

**FUNDAMENTOS DE CÁLCULO**  
CUARTA PRÁCTICA DIRIGIDA - EVALUACIÓN  
SEMESTRE ACADÉMICO 2024-2

Horarios: Todos.

Duración: 30 minutos

Elaborada por todos los profesores del curso.

**INDICACIONES:**

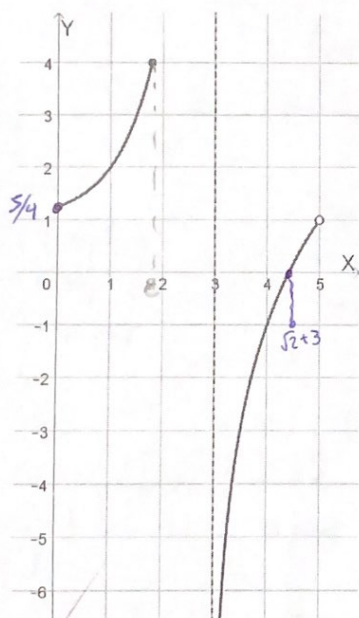
- El desarrollo de todos los ejercicios siguientes debe realizarse detallando sus procedimientos y justificando todas sus respuestas.
- No se permite el uso de apuntes de clase, libros, calculadora o computadora personal.
- La presentación, ortografía y gramática serán tomadas en cuenta en la calificación.

Apellidos y nombres: Portales Olivares Heisen Orlando

Código: 20242361

Horario: H-106

1. A continuación se muestra la gráfica de la función definida por  $f(x) = \begin{cases} 4^{x-1} + 1, & 0 \leq x \leq c, \\ a \log_2(x-b) - 1, & 3 < x < 5, \end{cases}$   
donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son constantes positivas.



Halle:

- Los valores de las constantes  $a$  y  $b$ . (6 puntos)
- El valor de la constante  $c$ . (2 puntos)
- La ecuación de la asíntota de la gráfica de  $f$ . (2 puntos)
- Las coordenadas de los puntos de intersección de la gráfica de  $f$  con los ejes coordenados. (4 puntos)
- El rango de la función  $f$ . (4 puntos)
- ¿Es  $f$  inyectiva? Justifique su respuesta. (2 puntos)

San Miguel, 7 de noviembre de 2024.

a)  $a > 0$  y  $b > 0$

Para la asíntota vertical  
AV:  $x = 3$

$f_2(x) = a \log_2(x-b) - 1$

cuando el número del logaritmo tiende a "0", en este caso " $x-b$ " el "log" se convierte en un número negativo muy grande, tendiendo al infinito, además  $a > 0$

$\therefore AV: x-b=0$

$\Rightarrow b=3$

Para  $a$ :

$f(5) = a \log_2(5-3) - 1 = 0$

$\Rightarrow a-1=0$   
 $\boxed{a=1}$

b)  $f_1(x) = 4^{x-1} + 1$

$f(c) = 4^{c-1} + 1 = 4$

$4^{c-1} = 3$   
 $\log_4 4^{c-1} = \log_4 3$

$c-1 = \log_4 3$

$c = \log_4 3 + 1$

$\boxed{c = \log_4 12}$

c) Posee asintota vertical:

$$AV: x=3$$

d) Hay 2 puntos de intersección:

Eje x:

$$y=0$$

$$f_2(x) = 2 \log_2(x-3) - 1 = 0$$

$$2 \log_2(x-3) = 1$$

$$\log_2(x-3) = \frac{1}{2}$$

$$x-3 = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$x = \sqrt{2} + 3$$

$$P_1 = (\sqrt{2} + 3, 0)$$

Eje y:

$$x=0$$

$$f_1(0) = 4^{0-1} + 1$$

$$y = 4^{-1} + 1$$

$$y = \frac{1}{4} + 1$$

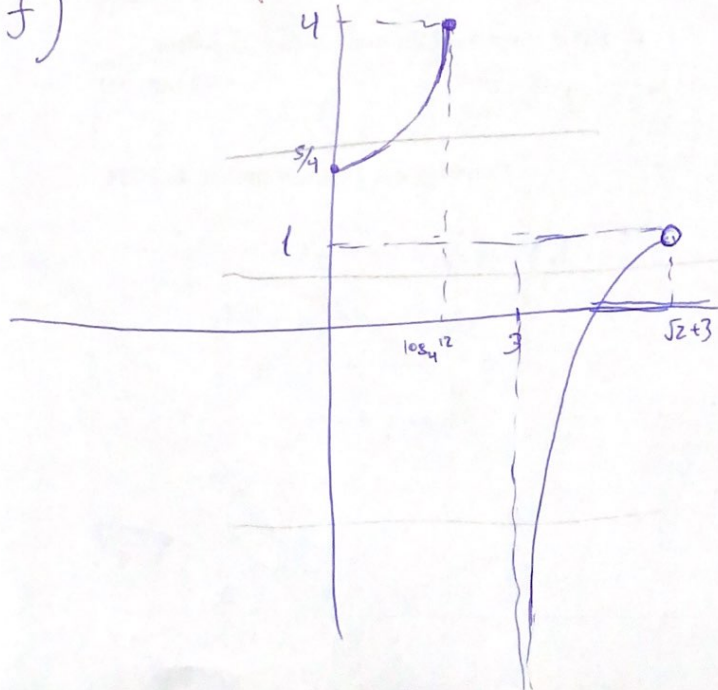
$$y = \frac{5}{4}$$

$$P_2 = (0, \frac{5}{4})$$

e) Por gráfica:

$$D = (-\infty, 1) \cup \left[\frac{5}{4}, 4\right]$$

f)



$f$ : es inyectiva, y como el trozo cual quier recta horizontal solo corta en 1 punto.