



Año                      Número  

2	0	1	9
1	0	4	3

  
Código de alumno

ENTREGADO  
26 JUN 2019

Práctica

Gonzales Huisa Omar Andrés  
Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Omar Gonzales

Firma del alumno

Curso: AM 6 A

Práctica N°: N° 4

Nota

20

Horario de práctica: P-110

Fecha: 17/06/19

Nombre del profesor: M. Hernández

~~S E~~ Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: ~~EDS~~  
(iniciales)

#### INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
  - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
  - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
  - evitar borrones, manchas o roturas;
  - no usar corrector líquido;
  - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

## ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

CUARTA PRÁCTICA CALIFICADA  
SEMESTRE ACADÉMICO 2019-1

Horarios: H-101 al H-115

Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

### ADVERTENCIAS:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comuníquese a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

### INDICACIONES:

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas, calculadora o computadora personal.
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

1. Halle la matriz  $X$  tal que  $(AC)^T X + 4B = -2A$ , donde  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  y  $C = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ .

$$\left( \begin{array}{cc} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{array} \right) \left( \begin{array}{cc} 4 & 0 \\ 0 & -4 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cc} 12 & 0 \\ 0 & -16 \end{array} \right)$$

(2 puntos)

2. a) Halle las matrices  $A$  y  $B$  que verifican  $A^T + B^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 15 \end{bmatrix}$  y  $3A - 2B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 9 \end{bmatrix}$ .

(2 puntos)

b) Sean las matrices,  $A$  de orden  $3 \times 3$ ,  $B = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  y  $C = \begin{bmatrix} x & 3x+4 & 2x+2 \\ y & 3y & 2y+2 \\ z & 3z+2 & 2z+2 \end{bmatrix}$ . Si se sabe que  $\det(A) = 2$  y  $\det(B) = 3$ , calcule

$$\det(2AC^TA^{-1}) + \det[(B - C^T)A].$$

(2 puntos)

3. Dada la matriz  $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ .

a) Halle los números  $\lambda \in \mathbb{R}$  tales que  $|A - \lambda I| = 0$ .

1/5

(2 puntos)

b) Para el menor valor de  $\lambda$  encontrado en el apartado a), halle un vector  $v = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$  no nulo tal que

$Av = \lambda v$ .

(2 puntos)

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -12 \end{pmatrix}$$

Página 1 de 2

$$x \times y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[x-y \rightarrow] \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \end{matrix}$$

4. Halle la matriz simétrica  $A$  de orden  $2 \times 2$  tal que para toda matriz  $Z = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_{2 \times 1}$  se verifique

$$Z^T A Z = x^2 - 2xy.$$

$$\begin{matrix} x & y \\ A^{-1} \end{matrix} \begin{matrix} 1 \times 2 \\ \end{matrix}$$

(2 puntos)

**Nota.** Una matriz de orden  $1 \times 1$  se puede denotar de cualquiera de las siguientes formas:  $C = [c_{11}]$  o simplemente  $c_{11}$ .

5. (a) Para una matriz  $A$  cuadrada tal que  $A^3 = \theta$ , donde  $\theta$  denota la matriz nula, compruebe que la inversa de  $I - A$  es  $I + A + A^2$ . (1,5 puntos)

- (b) Halle la inversa de la matriz  $I - B$ , donde  $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . (2,5 puntos)

6. Analice la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones. Justifique.

- (a) Sean  $A$  y  $B$  matrices cuadradas del mismo orden. Si  $A$  es simétrica y  $B^T = -B$ , entonces  $(A - B)(A + B)$  es simétrica. (1,5 puntos)

- (b) Sean  $A$  y  $B$  matrices cuadradas. Si  $AB = A$  y  $BA = B$ , entonces  $A^2 = A$ . (1,5 puntos)

- (c) Sean  $A$  y  $B$  matrices cuadradas del mismo orden. Si  $A$  y  $B$  son invertibles, entonces  $A + B$  es invertible. (1 punto)

$$\left( \begin{array}{ccc} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \left( \begin{array}{ccc} 1 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{matrix} F \\ -3+24-1 \\ -4+4 \end{matrix} \left( \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right) - \left( \begin{array}{ccc} 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

José Flores B.  
Coordinador de prácticas

$$\sim \left( \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

San Miguel, 17 de junio del 2019

$$\left( \begin{array}{ccc} 1 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \left( \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \left( \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \left( \begin{array}{ccc} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$\textcircled{1} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (AC)^T x + 4B = -2A$$

$$\text{i)} \quad 4B = 4 \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 & -4 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$-2A = -2 \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ -8 & -12 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \checkmark$$

$$\underbrace{(AC)^T}_{M} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad M \text{ es la matriz } (AC)^T$$

$$\text{ii)} \quad (AC)^T x = -2A - 4B$$

$$(AC)^T x = \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ -8 & -12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -12 & -4 \\ 8 & 0 \end{pmatrix} \checkmark$$

$$(AC)^T x = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -16 & -12 \end{pmatrix} \checkmark$$

$$M^{-1} \cdot M x = M^{-1} \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -16 & -12 \end{pmatrix}$$

$$I x = M^{-1} \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -16 & -12 \end{pmatrix}$$

$$X = M^{-1} \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -16 & -12 \end{pmatrix} \checkmark$$

iii) Hallan  $M^{-1}$ .

$$\text{a)} \quad \det(M) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 0 = 4$$

$$\text{b)} \quad \text{Cof}(M) = \begin{pmatrix} +1(2) & -1(0) \\ -1(0) & +1(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{c)} \quad \text{Adj}(M) = (\text{Cof}(M))^T = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \checkmark$$

$$\text{d)} \quad M^{-1} = \frac{1}{\det(M)} \cdot \text{Adj}(M) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \checkmark$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$\text{iv) } X = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -16 & -12 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -8 & -6 \end{pmatrix}$$

$\cancel{2 \times 2}$

20

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -8 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{a) } A^T + B^T = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 15 \end{pmatrix} \quad \cdot 3A - 2B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 9 \end{pmatrix}$$

$$(A+B)^T = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 15 \end{pmatrix}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}$$

$$2A+2B = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 0 & 30 \end{pmatrix}$$

$$2A+2B = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 0 & 30 \end{pmatrix}$$

$$3A - 2B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 9 \end{pmatrix}$$

$$5A = \begin{pmatrix} 5 & -9 \\ -2 & 39 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -9/5 \\ -2/5 & 39/5 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A+B = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 15 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -9/5 \\ -2/5 & 39/5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -11/5 \\ 2/5 & 36/5 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A = \begin{pmatrix} 1 & -9/5 \\ -2/5 & 39/5 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -11/5 \\ 2/5 & 36/5 \end{pmatrix}$$

$$\left( \begin{array}{cc} 3 & -6/5 \\ -2/5 & 11/5 \end{array} \right) - \left( \begin{array}{cc} 2 & 4/5 \\ -2/5 & 7/5 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{cc} 1 & -2/5 \\ -9/5 & 39/5 \end{array} \right) + \left( \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 2/5 & 7/5 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -4 & 15/5 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$\frac{7/5}{3/5} = \frac{7}{3}$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

b)  $\det(A) = 2 \quad \det(B) = 3$

$$B = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} x & 3x+4 & 2x+2 \\ y & 3y & 2y+2 \\ z & 3z+2 & 2z+2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \det(2AC^T A^{-1}) + \det[(B-C^T)A]$$

$$\det(2A) \cdot \det(C^T) \cdot \det(A^{-1}) + \det(B-C^T) \cdot \det(A)$$

$$2^3 \det(A) - \det(C^T) \cdot \det(A^{-1}) + \det(B-C^T) \cdot 2$$

$$8 \det(C^T) + 2 \det(B-C^T)$$

i)  $\det(C^T) = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 3x+4 & 3y & 3z+2 \\ 2x+2 & 2y+2 & 2z+2 \end{vmatrix} \quad F_1 \rightarrow F_2 - 3F_1 \quad F_2 \rightarrow F_2 - 3F_1$

$$= \begin{vmatrix} x & y & z \\ 4 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} x & y & z \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \det(B) = 2 \cdot 3 = 6$$

ii)  $B-C^T = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x & y & z \\ 3x+4 & 3y & 3z+2 \\ 2x+2 & 2y+2 & 2z+2 \end{pmatrix}$

$$B-C^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -3x & -3y & -3z \\ -1-2x & -1-2y & -1-2z \end{pmatrix}$$

iii) Como tiene una fila de ceros, su determinante es 0

iii)  $8 \det(C^T) + 2 \det(B-C^T)$

$$8 \cdot 6 + 2 \cdot 0$$

$$\Rightarrow 48$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$(3) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

$$a) \quad |A - \lambda I| = 0$$

\* Para que se pueda efectuar la resta, la matriz Identidad deben ser de orden  $3 \times 3$

$$\Rightarrow \left| \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{array}{ccc} 3-\lambda & -2 & 0 \\ -2 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 5-\lambda \end{array} \right| = 0$$

$$+ (5-\lambda) \cdot \left| \begin{array}{ccc} 3-\lambda & -2 \\ -2 & 3-\lambda \end{array} \right| = 0$$

$$(5-\lambda) [(3-\lambda)^2 - (-2)^2] = 0$$

~~$$(5-\lambda)(3-\lambda+2)(3-\lambda-2) = 0$$~~

~~$$(5-\lambda)(5-\lambda)(1-\lambda) = 0$$~~

~~$$(5-\lambda)^2(1-\lambda) = 0$$~~

$$\Rightarrow C.S. = \{1, 5\}$$

$$b) \quad A \cdot v = \lambda \cdot v$$

$$\left( \begin{array}{ccc} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{array} \right) \cdot \left( \begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \right)_{3 \times 3} = \lambda \left( \begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \right)_{3 \times 1}$$

$$\left( \begin{array}{c} 3x - 2y \\ -2x + 3y \\ 5z \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 3x - 2y &= x \\ 2x - 2y &= 0 \\ x - y &= 0 \end{aligned}$$

$$\bullet 5z = z$$

$$\cancel{z=0}$$

Rpta.

$$\begin{aligned} -2x + 3y &= y \\ -2x + 2y &= 0 \\ y - x &= 0 \end{aligned}$$

$$\cancel{x=y} \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$\rightarrow v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$9 + \lambda^2 - 6\lambda - 4$$

$$\lambda^2 - 6\lambda + 5$$

$$\times -5$$

$$\times -1$$

$$(2-5)(\lambda-1)$$

$$\lambda - (5)(1)$$

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

# Presente aquí su trabajo

④

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}_{2 \times 2} \quad z = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow z^T A z = x^2 - 2xy$$

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}_{1 \times 2} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{2 \times 1} = x^2 - 2xy$$

$$(ax + by, bx + cy) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{2 \times 1} = x^2 - 2xy$$

$$x(ax + by) + y(bx + cy) = x^2 - 2xy$$

$$ax^2 + bxy + bxy + cy^2 = x^2 - 2xy$$

$$ax^2 + (2b)xy + cy^2 = x^2 - 2xy$$

$$(a-1)x^2 + (2b+2)xy + cy^2 = 0$$

$$a-1=0 \quad 2b+2=0 \quad c=0$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

⑤

$$@ A^3 = \mathbb{O} \rightarrow (\mathbb{I} - A)^{-1} = (\mathbb{I} + A + A^2) ??$$

Entonces se tiene que comprobar que:

$$(\mathbb{I} - A)(\mathbb{I} + A + A^2) = \mathbb{I}$$

$$\Rightarrow (\mathbb{I} - A)(\mathbb{I} + A + A^2) = \mathbb{I}^2 + \mathbb{I}A + \mathbb{I}A^2 - A\mathbb{I} - A^2 - A^3$$

$$= \mathbb{I}^2 + A + A^2 - A - A^2 - A^3$$

$$= \mathbb{I} - A^3 = \mathbb{I}$$

$\Rightarrow$  Por lo tanto se comprueba que  $(\mathbb{I} - A)^{-1} = (\mathbb{I} + A + A^2)$

# Presente aquí su trabajo

b) Pidun  $(I-B)^{-1}$

→ Para que exista la recta, la matriz identidad debe ser del orden  $3 \times 3$

i)  $I - B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ii) Si existe la inversa, su determinante  $\neq 0$

$$\det(I-B) = \begin{vmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = +1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det(I-B) = 1$$

iii)  $\text{Cof}(I-B) = \begin{pmatrix} +1 & 1 & 6 & -1 & 0 & 6 & +1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & -3 & +1 & 1 & -3 & -1 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

~~25~~

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ -21 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

iv)  $\text{Adj}(I-B) = \text{Cof}(I-B)^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -21 \\ 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

v)  $(I-B)^{-1} = \frac{1}{\det(I-B)} \cdot \text{Adj}(I-B)$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 4 & -21 \\ 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

# Presente aquí su trabajo

$$\textcircled{6} \quad @ \quad A_{n \times n} \wedge B_{n \times n}, \quad A = A^T \wedge B^T = -B \rightarrow (A-B)(A+B) = [(A-B)(A+B)]^T$$

??

$$\Rightarrow [(A-B)(A+B)]^T = (A+B)^T \cdot (A-B)^T$$

$$= (A^T + B^T) \cdot (A^T - B^T)$$

$$= (A-B) \cdot (A - (-B))$$

$$= (A-B) \cdot (A+B)$$

a) 1,5

$\checkmark$  (V) verdadero

$$\textcircled{b} \quad A_{n \times n} \wedge B_{n \times n}, \quad AB = A \wedge BA = B \rightarrow A^2 = A \quad ??$$

$$\Rightarrow A^2 = A \cdot A = (AB) \cdot (AB) = A \cdot B \cdot A \cdot B$$

$$= A \cdot (\underbrace{B \cdot A}) \cdot B = A \cdot B \cdot B = \underbrace{(A \cdot B)}_A \cdot B$$

$$= A \cdot B = A \quad \checkmark \quad (V) \quad \text{verdadero}$$

b) 1,5

$$\textcircled{c} \quad A_{n \times n} \wedge B_{n \times n}, \quad \det(A) \neq 0 \wedge \det(B) \neq 0 \rightarrow \det(A+B) \neq 0$$

Contraejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = -3 \neq 0 \quad \checkmark$$

$$\det(B) = -1 \cdot -1 - (-2) \cdot (-2) = -3 \neq 0 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \det(A+B) = \det \left[ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \right] = \det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Resolvente

c) 1,0

$$\det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

A+B no es invertible

Rpta: Falso (F)