ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

ET LUX IN TENEBRIS LUCET MCMXVII | PUCP

Práctica

Año				Número			
2	0	2	3	5	0	8	5

Código de alumno

Chocce latuva Marcañaupa Fran
Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: FUCAL

Práctica N°: PC 3

Horario de práctica: P 102

Fecha: 02 / 11 / 2023

Nombre del profesor: Wilson Díaz

Nota
19

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido (iniciales): C.Q

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

a)

1) . Asíntota Horizontal : $\mathcal{L}_1$: $y = 3$

. Asíntota Vertical : $x + 1 = 0$

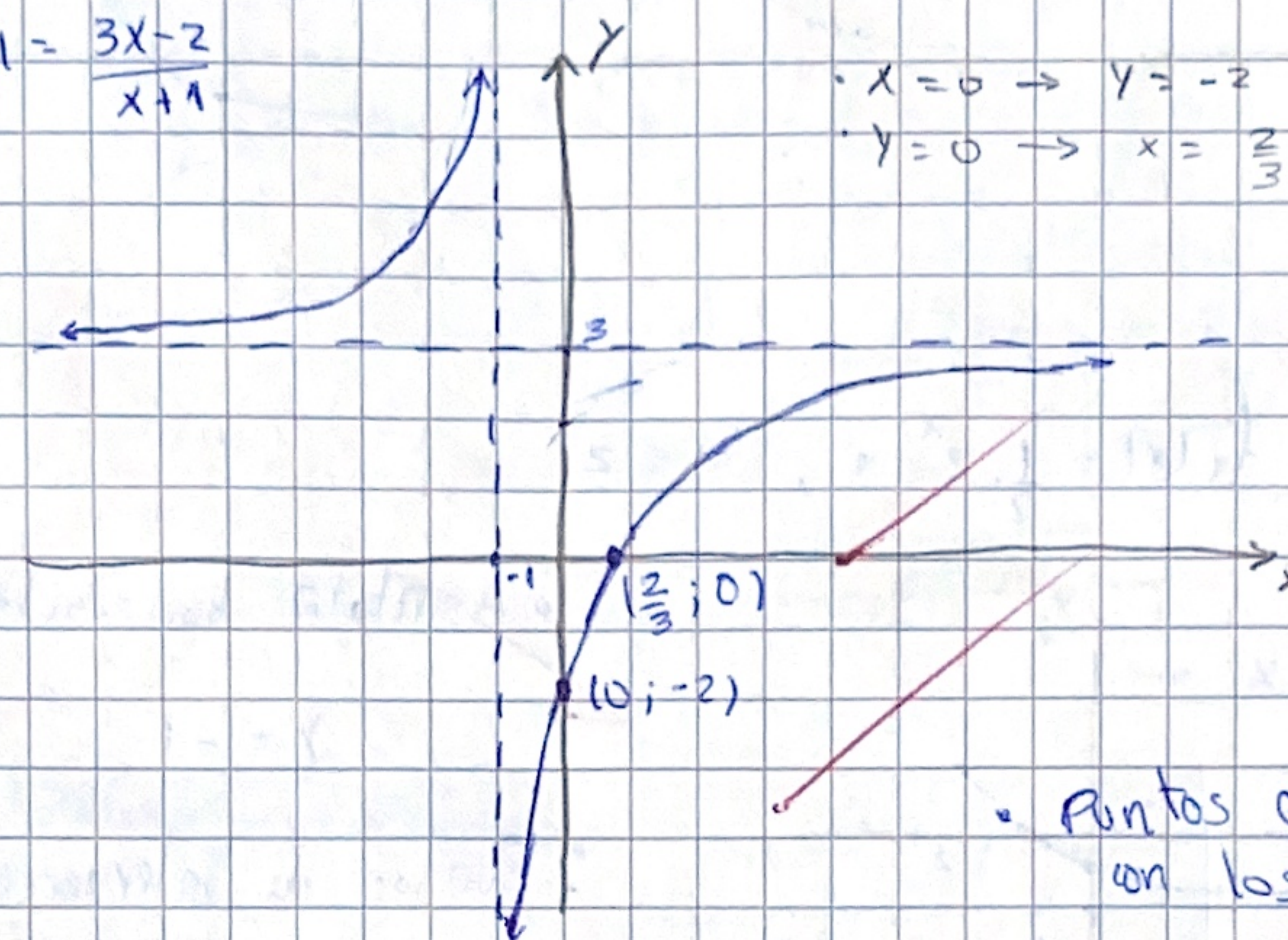
$\mathcal{L}_2$: $x = -1$

$f(x) = \dfrac{3x-2}{x+1}$

b)

. $x = 0 \rightarrow y = -2$

. $y = 0 \rightarrow x = \frac{2}{3}$

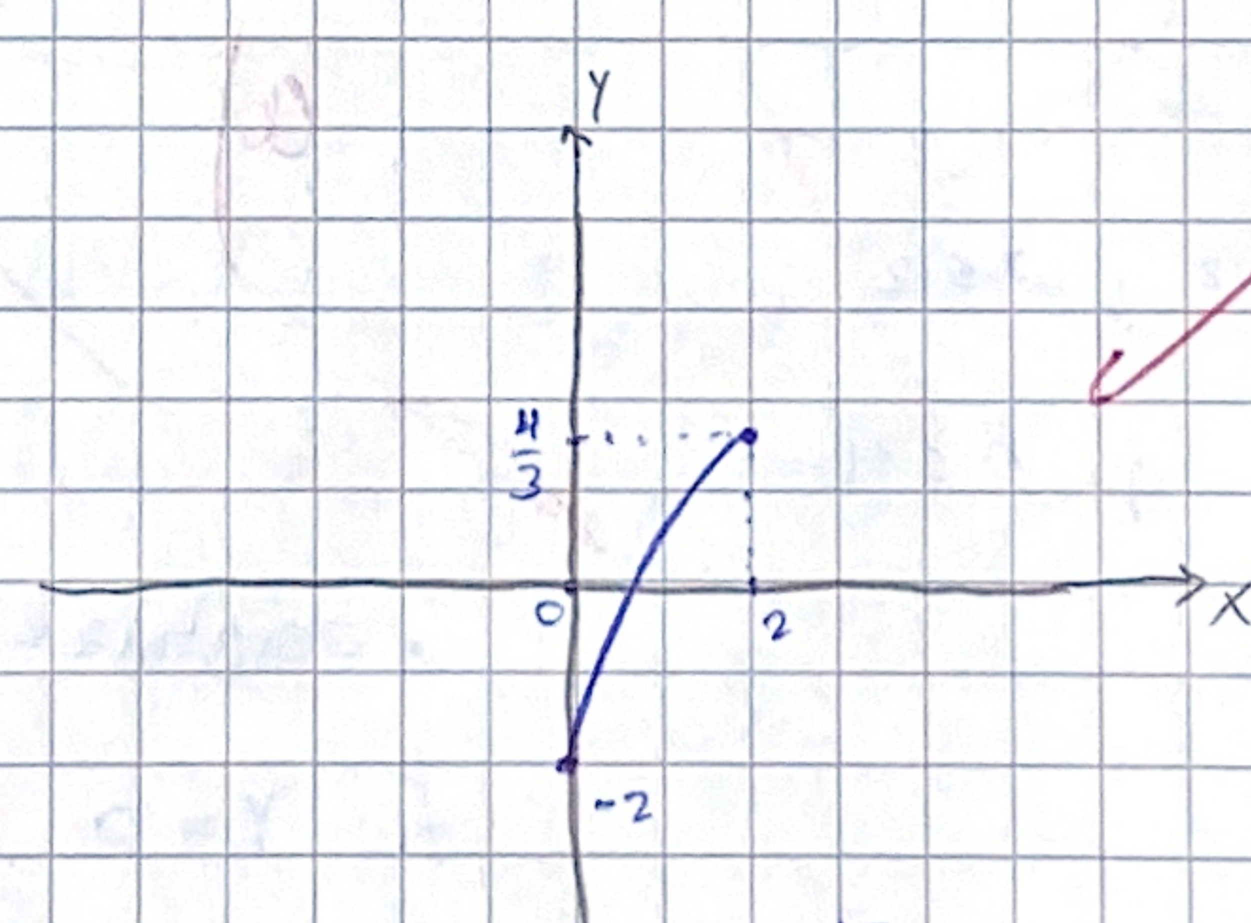


. Puntos de intersección con los ejes coords:

$(0;-2)$ $(\frac{2}{3};0)$

c) Para ver si f es creciente en $[0;2]$; nos ayudaremos de su gráfica para ese dominio.

$\rightarrow$ $f(x) = \dfrac{3x-2}{x+1}$; $0 \leq x \leq 2$.



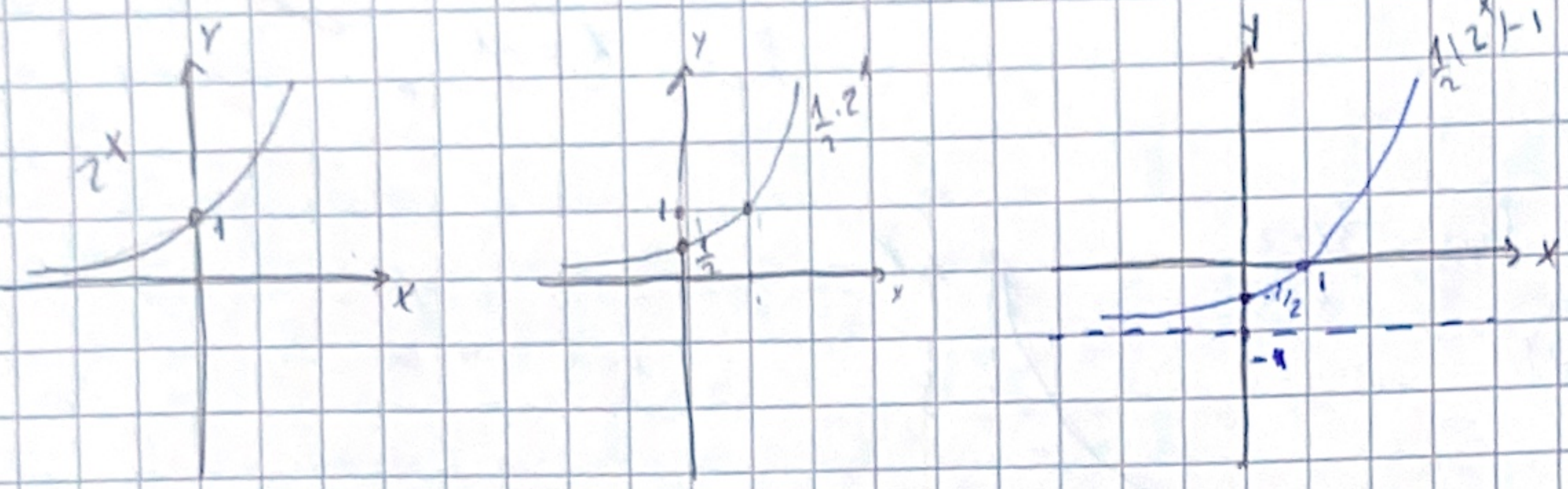
Vemos que f sí es creciente en ese intervalo.

Presente aquí su trabajo

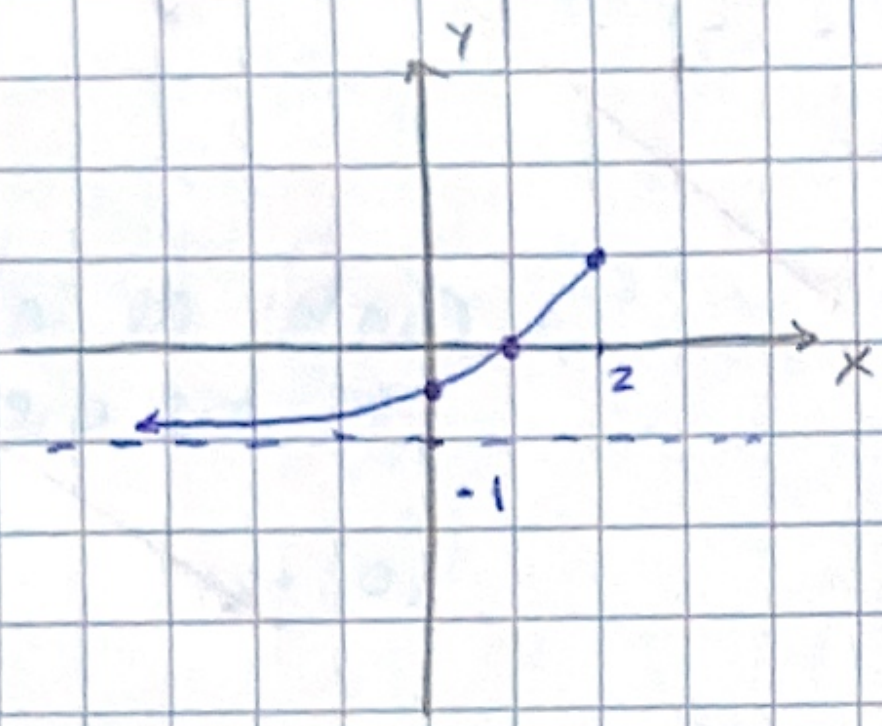
Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

2) a) · Sea $f_1(x) = 2^{x-1} - 1$; $x \le 2$

$f_1(x) = \frac{1}{2} . 2^x - 1$; $x \le 2$



→ $f_1(x) = \frac{1}{2} . 2^x - 1$; $x \le 2$



• Asíntota horizontal:

$y = -1$

• Puntos de intersección con los ejes coords:

$(0; -\frac{1}{2})$ $(1; 0)$

• Sea $f_2(x) = \frac{-1}{x-3}$, $x \ge 4$

Asíntota horizontal

$y = 0$

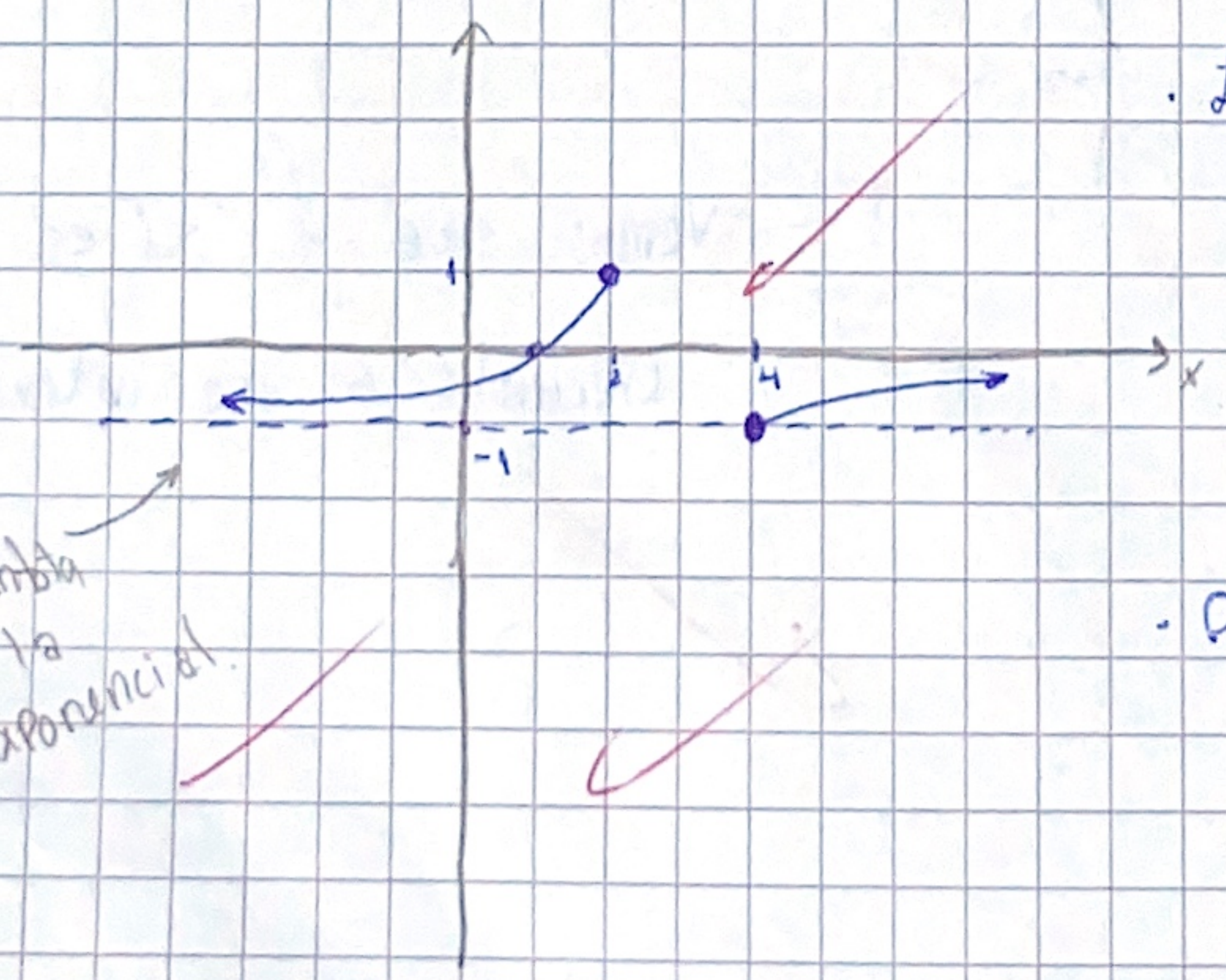
a) 3

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} - 2 & ; x \le 2 \\ \frac{-1}{x-3} & ; x \ge 4 \end{cases}$$

• asíntotas

$L_1: y = 0$

$L_2: y = -1$



Asíntota de la exponencial

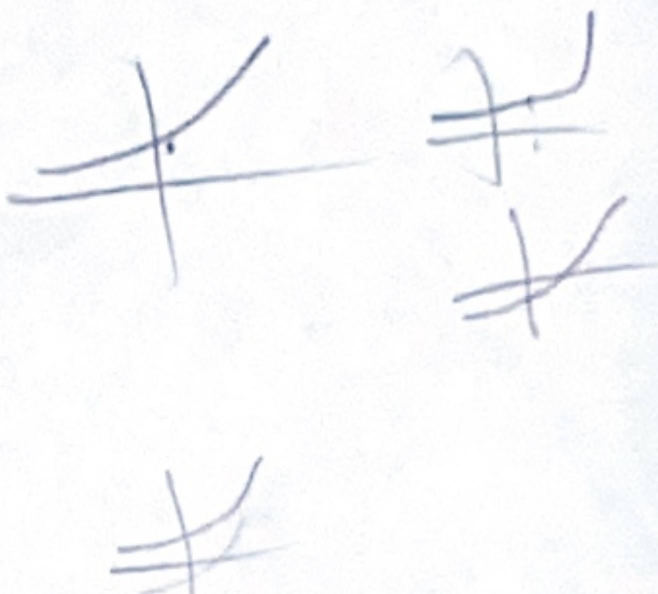
• Puntos de intersección con los ejes coords:

$(0; -\frac{1}{2})$ $(1; 0)$

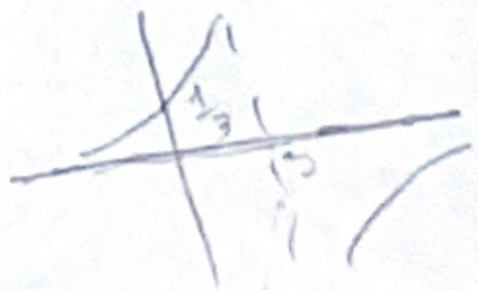
$\frac{2^x}{2} = \frac{1}{2}(2^x)$

$\frac{1}{2} . 2^x - 1$

$2^{x-1} - 1$

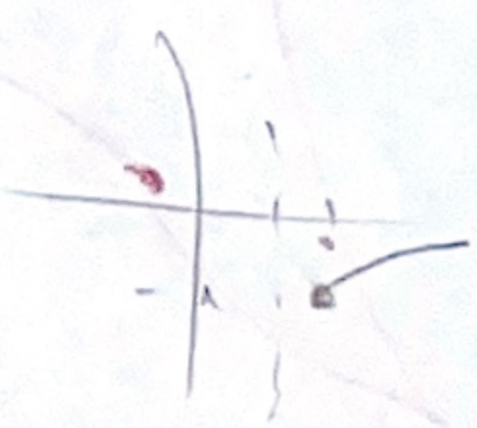


$\frac{0x-1}{x-3}$



$\frac{-1}{x-3}$, $x \ge 4$

$x = 4 \to y = -1$



Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

(b) Dom $g \circ f$: $g(f_{(x)})$ → $x \in$ Dom f ∧ $f_{(x)} \in$ Dom g

$x \in$ $x \leq 2 \vee x \geq 4$ ∧ $f_{(x)} > 0$

- Dom $g \circ f_1$: $x \in$ Dom f_1 ∧ $f_1(x) \in$ Dom g

$x \leq 2$ ∧ $2^{x-1} - 1 > 0$

$2^{x-1} > 1$

$2^x > 2$

$\log_2 2^x > \log_2 2$ — No altera la desigualdad.

$x > 1$

$x \leq 2$ ∧

5)

→ $x \in \langle 1 ; 2]$

~~$g \circ f_{1(x)} = g(f_1(x))$~~

- $g \circ f_1(x) = 2 - (2^{x-1} - 1)$; $1 < x \leq 2$

$g \circ f_1(x) = 3 - 2^{x-1}$; $1 < x \leq 2$

- Dom $g \circ f_2$: $x \in$ Dom f_2 ∧ $f_2(x) \in$ Dom g

$x \geq 4$ ∧ $\frac{-1}{x-3} > 0$

$\frac{1}{x-3} < 0$

$x - 3 > 0$

$x \geq 4$ ∧ $x > 3$

→ $\boxed{x \geq 4}$ $\emptyset$

- $g \circ f_2(x) = 2 - \left(\frac{-1}{x-3}\right)$; $x \geq 4$

$g \circ f_2(x) = 2 + \frac{1}{x-3}$; $x \geq 4$

> tenemos :

$$g \circ f_{(x)} = \begin{cases} 3 - 2^{x-1} ; & 1 < x \leq 2 \\ 2 + \frac{1}{x-3} ; & x \geq 4 \end{cases}$$

no existe

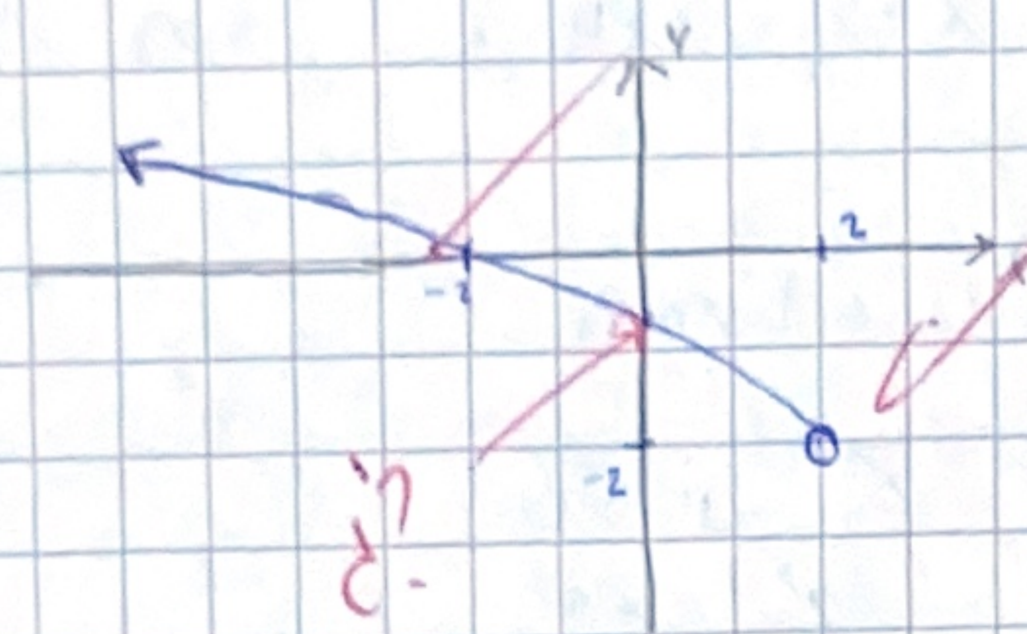
Presente aquí su trabajo

$a = -2$

(3)

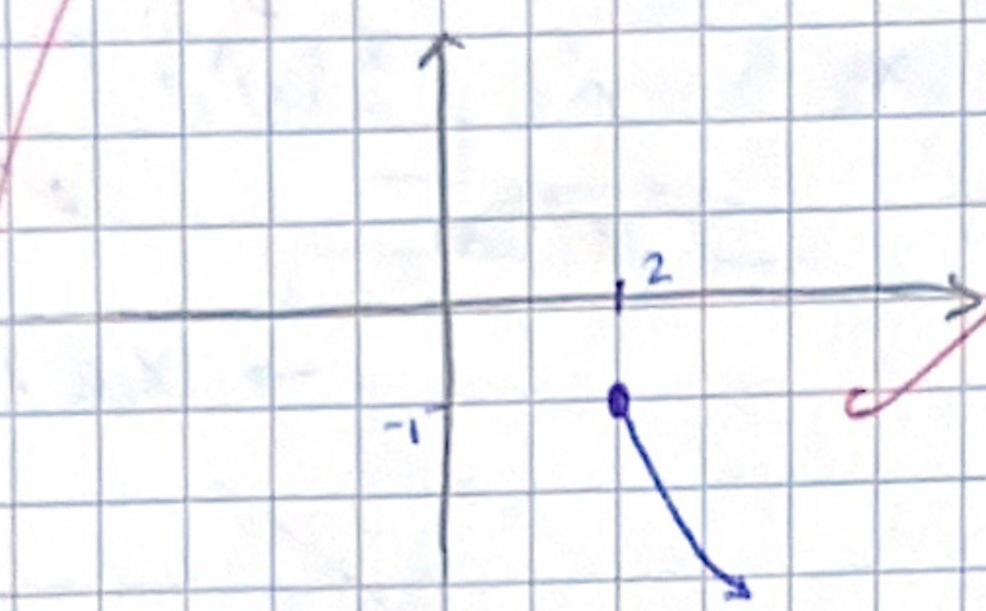
(a)

→ sea $f_1(x) = \sqrt{-x+2} - 2$, $x < 2$



¿?

→ Sea $f_2(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-1) - 1$, $x \geq 2$.

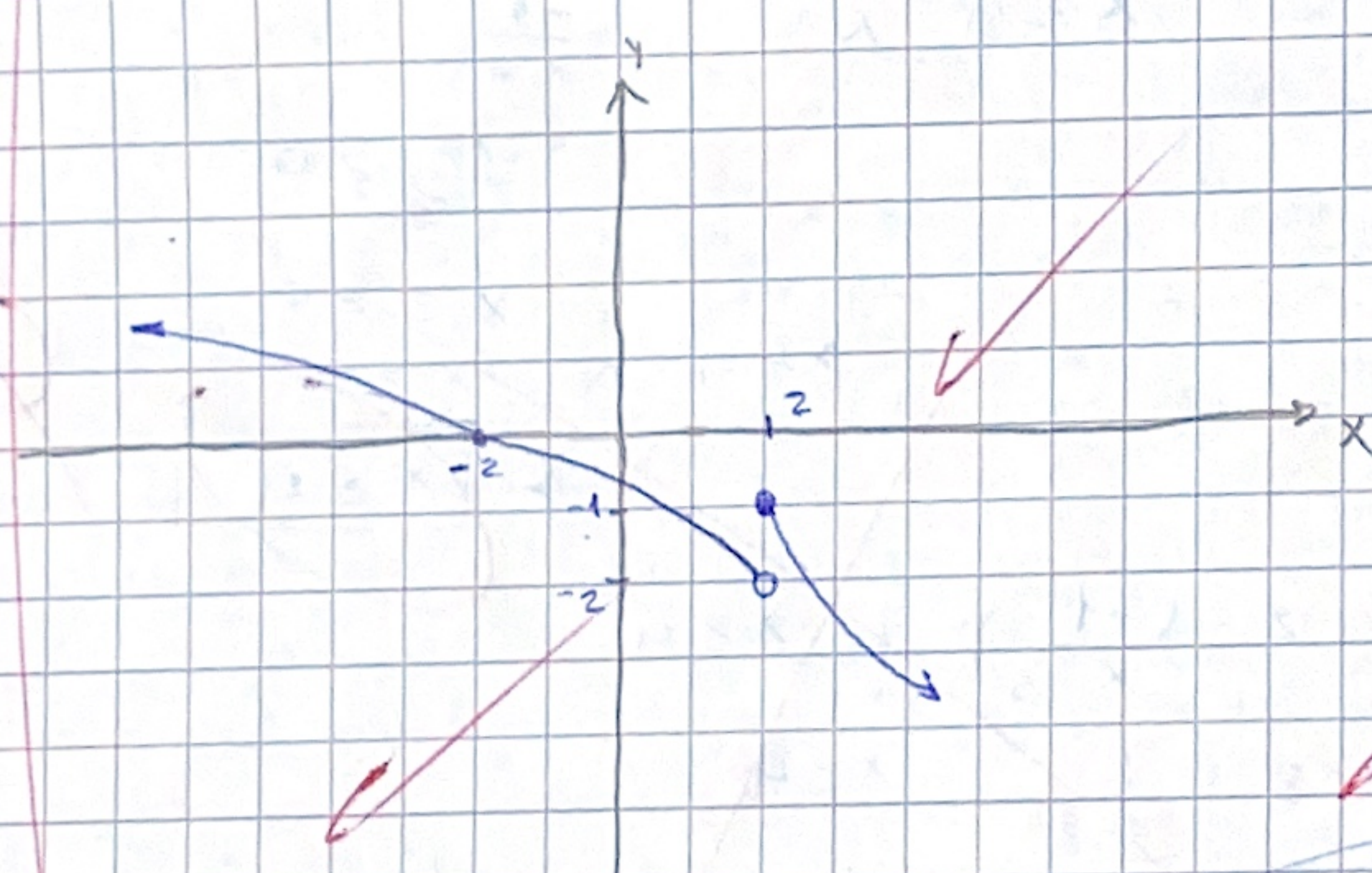


(a) PK

transformaciones de la gráfica

tenemos:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x+2} - 2 & , \quad x < 2 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x-1) - 1 & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$$



f tiene un dominio acotado, por lo que en este caso no tiene asíntotas

→ Puntos de intersección con los ejes:

$(0; \sqrt{2} - 2)$

$(-2; 0)$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

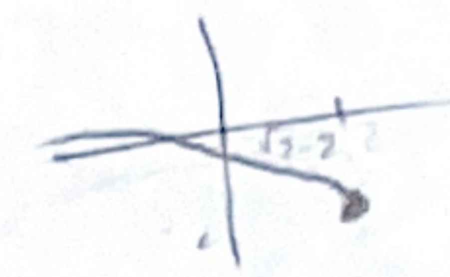
$y = -x+2$

$x = -2$

a

$-(x-2)$

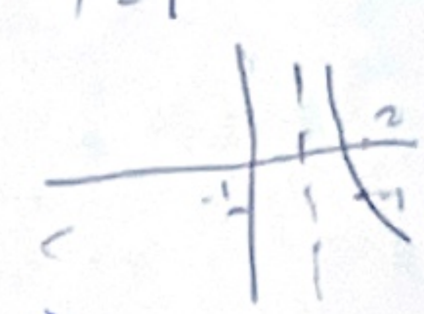
$2;\ -2$



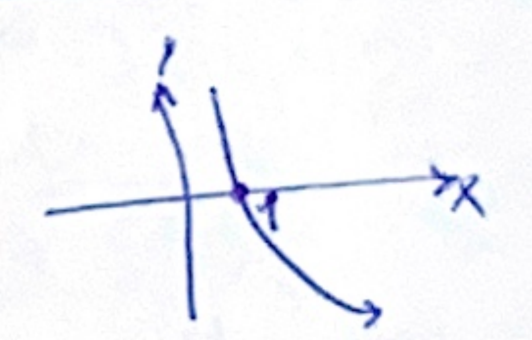
$\log_{\frac{1}{2}} x$

$\log_{\frac{1}{2}}(x-1)$

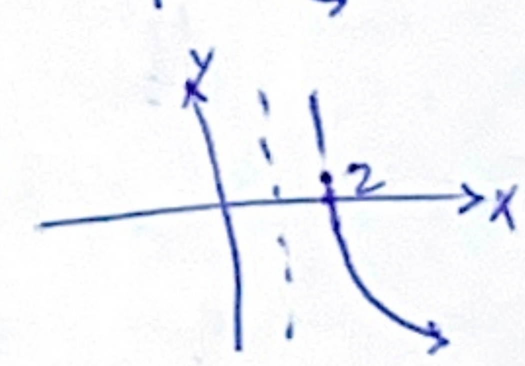
$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) - 1$



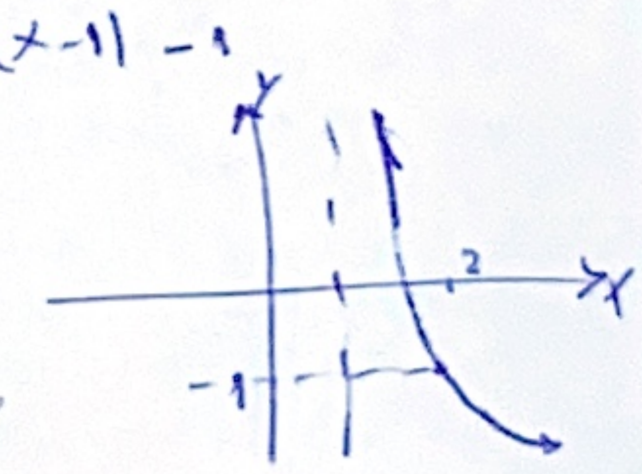
$\log_{\frac{1}{2}} x$



$\log_{\frac{1}{2}}(x-1)$



$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) - 1$



$\{ x \in \mathbb{R}$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

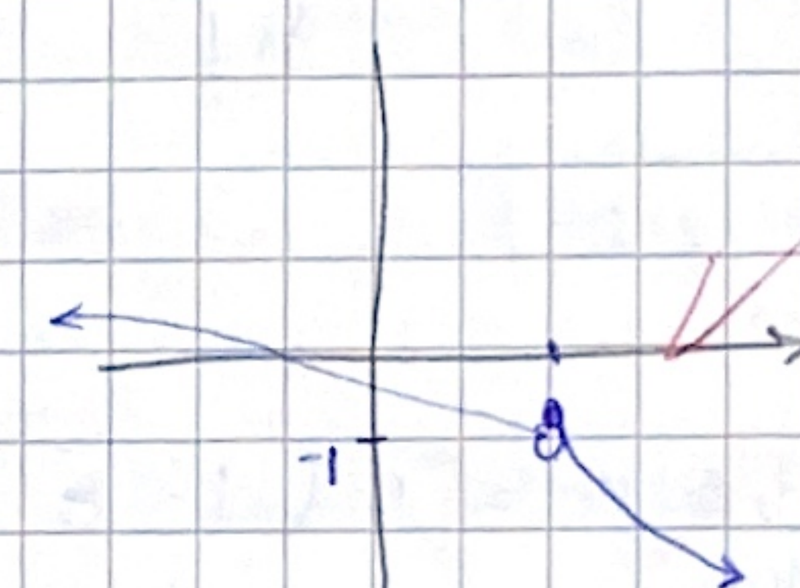
(b) Vemos que f es decreciente en $\langle -\infty ; 2 \rangle$ y en $[2 ; +\infty\rangle$

→ Para que f sea decreciente en todo su dominio:

$\sqrt{-x+2} + a$

Cuando $a = -2$.

Cuando $a = -1$



$\therefore$ $a \geq -1$

falta

b) 0,5

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

(4) $Q(t) = c\left(1 - e^{-\frac{t}{\beta}}\right)$; $t \geq 0$

$\cdot\ t = 2 \rightarrow Q(2) = 50\%\ c = \frac{c}{2}$

$\rightarrow \frac{c}{2} = c\left(1 - e^{-\frac{2}{\beta}}\right)$

$\frac{1}{2} = e^{-2/\beta}$

$\ln\frac{1}{2} = \ln e^{-2/\beta}$

$\ln\frac{1}{2} = -\frac{2}{\beta}$

$\beta = \frac{-2}{\ln\frac{1}{2}}$

(a) $\cdot\ \beta = \frac{-2}{\ln\frac{1}{2}}$

(b) $\frac{87,5}{100}\cancel{c} = \cancel{c}\left(1 - e^{-t/\beta}\right)$

$\frac{125}{1000} = e^{-t/\beta}$

$\ln\frac{125}{1000} = \ln e^{-t/\beta}$

$\ln\frac{125}{1000} = -\frac{t}{\beta}$

$t = -\ln\frac{125}{1000}\cdot\beta$

$t = -\ln\frac{125}{1000}\cdot\frac{-2}{\ln\frac{1}{2}}$

Se necesita un tiempo de: $t = 2\cdot\frac{\ln\frac{125}{1000}}{\ln\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{2} = 1 - e^{-2/\beta}$

$e^{-2/\beta} = 1 - \frac{1}{2}$

$\ln 2 \quad -2$

$\frac{-2}{\ln\frac{1}{2}} \cdot \frac{-2}{\ln 2^{-2}} \cdot \ln 2$

$\beta = \ln\frac{1}{4}$

$\frac{87,5}{100} = 1 - e^{-t/\beta}$

$e^{-t/\beta} = 1 - \frac{87,5}{100}$

$\frac{100 - 87,5}{}$

$1 - \frac{875}{1000}$

$\frac{1000 - 875}{}$

$\frac{125}{1000}$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

5 a) $f_{(x)} = \sqrt[3]{\log_{\frac{1}{3}}(x)} + \frac{3}{x}$; $1 \le x \le 3$

• sea $h_{(x)} = \log_{\frac{1}{3}}(x)$ es decreciente en $[1;3]$

• sea $g_{(x)} = \sqrt[3]{x}$

$\rightarrow$ $goh_{(x)} = \sqrt[3]{\log_{\frac{1}{3}}(x)}$

$\Rightarrow$ $\forall\ x_1; x_2 \in [1;3]$, $x_1 < x_2$

$\rightarrow$ $x_1 < x_2$

$\log_{\frac{1}{3}}(x_1) > \log_{\frac{1}{3}}(x_2)$

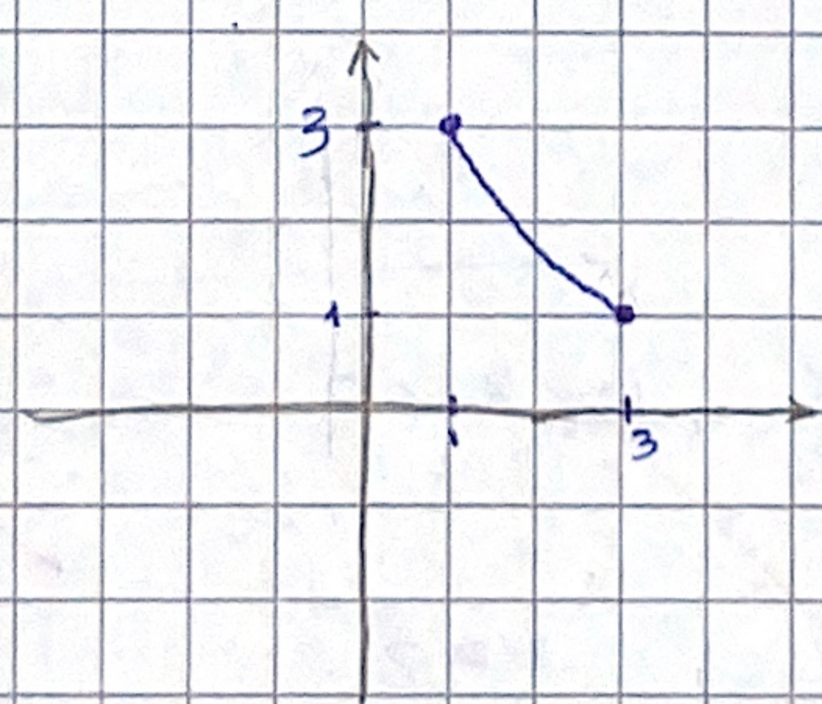
$\sqrt[3]{\log_{\frac{1}{3}}(x_1)} > \sqrt[3]{\log_{(\frac{1}{3})}(x_2)}$ $\leftarrow$ $\log_{\frac{1}{3}}(x_2)$

entonces $goh_{(x)} = \sqrt[3]{\log_{\frac{1}{3}}(x)}$

es decreciente en $[1;3]$

$\Rightarrow$ Sea $P_{(x)} = goh_{(x)}$

• sea $Q_{(x)} = \frac{3}{x}$; $1 \le x \le 3$



$\leftarrow$ Vemos que es decreciente

$\Rightarrow$ Tenemos . $f_{(x)} = \underbrace{P_{(x)}}_{\text{decreciente}} + \underbrace{Q_{(x)}}_{\text{decreciente}}$; $1 \le x \le 3$

$\therefore$ f es decreciente en $[1;3]$

a) Verdadero.

$\frac{0x + 3}{x + 0}$

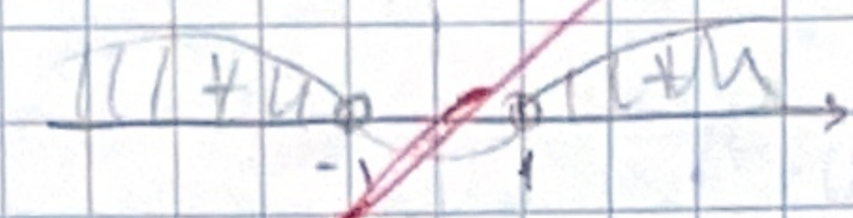
Presente aquí su trabajo

(b) $f(x) = \ln(x^2-1)$

→ Dom f : $x^2 - 1 > 0$

$x^2 > 1$

$|x| > 1$ ⟶ $x > 1 \vee x < -1$

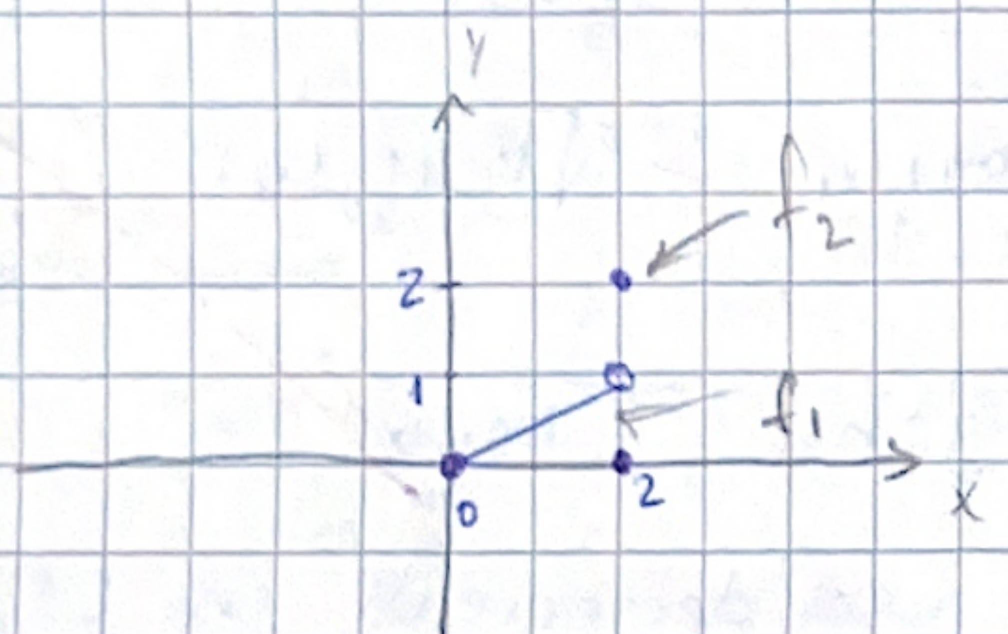


$x \in \langle -\infty; -1\rangle \cup \langle 1; +\infty\rangle$

∴ Dom f $\langle -\infty; -1\rangle \cup \langle 1; +\infty\rangle$

(b) Falso

(c)



· Dominio: $[0; 2]$

· Rango: $[0; 1\rangle \cup \{2\}$

· es creciente en $[0; 2]$

· $f_1(x) = mx + b$ · $f_2(x) = x$; $x = 2$

$f_1(x) = \frac{x}{2}$; $0 \le x < 2$

Tenemos:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} , & 0 \le x < 2 \\ x ; & x = 2 \end{cases}$$

∴ Sí existe una función que cumpla las condiciones, y es $f(x)$.

(c) Verdadero

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

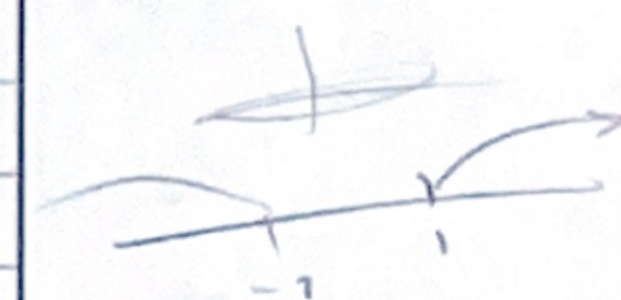
$\log_a b = x$

$a > 0$. $a \neq 1$

$b > 0$.

$x^2 - 1^2 > 0$

$(x+1)(x-1) > 0$



$f_1: m = \frac{1}{2}$

$f(x) = \frac{x}{2} + b$

$1 = \frac{2}{2} + b$

$b = 0$.