

FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

TERCERA PRÁCTICA DIRIGIDA

SEMESTRE ACADÉMICO 2021-0

Horario: Todos.

Duración: 110 minutos

Elaborada por todos los profesores.

Problemas Obligatorios

1. Sea f la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & , \quad \text{si } -1 \leq x < 2 \\ 4 - x^2 & , \quad \text{si } 2 < x \leq 3 \\ -5 - \frac{1}{x-3} & , \quad \text{si } x > 3. \end{cases}$$

- a) Indique si la función f es creciente o decreciente en los intervalos $[-1, 2[$, $]2, 3]$ y $]3, +\infty[$.
- b) Indique si la función f es inyectiva. En caso de que lo sea, halle el dominio, la regla de correspondencia y esboce la gráfica de la función inversa f^{-1} .
2. a) Demuestre que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = e^x + 2x$ es creciente.
- b) ¿Cuál es el conjunto solución de la inecuación $e^x + 2x \geq 1$?

Problemas Complementarios

1. a) Determine el número de soluciones de $e^x - \ln(1-x) = 1$.
- b) Halle el conjunto solución de $e^x - \ln(1-x) < 1$.
2. Halle el conjunto solución de la inecuación $|e^{|x^2-4|} - 2| > 3$.
3. Demuestre que $f(x) = \frac{\ln x}{1 + \ln x}$, $x > 2$ tiene inversa y halle el dominio y la regla de correspondencia de f^{-1} .
4. Sea f la función con regla de correspondencia

$$f(x) = \frac{5x^2 - 31x + 48}{x^2 - 8x + 15}$$

Esboce la gráfica de f e indique los intervalos donde es creciente y los intervalos donde es decreciente.

5. Determine la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones.

a) La función $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$, $x \geq 0$, es creciente.

- b) Si f es inyectiva, entonces $g(x) = f(x^3)$ es inyectiva.
- c) $x(e^x - 1) \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
- d) Si la función $f + g$ es creciente, entonces las funciones f y g son crecientes.
- e) La función $f(x) = e^{|x|}$ es creciente.

6. Sea $a \in \mathbb{R}$ y

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(2^{x+2} + 4) & , x \leq 0 \\ ax^2 - 4x + 2a & , x > 0. \end{cases}$$

- a) Determine los valores de a de modo que f sea inyectiva.
- b) Halle la inversa de f para dichos valores.

7. Determine la regla de correspondencia de una función $f : \mathbb{R} \setminus \{3, -3\} \rightarrow \mathbb{R}$ que cumple las siguientes condiciones.

- f es impar.
- $-f$ es creciente y positiva en $]0, 3[$.
- $\frac{1}{f}$ es creciente y negativa en $]3, 6[$.
- $x = 3$ es una asíntota de vertical de la gráfica de f .
- $y = 2$ es una asíntota horizontal de la gráfica de f .
- $f(6) = 0$.
- La gráfica de f incluye partes de funciones exponenciales y de funciones logarítmicas.

San Miguel, 24 de febrero de 2021.