

Práctica

Año Número
2023 3933
Código de alumno

Reyna Rodríguez Isaías Spencer
Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: AM6A

Práctica N°: P-2

Horario de práctica: P-108

Fecha: 24/04/2023

Nota
20

Nombre del profesor: H. Llanos

Firma del jefe de práctica
Nombre y apellido: DV.
(iniciales)

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
 - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
 - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
 - evitar borrones, manchas o roturas;
 - no usar corrector líquido;
 - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

SEGUNDA PRÁCTICA CALIFICADA
SEMESTRE ACADÉMICO 2023-1

Horario: 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 119, 120, 121, 122

(Turno 1)

Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

ADVERTENCIAS:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Si se detecta omisión al punto anterior, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación sólo podrán hacerlo después de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

INDICACIONES:

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas ni computadora personal.
- Puede usar cualquier calculadora que no realice gráficas ni sea programable (Calculadora sugerida $fx-991SPX$).
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

1. Analice si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique sus respuestas.

a) Una ecuación del lugar geométrico de los puntos $Q(x; y)$ que equidistan de la recta $\mathcal{L} : y + 7 = 0$ y del punto $M(2; 2)$ está dada por $x^2 - 4x - 10y - 41 = 0$. (3 pt)

b) La gráfica de la siguiente ecuación corresponde a una circunferencia (3 pt)

$$x^2 + y^2 + 26x - 10y + 194 = 0.$$

2. Considere la parábola \mathcal{P} cuya ecuación es $y^2 + cy - 12x + 33 = 0$, con $c \in \mathbb{R}$.

a) Si se sabe que el eje focal de \mathcal{P} es la recta $\mathcal{L} : y = 3$, determine el valor de c . Justifique. (1.5 pt)

b) Para $c = -6$, grafique la parábola \mathcal{P} indicando las coordenadas de su vértice, foco, extremos del lado recto y la ecuación de su directriz. (2.5 pt)

3. Considere la parábola \mathcal{P} . Se sabe lo siguiente:

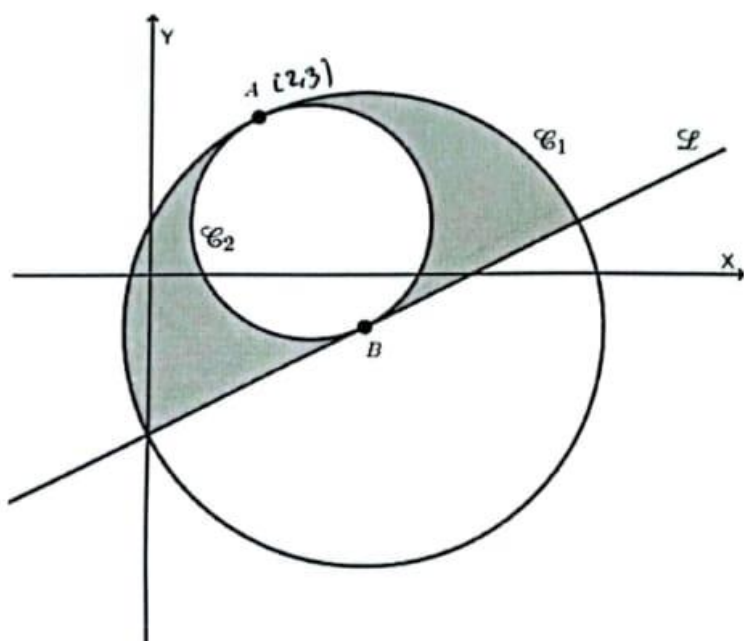
- El eje focal de \mathcal{P} es la recta $y = x$.
- El lado recto de \mathcal{P} es el segmento \overline{LR} y mide $6\sqrt{2}$ unidades.
- El punto L está en la recta $\mathcal{L}_1 : y = 2x$ y el punto R se encuentra en la recta $\mathcal{L}_2 : y = \frac{x}{2}$.
- El foco de \mathcal{P} tiene abscisa positiva.

a) Halle las coordenadas del foco de \mathcal{P} . (3 pt)

b) Halle la ecuación de \mathcal{P} , cuya abscisa del vértice es menor que la abscisa del foco. (2 pt)

4. Considere las circunferencias \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 y la recta \mathcal{L} . Se sabe que:

- \mathcal{C}_2 es tangente interior a \mathcal{C}_1 en el punto $A(2;3)$.
- La recta \mathcal{L} pasa por los puntos $M(-2;-4)$ y $N(2;-2)$, y es tangente a \mathcal{C}_2 en el punto B .
- El punto B es el centro de \mathcal{C}_1 .



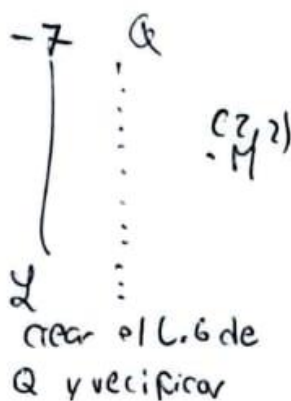
- Halle la ecuación de la recta que pasa por los puntos A y B . (1 pt)
- Halle la ecuación de \mathcal{C}_1 y \mathcal{C}_2 . (2 pt)
- Determine el sistema de inecuaciones que describe el interior, incluyendo el borde, de la región sombreada. (2 pt)

Coordinador de prácticas: Elton Barrantes

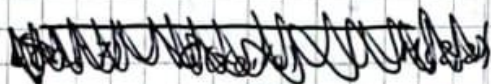
San Miguel, 24 de abril de 2023.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)



1.



$$d(H, Q) = d(Q, L)$$

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2} = \frac{|10 \cdot x + y + 7|}{\sqrt{10^2 + 1^2}}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = (y+7)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 = y^2 + 14y + 49 \rightarrow x^2 - 4x - 41 - 18y = 0$$

• La ecuación no corresponde al lugar geométrico establecido, ya los valores de y **NO** son los mismos.

b)

$$x^2 + y^2 + 26x - 10y + 194 = 0$$

$$(x^2 + 26x + 169) - 169 + (y^2 - 10y + 25) - 25 + 194 = 0$$

$$(x+13)^2 + (y-5)^2 - 194 + 194 = 0$$

$$(x+13)^2 + (y-5)^2 = 0$$

• La ecuación no corresponde a una circunferencia porque el se puesto radio sería igual a 0. Esta representaría a un punto.

2.

$$y^2 + cy - 12x + 33 = 0$$

$$\left(y + \frac{c}{2}\right)^2 = 12x - 33 + \frac{c^2}{4}$$

a)

Si el eje focal es $y=3$, entonces el vértice es de la forma $(h, 3)$.

De $\left(y + \frac{c}{2}\right)^2$, se puede extraer que:

$$\frac{c}{2} = -3 \rightarrow \underline{c = -6}$$

$$y^2 + cy - 12x + 33 = 0$$

$$y^2 + cy + \frac{c^2}{4} - \frac{c^2}{4} - 12x + 33 = 0$$

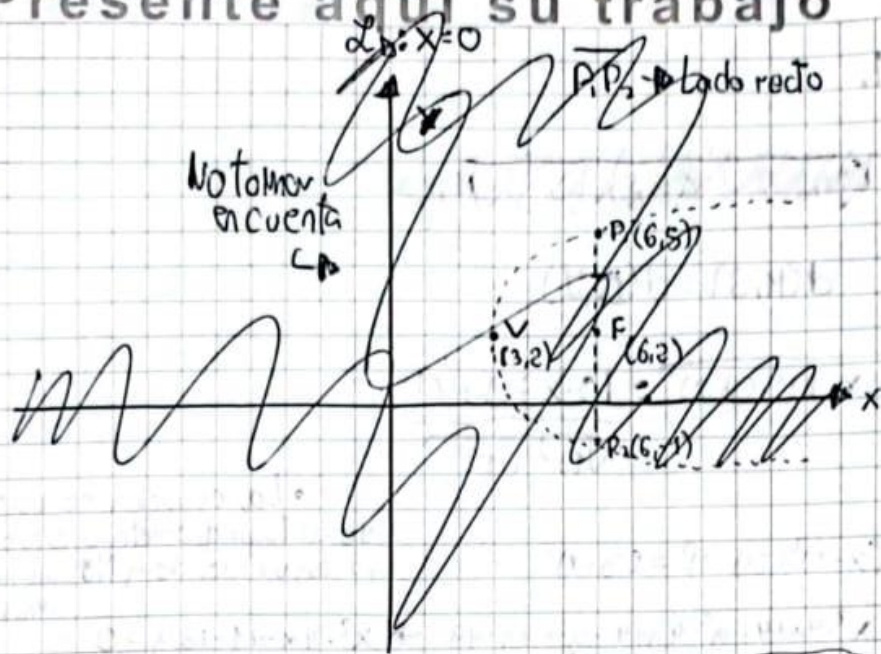
$$\left(y + \frac{c}{2}\right)^2 = 12x - 33 + \frac{c^2}{4}$$



Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

b)



$$(y + \frac{c}{2})^2 = 12x - 33 + \frac{c^2}{4}$$

$$\text{Si } c = -6$$

$$(y - 3)^2 = 12x - 33 + 9$$

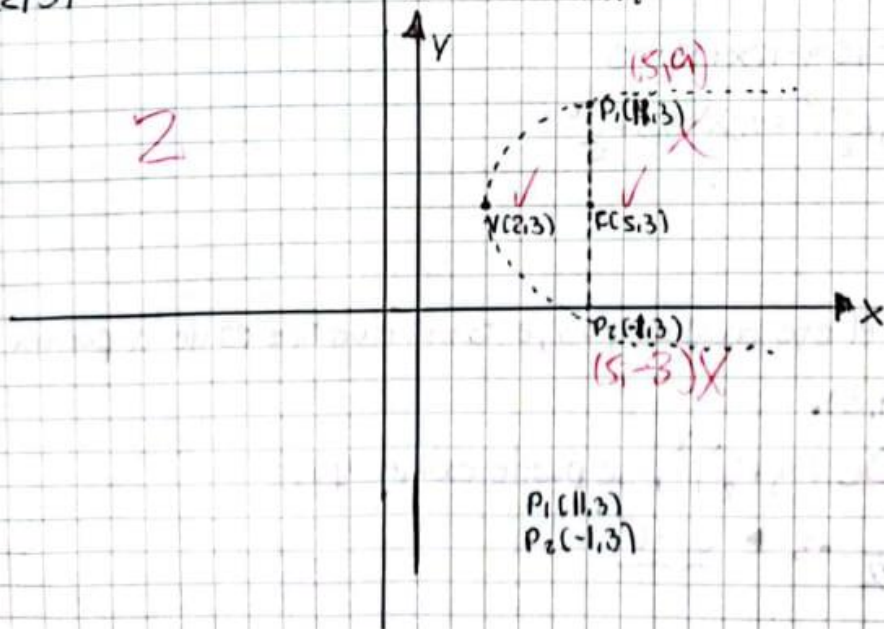
$$(y - 3)^2 = 12(x - 2) \quad \leftarrow \text{Ecuación de la parábola}$$

$$p = 3$$

$$V = (2, 3)$$

$$x = -1$$

$\overline{P_1 P_2}$ -> Lado recto



$$\overline{P_1 P_2} = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\frac{12}{2} = 6$$

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

Presente aquí su trabajo

Bisectriz



$$m_{L_1} = 2$$

$$m_{L_2} = \frac{1}{2}$$

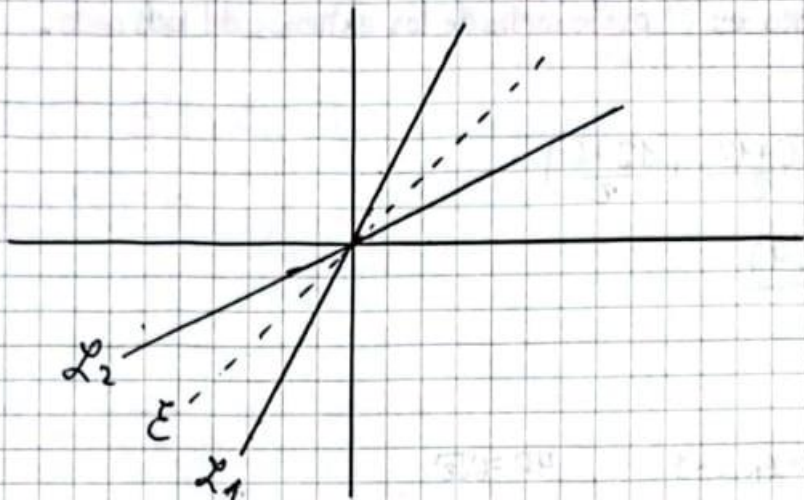
$$d(L, E)$$



$$E = x - y$$

$$0 = x - y$$

3.
a)



$$L(x_L, 2x_L) \quad R(2x_R, x_R)$$

$$d(L, E) = 3\sqrt{2}$$

$$\frac{|x_L - 2x_L|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 3\sqrt{2}$$

$$\frac{(-x_L)^2}{2} = 18$$

$$x_L^2 = 36 \quad x_{L1} = 6 \quad 2x_{L1} = 12$$

$$x_{L2} = -6 \quad 2x_{L2} = -12$$

$$d(R, E) = 3\sqrt{2}$$

$$\frac{|2x_R - x_R|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 3\sqrt{2}$$

$$\frac{(x_R)^2}{2} = 18 \quad x_{R1} = 6 \quad 2x_{R1} = 12$$

$$x_{R2} = -6 \quad 2x_{R2} = -12$$

Si el foco tiene abscisa positiva, entonces los extremos deben ser positivos.

$$L(6, 12) \quad R(12, 6)$$

Presente aquí su trabajo

- El foco es el punto medio de los extremos del lado recto.

$$FP \left(\frac{6+12}{2}, \frac{12+6}{2} \right)$$

$$FP(9,9)$$

b)

$$m_E \cdot m_{LD} = -1$$

$$4P = 6\sqrt{2}$$

$$m_{LD} = -1$$

$$2P = 3\sqrt{2}$$

~~calculo~~

$$B \in E, B \in LD$$

$$B(x,x)$$

$$d(P,B) = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{(x-9)^2 + (x-9)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$2(x-9)^2 = 18$$

$$(x-9)^2 = 9$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 12$$

~~calculo~~

- Eligimos $x=6$, porque el vértice debe tener una abscisa menor a 1 foco.

$$B(6,6) \in LD \quad m_{LD} = -1$$

$$y-6 = (x-6)(-1)$$

~~calculo~~

~~calculo~~

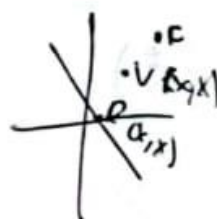
$$y-6 = 6-x$$

$$x+y-12=0$$

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

• V • F

$$\frac{Ax+By+C}{\sqrt{A^2+B^2}}$$



• V • F

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

Presente aquí su trabajo

Ecuación de la parábola:

$$d(P, F) = d(P, L_0)$$

• Sea $P(x, y)$ que pertenece
a la parábola

~~$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$~~

~~$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$~~

~~$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = \frac{|x+y|}{\sqrt{2}}$$~~

~~$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = \frac{|x+y|}{\sqrt{2}}$$~~

$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = \frac{|x+y-12|}{\sqrt{2}}$$

Ecuación de la parábola

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

4.

a)

$$m_x = \frac{-4 - (-2)}{-2 - 2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$m_{AB} \cdot m_x = -1 \quad m_{AB} = -2$$

Construcción de recta AB:

$$y - 3 = (x - 2)(-2)$$

$$y - 3 = -2x + 4$$

$$\underline{2x + y - 7 = 0}$$

b)

~~Centro de G₁:~~

Centro de G₁:

$$2x + y - 7 = 0$$

$$x - 2y - 6 = 0$$

$$x = 4$$

$$y = -1$$

$$C_1(4, -1)$$

$$C_1 = B$$

$$\begin{cases} y + 7 = (x - 2)\frac{1}{2} \\ 2y + 4 = x - 2 \\ 0 = x - 2y - 6 \end{cases}$$

Radio de G₁:

$$\sqrt{(4 - 2)^2 + (-1 - 3)^2} = \sqrt{20}$$

$$\underline{\text{Ecuación de } G_1: (x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 20}$$

Centro de G₂ (Punto medio de A y B)

$$C_2\left(\frac{4+2}{2}, \frac{-1+3}{2}\right)$$

$$C_2(3, 1)$$

2x4

$$\begin{array}{r} 4x + y - 14 = 0 + \\ x - 7y - 6 = 0 \end{array}$$

$$\underline{5x - 20 =}$$

$$x = 4$$

$$4 - 2y - 6 = 0$$

$$-2 = 2$$

$$y = -1$$

$$\sqrt{2+4^2}$$

$$16+1^2$$

Presente aquí su trabajo

Radio de G_2 :

$$\sqrt{(3-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{5}$$

Ecuación de G_2 : $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$

c)

Punto de referencia de L (0,0)

$$L \Rightarrow x - 2y - 6 = 0$$

Reemplazando

$$-6 \leq 0$$

Punto de referencia de G_1 (0,0)

$$G_1: (x-4)^2 + (y+1)^2 = 20$$

$$17 < 20$$

Punto de referencia de G_2 (3,1)

$$G_2: (x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$$

$$0 > 5$$

• El signo está al revés, ya que este

✓ punto NO pertenece a la región sombreada

Sistema de inecuaciones que describen la región sombreada

• ~~inecuación~~ $x - 2y - 6 \leq 0$

• $(x-4)^2 + (y+1)^2 \leq 20$

• $(x-3)^2 + (y-1)^2 \geq 5$