ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PUCP

Práctica

Año	Número
2022	0427

Código de alumno

Iturrizaga Robles, David Matthew

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: AMGA

Práctica Nº: 2

Horario de práctica: 3-5 p.m.

Fecha: 02, 05, 2022

Nota

20

Nombre del profesor: Jorge Crisóstomo

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: JCG
(iniciales)

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Segunda Práctica Calificada

Semestre Académico 2022 -1

Horario: 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 122, A123

Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

Advertencias:

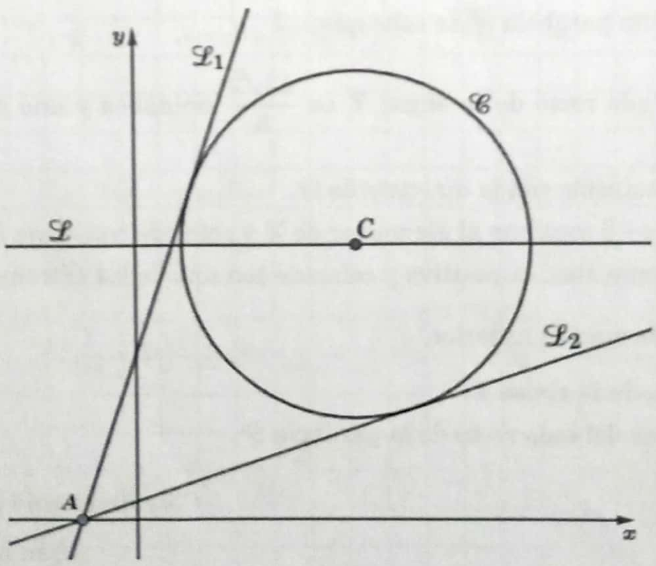
- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

Indicaciones:

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas ni computadora personal.
- Puede usar cualquier calculadora que no realize gráficas (Calculadora sugerida $fx-991SPX$).
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

1. En la siguiente figura se muestra una circunferencia $\mathscr{C}$, de centro C, y las rectas $\mathscr{L}: y = 5$, $\mathscr{L}_1 : 3x - y + 3 = 0$ y $\mathscr{L}_2 : x - 3y + 1 = 0$. Además, se sabe que:
   - La circunferencia $\mathscr{C}$ es tangente a las rectas $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$.
   - $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$ se intersecan en el punto A.
   - El centro de $\mathscr{C}$ está en la recta $\mathscr{L}$.

   Con esta información, halle la ecuación de la circunferencia $\mathscr{C}_1$ circunscrita al triángulo ABC, con $B(-1;5)$. **(4 pt)**



2. Considere la familia de cónicas cuya ecuación es de la forma

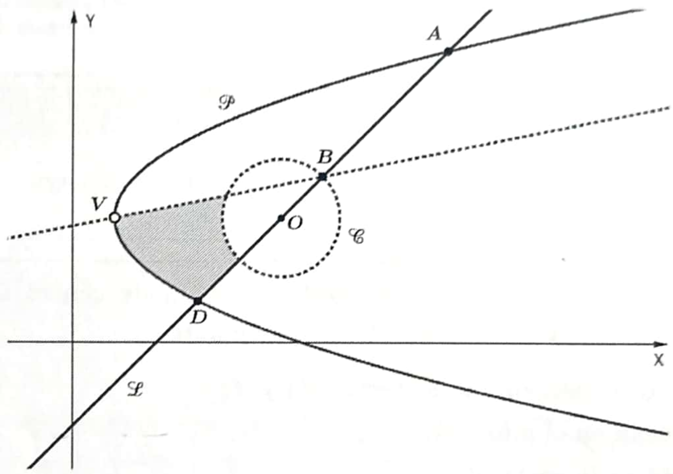
$$4x^2 + 2y^2 + 4x + 2(14y - k) + 15 = 0, \text{ con } k \in \mathbb{R}.$$

Determine los valores que debe tomar k para que las cónicas descritas por esa ecuación sean elipses. **(3 pt)**

3. Halle la ecuación de la parábola cuyos extremos de su lado recto son los puntos $L(-6;8)$ y $R(2;2)$, y su directriz pasa por el punto $T(-1;-2)$. **(3 pt)**

4. En la siguiente figura:

- $\mathscr{C}$ es una circunferencia de centro O y radio $\sqrt{2}$ unidades.
- $\mathscr{P}$ es una parábola con eje focal horizontal, vértice V y pasa por los puntos $A(9;7)$ y $D(3;1)$.
- El punto $B(6;4)$ se encuentra sobre la circunferencia $\mathscr{C}$.
- El centro de $\mathscr{C}$ y el vértice de $\mathscr{P}$ tienen la misma ordenada.



a) Halle la ecuación de la recta $\mathscr{L}$, la circunferencia $\mathscr{C}$ y la parábola $\mathscr{P}$. **(3 pt)**

b) Represente la región sombreada mediante un sistema de inecuaciones. **(2 pt)**

5. De una elipse $\mathscr{E}$ y una parábola $\mathscr{P}$ se sabe que:

- La longitud del lado recto de la elipse $\mathscr{E}$ es $\dfrac{42\sqrt{2}}{5}$ unidades y uno de sus vértices es el punto $V_1(-7;5)$.
- El eje focal de $\mathscr{E}$ coincide con la directriz de $\mathscr{P}$.
- La recta $\ell : y = -x + 8$ contiene al eje menor de $\mathscr{E}$ y coincide con el eje focal de la parábola $\mathscr{P}$.
- El vértice de $\mathscr{P}$ tiene abscisa positiva y coincide con uno de los extremos del eje menor de $\mathscr{E}$.

Considerando la información anterior:

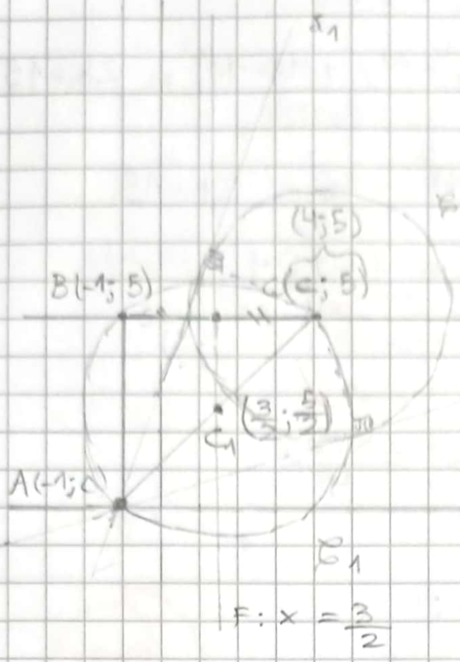
a) Halle la ecuación de la elipse $\mathscr{E}$. **(3 pt)**

b) Halle los extremos del lado recto de la parábola $\mathscr{P}$. **(2 pt)**

Coordinador de prácticas: Elton Barrantes

San Miguel, 2 de mayo de 2022.

1) $\mathcal{L}: y=5 \ \wedge \ \mathcal{L}_1: 3x-y+3=0 \text{ (i)} \ \wedge \ \mathcal{L}_2: x-3y+1=0 \text{ (ii)}$



∴ (i) $3x - y = -3$

(ii) $x - 3y = -1$ (-3)

$8y = 0$

$y = 0$

$x = -1 \rightarrow A(-1;0)$

∴ $d(C;\mathcal{L}_1) = d(C;\mathcal{L}_2)$

$$\frac{|3c-2|}{\cancel{\sqrt{10}}} = \frac{|c-14|}{\cancel{\sqrt{10}}}$$

$3c-2 = c-14 \ \vee \ 3c-2 = 14-c$

$2c = -12 \qquad 4c = 16$

$c = -6 \ \vee \ c = 4$

(X) (✓)

∴ $c \in$ I cuadrante $\rightarrow C(4;5)$

∴ Sea F mediatriz de $\overline{BC}$ $\rightarrow$ F: $x = \frac{3}{2}$

$\rightarrow C_1 \in F$

∴ C_1 es punto medio del diámetro $\overline{AC}$ $\rightarrow C_1 = \left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$

↓

Centro de $\mathcal{E}_1$

∴ $d(C_1;B) = r = \sqrt{\frac{25}{4}+\frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{50}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

∴ $\mathcal{E}_1: \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{2}$

4.0

4.0

$\frac{3}{2} + \frac{2}{2}$

$\frac{5}{2} - \frac{10}{2}$

$-\frac{5}{2}$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

2)

$\mathcal{E}: 4x^2 + 2y^2 + 4x + 28y - 2K + 15 = 0$

$4\left(x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) + 2\left(y^2 + 14y + 49 - 49\right) = 2K - 15$

$4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1 + 2(y+7)^2 - 98 = 2K - 15$

$\frac{4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2}{4} + \frac{2(y+7)^2}{4_2} = \frac{2K + 84}{4}$

$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{(y+7)^2}{2} = \frac{2K + 84}{4}$

" Para que $\mathcal{E}$ sea elipse:

$\frac{2K + 84}{4} > 0$

$2K + 84 > 0$

$2K > -84$

$K > -42$

$\therefore K \in]-42; \infty^+[$

3.0

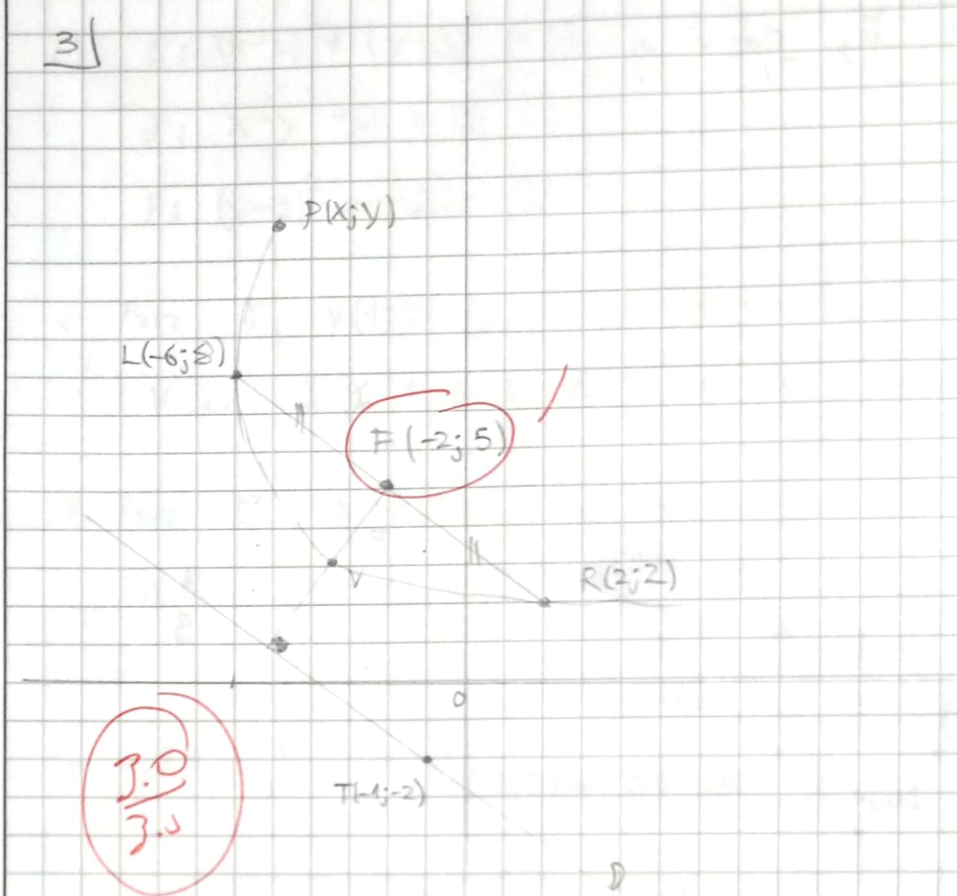
3.0

Escaneado con CamScanner

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su ...

3)



3.0
3.0

∴ Sea D la directriz de la parábola P.

• $D \parallel \overline{LR} \rightarrow m_D = m_{\overline{LR}} = \frac{6}{-8} = \frac{-3}{4}$

$D: y+2 = \frac{-3}{4}(x+1)$

$4y+8 = -3x-3 \rightarrow D: 3x+4y+11=0$

∴ Sea F el foco de P.

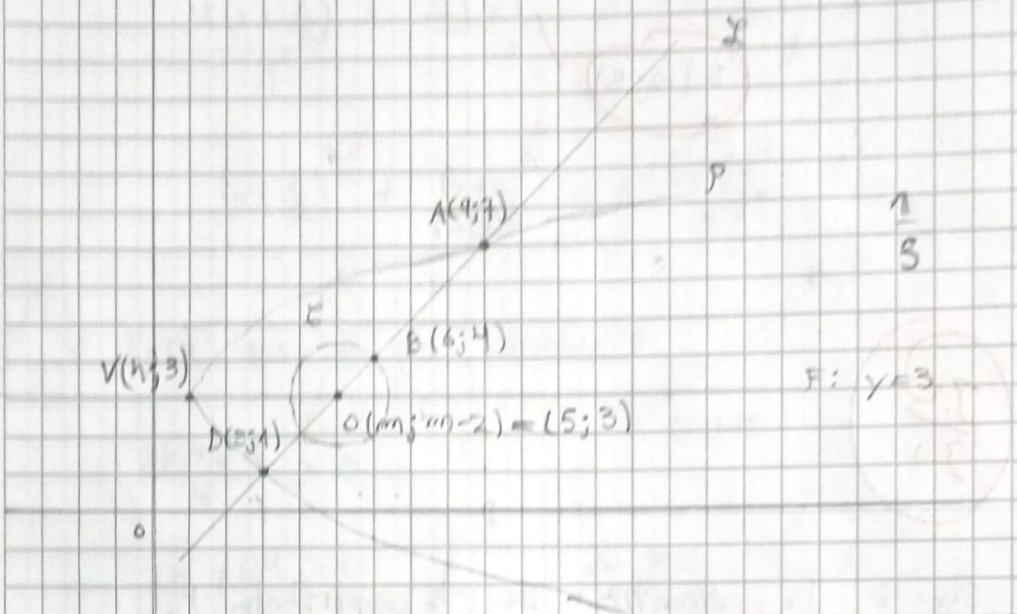
∴ $P: d(P;F) = d(P;D)$

$$P: \sqrt{(x+2)^2+(y-5)^2} = \frac{|3x+4y+11|}{5}$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollo (borrador)

4) En $\mathcal{C}$, $r = \sqrt{2}\ u$



a)

i) $m_{\mathcal{L}} = 1 \rightarrow \mathcal{L}: y-7 = x-9 \rightarrow x-y-2=0$

$\rightarrow$ En $\mathcal{L}$, $y = x-2 \rightarrow O(m; m-2)$

ii) En $\mathcal{C}$; $r = \sqrt{2} \rightarrow d(O;B) = (m-6)^2 + (m-6)^2 = 2$

Obs: $3 \leq m < 6$

$(m-6)^2 = 1$

$m = 7 \vee m = 5$

(X) (✓)

3.0/3.0

$\therefore \mathcal{C}: (x-5)^2 + (y-3)^2 = 2$

iii) A y D $\in$ P, $P: (y-3)^2 = 4p(x-h)$

• A en P: $16 = 4p(9-h) \rightarrow p = \frac{4}{9-h}$ (i)

• D en P: $4 = 4p(3-h) \rightarrow p = \frac{1}{3-h}$ (ii)

(i) y (ii), $\frac{4}{9-h} = \frac{1}{3-h}$

$12 - 4h = 9 - h \rightarrow h = 1$

$p = 1/2$

$\therefore P: (y-3)^2 = 2(x-1)$

rador)

b) $\mathcal{C}: (x-5)^2 + (y-3)^2 = 2$

$\mathcal{L}: x - y - 2 = 0$

$P: (y-3)^2 = 2(x-1)$

" Para $\mathcal{L}$, $V(1;3)$ punto de prueba

V en $\mathcal{L}$, $1-3-2 \leq 0 \rightarrow x - y - 2 \leq 0$

" Para $\mathcal{C}$, $O(5;3)$ punto de prueba

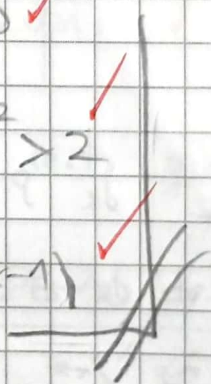
O en $\mathcal{C}$, $(5-5)^2 + (3-3)^2 < 2$

$\rightarrow (x-5)^2 + (y-3)^2 > 2$

" Para P, $O(5;3)$ punto de prueba

O en P, $0 \leq 2(4) \rightarrow (y-3)^2 \leq 2(x-1)$

Región sombreada $\begin{cases} x - y - 2 \leq 0 \\ (x-5)^2 + (y-3)^2 > 2 \\ (y-3)^2 \leq 2(x-1) \end{cases}$

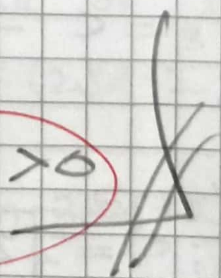


$m = \frac{1}{5}$!

$y - 3 = \frac{1}{3}(x-1)$

$3y - 9 = x - 1$

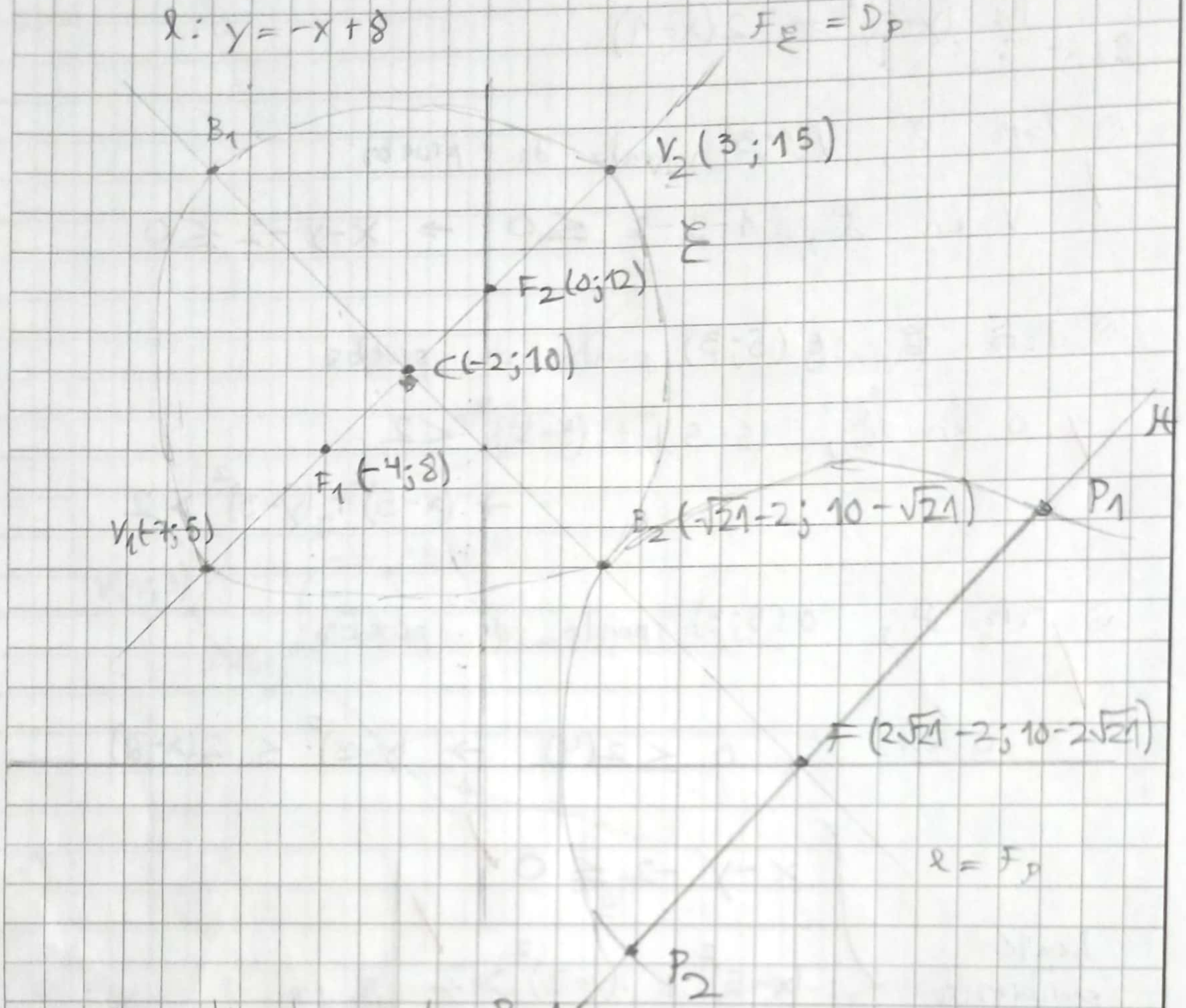
$VB: x - 3y + 8 > 0$



$\frac{1.5}{2.0}$

5) • En $\mathcal{E}$, $\overline{LR} = \frac{2b^2}{a} = \frac{42\sqrt{2}}{5}$ $\wedge$ $V_1(-7;5)$

$\ell: y = -x + 8$



$\therefore$ D_p: directriz de P $\wedge$

$F_{\mathcal{E}}$: eje focal de $\mathcal{E}$ $\wedge$ F_p: eje focal de P

a) • $F_{\mathcal{E}} \perp F_p \rightarrow F_{\mathcal{E}}: y - 5 = x + 7 \rightarrow x - y + 12 = 0$

$\therefore$ $\ell \cap F_{\mathcal{E}} = C \rightarrow$
$$x + y = 8$$
$$x - y = -12$$
$$x = -2$$
$$y = 10 \rightarrow C(-2;10)$$

• $d(V_1; C) = \sqrt{25+25} = 5\sqrt{2} = a$

$\rightarrow \frac{2b^2}{5\sqrt{2}} = \frac{42\sqrt{2}}{5}$ $\rightarrow a^2 = b^2 + c^2$

$b^2 = 42$ $\qquad 50 = 42 + c^2$

$b = \sqrt{42}$ $\qquad c = 2\sqrt{2}$

$\rightarrow F_2 \in F_{\mathcal{E}} \rightarrow F_2(m; m+12)$

$d(C;F_2) = (m+2)^2 + (m+2)^2 = 8$

$(m+2)^2 = 4$

$m = 0 \vee m = -4 \rightarrow F_1(0;12) \wedge F_2(-4;8)$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

3.0/3.0

$F_1(0;12) \wedge F_2(-4;8)$

$\mathcal{E}: \sqrt{x^2+(y-12)^2}+\sqrt{(x+4)^2+(y-8)^2}=10\sqrt{2}$

b) $B_2 \in \mathcal{L} \rightarrow B_2(n;-n+8) \wedge C(-2;10)$

$d(B_2;C) = (n+2)^2+(n+2)^2 = 42$

$(n+2)^2 = 21$

Obs: $n>0$

$|n+2| = \sqrt{21}$

$n=\sqrt{21}-2 \vee n=-\sqrt{21}-2$

($\checkmark$) (X)

$B_2(\sqrt{21}-2;10-\sqrt{21}) = V_P$

$\downarrow$

V de P

2.0/2.0

≡ Sea F el foco de P.

· B_2 punto medio de $\overline{CF}$

$\rightarrow F=(2\sqrt{21}-2;10-2\sqrt{21})$

≡ Sea $\mathcal{H} \parallel F_{\mathcal{E}} \wedge \mathcal{H}$ recta que pasa por F

$m_{F_{\mathcal{E}}}=1 \rightarrow \mathcal{H}: y+2\sqrt{21}-10 = x-2\sqrt{21}+2$

$y = x-4\sqrt{21}+12$

· P_1 y P_2 extremos del $\overline{LR}$ de P:

$P_1=(h;h-4\sqrt{21}+12) \wedge F(2\sqrt{21}-2;10-2\sqrt{21})$

$d(P_1;F) = (h-2\sqrt{21}+2)^2+(h-2\sqrt{21}+2)^2 = 168$

$(h-2\sqrt{21}+2)^2 = 84$

$|h-2\sqrt{21}+2| = 2\sqrt{21}$

$h=4\sqrt{21}-2 \vee h=-2$

$\therefore P_1=(4\sqrt{21}-2;10)$ y $P_2(-2;-4\sqrt{21}+10)$