

**FUNDAMENTOS DE CÁLCULO**  
**PRIMERA PRÁCTICA CALIFICADA**  
**SEMESTRE ACADÉMICO 2018-2**

Horarios: 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116

Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores del curso.

**ADVERTENCIAS:**

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

**INDICACIONES:**

- No se permite el uso de apuntes de clase, libros ni calculadoras.
- Explique detalladamente las soluciones.
- La presentación, la ortografía, y la gramática serán tomadas en cuenta en la calificación.

1. Construya un circuito lógico equivalente a la proposición dada: 2 puntos

$$(p \wedge q) \vee [(p \rightarrow r) \wedge \sim q]$$

2. Usando inducción matemática, demuestre que para todo  $n$  entero positivo se cumple que  $5(3n + 1)^2 - 2^{4n} + 11$  es múltiplo de 15. 3 puntos

3. Los números reales  $a_n$ , con  $n \in \mathbb{Z}_0^+$ , se definen recursivamente por:

$$\begin{aligned} a_0 &= 1, & a_1 &= 15 \\ a_n &= a_{n-1}(a_{n-2})^2 + 1, & \text{para } n \geq 2. \end{aligned}$$

Usando inducción matemática, demuestre que  $a_n < 2^{2^{n+1}}$  para todo  $n \geq 0$ . 4 puntos

4. Calcule en términos de  $n$  las siguientes sumas:

a)  $\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \binom{n-1}{k} 3^{2n-2k} 8^{k-1}$  2 puntos

b)  $\sum_{k=1}^n \frac{k+3}{(k+4)!}$  2 puntos

c)  $\sum_{k=1}^n k \left(\frac{3}{5}\right)^{k+1}$  3 puntos

5. Analice la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones, justificando adecuadamente su respuesta:

- a) Si  $n$  es un número par, entonces  $n^3 + 3n^2$  es un múltiplo de 4 y  $(n - 1)^2$  es impar. 1 punto
- b) Si  $x, y$  son números reales positivos tales que  $xy > 25$ , entonces  $x > 5$  o  $y > 5$ . 1 punto
- c)  $\exists y \in \mathbb{Z}^+, \forall x \in \mathbb{Z}^+$  tal que  $\frac{x}{y} \leq 1$ . 1 punto
- d) Sea  $n \in \mathbb{Z}^+$ . Una condición suficiente para que  $n$  sea par es que  $n^3 + 5$  sea impar. 1 punto

Coordinadora de práctica: Iris Flores

San Miguel, 15 de setiembre de 2018

ENTREGADO

Año

Número

2018 0030

22 SEP 2018

Práctica

Código de alumno

Chambe Lopez Jason Jose

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)



Firma del alumno

Curso: FUNDAMENTOS DEL GLOBO

Práctica N°:

POL

Horario de práctica:

P-112

Fecha:

15/09/18

Nombre del profesor:

E. Barrantes

Nota

17



Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido:  
(iniciales)

J.R.F

## INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
  - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
  - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
  - evitar borrones, manchas o roturas;
  - no usar corrector líquido;
  - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

# Presente aquí su trabajo

*Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)*

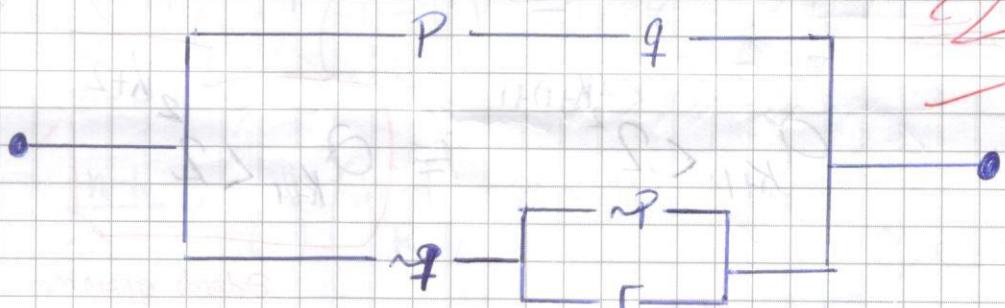
1) Nos dan

$$(P \wedge q) \vee ((P \rightarrow r) \wedge \neg q)$$

$$(p \wedge q) \vee \neg((\neg p \vee r) \wedge \neg q)$$

ley  $P \rightarrow r$   
 $\neg P \vee r$

Circuito :



31

$$a_n \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}^t$$

Enteros  
positivos  
incluyendo 0

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 15$$

$$a_n = a_{n-1} (a_{n-2})^2 + 1, \text{ para } n \geq 2$$

Usando I.M domesticos q'

$$a_n < 2^{n+1} \quad \forall n \geq 0$$

## Elops Base

para  $R=0$

$$a_0 = 1 \quad \text{and} \quad \underline{d}_0 < 2$$

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{2} < 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 1 < 2$$

$$\Rightarrow 1 < 4 \quad \checkmark$$

para  $\rho = 1$

$$a_7 = -15 \quad \wedge \quad a_1 < 2$$

$$a_1 < 2^{\frac{r}{2}} \approx 15 < 2^4$$

$$15 < 16 \quad \checkmark$$

Protectora de "y"

x def. recursive

Aquí finaliza la Etapa Base para el 2º principio de inducción

# Presente aquí su trabajo

Etapas de inducción para  $n = h$  con

**IMPORTANTE**  
Además cumple con  
 $K+1 \leq h$   
en este caso

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

Transcripción

H-I:

se tiene como (V)

$$a_h < 2^{2^{h+1}}$$

$$h_0 \leq h \leq K$$

$$0 \leq h \leq K$$

TII

para  $n = K+1$  probar que es verdadero

es.

$$a_{K+1} < 2^{\frac{1}{2}(K+1)+1}$$

$$\approx (a_{K+1} < 2^{\frac{1}{2}K+2})$$

Adonde queremos  
llegar

De la definición recursiva

SOL

de

$$a_{K+1} \text{ tenemos}$$

Importante

$$a_{K+1} = a_K (a_{K-1})^2 + 1$$

$$\text{HI} \quad a_{K+1} < 2^{\frac{1}{2}(K-1)+1}$$

$$a_{K+1} = a_K (a_{K-1})^2 + 1$$

$$\text{para } n = K \quad a_K < 2^{\frac{1}{2}K+1}$$

$$a_K (a_{K-1})^2 + 1$$

$$(a_{K-1})^2 \cdot a_K < 2^{\frac{1}{2}K+1} \cdot (2^{\frac{1}{2}(K-1)+1})^2$$

$$1 + (a_{K-1})^2 \cdot a_K < 2^{\frac{1}{2}K+1} \cdot (2^{\frac{1}{2}K+1})^2$$

$$a_{K+1} < 2^{\frac{1}{2}K+1} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+2}$$

$$a_{K+1} < 2^{\frac{1}{2}K+1} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+2} = 2^{\frac{1}{2}K+2}$$

$$a_{K+1} < 2^{\frac{1}{2}K+2}$$

Llegando a la etapa inductiva.

$$2^{4+1} =$$

$$2(2) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

$$a_{K+1} = a_K (a_{K-1})^2$$

$$2^{\frac{1}{2}K+1} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+2} = 2^{\frac{1}{2}K+3}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+3} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+4} = 2^{\frac{1}{2}K+7}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+7} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+8} = 2^{\frac{1}{2}K+15}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+15} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+16} = 2^{\frac{1}{2}K+31}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+31} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+32} = 2^{\frac{1}{2}K+63}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+63} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+64} = 2^{\frac{1}{2}K+127}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+127} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+128} = 2^{\frac{1}{2}K+255}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+255} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+256} = 2^{\frac{1}{2}K+511}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+511} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+512} = 2^{\frac{1}{2}K+1023}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+1023} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+1024} = 2^{\frac{1}{2}K+2047}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+2047} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+2048} = 2^{\frac{1}{2}K+4095}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+4095} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+4096} = 2^{\frac{1}{2}K+8191}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+8191} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+8192} = 2^{\frac{1}{2}K+16383}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+16383} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+16384} = 2^{\frac{1}{2}K+32767}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+32767} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+32768} = 2^{\frac{1}{2}K+65535}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+65535} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+65536} = 2^{\frac{1}{2}K+131071}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+131071} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+131072} = 2^{\frac{1}{2}K+262143}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+262143} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+262144} = 2^{\frac{1}{2}K+524287}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+524287} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+524288} = 2^{\frac{1}{2}K+1048575}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+1048575} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+1048576} = 2^{\frac{1}{2}K+2097151}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+2097151} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+2097152} = 2^{\frac{1}{2}K+4194303}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+4194303} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+4194304} = 2^{\frac{1}{2}K+8388607}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+8388607} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+8388608} = 2^{\frac{1}{2}K+16777215}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+16777215} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+16777216} = 2^{\frac{1}{2}K+33554431}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+33554431} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+33554432} = 2^{\frac{1}{2}K+67108863}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+67108863} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+67108864} = 2^{\frac{1}{2}K+134217727}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+134217727} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+134217728} = 2^{\frac{1}{2}K+268435455}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+268435455} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+268435456} = 2^{\frac{1}{2}K+536870911}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+536870911} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+536870912} = 2^{\frac{1}{2}K+1073741823}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+1073741823} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+1073741824} = 2^{\frac{1}{2}K+2147483647}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+2147483647} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+2147483648} = 2^{\frac{1}{2}K+4294967295}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+4294967295} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+4294967296} = 2^{\frac{1}{2}K+8589934591}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+8589934591} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+8589934592} = 2^{\frac{1}{2}K+17179869183}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+17179869183} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+17179869184} = 2^{\frac{1}{2}K+34359738367}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+34359738367} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+34359738368} = 2^{\frac{1}{2}K+68719476735}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+68719476735} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+68719476736} = 2^{\frac{1}{2}K+137438953471}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+137438953471} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+137438953472} = 2^{\frac{1}{2}K+274877906943}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+274877906943} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+274877906944} = 2^{\frac{1}{2}K+549755813887}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+549755813887} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+549755813888} = 2^{\frac{1}{2}K+1099511627775}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+1099511627775} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+1099511627776} = 2^{\frac{1}{2}K+2199023255551}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+2199023255551} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+2199023255552} = 2^{\frac{1}{2}K+4398046511103}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+4398046511103} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+4398046511104} = 2^{\frac{1}{2}K+8796093022207}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+8796093022207} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+8796093022208} = 2^{\frac{1}{2}K+17592186044415}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+17592186044415} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+17592186044416} = 2^{\frac{1}{2}K+35184372088831}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+35184372088831} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+35184372088832} = 2^{\frac{1}{2}K+70368744177663}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+70368744177663} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+70368744177664} = 2^{\frac{1}{2}K+140737488355327}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+140737488355327} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+140737488355328} = 2^{\frac{1}{2}K+281474976710655}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+281474976710655} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+281474976710656} = 2^{\frac{1}{2}K+562949953421311}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+562949953421311} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+562949953421312} = 2^{\frac{1}{2}K+1125899906842623}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+1125899906842623} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+1125899906842624} = 2^{\frac{1}{2}K+2251799813685247}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+2251799813685247} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+2251799813685248} = 2^{\frac{1}{2}K+4503599627370495}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+4503599627370495} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+4503599627370496} = 2^{\frac{1}{2}K+9007199254740991}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+9007199254740991} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+9007199254740992} = 2^{\frac{1}{2}K+18014398509481983}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+18014398509481983} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+18014398509481984} = 2^{\frac{1}{2}K+36028797018963967}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+36028797018963967} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+36028797018963968} = 2^{\frac{1}{2}K+72057594037927935}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+72057594037927935} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+72057594037927936} = 2^{\frac{1}{2}K+144115188075859871}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+144115188075859871} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+144115188075859872} = 2^{\frac{1}{2}K+288230376151719743}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+288230376151719743} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+288230376151719744} = 2^{\frac{1}{2}K+576460752303439487}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+576460752303439487} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+576460752303439488} = 2^{\frac{1}{2}K+1152921504606878975}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+1152921504606878975} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+1152921504606878976} = 2^{\frac{1}{2}K+2305843009213757951}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+2305843009213757951} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+2305843009213757952} = 2^{\frac{1}{2}K+4611686018427515903}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+4611686018427515903} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+4611686018427515904} = 2^{\frac{1}{2}K+9223372036855031807}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+9223372036855031807} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+9223372036855031808} = 2^{\frac{1}{2}K+18446744073710063615}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+18446744073710063615} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+18446744073710063616} = 2^{\frac{1}{2}K+36893488147420127231}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+36893488147420127231} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+36893488147420127232} = 2^{\frac{1}{2}K+73786976294840254463}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+73786976294840254463} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+73786976294840254464} = 2^{\frac{1}{2}K+147573952589680508927}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+147573952589680508927} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+147573952589680508928} = 2^{\frac{1}{2}K+295147905179361017855}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+295147905179361017855} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+295147905179361017856} = 2^{\frac{1}{2}K+590295810358722035711}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+590295810358722035711} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+590295810358722035712} = 2^{\frac{1}{2}K+1180591620717444071423}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+1180591620717444071423} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+1180591620717444071424} = 2^{\frac{1}{2}K+2361183241434888142847}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+2361183241434888142847} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+2361183241434888142848} = 2^{\frac{1}{2}K+4722366482869776285695}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+4722366482869776285695} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+4722366482869776285696} = 2^{\frac{1}{2}K+9444732965739552571391}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+9444732965739552571391} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+9444732965739552571392} = 2^{\frac{1}{2}K+18889465931479105142783}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+18889465931479105142783} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+18889465931479105142784} = 2^{\frac{1}{2}K+37778931862958210285567}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+37778931862958210285567} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+37778931862958210285568} = 2^{\frac{1}{2}K+75557863725916420571135}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+75557863725916420571135} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+75557863725916420571136} = 2^{\frac{1}{2}K+151115727451832841142271}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+151115727451832841142271} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+151115727451832841142272} = 2^{\frac{1}{2}K+302231454903665682284543}$$

$$2^{\frac{1}{2}K+302231454903665682284543} \cdot 2^{\frac{1}{2}K+302231454903665682284544} = 2^{\frac{1}{2}K+604462909807331364569087}$$

&lt;

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$\forall n \geq 0, \quad d_n < 2^{n+1}$$

~~y esto a sido demostrado~~

4)  $\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \binom{n-1}{k} 3^{2n-2k} 8^{k-1}$

$$\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \binom{n-1}{k} 3^{2(n-k)} \cdot 8^k \cdot 8^{-1}$$

$$(3^2)^{n-k} \cdot 8^k \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$$

$$\frac{1}{8} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \binom{n-1}{k} 9^{n-k} 8^k$$

CTE  
SE VA  
PARA  
ASEROS DE  
LA  $\Sigma$

$$\frac{1}{8} \sum_{k=0}^{n-1} (-8)^k \binom{n-1}{k} 9^{n-k}$$

de la del binomio de newton

$$\frac{1}{8} \sum_{k=0}^{n-1} (-8)^k \binom{n-1}{k} 9^{(n-1)-k}$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

Añadimos multiplicando 9

$$\frac{1}{9} = 9^{-1}$$

para que no se afecte

$$9 \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} 9^{(n-1)-k} (-8)^k$$

$$\frac{9}{8} (9 + 8)^{n-1} - \frac{9(1)^{n-1}}{8}$$

Rpta

# Presente aquí su trabajo

4b)

$$\sum_{k=1}^n \frac{k+3}{(k+4)!}$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{(k+4)! - 1}{(k+4)! (k+4)!}$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1) (k+4)!}$$

$$\frac{1}{4!} = \frac{1}{(n+4)!}$$

factor de  
anulación

por telescopia

$k$  para el menor

y  $n$  para el mayor

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$\frac{1}{k^4} + \frac{1}{k^2}$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$4d) \sum_{k=1}^n k \left(\frac{3}{5}\right)^{k+1} = \sum_{k=1}^n k \left(\frac{3}{5}\right)^k \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^1 \cdot \underbrace{\left(\frac{3}{5}\right)^k}_{\text{Artif. i.o.}}$$

$$\frac{k \left(\frac{3}{5}\right)^k \left(\frac{3}{5}-1\right)}{\left(\frac{3}{5}-1\right)} = \frac{k \left(\frac{3}{5}\right)^{k+1}}{-2/5} - k \left(\frac{3}{5}\right)^k$$

$$\boxed{(k+1)-1} \quad \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^{k+1} - k \left(\frac{3}{5}\right)^k}{\cancel{-2/5}} \cdot \frac{1}{4}$$

$$(k+1) \left(\frac{3}{5}\right)^{k+1} - k \left(\frac{3}{5}\right)^k - \left(\frac{3}{5}\right)^{k+1} \cdot \frac{5}{2}$$

telescopica

- veremos luego

$$\boxed{(n+1) \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1} - 1} \left(\frac{3}{5}\right) - \boxed{\left[ \sum_{k=1}^n \left(\frac{3}{5}\right)^k \cdot \left(\frac{3}{5}\right) \right] \cdot \frac{5}{2}}$$

$$\boxed{(n+1) \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1} - \frac{3}{5}} - \boxed{\left[ \frac{3}{5} \sum_{k=1}^n \left(\frac{3}{5}\right)^k \right]} \text{ geometrica}$$

$$\boxed{(n+1) \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1} - \frac{3}{5}} - \boxed{\left[ \frac{3}{5} \cdot \frac{\frac{3}{5}^{n+1} - 1}{\frac{3}{5} - 1} \right]} \cdot \frac{5}{2}$$

$$\boxed{(n+1) \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1} - \frac{3}{5}} - \boxed{\left[ \frac{3}{5} \cdot \frac{\frac{3}{5}^{n+1} - 1}{-\frac{2}{5}} \right]} \checkmark$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$\left[ \left( n+1 \right) \left( \frac{3}{5} \right)^{n+1} - \frac{3}{5} \right] - \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{3}{5} \right)^n - 1 \right]$$

$$\left[ \left( n+1 \right) \left( \frac{3}{5} \right)^{n+1} - \frac{3}{5} \right] + \frac{3}{2} \left( \frac{3}{5} \right)^n - 1$$

Rpta 9

b) ~~base~~  
~~en~~  
~~ter~~  
~~dijo~~  
~~n~~

Demostrar

2c) Usando I.M.  $\forall n \in \mathbb{Z}^+ \geq 1$  se cumple

$$5(3n+1)^2 - 2^{4n} + 11 = 15k$$

Aplicamos 1er principio de Inducción

EB Para  $n=1$

$$5(3(1)+1)^2 - 2^{4(1)} + 11 = 15k$$

$$5(16) - 16 + 11 = 15k$$

$$80 - 16 + 11$$

$$64 + 11 = 75 = 15k$$

$$75 = 15 \quad \text{... (V)}$$

1.1.

$\frac{3}{5}$   
bx  
5  
80

2.00

222  
u u  
6  
2

15x  
80 - 15  
16 - 5  
64 - 5  
15

EB Para  $n=h$   $\underbrace{h \geq 1}_{h \geq n_0}$  se cumple

$$\boxed{5(3h+1)^2 - 2^{4h} + 11 = 15k} \quad \text{dado como base} \quad \text{... (V)}$$

Para  $n=h+1$  probar que se cumple

$$\boxed{5(3(h+1)+1)^2 - 2^{4(h+1)} + 11 = 15k} \quad \text{... (VI)}$$

Partimos sin firmar la Teoría

$$5(3h+3+1)^2 - 2^{4h+4} + 11$$

$$5(3h+4)^2 - 2^{4h} \cdot 2^4 + 11$$

$$5 \cdot 6h^2 + 24h + 16 - 2^{4h} \cdot 2^4 + 11$$

$$30h^2 + 24h + 16 - 2^{4h} \cdot 2^4 + 11$$

$$9h^2 + 21h^2 + 6h + 15 = 15$$

Falso!

3h+4  
6h+2

5.4h  
40

3.0  
9  
71

# Presente aquí su trabajo

~~Falso~~

5b)  $\frac{x+y}{xy} \in \mathbb{R}^+ = \mathbb{Z}^+ / xy > 25$ ,

entonces

$$x > 5 \quad y > 5$$

Falso contraejemplo

para  $x > 5$  pero si  $y$  toma (1)

como  $25 \times 1 = 25$

y  $y$  no es mayor a 5

5c)  $\exists y \in \mathbb{Z}^+, \forall x \in \mathbb{Z}^+ / \frac{x}{y} \leq 1$

$[1, \dots, \infty[ ; [1, \dots, \infty[$

infinito desde el 1.

~~FALSO~~

~~$y=1$~~ )

$(x \geq 1)$

~~$x=y$~~

l

tenemos que encontras

$\Delta y$  que cumple para todo  $x$

contraejemplo: Porque solo se cumple para  $x=y$

$\left( \frac{x}{y} = 1 \right)$  pero  $\frac{x}{y} \neq 1$

esta no cumple\*  
que  $\forall x \in \mathbb{Z}^+$

5d)  $(C, S) \rightarrow (C, W)$  lógica mental

$\downarrow$

$(P) \rightarrow q$

hallar el  $P$

$n^3 + 5$   $\rightarrow P$  (par)

impar

contrapositivo

$n = \text{impar} \rightarrow n^3 + 5 \text{ par}$

$(2k+1)^3 + 5 \text{ par}$

$$(2k+1)^3 + 3(2k+1) + 1^3 \\ 3( ) + 8k^3 + 1$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$\cancel{(2k)^3} + (2k+1)^3$$

$$8k^3 + 3(2k)^2 + 3(2k) \cdot 1^2 + 1$$

$$8k^3 + 3(4k^2) + 6k + 1$$

$$2(k^3 + 6k^2 + 3k) + 1$$

$$\overbrace{2m+1}^{1 \text{ impar}}$$

$$m \in \boxed{k^3 + 6k^2 + 3k}$$

$$\nabla_0 F$$

5a) Si  $n$  es un número par  $\rightarrow (n^3 + 3n^2) = 4^o$  y  
 $(n-1)^2$  es impar.

$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$   
 $P \rightarrow q$

$n = 2k \rightarrow$  definición de par entonces  $((2k)^3 + 3(2k)^2) = 8k^3 + 3(4k^2)$   
 ~~$8k^3 + 12k^2$~~   
 ~~$4(2k^3 + 3k^2) = 4k$~~  si  $n$  es par de  $k$   
 $K \in \mathbb{Z} \quad (V)$

$$\frac{2x^2x^2}{nx^2}$$

$$(3k+1+3)$$

2)  $n = 2k \rightarrow$  definición de par

$$(2k-1)^2 \Rightarrow 4k^2 - 4k + 1 = 2(\underbrace{k^2 - 2k}_{K \in \mathbb{Z}}) + 1$$

$$k^2 - 2k = m$$

$$\boxed{2m+1}$$

$$\text{Impar} \quad (V)$$

# Solución alternativa pregunta 4.

$$\begin{cases} \alpha_0 = 1 \text{ (V)}, & n=0 \\ \alpha_1 = 15 \text{ (V)}, & n=1 \\ \alpha_n = \alpha_{n-1} (\alpha_{n-2})^2 + 1, & \forall n \geq 2 \end{cases}$$

Etapas  
Base

$$\text{Usando } \underline{\text{I.M}} \quad \alpha_n < 2^{2^{n+1}}; \forall n \geq 0$$

$$\text{Para } n=0 \quad \left\{ \alpha_0 = 1 \Rightarrow \alpha_0 < 2^{2^{0+1}} = 1 < 2^2 = 1 < 4 \text{ (V)} \right.$$

$$\text{Para } n=1 \quad \left\{ \alpha_1 = 15 \Rightarrow \alpha_1 < 2^{2^{1+1}} \Rightarrow 15 < 2^4 \Rightarrow 15 < 16 \text{ (V)} \right.$$

Etapas  
Inductivas

$$1^{\circ} \quad \underline{\text{H.I.}} \quad \underline{\text{HERRAJE}} \quad \underline{\text{MAS}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_0 < h < k \\ \text{no significa } \alpha_0 = 1 \\ \text{pues } \alpha_0 = 0 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 < h < k \\ (\text{V}) \end{array} \right\}$$

$$P(\text{no } \alpha(V)) ; P(W:(V)), P(K:(V)) \quad \alpha_k < 2^{2^{k+1}}$$

$$2^{\text{def}} \quad \underline{\text{T.I.}} \quad \text{Probar } k+1 \quad P(K-1) ; P(K-2)$$

$$\alpha_{k+1} < 2^{2^{k+2}}$$

$$\alpha_{k+1} = (\alpha_{k+1-1})(\alpha_{k+1-2})^2 + 1$$

$$(\alpha_k)(\alpha_{k-1})^2 + 1$$

$$\Downarrow \quad \alpha_k$$

$$\Downarrow \quad \alpha_k$$

$$\text{H.I.: } \alpha_k < 2^{2^{k+1}} \quad (\text{V})$$

$$\alpha_{k-1} < 2^{2^{k+1}}$$

$$(\alpha_{k-1})^2 < (2^{2^k})^2 \quad (\text{V})$$

$$\alpha_{k-1} < C \quad \alpha < C \quad b < C \quad (\text{V})$$

$$\text{H.I. } \alpha_k < 2^{2^{k+1}} \quad \text{H.I. } (\alpha_k)(\alpha_{k-1})^2 + 1$$

$$(2)$$

$$2^{2^{k+2}} + 1$$

E.B  $\exists a_n > 2^{n+1} - 1$ ?

P.2.1a  $(n=0) \Rightarrow$

$1 > 3$  (F)

No se cumple E.B

...  $a_n > 0$

i.e la desigualdad es

y así ...

por contradicción

$\partial_k < 2^{2^{k+1}-1} \vee \partial_k = 2^{2^{k+1}-1}$

$\square$

F = (V)

Rcda

$a^b$

$(a^b)^2 =$

sea

$a = 2^{2^{k+1}}$

$a^2 = 2^{2^{k+2}}$

(1) usar para formar  $\partial_k < 2^{2^{k+1}-1}$

(2)

$$\underbrace{(\partial_k)(\partial_{k-1})^2}_{H.I} + 1 < \underbrace{(2^{2^{k+1}-1})(2^{2^k})^2}_{H.I} + 1$$

$\partial_{k+1}$

(3)

$$\partial_{k+1} < \underbrace{(2^{2^{k+1}-1})(2^{2^k})^2}_{*A, *B} + 1 < \underbrace{(2^{2^{k+1}})}_{*T} \underbrace{(2^{2^k})^2}_{*B}$$

pues

- $*A < *T$
- $*B = *B$

y además notar  $*T \cdot *B = 2^{2^{k+2}} T.I$

i.e por transitividad.

$$\boxed{a_{n+1} < 2^{2^{n+1}} ; \forall n \geq 0}$$

