



PUCP

Estudios
Generales Ciencias

Año

2024

Número

6294

Código de alumno

Segundo examen

Laveriano Cordova Angelo Sebastian

Apellidos y nombres del alumno (letra imprenta)

Firma del alumno

Curso AM6A

Horario

107

Fecha

02 / 12 / 24

Nombre del profesor

J. Diaz

Nota

20

Numero entero

Firma del profesor

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
 - redacción, claridad de expresión, corrección gramatical, ortografía y puntuación en su desarrollo;
 - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
 - evitar borrones, manchas o roturas;
 - no usar corrector líquido;
 - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

1) a) $X^2 + Y^2 + Z^2 + 2X - 10Y - 12Z + 46 = 0$

$$(X+1)^2 + (Y-5)^2 + (Z-6)^2 = -46 + 36 + 25 + 1$$

$$(X+1)^2 + (Y-5)^2 + (Z-6)^2 = 4^2$$

$$C(-1, 5, 6), r = 4$$

$d(C, \pi) = \frac{|(-1) - (5) + (6)|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{|0|}{\sqrt{3}} = 0$ ~~$d(C, \pi) < r$~~ $d(C, \pi) > r$
No son secantes

b) $\pi_1 = (1, -1, 1) \rightarrow X - Y + Z + d = 0$

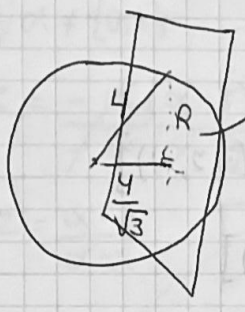
~~$(3, 0, 0)$~~

$$1(3) - 1(0) + 1(1) + d = 0$$

$$d = -4 \Rightarrow \pi_2: X - Y + Z - 4 = 0$$

$$1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

c) $\frac{|(-1) - (5) + (6) - 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = 2,3$



$$\sqrt{4^2 - \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2} = R = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$(-1, 5, 6) + t(1, -1, 1)$$

$$(-1+t, 5-t, 6+t)$$

$$(-1+t) - (5-t) + (6+t) - 4 = 0$$

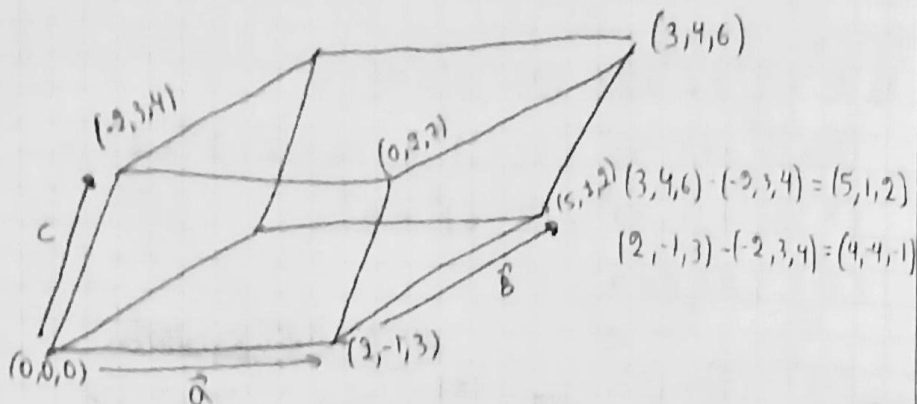
$$t = \frac{4}{3}$$

$$\left(\frac{1}{3}, \frac{11}{3}, \frac{22}{3}\right)$$

$$O: C_2\left(\frac{1}{3}, \frac{11}{3}, \frac{22}{3}\right); r_2 = R = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)



$$\vec{a} = (2, -1, 3) ; \quad \vec{b} = (5, 1, 2) - (2, -1, 3)$$

$$\vec{b} = (3, 2, -1)$$

$$\vec{c} = (-2, 3, 4) - (0, 0, 0)$$

$$\vec{c} = (-2, 3, 4)$$

$$[a, b, c] = a \cdot (b \times c)$$

$$b \times c$$

$$(2, -1, 3) \cdot (b \times c)$$

$$(2, -1, 3) \cdot (11, -10, 13)$$

$$22 + 10 + 3(13)$$

$$71 \mu^2$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$11i + 10j + 13k$$

b)

$$[2(2, -1, 3), (3, 2, -1), (-2, 3, 4) - 7(3, 2, -1)]$$

$$[(4, -2, 6), (3, 2, -1), (-23, -11, 11)]$$

$$[(-23, -11, 11), (4, -2, 6), (3, 2, -1)]$$

$$(-23, -11, 11) \cdot [(4, -2, 6) \times (3, 2, -1)]$$

$$\begin{vmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow [(-2)(-1) - (2)(6)]i + [(4)(-1) - (6)(3)]j +$$

$$[(4)(2) - (-2)(3)]k \Rightarrow (-10, 22, 14)$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$(-23, 11, 11) (-10, 22, 14) = 142 \mu$$

$$\cancel{(-23, 11, 11) (-10, 22, 14)} = \cancel{142 \mu}$$

4

3)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & (\alpha-1) & : & (\alpha-1) \\ 3 & (\alpha+3) & (\alpha-1) & : & (\alpha-1) \\ (\alpha+1) & (2\alpha+1) & (1-\alpha) & : & (\alpha+1) \end{pmatrix}$$

$$f_2^* = f_2 - 3f_1$$

$$f_3^* = f_3 - (\alpha+1)f_1$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \alpha-1 & : & \alpha-1 \\ 0 & \alpha & -2(\alpha-1) & : & -2(\alpha-1) \\ 0 & \alpha & -(\alpha-1)(\alpha+2) & : & -(\alpha+1)(\alpha-2) \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} & (1-\alpha) - (\alpha+1)(\alpha-1) \\ & -(\alpha-1) - (\alpha+1)(\alpha-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\alpha-1)(-1-(\alpha+1)) \\ & (\alpha-1)(-\alpha-2) \\ & -(\alpha-1)(\alpha+2) \end{aligned}$$

$$f_3^{\#} = f_3^* - f_2^*$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \alpha-1 & : & \alpha-1 \\ 0 & \alpha & -2(\alpha-1) & : & -2(\alpha-1) \\ 0 & 0 & -\alpha(\alpha-1) & : & -\alpha(\alpha-3) \end{pmatrix}$$

3a) $\alpha \neq \{0, 1\}$

$$z = \frac{-\alpha(\alpha-3)}{-\alpha(\alpha-1)}, \alpha \neq \{0, 1\}$$

$$y = \frac{-2(\alpha-1) + 2(\alpha-3)}{\alpha}$$

$$z = \frac{\alpha-3}{\alpha-1}$$

$$y = \frac{-2\alpha + 2 + 2\alpha - 6}{\alpha}$$

$$x = \alpha - 1 - (\alpha-1) \left(\frac{\alpha-3}{\alpha-1} \right) - \left(-\frac{4}{\alpha} \right)$$

$$y = -\frac{4}{\alpha}$$

$$x = \cancel{\alpha} - 1 - \cancel{\alpha} + 3 + \frac{4}{\alpha}$$

$$x = 2 + \frac{4}{\alpha}$$

$$x = \frac{2\alpha + 4}{\alpha}$$

$$(x, y, z) = \left(\frac{2\alpha + 4}{\alpha}, -\frac{4}{\alpha}, \frac{\alpha-3}{\alpha-1} \right)$$

$$\downarrow$$

$$\alpha \neq \{0, 1\}$$

$$\begin{aligned} & (1-\alpha) - (\alpha+1)(\alpha-1) \\ & -(\alpha-1) - (\alpha+1)(\alpha-1) \\ & (\alpha-1)(-1-(\alpha+1)) \\ & -(\alpha-1)(\alpha+2) \\ & (\alpha+1) - (\alpha+1)(\alpha-1) \\ & (\alpha+1)(1-(\alpha-1)) \\ & (\alpha+1)(2-\alpha) \\ & -(\alpha+1)(\alpha-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -(\alpha-1)(\alpha+2) + 2(\alpha-1) \\ & (\alpha-1)(-\alpha-2+2) \\ & -\alpha(\alpha-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -(\alpha+1)(\alpha-2) + 2(\alpha-1) \\ & -\alpha^2 + \alpha + 2 + 2\alpha - 2 \\ & -\alpha^2 + 3\alpha \\ & -\alpha(\alpha-3) \end{aligned}$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

3b) $\alpha = 0$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \alpha-1 & : & \alpha-1 \\ 0 & \alpha & -2(\alpha-1) & : & -2(\alpha-1) \\ 0 & 0 & -\alpha(\alpha-1) & : & -\alpha(\alpha-3) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & : & -1 \\ 0 & 0 & 2 & : & 2 \\ 0 & 0 & 0 & : & 0 \end{pmatrix}$$

$z = 1$

$x + y - 2 = -1$

$x + y - 2 = -1$

$x = -y$

$2(0, 0, 1) + y(-1, 1, 0)$

3c) $\alpha = 1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & : & 0 \\ 0 & 1 & 0 & : & 0 \\ 0 & 0 & 0 & : & 2 \end{pmatrix}$$

$0x + 0y + 0z = 2$

$0 = 2$ (ABSURDO)

CS NO TIENE

3d) $\alpha = 3$

$\left(\frac{2\alpha+4}{\alpha}, -\frac{4}{\alpha}, \frac{\alpha-3}{\alpha-1} \right) \Rightarrow \left(\frac{2(3)+4}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{3-3}{3-1} \right)$

$\left(\frac{10}{3}, -\frac{4}{3}, 0 \right)$

a b c

d e f

g h i

es-hf -jd-kg -lh-eg
-bshc -af-jd -ha-eg
bg-ec -af-jd -ha-eg

15 25 30

17 19 24

2 4 6

$\det \begin{pmatrix} 30 & -60 & 30 \\ -30 & 30 & -10 \\ -45 & 15 & -10 \end{pmatrix}$

-570

$\frac{5}{4154}$

$\frac{5}{4154}$

$\frac{5}{4154}$

-150

-1200

52 35 47

38 42 51

81 49 6

$\alpha^* \begin{pmatrix} -420952 \\ -52619 \end{pmatrix}_{78}$

$\frac{1}{95}$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

4)

$$a) \det((B^T)^T B^T) + \det(2D)$$

$$\det(C^T B^T B^T) + 2^{\text{tr} B} \det D$$

$$\det(C^T B^T \frac{1}{B}) + 2^{\text{tr} B} \det D$$

$$\det x^T = \det x$$

$$\det(C) \cdot \det(B) \cdot \det(B^T) + \frac{1}{8} \det D$$

$$\det(C) \cdot \det(B) \cdot \det\left(\frac{\text{Adj}(B)}{\det(B)}\right) + \frac{1}{8} \det D$$

$$C \Rightarrow f_2^* = f_2 + f_3$$

$$D \Rightarrow C_2^* = C_2 + 3C_1$$

$$C \begin{pmatrix} a & x & 1 \\ b & y & d \\ c & z & 3 \end{pmatrix}$$

$$D \begin{pmatrix} a & x & 1 \\ b & y & d \\ c & z & 3 \end{pmatrix}$$

$$C = B$$

$$\det C = \det B = 10$$

$$10 \det\left(\frac{\text{Adj}(B)}{\det(B)}\right) \det(B) + 80$$

$$10 \det\left(\frac{I}{B^T}\right) \det(B) + 80$$

$$10 \frac{\det I}{\det B} \det B + \frac{5}{2} \Rightarrow 10 + \frac{5}{2} = 10.5$$

$$80 = \frac{90}{2}$$

$$10 \frac{\det I}{\det B} \det B + \frac{5}{2} \Rightarrow 10 + \frac{5}{2} = 10.5$$

A

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$b) A \cdot A' = I$$

$$\text{Det } A \cdot \text{Det } A' = 1$$

$$\text{Det } A \cdot \text{Det} \left(\frac{\text{Adj}(A)}{\text{Det}(A)} \right) = 1$$

$$2 \text{ Det} \left(\text{Adj}(A) \left(\frac{1}{2} \right) \right) = 1$$

$$\text{Det} \left(\text{Adj}(A) \left(\frac{1}{2} \right) \right) = \frac{1}{2}$$

$$2^{-n} \text{ Det}(\text{Adj}(A)) = 2^{-1}$$

$$2^{-n} \cdot 8 = 2^{-1}$$

$$2^{-n+3} = 2^{-1}$$

$$\begin{aligned} -n+3 &= -1 \\ \underline{n &= 4} \end{aligned}$$



Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

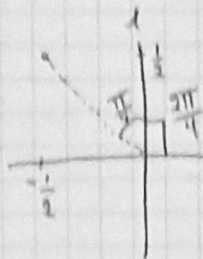
5) a)

$$(1+i)W = 1+2i$$

$$(1-3i)W = (1+2i)$$

$$W = \frac{(1+2i)(1+3i)}{(1-3i)(1+3i)}$$

$$W = \frac{1+5i-6}{10} = \frac{-5+5i}{10} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$



$$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{3\pi}{4}}$$

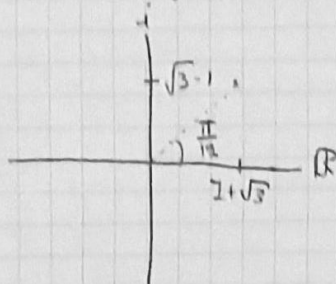
$$+ 2^{\frac{1}{2}} e^{i\frac{3\pi}{4}}$$

b)

$$Z = (i+1)(\sqrt{3}-i)$$

$$Z = (\sqrt{3}i + 1 + \sqrt{3} - i)$$

$$Z = (1+\sqrt{3}) + (\sqrt{3}-1)i$$



$$\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2 + (\sqrt{3}+1)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{12}} \Rightarrow 2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{\pi}{12}}$$

$$\left(2^{-\frac{1}{2}} e^{i\frac{3\pi}{4}}\right)^{15} \cdot \left(2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{\pi}{12}}\right)^6$$

$$2^{-\frac{15}{2}} e^{i\frac{45\pi}{4}} \cdot 2^9 e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{47\pi}{4}} \Rightarrow 2^{\frac{3}{2}} e^{i\left(\frac{47\pi}{4} - 12\pi\right)} = 2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{9\pi}{4}}$$

$$\sqrt{8} e^{i\frac{9\pi}{4}}$$

$$\left(\sqrt{8} \left(\cos\left(\frac{9\pi}{4}\right) + \sqrt{8} \sin\left(\frac{9\pi}{4}\right)i\right)\right)$$

$$(2 + -2i) \Rightarrow (2 - 2i)$$

4