

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

SEGUNDA PRÁCTICA CALIFICADA

SEMESTRE ACADÉMICO 2019-2

Duración: 110 minutos

Elaborado por los profesores del curso.

Todos los horarios.

ADVERTENCIAS:

- No se permite el uso de calculadoras durante la evaluación.
- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

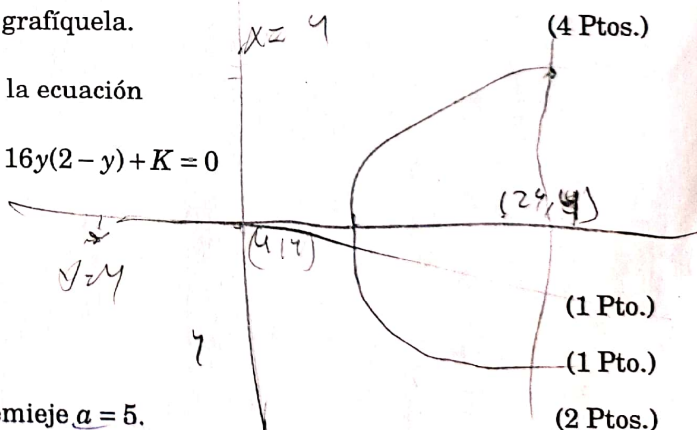
1. La parábola \mathcal{P} pasa por los puntos $A(24,16)$, $B(24,-8)$ y tiene como directriz a la recta $x = 4$. Determine la ecuación de \mathcal{P} (dos soluciones) y grafíquela. (4 Ptos.)

2. Determine para qué valores de K la gráfica de la ecuación

$$25x(x-8) - 16y(2-y) + K = 0$$

corresponde a

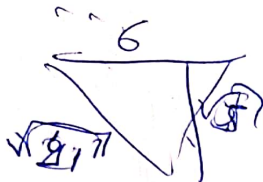
- a) Un conjunto vacío.
b) Un solo punto.
c) Una elipse con centro $(4,1)$ y longitud de semieje $a = 5$.



3. Sea \mathcal{P} una parábola con foco $F(0,4)$ y directriz la recta de ecuación $\mathcal{L}_D : x + 3y - 2 = 0$. Determine la ecuación de la elipse \mathcal{E} cuyo lado recto tiene longitud $2\sqrt{5}$ y cuyos focos son los extremos del lado recto de \mathcal{P} . (4 Ptos.)

Nota. No es necesario simplificar la ecuación de \mathcal{E} .

Continúa ...



$$\left(\frac{2b^2}{a} \right)$$

4. El triángulo ABC tiene vértices $A(1,3)$ y $B(3,5)$ y se sabe que C se encuentra sobre la curva de ecuación

$$9x^2 - 72x - 16y^2 - 32y - 16 = 0.$$

Halle la ecuación del lugar geométrico que describe el punto medio de la mediana del triángulo ABC correspondiente al lado AB; luego, identifique dicho lugar geométrico. (4 Ptos.)

5. Considere la elipse

$$\mathcal{E}: 2x^2 + y^2 - 8x - 6y - 1 = 0.$$

Se sabe que la hipérbola \mathcal{H} tiene eje transversal vertical y dos puntos de la hipérbola \mathcal{H} son los extremos del eje mayor de la elipse. Si además se sabe que la recta $\mathcal{L}: x - y - 3 = 0$ es paralela a una de las asíntotas de \mathcal{H} y dista $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ unidades del centro de \mathcal{H} , halle la ecuación de \mathcal{H} . (4 Ptos.)

Roy Sánchez Gutiérrez
Coordinador de Prácticas:

San Miguel, lunes 30 de septiembre del 2019.

Año Número
2 0 1 9 5 9 7 3
Código de alumno

Práctica #15

Sosa Alvino, Alvaro Caleb

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta).

Alvaro

Firma del alumno

ENTREGADO 09 OCT. 2019

Curso: AM6A

Práctica N°: 2

Horario de práctica: P-107

Fecha: 30 / 09 / 2019

Nombre del profesor: P. Esudero

Nota
20

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido:
(iniciales)

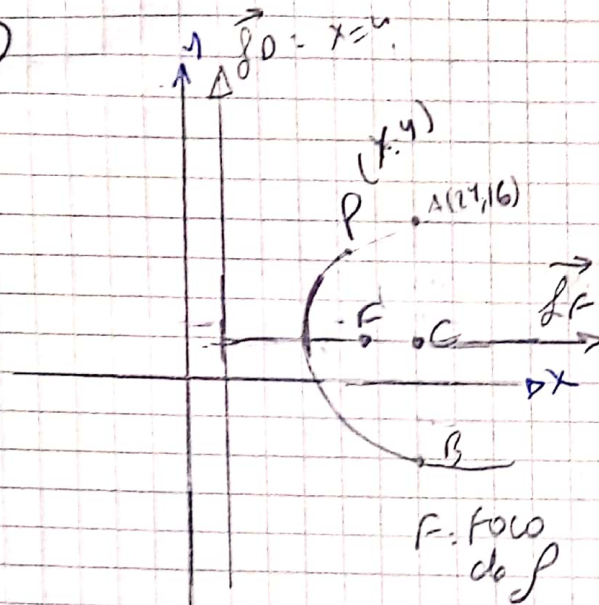
My

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
 - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
 - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
 - evitar borrones, manchas o roturas;
 - no usar corrector líquido;
 - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Presente aquí su trabajo

①



• Como A y B son
simétricos respecto a
LF, eje focal,
C sería el punto medio
de AB

$$C = \frac{1}{2}(A+B)$$

$$C = (24, 4)$$

$$C \in LF \rightarrow LF = y = 4$$

$$F \in LF \rightarrow F = (m, 4)$$

Por definición de parábola

$$d(A, F) = d(A, L_0)$$

$$d(B, F) = d(B, L_0)$$

$$\sqrt{(m-24)^2 + 12^2} = |24-4|$$

$$\sqrt{(m-24)^2 + 12^2} = |24-4|$$

$$(m-24)^2 + 144 = 400$$

$$(m-24)^2 = 256$$

$$m-24 = 16 \vee m-24 = -16$$

$$m = 40$$

$$m = 8$$

• Caso ① $m = 40$

$$F = (40, 4)$$

• Definición de parábola

$$d(P, F) = d(P, L_0)$$

$$\sqrt{(x-40)^2 + (y-4)^2} = |y-4|$$

$$(x-40)^2 + (y-4)^2 = (y-4)^2$$

$$(y-4)^2 = (36)(2x-44)$$

$$(y-4)^2 = 72(x-22)$$

Presente aquí su trabajo

Caso (2) $m=8$
 $F=(8,4)$

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

Por definición de parábola

$$d(P, F) = d(P, \vec{D})$$

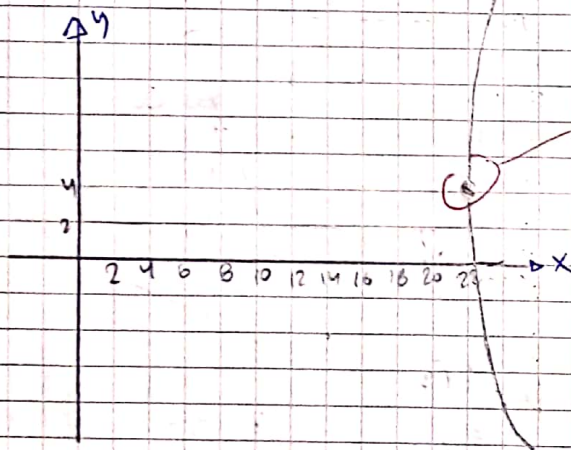
$$\sqrt{(x-8)^2 + (y-4)^2} = |x-4|$$

$$(x-8)^2 + (y-4)^2 = (x-4)^2$$

$$(y-4)^2 = 4(2x-12)$$

$$p' : (y-4)^2 = 8(x-6)$$

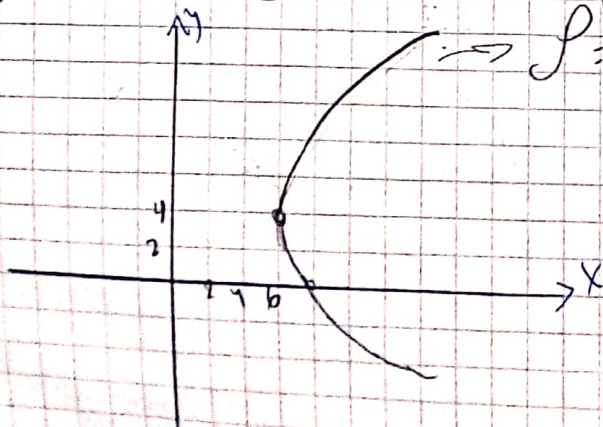
• Para el caso (1)



$$p : (y-4)^2 = 22(x-22)$$

17
-11

Para el caso (2)



$$p' : (y-4)^2 = 8(x-6)$$

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

Presente aquí su trabajo

1)

$$25x^2 - 200x - 32y + 16y^2 + u = 0$$

$$25(x^2 - 8x) + 16(y^2 - 2y) + u = 0$$

$$25(x-4)^2 - 25 \cdot 16 + 16(y-1)^2 - 16 + u = 0$$

$$25(x-4)^2 + 16(y-1)^2 = 416 - u$$

a) Para que sea vacío, la suma de dos cuadrados debería resultar negativo.

$$\rightarrow 416 - u < 0$$

$$416 < u$$

$$u \in [416, +\infty)$$

b) Para que sea solo un punto, la suma de dos cuadrados debe ser 0.

$$416 - u = 0 \rightarrow u = 416$$

$$c) \frac{(x-4)^2}{\frac{416-u}{25}} + \frac{(y-1)^2}{\frac{416-u}{16}} = 1$$

Una elipse cuyo eje focal es paralelo al eje Y

para que la longitud del semieje a sea igual

a 5 y la elipse sea centrada en (4,1),

notese que $a > b$

$$y \frac{416-u}{16} > \frac{416-u}{25}$$

$$\frac{(4-1)^2}{2^2} + \frac{(x-4)^2}{b^2} = 1$$

$$(1)^2 + \frac{(x-4)^2}{b^2} = 1$$

$$2^2 = \frac{416-u}{16} = 5^2 = 25$$

$$u = 16$$

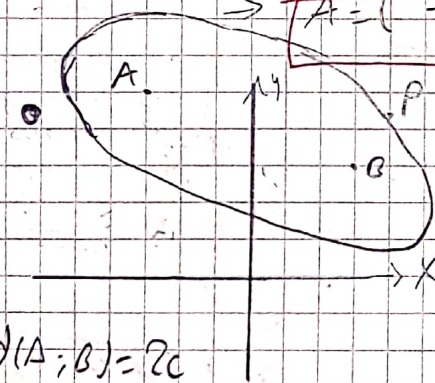
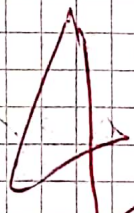
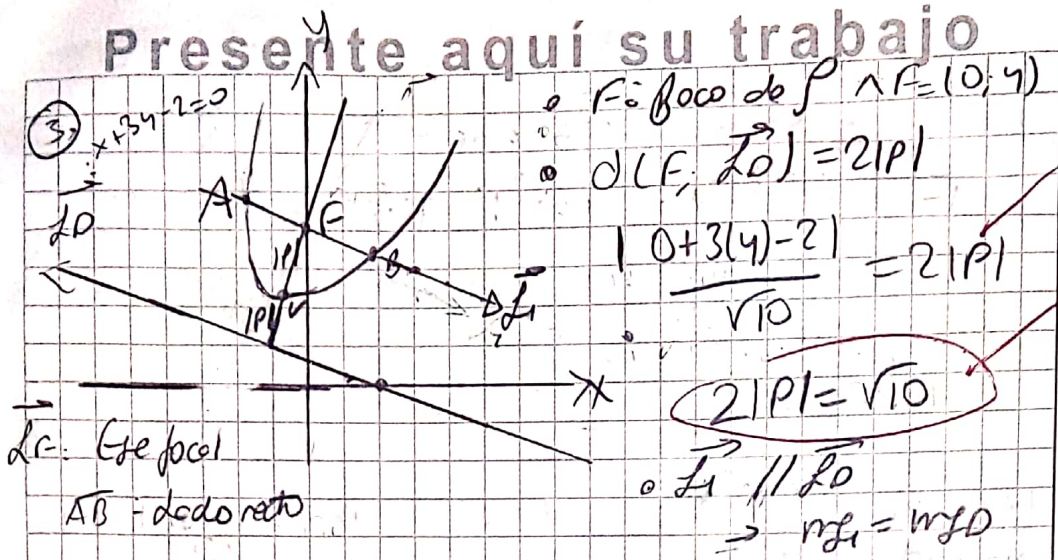
$$\leftarrow 416 - u = 400$$

ERROR DE CÁLCULO NO REVISAR

OK!

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)



$A \wedge B$ son focos de E
 $dato = \frac{2b^2}{a}$ Longitud de los ejes
 $\frac{2b^2}{a} = 2\sqrt{5}$
 $b^2 = 15a$

E es una elipse
 $a^2 = b^2 + c^2$
 $a^2 = 15a + 10 = 0$
 $a^2 - 15a - 10 = 0$
 $a = 2\sqrt{5}$

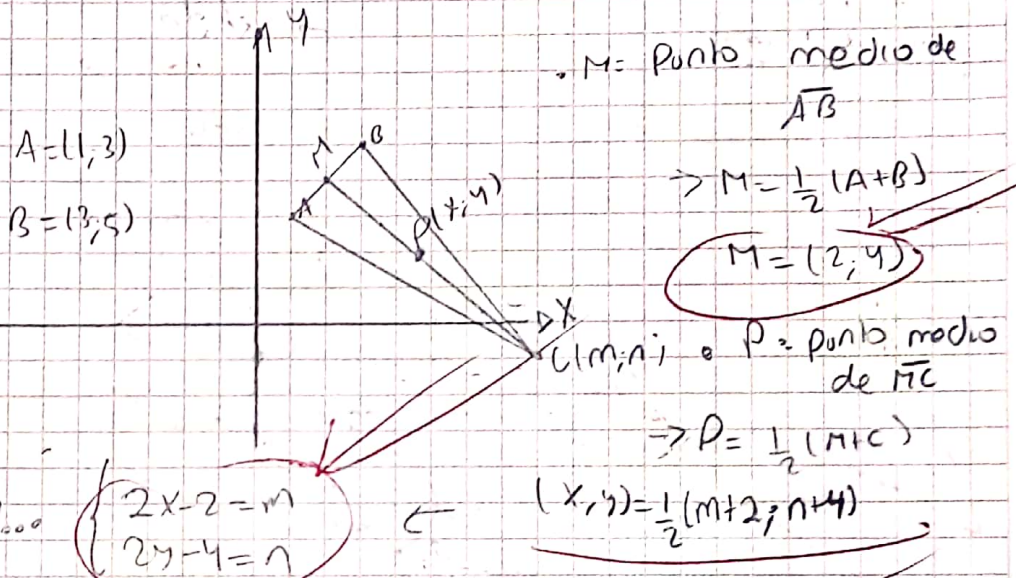
Por definición de elipse,
 $d(P, A) + d(P, B) = 2a$

$\sqrt{(x+3)^2 + (y-5)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (y-3)^2} = 4\sqrt{5}$

Presente aquí su trabajo

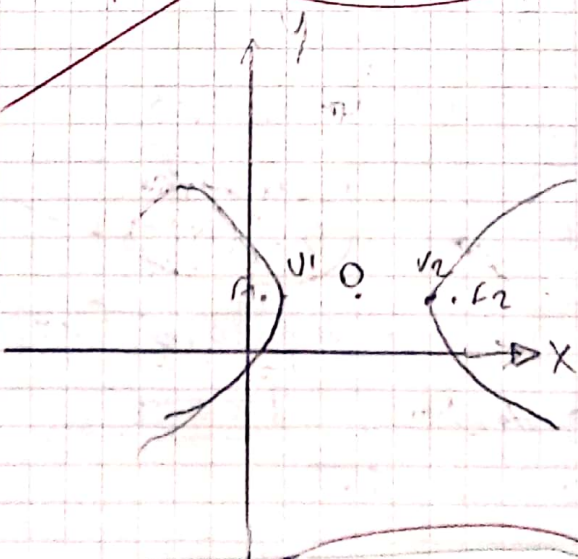
Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$\begin{aligned} 4) \quad L: 9x^2 - 72x - 16y^2 - 32y - 16 &= 0 \\ 9(x^2 - 8x) - 16(y^2 + 2y + 1) &= 0 \\ 9(x-4)^2 - 16(y+1)^2 &= 144 \\ L: \frac{(x-4)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} &= 1 \end{aligned}$$



$$C \in L \Rightarrow \frac{(m-4)^2}{16} - \frac{(n+1)^2}{9} = 1 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{(2x-2)^2}{16} - \frac{(2y-4)^2}{9} &= 1 \\ \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y-2)^2}{9/4} &= 1 \\ a=2 \quad b=3/2 \\ c^2 &= 2^2 + (3/2)^2 \Rightarrow c = 5/2 \end{aligned}$$



El lugar geométrico
es una hipérbola

de centro $(3, \frac{3}{2})$

y de vértices

$V_1(1, \frac{3}{2})$ y $V_2(5, \frac{3}{2})$

y de focos

$F_1(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

y $F_2(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$

$$L': \frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(y-\frac{3}{2})^2}{\frac{9}{4}} = 1$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$E: x^2 + y^2 - 8x - 6y - 1 = 0$$

$$2(x^2 - 4x) + y^2 - 6y = 1$$

$$2(x-2)^2 + (y-3)^2 = 18$$

$$E = \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{18} = 1$$

$$2a^2 = 18 \rightarrow 2a = 3\sqrt{2}$$

$$b^2 = 9 \rightarrow b = 3$$

$$2a^2 = b^2 + c^2$$

$$c = 3$$

O: Centro de E

$$\rightarrow O = (2, 3)$$

$$U_1, O, U_2 \in L: x = 2$$

$$\rightarrow U_1 = (2, m)$$

$$d(U_1, O) = a = 3\sqrt{2}$$

$$|m-3| = 3\sqrt{2}$$

$$m = 3 + 3\sqrt{2} \vee m = 3 - 3\sqrt{2}$$

$$\rightarrow U_1 = (2, 3 + 3\sqrt{2})$$

$$U_2 = (2, 3 - 3\sqrt{2})$$

$$\vec{r}_1 = y = \frac{a}{b}x + c$$

$$\vec{r}_2 = x - y - 3 = 0$$

Como U_1 y U_2 son
simétricos respecto

a \vec{r}_2 , M: punto
medio
de U_1U_2

$$M = \frac{1}{2}(U_1 + U_2)$$

$$M = (2, 3)$$

$$M, O' \in \vec{r}_2: y = 3$$

$$\rightarrow O' = (h, 3)$$

$$\text{dado, } d(O', \vec{r}_2) = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{|h-3-3|}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$|h-6| = 7$$

$$h = -1 \vee h = 13$$

$$\vec{r}_1 \parallel \vec{r}_2$$

$$\rightarrow m_1 = m_2 = 1$$

$$m_1 = \frac{a}{b} = 1$$

$$\rightarrow \vec{r}_1: y = x + c$$

$$a = b$$

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

Presente aquí su trabajo

Caso (1) $h = -1$
 $O' = (-1, 3)$

$O' \in \vec{r} \Rightarrow 3 = -1 + u$
 $u = 4$

$$L = \frac{(y-3)^2}{2^2} - \frac{(x+1)^2}{b^2} = 1$$

$V = (2, 3 + 3/2) \in L$

$\Rightarrow \frac{(18)^2}{2^2} - \frac{9}{b^2} = 1$

Como ya de hallar
que $a = b$
 $18 - 9 = a^2$
 $a = 3 \wedge b = 3$

$$L = \frac{(y-3)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{9} = 1$$

Caso (2) $h = 13$

$O' = (13, 3)$

$O' \in \vec{r} \Rightarrow 3 = 13 + u$
 $u = -10$

$$L = \frac{(y-3)^2}{2^2} - \frac{(x-13)^2}{b^2} = 1$$

Si $u \in L$

$\frac{(18)^2}{2^2} - \frac{100}{b^2} = 1$

$-103 = b^2 (?)$
 no existe

Por lo tanto hay un caso

$\Rightarrow L = \frac{(y-3)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{9} = 1$