

## FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

PRIMERA PRÁCTICA DIRIGIDA  
SEMESTRE ACADÉMICO 2021 -0

Horario: Todos.

Duración: 110 minutos

Elaborada por todos los profesores.

---

### Problemas Obligatorios

1. Resuelva las siguientes inecuaciones en  $\mathbb{R}$ :

a)  $3x - \frac{13}{x+2} > x - \frac{5}{2x+4}$ .

b)  $\frac{a}{x+\sqrt{2}} \leq \frac{x^2}{x+\sqrt{2}}$ , donde  $a > 2$ .

2. Justifique la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

a) Para todo  $x \in \mathbb{R}$ , existe  $y \in \mathbb{R}$  tal que  $y(y-5) = x$ .

b) Existe  $a \in \mathbb{R}$  tal que  $a + 6x - x^2 < 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

c) Es suficiente que  $-x^2 + 5x - 4 > 0$  para que  $x > 0$ .

---

### Problemas Complementarios

1. Resuelva las siguientes inecuaciones

a)  $\frac{x^2 - 4}{x(x+2)^3} \leq \frac{1}{(x+2)^2}$ .

b)  $\frac{x}{|2x-1|} < \sqrt{x}$ .

2. Considere la inecuación:

$$\frac{(|x| - \alpha)(x^2 - 1)(\sqrt{x} + \alpha)}{(x - \alpha)^2 x} \geq 0$$

Donde  $\alpha$  es una constante real. Halle el conjunto solución de esta inecuación en los siguientes casos

a)  $\alpha > 1$ .

b)  $\alpha < -1$ .

c)  $\alpha = 1$ .

3. Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones

a)  $\sqrt{x} \geq b$  es una condición suficiente para  $x \geq b^2$ .

b) La condición  $2x^6 + 3x^5 > 30$  es necesaria para  $x < -2$ .

c)  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : y(y-5) \geq x.$

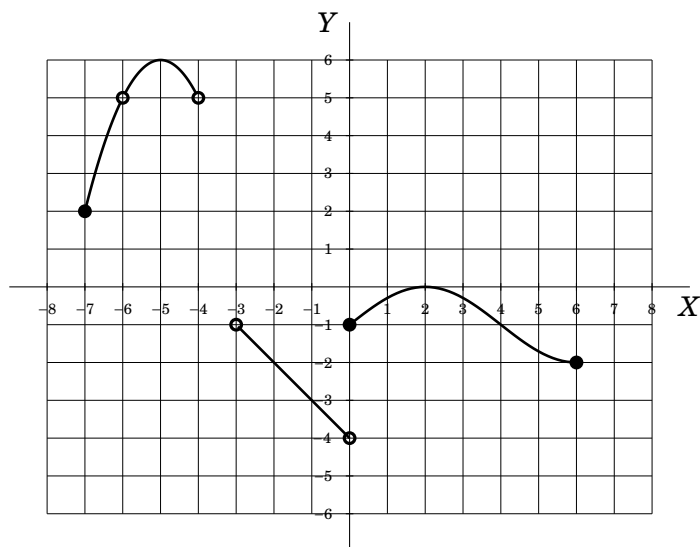
d)  $x > 1$  es una condición necesaria para  $x^3 - 2x - 1 > 0.$

4. En los siguientes casos, halle el dominio implícito de la función  $f$ :

a)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 4}}{1 - \sqrt{5 - \sqrt{x}}}$

b)  $f(x) = \sqrt{\frac{\sqrt{1+ax} - \sqrt{1-ax}}{a}},$  donde  $a$  es una constante que cumple  $-1 < a < -\frac{1}{2}.$

5. En la figura siguiente se muestra la gráfica de la función  $f$ .



a) Encuentre el dominio y el rango de la función  $f$ .

b) Encuentre el conjunto de todos los valores de  $x$  para los cuales  $f(x)$  asume su máximo valor.

c) Encuentre el conjunto de todos los valores de  $x$  para los cuales  $f(x)$  alcanza su mínimo valor.

d) Encuentre el conjunto de todos los valores  $x$  para los cuales  $-1 \leq f(x) \leq 5.$

e) Justifique la veracidad o falsedad de la siguiente proposición:

$$\forall a \in ]-3, 6], \forall b \in ]-3, 6] : a \neq b \rightarrow f(a) \neq f(b).$$

San Miguel, 27 de enero de 2021.