PUCP
Estudios
Generales Ciencias

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

EXAMEN PARCIAL

SEMESTRE ACADÉMICO 2024-1

Duración: 170 minutos

TURNO 2

HORARIOS: A101, B101, B102, B103, I101, I102, I103, 104, I105, 117, 118, 119, 120 Y 121

ADVERTENCIAS:
- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación. - Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. - Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos. - Tome las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos; de tener alguna emergencia, comuníqueselo a su jefe de práctica. - Para retirarse del aula y dar por concluida su evaluación, deberá haber transcurrido al menos la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.
INDICACIONES:
- **Puede usar una calculadora que no sea programable y que no grafique.** - **No puede usar apuntes de clase ni libros.** - **El examen consta de 5 preguntas. Debe justificar sus respuestas.** - **Puede responder las preguntas en el orden que desee, sólo indique el número de la pregunta que está resolviendo al inicio de la misma.**

Pregunta 1

La curva C tiene ecuación

$$x^2 + 12xy - 4y^2 - k = 0$$

a) Mediante una rotación adecuada de los ejes de coordenadas, transforme la ecuación dada a otra en el sistema UV, de modo que no tenga término mixto uv. (2 puntos)

b) Para el caso $k = 0$, grafique los puntos $(x; y)$ que satisfacen la ecuación. (0,5 puntos)

c) Si se sabe que $k > 0$ y que la gráfica de C es una hipérbola, tal que la distancia entre sus vértices es $8\sqrt{2}$ unidades, halle la ecuación del eje focal y las coordenadas de uno de los focos de C en el sistema XY. (1,5 puntos).

Pregunta 2

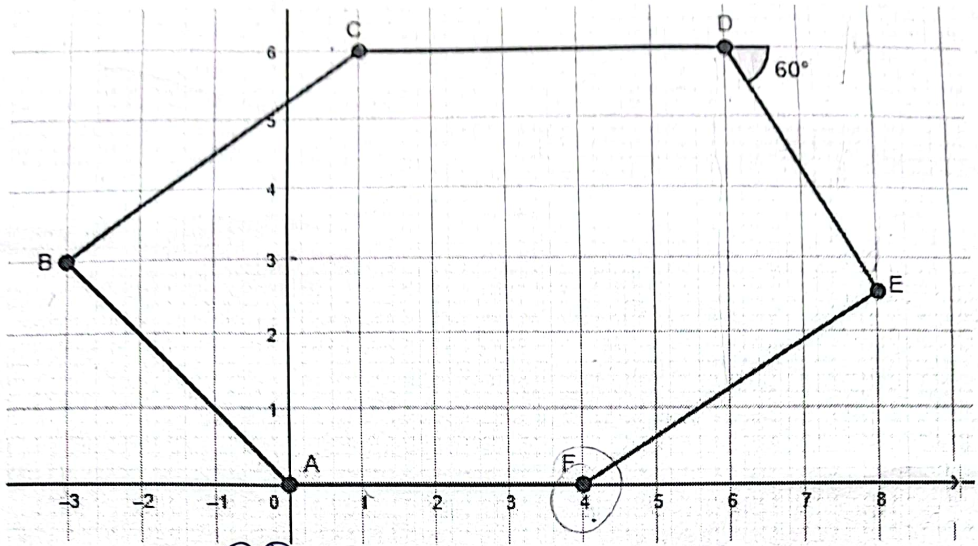
a) Sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ vectores no nulos de $\mathbb{R}^3$ tales que $\vec{a}$ es paralelo al vector $(1; -1; 1)$, $\vec{b}$ es paralelo al vector $(1; 2; 1)$ y los vectores $(\vec{a} - 3\vec{b})$ y $(\vec{b} + 3\vec{a})$ son ortogonales.

Demuestre que:

a1) $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son ortogonales. (1 punto)

a2) $\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\|$. (1 punto)

b) Dada la siguiente figura en el plano cartesiano,

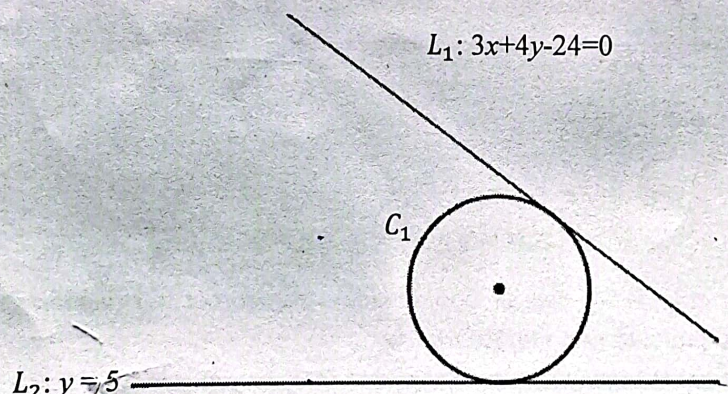


b1) Halle los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ y $\overrightarrow{DE}$. (1 punto)

b2) Calcule $Proy_{\overline{BC}}(2\overrightarrow{DE})$. $= 2\,Proy_{\overline{BC}}\,\overline{DE}$ (1 punto)

Pregunta 3

En el siguiente gráfico se muestran las rectas L_1 y L_2, rectas tangentes a la circunferencia C_1.



Si además se sabe que **el radio de la circunferencia C_1 es 2 unidades,**

a) Halle la ecuación de la circunferencia C_1. (2 puntos)

b) Considere la circunferencia C_2, cuyo centro es $\left(-\frac{68}{3}; 13\right)$ y es tangente simultáneamente a L_1 y L_2. Analice si C_2 es tangente a C_1. (1 punto)

Pregunta 4

Sea $\mathcal{E}$ una elipse con eje focal vertical tal que:

- La recta $\mathcal{L}: y = -2x + 8$ pasa por un extremo del eje menor de $\mathcal{E}$ y por el foco cuya ordenada es menor que la de su centro.
- La longitud de su lado recto es $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ unidades
- El punto $A(3; 2)$ pertenece a la elipse.
- Las coordenadas del centro son números enteros.

Se pide lo siguiente:

a) Halle la ecuación de la elipse $\mathcal{E}$. (3,5 puntos)

b) Describa con un sistema de inecuaciones la región interior limitada por la recta $\mathcal{L}$, la elipse $\mathcal{E}$ y la recta que contiene a su eje menor. (1,5 puntos)

Pregunta 5

Considere lo siguiente:

- El punto A se desplaza en la curva de ecuación $(x-2)^2 = y$.
- El punto B se desplaza en la recta de ecuación $x - y = 0$.
- La pendiente del segmento $\overline{AB}$ siempre es 2.
- Los puntos $P(x; y)$ son los puntos medios de los segmentos $\overline{AB}$.

a) Considerando el punto $A(3;\ 1)$, halle las coordenadas del punto B que cumple las condiciones anteriores y calcule las coordenadas del punto medio de $\overline{AB}$. (1,5 puntos)

b) Halle una ecuación del lugar geométrico descrito por los puntos $P(x; y)$, puntos medios de los segmentos $\overline{AB}$. (2,5 puntos)

Examen elaborado por los profesores del curso
Coordinadora de teoría. Prof. Cecilia Gaita
San Miguel, 13 de mayo de 2024

Año				Número			
2	0	2	4	2	3	4	1

Código de alumno

Primer examen

Ruiz Rodríguez Miyoel Fabrizio.
Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

MyoelRuiz
Firma del alumno

Curso: Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Horario: H-118

Fecha: 13/05/24

Nombre del profesor: Carlos Cárdenas Estrella

Nota

20

Firma del profesor

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir este examen calificado, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

TOTAL $\frac{4.0}{4.0}$

P I

1) $x^2 + 12xy - 4y^2 - k = 0$

$\tan(2\theta) = \frac{12}{1-(-4)}$

$\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{12}{5}$

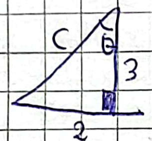
$5\tan\theta = 6 - 6\tan^2\theta$

$6\tan^2\theta + 5\tan\theta - 6 = 0$

$\tan\theta = \frac{2}{3} \vee \tan\theta = -\frac{3}{2}$

0.5 ptos

Tomar $\tan\theta = \frac{2}{3}$, porque $0 < \theta < 90°$



$c^2 = 2^2 + 3^2$

$c = \sqrt{13}$

$\operatorname{sen}\theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$ $\cos\theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$

Ec. de rotación

$x = u\cos\theta - v\operatorname{sen}\theta$

$x = \frac{3u - 2v}{\sqrt{13}}$

$y = u\operatorname{sen}\theta + v\cos\theta$

$y = \frac{2u + 3v}{\sqrt{13}}$

0.5 ptos

$x^2 = \left(\frac{3u - 2v}{\sqrt{13}}\right)^2 = \frac{9u^2 + 4v^2 - 12uv}{13}$

$12xy = (12)\left(\frac{3u - 2v}{\sqrt{13}}\right)\left(\frac{2u + 3v}{\sqrt{13}}\right) = \frac{12(6u^2 + 9uv - 4uv - 6v^2)}{13}$

$= \frac{72u^2 + 60uv - 72v^2}{13}$

$-4y^2 = \frac{-4(2u+3v)^2}{13} = \frac{-4(4u^2 + 9v^2 + 12uv)}{13}$

$= \frac{-16u^2 - 36v^2 - 48uv}{13}$

Reemplazando en ec.

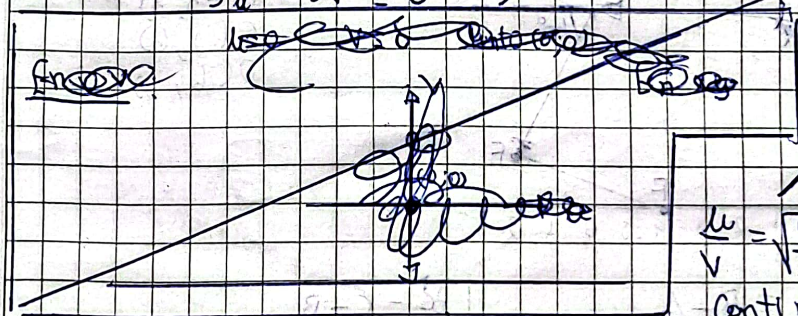
$\frac{9u^2 - \cancel{12uv} + 4v^2 + 72u^2 + \cancel{60uv} - 72v^2 - 16u^2 - \cancel{48uv} - 36v^2}{13} = k$

$\frac{65u^2 - 104v^2}{13} = k$

$5u^2 - 8v^2 = k$

1.0 pto

b) $k = 0$ $5u^2 - 8v^2 = 0$



$5u^2 = 8v^2$

$\frac{u^2}{v^2} = \frac{8}{5}$

$\left|\frac{u}{v}\right| = \sqrt{\frac{8}{5}}$

$\frac{u}{v} = \sqrt{\frac{8}{5}} \vee \frac{u}{v} = -\sqrt{\frac{8}{5}}$

Continúa en P7

0,5 ptos

c) $\frac{5u^2}{k} - \frac{8v^2}{k} = \frac{k}{k}$

$\frac{u^2}{k/5} - \frac{v^2}{k/8} = 1$

$D(V_1, V_2) = 2a = 8\sqrt{2}$

Dato: $2a = 8\sqrt{2}$

$a = 4\sqrt{2}$ $a^2 = 32$

Además $a^2 = \frac{k}{5}$

$(5)(32) = k$

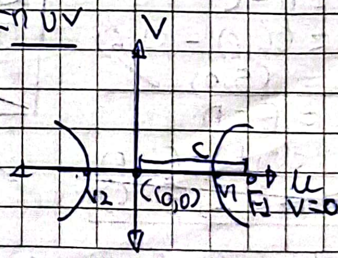
$160 = k$

0.5 ptos

Reemplazando:

$\frac{u^2}{32} - \frac{v^2}{20} = 1$

En UV



Ec del eje focal:

$L_{ef}: V = 0$

Pasando a xy

$V = y\cos\theta - x\operatorname{sen}\theta$

$x\operatorname{sen}\theta = y\cos\theta$

$x\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right) = y\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)$

$\frac{2x}{3} = y$

0.5 ptos

$\frac{8}{3}$

$5u^2 = 8v^2$

$5u^2 = 8v^2$

$\frac{u^2}{v^2} = \frac{8}{5}$

$\frac{u}{v} = \sqrt{\frac{8}{5}}$

$u = \sqrt{\frac{8}{5}}\, v$ (0)

Presente aquí su trabajo

Zona cálculo

(P2)

Por pitágoras de H

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 32 + 20$

$c = 2\sqrt{13}$ ✓

Un foco en uv es:

$F_1(2\sqrt{13}, 0)$

Convirtiendo a xy

$x = \frac{(2\sqrt{13})(3) - 2(0)}{\sqrt{13}}$

$x = 6$ ✓

$y = \frac{2(2\sqrt{13}) + 3(0)}{(\sqrt{13})} = 4$ ✓

En xy

$\therefore F_1 = (6, 4)$ ✓

0.5ptos

---

2)

$\bar{a} = k(1; -1, 1)$

$\bar{a} = (k; -k, k)$

$\|\bar{a}\| = \sqrt{3k^2}$

$\bar{b} = m(1, 2, 1)$

$\bar{b} = (m, 2m, m)$

$\|\bar{b}\| = \sqrt{6m^2}$

$(\bar{a} - 3\bar{b}) \cdot (\bar{b} + 3\bar{a}) = 0$

$\bar{a} \cdot \bar{b} + 3\|a\|^2 - 3\|b\|^2 - 9\bar{a} \cdot \bar{b} = 0$

$3(\|a\|^2 - \|b\|^2) = 8\,\bar{a} \cdot \bar{b}$

$3(3k^2 - 6m^2) = 8(\cancel{km} - 2km + \cancel{km})$

$3(3k^2 - 6m^2) = 0$

$3k^2 - 6m^2 = 0$

$3k^2 = 6m^2$

$\frac{k^2}{m^2} = \frac{2n}{n}$ ✓

Para que $\bar{a}$ y $\bar{b}$ sean ortogonales, $\bar{a} \cdot \bar{b} = 0$

a1) $\bar{a} \cdot \bar{b} = 0$

$(km - 2km + km) = 0$ ✓ → Son ortogonales

1

a2) $\|a\| = \|b\|$ → ~~Ahí~~ → Pero usando las ctes.

$\sqrt{3k^2} = \sqrt{6m^2}$

$\sqrt{3(2n)} = \sqrt{6n}$

$\sqrt{6n} = \sqrt{6n}$ → Son iguales (los módulos)

1

b)

A(0,0)

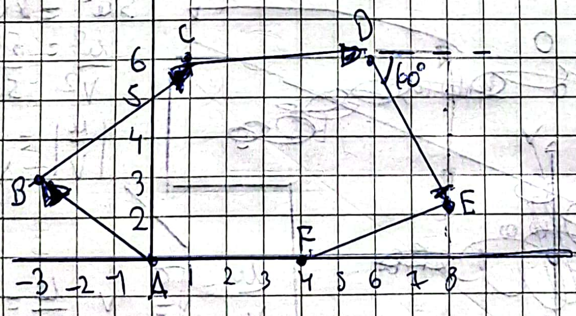
F(4,0)

E(8,E)

B(-3,3)

C(1,6)

D(6,6)



b1)

$\vec{AB} = B - A$

$\vec{AB} = (-3, 3) - (0, 0)$

$\vec{AB} = (-3, 3)$ ✓

$\vec{BC} = C - B$

$\vec{BC} = (1, 6) - (-3, 3)$

$\vec{BC} = (4, 3)$ Además $\|\vec{BC}\| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

~~$\vec{DE} = E - D$~~

~~$\vec{D}(\cos 60, -D \operatorname{sen} 60) = (8, E) - (6, 6)$~~

~~$= (2, E - 6)$~~

$\vec{CD} = D - C$

$\vec{CD} = (6, 6) - (1, 6)$

$\vec{CD} = (5, 0)$ ✓

$\vec{DE} = E - D$

$= (8, E) - (6, 6)$

~~$(\vec{DE}\cos 60, \vec{DE} \operatorname{sen} 60) = (2, E - 6)$~~

$(\|\vec{DE}\|\cos 60^\circ; -\|\vec{DE}\| \operatorname{sen} 60) = (2; E - 6)$

$2 = \|\vec{DE}\| \cos 60$

$4 = \|\vec{DE}\|$

$-\|\vec{DE}\| \operatorname{sen} 60 = E - 6$

$E = 6 - 2\sqrt{3}$

Presente aquí su trabajo

(P3)

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$\vec{DE} = (8,\ 6-2\sqrt{3}) - (6, 6)$

$\vec{DE} = (2,\ -2\sqrt{3})$

b2) Pide $\text{Proy}_{\vec{BC}}(2\vec{DE}) = 2\text{Proy}_{\vec{BC}}\vec{DE} = 2\left(\dfrac{\vec{DE}\cdot\vec{BC}}{\|\vec{BC}\|^2}\right)\cdot\vec{BC}$

$\vec{DE}\cdot\vec{BC} = (2; -2\sqrt{3})\cdot(4,3)$

$\vec{DE}\cdot\vec{BC} = 8 - 6\sqrt{3}$

$\|\vec{BC}\|^2 = 25$

$\to 2\left(\dfrac{8-6\sqrt{3}}{25}\right)\cdot(4,3)$

$\to \left(\dfrac{2(8-6\sqrt{3})(4)}{25};\ \dfrac{2(8-6\sqrt{3})(3)}{25}\right)$

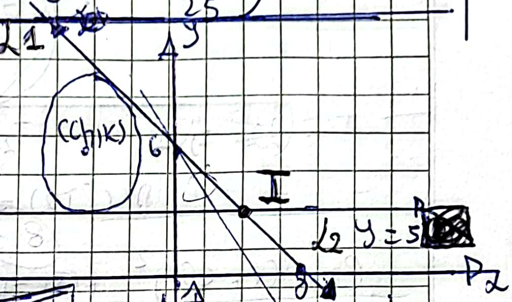
$\dfrac{8-6\sqrt{3}}{25}(4,3)$

$\dfrac{8(8-6\sqrt{3})}{25};\ \dfrac{6(8-6\sqrt{3})}{25}$

$\dfrac{64-48\sqrt{3}}{25};\ \dfrac{48-36\sqrt{3}}{25}$

b2) Finalmente, reemplazando los datos, se obtiene:

$2\text{Proy}_{\vec{BC}}\vec{DE} = \left(\dfrac{64-48\sqrt{3}}{25};\ \dfrac{48-36\sqrt{3}}{25}\right)$

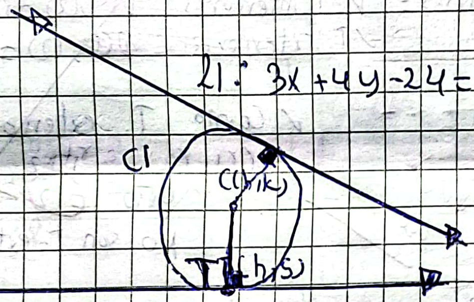


Para comprobar, se esbozará una gráfica

Por gráfica, k está por encima de 5, por lo que tomaremos $k = 7$ ... III

3)

3a)



$L2: y = 5$; $L2: y - 5 = 0$

$3x + 4y - 24 = 0$

$y = \dfrac{-3x+24}{4}$

$r = 2$

$C1: (x-h)^2 + (y-k)^2 = 4$

$D(C, L2) = r = 2$

$\dfrac{|k-5|}{1} = 2$

$k - 5 = 2$; $k = 7$ ... III

$k - 5 = -2$; $k = 3$ ... IV

$D(C, L1) = 2$

Por gráfica, el punto I está más a la derecha de C(h,k), por lo que la abscisa de I es mayor que h.

$D(C, L1) = r = 2$

$\dfrac{|3h+4(7)-24|}{5} = 2$

$|3h+4| = 10$

$3h + 4 = 10$; $h = 2$ ... I

$3h + 4 = -10$; $h = \dfrac{-14}{3}$ ... II

Hallando I

$I: L1 \cap L2$

$L1: 3x + 4y - 24 = 0$

$L2: y = 5$

$I(\frac{4}{3}, 5)$

Al analizar el punto $(h, 7)$

~~debe ser menor que 0, la recta L1 por ir a la izquierda de~~

~~Caso I: $3(2)+4(7)-24 > 0$~~

y el único de los casos donde h es menor que $\frac{4}{3}$ es en caso II, por lo que tomaremos $h = -14/3$

$\therefore C(-\frac{14}{3}, 7)$

Finalmente C_1 es: $(x+\frac{14}{3})^2 + (y-7)^2 = 4$

3b) Continúa en (P4)

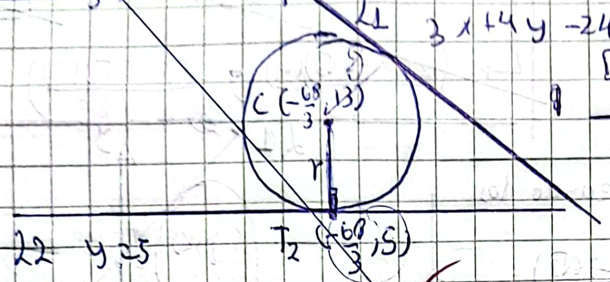
b) $\mathcal{C}_2: (x+\frac{68}{3})^2+(y-13)^2=r^2$

~~Como es tangente a ambas, al reemplazar debe de quedar un punto~~

~~$\mathcal{C}_2 \cap L_2$~~

~~$(x+\frac{68}{3})^2+64=r^2$~~

$L_1: 3x+4y-24=0$



$D(C, T_1)=r$

$\frac{64}{25}=r$

$L_2: y=5$ $\quad T_2(-\frac{68}{3}, 5)$

$D(C, T_2)=r \quad |y-5|=r$

$8=r \quad y=5+r \lor y=5-r$

$\mathcal{C}_2: (x+\frac{68}{3})^2+(y-13)^2=64$

Para que $\mathcal{C}_1$ y $\mathcal{C}_2$ sean tangentes, ~~deben de estar en 1 punto.~~

Hay 2 maneras: ✓ T interiores $D(C_1, C_2)=r_2-r_1$

✓ T exteriores $D(C_1, C_2)=r_1+r_2$

AL FINAL

✓ Como T interiores:

$D(C_1, C_2)=8-4$ No!! debe sumar los radios

$6\sqrt{10}=4$

No son t. int

✓ Como T. exteriores

$D(C_1, C_2)=r_1+r_2$ $\quad 8+2$

$6\sqrt{10} \neq 12$

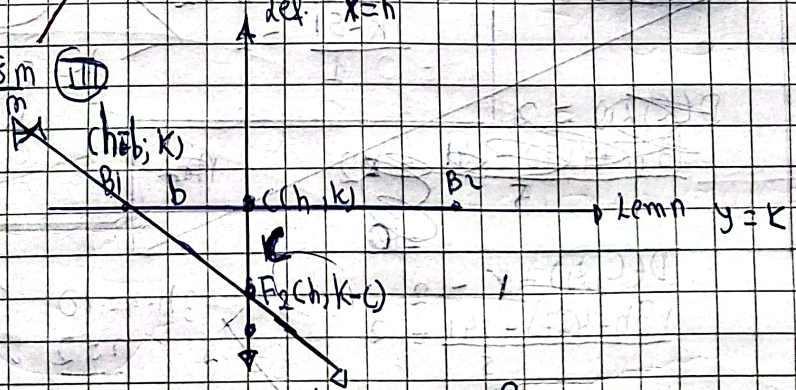
No son t. ext

No son tangentes

4) Elipse con eje focal vertical

def. $x=h$

Dato: $\frac{2b^2}{a}=\frac{4\sqrt{5}}{5} \quad \frac{b^2}{a}=\frac{2\sqrt{5}m}{5m}$ (III)



I ✓ $h, k \in \mathbb{Z}$

✓ $(3,2) \in \mathcal{E}$

$L: y=-2x+8$

$B_1 \in L$:

~~$k=-2(h+b)+8$~~

$k=-2(h-b)+8$

$k=-2h+2b+8$

$F_2 \in L$:

$k-c=-2h+8$

$k+2h-8=c$ ... (IV)

$\frac{k+2h-8}{2}=b$

Pitágoras $a^2=b^2+c^2$

$25m^2=2\sqrt{5}m+c^2$

Dividiendo: $\frac{c}{b}=\frac{k+2h-8}{\frac{k+2h-8}{2}}$

Reemplazando:

~~$25m^2=2\sqrt{5}m+$~~

(I)

$(\frac{c}{b})^2=(\frac{2}{1})^2=\frac{4}{1}$ (II)

~~Reemplazando~~ $\sqrt{5}m \quad c=b\sqrt{2\sqrt{5}m}$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

P5

Pero de (III) se obtiene: $\frac{c^2}{b^2} = \frac{4}{1} = \frac{4(2\sqrt{5}m)}{2\sqrt{5}m}$ $\qquad$ $c = 2b$

Reemp. en (I)

$25m^2 = 2\sqrt{5}m + 8\sqrt{5}m$

$\cancel{25}^{5} m^2 = \cancel{10}^{2}\sqrt{5}m$

$\frac{5}{2} m^2 = \sqrt{5}m$

$m_1 = \frac{2\sqrt{5}}{5} \vee m_2 = 0$

Pero $m > 0$,
Entonces nos quedamos con m_1 $\longrightarrow$ Entonces $a^2 = b^2 + c^2$
$c = 4$

$\therefore$ $a = 5\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right) = 2\sqrt{5}$

$b = \sqrt{2\sqrt{5} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5}} = 2$

$\therefore$ $\mathcal{E}: \frac{(y-k)^2}{20} + \frac{(x-h)^2}{4} = 1$

Además $(3,2) \in \mathcal{E}$: $\frac{(2-k)^2}{20} + \frac{(3-h)^2}{4} = 1$ ... (V)

De (IV): $k + 2h - 8 = 4$
$k + 2h = 12$
$k = 12 - 2h$

Reemplazando en (V)

$\frac{(2h-10)^2}{20} + \frac{(3-h)^2}{4} = 1$

$\frac{4(h-5)^2}{20} + \frac{(h-3)^2}{4} = 1$

$4(h-5)^2 + 5(h-3)^2 = 20 \rightarrow 9h^2 - 70h + 125 = 0$

Operando queda: $h = 5 \vee h = \frac{25}{9}$

Pero por dato; $h \in \mathbb{Z}$; por lo tanto $h = 5$

Reemplazando en (IV)

$k + 2h - 8 = c = 4 \rightarrow k = 12 - 2h$

$k = 12 - 2(5)$

$k = 2$

$\longrightarrow C(5;2)$

Finalmente

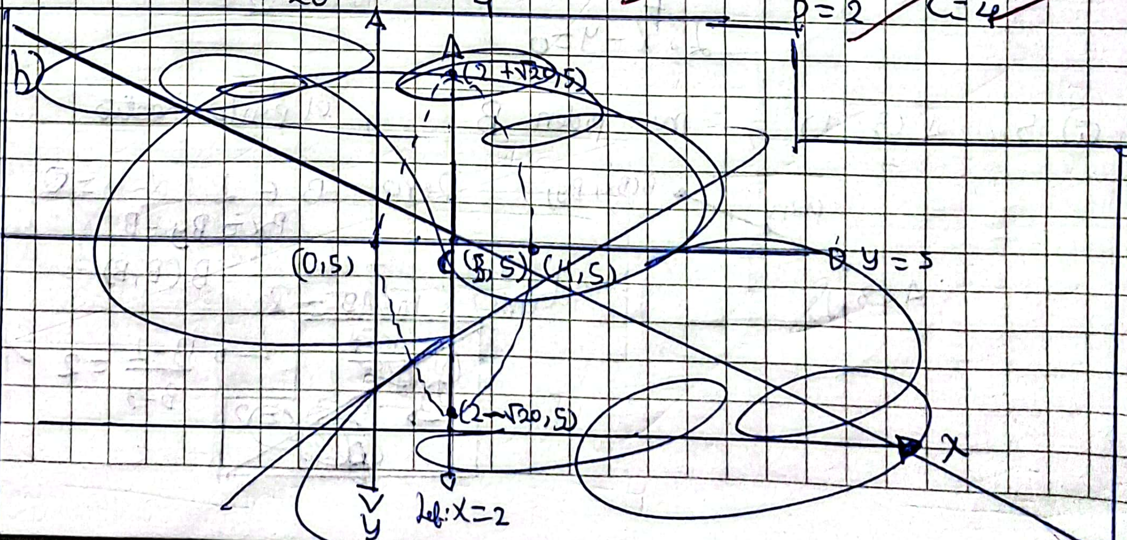
$\therefore$ $\mathcal{E}: \frac{(y-2)^2}{20} + \frac{(x-5)^2}{4} = 1$

$a = \sqrt{20}$

$b = 2$ $\quad$ $c = 4$

3

b)



$(h-2)^2$

$5h^2 - 20h + 20$

$4h^2 - 20h + 100 - 5h^2 - 20h + 20$

$9h^2 - 40h + 100 = 0$

$4(h-5)^2 + 5(h-3)^2 = 20$

$4(h^2 - 10h + 25) + 5(h^2 - 6h + 9) - 20 = 0$

$4h^2 - 40h + 100 + 5h^2 - 30h + 45 - 20 = 0$

$9h^2 - 70h + 125 = 0$

$K + 2h - 8 = C$

$K + 2h = 12$

$K = 12 - 2h$

$K = 12 - 10$

$K = 2$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

P6

b)

$\mathcal{L}: y = -2x + 8$

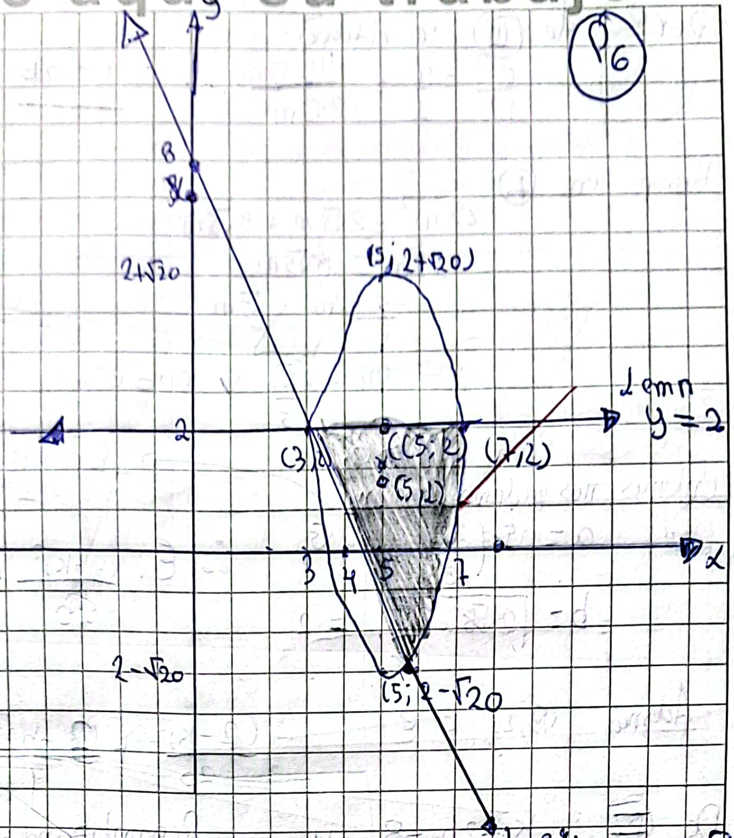
$x = 0 \quad y = 8$

$y = 0 \quad x = 4$

$y = 2 - \sqrt{20} \quad x = 5{,}23\ldots$

$x = 3 \quad y = 2$

$\mathcal{E}: \dfrac{(y-2)^2}{20} + \dfrac{(x-5)^2}{4} = 1$



Piden una región dentro de $\mathcal{E}$, a la derecha de $\mathcal{L}$ y debajo de $\mathcal{L}_{emn}$, cumple el punto (5; 1), sin fronteras porque pide la región interior.

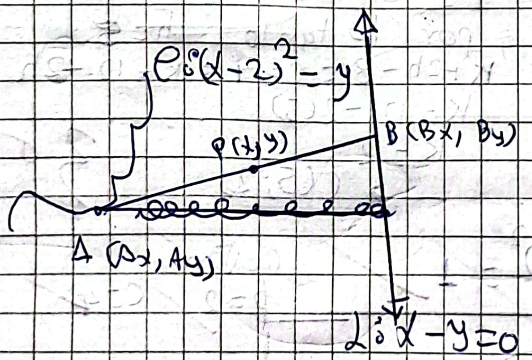
$\mathcal{E}: \dfrac{1}{20} < 1$

$\mathcal{L}: 1 > -2(5) + 8$

$\mathcal{L}_{emn}: 1 < 2$

$\therefore$ Sist. inec.
$$\begin{cases} \dfrac{(y-2)^2}{20} + \dfrac{(x-5)^2}{4} < 1 \\ y > -2x + 8 \\ y < 2 \end{cases}$$

5)

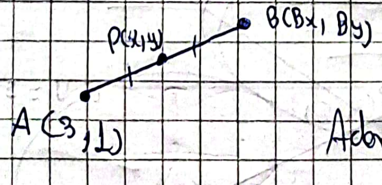


$m_{AB} = 2$

$P(x, y) \to \mathcal{L}G$ pedido

$P = \dfrac{A + B}{2}$

a) Si A(3; 1), me piden B y el punto medio



Pero $B \in \mathcal{L}: x - y = 0$

$Bx = By = B$

$B(B, B)$

Además $m_{\mathcal{L}AB} = 2$

$\dfrac{B-1}{B-3} = 2$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

P7

$\frac{B-1}{} = 2(B-3)$
$B-1 = 2B-6$
$5 = B$

$\therefore B(5;5)$

Piden el punto medio

$P = \frac{A+B}{2}$

B(5;5)
P(x;y)
A(3;1)

$\therefore P = (4;3)$

1,5

b)

$A \in \mathcal{P}$. $(Ax-2)^2 = 4y$
$\hookrightarrow (x-2)^2 = y$

$B(Bx, By) \in \mathcal{L}: x - y = 0$
$Bx = By = B$

B(B, B)
P(x, y)
A $(Ax; (Ax-2)^2)$

$m_{AB} = 2$
$(Ax-2)^2 - B = 2[(Ax) - B]$
$(Ax-2)^2 - B = 2Ax - 2B$
$(Ax-2)^2 + B = 2Ax$
$B = 2Ax - (Ax-2)^2 \ldots$ (I)

$P = \frac{A+B}{2}$

$(x; y) = \left(\frac{Ax+B}{2}; \frac{(Ax-2)^2+B}{2}\right)$

$x = \frac{Ax+B}{2} \ldots$ (II) $\quad y = \frac{(Ax-2)^2+B}{2} \ldots$ (III)

Reemplazando (I) en (II)

$x = \frac{Ax + 2Ax - (Ax-2)^2}{2}$

$2x = 3Ax - (Ax-2)^2$

$\cancel{(Ax-2)^2 = 3Ax - 2x}$
$\cancel{Ay = 3Ax - 2x}$

Reemplazando (I) en (III)
$2y = (Ax-2)^2 + B$
$2y = \cancel{(Ax-2)^2} + 2Ax - \cancel{(Ax-2)^2}$
$\boxed{y = Ax} \ldots$ (IV)

Reemplazando: $y = Ax \ldots$ (IV)
$2x = 3y - (Ax-2)^2$
$\underbrace{(Ax-2)^2}_{} = 3y - 2x$
$Ay = 3y - 2x$

2,5

Finalmente $\mathcal{L}_G$: $(y-2)^2 = 3y - 2x$

$(y-2)^2 = Ay$

$y-2)^2 = 3Ax - 2x$
$= Ax$

$-2)$

$y = u\cos\theta$
$v = \theta$
$0 =$

Continuación de la 1B de la P1

$\mathcal{L}_1$: $u = \sqrt{\frac{8}{5}}\, v$ $\qquad$ $\mathcal{L}_2$: $u = -\sqrt{\frac{8}{5}}\, v$

$= y\,\text{sen}\theta + x\cos\theta$

$\sqrt{\frac{8}{5}}\, v =$

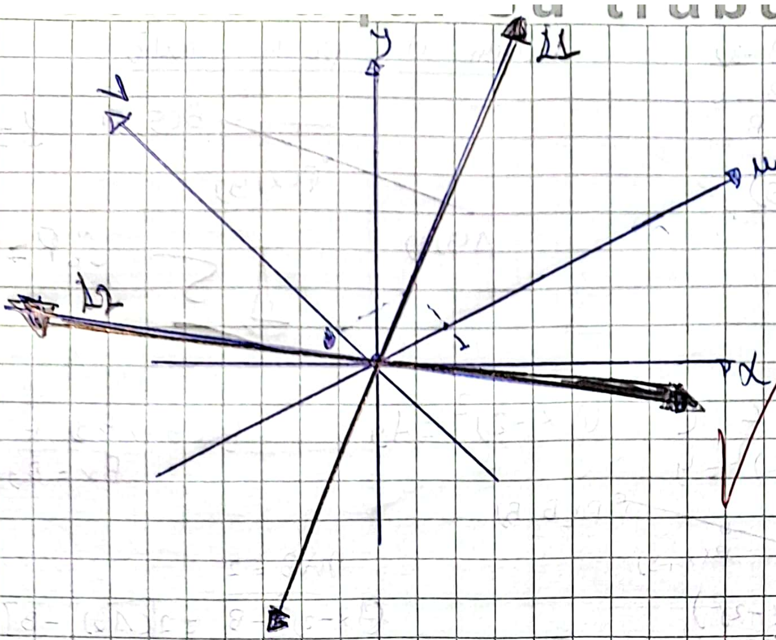
$v =$

Transf. de xy
$u = y\,\text{sen}\theta + x\cos\theta$
$u = \frac{2y + 3x}{\sqrt{13}} \rightarrow u = \sqrt{\frac{8}{5}}\, v \cdot \frac{2y+3x}{\sqrt{13}}$
$v = \frac{3y - 2x}{\sqrt{13}}$ $\qquad$ Para $v = \frac{3y-2x}{\sqrt{13}}$

$\sqrt{\frac{8}{5}}\left(\frac{3y-2x}{\sqrt{13}}\right) \frac{2y+3x}{} = \frac{-2y+3x}{\sqrt{13}}$

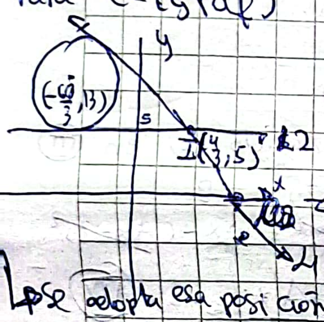
Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

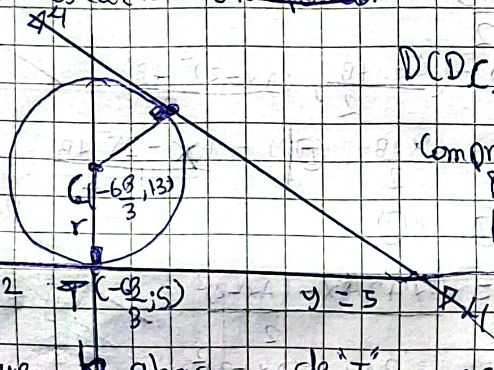
Gráf:



3b) C2: tangente simultánea a ambas rectas, estructura similar a C1, ~~se descarta otra posición~~

Para C2 (gráf)





$D(D_C, T) = r$

$8 = r$

Comprobando con

$D(C_1, L1) = r$

$\frac{|3(-\frac{68}{3}) + 4(13) - 24|}{5} = 8 = r$

Se adopta esa posición, porque la abscisa de "I" es mayor que la del centro; y su ordenada menor que la del centro.

$\therefore C_2: (x + \frac{68}{3})^2 + (y - 13)^2 = 64$

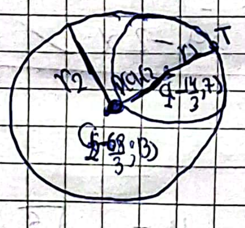
El problema pide analizar si C_2 es tangente a C_1

Hay 2 opciones: (I) ✓ Tangente interior → $D(C_1, C_2) = r_2 - r_1$

(II) ✓ Tangente exterior → $D(C_1, C_2) = r_1 + r_2$

Para (I): Se asumirá que C_2 "contendría a C_1", porque el radio de C_2 es mayor.

Caso hipotético



$D(C_1, C_2) + r_1 = r_2$ $\quad r_2 = 8$

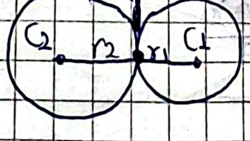
$D(C_1, C_2) = r_2 - r_1$ $\quad r_1 = 2$

$\sqrt{(-\frac{14}{3} + \frac{68}{3})^2 + (7 - 13)^2} = 6$

$6\sqrt{10} = 6 \quad \therefore$ FALSO

No son t. int.

Para (II):



$D(C_1, C_2) = r_1 + r_2$

$6\sqrt{10} = 10 \quad \therefore$ FALSO

No son t. ext.

$\therefore C_2$ no es tangente a C_1.

$\sqrt{36 + 824}$