

Año **2019** Número **6114**  
Código de alumno

ENTREGADO

12 NOV 2019

Práctica

Árequipa Carrasco Jerry Fernando

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)



Firma del alumno

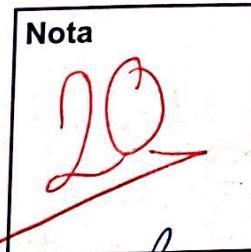
Curso: AMGA

Práctica Nº: 03

Horario de práctica: P- 101

Fecha: 04/11/2019

Nombre del profesor: N. Chau



Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: J. G.N.  
(iniciales)

## INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
  - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
  - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
  - evitar borrones, manchas o roturas;
  - no usar corrector líquido;
  - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

1) a) Tenemos:

$$\therefore C = (-1, 7, 3), F = (1, 8, 6), A = (1, 1, 1), B = (2, 6, 2)$$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{EG} = (-2, 6, 2) = C - A$$

$$\overline{AB} = (1, 5, 1) = B - A$$

$$\Rightarrow C = (-2, 6, 2) + (1, 1, 1) = (-1, 7, 3)$$

$$B = (1, 5, 1) + (1, 1, 1) \\ = (2, 6, 2)$$

$$\therefore \overline{CF} = (2, 1, 3) = F - C$$

$$\Rightarrow F = (2, 1, 3) + (-1, 7, 3) = (1, 8, 6) \quad //$$

$$b) \overline{Proy}_{\overline{CB}} \overline{CF} \quad \times \quad \overline{CF} = F - C = (2, 1, 3), \overline{CB} = B - C = (3, -1, -1)$$

$$\overline{Proy}_{\overline{CB}} \overline{CF} = \frac{(2, 1, 3) \cdot (3, -1, -1)}{\| (3, -1, -1) \|}$$

$$= \frac{(6 - 1 - 3)}{\sqrt{11^2}} (3, -1, -1) = \frac{2}{11} (3, -1, -1) \quad //$$

c) Tenemos:

$$V_d = A_b \times h = (\overline{BF} \times \overline{BA}) \cdot (\overline{BC}) = \dots$$

$$\therefore \overline{BF} = F - B = (-1, 2, 4), \overline{BA} = A - B = (-1, -5, -1)$$

$$\overline{BF} \times \overline{BA} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 2 & 4 \\ -1 & -5 & -1 \end{vmatrix} = [-2 + 20, [1+4], 5+2] = (18, -5, 7)$$

$$\|\overline{BF} \times \overline{BA}\| = \sqrt{18^2 + 5^2 + 7^2} = \sqrt{398}$$

$$h = \|\overline{BC}\| = \|\overline{C-B}\| = \|(-3, 1, 1)\| = \sqrt{11}$$

$$= \sqrt{11} \sqrt{398} \sqrt{11} \quad //$$

$$\overline{CB} = (-3, 1, 1)$$

$$V = (\underbrace{\overline{BF} \times \overline{BA}}_{(18, -5, 7)}) \cdot (\overline{BC})$$

$$(18, -5, 7) \cdot (-3, 1, 1) / = [-54 - 5 + 7] = (-52) / 3 = 52 \mu^3$$

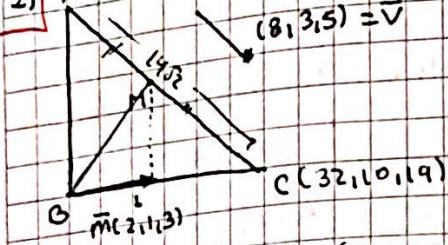
$$(B, -5, 7) \cdot (-3, 1, 1)$$

$$398 \mu^3 \\ 199.2 \cdot 11$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

2)  $A(16, 4, 9)$



$$\because \overline{AC} \parallel \overline{v} \Rightarrow \overline{AC} = (8k, 3k, 5k), k > 0$$

$$\|\overline{AC}\| = 14\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{(64+9+25)k^2} = 14\sqrt{2}$$

$$98k^2 = 14 \cdot 14 \cdot 2$$

$$k^2 = 4$$

$$k = 2$$

$$\therefore \overline{AC} = (16, 6, 10) = \overline{c} - \overline{a}$$

$$\overline{c} = (16, 6, 10) + (16, 4, 9)$$

$$\overline{c} = (32, 10, 19)$$

3.0

P1

Se sabe, por gráfica que  $-\overline{m}$  tiene la misma dirección y sentido que  $\overline{CB}$ , por lo tanto

$$\text{Proy}_{-\overline{m}} \overline{CA} = \overline{CB}$$

$$\overline{CA} = \overline{A} - \overline{c} = (-16, -6, -10) \quad -\overline{m} = (-2, -1, -3)$$

$$\overline{CB} = \left( \frac{(-16, -6, -10) \cdot (-2, -1, -3)}{\|(-2, -1, -3)\|^2} \right) (-2, -1, -3)$$

$$\overline{CB} \Rightarrow \left( \frac{32 + 6 + 30}{(\sqrt{14})^2} \right) (-2, -1, -3) \Rightarrow \frac{68}{14} (-2, -1, -3)$$

$$\overline{CB} = \overline{B} - \overline{C} = \frac{34}{7} (-2, -1, -3)$$

$$\therefore B = \frac{34}{7} (-2, -1, -3) + (32, 10, 19) = \left( \frac{-68 + 32}{7}, \frac{-34 + 10}{7}, \frac{-102 + 19}{7} \right)$$

3y  
6y

$\begin{array}{r} 48 \\ 49 \\ \hline 2 \end{array}$

9,  
9

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

3)  $L_1: P = (-1, 3, -1) + t(3, 1, 2), t \in \mathbb{R}$

$L_2: P = (r, 0, -1) + r(1, 2, 6), r \in \mathbb{R}$

a)  $Q = L_1 \cap L_2$

$\Rightarrow L_1: P = (-1 + 3t, 3 + t, -1 + 2t), L_2: (r, 2r, -1 + 6r)$

PARA QUE INTERSEGUEN:

$-1 + 3t = r \quad \wedge \quad 3 + t = 2r$

$-1 + 3t = \frac{3+t}{2} \Rightarrow -2 + 6t = 3 + t$

$5t = 5$

$t = 1 \Rightarrow r = 2$

PUNTO DE INTERSECCIÓN:  $Q = (2, 4, 1)$

b)  $L_1 \subset P_2, P_2 \perp P_1$

$P_1: x + y - z = 1$

normal de  $P_1: \vec{n}_1 = (1, 1, -1)$

PARA QUE LOS PLANOS SEAN perpendiculares, SUS NORMALES SON perpendiculares:

$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$

LA NORMAL DEL PLANO  $P_1$  SE OBTIENE CON:

$(1, 1, -1) \times (3, 1, 2) = \vec{n}_2$

$$\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (3, -5, -2) = \vec{n}_2$$

$\therefore P_2: 3x - 5y - 2z + d = 0, (-1, 3, -1) \in P_2$

$3(-1) - 5(3) - 2(-1) + d = 0$

$-3 - 15 + 2 + d = 0$

$d = 16$

$\therefore P_2: 3x - 5y - 2z + 16 = 0$

MINAR

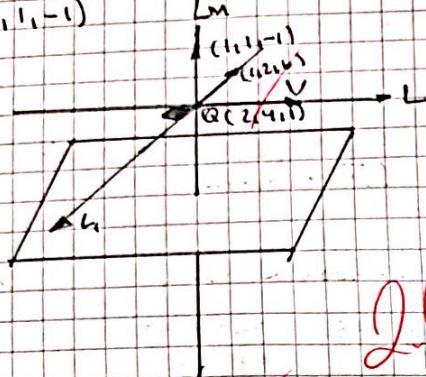
$2 - (-3)$

$1 - 3$

# Presente aquí su trabajo

c)  $L \parallel P_1$ ,  $L \perp L_2(a)(2,4,1)$

$$\vec{r}_1 = (1, 1, -1)$$



benemar que:

$$\vec{v} = (1, 1, -1) \times (1, 2, 6)$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 6 \end{vmatrix} = (8, -7, 1)$$

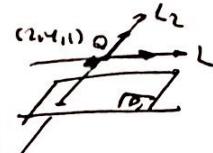
$$\therefore L = P_1(2, 4, 1) + \lambda(8, -7, 1), \lambda \in \mathbb{R}$$

20

30

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

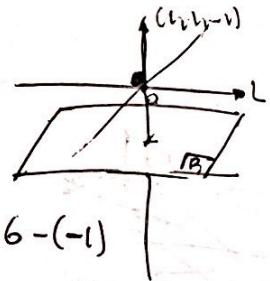


$$L_2 = P_2(0, 0, 1) + \tau(1, 2, 4)$$

$$L = P_2(2, 4, 1) + m\alpha(1, 2, 4)$$

$$(r_1 - r_2 - 11 + 6\tau) = (2 + m\alpha, 4 + mb, 1 + mc)$$

$$2 + m\alpha =$$



$$6 - (-1)$$

3  
3

$\frac{10}{3}$

$$\frac{10}{3} - 3 | \frac{-3+2}{3} | \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{3} 1 \frac{1}{3} 1 \frac{1}{3}$$

# Presente aquí su trabajo

4) a)

$$L_1 = \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -t \\ z = 2+t \end{cases}, t \in \mathbb{R} = L_1 : (1+2t, -t, 2+t), t \in \mathbb{R}$$

$$\underline{L_1 : (1, 0, 2) + t(2, -1, 1), t \in \mathbb{R}}$$

$$L_2 : \begin{cases} x + ky + z + 2 = 0 \rightarrow \bar{n}_1 \text{ (normal)} \\ x - y - 3z - 2 = 0 \rightarrow \bar{n}_2 \end{cases}$$

$$\bar{n}_1 \times \bar{n}_2 = (2, -1, 1)$$

$$(1, k, 1) \times (1, -1, -3) // (2, -1, 1)$$

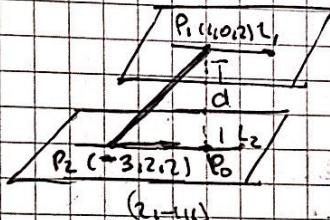
$$\begin{vmatrix} 1 & k & 1 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix} = (-3k+1, 4, -1-k) // (2, -1, 1)$$

$$(-3k+1, 4, -1-k) = (-8, 4, -4)$$

$$\frac{-1-k=-4}{13=2k}$$

k tiene que valer 3

b)  $L_1 : (1, 0, 2) + t(2, -1, 1), t \in \mathbb{R} \quad L_3 : (-3, 2, 2) + \lambda(2, -1, 1), \lambda \in \mathbb{R}$



$\overline{P_2 P_1}$  ?

$$\overline{P_2 P_1} = \overline{P_1 - P_2} = (4, -2, 0)$$

$$\overline{\text{Proy}_{(2,-1,1)}(4, -2, 0)} = \frac{(4, -2, 0) - (2, -1, 1)(2, -1, 1)}{\|(2, -1, 1)\|^2}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{8+2}{6} \right) (2, -1, 1) = \left( \frac{5}{3} (2, -1, 1) \right)$$

Tenemos:  $\overline{\text{Proy}_{(2,-1,1)}(4, -2, 0)} = \overline{P_2 P_1} = \frac{5}{3} (2, -1, 1)$

$$\Rightarrow P_0 = \frac{5}{3} (2, -1, 1) + (-3, 2, 1) = \left( \frac{1}{3}, 1, \frac{1}{3}, \frac{11}{3} \right)$$

$$d = \|\overline{P_0 P_1}\| = \|\overline{(P_1 - P_0)}\| = \|(1, -1, \frac{1}{3}, 2 - \frac{11}{3})\| = \|(2/3, 1/3, -5/3)\|$$

$$d = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{30}{9}} = \frac{\sqrt{30}}{3}$$

20  
146

$$\frac{10}{3}, -3, -\frac{3}{3} + 2, \frac{5}{3} + 2$$

$$\frac{1}{3}, 1, -\frac{1}{3}, \frac{11}{3}$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

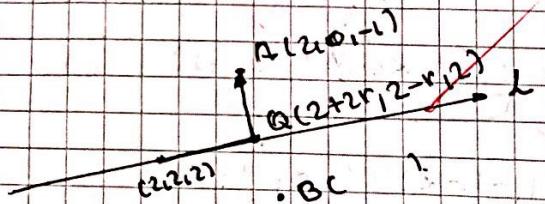
s)  $A(2,0,-1)$  i  $\alpha: \begin{cases} x+2y-6=0 \\ z-2=0 \end{cases}$

② Tenemos  $L: \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (2, -1, 0) \Rightarrow rL$ .

$$\begin{aligned} x+2y-6 &= 0 \\ z &= 2 \end{aligned}$$

un punto de la recta es:  $(2, 2, 2)$

$$\therefore L: P = (2, 2, 2) + r(2, -1, 0), r \in \mathbb{R}$$



$$\overrightarrow{QA} \cdot (2, -1, 0) = 0$$

$$\overrightarrow{QB} = A - Q = (-2r, r-2, -3)$$

$$\therefore (-2r, r-2, -3) \cdot (2, -1, 0) = 0$$

$$-4r - r + 2 = 0$$

$$r = \frac{2}{5} \quad ||$$

$$Q = \left( 2 + \frac{4}{5}, 2 - \frac{2}{5}, 2 \right) = \left( \frac{14}{5}, \frac{8}{5}, 2 \right)$$

20  
5a

$Q$  es punto medio de  $A \wedge B$ .

$$\therefore \frac{\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}}{2} = Q$$

$$(2, 0, -1) + (B) = \left( \frac{23}{5}, \frac{16}{5}, 4 \right)$$

$$B = \left( \frac{13}{5}, \frac{16}{5}, 5 \right)$$

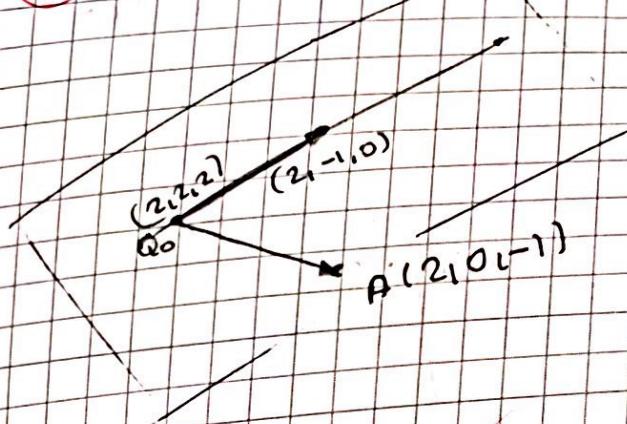
$$\frac{23}{5} - 2$$

6

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

(b)  $A \in P \wedge A \notin CP$



$$\vec{n}_{\text{plano}} = (2, -1, 0) \times (\overrightarrow{Q_0 A})$$

$$\vec{A} - \vec{Q_0} = \overrightarrow{Q_0 A} = (0, -2, -3)$$

$$\vec{n}_{\text{plano}} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -3 \end{vmatrix} = (3, 6, -4)$$

2.0  
S6

$$P = 3x + 6y - 4z + d = 0 \quad (\text{Pasa por } (2, 2, 2))$$

$$3(2) + 6(2) - 4(2) + d = 0$$

$$d = -10$$

$$\therefore P = 3x + 6y - 4z - 10 = 0$$

13-8  
90

(c)