

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

CUARTA PRÁCTICA CALIFICADA
SEMESTRE ACADÉMICO 2018 -2

Duración: 110 minutos

Elaborado por los profesores del curso.

ADVERTENCIAS:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

1. Dada la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 0 & y \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix}$$

y la siguiente matriz

$$A^2 A^T = \begin{bmatrix} a & b & -6 \\ c & d & 2 \\ e & f & -1 \end{bmatrix}.$$

Calcule el valor de $x + y + z$.

(3 pts)

2. Determine la matriz A que verifica la ecuación

$$AB + A = 2B^T,$$

donde $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

(3 pts)

3. Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$, calcule la matriz X tal que

$$|A| (adj A)^{-1} X = B$$

(3 pts)

4. Dada la matriz $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, halle las matrices X, Y que cumplen:

$$\begin{cases} X + Y^{-1} = C \\ X - Y^{-1} = C^T \end{cases}.$$

(3 pts)

5. Sea la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- a) Demuestre que A posee inversa. (1 pto)
b) Halle la matriz inversa de A . (2 pts)

6. Calcule los valores de k para los cuales la inversa de la matriz

$$A = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} k & 4 \\ -4 & k \end{bmatrix}$$

es igual a su transpuesta de A . (3 pts)

7. Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} a+b & c+b & a+c \\ 2b & 2c & 2a \\ c+a & b+a & b+c \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{bmatrix}$ con $|B| = 6$. Calcule $|A|$.

(2 pts)

Coordinador de Prácticas: N. Chau
San Miguel, 19 de noviembre de 2018

Año

2018

Número

2903

Código de alumno

Práctica

VALENTIN GARCIA GRISHEL MARINA

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)



Firma del alumno

Curso: AM6A

ENTREGADO 29 NOV. 2018

Práctica Nº:

P 4

Horario de práctica:

112

Fecha:

19/11/18

Nombre del profesor: J. Flores

Nota

20



Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: ECS
(iniciales)

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
 - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
 - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
 - evitar borrones, manchas o roturas;
 - no usar corrector líquido;
 - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$\textcircled{1} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 0 & y \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix}, \quad A^2 \cdot A^T = \begin{bmatrix} a & b & -6 \\ c & d & 2 \\ e & f & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^2: \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 0 & y \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 0 & y \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & xy \\ 0 & 0 & yz \\ 0 & 0 & z^2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 \cdot A^T = \begin{bmatrix} 1 & x & xy \\ 0 & 0 & yz \\ 0 & 0 & z^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+1 & xy^2 & xyz \\ 0 & yz^2 & yz^2 \\ 0 & yz^2 & z^3 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow z^3 = -1 \quad \rightarrow yz^2 = 2 \quad \rightarrow xyz = -6$$

$$\boxed{z = -1} \quad \boxed{y = 2} \quad \boxed{x(2)(-1) = -6} \quad \boxed{x = 3}$$

$$8. \quad x + y + z = 3 + 2 - 1 = 4$$

$$\textcircled{2} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad 2B^T = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow AB + A = 2B^T$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3a & 2b-a \\ 3c & 2d-c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6-a & -b \\ -2-c & 4-d \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow 3a = 6 - a \quad \rightarrow 2b - a = -b \quad \rightarrow 3c = -2 - c$$

$$4a = 6 \quad 3b = \frac{3}{2} \quad c = -\frac{1}{2}$$

$$a = \frac{3}{2} \quad b = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow 2d + \frac{1}{2} = 4 - c$$

$$3d = \frac{7}{2}$$

$$d = \frac{7}{6}$$

$$\therefore A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{7}{6} \end{bmatrix}$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$\textcircled{3} \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \quad \boxed{A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A}$$

$$|A| \cdot (\text{adj } A)^{-1} X = B$$

$$\cdot |A| = 3 - 6 = -5$$

$$\cdot \text{adj}(A) = (A^c)^T \Rightarrow A^c = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^c)^T = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\cdot (\text{adj } A)^{-1} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (\text{adj}(A))^{-1} = \begin{bmatrix} -3/5 & -4/5 \\ -2/5 & 1/5 \end{bmatrix} \Rightarrow -1/5$$

$$\Rightarrow \cancel{-5} \cdot \begin{bmatrix} -3/5 & -4/5 \\ -2/5 & 1/5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & \cancel{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow 3a + 4c = 4 \quad \rightarrow 3b + 4d = 5 \quad \rightarrow 2a - c = 1 \quad \rightarrow 2b - d = 5$$

$$\cdot 3a + 4c = 4$$

$$\underline{2a - c = 1} \dots (1)$$

$$\underline{3a + 4c = 4}$$

$$\underline{8a - 11c = 4}$$

$$11a = 8$$

$$a = 8/11$$

$$\cancel{\text{C=5/11}}$$

$$\cdot 3b + 4d = 5$$

$$\underline{2b - d = 5} \dots (2)$$

$$\underline{3b + 4d = 5}$$

$$\underline{8b + 16d = 20}$$

$$11b = 25$$

$$b = 25/11$$

$$d = -5/11$$

$$\therefore X = \begin{bmatrix} 8/11 & 25/11 \\ 5/11 & -5/11 \end{bmatrix}$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$⑤ \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

a) Si su determinante es diferente a 0 entonces tiene inverso

$$\rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -1 (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1 (1) = -1 \neq 0$$

como ~~la~~^{la} determinante es $\neq 0$ entonces si tiene inverso.

b)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow[F_2 - 2F_1]{\cancel{F_1}} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow[F_3 - F_2]{F_2 + 2F_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow[-1F_3]{} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right]$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cancel{\frac{1}{-2}}$$

OS

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

(4)

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} x + y^{-1} = C \\ x - y^{-1} = C^T \end{cases}, \quad C^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y^{-1} = C \\ x - y^{-1} = C^T \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$2x = C + C^T$$

$$C^T \quad 2x$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & 3/2 \\ 3/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow y^{-1} = C - X$$

$$y^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 3/2 \\ 3/2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1/2 \\ 1/2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y^{-1} = \frac{1}{|y|} \cdot (\text{adj}(y))$$

$$\text{Propiedad: } A \cdot A^{-1} = I$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1/2 \\ 1/2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2} = 1, \quad -\frac{a}{2} = 0, \quad \frac{d}{2} = 0, \quad -\frac{c}{2} = 1$$

$$\boxed{b=2} \quad \boxed{a=0} \quad \boxed{d=0} \quad \boxed{c=-2}$$

$$\Rightarrow y = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

6

$$A = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} K & 4 \\ -4 & K \end{bmatrix}, A^T = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} K & -4 \\ 4 & K \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K & 4 \\ -4 & K \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K & -4 \\ 4 & K \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K & 4 \\ -4 & K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K & -4 \\ 4 & K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K^2 + 16 & 0 \\ 0 & K^2 + 16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K^2 + 16 & 0 \\ 0 & K^2 + 16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K^2 + 16 & 0 \\ 0 & K^2 + 16 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot A^T = \begin{bmatrix} K^2 + 16 & 0 \\ 0 & K^2 + 16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K^2 + 16 & 0 \\ 0 & K^2 + 16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K^2 + 16 & 0 \\ 0 & K^2 + 16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K^2 + 16 & 0 \\ 0 & K^2 + 16 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot A^T = I \Rightarrow \begin{bmatrix} K & 4 \\ -4 & K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K & 4 \\ -4 & K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow K^2 + 16 = 1$$

$$\frac{K^2}{25} + \frac{16}{25} = 1$$

$$K^2 + 16 = 25$$

$$K^2 - 9 = 0$$

$$(K+3)(K-3) = 0$$

3

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$\textcircled{1} \quad A = \begin{bmatrix} a+b & c+b & a+c \\ 2b & 2c & 2a \\ c+a & b+a & b+c \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{bmatrix}, \quad \det(B) = 6$$

$$\det(B) = (3abc - a^3 - b^3 - c^3) = 6$$

$$\Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} a+b & c+b & a+c \\ 2b & 2c & 2a \\ c+a & b+a & b+c \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a+b & c+b & a+c \\ b & c & a \\ c+a & b+a & b+c \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow[F_2 - F_2]{2} \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c+a & b+a & b+c \end{vmatrix} \xrightarrow[F_3 - F_1]{2} \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 2 \underbrace{(3abc - c^3 - a^3 - b^3)}_6$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 6 = 12$$