

## ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

TERCERA PRÁCTICA CALIFICADA  
SEMESTRE ACADÉMICO 2023 -1

Horario: A101, B101, B102, B103, I101, I102, I103, I104, I105, 116, 117, 118

(Turno 2)

Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

### ADVERTENCIAS:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Si se detecta omisión al punto anterior, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación sólo podrán hacerlo después de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

### INDICACIONES:

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas ni computadora personal.
- Puede usar cualquier calculadora que no realice gráficas ni sea programable (Calculadora sugerida  $fx-991SPX$ ).
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

1. Considere los vectores  $\vec{u}, \vec{v}$  y  $\vec{w}$  de  $\mathbb{R}^3$ . Se tiene la siguiente información:

- El vector  $\vec{v}$  es paralelo y tiene el mismo sentido que el vector  $(\sqrt{10}; -1; 3)$ .
- $\|\vec{v}\| = \sqrt{20}$ .
- $\vec{u} = (0; n; -2)$  y  $\vec{w} = (n-4; 1; 2)$  con  $n \in \mathbb{R}$ .
- El ángulo formado por los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{w}$  mide  $\frac{\pi}{2}$ .

Se pide lo siguiente:

- a) Halle los vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$ . (2.5 pt)
- b) Halle el ángulo formado por los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ . (2.5 pt)

2. Considere el vector  $\vec{v} = (1; 3; 3)$  y los puntos  $A(-5; 2; 1), B(-1; -2; 1), C$  y  $F(t; t; t-1)$ , con  $t \in \mathbb{R}$ . Se sabe lo siguiente:

- $\overrightarrow{AF}$  es ortogonal al vector  $\vec{v}$ .
- El punto  $C$  es de la forma  $(x_c; 0; -x_c)$ .

- a) Halle las coordenadas de  $F$  y calcule el área del triángulo  $ABF$ . (2 pt)
- b) Halle las coordenadas del punto  $C$ , si se sabe que el volumen del tetraedro  $ABCM$  es  $8u^3$ , siendo  $F$  el punto medio de  $\overline{AM}$  (2 soluciones). (3 pt)

**Nota.** El volumen del tetraedro generado por los vectores  $\vec{a}, \vec{b}$  y  $\vec{c}$  es igual a la sexta parte del volumen del paralelepípedo generado por  $\vec{a}, \vec{b}$  y  $\vec{c}$ .

3. Sean las rectas  $\mathcal{L}_1 : P = (3; 0; -1) + t(-1; 2; 3), t \in \mathbb{R}$  y  $\mathcal{L}_2 : P = (-2; 7; 10) + r(1; 1; 1), r \in \mathbb{R}$ .

a) Halle las coordenadas del punto intersección de  $\mathcal{L}_1$  y  $\mathcal{L}_2$ . (2 pt)

b) Halle la ecuación de la recta que es perpendicular tanto a  $\mathcal{L}_1$  como a  $\mathcal{L}_2$  y que pasa por el punto hallado en el apartado a). (2 pt)

c) Halle la ecuación vectorial de una recta  $\mathcal{L}_3$ , que sea paralela y distinta a  $\mathcal{L}_2$ , y que corte a la recta  $\mathcal{L}_1$  en un solo punto. (1 pt)

4. Analice y justifique la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones.

a) Sean  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  vectores no nulos de  $\mathbb{R}^3$ . Al realizar la siguiente operación

$$\text{proy}_{\vec{u}}(\vec{u} \times \vec{v}) + \text{proy}_{\vec{u}}(\vec{u})$$

se obtiene el vector  $\vec{u}$ .

(2.5 pt)

b) Sean  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  vectores de  $\mathbb{R}^3$  tal que  $\|\vec{u}\| = 2$  y  $\|\vec{v}\| = 6$ . Si  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  son ortogonales, entonces

$$\|(\vec{u} - \vec{v}) \times (2\vec{u} + 3\vec{v})\| = 12.$$

(2.5 pt)

Coordinador de prácticas: José Flores

San Miguel, 5 de junio de 2023.

Año	Número
2 0 2 3	0 5 4 2

Código de alumno

Práctica

Reyes Carrizales Juan Alejandro

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

[Firma]

Firma del alumno

Curso: AMGA

Práctica N°: PC - 03

Horario de práctica: 116

Fecha: 05/06/2023

Nombre del profesor: S. Sánchez

Nota

20

[Firma]  
Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido:  
(iniciales)

GS

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
  - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
  - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
  - evitar borrones, manchas o roturas;
  - no usar corrector líquido;
  - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.



Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$n(n-4)$$

$$n^2 - 4n$$

$$(-2(n-4)) = \bar{u}$$

$$-(-2(n-4)) = \bar{u}$$

$$-(-2(n-4)) = \bar{u}$$

$$2n - 8$$

$$\cos(\bar{u}, \bar{w}) = \frac{\bar{u} \cdot \bar{w}}{\|\bar{u}\| \|\bar{w}\|}$$

$$\bar{u} \times \bar{w} \begin{vmatrix} 0 & n-2 \\ n-4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(2n-2) \cdot 0 + 2n-8$$

6

$$\bar{v} = K(\sqrt{10}; -1; 3)$$

$$\bar{v} = (K\sqrt{10}; -K; 3K)$$

$$\sqrt{10K^2 + K^2 + 9K^2} = \sqrt{20}$$

$$\sqrt{20K^2} = \sqrt{20}$$

$$|K^2| = 1$$

$$K=1 \vee K=-1$$

$$\bar{u} = (0; n; -2)$$

$$\bar{w} = (n-4; 1; 2)$$

$$\bar{u} \cdot \bar{w} = (0 + n - 4)$$

$$\bar{u} \cdot \bar{w} = (n-4)$$

$$\cos \theta = \frac{n-4}{\|\bar{u}\| \|\bar{w}\|}$$

$$\cos \theta = \frac{\bar{u} \cdot \bar{v}}{\|\bar{u}\| \|\bar{v}\|}$$

# Presente aquí su trabajo

1.

$$a) \quad \bar{v} = K(\sqrt{10}; -1; 3)$$

$$\bar{v} = (K\sqrt{10}; -K; 3K)$$

$$\|\bar{v}\| = \sqrt{10K^2 + K^2 + 9K^2}$$

$$\sqrt{20K^2} = \sqrt{20}$$

$$20K^2 = 20$$

$$|K^2| = 1$$

$$K=1 \vee K=-1$$

$K > 0$  porque tiene el mismo sentido

$$\bar{v} = (\sqrt{10}; -1; 3)$$

$$\cos \theta = \frac{\bar{u} \cdot \bar{w}}{\|\bar{u}\| \|\bar{w}\|}$$

$$\bar{u} = (0; n; -2)$$

$$\bar{w} = (n-4; 1; 2)$$

$$\cos \theta = \frac{n-4}{\|\bar{u}\| \|\bar{w}\|}$$

$$\bar{u} \cdot \bar{w} = (0 + n - 4)$$

$$\bar{u} \cdot \bar{w} = n-4$$

$$0 = \frac{n-4}{\|\bar{u}\| \|\bar{w}\|}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$n=4$$

$$\bar{u} = (0; 4; -2)$$

$$\bar{w} = (0; 1; 2)$$

23

# Presente aquí su trabajo

$$b) \cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}$$

$$\vec{u} = (0, 4, -2)$$

$$\vec{v} = (\sqrt{10}, -1, 3)$$

$$\cos \theta = \frac{-10}{\sqrt{20} \sqrt{20}}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (0 - 4 - 6) = -10$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{0^2 + 4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20}$$

$$\cos \theta = \frac{-10}{20}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{(\sqrt{10})^2 + (-1)^2 + 3^2} = \sqrt{20}$$

$$\cos \theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 120^\circ$$

$$2. \vec{v} = (1, 3, 3) \quad A(-5, 2, 1) \quad B(-1, -2, 1)$$

$$C(x_c, 0, -x_c) \quad F(t, t, t-1)$$

•  $\vec{AF}$  es ortogonal a  $\vec{v}$

$$\vec{AF} \cdot \vec{v} = 0$$

$$\vec{AF} = F - A \Rightarrow (t, t, t-1) - (-5, 2, 1) = (t+5, t-2, t-2)$$

$$(t+5, t-2, t-2) \cdot (1, 3, 3) = 0$$

$$t+5 + 3t-6 + 3t-6 = 0$$

$$7t - 7 = 0$$

$$7t = 7$$

$$t = 1$$

$$F(t, t, t-1) \Rightarrow F(1, 1, 0)$$

$$A_0 = \frac{|\vec{AB} \times \vec{AF}|}{2}$$

$$\vec{AF} = (6, -1, -1)$$

$$\vec{AB} = B - A = (-1, -2, 1) - (-5, 2, 1) = (4, -4, 0)$$

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}$$

$$\vec{v} = (\sqrt{10}, -1, 3)$$

$$\vec{u} = (0, 4, -2)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (0 - 4 - 6) = -10$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{0^2 + 4^2 + (-2)^2}$$

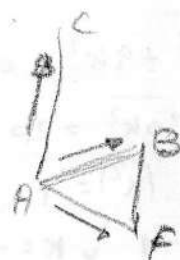
$$\|\vec{u}\| = \sqrt{0 + 16 + 4}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{(\sqrt{10})^2 + (-1)^2 + 3^2}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{10 + 1 + 9}$$

$$\cos \theta = \frac{-10}{20}$$

$$-\frac{1}{2}$$



$$\vec{AF} \cdot \vec{v} = 0$$

$$A = \frac{|\vec{AB} \times \vec{AF}|}{2}$$

$$6, -1, -1$$



Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

# Presente aquí su trabajo

$$\vec{AB} \times \vec{AF} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -4 & 0 \\ 6 & -1 & -1 \end{vmatrix} = (4-0; 4; -4+24)$$

$$\vec{AB} \times \vec{AF} = (4; 4; 20)$$

$$|\vec{AB} \times \vec{AF}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 20^2} = 12\sqrt{3}$$

$$A_{\text{rea}} = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ u}^2$$

b) F es punto medio de  $\vec{AM}$

$$A(-5; 2; 1) \quad F(1; 1; 0) \quad M(x_n; y_n; z_n)$$

$$\frac{x_n - 5}{2} = 1 \Rightarrow x_n = 7$$

$$\frac{y_n + 2}{2} = 1 \Rightarrow y_n = 0 \quad M(7; 0; -1)$$

$$\frac{z_n + 1}{2} = 0 \Rightarrow z_n = -1$$

$$[\vec{AC}, \vec{AB}, \vec{AM}]$$

$$\frac{|\vec{AC} \cdot (\vec{AB} \times \vec{AM})|}{6} = 0$$

$$\vec{AB} = (4; -4; 0)$$

$$\vec{AM} = M - A = (7; 0; -1) - (-5; 2; 1) = (12; -2; -2)$$

$$\vec{AC} = C - A = (x_c; 0; -x_c) - (-5; 2; 1) = (x_c + 5; -2; -x_c - 1)$$

$$\vec{AB} \times \vec{AM} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -4 & 0 \\ 12 & -2 & -2 \end{vmatrix} = (-4)(-2); -[(4)(-2)-0]; (4)(-2)-(-4)(12) \\ = (8; 8; 40)$$

$$(4-0; 4; -4+24)$$

-(

$$-(4-1) = 0$$

$$-(-4) = 4$$

$$(4)(-1) - (6)(-4)$$

$$-4 - (-24)$$

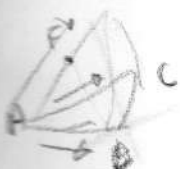
$$M(x_n; y_n; z_n)$$

$$F(1; 1; 0)$$

$$A(-5; 2; 1)$$

$$[\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AM}]$$

n



$$[\vec{AC}, \vec{AB}, \vec{AM}]$$

$$\frac{|\vec{AC} \cdot (\vec{AB} \times \vec{AM})|}{6} = 0$$

$$\vec{AC} \cdot (\vec{AB} \times \vec{AM}) = 0$$

$$(-4)(2) - 0; (4)(-2) - 0; (4)(-2) - (-4)(12)$$

$$8; 8; 40$$



# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$|(x_c + 5; -2; -x_c - 1) \cdot (8; 8; 40)| = 48$$

$$|8x_c + 40 - 16 - 40x_c - 40| = 48$$

$$|-32x_c - 16| = 48$$

Sol 1:

$$-32x_c - 16 = 48$$

$$-48 - 16 = 32x_c$$

$$x_c = -2$$

$$C(-2; 0; 2)$$

Sol 2:

$$-(-32x_c - 16) = 48$$

$$32x_c + 16 = 48$$

$$32x_c = 32$$

$$x_c = 1$$

$$C(1; 0; -1)$$

$$L_1: P = (3; 0; -1) + t(-1; 2; 3), t \in \mathbb{R}$$

$$L_2: P = (-2; 7; 10) + r(1; 1; 1), r \in \mathbb{R}$$

a)  $L_1:$

$$x = 3 - t$$

$$y = 2t$$

$$z = -1 + 3t$$

$L_2:$

$$x = -2 + r$$

$$y = 7 + r$$

$$z = 10 + r$$

①

$$-32x_c - 16 = 48$$

$$-48 - 16 = 32x_c$$

$$-64 = 32x_c$$

$$-2 = x_c$$

②

$$32x_c + 16 = 48$$

$$32x_c = 32$$

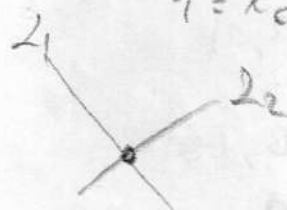
$$x_c = 1$$

$$-32x_c - 16 = -48$$

$$48 - 16 = 32x_c$$

$$32 = 32x_c$$

$$1 = x_c$$



$L_1:$

$$x = 3 - t$$

$$y = 2t$$

$$z = -1 + 3t$$

$L_2:$

$$x = -2 + r$$

$$y = 7 + r$$

$$z = 10 + r$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$3-t = -2+r$$

$$-t = 5 \quad | \times$$

$$3-t = -2+r$$

$$5 = -2+r$$

$$1+3t = 10+r$$

$$3t-r = 10 \quad | \times$$

$$2t = 7+r$$

$$2t-r = 7 \quad | \times$$

$$r+t = 5 \quad | +$$

$$3t-r = 11 \quad | +$$

$$4t = 16$$

$$t = 4$$

$$r = 1$$

$$x = -1$$

$$y = 8$$

$$z = 11$$

Igualemos las  $x$ :

$$3-t = -2+r$$

$$r+t = 5 \quad \dots (I)$$

Igualemos las  $y$ :

$$2t = 7+r$$

$$2t-r = 7 \quad \dots (II)$$

Igualemos las  $z$ :

$$-1+3t = 10+r$$

$$3t-r = 11 \quad \dots (III)$$

Despejamos

$$r+t = 5$$

$$3t-r = 11$$

$$4t = 16$$

$$t = 4$$

$$r = 1$$

Reemplazamos y obtenemos el punto  
de intersección

$$(-1; 8; 11)$$

2



# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

b) Punto hallado  $(-1, 8, 11)$

$$\vec{v}_{L_1} \times \vec{v}_{L_2} = 0$$

$$(-1, 2, 3) \times (1, 1, 1) = 0$$

$$\begin{array}{c} i \quad j \quad k \\ \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \end{array}$$

$$(2-3; -[(-1)(1) - (1)(3)]; (-1)(1) - (2)(1))$$

$$(-1; 4; -3)$$

$$L: P = (-1, 8, 11) + s(-1, 4, -3)$$

c)  $L_3$  paralela y distinta a  $L_2$

$$\vec{v}_{L_3} \Rightarrow (-1, -1, -1)$$

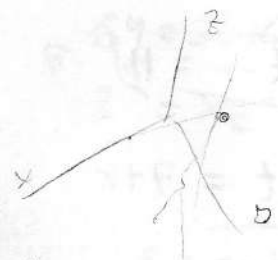
Corta a  $L_1$  en un solo punto

$L_1:$

$$\begin{cases} x = 3-t \\ y = 2t \\ z = -1+3t \end{cases} \quad \begin{cases} x=0 \Rightarrow t=3 \\ y=0 \Rightarrow t=0 \\ z=0 \Rightarrow t=\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$L_3: P = (3, 0, \frac{1}{3}) + q(-1, -1, -1)$$

curvas



$$L_1: (-1, 2, 3)$$

$$\vec{v} =$$

$$L_2 = (1, 1, 1)$$

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$$

$$\begin{array}{ccc} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$(2-3; -[(-1)(1) - (1)(3)]; -)$$

$$\begin{array}{c} -1-3 \\ -(-4) \\ +4 \end{array}$$

$$-1; 4; -3$$

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

4. a)

$$\underbrace{\text{Proy}_{\vec{u}}(\vec{u} \times \vec{v})}_{(A)} + \underbrace{\text{Proy}_{\vec{u}}(\vec{u})}_{(B)}$$

$$(A) \text{Proy}_{\vec{u}}(\vec{u} \times \vec{v}) = \frac{(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{u}}{\|\vec{u}\|^2} = 0 \quad \text{¿por qué?}$$

$$(B) \text{Proy}_{\vec{u}}(\vec{u}) = \vec{u} \quad \text{¿por qué?}$$

$$(A) + (B) \Rightarrow 0 + \vec{u} = \vec{u}$$

$\therefore$  La proposición es verdadera

b)  $\|\vec{u}\| = 2$      $\|\vec{v}\| = 6$      $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  son ortogonales

$$\|(\vec{u} - \vec{v}) \times (2\vec{u} + 3\vec{v})\| = 12$$

$$2\vec{u} \times \vec{u} + 3\vec{u} \times \vec{v} - 2\vec{v} \times \vec{u} - 3\vec{v} \times \vec{v}$$

$$|2\|\vec{u}\|^2 - 3\|\vec{v}\|^2| = 12$$

$$2(4) - 3(36) = 12$$

$$|-100| \neq 12$$

$\therefore$  La proposición es falsa  
no se cumple la igualdad

$$\|\vec{u}\|^2 = \vec{u} \times \vec{u}$$

$$\|\vec{v}\|^2 = \vec{v} \times \vec{v}$$




## INDICACIONES AL ALUMNO

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)


- ☐ Llene con más esmero la carátula.
- ☐ Presente con más claridad su trabajo.
- ☐ Presente con más limpieza su trabajo.
- ☐ Haga los cálculos con más esmero.
- ☐ Ordene mejor su presentación.
- ☐ Explique mejor su procedimiento.
- ☐ Dibuje mejor los croquis.
- ☐ Tabule mejor los datos.
- ☐ El profesor desea hablar con usted.
- ☐ Venga mejor preparado.

Notas parciales	
Pregunta	Nota
1	5.0
2	5.0
3	5.0
4	4.5
5	
6	
7	
8	
Total	19.5

### Estudios Generales Ciencias

 [facultad.pucp.edu.pe/generales-ciencias/](http://facultad.pucp.edu.pe/generales-ciencias/)

Contiene lo referente a las actividades realizadas en la unidad, así como información que le será de utilidad.

 [facebook.com/eeggcc](https://facebook.com/eeggcc)

 [buzon20@pucp.edu.pe](mailto:buzon20@pucp.edu.pe)

Para realizar preguntas sobre algún aspecto del reglamento cuya lectura no deje claro, dar sugerencias, solicitar información sobre el proceso de egresados o acreditación de idiomas, realizar observaciones a la relación de cursos permitidos y lo relacionado sobre los procesos de matrícula, etc.

 626-2000 Anexos 5200, 5210, 5242