

FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

CUARTA PRÁCTICA DIRIGIDA

SEMESTRE ACADÉMICO 2021 -1

Problemas Obligatorios

1. Halle los siguientes límites:

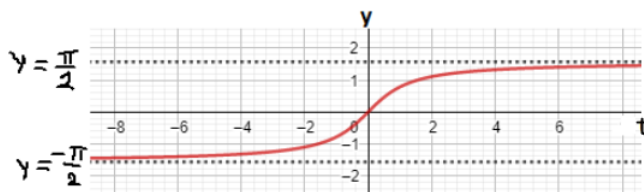
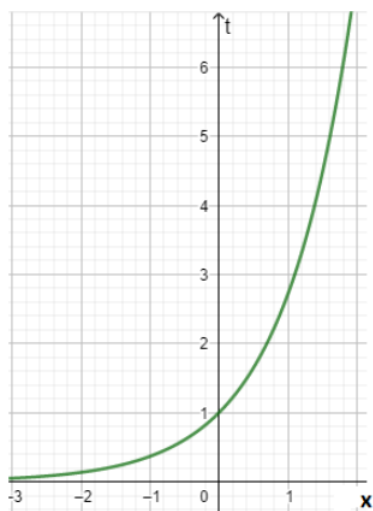
a) $\lim_{x \rightarrow 0} \arctan(e^x).$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \ln(\arccos(x)).$

2. Determine el rango de la función $f(x) = \ln \left[\sin\left(\frac{\pi x^2}{8}\right) \right], -2 \leq x < 0$

Solución

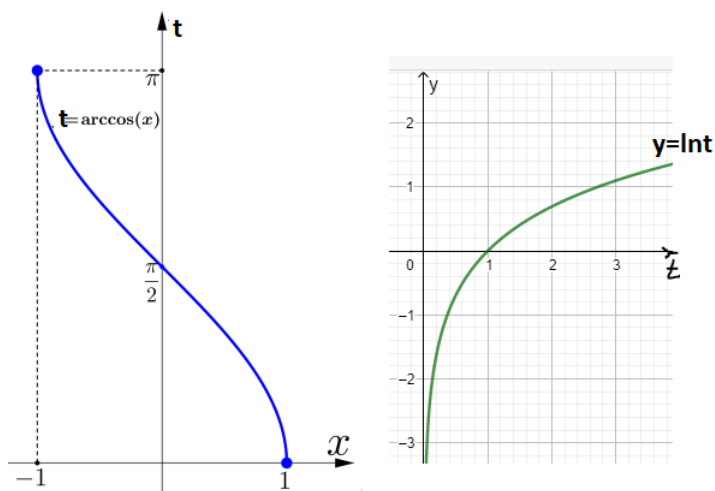
1. a) Sean $t = e^x$ y $y = \arctan(t)$



De las graficas, se tiene lo siguiente:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \arctan(e^x) = \lim_{t \rightarrow 1} \arctan(t) = \arctan(1) = \frac{\pi}{4}.$$

b) Sean $t = \arccos(x)$ y $y = \ln(t)$



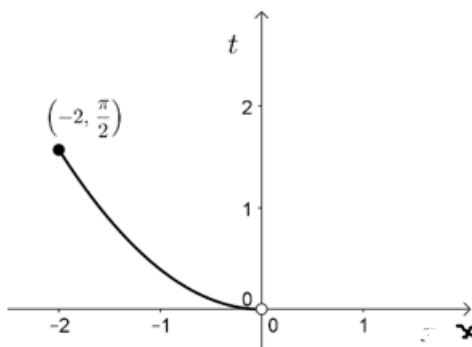
De las gráficas, se tiene lo siguiente: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \arccos(x) = 0^+$

y no es posible aproximarse a 1 con valores permitidos mayores que 1, entonces $\lim_{x \rightarrow 1} \arccos(x) = 0^+$.

Así, tenemos

$$\lim_{x \rightarrow 1} \ln(\arccos(x)) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \ln(t) = -\infty$$

2. Sea $t = g(x) = \frac{\pi x^2}{8}, -2 \leq x < 0$.



De la gráfica, se tiene que $\text{Ran}(g) =]0, \frac{\pi}{2}]$.

Sea $u = h(t) = \sin(t), 0 < t \leq \frac{\pi}{2}$. De la gráfica de h se tiene que $\text{Ran}(h) =]0, 1]$.

Sea $v = i(u) = \ln(u), 0 < u \leq 1$. De la gráfica de v se tiene que $\text{Ran}(v) =]-\infty, 0]$.

Por tanto, $\text{Ran}(f) =]-\infty, 0]$.