ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

PUCP

ET LUX IN TENEBRIS LUCET MCMXVII

Práctica

Año: 2019

Número: 5973

Código de alumno

ENTREGADO

28 SEP. 2019

Sosa Aluino, Alvaro Caleb

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: FCAL

Práctica Nº: 1

Horario de práctica: P-107

Fecha: 24/9/19

Nombre del profesor: J. Flores

Nota

20

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: (iniciales) JFSS

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

1. Plantean que

a) $0<x<2 \rightarrow x^2>x$

Contraejemplo:

Con $x=1$, cumple que $0<1<2$, pero no $1^2>1$

$0<1<2 \rightarrow 1>1$

1,0

(Falso)

b) $n \in \mathbb{Z}$

$5n+1$ es impar $\rightarrow$ n es par

$5n+1=2k+1$

$5n=2k$

$n=\frac{2k}{5}=2m$

1,0

Ya que $n \in \mathbb{Z}$, $\frac{2k}{5}$ también. Por lo tanto

k es múltiplo de 5. $m=\frac{k}{5} \in \mathbb{Z}$

$\rightarrow n=2m$

n es par

(Verdadero)

c) $\forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R} \mid |x|=y$

1,0

Contraejemplo:

Sea $y=-1$ / $|x|=-1$, $\exists x \in \mathbb{R}$, Esto es lógico

puesto que $|x| \geq 0 \rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$

$\rightarrow$ (Falso)

$y-2<0$

$2+1>x-y$

$x=1$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

d) $\exists y<2 \,/\, |y-2|>x-y,\ \forall x\in\mathbb{R}$

o Supongamos que es cierto. Entonces,

$p: \exists y=y_0<2 \,/\, |y_0-2|>x-y_0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

1.0 Puesto que $y_0<2$

$y_0-2<0 \rightarrow |y_0-2|=2-y_0 \ldots (1)$

(1) en p

$\exists y=y_0<2 \,/\, \underbrace{2-y_0>x-y_0}, \forall x\in\mathbb{R}$

$\exists y=y_0<2 \,/\, 2>x,\ \forall x\in\mathbb{R}$, pero esto no cumple para $x=3$.

Por lo tanto, no cumple para todo $x\in\mathbb{R}$.

(Falso)

2) a)

$$\frac{2x^2-2}{x(x+1)^2} \geq \left(\frac{1}{x+1}\right)\left(\frac{x}{x}\right)\left(\frac{x+1}{x+1}\right)$$

3.0

$$\frac{2x^2-2}{x(x+1)^2} \geq \frac{x^2+x}{x(x+1)^2}$$

$$\frac{x^2-x-2}{x(x+1)^2}\geq 0 \rightarrow \underbrace{\frac{(x-2)(x+1)}{x(x+1)^2}}\geq 0$$

Simplificando $x+1$

$$\frac{x-2}{x(x+1)}\geq 0;\quad x\neq -1$$

$- \quad p \quad + \quad p \quad - \quad p \quad +$

$-1 \qquad 0 \qquad 2$

$x\in\,]-1,0[\, \cup\, [2,+\infty[$

$CS = \,]-1,0[\, \cup\, [2,+\infty[$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

b) $\left|\dfrac{x-1}{2x+1}\right| \geq 1$

Elevando al cuadrado, ya que ambos son positivos

3.0

$\left(\dfrac{x-1}{2x+1}\right)^2 \geq 1 \rightarrow \left(\dfrac{x-1}{2x+1}\right)^2 - 1 \geq 0$

$\left(\dfrac{x-1}{2x+1} - 1\right)\left(\dfrac{x-1}{2x+1} + 1\right) \geq 0$ } Diferencia de cuadrados

$\left(\dfrac{-x-2}{2x+1}\right)\left(\dfrac{3x}{2x+1}\right) \geq 0$ } Multiplicar por $-\dfrac{1}{3}$ cambiará el sentido

$\left(\dfrac{x+2}{2x+1}\right)\left(\dfrac{x}{2x+1}\right) \leq 0$

$\dfrac{x(x+2)}{(2x+1)^2} \leq 0$

$+ \quad - \quad - \quad +$; $-2 \quad -\frac{1}{2} \quad 0$

$x \in [-2, 0] - \{-\frac{1}{2}\}$

$CS = [-2; 0] - \{-\frac{1}{2}\}$

(3) $x\sqrt{\dfrac{bx+1}{x}} \geq 0$ ya que $\sqrt{\dfrac{bx^2+1}{x}} \geq 0$;

$x\sqrt{\dfrac{bx^2+1}{x}} \geq 0$ $\quad x > 0 \rightarrow CS_1 =]0; +\infty[$

Para que exista, $\dfrac{bx^2+1}{x} \geq 0$

a) $b > 0$.

$b > 0$

$bx^2 \geq 0$

$bx^2+1 \geq 1 > 0$

$bx^2+1 > 0$

Se puede dividir entre bx^2+1 ya que es positivo.

$\dfrac{bx^2+1}{x} \geq 0 \quad (\div\, bx^2+1)$

$\dfrac{1}{x} \geq 0$

$- \quad + $; 0

$x > 0$

1.0

$CS_2 =]0, +\infty[$

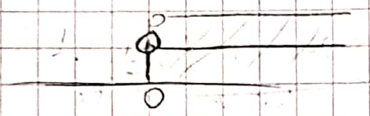
SIGUE A LA VUELTA

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$CS_T = CS_1 \cap CS_2$

$CS_T =]0; +\infty[\cap]0; +\infty[$



$CS_T =]0; +\infty[$

b) $b < 0$

$1 + bx^2 = 1 - (\sqrt{-b}\,x)^2$

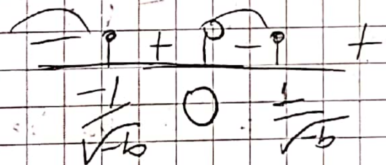
$\frac{bx^2+1}{x} \geq 0$

Diferencia de cuadrados

$\frac{(1 - \sqrt{-b}x)(1+\sqrt{-b}x)}{x} \geq 0$ Multiplicando por (-1)

$\frac{(\sqrt{-b}\,x - 1)(1+\sqrt{-b}\,x)}{x} \leq 0$

1.5

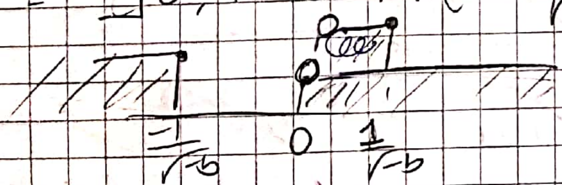


$x \in]-\infty; \frac{-1}{\sqrt{-b}}] \cup]0; \frac{1}{\sqrt{-b}}]$

$CS_3 =]-\infty; \frac{-1}{\sqrt{-b}}] \cup]0; \frac{1}{\sqrt{-b}}]$

$CS_T = CS_1 \cap CS_3$

$CS_T =]0; +\infty[\cap (]-\infty; \frac{-1}{\sqrt{-b}}] \cup]0; \frac{1}{\sqrt{-b}}])$



$CS_T =]0; \frac{1}{\sqrt{-b}}] \cup \{-\frac{1}{\sqrt{-b}}\}$

$b = -4$

$1 + (-b)x^2$

$1 + (-4)x^2$

$1 -$

$1 + bx^2$

$(1-2x)(1+2x)$

$1 - \sqrt{-b}x)$

$1 = (-b)x^2$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

4.)

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-|x|}{2-\sqrt{x-1}}}$$

- $2-\sqrt{x-1} \neq 0$

$2 \neq \sqrt{x-1}$

$x \neq 5$

$CS_1 = \mathbb{R} - \{5\}$

¿? Cuidado

- Para que exista $\sqrt{x-1}$,

$x-1 \geq 0$

$x \geq 1$

Partiendo de que $x \geq 1 > 0$,

Se deduce que $|x| = x$ ...(1)

¿?

- Para que exista $\sqrt{\frac{x-|x|}{2-\sqrt{x-1}}}$,

$$\frac{x-|x|}{2-\sqrt{x-1}} \geq 0 \quad ...(2)$$

(1) en (2)

$$\frac{x-x}{2-\sqrt{x-1}} = 0 \geq 0 \rightarrow CS_2 = [1;+\infty[$$

$CS = CS_2 \cap CS_1$ ¿? cuid.

$\rightarrow CS = [1;+\infty[\cap \mathbb{R} - \{5\}$

$CS = [1;+\infty[- \{5\}$

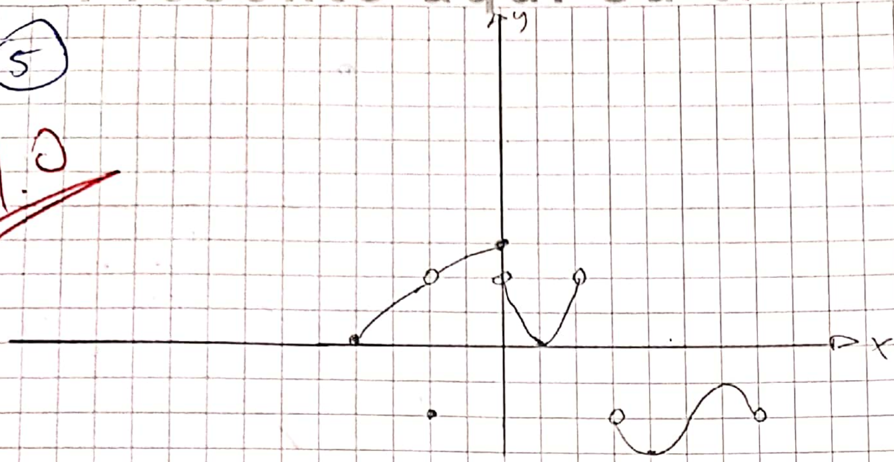
Scanned by CamScanner

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

5

4.0



a) $Dom F =]-4 ; 2[\cup]3 ; 7[$

$Ran F = [-3 ; -1] \cup [0 ; 3] - \{2\}$

b) $f_{min} = -3$

$f_{max} = 3$

c) $-1 \leq f(x) \leq 2$

$x \in]-4 ; -2] \cup]0 ; 2[\cup \{6\}$

$CS =]-4 ; -2] \cup]0 ; 2[\cup \{6\}$

d) $g(x) = f(x) ; \quad -2 \leq x < 1$

$Ran\, G = (\{-1\} \cup [0 ; 3]) - \{2\}$