

**ALGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA**

EXAMEN FINAL

SEMESTRE ACADÉMICO 2018 -1

Horario: Todos

Duración: 3 horas

Elaborado por todos los profesores

**ADVERTENCIAS:**

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comuníquese a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

**INDICACIONES:**

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas ni calculadoras.
- Enumere las páginas del cuadernillo en la parte superior del 1 al 12 y utilice cada página para resolver cada una de las preguntas, según el orden establecido en la prueba.
- Resuelva TODAS las preguntas.

- 
1. Considere las rectas  $\mathcal{L}_1 : P = (1, 0, 2) + t(1, 2, 3)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , y  $\mathcal{L}_2 : x - 3 = -z = \frac{y-2}{x}$ . Halle
    - a) La posición relativa de las rectas  $\mathcal{L}_1$  y  $\mathcal{L}_2$  (esto es, paralelas, alabeadas, etc.) (1 pt)
    - b) La ecuación cartesiana del plano  $\mathcal{P}$  que contiene a la recta  $\mathcal{L}_2$  y es paralelo a la recta  $\mathcal{L}_1$ . (2 pt)
    - c) Una ecuación vectorial de la recta que resulta de interseccón  $\mathcal{P}$  con el plano  $x + y = 0$ . (1 pt)
  2. Considere las matrices (3 pt)  
$$A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 3x & 3y & 3z \\ 4+2x & 5+2y & 6+2z \end{pmatrix}.$$

Si se sabe que  $\det(A) = 4$ , calcule  $\det(3AA^TA^{-1}) + \det(B)$ .

3. Dado el sistema (3 pt)  
$$\begin{cases} 2x - \alpha y + z = -2\alpha + 5 \\ x + y - \alpha z = 1 \\ 4x + y - \alpha z = \alpha \end{cases},$$

determine los valores de  $\alpha \in \mathbb{R}$  para los casos en que el sistema tenga solución única, infinitas soluciones y no tenga solución.

4. Sea  $w = \sqrt{3} - i$ . Si  $z = (2i + w)^9$ , se pide:
  - a) Halle la forma polar de  $\bar{z}$ . (1 pt)

- b) Halle todos los  $u \in \mathbb{C}$  tales que  $u^3 = \bar{z}$ . (2 pt)
5. Sean  $\vec{a}, \vec{b}$  y  $\vec{c}$  vectores en  $\mathbb{R}^3$ , con  $\vec{a} \neq \vec{0}$ . Analice la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones (justifique sus respuestas):
- Si  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ , entonces  $\vec{b} = \vec{c}$ . (1 pt)
  - Si  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ , entonces  $\vec{b} = \vec{c}$ . (1 pt)
  - Si  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$  y  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ , entonces  $\vec{b} = \vec{c}$ . (1 pt)
6. Sea el conjunto
- $$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} k \\ k+2 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -k \\ k+1 \end{pmatrix} \right\}$$
- donde  $k$  es una constante real. Se pide:
- Para  $k = -1$ , analice si  $S$  es linealmente dependiente o independiente. Además, para este caso, ¿ $\vec{v} = (4, 3, 7)^T$  pertenece al subespacio generado por  $S$ ? (1.5 pt)
  - Halle los valores de  $k$  para que  $S$  sea una base de  $\mathbb{R}^3$ . (1 pt)
  - Determine, si existen, los valores de  $k$  para que el subespacio generado por  $S$  sea una recta, y además, halle una base para este subespacio. (1.5 pt)

San Miguel, 28 de junio de 2018.



ENTREGADO  
10 JUL 2018

Año Número  
2018 3244  
Código de alumno

Segundo examen

Muñoz Quispe Emerson Raul

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: AMGA

Horario: H-118

Fecha: 28/06/2018

Nombre del profesor: J. Henostroza

Nota  
20

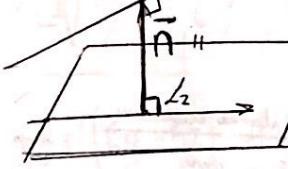
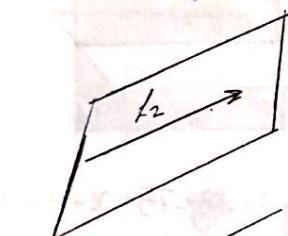
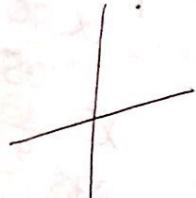
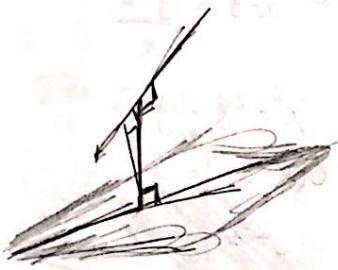
Firma del profesor

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
  - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
  - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
  - evitar borrones, manchas o roturas;
  - no usar corrector líquido;
  - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir este examen calificado, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

# Presente aquí su trabajo



$$\bar{n} \cdot d_{l_1} = 0$$

$$2n - 14t = -2$$

$$4n - 28t = -4$$

$$4n - 5t = -2$$

$$0 + 23t = 2$$

$$t = \frac{2}{23}$$

$$2n - 14\left(\frac{2}{23}\right) = -2$$

$$2n - \frac{44}{23} = -2$$

1

$$L_1: P = (1, 0, 2) + t(1, 2, 3), t \in \mathbb{R}$$

$$L_2: P = (3, 0, 2) + s(1, -1, 2), S \in \mathbb{R}$$

a)

Analizamos

► Vector dirección

$$l_1 \quad (1, 2, 3) \quad (1, 2, 3) \neq l(1, -1, 2)$$

$$l_2 \quad (1, -1, 2) \quad \begin{matrix} \text{No existe} \\ l \text{ que cumpla} \end{matrix} \Rightarrow \text{no son paralelas} //$$

► Posible punto de intersección

$$l_1 \quad \begin{cases} 1+t = x \\ 2t = y \\ 3t = z \end{cases}$$

$$l_2 \quad \begin{cases} 3+s = x \\ -s = y \\ 2+2s = z \end{cases}$$

Igualamos

$$\begin{cases} 1+t = 3+s \\ 2t = -s \\ 3t = 2+2s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t-s = 2 \\ 2t+s = 0 \\ 3t-2s = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3t = 2 \\ 2\left(\frac{2}{3}\right) + s = 0 \\ 3t-2s = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{2}{3} \\ s = \frac{4}{3} \\ 2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \text{No existe } t \text{ y } s \\ \text{que cumplan la igualdad} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 3\left(\frac{2}{3}\right) - 2\left(\frac{4}{3}\right) = 2 \\ 2 - \frac{8}{3} = 2 \end{matrix}$$

No concluye que las rectas

son alabeadas //

$$\rightarrow F_1 + F_2$$

$$\begin{matrix} 3t = 2 \\ 2\left(\frac{2}{3}\right) + s = 0 \\ 3t-2s = 2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} t = \frac{2}{3} \\ s = \frac{4}{3} \\ 2 = 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \frac{2}{3} - \frac{8}{3} = 2 \\ -2/3 \neq 2 \end{matrix}$$

b) Ecuación del Plano  $\rightarrow L_2 \quad P \parallel l_1$

$$\bar{n} \cdot d_{l_1} = 0$$

$$\text{Bastaba hacer} \quad \bar{m} = (1, 2, 3) \times (1, -1, 2)$$

Punto del Plano - Vector dirección

$$(3, 0, 2) \quad (1, -1, 2)$$

$$\bar{m} = (7, 1, -3)$$

$$P_{l_1} = (1+t, 2t, 2+3t)$$

$$P_{l_2} = (3+s, -s, 2+s)$$

$$\overrightarrow{P_{l_1} P_{l_2}} = (3+s-(1+t), -s-(2t), 2+s-(2+3t))$$

$$\overrightarrow{P_{l_1} P_{l_2}} = (2+s-t, -s-2t, s-3t)$$

$$\overrightarrow{P_{l_1} P_{l_2}} \cdot (1, 2, 3) = 0$$

$$\overrightarrow{P_{l_1} P_{l_2}} \cdot (1, -1, 2) = 0$$

$$(2+s-t)1 + (-s-2t)2 + 3(s-3t) = 0 \quad |(2+s-t) - 1(-s-2t) + 2(s-3t) = 0$$

$$2+s-t - 2s - 4t + 3s - 9t = 0 \quad 2+s-t + s + 2t + 2s - 6t = 0$$

$$2s - 14t = -2 \quad ||$$

$$4s - 5t = -2$$

$$-7t + 2t =$$

2.

# Presente aquí su trabajo

$$\begin{aligned} 2s - 14t &= -2 \\ 4s - 5t &= -2 \end{aligned} \rightarrow t = \underline{\underline{\frac{2}{23}}} \quad 4s - 5\left(\frac{2}{23}\right) = -2$$

$$4s - \frac{10}{23} = -\frac{46}{23}$$

$$\overrightarrow{P_1 P_2} = (2 + s - t, -s - 2t, s - 3t) \quad 4s = -\frac{46}{23} + \frac{10}{23}$$

$$\left( \frac{46}{23} - \frac{9}{23} - \frac{2}{23}, \frac{9}{23} - \frac{4}{23}, \frac{-9}{23} - \frac{6}{23} \right)$$

$$\left( \frac{35}{23}, \frac{5}{23}, -\frac{15}{23} \right)$$

$$4s = -\frac{36}{23}$$

$$s = -\frac{9}{23}$$

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$\begin{array}{r} 36 \\ 23 \\ \hline 4 \\ 1 \\ \hline 37 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ 23 \times 4 \\ \hline 6 \\ 23 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$33 \quad x - 3 = \frac{y - 2}{x}$$

$$x^2 - 3x = y - 2$$

$$x(x-3) = y - 2$$

$$35x - 75 = y - 2$$

$$35x = y + 73$$

$$35x = 75 + y$$

$$35x = 75 + 105$$

$$35x = 180$$

$$x = \frac{180}{35}$$

$$x = \frac{36}{7}$$

$$x = 5 \frac{1}{7}$$

$$x = 5.14$$

Ecuación del Plano

$$35x + 5y - 15z + D = 0$$

$$35(3) + 5(0) - 15(2) + D = 0$$

$$\begin{aligned} 105 - 30 + D &= 0 \Rightarrow \{ 35x + 5y - 15z - 75 = 0 \\ 75 + D &= 0 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{cases} 35x + 5y - 15z - 75 = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{cc|cc} 7 & 1 & -3 & 15 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc|cc} 6 & 0 & -3 & 15 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{array}$$

$$x + y = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = t \\ y = -t \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 6t - 3z &= 15 \\ 3z &= -15 - 6t \Rightarrow z = -5 - 2t \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_1 = P = (0; 0; -5) + d(1; -1; -2), d \in \mathbb{R} \parallel$$

10

B1 ∈ N

$$35x + 5y - 15z - 75 = x + y$$

$$35x - 5y = 75$$

$$5y = 75$$

$$y = 15$$

$$x = 15$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$\det(3A) = 3 \det(A)$$

$$\begin{array}{r} ( ) \\ \begin{array}{r} 525 - \\ 450 \\ \hline 75 \end{array} \end{array}, \quad \begin{array}{r} 75 \\ 15 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27x \\ 4 \\ \hline 108 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5-4=1 \\ .16x \\ 3 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x-y+z=4 \\ 108- \\ 48 \\ \hline 60 \end{array} \quad \begin{array}{r} 48- \\ 12 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \hline 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}$$

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} \quad \det = \frac{1}{4} \cdot 81 - \frac{48}{33}$$

$$x(1) - 1 \begin{pmatrix} y & z \\ 5 & 6 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} y & z \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x - 1(6y - 5z) + 4(y - z)$$

$$75 \times 6$$

$$x - 6y + 5z + 4y - 4z = 4$$

$$x - 2y + z = 4$$

$$\frac{525}{6} + 5y = 75$$

$$5y = \frac{450}{6} - \frac{525}{6}$$

$$5y = -\frac{75}{6}$$

2

$$A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A = x(1) - y(2) + z(1) = 4$$

$$x - 2y + z = 4$$

(4detA)

$F_3 - 2F_1$

$$\det A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow 4 \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x & y & z \\ 4 & 4 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x & y & z \\ 4 & 4 & 4 \\ 4+2x & 5+2y & 6+2z \end{pmatrix}$$

$F_1 \leftarrow F_2 \Rightarrow (-1)3(4\det A)$

$$3 \begin{pmatrix} x & y & z \\ 4 & 4 & 4 \\ 4+2x & 5+2y & 6+2z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3x & 3y & 3z \\ 4 & 4 & 4 \\ 4+2x & 5+2y & 6+2z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 3x & 3y & 3z \\ 4+2x & 5+2y & 6+2z \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \det B = (-1)(3)(4\det A)$$

$$(-1)3(4 \cdot 4) = -48 = \det B \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow A \cdot A^{-1} = I \Rightarrow \det(A) \cdot \det(A^{-1}) = \det(I) = 1$$

$$\Rightarrow \det(A) = \det(A^T) \quad \Rightarrow \det(KA) = K^n \det(A) \quad \text{filas y columnas}$$

$$\Rightarrow \det(3A \cdot A^T \cdot A^{-1}) + \det B$$

$$\det(3A) \underbrace{\det(A^T)}_{3^3 \cdot 4} \underbrace{\det(A^{-1})}_{\frac{1}{4}} + \underbrace{\det B}_{-48}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$108 + (-48) = +60 \quad \checkmark$$

30

# 6. Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

- Casos donde el sistema no tenga solución.

$$\Delta = \{1; -1\} \cancel{\text{}}$$

- Casos donde el sistema tenga infinitas soluciones.

Ningún valor de  $\Delta \in \mathbb{R}$  cumple la condición ~~✓~~



$$\sqrt[n]{z} ($$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

4

$$w = \sqrt{3} - i$$

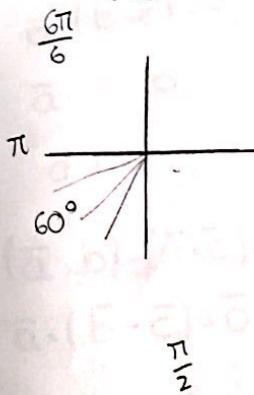
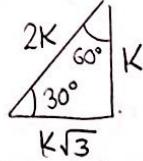
$$z = (2i + w)^9$$

a) Forma polar de  $Z$ 

$$|Z| = (2i + (\sqrt{3} - i))^9 \Rightarrow Z = (\sqrt{3} + i)^9$$

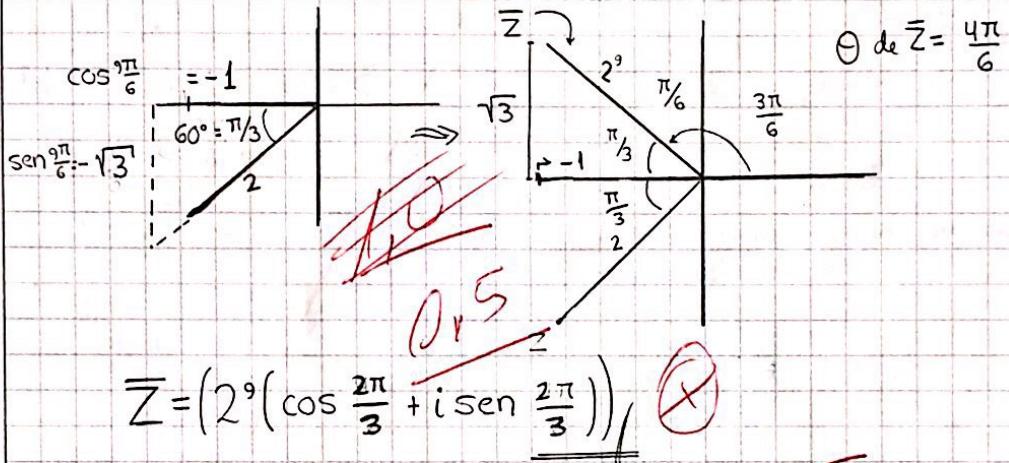
$$\bar{Z} = (\sqrt{3} - i)^9$$

$$Z' = \sqrt{3} + i \Rightarrow \begin{array}{c} |Z'| = 2 \\ \theta = \frac{\pi}{6} \end{array} \Rightarrow \text{Modulo de } Z' = 2$$



$$Z = \left( 2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \right) \right)^9$$

$$Z = \left( 2^9 \left( \cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) \right) \xrightarrow{\text{Llevando a forma binomial}} Z = 2^9(-\sqrt{3}) + (-2^9)i$$



$$\bar{Z} = \left( 2^9 \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) \right)$$

b)

$$U^3 = (\bar{Z}) \Rightarrow U = \sqrt[3]{\bar{Z}}$$

Error en  $\bar{Z}$ 

$K$ : Toma valores de 0 a  $n-1$   
 $n-1=2$

$$\sqrt[3]{\bar{Z}} \Rightarrow \sqrt[3]{2^9} \left( e^{\frac{4\pi}{6} + \frac{2\pi K}{3}} \right)$$

$$\frac{4\pi}{6} + \frac{4\pi}{6}$$

$$K=0 \Rightarrow 2^3 \left( e^{\frac{4\pi}{6}} \right) \Rightarrow \left\{ 8e^{\frac{2\pi}{3}} = U \right\}$$

$$K=1 \Rightarrow 2^3 \left( e^{\frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}} \right) \Rightarrow \left\{ 8e^{\frac{4\pi}{3}} = U \right\}$$

$$K=2 \Rightarrow 2^3 \left( e^{\frac{2\pi}{3} - \frac{4\pi}{3}} \right) \Rightarrow \left\{ 8e^{\frac{6\pi}{3}} = U \right\}$$

X

Valores que  
toma  $U$   
y cumplen  
la condición

2,0

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

1h

$$\underbrace{\bar{a} \cdot \bar{b}}_{\text{No paralelo}} = \underbrace{\bar{a} \cdot \bar{c}}_{\text{No paralelo}}$$

$$(\bar{a} \cdot \bar{b}) - (\bar{a} \cdot \bar{c}) = \bar{0}$$

$$\bar{a} \cdot (\bar{b} - \bar{c}) = \bar{0}$$

$$\bar{a} \cdot \bar{x} = \bar{0}$$

$$a \perp$$

$$(\bar{a} \times \bar{b}) - (\bar{a} \times \bar{c}) = \bar{0}$$

$$\bar{a} \times (\bar{b} - \bar{c}) = \bar{0}$$

$$\bar{a} \times \bar{b}$$

$$-(\bar{b} \times \bar{a}) - (\bar{a} \times \bar{c})$$

$$2(b)$$

3D

5

$$\text{a) } \underbrace{\bar{a} \cdot \bar{b}}_{\text{No paralelo}} = \underbrace{\bar{a} \cdot \bar{c}}_{\text{No paralelo}}$$

$$[(\bar{a} \cdot \bar{b}) - (\bar{a} \cdot \bar{c}) = \bar{0}] \quad \boxed{\bar{a} \cdot (\bar{b} - \bar{c}) = \bar{0}}$$

$$\bar{a} \cdot \bar{0} = \bar{0}$$

Pero

$\bar{b}$  y  $\bar{c}$  ortogonales a  $\bar{a}$   
 $\bar{a} \cdot \bar{b} = \bar{0}$  ]  $\bar{a} \cdot \bar{b} = \bar{a} \cdot \bar{c}$   
 $\bar{a} \cdot \bar{c} = \bar{0}$

Existe el caso de que  $\bar{b}$  y  $\bar{c}$   
sean vectores con el mismo  
sentido y dirección, pero  
con módulo distinto.

$$\Rightarrow \bar{b} \neq \bar{c} \quad (\text{F})$$

Existen casos

$$\text{b) } \bar{a} \times \bar{b} = \bar{a} \times \bar{c}$$

$$[(\bar{a} \times \bar{b}) - (\bar{a} \times \bar{c}) = \bar{0}] \quad \boxed{\bar{a} \times (\bar{b} - \bar{c}) = \bar{0}}$$

Caso  $\bar{b}$  y  $\bar{c}$  paralelos a

$$\begin{cases} \bar{a} \times \bar{b} = \bar{0} \\ \bar{a} \times \bar{c} = \bar{0} \end{cases}$$

$\bar{a} \Rightarrow$  que significa  
misma dirección y sentido  
pero no necesariamente mismo  
módulo.

$$\underbrace{\bar{b} \neq \bar{c}}_{\text{Existen casos}} \quad (\text{F})$$

$$\text{c) } \bar{a} \cdot \bar{b} = \bar{a} \cdot \bar{c} \wedge \bar{a} \times \bar{b} = \bar{a} \times \bar{c} \Rightarrow \bar{b} = \bar{c}$$

$$(\bar{a} \cdot \bar{b}) - (\bar{a} \cdot \bar{c}) = \bar{0} \wedge \bar{a} \times \bar{b} - (\bar{a} \times \bar{c}) = \bar{0}$$

$$\bar{a} \cdot (\bar{b} - \bar{c}) = \bar{0} \quad \bar{a} \times (\bar{b} - \bar{c}) = \bar{0}$$

,

No existen contrajejemplos

porque no puede haber un vector paralelo y ortogonal a la  
vez → excepto del vector  $\bar{0}$

$$\bar{a} \cdot (\bar{b} - \bar{c}) = \bar{0}$$

$$\bar{a} \times (\bar{b} - \bar{c}) = \bar{0}$$

$$\bar{a} \cdot \bar{0} = \bar{0}$$

$$\bar{a} \cdot \bar{0} = \bar{0}$$

$$\therefore \bar{b} = \bar{c} \parallel \quad (\checkmark)$$

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

# Presente aquí su trabajo

6

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ K \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} K \\ K+2 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -K \\ K+1 \end{pmatrix} \right\}$$

a)  $K = -1$

$$V_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad V_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix} \quad V_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -3 & -6 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Calculamos determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -3 & -6 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow 1(6) + 1(3) - 1(6+3) \\ 6 + 3 - 9 = 0$$

$\det = 0$

existen infinitas soluciones

S con  $K = -1$  es linealmente dependiente

$$V = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 4 & -3 & -7 \\ -4 & +3 & +7 \\ -12 & -18 & +0 \end{vmatrix} \neq 0$$

$V$  no pertenece

al subespacio

generado por ~~S~~

$$\begin{array}{|ccc|} \hline & -1 & 1 & 2 \\ \hline & -1 & -1 & -2 \\ \hline & -1 & 2 & 0 \\ \hline \end{array}$$

b) valores de  $K$  para que  $S$  sea una base en  $\mathbb{R}^3$ .

Calculamos determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & K & -1 \\ K & K+2 & -K \\ -3 & -6 & K+1 \end{vmatrix} \xrightarrow{G_1 + G_3} \begin{vmatrix} 0 & K & -1 \\ 0 & K+2 & -K \\ K-2 & -6 & K+1 \end{vmatrix}$$

$$(K-2) \begin{vmatrix} K & -1 \\ K+2 & -K \end{vmatrix} \Rightarrow (K-2)(-K^2 - (-K - 2))$$

$$(K-2)(-K^2 + K + 2)$$

$$(K-2)(K+1)(-K+2)$$

se nulan cuando  $K=2$ ,  $K=-1$ ,  $K=2$

Para que  $S$  forme una base en  $\mathbb{R}^3$  los valores que puede tomar  $K$  son:

$$K = \mathbb{R} - \{-1, 2\}$$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

c)

Para que  $S$  sea una recta los 3 vectores deben ser  
paralelos  $\parallel$

$$V_1 = (1, k, -3) \quad V_2 = (k, k+2, 6) \quad V_3 = (-1, -k, k+1)$$

$$2V_1 = V_2$$

$$2V_1 \Rightarrow (2, 2k, -6) = V_2 \quad k = 2$$

$$V_3 = (-1, -k, k+1)$$

Para que  $V_1$  y  $V_2$   
sean paralelos  $\Rightarrow$  Reemplazando valor de  $k$

$$(-1, -2, 3) = V_3$$

creo que es  $(1, 2, -1)$

$$V_1 = -1V_3 \quad \text{Comprobando paralelismo entre } V_1 \text{ y } V_2$$

$$V_1 = \left(\frac{1}{2}\right)V_2 = (-1)V_3$$

Los 3 vectores son paralelos y forman una recta con  $k=2 \parallel$

$\Rightarrow$  Prueba con  $k=-1$

$$V_1 = (1, -1, -3) \quad V_2 = (-1, 1, 6) \quad V_3 = (-1, 1, 0)$$

$$V_1 = \alpha V_2 \quad \text{no existe } \alpha \text{ real que cumplan la relación.}$$

$V_1 = \beta V_3$  No existe paralelismo y por tanto no conforman solamente una recta en  $\mathbb{R}^3$ .

~~✓~~

~~Bien~~