

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

Fundamentos de Cálculo

Práctica Calificada N° 4

Semestre Académico 2017-1

H-101, H-102, H-104, H-105, H-107, H-108, H-109, H-110, H-111, H-112, H-131, H-132

Indicaciones generales:

- Tiempo de duración: 1 hora y 50 minutos.
- No se permite el uso de apuntes de clase, **calculadoras** ni libros.
- Explique detalladamente las soluciones.
- La presentación, la ortografía y la gramática serán tomados en cuenta en la calificación.

1. Analice la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones, justificando adecuadamente sus respuestas:

- a) La asíntota horizontal de la gráfica de la función f definida por $f(x) = 3 - 2e^{x+4}$ es la recta $y = 3$. (1.0 punto)
- b) Si f es una función polinómica impar con dos raíces negativas, entonces f también tiene dos raíces positivas. (1.0 punto)

2. Determine la regla de correspondencia de una función polinómica par de grado 6 tal que tres de sus ceros son $-1, 2$ y 4 . Además, se sabe que su gráfica pasa por el punto $(3; 7)$. (3.0 puntos)

3. Dadas las funciones f y g definidas por

$$f(x) = \frac{3}{x+4}, \quad x < 0, \quad x \neq -4$$

$$g(x) = \begin{cases} -4^{-x}, & x \leq 1 \\ x^2 - 9, & 1 < x < 5 \end{cases}$$

Halle $f \circ g$. (4.0 puntos)

4. Sea f la función definida por $f(x) = |1 - 5^{-x}|$.

a) Grafique la función f . (1.0 punto)

b) Sea la función g definida por $g(x) = |1 - 5^{-x}|, x \leq a$. Halle el mayor valor que puede tomar a para que g sea inyectiva. (1.0 punto)

c) Esboce las gráficas de g y g^{-1} en un mismo plano cartesiano, indicando sus dominios y sus rangos. (3.0 puntos)

5. Dada la función f , definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{x+3} + 4; & x < -3 \\ -x^5 - x^4 + 5x^3 - 3x^2; & -3 \leq x \leq 1 \\ \frac{3x-1}{1-x}; & x > 1 \end{cases}$$

a) Esboce la gráfica de f , indicando las ecuaciones de sus asíntotas. (5.0 puntos)

b) Halle los valores de x para los cuales $f(x) < 0$ (1.0 punto)

Año Número
2017 0929
Código de alumno

Práctica

ENTREGADO
28 JUN. 2017

Chire Portocarrero, Alejandro Martín

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: Física de Cálculo

Práctica N°: 4

Horario de práctica: P- 107

Fecha: 19/06/17

Nombre del profesor: Mihály Martínez

Nota

18

Firma del jefe de práctica

**Nombre y apellido
(iniciales)**

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
 2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
 3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
 4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
 - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
 - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
 - evitar borrones, manchas o roturas;
 - no usar corrector líquido;
 - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
 5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
 6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

Pregunta 3º

$$4^{-x} = \left(\frac{1}{4}\right)^x > 0$$

$$1 - \left(\frac{1}{4}\right)^x < 0$$

$$\frac{66}{396} \quad R$$

$$-4^{-x} \neq 4$$

$$4^{-x} \neq -4$$

$$\log 4^{-x} + \log 4^{-x}$$

$$-x + \log 4^{-x}$$

$$+ - \log 4^{-x}$$

$$\frac{3}{6} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{3}{6}$$

$$1) \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$4^{-x} > 0$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x > 0$$

$$4R$$

$$f(x) = \frac{3}{x+4}; x < 0 \wedge x \neq -4$$

$$g(x) = \begin{cases} -4^{-x}; & x \leq 1 \\ x^2 - 9; & 1 < x < 5 \end{cases}$$

$f \circ g$

Primer tramo

$$\text{Dom } f \circ g_1 = \{x / x \in \text{Dom } g \wedge g(x) \in \text{Dom } f\}$$

$$\therefore \text{Dom } f \circ g_1 = [-2; 1] - \{-1\} \quad \begin{matrix} x \leq 1 \\ \checkmark \end{matrix} \quad \begin{matrix} -4^{-x} < 0 \\ \checkmark \end{matrix} \quad \begin{matrix} -4^{-x} \neq -4 \\ \checkmark \end{matrix}$$

$$\therefore f \circ g_1 = f(g_1(x)) = \frac{3}{-4^{-x} + 4} \quad \begin{matrix} \checkmark \\ \checkmark \\ \checkmark \\ \checkmark \end{matrix}$$

$$3,5 \quad \begin{matrix} -x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{matrix}$$

Segundo tramo

$$\text{Dom } f \circ g_2 = \{x / x \in \text{Dom } g \wedge g(x) \in \text{Dom } f\}$$

$$1 < x < 5 \quad \begin{matrix} x^2 - 9 < 0 \\ \checkmark \end{matrix} \quad \begin{matrix} x^2 - 9 \neq -4 \\ \checkmark \end{matrix}$$

$$(x-3)(x+3) < 0 \quad \begin{matrix} \checkmark \\ \checkmark \end{matrix} \quad \begin{matrix} x^2 - 5 \neq 0 \\ \checkmark \end{matrix}$$

$$(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5}) \neq 0 \quad \begin{matrix} \checkmark \\ \checkmark \end{matrix} \quad \begin{matrix} x \neq \sqrt{5} \wedge x \neq -\sqrt{5} \\ \checkmark \end{matrix}$$

$$\text{Dom } f \circ g_2 = [1; 3] - \{\sqrt{5}; -\sqrt{5}\}$$

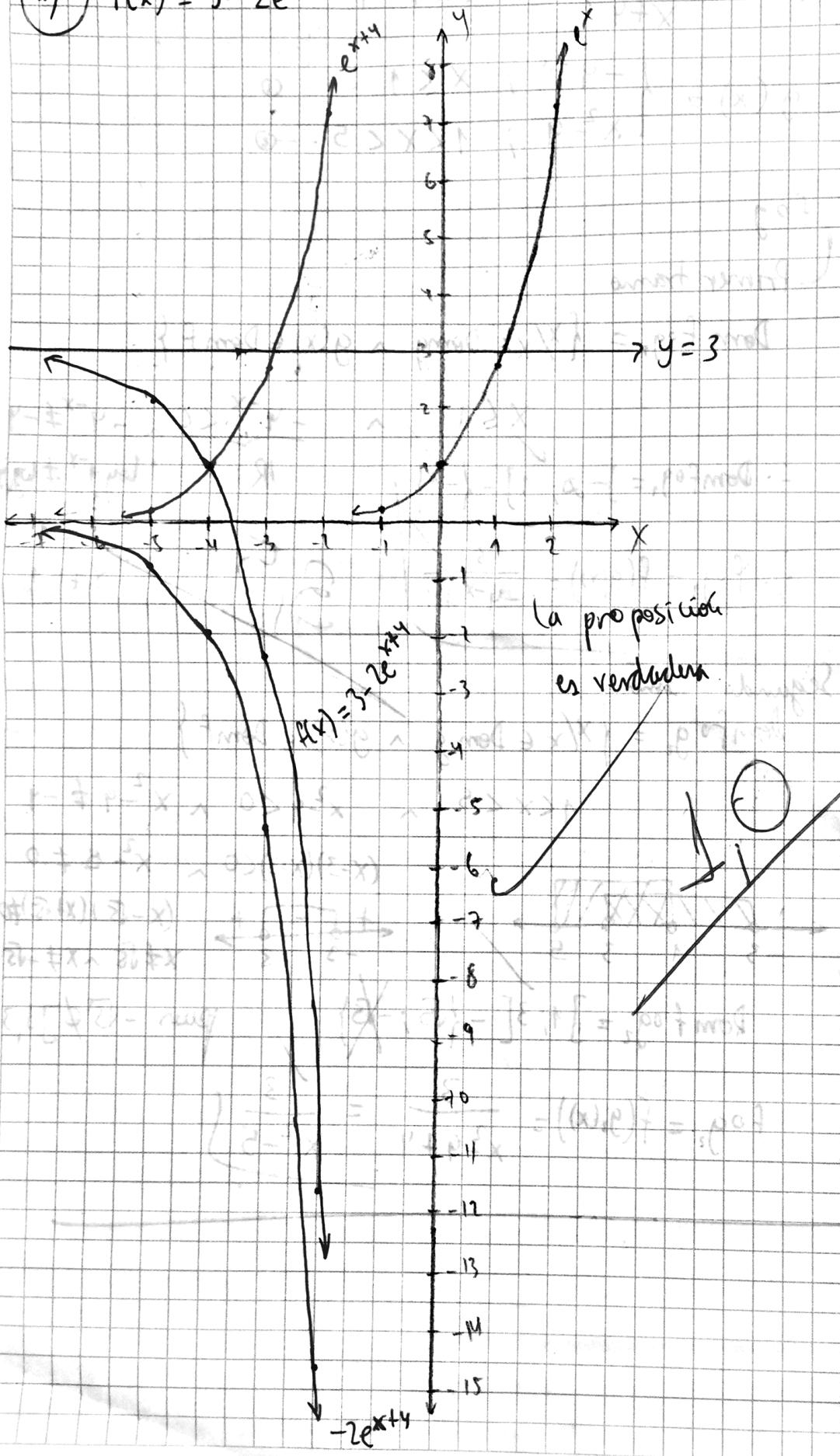
$$\text{pero } -\sqrt{5} \notin [1; 3]$$

$$f \circ g_2 = f(g_2(x)) = \frac{3}{x^2 - 9 + 4} = \frac{3}{x^2 - 5}$$

Presente aquí su trabajo

Pregunta 1.

(a) $f(x) = 3 - 2e^{x+4}$



Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$$e^1 = z_1?$$

$$r^2 = 7.79$$

$$e^{-1} = 0,37$$

$$\begin{aligned} & \cancel{0,9} + 0,78 + 3 = 7,2 \\ -\cancel{2,9} & \Rightarrow -5,9 + 3 = -2,9 \\ -7,29 - 14,58 + 3 &= - \\ & \cancel{-2,9} - 2 + 3 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
 x=1 \rightarrow y=5 & \\
 x=2 \rightarrow y=24 & \\
 x=3 \rightarrow y=49 & \\
 x=4 \rightarrow y=129 & \\
 x=5 \rightarrow y=285 & \\
 x=6 \rightarrow y=489 & \\
 x=7 \rightarrow y=735 & \\
 x=8 \rightarrow y=1024 & \\
 x=9 \rightarrow y=1359 & \\
 x=10 \rightarrow y=1735 &
 \end{array}$$

240
225 (25
150 096

$\sqrt{18} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{9}$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \\ 27 \\ \hline 189 \\ 54 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 60 \\ 51 \\ \hline 81 \\ 190 \\ 100 (2) \\ 81 0,37 \end{array}$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{3}$$

11,58

$$x=3 \rightarrow f(x)=7$$

$$a(3+1)^2(3-2)^2(3-4)^2 = 7$$

$$a(16) = 7$$

$$a = \frac{7}{16}$$

$$a(-4)(1)(-1)^2(-1)^2$$

$$a = -\frac{7}{16}$$

$$a(4)(-1)(-1)^2(-1)^2$$

$$a = -\frac{7}{16}$$

$$a(4)(-1)(-1)(-1)^2$$

$$a = -\frac{7}{16}$$

$$a(4)(-1)(-1)(-1)^2$$

$$a = -\frac{7}{16}$$

Pregunta 2:

grado: 6

Ceros: $x = -1, x = 2, x = 4$

$P(3; 7)$ a la gráfica

$$f(x) = a(x+1)^2(x-2)^2(x-4)^2(x+1)(x+2)(x+4)$$

$$\hookrightarrow \text{si } x=3 \rightarrow f(x)=7$$

$$7 = a(3+1)^2(3-2)^2(3-4)^2 \dots$$

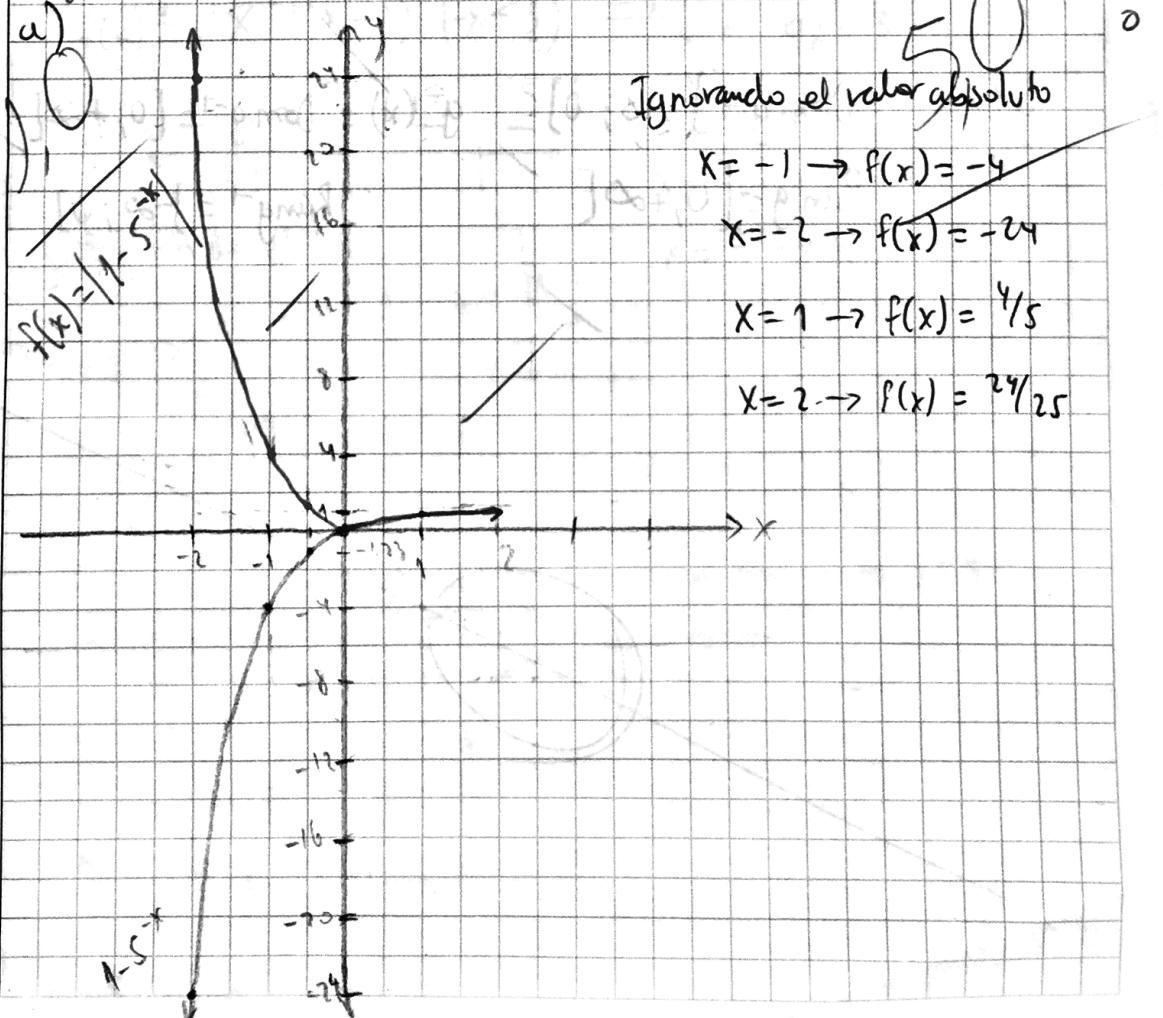
~~$$a = \frac{7}{16}$$~~

$$\rightarrow a = -\frac{1}{40}$$

$$\therefore f(x) = -\frac{1}{40}(x+1)^2(x-2)^2(x-4)^2$$

Pregunta 4:

a)



Ignorando el valor absoluto

$$x = -1 \rightarrow f(x) = -4$$

$$x = -2 \rightarrow f(x) = -24$$

$$x = 1 \rightarrow f(x) = 4/5$$

$$x = 2 \rightarrow f(x) = 24/25$$

Presente aquí su trabajo

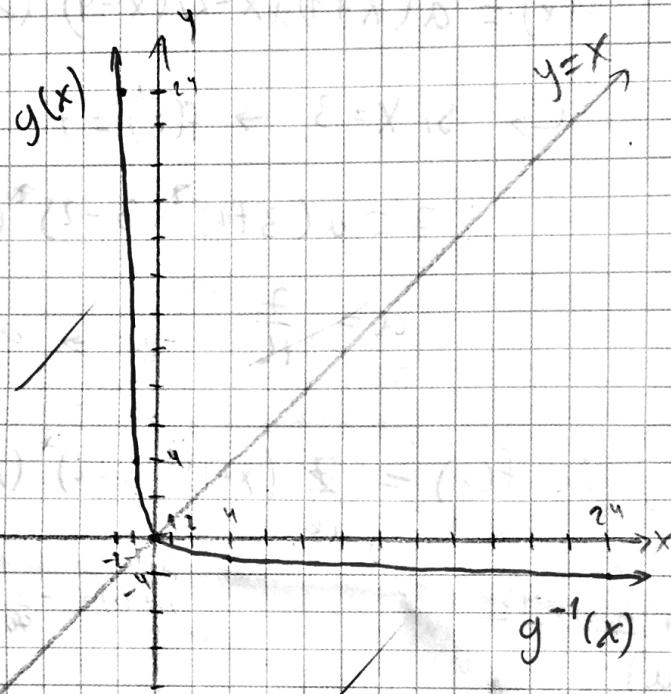
Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

b) $g(x) = |1 - 5^{-x}|, x \leq a$

10 Para que g sea inyectiva, tengo que tomar el intervalo $]-\infty; 0]$. Por lo tanto, según la gráfica, el máximo valor que puede tomar a es $0 \rightarrow a=0$

c)

30



$$g(x) : \text{Dom } g =]-\infty; 0] \quad g^{-1}(x) : \text{Dom } g^{-1} = [0; +\infty[$$

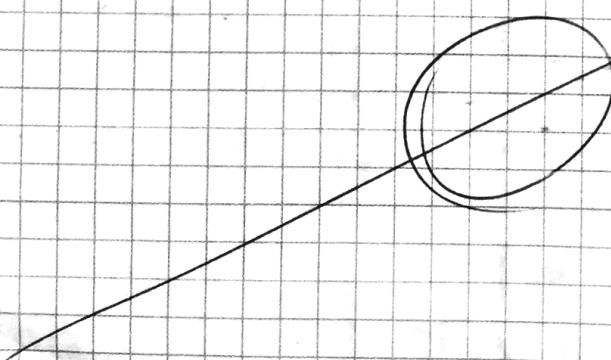
$$\text{Ran } g = [0; +\infty[$$

$$\text{Ran } g^{-1} =]-\infty; 0]$$

$$\begin{aligned} x = -2 &\Rightarrow 2^4 \\ x = -1 &\Rightarrow 4 \\ x = 0,5 &\Rightarrow 1,23 \\ x = 0 &\Rightarrow 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^9 &= 512 \\ e^{-1} &= 0,37 \\ e^{-2} &= 0,14 \\ 2^{1/2} &= \sqrt{2} \\ 2^{1/3} &= \sqrt[3]{2} \\ 3^{(3)} &= 27 \\ 3^{(2)} &= 9 \\ 3^{(1)} &= 3 \\ 3^{(0)} &= 1 \\ 3^{(-1)} &= \frac{1}{3} \\ 3^{(-2)} &= \frac{1}{9} \\ 3^{(-3)} &= \frac{1}{27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1^{(2)} &= 1 \\ 1^{(1)} &= 1 \\ 1^{(0)} &= 1 \\ 1^{(-1)} &= 1 \\ 1^{(-2)} &= 1 \\ 1^{(-3)} &= 1 \end{aligned}$$



Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

Pregunta 5:

$$f(x) \begin{cases} e^{x+3} + 4 & ; x < -3 \\ -x^5 - x^4 + 5x^3 - 3x^2 & ; -3 \leq x \leq 1 \\ \frac{3x-1}{1-x} & ; x > 1 \end{cases}$$

asíntota horizontal: $y = 4$
asíntota vertical: $x = 1$

$$\rightarrow -x^5 - x^4 + 5x^3 - 3x^2$$

$$x^2 \underline{(-x^3 - x^2 + 5x - 3)}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & -1 & 5 & -3 \\ x=1 & & -1 & -2 & 3 \\ \hline & -1 & -2 & 3 & 0 \\ x=1 & & -1 & -3 & \\ \hline & -1 & -3 & 0 & \end{array}$$

$$f(x) = x^2(x-1)^2(-x-3) \Rightarrow \text{ceros: } 1, 0, -3$$

$$+ - - +$$

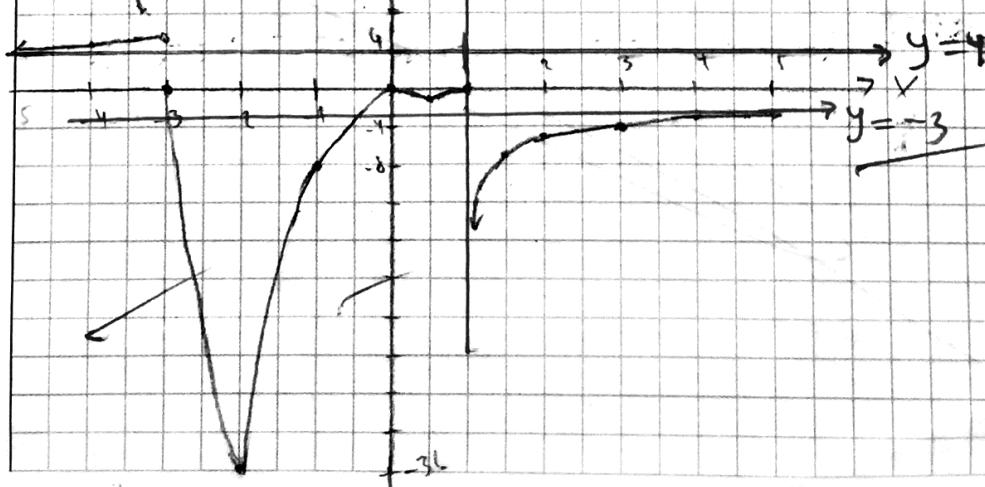
$$x = -1 \rightarrow f(x) = -8$$

$$x = -2 \rightarrow f(x) = -36$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow f(x) = -\frac{7}{32}$$

$$y=4: \text{AH de } e^{x+3} + 4$$

$$x=1 \rightarrow y=3: \text{Asintóta de } \frac{3x-1}{1-x}$$



Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

b) $f(x) < 0$

$\Rightarrow x \in]-3; 0[\cup]0; 1[\cup]1; +\infty[$

Pregunta 1:

b) * 2 raíces negativas

* f es impar $\rightarrow -f(x) = f(-x)$

Una función impar se refleja respecto al origen:

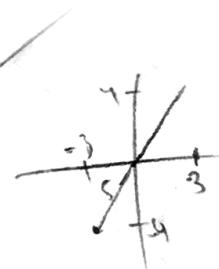
Si una raíz es $-\sqrt{x_1}$, las coordenadas serán

$(-\sqrt{x_1}; 0)$, y cuando se refleje sus coordenadas serán $(\sqrt{x_1}; 0) \rightarrow \sqrt{x_1} > 0$

Si la otra raíz es $-\sqrt{x_2}$, las coordenadas serán $(-\sqrt{x_2}; 0)$, y cuando se refleje sus coordenadas serán $(\sqrt{x_2}; 0) \rightarrow \sqrt{x_2} > 0$

Por lo tanto, la proposición es verdadera.

$$\begin{aligned}f(x) &= (x+\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) \\&= (x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x) \\&= (-x-\sqrt{3})(-x+\sqrt{3})(x) \\&+ (x+\sqrt{3})(x+\sqrt{3})(x)\end{aligned}$$



$$\frac{e}{\pi} =$$