PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERU
ESTUDIOS GENERALES DE CIENCIAS
Fundamentos de Cálculo
Segunda Práctica Calificada –Solución
(2017-2)

1. Resuelva en $\mathbb{R}$ las inecuaciones siguientes:

   a) $\frac{(1-x)^2(4-2x)}{x(2x-3)^2} \leq 0$ (2 puntos)

   b) $\left|\frac{3x-1}{2-x}\right| \leq x-1$ (3 puntos)

   Solución:

   a) $\frac{4-2x}{x} \leq 0, x \neq 3/2 \rightarrow \frac{2x-4}{x} \geq 0 \rightarrow x \in \left]-\infty, 0\right[\cup \{1\} \cup [2, +\infty[$

   C.S=$\left]-\infty, 0\right[\cup \{1\} \cup [2, +\infty[$.

   b) $(x-1 \geq 0) \wedge \left(\frac{3x-1}{2-x} \geq 1-x \wedge \frac{3x-1}{2-x} \leq x-1\right)$

   $$\rightarrow (x \geq 1) \wedge \left(\frac{x^2-6x+3}{x-2} \geq 0 \wedge \frac{x^2+1}{x-2} \geq 0\right)$$

   $$\rightarrow (x \geq 1) \wedge \left(\frac{(x-3-\sqrt{6})(x-3+\sqrt{6})}{x-2} \geq 0 \wedge \frac{1}{x-2} \geq 0\right)$$

   C.S=$[3+\sqrt{6}, +\infty[$.

2. Se sabe que la relación entre grados Celsius (^oC) y grados Fahrenheit (^oF) está dada por $C = \frac{5}{9}(F-32)$. Cierta medicina, para que se preserve, debe estar a una temperatura no mayor a 25^oC ni menor que 5^oC. Determine los valores que puede tomar la temperatura en ^{o}F para preservar la medicina. (3 puntos)

   Solución:

   $$5 \leq C \leq 25 \leftrightarrow \frac{5}{9}(F-32) \geq 5 \wedge \frac{5}{9}(F-32) \leq 25 \leftrightarrow 41 \leq F \leq 77.$$

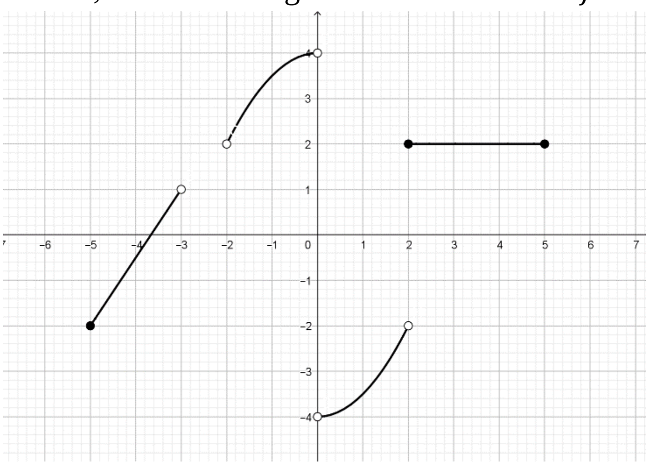
3. Determine el dominio de la función f, cuya regla de correspondencia es
   $$f(x) = \sqrt{|x-5|-1}.$$ (2 puntos)

   Solución:

   $|x-5|-1 \geq 0 \leftrightarrow x \geq 6 \vee x \leq 4.$

   Por lo tanto, Dom(f)=$\left]-\infty, 4\right] \cup [6, +\infty[$.

4. A continuación, se muestra la gráfica de una función f



a) Determine el dominio y el rango de f. (1 punto)

b) Halle las coordenadas del punto de intersección de la gráfica de f con el eje de abscisas. (2 puntos)

Solución:

a) Dom(f)=$[-5,-3[\ \cup\ ]-2,0[\ \cup\ ]0,5]$, Ran($f$)=$]-4,1[\ \cup\ [2,4[$.

b) Ecuación del segmento de recta que interseca al eje de abscisas: $y = \frac{3}{2}x + \frac{11}{2}$

Punto de intersección: (-11/3,0)

5. Analice la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones, justificando adecuadamente sus respuestas.

a) Para $a \in \mathbb{R} - \{0\}$, si $a + \frac{1}{a} = 3$, entonces el valor de $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 4$. (1 punto)

b) $\left|\frac{x-5}{x-2} - 3\right| < 1$ es condición suficiente para que $|3x+2| < 1$. (2 puntos)

c) La gráfica de la función $f(x) = 5 - \frac{2}{5}x$, para $-5 \leq x < 0$, interseca al eje de ordenadas. (0.5 puntos)

d) La gráfica de la ecuación $x + y^2 = 1$ representa una función de la forma $y = f(x)$. (0.5 puntos)

Solución:

a) Verdadero. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 7 > 4$.

b) Falso.

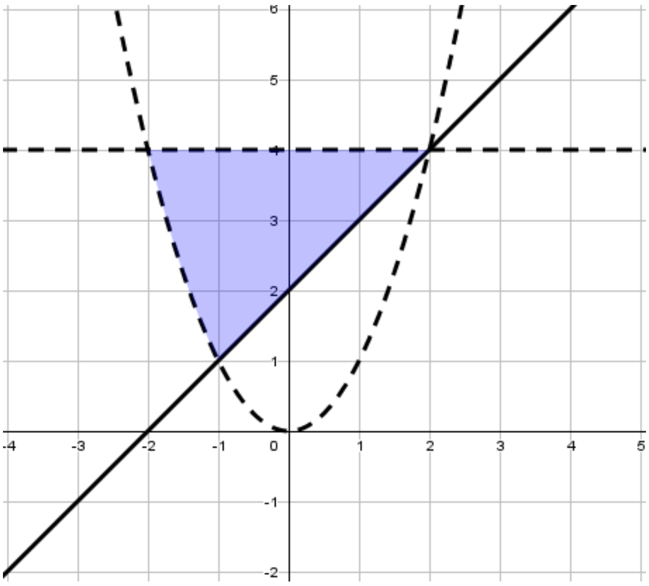
$$\left|\frac{x-5}{x-2} - 3\right| < 1 \rightarrow -1 < -2 - \frac{3}{x-2} < 1 \rightarrow -1 < x < 1$$

$$\rightarrow -1 < 3x + 2 < 5 \quad \rightarrow |3x+2| < 5$$

c) Falso. $x = 0 \notin$Dom(f)

d) Falso. La recta vertical $x = 0$ corta a la gráfica de la ecuación en dos puntos.

6. Escriba el sistema de inecuaciones que representa la región sombreada, limitada por la porción de parábola y los dos segmentos que se muestran en la siguiente figura. (3 puntos)



Solución:

$$\begin{cases} y > x^2 \\ y \geq x + 2 \\ y < 4 \end{cases}$$