PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

Álgebra Matricial y Geometría Analítica
Tercera Práctica Calificada
(2017-1)

Indicaciones:

* No se permite el uso de apuntes de clase ni libros.
* Explique detalladamente las soluciones.
* Duración: 1 hora y 50 minutos.

---

1. Sea $\mathcal{L}$ la recta con ecuación vectorial $(x, y, z) = (2, -1, 3) + t(-1, 2, 1)$, donde $t \in \mathbb{R}$.

   a) Compruebe que el punto $A = (2, -1, 3)$ está en $\mathcal{L}$, pero que $(1, 1, 1)$ no lo está.

   b) Halle la ecuación cartesiana del plano que pasa por A y es orthogonal a $\mathcal{L}$.

   c) Halle el punto en el que $\mathcal{L}$ corta al plano $3x + 5y - z = 6$.

   (4 pts.)

2. Sea $\mathcal{P}$ el plano que pasa por los puntos $(1, 0, 2)$, $(0, 1, 3)$ y $(-3, 2, 0)$. Halle la distancia del punto $Q = (3, 2, 5)$ al plano $\mathcal{P}$. (4 pts.)

3. Sea P el paralelepípedo formado por los vectores $(1, 0, 0)$, $(3, 2, 0)$ y $(0, 0, -1)$. Sea Q el paralelepípedo determinado por los vectores

   $$\vec{u} = (\cos\theta, -\operatorname{sen}\theta, 0), \quad \vec{v} = (3\cos\theta + 2\operatorname{sen}\theta, -3\operatorname{sen}\theta + 2\cos\theta, 0) \quad \text{y} \quad \vec{w} = (0, 0, -k^2),$$

   donde k y θ son números reales. Demuestre que el volumen de Q es igual a k^2(volumen de P).

   (4 pts.)

4. Sean $\mathcal{P}_1$ y $\mathcal{P}_2$ los planos paralelos con ecuaciones $Ax+By+Cz = D_1$ y $Ax+By+Cz = D_2$, respectivamente. Demuestre que la distancia desde cualquier punto $Q(x_0, y_0, z_0)$ de $\mathcal{P}_1$ al plano $\mathcal{P}_2$ está dada por

   $$\frac{|D_1 - D_2|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

   (3 pts.)

Continúa ...

5. Analice y justifique la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones. Si la proposición es verdadera, brinde una prueba. En caso de que la afirmación sea falsa, exhiba un contraejemplo.

   a) El vector $\vec{w} = (-1, 1, 1)$ es combinación lineal de los vectores $\vec{u} = (1, 0, 1)$ y $\vec{v} = (1, 1, 0)$.
   (1 pt.)

   b) Para los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ en $\mathbb{R}^n$, si $\vec{u} \cdot \vec{w} = 0$ y $\vec{v} \cdot \vec{w} = 0$, entonces $\vec{u} = \vec{v}$.
   (1 pt.)

   c) En $\mathbb{R}^3$, si dos rectas no son paralelas, entonces deben intersectarse en un punto.
   (1 pt.)

   d) Para los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ en $\mathbb{R}^2$, si $\vec{u}$ es ortogonal a $\vec{v}$ y $\vec{v}$ es orthogonal a $\vec{w}$, entonces $\vec{u}$ es ortogonal a $\vec{w}$. (1 pt.)

   e) Sean $\vec{v} = (1, 2, 3)$ y $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. Entonces la proyección ortogonal de $\vec{v}$ sobre $\vec{u}$ es $\frac{3}{4}(1, 1, \sqrt{2})$. (1 pt.)

Práctica elaborada por los coordinadores del curso.

Turno: 17:00 - 19:00

San Miguel, 1 de junio de 2017.