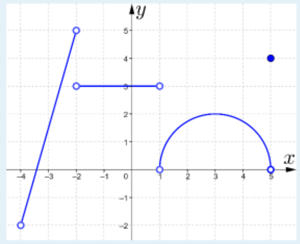
Pregunta 1

Finalizado

Puntúa 1.50 sobre 1.50

Marcar pregunta

La gráfica de la función f está constituida por dos segmentos de recta, una semicircunferencia y un punto, como se muestra a continuación.



Encuentre el conjunto de todos los valores de x para los cuales se cumple que $2 \leq f(x) \leq 5$.

Nota 1: Escriba solo su respuesta, no es necesario subir un archivo.

Nota 2: Ejemplos de respuestas: [10,20] ; (10,20) ;]10,20] U [100, 200[; (10 cerrado, 20 cerrado) ; etc.

[-20/7,-2[U]-2,1[U {3} U {5}

Pregunta 2

Finalizado

Puntúa 1.50 sobre 1.50

Marcar pregunta

Determine el dominio (implícito) de la función f definida por

$$f(x) = \sqrt{\frac{3-x}{|x-4|(x^2-5x-6)}}$$

Nota 1: Escriba solo su respuesta, no es necesario subir un archivo.

Nota 2: Ejemplos de respuestas: [10,20] ; (10,20) ;]10,20] U [100, 200[;(10 cerrado, 20 cerrado) ; etc.

]-infinito,-1[U [3,6[- {4}

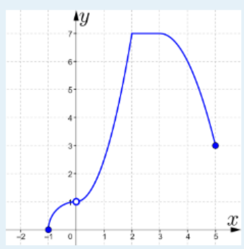
Pregunta 3

Correcta

Puntúa 1.50 sobre 1.50

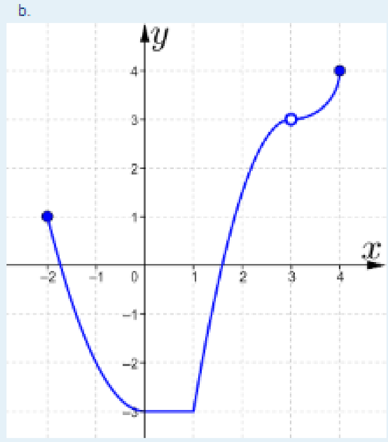
Marcar pregunta

A continuación se muestra la gráfica de la función f.



Esboce la gráfica de la función $g(x) = 4 - f(3-x)$.

b.



Pregunta 4

Correcta

Puntúa 1.50 sobre 1.50

Marcar pregunta

Considere las funciones

$$g(x) = \begin{cases} x, & x \in \,]-6,1[\,, \\ x^2-3x+2, & x \in [2,8]\,. \end{cases} \qquad \text{y} \qquad h(x) = \begin{cases} -2x+4, & x \in \,]-3,4[\,, \\ \sqrt{2x-6}, & x \in \,]5,9]\,. \end{cases}$$

Halle $\frac{g}{h}$.

d.

$$\frac{g}{h}(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{-2x+4}, & x \in \,]-3,1[\,, \\ \dfrac{1-x}{2}, & x \in \,]2,4[\,, \\ \dfrac{x^2-3x+2}{\sqrt{2x-6}}, & x \in \,]5,8]\,. \end{cases}$$

Pregunta 5

Correcta

Puntúa 1.50 sobre 1.50

Marcar pregunta

Considere las funciones

$$f(x) = \frac{1}{x-3}, \quad x \leq 1, \qquad \text{y} \qquad h(x) = \begin{cases} \dfrac{2x+7}{x-5}, & \text{si } x \leq -2\,, \\ x, & \text{si } x > -1\,. \end{cases}$$

Halle la función $f \circ h$.

Seleccione una:

a.

d.

$$f \circ h(x) = \begin{cases} \dfrac{x-5}{22-x}, & x \in [-12,-2]\,, \\ \dfrac{1}{x-3}, & x \in \,]-1,1]\,. \end{cases}$$

Pregunta 6

Finalizado

Puntúa 1.00 sobre 1.50

Marcar pregunta

Encuentre todos los posibles valores de la constante a si se sabe que:

- $0 < a < 4$,
- El valor máximo de la función $f(x) = 36x|x-a|$, $x \leq 4$, es 121.

Nota 1: Escriba solo su respuesta, no es necesario subir un archivo.

Nota 2: Ejemplos de respuestas: a=1 ; a=2 y a=7/3 ; No hay valores de a ; etc.

a=11/3

Comentario:
y 455/144

Pregunta 7

Correcta

Puntúa 1.00 sobre 1.00

Marcar pregunta

Determine la veracidad o la falsedad de las siguientes proposiciones.

i) Para todo $x \in \mathbb{R}$, existe $y \in \mathbb{R}$ tal que $6y + x^2 > 6x + 2y^2$.

ii) El rango de la función $f(x) = \left(x^{\frac{4}{5}} - 1\right)^3$ es $]-1,+\infty[$.

Seleccione una:

- a. FF
- b. FV
- c. VF
- d. VV

FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

EXAMEN PARCIAL - PARTE II

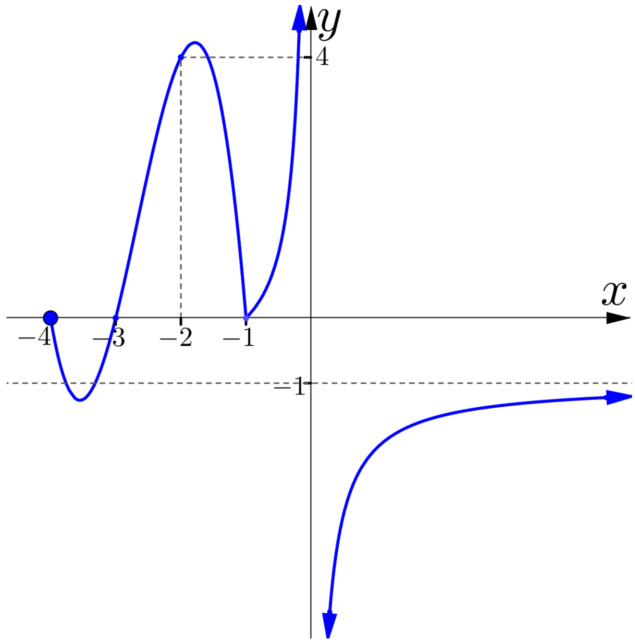
SEMESTRE ACADÉMICO 2020-1

Horario: Todos

Elaborado por todos los profesores

Parte II: Entrega de Soluciones Desarrolladas

1. A continuación se muestra la gráfica de la función f.



Se sabe que:

- Para $x \in [-4,-1]$, f es una función polinómica de grado 3.
- Para $x \in \,]-1,0[\, \cup \,]0,+\infty[$, f es una función racional de la forma $f(x) = \dfrac{x+b}{cx+d}$, (con b, c y d constantes) que tiene como asíntota horizontal a la recta $L: y=-1$ y como asíntota vertical al eje Y.

a) Halle la regla de correspondencia (con su respectivo dominio) de la función f. (2p)

b) Halle la regla de correspondencia (con su respectivo dominio) y esboce la gráfica de una función g que cumple las siguientes condiciones: (3p)

- El dominio de g es $[-4,4]$.
- g es una función impar.
- $g(x) = f(x)$ para todo $x \in [-4,0[$.

2. La función f es definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 4ax + 1, & -3 \leq x < 0\,, \\ 2a - \sqrt{2ax - x^2}, & 0 \leq x < a\,. \end{cases}$$

Donde a es una constante positiva.

a) Esboce la gráfica de f cuando $a = 2$. (1p)

b) Encuentre el conjunto de valores de a para los cuales el rango de f es un intervalo. (2p)

3. Determine la veracidad o la falsedad de las siguientes proposiciones.

a) Si $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función impar, entonces la función $f(x) = h(x^2 + x) + h(x - x^2)$ también es una función impar. (1p)

b) Sean f y g funciones reales de variable real, ambas con dominio $\mathbb{R}$. Si $f \circ g(x) = x^2$ para todo $x \in \mathbb{R}$ y $g(-1) = -1$ entonces el rango de f es $[0, +\infty[$. (1p)

San Miguel, 03 de Junio de 2020.

Nombre: Meza Pinedo Brik Henrry   Código: 20202489

1°

Sabemos que:

- Para $x \in [-4,-1]$, f es una función polinómica de grado **3**
- Para $x \in]-1,0[\cup]0;+\infty[$, f es una función racional de la forma $f(x) = \dfrac{x+b}{cx+d}$, (con b, c y d constantes),

asíntota horizontal $\rightarrow$ $L: y=-1$ y asíntota vertical $\rightarrow$ eje Y

a) f, función polinómica:

$$f(x) = a(x+4)(x+3)(x+1), \quad -4 \leq x \leq -1$$

↳ donde (−4; −3; −1 son raices de la función)

- según la gráfica $\rightarrow f(-2) = 4$

$$a(2)(1)(-1) = 4 \rightsquigarrow a = -2$$

$$\therefore f(x) = -2(x+4)(x+3)(x+1), \quad -4 \leq x \leq -1$$

f, función racional

$$f(x) = \frac{x+b}{cx+d} \rightarrow$$

asíntota (vertical)

$$cx+d \neq 0$$

$$x \neq \frac{-d}{c} = 0 \rightsquigarrow d=0$$

- según la gráfica $\rightarrow f(-1) = 0$

$$f(x) = \frac{x+b}{-x} \rightarrow f(-1) = \frac{-1+b}{1} = 0$$

$$b=1$$

asíntota (horizontal)

$$\frac{1}{c} = -1 \rightsquigarrow c=-1$$

$$\therefore f(x) = \frac{x+1}{-x}, \quad x \in]-1,0[\cup]0,+\infty[$$

Rpta:

$$f(x) \begin{cases} -2(x+4)(x+3)(x+1), & x \in [-4,-1] \\ \dfrac{x+1}{-x}, & x \in]-1,0[\cup]0,+\infty[\end{cases}$$

Standford

Nombre: Meza Pinedo Brik Henry Código: 20202489

b) datos: El dominio de g es $[-4,4]$

g es una función impar

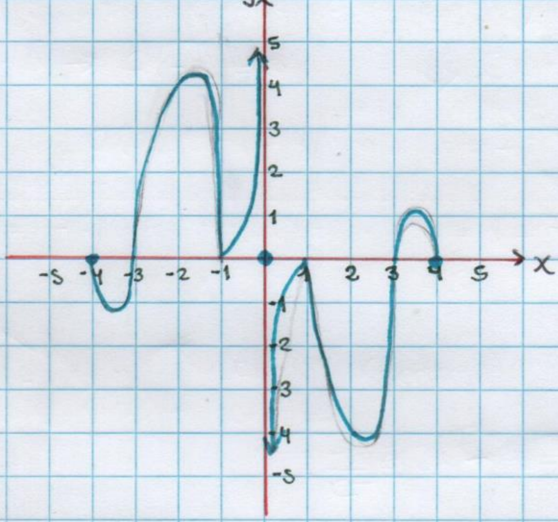
$\underbrace{g(x) = f(x)}$ para todo $x \in [-4, 0[$

$\rightarrow g(x) = -2(x+4)(x+3)(x+1) \,,\; x \in [-4,-1]$

$\rightarrow g(x) = \dfrac{x+1}{-x} \,,\; x \in]-1;0[$

graficamos: (guiándonos de la gráfica de f(x))

• Como g es una función impar y $0 \in D_g$, entonces $g(0) = 0$



FUNCIÓN IMPAR

• Como $g(-x) = -g(x)$

$g(-x) \Rightarrow -2(4-x)(3-x)(1-x) \,,\; x \in [1,4]$

$g(-x) \Rightarrow \dfrac{-x+1}{x} \,,\; x \in]0,1[$

• Ahora:

$-g(-x) \Rightarrow 2(4-x)(3-x)(1-x) \,,\; x \in [1,4]$

$-g(-x) \Rightarrow \dfrac{x-1}{x} \,,\; x \in]0,1[$

$$\therefore \quad g(x) = \begin{cases} -2(x+4)(x+3)(x+1) \,, & x \in [-4,-1] \\ \dfrac{x+1}{-x} \,, & x \in]-1,0[\\ 0 \,, & x = 0 \\ \dfrac{x-1}{x} \,, & x \in]0,1[\\ 2(4-x)(3-x)(1-x) \,, & x \in [1,4] \end{cases}$$

Nambre: Meza Pinedo Brik Código: 20202489

2)

a) $f(x)\begin{cases} ax^2+4ax+1 & , -3\leq x<0 \\ 2a-\sqrt{2ax-x^2} & , 0\leq x<a \end{cases}$

cuando $a=2$

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2+8x+1 & , -3\leq x<0 \\ 4-\sqrt{4x-x^2} & , 0\leq x<2 \end{cases}$$

• $2x^2+8x+1$

$2\left(x^2+4x+\frac{1}{2}\right)=2\left((x+2)^2-4+\frac{1}{2}\right)=2\left((x+2)^2-\frac{7}{2}\right)=2(x+2)^2-7$

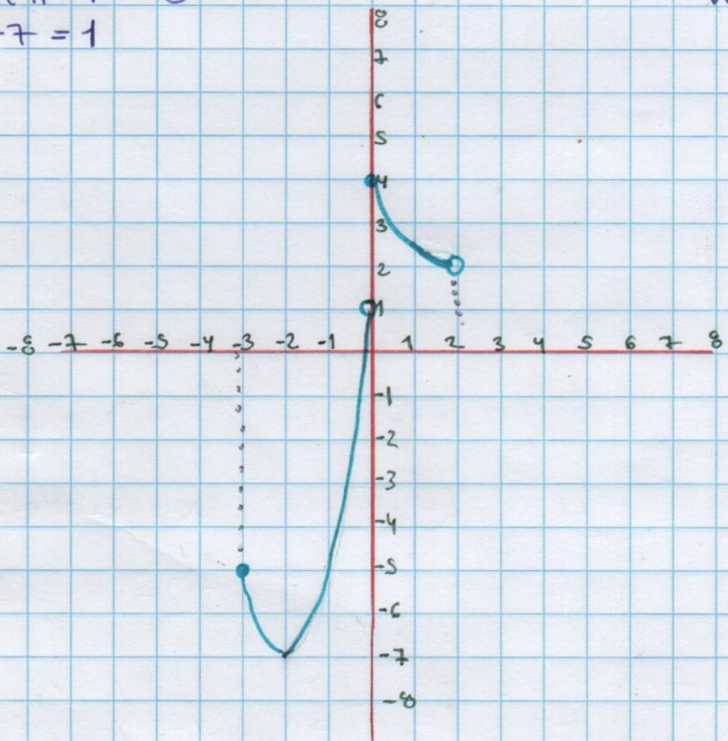
$$a(x-h)^2+k=\underbrace{2}_{\text{positivo}}(x+2)^2-7$$

$h=-2$ $\underbrace{(h,k)}_{\text{Vértice}}$

$k=-7$

como $f(-3)=2(-1)^2-7=-5$

$f(0)=8-7=1$



• $f(x)=4-\sqrt{4x-x^2}$, $0\leq x<2$

$y=4-\sqrt{4x-x^2}$

$y-4=-\sqrt{4x-x^2}$

$y^2+16-8y=4x-x^2$

$-16=x^2-4x+y^2-8y$

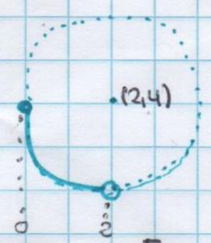
$\cancel{-16}=(x-2)^2-4+(y-4)^2\cancel{-16}$

$\underline{4=(x-2)^2+(y-4)^2}$ Centro $(2,4)$, Dominio $x\in[0;2[$

circunferencia radio $=2$

$f(0)=4$

$f(2)=2$



Standford

Nombre: Meza Pinedo Brik Henrry   Código: 20202489

b)

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 4ax + 1 & , -3 \leq x < 0 \\ 2a - \sqrt{2ax - x^2} & , 0 \leq x < a \end{cases}$$

- $ax^2 + 4ax + 1$

factorizamos a $\Rightarrow$ $a\underbrace{(x^2+4x)}_{(x+2)^2-4} + 1$ $\Rightarrow$ $a(x+2)^2 - 4a + 1$

⇝ Damos formal al dominio:

$2ax - x^2 \geq 0$

$2ax \geq x^2$

$\boxed{2a \geq x}$

$\boxed{a \geq \frac{x}{2}}$

$-3 \leq x < 0$) +2

$-1 \leq x+2 < 2$) al cuadrado

$0 \leq (x+2)^2 < 4$) multiplicamos por a

$0 \leq a(x+2)^2 < 4a$) $-4a+1$

$-4a+1 \leq a(x+2)^2 - 4a + 1 < 1$ $\Rightarrow$ $Ran_f = [-4a+1, 1[$

- $2a - \sqrt{2ax - x^2}$, $0 \leq x < a$

Cuando $x = 0$

$f(x) = 2a - \sqrt{0 - 0} = 2a$

Cuando $x = a$

$f(x) = 2a - \sqrt{2a^2 - a^2}$

$f(x) = a$

Intervalo $=]a; 2a]$

Por lo tanto: Rango $[-4a+1, 1[\ \cup \ ]a, 2a]$

$-4a+1 = 2a$ $a = 1$

$1 = 6a$

$a = \frac{1}{6}$

∴ Los valores de a $\rightarrow$ $\left[\frac{1}{6}, 1\right\rangle$

3° a) función impar $\leadsto$ $f(-x) = -f(x)$

$$f(x) = h(x^2+x) + h(x-x^2)$$

partimos de $f(-x) = h(x^2-x) + h(-x-x^2)$

como h es función impar, entonces $h(-a) = \sim h(a)$

$$\therefore f(-x) = \underbrace{h(-(x-x^2))} + \underbrace{h(-(x^2+x))}$$

$$f(-x) = -h(x-x^2) \quad -h(x^2+x)$$

$$f(-x) = -\underbrace{(h(x-x^2) + (x^2+x))}_{f(x)}$$

$f(-x) = -f(x)$ $\therefore$ $f(x) =$ impar

Rpta $\longrightarrow$ V

b) Sean f y g funciones reales de variable real, ambos con dominio $\mathbb{R}$. Si $f \circ g(x) = x^2$ para todo $x \in \mathbb{R}$ y $g(-1) = -1$ entonces el rango de f es $[0, +\infty[$

Contraejemplo:

$$g(x) = x^2 - 2 \leadsto \text{dominio } \mathbb{R}$$

$$f(x) = \underbrace{x+2}_{\text{funciones reales}} \leadsto \text{dominio } \mathbb{R}$$

$\{$Dom $f \circ g(x) \Rightarrow \mathbb{R}\}$

$\hookrightarrow$ ademas $f \circ g(x) \Rightarrow \underbrace{f(g(x)) = x^2 \cancel{-2} \cancel{+2} = x^2}_{\text{cumple con los condiciones}}$

PERO el rango de f $\leadsto$ son todos los Reales

$\therefore$ La proposición es F