ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PUCP

Año 2023 Número 1244
Código de alumno

Práctica

Zárate Cáceres Raúl Ricardo
Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: AMGA

Práctica Nº: PC2

Horario de práctica: 109

Fecha: 02.10.2023

Nombre del profesor: Elton Barrantes

Nota
20

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido (iniciales): YP

I N D I C A C I O N E S

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Segunda Práctica Calificada

Semestre Académico 2023-2

---

1. Dada la hipérbola

$$\mathscr{H}: 16x^2 - 9y^2 - 64x + 72y - 656 = 0.$$

   a) Determine las coordenadas del centro, de los vértices y de los extremos del eje conjugado de $\mathscr{H}$. (2 pt)

   b) Halle las ecuaciones de las asíntotas de $\mathscr{H}$. (1 pt)

   c) Esboce la gráfica de $\mathscr{H}$ mostrando los elementos encontrados en a) y b). (2 pt)

2. Considere la ecuación

$$(k-1)^2x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5k = 0,$$

donde k es un número real. Identifique la forma que adopta el lugar geométrico de los puntos $(x; y)$ que cumplen dicha ecuación en los casos siguientes:

   a) Cuando $k = 1$. (1 pt)

   b) Cuando $k = -1$. (1.5 pt)

   c) Cuando $k = 2$. (1.5 pt)

   Es decir, para cada valor de k, señale si la gráfica es una circunferencia, una parábola, una recta, una elipse, una hipérbola, un punto o el conjunto vacío. Justifique su respuesta. (No es necesario que grafique el lugar geométrico)

3. La elipse $\mathscr{E}$ tiene centro en el punto $C(1;2)$ y eje mayor paralelo a uno de los ejes de coordenadas. La recta $\mathscr{L}: 4x - 3y + 14 = 0$ pasa por uno de los focos y por uno de los extremos del eje menor de $\mathscr{E}$.

   a) Si el eje mayor de la elipse $\mathscr{E}$ es paralelo al eje de abscisas, halle la ecuación de $\mathscr{E}$. (1.5 pt)

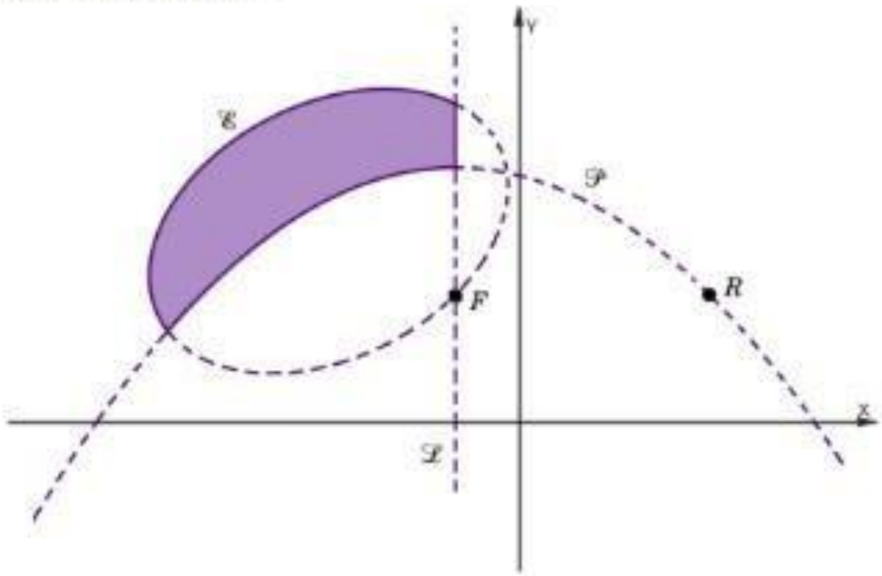
   b) Grafique la elipse obtenida en el ítem a). (1 pt)

   c) Si el eje mayor de la elipse $\mathscr{E}$ es paralelo al eje de ordenadas, halle la ecuación de $\mathscr{E}$. (1.5 pt)

   d) Grafique la elipse obtenida en el ítem c). (1 pt)

4. En la figura se muestra lo siguiente:

- La parábola $\mathcal{P}$ con eje focal $\mathcal{L}: x = -1$ y el punto $R(3;2)$, el cual es uno de los extremos del lado recto de $\mathcal{P}$.
- La elipse $\mathcal{E}$ cuyos focos son el vértice y el otro extremo del lado recto de $\mathcal{P}$.
- El foco F de $\mathcal{P}$ pertenece a $\mathcal{E}$.



a) Encuentre la ecuación de la parábola $\mathcal{P}$. (2 pt)

b) Encuentre la ecuación de la elipse $\mathcal{E}$ (2 pt)

c) Describa la región sombreada mediante un sistema de inecuaciones. (2 pt)

(1)

$$16x^2 - 9y^2 - 64x + 72y - 656 = 0$$

a) $16(x^2 - 4x) - 9(y^2 - 8y) = 656$

$$16(x^2 - 4x + 2^2 - 2^2) - 9(y^2 - 8y + 4^2 - 4^2) = 656$$

$$16(x-2)^2 - 64 - 9(y-4)^2 + 144 = 656$$

$$\frac{16(x-2)^2}{576} - \frac{9(y-4)^2}{576} = \frac{576}{576}$$

$$\frac{(x-2)^2}{36} - \frac{(y-4)^2}{64} = 1$$

$a = 6$

$b = 8$

$C(2,4)$

$(x-2)^2 = 6^2$

$x^2 - 4x + 4 = 36 \Rightarrow V_1(8,4) \wedge V_2(-4,4)$

$(y-4)^2 = 8^2$

$y^2 - 8y + 16 = 64 \Rightarrow 12 \wedge -4$

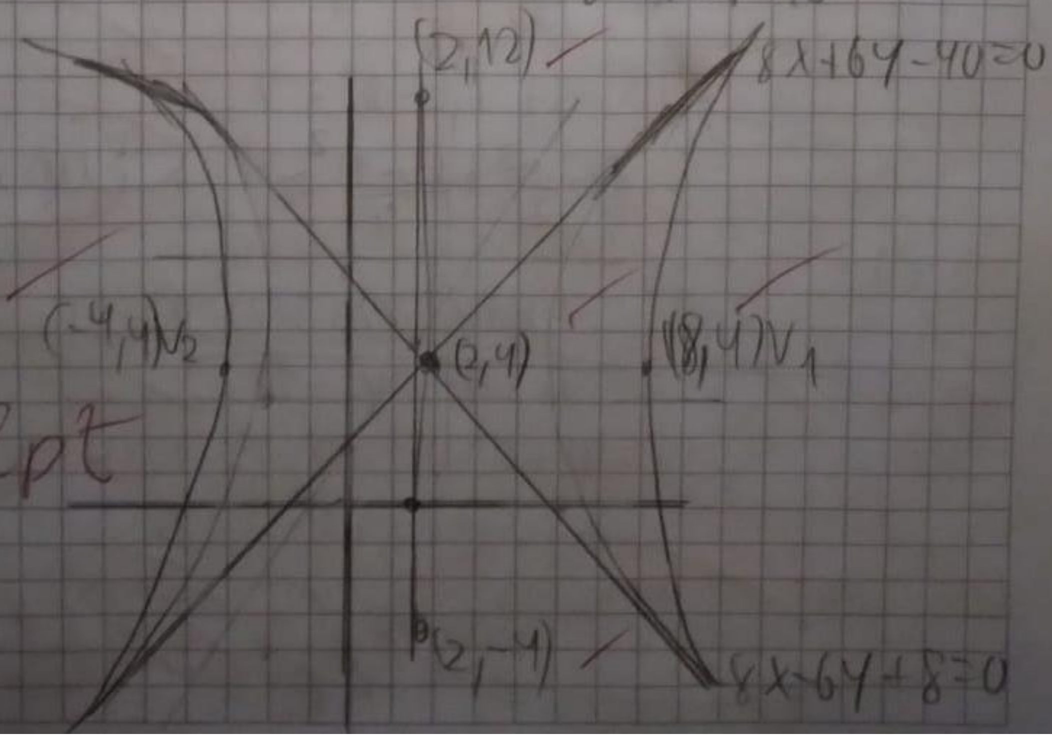
1a) 2pt

1b) 1pt

b) $(y-4) = \pm \frac{8}{6}(x-2) \Rightarrow$ Asíntotas: $8x - 6y + 8 = 0 \wedge$

$8x + 6y - 40 = 0$

c)



1c) 2pt

(2) $(k-1)^2x^2-4x+y^2-2y+5k=0$

a) $k=1$

$$(1-1)^2x^2-4x+y^2-2y+5(1)=0$$
$$y^2-2y=4x-5$$
$$y^2-2y+1^2=4x-5+1^2$$
$$(y-1)^2=4x-4$$
$$(y-1)^2=4(x-1)$$

Parábola

2a) 1 pt

b)

$$(-1-1)^2x^2-4x+y^2-2y+5(-1)=0$$
$$4x^2-4x+y^2-2y=5$$
$$4(x^2-x)+y^2-2y+1^2=5+1^2$$
$$4(x^2-x)+(y-1)^2=6$$
$$4\left(x^2-x+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)+(y-1)^2=6$$
$$4\left(\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\right)+(y-1)^2=6$$
$$4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y-1)^2=7$$
$$\frac{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}{0{,}57}+\frac{(y-1)^2}{7}=1$$

Elipse

2b) 1.5 pt

c)

$$(2-1)^2x^2-4x+y^2-2y+5(2)=0$$
$$x^2-4x+y^2-2y=-10$$
$$x^2-4x+2^2+y^2-2y+1^2=-10+4+1$$
$$(x-2)^2+(y-1)^2=-5$$

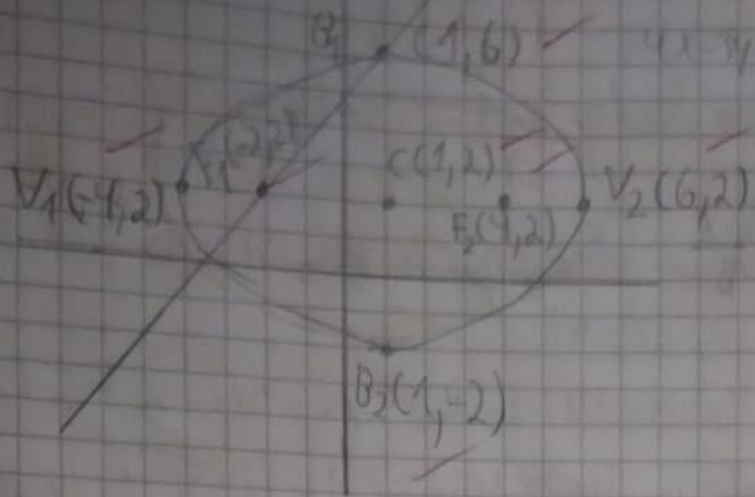
Conjunto Vacío

2c) 1.5 pt

aquí su trabajo

(3)

b)



x	y
0	4,7
-2	2

a) b_1: $x=1 \Rightarrow 4 \cdot 1-3y+14=0$

$18=3y$

$6=y$

F_1: $y=2 \Rightarrow 4x=3 \cdot 2-14$

$4x=-8$

$x=-2$

$d(O,b_1)=(6-2)^2=d^2$

$4=d$

$d(O,F_1)=(-2-1)^2=d^2$

$3=d$

$b_2=(y-2)^2=4^2$

$y^2-4y+4=16$

$y=6 \wedge y=-2$

F_2: $(x-1)^2=3^2$

$x^2-2x+1=9$

$x=4 \wedge x=-2$

$d(F_1F_2)=2c$

$(-2-4)^2=(2c)^2$

$-6=2c$

$-3=c$

$d(B_1,B_2)=2b$

$(6+2)^2=(2b)^2$

$8=2b$

$4=b$

Ahora:

$a^2=b^2+c^2$

$a^2=16+9$

$a=5$

Ecuación: $\dfrac{(x-1)^2}{25}+\dfrac{(y-2)^2}{16}=1$

Para hayar vértices:

$(x-1)^2=5^2$

$x^2-2x+1=25$

$V_2(6,2) \wedge V_1(-4,2)$

3a) 1.5 pt

3b) 1 pt

(3)

c) El foco tendrá $x=1 \Rightarrow 4 \cdot 1+14=3y$ $\quad F_1(1,6)$

$6=y$

Por gráfico sabemos que la $d(C,F_1)$ son 4 unidades, entonces:

$(y-2)^2=4^2$

$y^2-4y+4=16 \Rightarrow y=6 \wedge y=-2 \quad F_2(1,-2)$

El punto b_1 tendrá $y=2 \Rightarrow 4x+14=3.2 \quad b_1(-2,2)$

$x=-2$

Por gráfico sabemos que la $d(C,b_1)$ son 3 unidades, entonces:

$(x-1)^2=3^2$

$x^2-2x+1=9 \Rightarrow x=4 \wedge x=-2 \quad b_2(4,2)$

$d(F_1,F_2)=2c \qquad d(b_1,b_2)=2b \qquad a^2=3^2+4^2$

$(6+2)^2=(2c)^2 \qquad (4+2)^2=(2b)^2 \qquad a=5$

$4=c \qquad 3=b$

Para hallar vértices: $(y-2)^2=5^2$

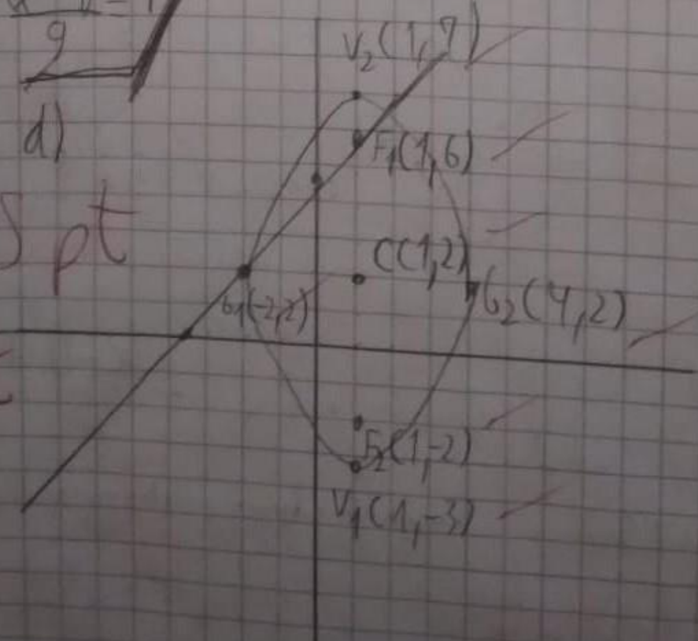
$y^2-4y+4=25 \Rightarrow y=7 \wedge y=-3$

d) $\frac{(y-2)^2}{25}+\frac{(x-1)^2}{9}=1$

d)

3d) 1.5 pt

3c) 1pt



$a^2=6^2$

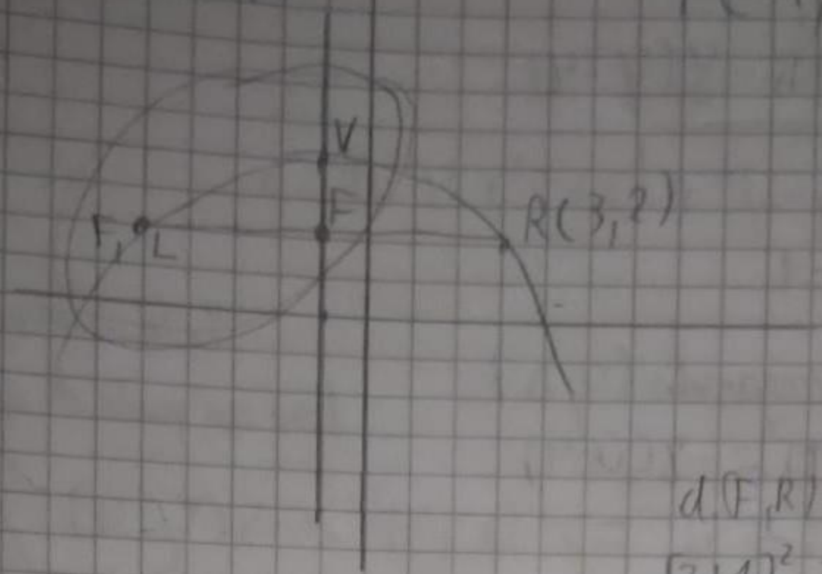
$(a,0)$

$(x,y$

x	y
0	4,
-3,5	0

(4)

$x=-1$ $\quad F(-1,2)$



$d(F,R) = 2P$

$(3+1)^2 = (2P)^2$

$2 = P$

$4P$

8

Con P hallo el punto L

$(x+1)^2 = 4^2$

$x^2+2x+1 = 16 \Rightarrow x=3 \wedge x=-5 \quad L(-5,2)=F_1$

Y con F hallo V de la P

$(y-2)^2 = 2^2$

$y^2-4y+4 = 4 \Rightarrow y=0 \wedge y=4 \quad V(-1,4) = F_2$

Ecuación de P:

a) $(x+1)^2 = -8(y-4)$

4a) 2pt

Ecuación de E

$\sqrt{(x+5)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x+1)^2+(y-4)^2} = 2a$

Tomando el $F \in E$ $F(-1,2)$:

$\sqrt{(-1+5)^2+(2-2)^2}+\sqrt{(-1+1)^2+(2-4)^2} = 2a$

$6 = 2a$

$3 = a$

Ecuación de E

b) $\sqrt{(x+5)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x+1)^2+(y-4)^2} = 6$

4b) 2pt

calculos y
(borra

c)

$$\begin{cases} (x+1)^2 = -8(y-4) \\ \sqrt{(x+5)^2+(y-2)^2} + \sqrt{(x+1)^2+(y-4)^2} = 6 \\ x = -1 \end{cases}$$

Tomando $(0,0)$

Es lo contrario porque tomo un punto de afuera $(0,0)$

1- $(0+1)^2 = -8(0-4)$

$1 < 32 \Rightarrow (x+1)^2 > -8(y-4)$

2- $x = -1$

$0 > -1 \Rightarrow x < -1$

Tomando $(-1,4)$

3- $\sqrt{(-1+5)^2+(4-2)^2} + \sqrt{(-1+1)^2+(4-4)^2} = 6$

$4{,}5 \leq 6$

4c) 2pt

Entonces

$$\begin{cases} (x+1)^2 \geq -8(y-4) \\ x \leq -1 \\ \sqrt{(x+5)^2+(y-2)^2} + \sqrt{(x+1)^2+(y-4)^2} \leq 6 \end{cases}$$