ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

PUCP

ENTREGADO 29 MAYO 2018

Práctica

Año: 2018 Número: 1861

Código de alumno

Zegarra Barrenechea Luis Alfredo

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: AMGA

Práctica N°: 3

Horario de práctica: H-115

Fecha: 21/05/2018

Nombre del profesor: J. L. Flores

Nota

18

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: (iniciales) EDZ

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Noviembre 2016

Scanned with CamScanner

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Tercera Práctica Calificada

Semestre Académico 2018 -1

Horario: B126, 0101 a 0112, 0115, 0123 (Turno 1) — Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

Indicaciones:

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas, calculadora o computadora personal.
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

---

1. Considere las rectas

5

$$\mathscr{L}_1 : P = (1,-3,4) + t(-2,3,-3), t \in \mathbb{R} \quad \text{y} \quad \mathscr{L}_2 : P = (5,1,4) + r(4,-1,3), r \in \mathbb{R}.$$

   a) Halle las coordenadas del punto de intersección de $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$. (1 p.)

   b) Halle la ecuación cartesiana del plano $\mathscr{P}$ que contiene a las rectas $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$. (2 p.)

   c) Halle la ecuación vectorial de la recta $\mathscr{L}_3$ que pasa por el origen de coordenadas e interseca perpendicularmente a la recta $\mathscr{L}_2$. (2 p.)

2. Los puntos $A = (-5,-4)$, $B = (0,1)$ y $C = (-3,1)$ son vértices de un trapecio isósceles $ABCD$, siendo $\overline{AB}$ una de sus bases.

3

   a) Halle el pie de la altura $\overline{CH}$, con H en $\overline{AB}$. (2.5 p.)

   b) Halle las coordenadas del vértice D. (2.5 p.)

3. Analice la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones, justificando sus respuestas.

   a) Las rectas
   $$\mathscr{L}_1 : P = t(-1,2,-4), t \in \mathbb{R} \;\; \text{y} \;\; \mathscr{L}_2 : P = (0,0,12) + r(3,-6,12), r \in \mathbb{R}$$
   son iguales. (1 p.)

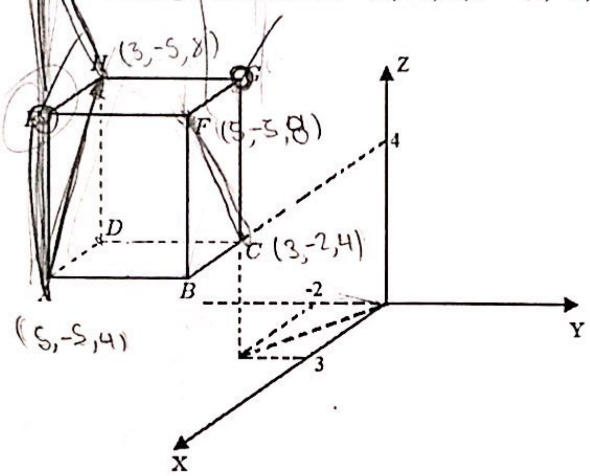
   b) Para cualquier $k \in \mathbb{R}$, la recta $\mathscr{L} : P = (2,4,0) + t(k,4,2), t \in \mathbb{R}$ está contenida en el plano $\mathscr{P} : 2x - y + (2-k)z = 0$. (1.5 p.)

3

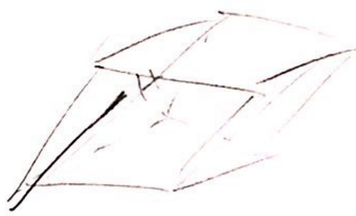
Scanned with CamScanner

- c) Si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ vectores en $\mathbb{R}^3$ no nulos y no paralelos, entonces los vectores $\vec{a} \times \vec{b}$ y $\vec{b} - \left(\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\|\vec{a}\|^2}\right)\vec{a}$ son ortogonales. (1 p.)
- d) Si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son vectores unitarios en $\mathbb{R}^3$ tal que $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} + \vec{b}$, entonces $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$. (1.5 p.)

4. En el paralelepípedo mostrado en la figura se tiene $A = (5,-5,4)$, $F = (5,-2,8)$ y $H = (3,-5,8)$.



3



a) Halle las coordenadas de los otros vértices del paralelogramo. (3 p.)

b) Halle el área del paralelogramo formado por los vectores $2\overrightarrow{AC}$ y $2\overrightarrow{HF}$. (2 p.)

Coordinador de práctica: Prof. Elton Barrantes R.

San Miguel, 21 de mayo de 2018.

B = (2,3,0) + D

G = (0,3,4) + D

B+G = (2,6,4) + 2D

EF (2,0,4)

4 $\sqrt{20}$

(2, 0, 4

AE = D

BF = CG

F - (2,3,0) - $\cancel{D}$ = G - (0,3,4) - $\cancel{D}$

F-G

GF

Scanned with CamScanner

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

1) $L_1: P = (1,-3,4) + t(-2,3,-3)$
$L_2: P = (5,1,4) + r(4,-1,3)$

a) $L_1 \cap L_2$

$(1,-3,4) + t(-2,3,-3) = (5,1,4) + r(4,-1,3)$

$(1-2t;\ 3t-3;\ 4-3t) = (4r+5,\ 1-r,\ 4+3r)$

$1-2t = 4r+5 \quad \wedge \quad 3t-3 = 1-r \quad \wedge \quad 4-3t = 4+3r$
$1-4 = -8+5 \qquad 3t-3 = 1+t \quad \wedge \quad -t = r$
$-3 = -3 \qquad 2t = 4$
$t_0 = 2$
$r_0 = -2$

$P = (1-4,\ 6-3,\ 4-6) = (-3,3,-2)$

$P = (-3,3,-2)$

b) $L_1, L_2 \subset \pi$

$\bar{n} = (-2,3,-3) \times (4,-1,3) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 3 & -3 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

$= i(9-3) - j(-6+12) + k(+2-12)$
$= (6,-6,-10) \parallel (3,-3,-5)$

$(1,-3,4) \in \pi$

$\rightarrow (3,-3,-5)\cdot(x-1,\ y+3,\ z-4) = 0$

$3x-3-3y-9-5z+20 = 0$

$\pi: 3x-3y-5z+8=0$

c) $L_3 \perp L_2 \qquad L_3: P = (0,0,0) + s\bar{V}, \quad O = (0,0,0)$

$L_3 \cap L_2 = D = (4r+5,\ 1-r,\ 3r+4)$

$\overline{OD} \cdot (4,-1,3) = 0$
$(4r+5,\ 1-r,\ 3r+4)\cdot(4,-1,3) = 0$
$16r+20+r-1+9r+12 = 0$
$26r = -31$
$r = -\frac{31}{26}$

$\overline{OD} = \left(\frac{6}{26}, \frac{57}{26}, \frac{11}{26}\right) \parallel (6,57,11)$

$L_3: P = (0,0,0) + s(6,57,11), \quad s \in \mathbb{R}$

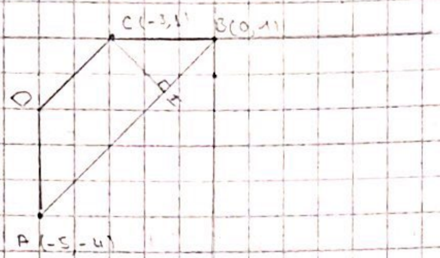
5

1 Falta!

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

9)



$\overline{BC} = (-3,0)$

$\overline{BA} = (-5,-5)$

a) $\overline{BH} = Proy_{\overline{BA}}\, \overline{BC} = \left(\frac{\overline{BC}\cdot \overline{BA}}{\|\overline{BA}\|^2}\right)\overline{BA}$

$= \left[\frac{(-3,0)\cdot(-5,-5)}{50}\right](-5,-5)$

$\overline{BH} = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

$H = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right) + (0,1)$

$H = (-3/2\,,\ -1/2)$

5,

b) $2\overline{BH} + \overline{CD} = \overline{BA}$

$(-3,-3) + \overline{CD} = (-5,-5)$

$\overline{CD} = (-2,-2)$

$D = (-2,-2) + (-3,1)$

$D = (-5,-1)$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

3) a) $L_1: P = t(-1,2,4) \sim L_2 = (0,0,12) + r(3,-6,12)$

Son paralelos

$r(-1,2,4) = (3,-6,12)$

$r = -3 \wedge r = 3$ ∴ Falso

No es la justificación

Error

b) $L \subset P \leftrightarrow [(k,4,2)\cdot(2,-1,2-k) = 0$
$\wedge (2+tk, 4+4t, 2t) \in P]$

• $(k,4,2)\cdot(2,-1,2-k) = 0$
$2k - 4 + 4 - 2k = 0$
$0 = 0$ ∴ (V)

Ec del plano ⟹ • $2(2+tk) - (4+4t) + (2-k)(2t) = 0$
$4 + 2tk - 4t - 4 + 4t - 2tk = 0$
$0 = 0$ ∴ (V)

2

∴ $L \subset P$ ∴ (Verdadero)

c) $a, b \neq 0 \wedge a \times b \neq 0 \rightarrow (a \times b) \perp b - \left(\frac{a \cdot b}{\|a\|^2}\right) a$

$(a \times b)\cdot\left(b - \left(\frac{a\cdot b}{\|a\|^2}\right)a\right) = 0$ ← Esto debes probar

$(a\times b)\cdot b - \left(\frac{a\cdot b}{\|a\|^2}\right) a\cdot(a\times b) = 0$

$0 - 0 = 0$

$= 0 \quad = 0$ ∴ (Verdadero)

4,2

d) $[\|a\| = 1 \wedge \|b\| = 1 \wedge \bar{a}\times\bar{b} = \bar{a}+\bar{b}] \rightarrow a\cdot b = 1$

$a \times b = a + b \leftrightarrow a = -b$

$a\cdot b = -b\cdot b$

$a\cdot b = -\|b\|^2$

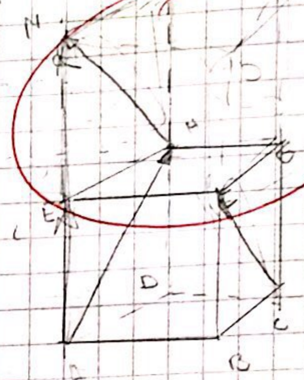
$a \cdot b = -1$ ∴ Fallso

Scanned with CamScanner

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

4) a) $\|AH\| = \|FC\| \rightarrow$ Paralelepípedo recto



¿¿

- $AH + CF = 2\,AE$

$(-2,0,4) + (2,-3,4) = 2AE$

$(0,-3,8) = 2AE$

$AE = (0,-3/2,4)$

$E = (0,-3/2,4) + (5,-5,4)$

$E = (5,-\frac{13}{2},8)$

$AE = DH \rightarrow (0,-3/2,4) = (3,-5,8) - D$

$D = (3,-7/2,4)$

$AE = BF \rightarrow (0,-3/2,4) = (5,-5,8) - B$

$B = (5,-7/2,4)$

$AE = CG \rightarrow (0,-3/2,4) = G - (3,-2,4)$

$G = (3,-5/2,8)$

$-5 \qquad\qquad -5$

$E = (5,-\cancel{13/2},8)$, $D = (3,-\cancel{7/2},4)$

$B = (5,-\cancel{7/2},4)$, $G = (3,-\cancel{5/2},8)$

$-2 \qquad\qquad -2$

3,5

b) $\overline{AC} = (-2,3,0)$; $\overline{HF} = (2,3,0)$

$$2AC \times 2HF = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -4 & 6 & 6 \\ 4 & 6 & 6 \end{vmatrix} = (0,0,-24-24) =$$

$(0,0,-48)$

$\|(0,0,-48)\| = 48$

$A\,\square = 48$

$A = 48u^2$