

Año

Número

2	0	2	2	3	4	6	7
---	---	---	---	---	---	---	---

Código de alumno

Práctica

Nieto Espinoza, Alessandra Nadine

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: FUCAL

Práctica N°: 2

Horario de práctica: 120 - 2

Fecha: 05/05/2022

Nota

19

Nombre del profesor: Bances

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: LH
(iniciales)

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
 - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
 - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
 - evitar borrones, manchas o roturas;
 - no usar corrector líquido;
 - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

FUNDAMENTOS DE CÁLCULO
SEGUNDA PRÁCTICA CALIFICADA
SEMESTRE ACADÉMICO 2022-1

Horario: Turno 2.

Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores.

ADVERTENCIAS:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comuníquese a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

INDICACIONES:

- Enumere las páginas del cuadernillo en la parte superior del 1 al 12 y reserve una página para resolver cada una de las preguntas, según el orden establecido en la prueba.

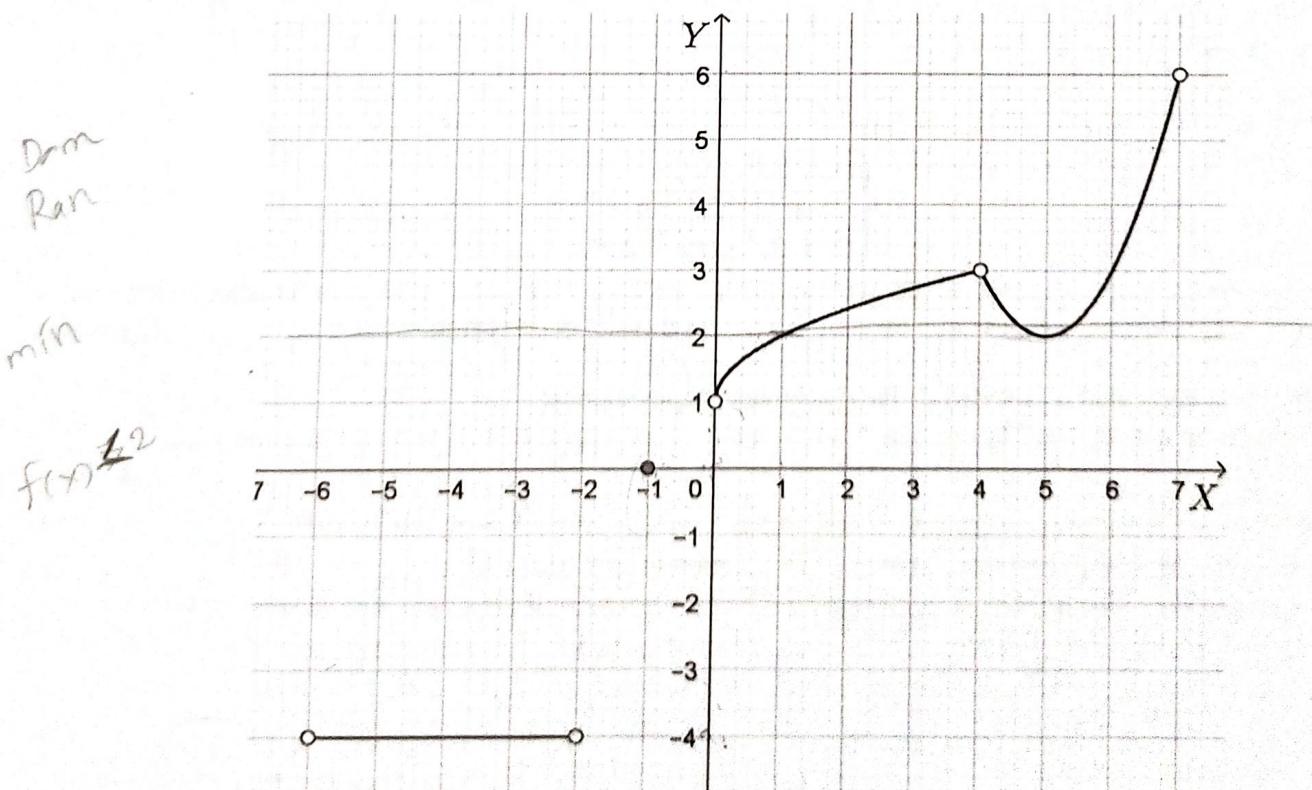
- ✓ 1. Una función f está definida por

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x| - |2+x|}}{x + \sqrt{3-2x}},$$

halle el dominio implícito de f .

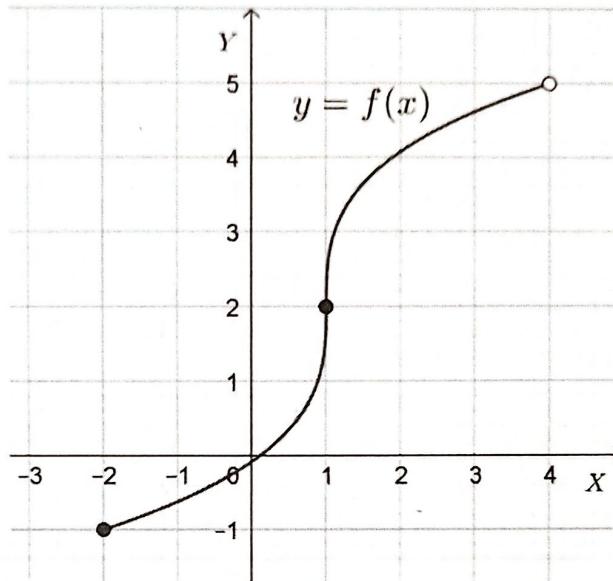
(3 puntos)

2. A continuación, se muestra la gráfica de la función f .



- ✓ a) Encuentre el dominio y rango de la función f . (2 puntos)
- ✓ b) Determine si f tiene un mínimo, y en caso afirmativo, indique los valores de x donde alcanza su mínimo valor. (1 punto)
- ✓ c) Halle todos los valores de x para los cuales $f(x) < 2$. (1 punto)

✓ 3. Sea f una función, cuya gráfica se muestra a continuación.



Determine la gráfica, el dominio y el rango de la función $g(x) = \frac{1}{2}f(1 - 3x)$. (3 puntos)

4. Sea $t \in \mathbb{R}$ una constante. Considere las funciones

$$f(x) = tx - 2 \quad g(x) = x + t.$$

- ✓ a) Halle todos los valores de t para los cuales se cumple que la gráfica de la función fog contiene al punto $(7, -2)$. (2 puntos)
- ✓ b) Halle todos los valores de t para los cuales se cumple que el rango de la función $f + g$ es un conjunto unitario. (2 puntos)

5. Dado el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{(y-2)^2}{4} - \frac{2(x+3)^2}{9} \geq 1, \\ (x+3)^2 + (y-2)^2 < 72. \end{cases}$$

Esboce la gráfica de las regiones que generan el sistema anterior e indique las coordenadas de los puntos de intersección entre las curvas que forman la frontera (borde) de la región. (2 puntos)

6. Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

- ✓ a) Para todo $a \in]0, +\infty[$, la función $f(x) = ax^2 - 8ax$ con $x \in]0, 3[$ tiene un mínimo valor. $\text{Ran} = E$ (1 punto)
- ✓ b) Sea la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{6+x-x^2}}$. Existe $x_0 \in]-2, 3[$ tal que f está definida en x_0 . ✓ (1 punto)
- ✓ c) Existe $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ tal que $x(ax-1) > -1$ para todo $x \in \mathbb{R}$. ✓ (1 punto)
- d) Sean $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dos funciones. Si $(f \circ g)(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, entonces $f(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$. (1 punto)

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

2)

a) $\text{Dom } (f) =]-6; -2[\cup \{-1\} \cup]0; 7[\cup \{-4\}$

$\text{Ran } (f) = \{-4\} \cup \{0\} \cup]1; 6[$

b)

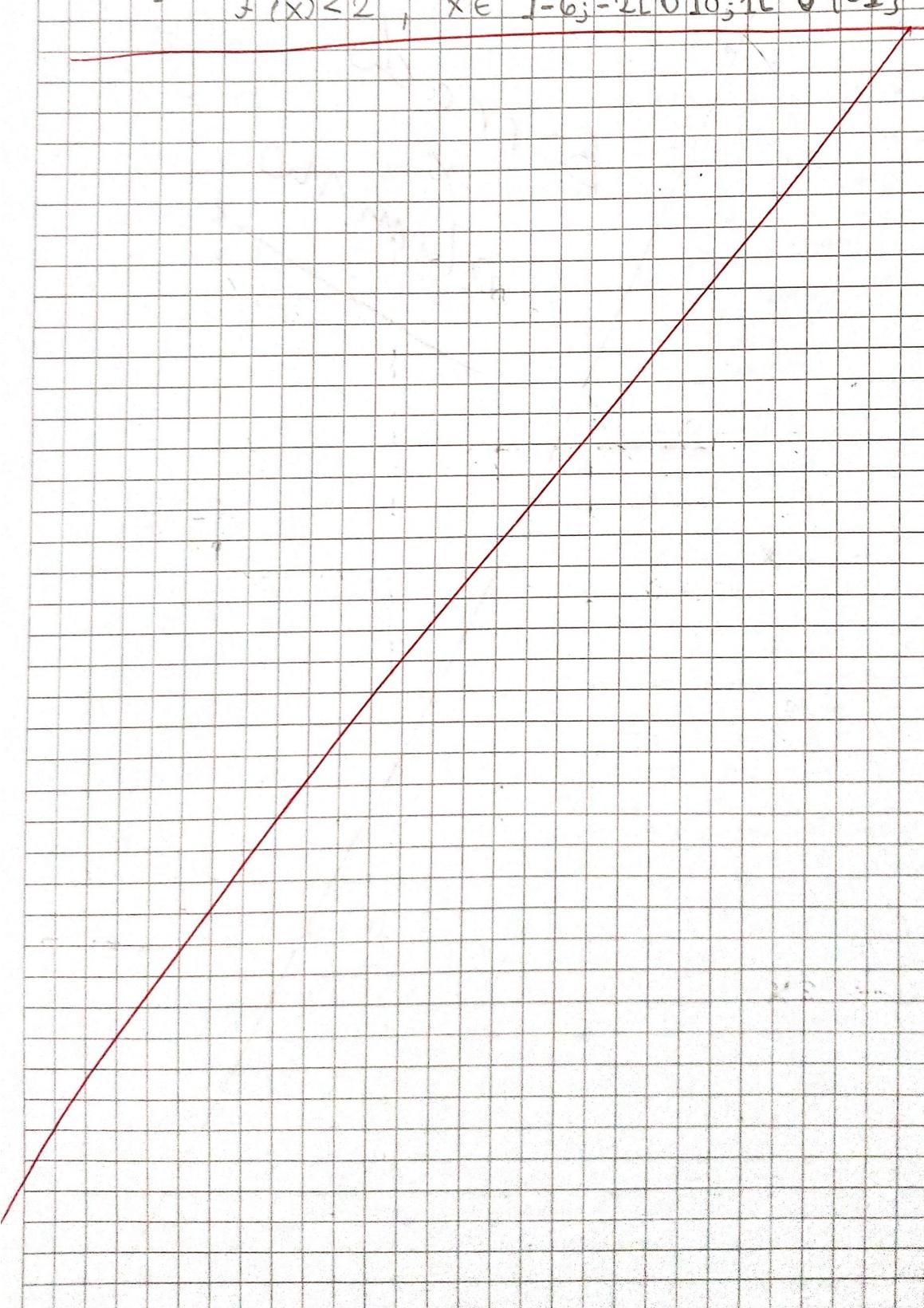
Valor mínimo de $f = -4$, $x \in]-6; -2[$

c)

$f(x) < 2$, $x \in]-6; -2[\cup]0; 1[\cup \{-1\}$

1.0
1.0

1.0
1.0



Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$3) f(x+1)$$

$$-3x$$

$$-3$$

$$-1$$

$$1$$

$$2$$

$$3$$

$$y = f(x)$$

$$\rightarrow x+1$$

$$(3; 5)$$

$$(0; 2)$$

$$3$$

$$-3$$

$$\rightarrow -x$$

$$(-3; 5)$$

$$(0; 2)$$

$$3$$

$$-3$$

$$\rightarrow 3x$$

$$(-1; 3)$$

$$(0; 2)$$

$$1$$

$$-1$$

$$2$$

$$3$$

← NO
CONSIDERAR

$$\rightarrow \frac{1}{2} f(x)$$

Gráfica
Final

$$(-1; \frac{5}{2})$$

$$(0; 1)$$

$$(1; -\frac{1}{2})$$

$$\text{Dom}(f) = [-1; 1]$$

$$\text{Ran}(f) = [-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}]$$

310
310

Presente aquí su trabajo

4) a)

$$\text{Dom } (f \circ g) = x \in \mathbb{R} \wedge x+t \in \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

$$(f \circ g)(x) = t(x+t) - 2, x \in \mathbb{R}$$

$$= xt + t^2 - 2, x \in \mathbb{R}$$

$$x = 7 \wedge y = -2$$

$$-2 = 7t + t^2 - 2$$

$$0 = t(t+7)$$

$$\begin{cases} t_1 = 0 \\ t_2 = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 = 0 \\ t_2 = -7 \end{cases}$$

b)

$$\text{Dom } (f + g) = \mathbb{R}$$

$$(f + g)(x) = x - 2 + x + t$$

$$(t + 1)x + t - 2$$

Rpta. g

$$t = -1$$

$$(f + g)(x) = -3$$

$$\text{Ran } (f + g) = \{-3\}$$

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$$x \geq 0 \wedge x \geq -2$$

$$x < 0 \wedge x < -2$$

$$|x| \geq |2+x|$$

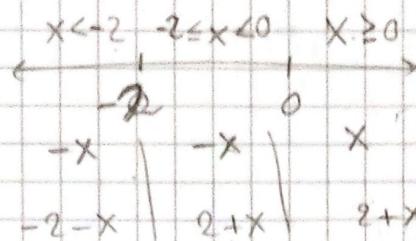
$$x^2 \geq (2+x)^2$$

$$-1 \geq x$$

restricción

1)

$$|x| - |2+x| \geq 0 \wedge x + \sqrt{3-2x} \neq 0$$



$$x \neq \sqrt{3-2x}$$

$$x^2 + 2x - 3 \neq 0$$

$$\begin{array}{c} x \\ \times \\ x \\ \hline \end{array}$$

$$x \neq -3$$

$$x \neq 1$$

$$x < -2$$

$$\begin{aligned} -x - (-2-x) &\geq 0 \\ -x + 2 + x &\geq 0 \\ 2 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$x \in \mathbb{R}$$

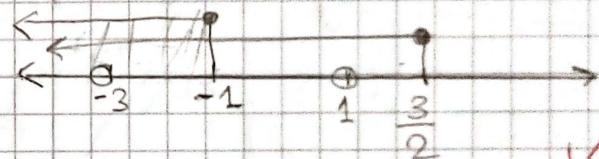
$$CS_I =]-\infty; -2]$$

$$-2 \leq x < 0$$

$$\begin{aligned} -x - (2+x) &\geq 0 \\ -x - 2 - x &\geq 0 \\ -2 &\geq 2x \\ -1 &\geq x \end{aligned}$$

$$CS_{II} = [-2; -1]$$

Intersección de Restricciones:



$$x \geq 0$$

$$\begin{aligned} x - (2+x) &\geq 0 \\ x - 2 - x &\geq 0 \\ -2 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$x \in \emptyset$$

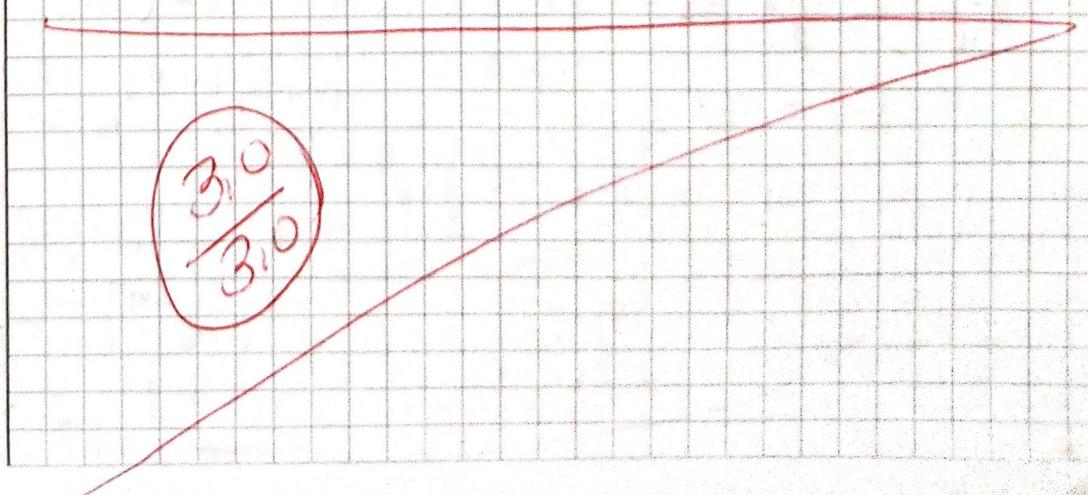
$$\Rightarrow CS =]-\infty; -1]$$

$$CS =]-\infty; -1] - \{-3\}$$

Rpta:

$$Dom(f) =]-\infty; -1] - \{-3\}$$

~~3,0~~
~~3,0~~



Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$5) \frac{(y-2)^2}{4} - \frac{(x+3)^2}{\frac{9}{2}} \geq 1$$

$$H \quad C(-3; 2) \quad a=2$$

$$C =$$

$$\text{F } || \text{Z } y \quad b = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 \leq 72$$

$$C(-3; 2) \quad r = 6\sqrt{2}$$

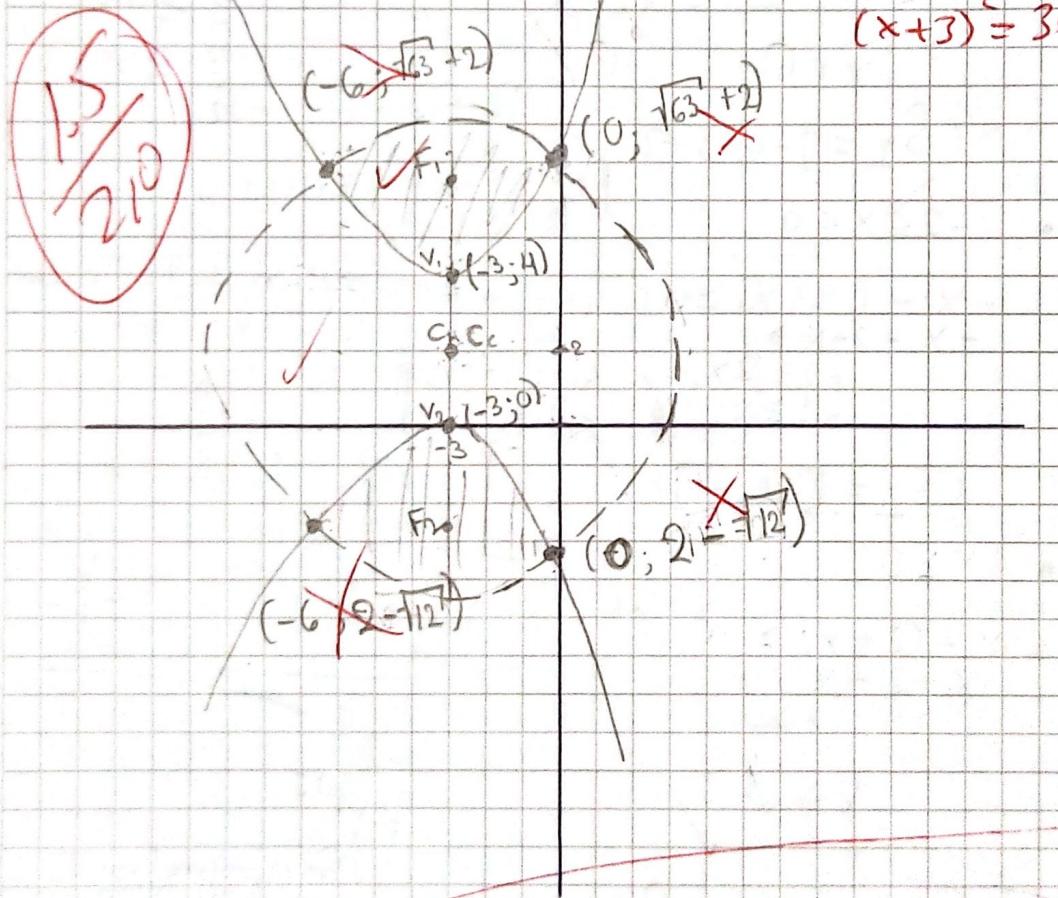
$$\text{De } H \rightarrow (x+3)^2 \rightarrow 9(y-2)^2 - 8(x+3)^2 = 36$$

$$\text{reemplazar } \left. \begin{array}{l} x \\ y \end{array} \right\} \rightarrow 9(72 - (x+3)^2) - 8(x+3)^2 = 36$$

bir conf

$$\text{se resuelve} \quad (x+3)^2 = 36$$

$$\frac{(y-2)^2}{9} - \frac{x^2}{36} = 1 \quad \frac{y^2}{144} - \frac{x^2}{144} = 1$$



$$y-2 = \pm \sqrt{12}$$

$$x^2 - \frac{y^2}{12} = 1$$

$$\frac{y^2}{63} - \frac{x^2}{9} = 1$$

$$\frac{(y-2)^2}{4} - \frac{(x+3)^2}{\frac{9}{2}} = 1$$

$$(y-2)^2 = 4 \left(1 + 2(x+3)^2 \right)$$

$$\rightarrow 4 + \frac{8}{9}(x+3)^2 = 72 - (x+3)^2$$

$$\frac{17}{9}(x+3)^2 = 68$$

$$(x+3)^2 = 9$$

$$x_1 = 0 \quad \vee \quad x_2 = -6$$

$$(y-2)^2 = 72 - (x+3)^2$$

$$(y-2)^2 = 63$$

$$(y-2 - \sqrt{63})(y-2 + \sqrt{63}) = 0$$

$$y_1 = \sqrt{63} + 2 \quad y_2 = 2 - \sqrt{63}$$

$$\rightarrow (y-2)^2 = 4(1 + 2(x+3)^2)$$

$$(y-2)^2 - 12 = 0$$

$$(y - \sqrt{12} - 2)(y - \sqrt{12} + 2) = 0$$

$$y_1 = \sqrt{12} + 2$$

$$y_2 = 2 - \sqrt{12}$$

$$? = 7$$

Si cumple

no hay
punto
recta

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

6) a)

$$f(x) = ax^2 - 8ax, x \in [0, 3]$$

sea $a = 1$

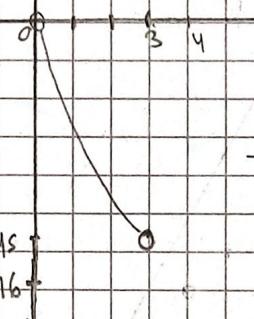
$$\rightarrow f(x) = x^2 - 8x$$

$$V(h; k)$$

$$h = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow k = -16$$

4 - 15

1.0
1.0



El vértice es donde la función es mínima

$$V(4; -16) \rightarrow 4 \notin [0; 3]$$

→ No toma su mínimo valor

∴ F//

$$f(x) = \frac{1}{16+x-x^2}; \text{ Dom} = ?$$

$$16+x-x^2 > 0$$

$$\rightarrow \text{Dom}(f) = [-2; 3]$$

$$0 > x^2 - x - 16$$

$$\begin{array}{r} x \\ \times \\ x \\ \hline 0 \end{array}$$

$$[-2; 3]$$

∴ V//

d)

$$ax^2 - x + 1 > 0, x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow a > 0 \wedge \Delta < 0$$

$$1 - 4a < 0$$

$$\text{Sea } a = \frac{1}{2} \in \mathbb{R} - \{0\}$$

$$a > 0 \wedge \Delta < 0$$

$$1 - 4 \cdot \frac{1}{2} < 0$$

$$\frac{1}{2} < 0$$

$$-1 < 0$$

V ^ V
V //

1.0
1.0