ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PUCP

ET LUX IN TENEBRIS LUCET
MCMXVII

Práctica

Año				Número			
2	0	2	3	5	0	8	5

Código de alumno

Choccelahua Marcañaupa Fran
Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Fran
Firma del alumno

Curso: AMGA

Práctica Nº: 3

Horario de práctica: 102

Fecha: 06/11/2023

Nota
20

Nombre del profesor: Norma Rubio

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: (iniciales) P. L.

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$\bar{CD} = \bar{D} - \bar{C}$

$= -40 + \cancel{5\sqrt{3}} - \cancel{5\sqrt{3}}$

$= -40$

$DE = \dot{E} - \bar{D}$

$(\cancel{-40} + \sqrt{2} + \cancel{\sqrt{3}} \cancel{+40} - \cancel{5\sqrt{3}})$

$\bar{u} \times \bar{v} = \begin{pmatrix} 1; -2; 3 \\ 1; -2k; 1 \end{pmatrix}$

$-2 - -2k \cdot 3$

$-2 + 6k$

$1 - 3 = -2$

$-2k - -2$

$-2k + 2$

$3k^2 - 2k - 1$

$3k^2 - 2k - 8 = 0$

$3k^2 - 2k + 6 = 0$

$\Delta = 4 - 4$

①

- $A(0;0)$
- $B(5\sqrt{3}; 5)$
- $C(5\sqrt{3}; 35)$
- $D(-(40 - 5\sqrt{3}); 35)$
- $E(-(40 - 5\sqrt{2} - 5\sqrt{3}); 35 - 5\sqrt{2})$

ⓐ

Tenemos:

- $\vec{AB} = (5\sqrt{3}; 5)$
- $\vec{BC} = (0; 30)$
- $\vec{CD} = (-40; 0)$
- $\vec{DE} = (5\sqrt{2}; -5\sqrt{2})$

Además:

$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} = \vec{AE}$

$\rightarrow \vec{AE} = (-40 + 5\sqrt{3} + 5\sqrt{2}; 35 - 5\sqrt{2})$

ⓑ $V = |[\vec{u}; \vec{v}; \vec{w}]| = 14$

$|(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot w| = 14 \quad \dots (i)$

$\Rightarrow \vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & -2k & 1 \end{pmatrix}$

$\vec{u} \times \vec{v} = (-2 + 6k; -(-2); -2k + 2)$

- Tenemos: $|(-2 + 6k; 2; -2k + 2) \cdot (k; -2; 1)| = 14$

$|-2k + 6k^2 + 2(-2) + (-2k + 2)(1)| = 14$

$|6k^2 - 2k - 4 - 2k + 2| = 14$

$|6k^2 - 4k - 2| = 14$

$|3k^2 - 2k - 1| = 7$

$\rightarrow 3k^2 - 2k - 1 = 7 \quad \vee \quad 3k^2 - 2k - 1 = -7$

$3k^2 - 2k - 8 = 0 \quad \vee \quad \underbrace{3k^2 - 2k + 6}_{} = 0$

$(3k + 4)(k - 2) = 0$

$\Delta = 4 - 4(18) = -68 < 0$

$k = \frac{-4}{3} \vee k = 2$

$\rightarrow 3k^2 - 2k + 6 > 0$

$C.S = \emptyset$

$\therefore$ K puede tomar los valores $-\frac{4}{3}$ y 2

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

(2)

(a) $A = \|\vec{a}\times\vec{b}\| = \|\vec{a}\|.\|\vec{b}\|.\operatorname{sen}\alpha$ ← ángulo que forman los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$

$A = 2.5.\operatorname{sen} 45$

$A = 10.\frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}\ u^2$

(b)

$V = |[\vec{a};(\vec{a}+\vec{b});(2\vec{a}-\vec{b})\times(4\vec{a}+3\vec{b})]|$

$V = |[\vec{a}\times(\vec{a}+\vec{b})].[(2\vec{a}-\vec{b})\times(4\vec{a}+3\vec{b})]|$

$V = |(\cancel{\vec{a}\times\vec{a}}^{0}+\vec{a}\times\vec{b}).(8\cancel{\vec{a}\times\vec{a}}^{0}+6\vec{a}\times\vec{b}-4\vec{b}\times\vec{a}-3\cancel{\vec{b}\times\vec{b}}^{0})|$

$V = |(\vec{a}\times\vec{b}).(6\vec{a}\times\vec{b}-4\vec{b}\times\vec{a})|$

Sabemos: $\vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a}$

$\to -4\vec{b}\times\vec{a} = 4\vec{a}\times\vec{b}$

$V = |(\vec{a}\times\vec{b}).(10\,\vec{a}\times\vec{b})|$

$V = 10\,|(\vec{a}\times\vec{b}).(\vec{a}\times\vec{b})|$

~~$V = 10\,\|\vec{a}\times\vec{b}\|\,\|\vec{a}\times\vec{b}\| \cos$~~

$V = 10\,\|\vec{a}\times\vec{b}\|^2$ ← de lo anterior en (a) tenemos que $\|\vec{a}\times\vec{b}\| = 5\sqrt{2}$

$V = 10.(5\sqrt{2})^2$

$V = 10.\ 50$

$V = 500\ u^3$

$a.b = \|a\|.\|b\|.\cos\alpha$

$a.a = \|a\|^2$

2

3

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

$25 + 10r = 5 + 5s$
$1 + r = 1 - 5s$

$26 + 11r = 6$
$11r = -20$
$r = -\frac{20}{11}$

$-1 + s + 3 + 15s = 0$
$16 + 2 = 0$
$16s = -2$
$s = -\frac{1}{8}$

$5 + 4 = -1 - 5$

$1 + r = -1 - 5s$
$15 + 15r = -5 + 5s$

$16 + 16r = -6$
$16r = -22$
$r = -\frac{11}{8}$

$1 + r = 1 - 5s$
$15 + 15r = 5 + 5s$

$16 + 16r = 6$
$16r = -10$
$r = -\frac{10}{16}$

(3) (a) · Sea $\vec{v}_1$: vector dirección de $\mathcal{L}_1 \rightarrow \vec{v}_1 = (2;1;3)$

· Sea $\vec{u}$: vector dirección de $\mathcal{L}_3 \rightarrow \vec{u} = (1;-5;1)$

· Vemos que $\nexists\, \lambda$; $\vec{v}_1 = \lambda \vec{u}$, $\lambda \in \mathbb{R}$; entonces las rectas no pueden ser paralelas.

· Sea $A(x;y;z) = \mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_3$ (suponemos que existe un punto en común).

$$\mathcal{L}_1 = \begin{cases} x = 5 + 2r \\ y = 1 + r \quad ; r \in \mathbb{R} \\ z = 3 + 3r \end{cases} \qquad \mathcal{L}_3 = \begin{cases} x = +1 + s \\ y = +1 - 5s \quad ; s \in \mathbb{R} \\ z = +1 + s \end{cases}$$

$\rightarrow 5 + 2r = +1 + s \quad \ldots (i)$

$\rightarrow 1 + r = +1 - 5s \quad \ldots (ii)$

$\rightarrow 3 + 3r = +1 + s \quad \ldots (iii)$

· $(iii) - (i) \rightarrow -2 + r = 0$
$r = 2$

~~en (ii)~~

$\cancel{1 + 2 = -1 - 5s}$
$\cancel{4 = -5s}$
$\cancel{s = -\frac{4}{5}}$

$(ii) + 5(iii) \rightarrow 16 + 16r = +6$
$10 = -16r$
$\rightarrow r = \frac{-10}{16}$

Vemos que "r" no es único

$\therefore \mathcal{L}_1$ y $\mathcal{L}_3$ son rectas alabeadas.

2

Presente aquí su trabajo

Ⓑ Sea $\mathbb{P} \parallel \mathcal{L}_1 \wedge \mathbb{P} \parallel \mathcal{L}_2$

$\rightarrow \vec{n} \perp \vec{v}_1 \wedge \vec{n} \perp \vec{u}_2$

$\rightarrow \vec{n} \parallel \vec{v}_1 \times \vec{u}_2$

$\therefore \vec{n} = \lambda (\vec{v}_1 \times \vec{u}_2); \lambda \in \mathbb{R}$

$\vec{n}$ = vector normal del plano $\mathbb{P}$.

$\vec{v}_1$: vector dirección de $\mathcal{L}_1$

$\vec{u}_2$: vector dirección de $\mathcal{L}_2$

· tomamos $\lambda = 1$

$\rightarrow \vec{n} = \vec{v}_1 \times \vec{u}_2$

· $\vec{v}_1 \times \vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (1; -5; 1)$

· Tenemos $\vec{n} = (1; -5; 1)$; además $P(2;2;2) \in \mathbb{P}$

· Ec. cartesiana:

$\mathbb{P}: \quad 1x - 5y + 1z + d = 0$

$2 - 5(2) + (2) + d = 0$

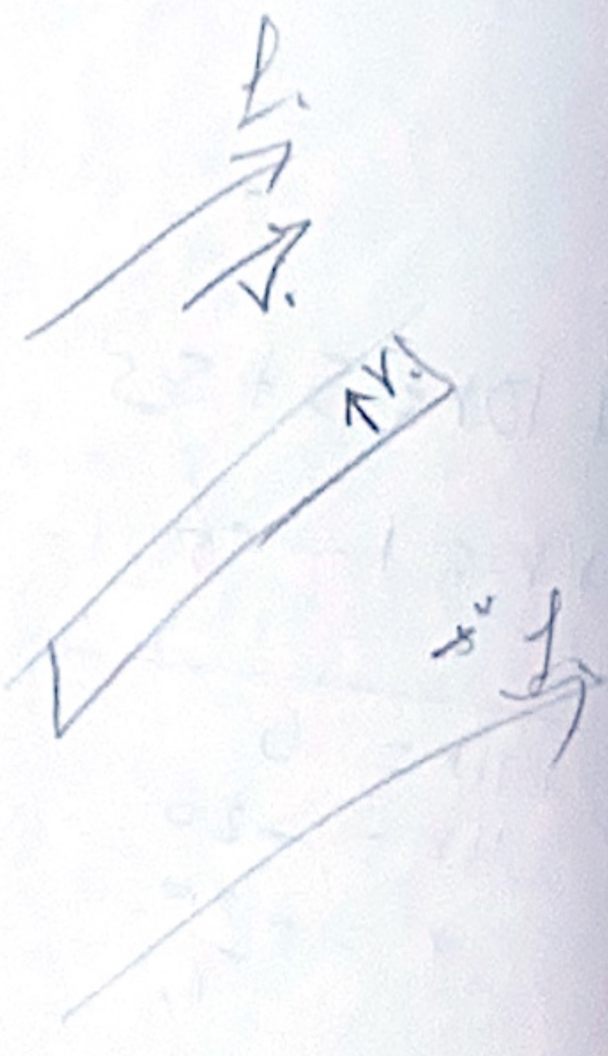
$d = 6$

3

$\therefore$ ~~$\mathbb{P}$: $x - 5y + z + 6 = 0$~~

$\therefore \mathbb{P}: \quad x - 5y + z + 6 = 0$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

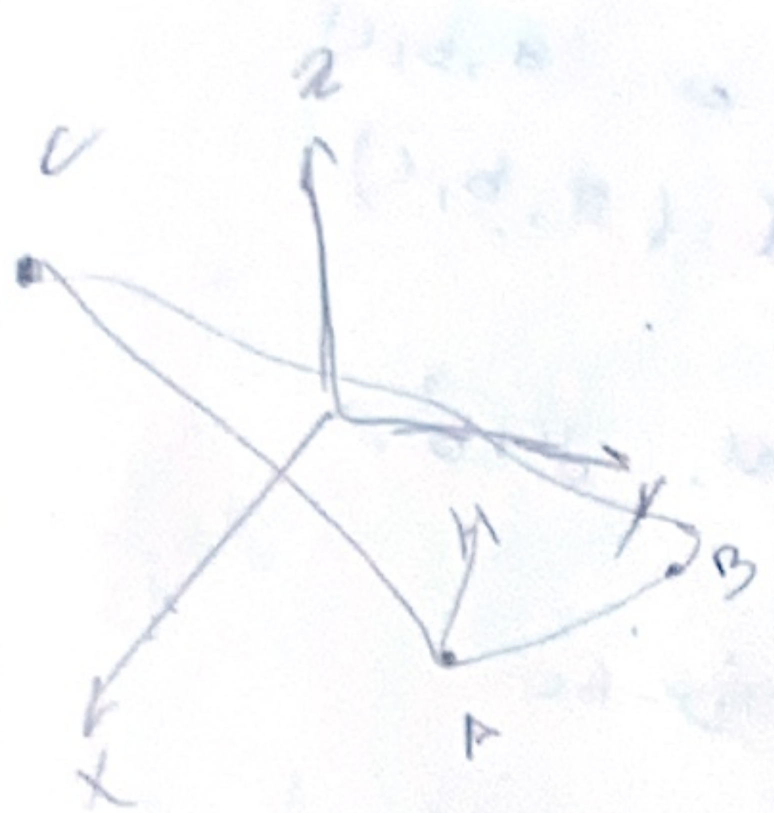


$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$1 - 0 \ ; -(2 - (-3)) \ ; 0 + 1$

$1; -5; +1$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)



$12^2 + 12^2 + 24^2$

$12^2(1+1+2^2)$

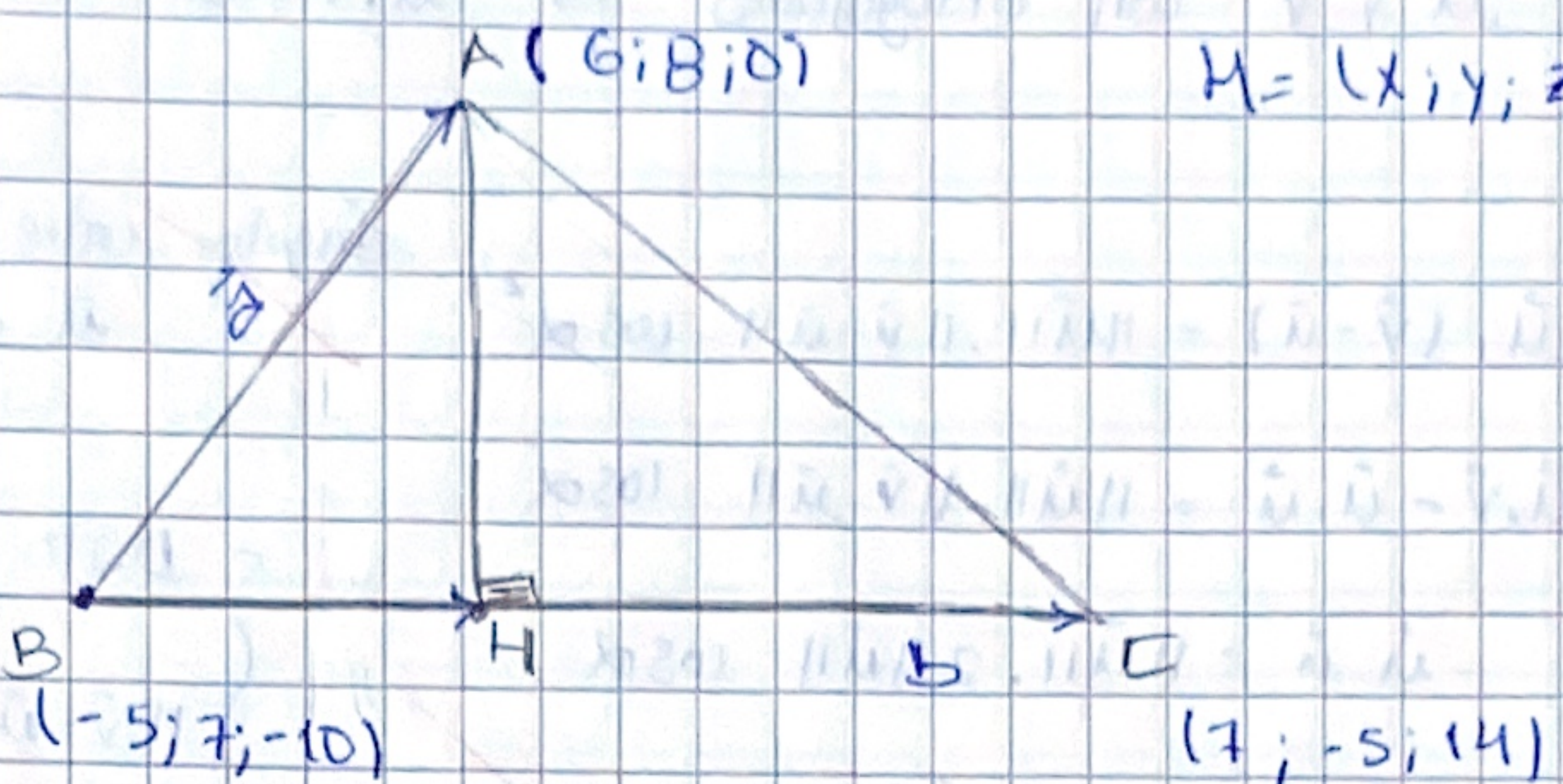
$\begin{array}{r} 11 \\ 12 \\ \hline 22 \\ 11 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 132 \\ 12 \\ \hline 120 + \\ 240 \\ \hline 360 \end{array}$

Presente aquí su trabajo

4

a)



$H = (x;y;z)$

- $\vec{BA} = \vec{a} = (11;1;10)$
- $\vec{BC} = \vec{b} = (12;-12;24) = 12(1;-1;2)$

· Vemos: $\vec{BH} = \text{Proy}_{\vec{b}}\,\vec{a} = \left(\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\|\vec{b}\|^2}\right)\vec{b}$

$\Rightarrow \left(\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\|\vec{b}\|^2}\right).\vec{b} = \left[\dfrac{(11;1;10).(12;-12;24)}{(12.\sqrt{1+1+4})^2}\right]\vec{b}$

$\vec{BH} = \dfrac{(11.12 - 12 + 240)}{144.6}.\vec{b}$

$\vec{BH} = \dfrac{\overset{60}{\cancel{360}}}{\underset{12}{\cancel{144}}.\underset{1}{\cancel{6}}}\,(\cancel{12})(1;-1;2)$

$\vec{BH} = (5;-5;10)$

$\vec{H} - \vec{B} = (5;-5;10)$

$\vec{H} = (5;-5;10) + \vec{B}$

$\vec{H} = (5;-5;10) + (-5;7;-10)$

$\vec{H} = (0;2;0)$

$\therefore$ las coordenadas del Punto H es $(0;2;0)$

2,5

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

(b) $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son ortogonales $\rightarrow$ $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$

- $\vec{u}\cdot(\vec{v}-\vec{u}) = \|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}-\vec{u}\|\cdot\cos\alpha$ ← ángulo entre los vectores $\vec{u}$ y $(\vec{v}-\vec{u})$

$\vec{u}\cdot\vec{v}-\vec{u}\cdot\vec{u} = \|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}-\vec{u}\|\cdot\cos\alpha$

$-\vec{u}\cdot\vec{u} = \|\vec{u}\|\cdot 2\|\vec{u}\|\cdot\cos\alpha$

$-\|\vec{u}\|^2 = 2\|\vec{u}\|^2\cos\alpha$

$\frac{-1}{2} = \cos\alpha$

Dato: $\|\vec{v}-\vec{u}\| = 2\|\vec{u}\|$

- Vemos que $\alpha \in$ IIC

$\therefore \alpha = 120°$

2.5

$u = (a, b, c)$

$\vec{u} : (a; b; c)$

$u: a^2 + b^2$

$180 - 60$

$-(\cos 60) = -\frac{1}{2}$