ESTUDIOS
**GENERALES**
**CIENCIAS**

PONTIFICIA
**UNIVERSIDAD**
**CATÓLICA**
DEL PERÚ

# FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

SEGUNDA PRÁCTICA CALIFICADA
SEMESTRE ACADÉMICO 2018-1

Horario: 113,114,115,116,117,118,119,120,121,122,123,125,126 y B125

Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores del curso.

**ADVERTENCIAS:**

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

**INDICACIONES:**

- Tiempo de duración: 1 hora y 50 minutos.
- No se permite el uso de apuntes de clase, libros ni calculadoras.
- Explique detalladamente las soluciones.
- La presentación, la ortografía, y la gramática serán tomadas en cuenta en la calificación.

---

1. Resuelva en $\mathbb{R}$ las inecuaciones siguientes:
   a) $x^3 + 6 \geq 4 - 2x^2 - x$ — 1 punto
   b) $(x^2 + 2x + 2)\left(1 - \left|\frac{2x-3}{x-7}\right|\right) \leq 0$ — 2 puntos
   c) $\frac{|x-2|}{4-|3x-6|} \leq 0$ — 2 puntos

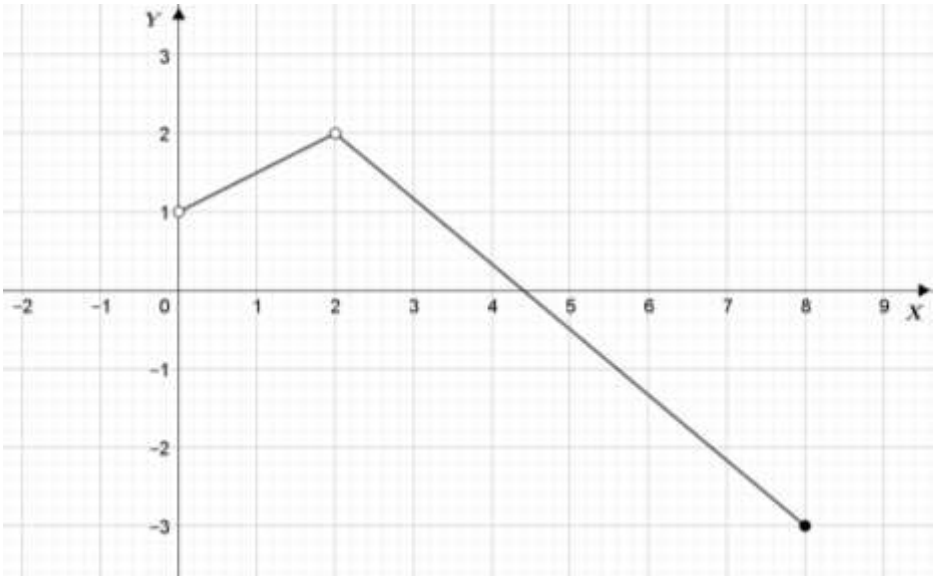
2. Un motociclista viaja a velocidad constante por una carretera siguiendo una trayectoria rectilínea. Inicia su recorrido partiendo a la 1pm de una cafetería ubicada en la carretera y 3 horas después se encuentra en el primer peaje ubicado a 150 km de la cafetería.
   a) Si $t$ es el número de horas transcurridas desde que el motociclista inició su recorrido, determine la posición del motociclista (en kilómetros) respecto a la cafetería en términos de $t$. — 1.5 puntos
   b) ¿A qué hora llegará el motociclista al segundo peaje, que se encuentra a 370 km de la cafetería? — 1.5 puntos

3. Grafique la región representada por las siguientes inecuaciones: — 3 puntos

$$\begin{cases} y \geq -x - 6 \\ x^2 \leq -5y + 6 \\ x \leq y \end{cases}$$

4. Encuentre el dominio y rango de la función $f$ definida por $f(x) = 3 - \sqrt{6x - x^2}$ — 2 puntos

5. A continuación, se muestra la gráfica de dos segmentos de recta que representa a una función real *f*.




Determine:

a) El dominio y rango de $f$. 1 punto

b) La regla de correspondencia de la función $f$ definida para todo $x \in ]2,8]$. 1 punto

c) Las coordenadas de los puntos de intersección de la gráfica de $f$ con los ejes coordenados. 1 punto

6. Analice la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones, justificando adecuadamente su respuesta:

a) Si la gráfica de una función lineal interseca al eje Y en un punto de ordenada negativa, entonces interseca al eje X en un punto de abscisa positiva. 1 punto

b) $|x^2 - x| + x > 1$ es condición suficiente para que $x \in ]-\infty; -1[$ 1 punto

c) Si $|x + 7| \leq 3$, entonces $\left|\frac{x}{x-1}\right| < \frac{10}{11}$ 1 punto

d) El rango de la función $f$ definida por $f(x) = \frac{x}{x-3}$, con $x \in [0,2]$ es $[-2,0]$. 1 punto

Coordinadora de práctica: Iris Flores

San Miguel, 26 de abril de 2018

ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

PUCP

ENTREGADO

04 MAY 2018

# Práctica

| Año | Número |
|---|---|
| 2018 | 1113 |

Código de alumno

Lázaro Carbajal, Diego Estuardo

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: FCAL

Práctica N°: 2

Horario de práctica: P-123

Fecha: 26/04/18

Nombre del profesor: N. Rubio

Nota

20

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: (iniciales) M.C.M.

## INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Noviembre 2016

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

**Presente aquí su trabajo**

P(1)

(a)

$$x^3+6 \geq 4-2x^2-x$$

$$x^3+2x^2+x+2 \geq 0$$

$$x^2(x+2)+(x+2) \geq 0$$

$$(x^2+1)(x+2) \geq 0$$

→ Dado que "$x^2+1$" siempre es positivo:

$$x+2 \geq 0$$

$$x \geq -2 \quad \rightarrow \quad C.S = [-2; +\infty[$$

1

(b)

$$(x^2+2x+2)\left(1-\left|\frac{2x-3}{x-7}\right|\right) \leq 0$$

$$(x^2+2x+1+1)\left(1-\left|\frac{2x-3}{x-7}\right|\right) \leq 0$$

$$\left[(x+1)^2+1\right]\left(1-\left|\frac{2x-3}{x-7}\right|\right) \leq 0$$

→ Dado que $(x+1)^2+1$ siempre es positivo:

$$\rightarrow 1-\left|\frac{2x-3}{x-7}\right| \leq 0$$

$$\left|\frac{2x-3}{x-7}\right| \geq 1 \geq 0$$

$$\left(\frac{2x-3}{x-7}\right)^2 \geq 1^2 \quad \text{(Dado que ambos son positivo no altera la desigualdad)}$$

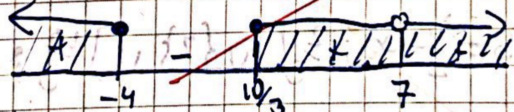
2

$$(2x-3)^2 \geq (x-7)^2 \ \ldots \text{(con condición: } x \neq 7)$$

$$(2x-3)^2-(x-7)^2 \geq 0$$

$$(x+4)(3x-10) \geq 0$$

→ Luego por puntos de referencia: (tomando encuenta la condición)




$$C.S. = ]-\infty; -4] \cup [10/3; 7[ \cup ]7; +\infty[$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

ⓒ

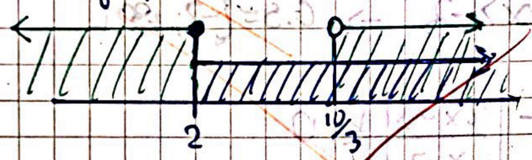
$$\frac{|x-2|}{4-|3x-6|} \leq 0$$

$\Rightarrow$ S: $x \geq 2$ ... (condición: $\alpha_1$)

$$\Rightarrow \frac{x-2}{4-(3x-6)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-2}{-3x+10} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-2}{3x-10} \geq 0$$

$\Rightarrow x \in \left]-\infty; 2\right] \cup \left]\frac{10}{3}; +\infty\right[ \ldots (\beta_1)$

Pero, tomando en cuenta la condición, el conjunto solución es la intersección de $\alpha_1$ y $\beta_1$.



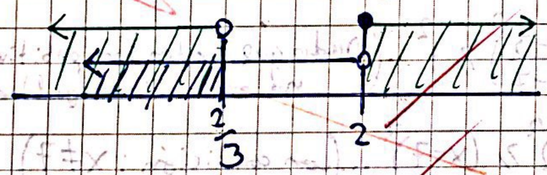
$\therefore x \in \{2\} \cup \left]\frac{10}{3}; +\infty\right[ \ldots (\theta)$

$\Rightarrow$ S: $x < 2$ ... (condición: $\alpha_2$)

$$\Rightarrow \frac{-x+2}{4-[-(3x-6)]} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-x+2}{3x-2} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-2}{3x-2} \geq 0$$

$\Rightarrow x \in \left]-\infty; \frac{2}{3}\right[ \cup \left[2; +\infty\right[ \ldots (\beta_2)$

Pero tomando en cuenta la condición, el conjunto solución es la intersección de $\alpha_2$ y $\beta_2$



$\therefore x \in \left]-\infty; \frac{2}{3}\right[ \ldots (\Omega)$

$\Rightarrow$ Finalmente el conjunto solución de toda la inecuación es la unión de $\theta$ y $\Omega$:

$$C.S = \left]-\infty; \frac{2}{3}\right[ \cup \{2\} \cup \left]\frac{10}{3}; +\infty\right[$$

2

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

# Presente aquí su trabajo

P②

- Recorrido: 150 Km
- Tiempo de recorrido: 3h
- velocidad: constante

$\rightarrow V = \frac{e}{t} = \frac{150 Km}{3h} = 50 Km/h$ ... (representa que tan rápido aumentan los Km recorridos con respecto al tiempo)

ⓐ

Siendo:

P: posición del motociclista respecto a la cafetería en Km.

t: número de horas transcurridas desde el inicio de su recorrido.

Entonces:

$\Rightarrow P = 50t$ (Km), $t \geq 0h$

→ (considerando que 50km son los que recorre el motociclista en una hora)

ⓑ

$P(t) = 370 Km = 50t$

$370 = 50t \Leftrightarrow t = \frac{37}{5} = 7{,}4h = 7h \cdot \frac{4}{10}h$

$t = 7h\ 24 min.$

→ Dado que su recorrido empieza a la 1pm y transcurren 7 horas y 24 minutos hasta que llegue a la 2° estación, llegará allá a las 8:24pm//

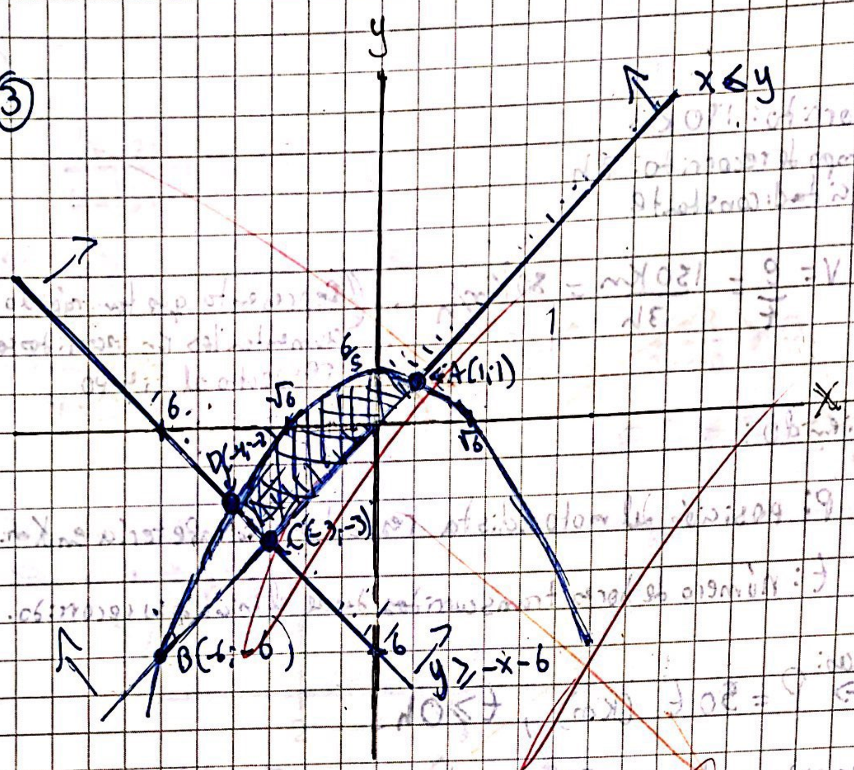
3

13

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

P③




$\Rightarrow x^2 \leq -5(y-\frac{6}{5})$

$\begin{cases} x^2 = -5y+6 \\ x = y \end{cases} \Rightarrow x^2 = -5x+6$

$x^2+5x-6=0$

$x \quad +6 \quad x=-6 \wedge y=-6 \Rightarrow B(-6;-6)$

$x \quad -1 \quad x=+1 \wedge y=+1 \Rightarrow A(1;1)$

$\begin{cases} y = -x-6 \\ x = y \end{cases} \Rightarrow x = -x-6$

$+2x=-6$

$x=-3 \wedge y=-3 \Rightarrow C(-3;-3)$

$\begin{cases} x^2 = -5y+6 \\ y = -x-6 \end{cases} \Rightarrow x^2 = -5(-x-6)+6$

$x^2 = 5x+30+6$

$x^2-5x-36=0$

$x \quad -9 \rightarrow x=9$

$x \quad +4 \rightarrow x=-4 \wedge y=-2 \Rightarrow D(-4;-2)$

3

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

# Presente aquí su trabajo

P(4)

$f(x) = 3 - \sqrt{6x - x^2} \Rightarrow 6x - x^2 \geq 0$

$0 \geq x^2 - 6x$

$0 \geq x(x-6)$

$x \in [0; 6] \Leftrightarrow Dom(f) = [0; 6]$

Hallando rango:

$0 \leq x \leq 6 \Leftrightarrow -3 \leq x - 3 \leq 3$

$\hookrightarrow 0 \leq (x-3)^2 \leq 9$

$0 \leq x^2 - 6x + 9 \leq 9$

$-9 \leq x^2 - 6x \leq 0$

$9 \geq -x^2 + 6x \geq 0$

$3 \geq \sqrt{-x^2 + 6x} \geq 0$

$-3 \leq -\sqrt{-x^2 + 6x} \leq 0$

$0 \leq 3 - \sqrt{-x^2 + 6x} \leq 3$

$0 \leq f(x) \leq 3$

$\therefore Ran(f) = [0; 3]$

2

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

P⑤ Del gráfico:

ⓐ

$Dom(f) = ]\cancel{1} ; 2[ \cup ]2 ; 8]$ → $]0;2[ \cup ]2;8]$.

0.5

$Ran(f) = [-3 ; 2[$

ⓑ $f(x) = -\frac{5}{6}x + \frac{11}{3}$ ; $2 < x \leq 8$

1

ⓒ

→ La ecuación de la recta que intersecta al origen de las absisas es: $f(x) = -\frac{5}{6}x + \frac{11}{3}$

Para $f(x) = 0$ ; $0 = -\frac{5}{6}x + \frac{11}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{6}x = \frac{11}{3}$

$x = \frac{22}{5}$

1

∴ el punto de intesección con el eje "x" es $P(\frac{22}{5};0)$

→ No hay intersección con el eje "y".

Scanned with CamScanner

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

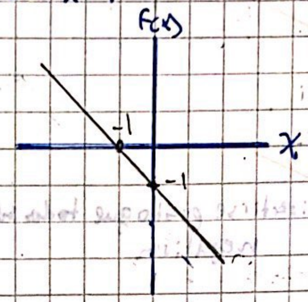
$\frac{x}{x-1} = \frac{x-1+1}{x-1}$

$= 1 + \frac{1}{x-1}$

P ⑥

ⓐ Falso, basta poner de contra ejemplo:

$f(x) = -x - 1$




$\Rightarrow$ f(x) es una función lineal que interseca al eje y en un punto de ordenada negativa, e interseca al eje x en una abscisa negativa también.

ⓑ

$\rightarrow |x^2 - x| + x > 1$

$|x^2 - x| > 1 - x$

$(x^2 - x)^2 > (1 - x)^2$

$(x^2 - x)^2 - (x-1)^2 > 0$

$(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 1) > 0$

$(x-1)^2 (x^2 - 1) > 0$

Dado que $(x-1)^2$ siempre es positivo

$\rightarrow x^2 - 1 > 0$

$x^2 > 1 \rightarrow x > 1 \lor x < -1$

$C.S = ]-\infty; -1[ \cup ]1; +\infty[$

$\rightarrow$ considerando que $(]-\infty; -1[ \cup ]1; +\infty[)$ no está completamente incluido en $]-\infty; -1[$, la afirmación es falsa.

ⓒ Puesto que:

$|x+7| \leq 3 \rightarrow -3 \leq x + 7 \leq 3 \rightarrow -10 \leq x \leq -4$

Debido a que $x$ puede ser $-10$:

$\left|\frac{x}{x-1}\right| = \left|\frac{-10}{-10-1}\right| = \left|\frac{-10}{-11}\right| = \frac{10}{11} \not< \frac{10}{11}$

$\therefore$ La afirmación es falsa.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

2)

$F(x) = \frac{x}{x-3} = \frac{x-3+3}{x-3} = 1 + \frac{3}{x-3}$

$\rightarrow x \in [0,2]$

$\hookrightarrow 0 \leq x \leq 2$

$-3 \leq x-3 \leq -1$

$-\frac{1}{3} \geq \frac{1}{x-3} \geq -1$ (puede invertirse puesto que todos son negativos)

$-1 \geq \frac{3}{x-3} \geq -3$

$0 \geq 1 + \frac{3}{x-3} \geq -2$

$0 \geq f(x) \geq -2 \leftrightarrow Ran(f) = [-2;0]$

∴ La afirmación es <u>verdadera</u>.

$\frac{1+1-x}{1-x} = \frac{x}{1-x}$

$\frac{1}{1-x} + 1 =$

Scanned with CamScanner