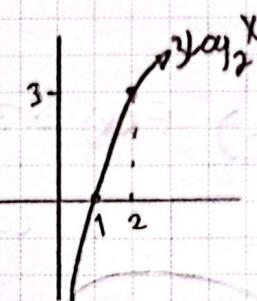
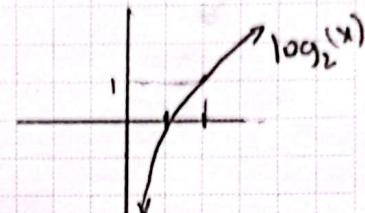
$$F(x) = (x-3)^2 - 14$$

$$F(x)_2 = 3 \log_2(x)$$

$$2 = 3 \log_2(x)$$

$$\frac{2}{3} = \log_2 x$$

$$2^{\frac{2}{3}} = x$$



a) NO es inyectiva

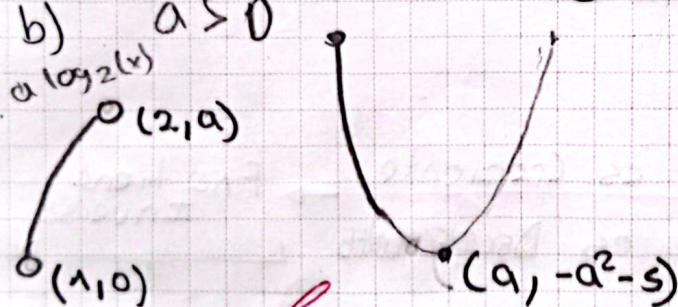
$$F(a) = F(b) \rightarrow a = b$$

$$F(-1) = F(2^{\frac{2}{3}}) \rightarrow -1 \neq 2^{\frac{2}{3}}$$

$$2 = 2 \quad \checkmark \rightarrow F = F$$

(viendo la grafica ; y=2 corta en 2 puntos a f(x))

b)  $a > 0$



$$(x-a)^2 - a^2 - 5$$

$$a^2 +$$

$$(-2, (-2-a)^2 - a^2 - 5)$$

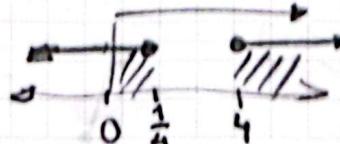
$$(-1, (-1-a)^2 - a^2 - 5)$$

$$1+2a-5 \geq a$$

$$a \geq 4$$

$$0 \geq 4+4a-5$$

$$\frac{1}{4} \geq a$$



$$[0, \frac{1}{4}] \cup [4, +\infty)$$

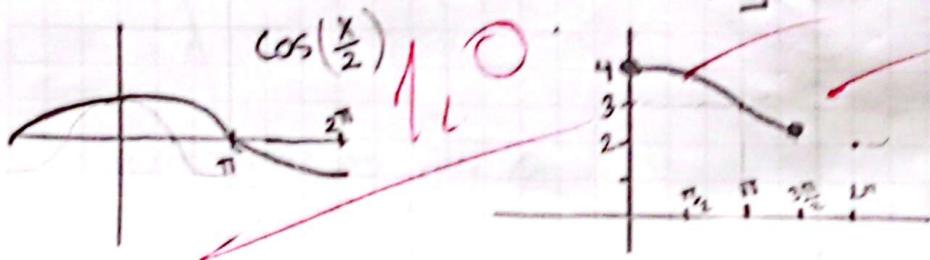
# Presente aquí su trabajo

$a < 0$



Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

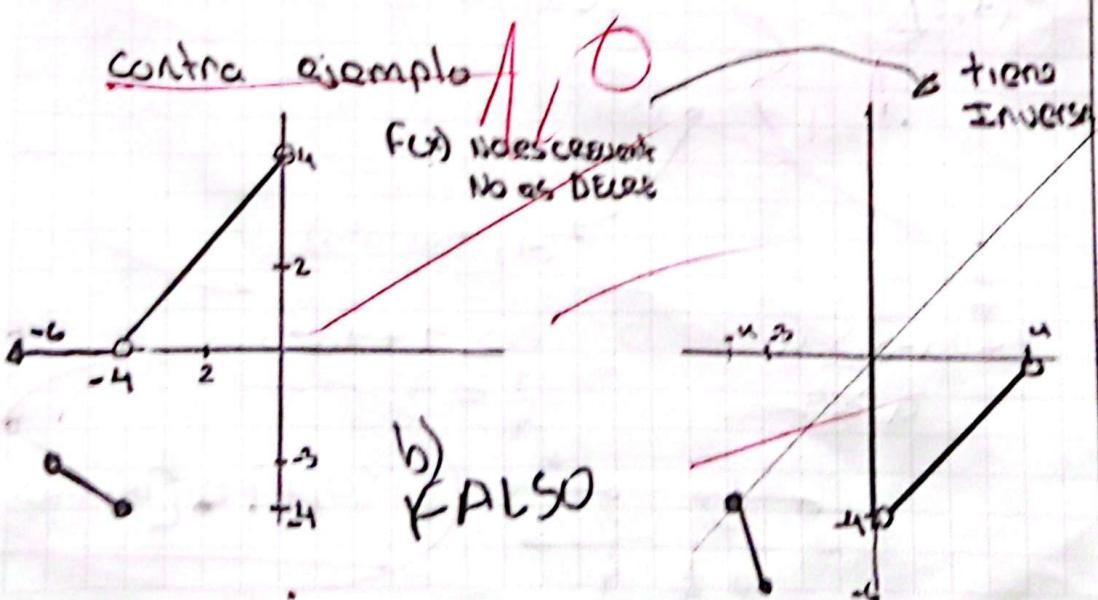
5)  $F(x) = 3 + \cos\left(\frac{x}{2}\right) \quad [0, 3\pi]$



$F(x)$  es DECRECIENTE  $\rightarrow F(y)$  es Inyectiva

a) VERDAD

$F(x)$  No es creciente  $\rightarrow F$  no tiene inversa  
No es decreciente



**PUCP**Estudios  
Generales Ciencias

Año

Número

2	0	2	4	3	4	5	4
---	---	---	---	---	---	---	---

Código de alumno

**Práctica**

Firma del alumno

Mercado Asto Andi Xiamasa

Apellidos y nombres del alumno (letra imprenta)

Curso: AMGA

Práctica N°:

PC 4

Horario de práctica:

I 101

Fecha:

18/11/24

Nombre del profesor:

JUICRA**Nota**20

Número entero

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido:  
(iniciales) JCB

## INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
  - redacción, claridad de expresión, corrección gramatical, ortografía y puntuación en su desarrollo;
  - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
  - evitar borrones, manchas o roturas;
  - no usar corrector líquido;
  - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$$\begin{array}{c}
 \text{Diagrama de rectas } l_1 \text{ y } P_1 \\
 \text{Recta } l_1: \text{ Punto } (-7, 12, -15) \\
 \text{Recta } P_1: \text{ Punto } (2, -3, 4) \\
 \text{Punto de intersección: } Q_0 = (-1, 3, -3) \\
 \text{Cálculo de la distancia:} \\
 D_{AP_1} = \sqrt{(-7-2)^2 + (12+3)^2 + (-15-4)^2} = \sqrt{29} \\
 \text{Cálculo de la distancia entre rectas:} \\
 D_{l_1 P_1} = \frac{|2(-7) - 3(12) + 4(-15) + 23|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + (4)^2}} = \frac{87}{\sqrt{29}} = 3\sqrt{29}
 \end{array}$$

1)  $P_1 \quad \vec{n} = (2, -3, 4) \quad (2, -3, 4) \cdot \left(-1, \frac{3}{2}, -2\right) = -2 - \frac{9}{2} - 8 = -\frac{29}{2}$

$\vec{l}_1 \quad \vec{L} = \left(-1, \frac{3}{2}, -2\right)$

$\vec{n} \parallel \vec{L} \rightarrow \vec{l}_1 \perp P_1$

$\vec{n} = -2(\vec{L}) \quad \vec{n} = (2, -3, 4)$

$Q_0 \in l_1 \text{ e } P_1$

$Q_0 = (1-\tau, \frac{3\tau}{2}, 1-2\tau)$

$R_1 = 2(1-\tau) - 3(\frac{3\tau}{2}) + 4(1-2\tau) + 23 = 0$

$0 = 2 - 2\tau - \frac{9\tau}{2} + 4 - 8\tau + 23$

$0 = 29 - \frac{29\tau}{2} \quad \tau = 2$

$Q_0 = (-1, 3, -3)$

a)  $l_1 \text{ y } P_1 \text{ son PERPENDICULARES}$

Punto de intersección:  $(-1, 3, -3)$

b)  $D_{AP_1} = \sqrt{A_x^2 + B_y^2 + C_z^2 + D^2}$

$$D_{AP_1} = \frac{|2(-7) - 3(12) + 4(-15) + 23|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + (4)^2}}$$

$$D_{AP_1} = \frac{|-87|}{\sqrt{29}} = \frac{87}{\sqrt{29}} = 3\sqrt{29}$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

c)  $\mathcal{L}: P = P_0 + t \vec{v}$ ,  $t \in \mathbb{R}$  e  $P_1$   
e  $P_2$

$$\begin{aligned} 2x - 3y + 4z + 23 &= 0 \\ 3x + 3y - 4z - 23 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x &= 0 & 6y - 8z &= 46 \\ x &= 0 & 3y - 4z &= 23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= (0, 17, 7) \\ P &= (0, 1, -5) \end{aligned}$$

$$P = (x_0 + tu_1, y_0 + tu_2, z_0 + tu_3)$$

2 puntos que están en  $\mathcal{L}$

$$\vec{v} = (0, 16, 12)$$

$$P_0 = (0, 1, -5)$$

$$\mathcal{L}: P = (0, 1, -5) + t(0, 16, 12)$$

$$\begin{aligned} 2x - 3y + 4z + 23 &= 0 \\ -3x + 3y - 4z - 23 &= 0 \\ -x &= 23 \end{aligned}$$

$$x + 6y - 12z = -15$$

$$4x + 12y - 16z = -60$$

$$-2x - 6y + 12z = 30$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 13 \\ \hline 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 - 7 \\ 33 - 10 \\ 36 - 13 \\ 39 - 13 \\ 42 - 19 \\ \hline y = 14 \end{array} \quad \begin{array}{r} 22 \\ 25 \\ 28 \\ 32 \\ 35 \\ \hline z = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y = 14 \\ z = 5 \end{array}$$

51

$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 + 14 \\ 6 + 17 \\ 3 + 20 \\ \hline \end{array}$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$2) o) S: x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 20 = 0$$

$$(x-2)^2 - 4 + (y-1)^2 - 1 + z^2 - 20 = 0$$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z)^2 = 25$$

$$C(2, 1, 0) \quad r = 5$$

$$Q: x + 2y - 2z + k = 0$$

$$D(CP) = \frac{|1(2) + 2(1) - 2(0) + k|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{|4+k|}{3}$$

b) Q tangente S

$$D(CP) = r = 5 = \frac{|4+k|}{3}$$

$$\sqrt{15} = |4+k|$$

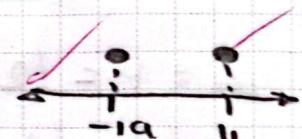
$$-15 = 4+k$$

$$-19 = k$$

$$15 = 4+k$$

$$11 = k$$

$$Valores de k \{-19, 11\}$$



c) Q disjunto S

$$D(CP) > r$$

$$\frac{|4+k|}{3} > 5$$

$$|4+k| > 15$$

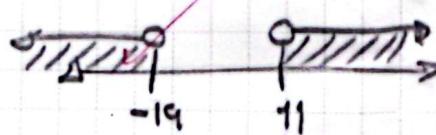
$$4+k > 15$$

$$k > 11$$

$$4+k < -15$$

$$k < -19$$

Valores de



$$k \in \langle -\infty, -19 \rangle \cup \langle 11, +\infty \rangle$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

D)  $P \cap S$  circunferencia

$$D(CP) < r$$

$$\frac{|4+k|}{3} < 5$$

3

$$|4+k| < 15$$

$$-15 < 4+k < 15$$

$$-19 < k < 11$$

Valores de  
 $k \in \langle -19, 11 \rangle$



e)  $k=5$  determine C y radio

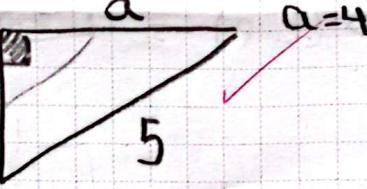
$$D_{CP} = \frac{|4+5|}{3} = 3$$

radio de  $C = 3$

$$x+2y-2z+5=0$$

$$\vec{n} = (1, 2, -2)$$

$$\vec{n} \parallel \vec{d} \rightarrow \text{Vector Dirección de } L_1$$



$$L_1: P = (2, 1, 0) + t(1, 2, -2)$$

$$P = (2+t, 1+2t, -2t)$$

$$3 \stackrel{P \in L_1}{\circ}$$

$$2+t + 2 + 4t + 4t + 5 = 0$$

$$9t = -9$$

$$t = -1$$

$$P = (1, -1, 2) \quad \text{Centro de } C$$

$$\text{Centro} = (1, -1, 2)$$

$$\text{Radio} = 4$$

1-2-4  
+5

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$$

3) a)  $AA^T - 3x = B$

$$(AA^T - 3x)^T = B^T$$

$$(AA^T)^T - (3x)^T = B^T$$

$$(A^T)^T A^T - 3x^T = B^T$$

$$AA^T - 3x^T = B^T = B$$

Simétrico

$$AA^T - 3x^T = AA^T - 3x$$

$$-3x^T = -3x$$

$$x^T = x \rightarrow x \text{ es simétrico}$$

2

+ 9 + 1

$b) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} - 3x = ? \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

-3 + 3

1 + 9

-3 + 3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 3x$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix} = 3x$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} = x$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

4) a)  $6A - 2B = 2 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

 $-A + 2B = \begin{bmatrix} 1 & 12 \\ 3 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ 


---

$S_A = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 5 & 0 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}$ 
 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

~~2~~  $2B = \begin{bmatrix} 1 & 12 \\ 3 & 0 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$2B = \begin{bmatrix} 2 & 14 \\ 4 & 0 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

b)  $(2A + B)^+ C$   $C = C_{ij} \cdot 3 \times 2$

$C_{ij} = \begin{cases} 1 & i \leq j \\ 0 & i > j \end{cases}$

$C_{11} = 1$

$C_{12} = 1$

$C_{21} = 1$

$C_{22} = 4$

$C_{31} = 1$

$C_{32} = 8$

$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$

2  
3

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

b)  $\underbrace{(2A+B)^+}_{\wedge} C$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 11 \\ 4 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = 2A+B$$

$$(2A+B)^+ = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -3 \\ 11 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(2A+B)^+ C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -3 \\ 11 & 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \\ 1 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 15 & 43 \end{bmatrix}$$

Respuesta

$$\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 15 & 43 \end{bmatrix}$$

2

$$247 \quad 206$$

$$3+4-3$$

$$3+16-24$$

$$-5+4=1$$

$$11 \ 0 \ 4$$

$$11 \ 0 \ 32$$

3