PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

Álgebra Matricial y Geometría Analítica
Segunda Práctica Calificada
(2017-2)

Indicaciones:

* No se permite el uso de apuntes de clase ni libros.
* Explique detalladamente las soluciones.
* Duración: 1 hora y 50 minutos.

Turno 1: 15:00 - 17:00.

---

1. Halle la ecuación de la hipérbola $\mathcal{H}$ que pasa por el punto $A(1,3)$ y cuyas asíntotas son las rectas $L_1 : y = 2x - 1$ y $L_2 : y = -2x + 3$. (4 pts)

2. El punto $F(-3,-1)$ es uno de los focos de una elipse $\mathcal{E}$. Si uno de los lados rectos de $\mathcal{E}$ está contenido en la recta $L : 3x + 4y = 37$ y tiene longitud 15, calcule las coordenadas del otro foco y de los vértices de $\mathcal{E}$. (4 pts)

3. Considere la hipérbola
$$\mathcal{H} : x^2 - 3y^2 - 6x + 24y - 36 = 0.$$
Halle la ecuación de la elipse $\mathcal{E}$ que pasa por el punto $A(4,4)$ y que tiene como vértices a los focos de $\mathcal{H}$. (4 pts)

4. Identifique y grafique a la cónica $\mathcal{C}$ con ecuación
$$x^2 - 4xy + 4y^2 + 4x + 2y = 0. \qquad \text{(4 pts)}$$

5. Considere la elipse
$$\mathcal{E} : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$
Sea $\mathcal{E}'$ la elipse obtenida al rotar a $\mathcal{E}$ un ángulo de $\pi/3$ en sentido antihorario en torno del origen.
   a) Halle la ecuación de la elipse $\mathcal{E}'$. (1,5 pts)
   b) Halle las coordenadas de los focos y la ecuación del eje normal de $\mathcal{E}'$. (2,5 pts)

Práctica elaborada por los profesores del curso.

San Miguel, 28 de setiembre del 2017.

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

ET LUX IN TENEBRIS LUCET MCMXVII | PUCP

ENTREGADO 06 OCT. 2017

Práctica

Año: 2017 Número: 6154

Código de alumno

GRANADOS SUÁREZ ALVARO ALONSO

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: AMGA

Práctica N°: P_2

Horario de práctica: P-104

Fecha: 28/9/17

Nombre del profesor: P. FERNANDEZ

Nota: 18

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: JMGC
(iniciales)

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Noviembre 2016

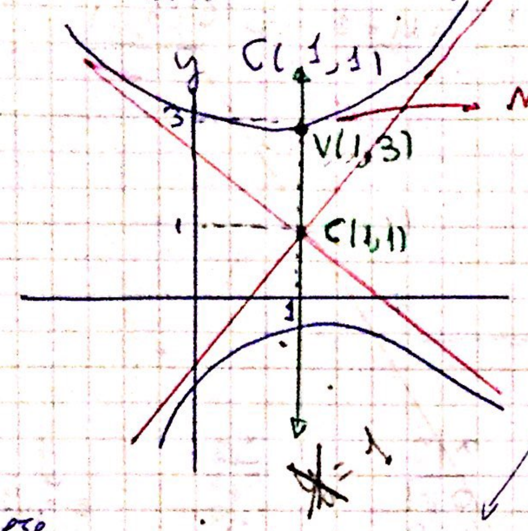
Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

(1) $L_1 \wedge L_2$ se interceptan en el Centro

$L_1: y=2x-1 \wedge L_2 = y=-2x+3$

$2x-1=-2x+3 \Rightarrow x=1, y=1$



Necesariamente es el vértice.

$d(C,V)=2=a$

$a^2+b^2=c^2$

ec. de hipérbola

//eje y

$$\mathcal{H}: \frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1 \rightarrow \frac{(y-1)^2}{4} - \frac{(x-1)^2}{b^2} = 1$$

ec. de asíntotas

$$\left|\frac{y-1}{2}\right| = \left|\frac{x-1}{b}\right| \rightarrow y = \frac{2(x-1)}{b}+1 \qquad y = -\frac{2}{b}(x-1)+1$$

$$y = \frac{2x}{b} - \frac{2}{b} + 1 \qquad y = \frac{-2x}{b} + \frac{2}{b} + 1$$

$2x-1$ $\qquad$ $-2x+3$

$2=\frac{2}{b} \rightarrow b=1$ $\qquad$ $-2=\frac{-2}{b} \rightarrow b=1$

$a=2 \wedge b=1$

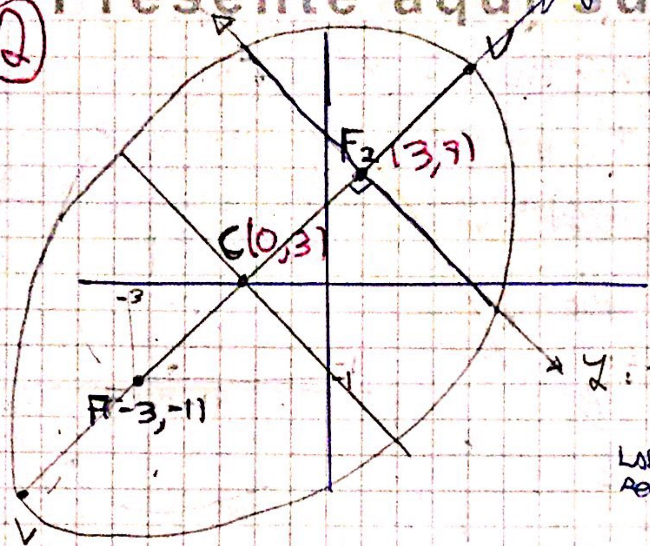
$$\mathcal{H}: \frac{(y-1)^2}{4} - \frac{(x-1)^2}{1} = 1$$

4.0

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

2



x	y
0	37/4
37/3	0

$m = -3/4$

$3x+4y=37 \rightarrow y = \frac{37}{4} - \frac{3x}{4}$

LADO RECTO $\boxed{\frac{2b^2}{a} = 15}$

$m_{\text{lado rect}} = -3/4$

$m_{\text{eje focal}} = \frac{4}{3}$, $\frac{4}{3} = \frac{y+1}{x+3}$ — $4x+12 = 3y+3$

$4x - 3y + 9 = 0 = \mathcal{L}'$

$F \in \mathcal{L}' \wedge F \in \mathcal{L}$.

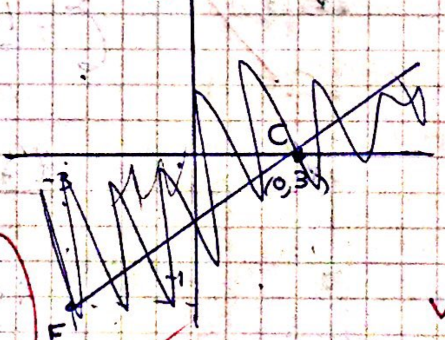
$\frac{4x+9}{3} = \frac{37-3x}{4} \rightarrow x = 3 \wedge y = 7$

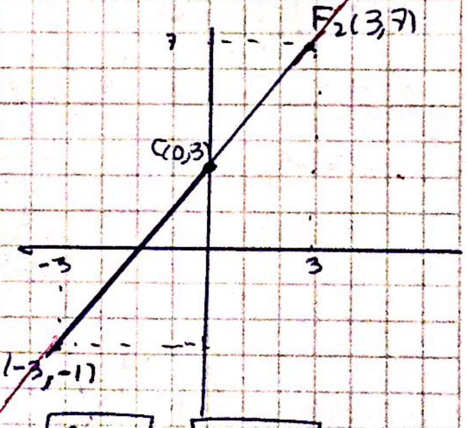
$\boxed{F_2(3,7)}$ $\wedge$ $F_1(-3,-1)$

$C(0,3)$

$\mathcal{L}': 4x - 3y + 9 = 0$

$V\left(a, \frac{4a+9}{3}\right)$





$d(C,F_1) = \sqrt{3^2+4^2} = \boxed{5 = c}$

$c = 5$

$2b^2 = 15a$

$c^2 + b^2 = a^2$

$25 + \frac{15a}{2} = a^2$

$\left\{ \begin{array}{l} a = 10 \\ \cancel{a = -5/2} \end{array} \right.$

$b = 5\sqrt{3}$

$d(C,V) = 10$

$\sqrt{(a-0)^2 + \left(\frac{4a+9}{3} - 3\right)^2} = 10$

$a^2 = 36$

$a = 6$, $a = -6$

$\boxed{V(6,11)}$ $\boxed{V(-6,-5)}$

10

3
37
0,111
36
25
$16x+36 = 37-3-9x$
$25x = 75$
$\boxed{x=3}$
37-9
28
$4,3+9=3y$
12+9
21
$-24-37+9$
$-8+3$
$-24+15$
-6
$\frac{-24+9}{3}$
$\frac{25a^2}{9} = 100$
$50 + 15a = 2a^2$
$0 = 2a^2 - 15a - 50$
2a 5
a 10
$2a^2 - 15a - 50$
2a +5
a -10
$25 + b^2 = 100$
75
24
9
33
$a^2 + 4a + 9 - 9$
$a^2 \left(\frac{4a}{3}\right)^2$
$a^2 + \frac{16a^2}{9}$
$\frac{25a^2}{9} = 100$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

(3) $\mathcal{H}: x^2-3y^2-6x+24y=36$

$x^2-6x-3y^2+24y=36$

$(x-3)^2-9-3(y^2-8y)=36$

$(x-3)^2-3\{(y-4)^2-16\}=45$

$(x-3)^2-3(y-4)^2+48=45$

$(x-3)^2-3(y-4)^2=-3$

$3(y-4)^2-(x-3)^2=3$

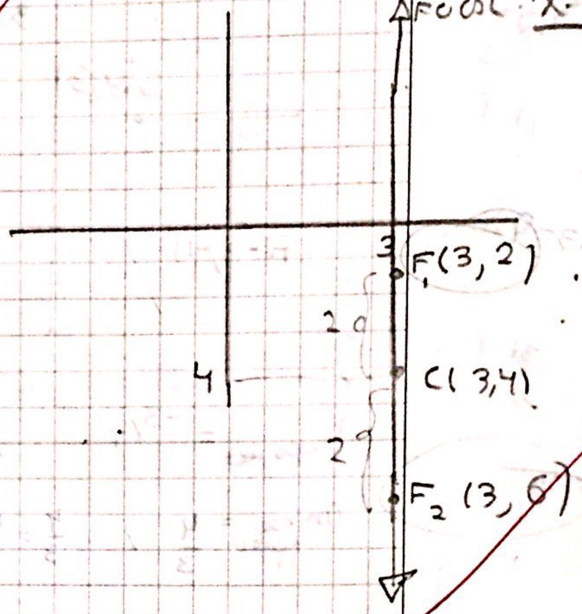
$\dfrac{(y-4)^2}{1}-\dfrac{(x-3)^2}{3}=1$

// eje y

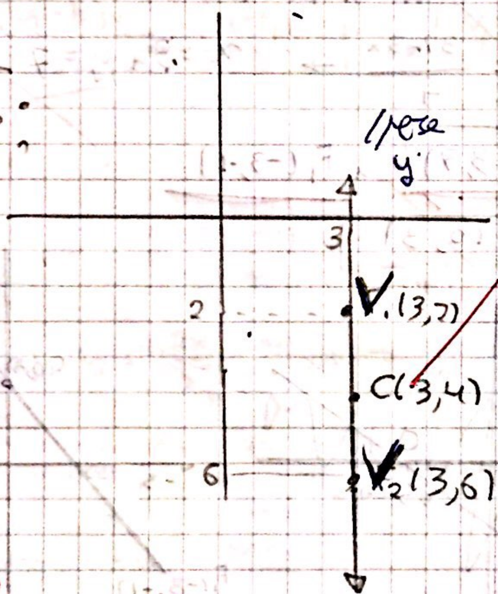
$a=1$, $b=\sqrt{3}$ } $c^2=b^2+a^2$

$\boxed{c=2}=d(C,F)$

eje focal: $x=3$



$\mathcal{E}:$



$d(C,V)=a=2$

$\mathcal{E}: \dfrac{(y-k)^2}{a^2}+\dfrac{(x-h)^2}{b^2}=1$

$\dfrac{(y-4)^2}{4}+\dfrac{(x-3)^2}{b^2}=1$

$A\in\mathcal{E}:$

$0+\dfrac{1}{b^2}=1 \to \underline{b=1}$

$\mathcal{E}: \dfrac{(y-4)^2}{4}+\dfrac{(x-3)^2}{1}=1$

40

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

(4) $1x^2-4xy+4y^2+4x+2y=0$

como $1\neq 4$

$tg\,2\theta = \dfrac{-4}{1-4} = \dfrac{-4}{-3} = \dfrac{4}{3} = \dfrac{co}{ca}$ } $h = 5$

$\cos 2\theta = \dfrac{3}{5}$

$\cos\theta = \sqrt{\dfrac{1+\frac{3}{5}}{2}} = \dfrac{2}{\sqrt5}$

$\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt5}$

Reemp:

$x = x'\cos\theta - y'\sin\theta = x'\cdot\dfrac{2}{\sqrt5} - y'\cdot\dfrac{1}{\sqrt5} = \dfrac{1}{\sqrt5}(2x'-y')$

$y = x'\sin\theta + y'\cos\theta = x'\cdot\dfrac{1}{\sqrt5} + y'\cdot\dfrac{2}{\sqrt5} = \dfrac{1}{\sqrt5}(x'+2y')$

$\dfrac{1}{5}(2x'-y')^2 - 4\left(\dfrac{1}{5}\right)(2x'-y')(x'+2y') + \dfrac{4}{5}(x'+2y')^2 + \dfrac{4}{\sqrt5}(2x'-y') + \dfrac{2}{\sqrt5}(x'+2y')$

$= \dfrac{(2x'-y')^2 - 4(2x'-y')(x'+2y') + 4(x'+2y')^2}{5} + \dfrac{8x'-4y'+2x'+4y'}{\sqrt5}$

$\dfrac{25y'^2}{5} + \dfrac{10x'}{\sqrt5} = 0$

$y'^2 5 + \dfrac{10x'}{\sqrt5} = 0 \rightarrow y'^2 + \dfrac{2x'}{\sqrt5} = 0 \rightarrow$ $\boxed{y'^2 = 4\left(\dfrac{-1}{2\sqrt5}\right)x'}$

PARÁBOLA

$y'^2 = -\dfrac{2x'}{\sqrt5}$

$= 4\left(\dfrac{1}{-2\sqrt5}\right)$

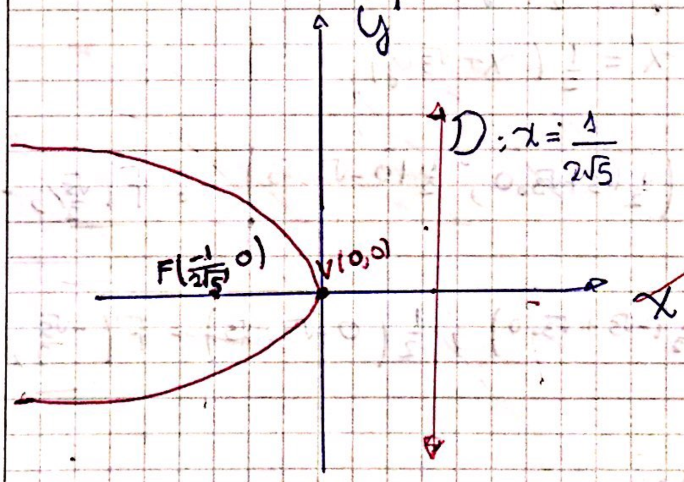
$-\dfrac{1}{2\sqrt5}$

$\dfrac{-2}{\sqrt5}$

$P = \dfrac{-1}{2\sqrt5} < 0$

$D: x = \dfrac{1}{2\sqrt5}$

Eje x.



9.0

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

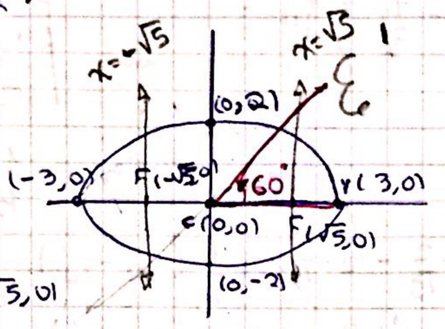
5) $\mathcal{E}: \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$

Reset:

$a = 3$
$b = 2$

$a^2 = b^2 + c^2$

$c = \sqrt{5}$



$\cos 60 = \dfrac{1}{2}$

$\operatorname{Sen} 60 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

20

- $F(\sqrt{5},0)$ y $F(-\sqrt{5},0)$

$x = x'\cos\alpha - y'\operatorname{sen}\alpha = x' \cdot \frac{1}{2} - y' \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}(x' - y'\sqrt{3}) = x$

$y = x'\operatorname{sen}\alpha + y'\cos\alpha = y = x' \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + y' \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(x'\sqrt{3} + y') = y$

Pero como:

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$\frac{\left[\frac{1}{2}(x' - y'\sqrt{3})\right]^2}{9} + \frac{\left[\frac{1}{2}(x'\sqrt{3} + y')\right]^2}{4} = 1 = \frac{(x' - y'\sqrt{3})^2}{36} + \frac{(x'\sqrt{3} + y')^2}{16} = 1$$

4

- $F(\sqrt{3},0)$

$2x = x' - y'\sqrt{3}$

$2y = x'\sqrt{3} + y'$

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{2}(y - \sqrt{3}x) \\ x' = \frac{1}{2}(x + \sqrt{3}y) \end{cases}$$

No es X'Y' es en XY

sistema XY

$F(\sqrt{5},0) \rightarrow F\left(\overbrace{\tfrac{1}{2}\sqrt{5} + \cancel{\sqrt{3}} \cdot 0}^{x'}; \overbrace{\tfrac{1}{2}(0 - \sqrt{3}\cdot\sqrt{5})}^{y'}\right) = F\left(\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{\sqrt{15}}{2}\right)$

$F(-\sqrt{5},0) \rightarrow F\left(\tfrac{1}{2}(-\sqrt{5} + \cancel{\sqrt{3}} \cdot 0); \tfrac{1}{2}(0 - \sqrt{3} \cdot -\sqrt{5})\right) = F\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{15}}{2}\right)$

- eje normal en XY:

$y = 0$ $x = 0$ $y = 0$

~~$\frac{1}{2}(x' - y'\sqrt{3}) = \sqrt{5}$~~ ~~$\frac{1}{2}(x' - y'\sqrt{3}) = -\sqrt{5}$~~

~~$x' - y'\sqrt{3} = 2\sqrt{5}$~~ ~~$x' - y'\sqrt{3} = -2\sqrt{5}$~~

Menor

$x = 0$

$\frac{1}{2}(x' - y'\sqrt{3}) = 0$

$x' = y'\sqrt{3}$

0

$\frac{1}{2}(x'\sqrt{3} + y') = 0$

$x'\sqrt{3} + y' = 0$

Scanned with CamScanner