

Año
2 0 1 9

Número
5 9 2 5

Código de alumno

Práctica

ENTREGADO

02 DIC. 2019

España Lattañaga, Alvaro Luis

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)



Curso: Fundamentos de Cálculo

Práctica Nº: 04

Horario de práctica: 103

Fecha: 23/11/2019

Nombre del profesor: R. Metzger

Nota

20



Firma del jefe de práctica

P.C.B.

Nombre y apellido:
(iniciales)

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
 - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
 - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
 - evitar borrones, manchas o roturas;
 - no usar corrector líquido;
 - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

CUARTA PRÁCTICA CALIFICADA

SEMESTRE ACADÉMICO 2019-2

Horario: Todos.

Duración: 110 minutos

Elaborada por todos los profesores.

ADVERTENCIAS:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comuníquese a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

INDICACIONES:

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas, calculadora o computadora personal.
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

1. Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Si $x \in \mathbb{R}$, entonces $\arcsen(\operatorname{sen}x) = x$. $\operatorname{sen}x = y \Rightarrow x = \arcsen(y)$ (1 punto)

b) Para todo $x \in [-1, 1]$ se cumple $\arctan(x) = \frac{\arcsen(x)}{\arccos(x)}$. $\operatorname{sen}x = y \Rightarrow \arctan(y) = x$ (1 punto)

c) El mayor dominio posible de la función con regla de correspondencia $f(x) = \arccos(\sqrt{x})$ es $[0, +\infty[$. $\sqrt{x} \leq 1 \Rightarrow x \leq 1$ (1 punto)

d) Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función polinómica de grado 5 entonces $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. $\operatorname{cos}(x) \rightarrow 0$ (1 punto)

2. Sea $0 < m \leq 1$ una constante real y f la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \tan(\pi x) & \text{si } 0 \leq x < m, x \neq \frac{1}{2} \\ -x^2 + 2x & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

a) Halle el mayor valor de m para el cual f sea inyectiva. (2 puntos)

b) Para el valor de m hallado en a), determine los intervalos donde f es creciente y los intervalos donde f es decreciente. (1 punto)

3. Dada la función f definida por

$$f(x) = \begin{cases} \tan(x - \pi) & \text{si } 0 \leq x < 2\pi, x \neq \frac{\pi}{2}, x \neq \frac{3\pi}{2} \\ \arccos\left(\frac{x}{\pi} - 2\right) & \text{si } 2\pi \leq x < 3\pi. \end{cases}$$

a) Esboce la gráfica de f y halle los puntos de intersección con los ejes coordenados. (2.5 puntos)

b) Halle $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^+} f(x)$. (1 punto)

c) Calcule $\lim_{x \rightarrow 2\pi^+} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x)$. ¿Qué puede concluir respecto a $\lim_{x \rightarrow 2\pi} f(x)$? (1.5 puntos)

$$= \frac{1}{2}$$

$$\frac{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{x} - \frac{1}{x}}{1 - \frac{2}{x}}$$

$$\frac{\frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{x} - \frac{1}{x}}{1 - \frac{2}{x}}$$

- ✓ 4. Sea la función $f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2}x - \pi - 1}{x - 2}\right)$.

a) Sea $g(x) = \frac{\frac{\pi}{2}x - \pi - 1}{x - 2}$, $x \neq 2$, halle $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

- ∞

(2 puntos)

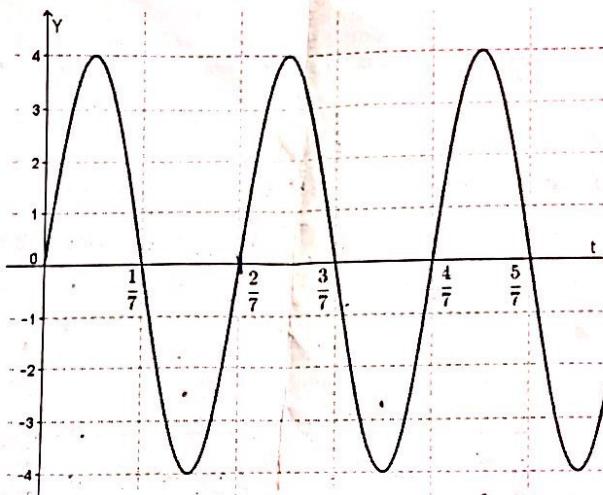
b) Determine $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

- ∞

(2 puntos)

- ✓ 5. Una masa unida a un resorte se mueve hacia arriba y hacia abajo en movimiento armónico simple. Su desplazamiento en el tiempo a partir del equilibrio se modela por una función de la forma $f(t) = a \operatorname{sen}(wt) + b$, donde a , b y w son constantes reales, cuya gráfica se muestra a continuación.

$$A \approx \frac{4 - (-4)}{2} = 4$$



$$T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{7\pi}$$

$$W = 7\pi$$

$$\frac{2}{7} = \frac{2\pi}{w}$$

$$w = \frac{2\pi}{\frac{2}{7}} = 7\pi$$

$$w = 7\pi$$

- ✓ a) Determine el periodo y amplitud de f .

(2 puntos)

- ✓ b) Halle la regla de correspondencia de f .

(2 puntos)

San Miguel, 23 de noviembre de 2019.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

①

a) Falso, pues \arctan está definido de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x = 1000$, por ejemplo, $\arctan(1000)$ no es un número definido. No tiene sentido.

Contraseña: $\arctan(\text{sen}(x))$

1p

$\arctan(\text{sen}(x)) = \arctan(0) \neq \pi$

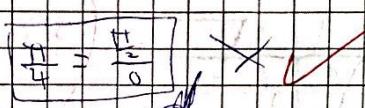
b) $\forall x \in [-1, 1]$ se cumple $\arctan(x) = \arcsen(x) / \arccos(x)$

Falso, pues para $x = 1$

$$\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$$

$$\arcsen(1) = \frac{\pi}{2}$$

$$\arccos(1) = 0$$



1p

c) Mayor dominio posible de $f(x) = \arccos(\sqrt{x})$ es $[0, \infty)$

Falso, pues por $\sqrt{x}, x \geq 0$, pero $-1 \leq \sqrt{x} \leq 1$ (restricción de \arccos)

entonces $[0 \leq x \leq 1]$

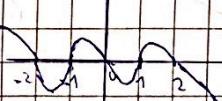
1p

d) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es polinómica de grado 5 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Falso si contraejemplo: $f(x) = -x(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)$

cuando $x > 2$ $f(x) = - (+)(-)(+)(+)(+) = -$

es decir $f(x)$ es negativo y su valor absoluto crece cada vez más.



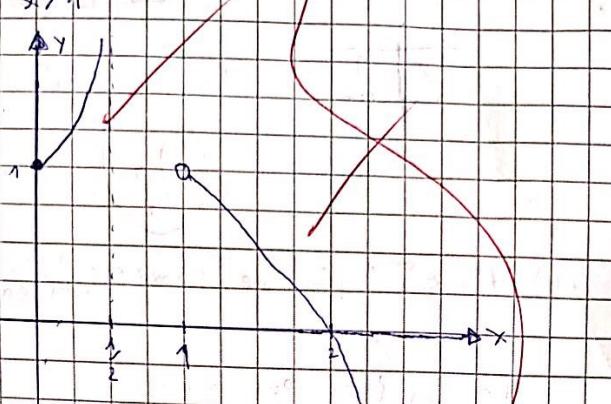
1p

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollo
(borrador)

②) $0 < m \leq 1$ cte real

$$f(x) = \begin{cases} m + \tan(\pi x), & 0 \leq x < m, x \neq \frac{1}{2} \\ -x^2 + 2x, & x \geq 1 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} x &\neq \frac{1}{2} \\ x &\geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -x^2 + 2x + m \\ -(x^2 - 2x + 1) + 1 \\ -1(x-1)^2 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &\geq 1 \\ k &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= m \\ y &= 1 \end{aligned}$$

30
31

$f(x)$

$\tan(\pi x)$

$\tan(\pi x) \geq 1$

Si: $m > \frac{1}{2}$, la función dejaría de ser inyectiva

$$\therefore m = \frac{1}{2}$$

8) f es creciente en $[0, \frac{1}{2}]$ y decreciente en $[\frac{1}{2}, \infty]$

NADA

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$x - \pi f \frac{\pi}{2} \quad x - \pi \neq \frac{3\pi}{2}$$

$$x \neq \frac{5\pi}{2}$$

$$\frac{3\pi}{2} - \pi = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - \pi = -\frac{\pi}{2}$$

$$-\pi \leq x - 2 \leq 1$$

$$-\pi \leq x \leq 3$$

$$\pi \leq x \leq 3\pi$$

$$\sqrt{2} \arccos(1)$$

$$\alpha = \cos y$$

$$y = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{1}{\pi}x - 2$$

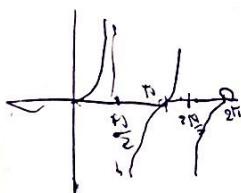
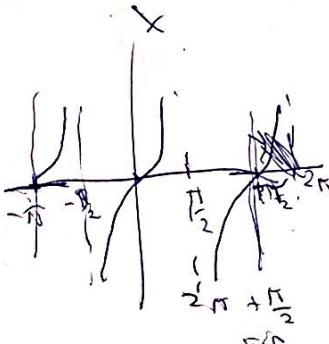
$$\frac{1}{\pi}(x - 2\pi)$$

$$\frac{1}{\pi}x - 2$$

$$\alpha = -2\pi$$

$$\cos y = 1$$

$$y = 0$$



Presente aquí su trabajo

③ a)

$$f(x) = \begin{cases} \tan(x-\pi) & ; 0 \leq x < 2\pi, x \neq \frac{\pi}{2}, x \neq \frac{3\pi}{2} \\ \arccos\left(\frac{x}{\pi}-2\right) & ; 2\pi \leq x < 3\pi \end{cases}$$

$$-\pi \leq x - 2 \leq 1$$

$$0 \pi \leq x < 3\pi$$

$$2 \leq \frac{x}{\pi} < 3$$

$$0 \leq \frac{x}{\pi} - 2 < 1$$

\arccos es decreciente e
inyectiva

~~desde x=1 hasta x=2pi~~

$$\arccos(0) \geq \arccos\left(\frac{x}{\pi}-2\right) \geq \arccos(1)$$

$$\frac{\pi}{2} \geq \arccos\left(\frac{x}{\pi}-2\right) \geq 0$$

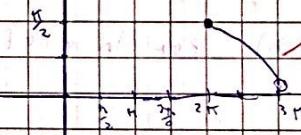
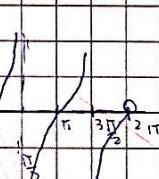
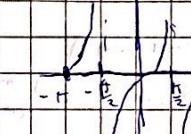
$$0 \leq x < 2\pi$$

$$-\pi \leq x - \pi < \pi$$

$$\tan(x-\pi) \in \mathbb{R}$$

$$\tan(x-\pi), 0 \leq x < 2\pi$$

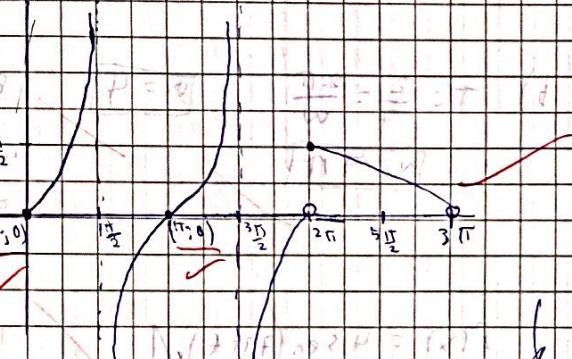
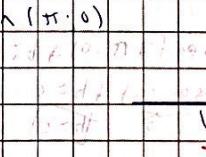
$$\arccos\left(\frac{x}{\pi}-2\right), 2\pi \leq x < 3\pi$$



25

intersecciones

$$(0, 0) \wedge (\pi, 0)$$



10

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2\pi^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} f(x) \text{ no existe, pues } \lim_{x \rightarrow 2\pi^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} f(x) \text{ no existe, pues } \lim_{x \rightarrow 2\pi^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} f(x) \text{ no existe, pues } \lim_{x \rightarrow 2\pi^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} f(x) \text{ no existe, pues } \lim_{x \rightarrow 2\pi^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} f(x) \text{ no existe, pues } \lim_{x \rightarrow 2\pi^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} f(x) \text{ no existe, pues } \lim_{x \rightarrow 2\pi^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x)$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

④ $f: \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2}x - \pi - 1}{x+2}\right)$$

a) Sea $g(x) = \frac{\frac{\pi}{2}x - \pi - 1}{x+2}$, $x \neq -2$, tal que $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{\pi}{2}x - \pi - 1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} \\ &= \frac{\frac{\pi}{2} - 0 - 0}{1 - 0} = \frac{\frac{\pi}{2}}{1} = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2}x - \pi - 1}{x+2}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

⑤ a) Por la definición: $T = \frac{2}{\frac{1}{4}} = 8$

$$T = \frac{2}{\frac{1}{4}}$$

$$A = \frac{4 - (-4)}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

b) $T = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi$

$$m = 4\pi$$

$$a = 4$$

$$\Theta_n(0; 0)$$

$$4 \sin(-\pi \cdot 0) + b = 0$$

$$4 \sin(0) + b = 0$$

$$4 \cdot 0 + b = 0$$

$$f(x) = 4 \sin(7\pi x)$$

dominio?

YD

RP