ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

ET LUX IN TENEBRIS LUCET MCMXVII | PUCP

12 JUN. 2018

Año | Número

2	0	1	8		1	8	6	1

Código de alumno

Práctica

Legarva Barrenechea Luis Alfredo
Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: AMGA

Práctica N°: 4

Horario de práctica: 115

Fecha: 04/06/18

Nombre del profesor: J. Flores

Nota
20

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: (iniciales) H.Z.M.

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Cuarta Práctica Calificada

Semestre Académico 2018 -1

Horario: B126, 0101 a 0112, 0115, 0123 (Turno 1) Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

Indicaciones:

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas, calculadora o computadora personal.
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

---

1. Sea el sistema matricial

$$\begin{cases} 2X + 3Y = B^T \\ 3X - Y = A^T \end{cases},$$

donde $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 7 \\ 1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ y $B = (b_{ij})$ es una matriz de orden 2×3 tal que $b_{ij} = i^j - 2j$. Halle las matrices X e Y. (3 p.)

2. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Halle $A^2 - 4A + 3I$, donde I es la matriz identidad de orden 3. (2 p.)

b) Halle la matriz $A^4 - 40A$. (2 p.)

3. Calcule el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 8 & -3 \\ -2 & -6 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. (4 p.)

4. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 0 & 4 \\ a & b & c \end{pmatrix}$ tal que $|A| = 2$.

a) Calcule el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 10 & 0 & 8 \\ a & b & c \end{pmatrix}^3$. (1 p.)

---

b) Calcule el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 3a+2 & 3b+4 & 3c+8 \\ 2a & 2b & 2c \\ a+5 & b & c+4 \end{pmatrix}$. (3 p.)

5. Analice la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones, justificando sus respuestas.

a) Si A es una matriz cuadrada tal que $A = -A^T$, entonces A^2 es simétrica. (1 p.)

b) Si A es una matriz cuadrada tal que $A^2 - 2A + I = 0$, donde I es la matriz identidad, entonces $A^3 = 3A - 2I$. (1.5 p.)

c) Dadas las matrices

$$A = (a_{ij})_{15\times 2} \text{ tal que } a_{ij} = 2i + j, \quad B = (b_{ij})_{2\times 20} \text{ tal que } b_{ij} = j - i \text{ y } C = (c_{ij}) = A \cdot B,$$

se cumple que el valor de la entrada c_{84}, correspondiente a la fila 8 y columna 4 de la matriz C, es 87. (1.5 p.)

d) Si A es una matriz cuadrada de orden 2 y tal que $A = -A^T$, entonces $|A| = 0$. (1 p.)

Coordinador de práctica: Prof. Elton Barrantes R.

San Miguel, 4 de junio de 2018.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

1) $2x + 3y = B^T \quad \wedge \quad 3x - y = A^T$

$B = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow B^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 0 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \quad A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$

$2x + 3y = B^T$
$9x - 3y = 3A^T$
$11x = 3A^T + B^T$

$11x = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -6 & 0 \\ 21 & 21 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 0 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$

$11X = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -9 & 0 \\ 16 & 23 \end{bmatrix}$

$6x + 9y = 3B^T$
$6x - 2y = 2A^T$
$11y = 3B^T - 2A^T$

$11y = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -9 & 0 \\ -15 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 8 & 0 \\ -14 & -14 \end{bmatrix}$

$11y = \begin{bmatrix} -7 & -2 \\ -1 & 0 \\ -29 & -8 \end{bmatrix}$

$X = \begin{bmatrix} 5/11 & 3/11 \\ -9/11 & 0 \\ 16/11 & 23/11 \end{bmatrix}$

$y = \begin{bmatrix} -7/11 & -2/11 \\ -1/11 & 0 \\ -29/11 & -8/11 \end{bmatrix}$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

2) • $A^2 = \begin{matrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 5 & -4 & -4 \\ 4 & -3 & -4 \\ -8 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ $\quad 4A = \begin{vmatrix} 8 & -4 & -4 \\ 4 & 0 & -4 \\ -8 & 8 & 12 \end{vmatrix}$

$\begin{matrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{matrix}$ $\quad 3I = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

$A^2 - 4A + 3I = \begin{pmatrix} 5 & -4 & -4 \\ 4 & -3 & -4 \\ -8 & 8 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & 4 & 4 \\ -4 & 0 & 4 \\ 8 & -8 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$A^2 - 4A + 3I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

• $A^4 - 40A$ _ ,

• $A^4 = \begin{matrix} 5 & -4 & -4 \\ 4 & -3 & -4 \\ -8 & 8 & 9 \end{matrix} \begin{bmatrix} 41 & -40 & -40 \\ 40 & -39 & -40 \\ -80 & 80 & 81 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 80 & -40 & -40 \\ 40 & 0 & -40 \\ -80 & 80 & 120 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -39 & 0 & 0 \\ 0 & -39 & 0 \\ 0 & 0 & -39 \end{bmatrix}$

$\begin{matrix} 5 & -4 & -4 \\ 4 & -3 & -4 \\ -8 & 8 & 9 \end{matrix}$

a) $A^2 - 4A + 3I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

b) $A^4 - 40A = \begin{bmatrix} -39 & 0 & 0 \\ 0 & -39 & 0 \\ 0 & 0 & -39 \end{bmatrix}$

Scanned with CamScanner

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

3)

$$A = \begin{vmatrix} -1 & -3 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 8 & -3 \\ -2 & -6 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} F_2+(F_1+F_3) = \begin{vmatrix} -1 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 11 & 0 \\ -2 & -6 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} F_3-2F_1 = \begin{vmatrix} -1 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 11 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -1 \begin{vmatrix} -4 & 11 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} -4 & 11 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = -1(-12) = 12$$

$$\det(A) = 12$$

4) • $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 0 & 4 \\ a & b & c \end{pmatrix} \wedge |A| = 2 \qquad A' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 10 & 0 & 8 \\ a & b & c \end{pmatrix}^3$

$$\left| \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 10 & 0 & 8 \\ a & b & c \end{pmatrix}^3 \right| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 10 & 0 & 8 \\ a & b & c \end{vmatrix}^3 = \left(2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 0 & 4 \\ a & b & c \end{vmatrix} \right)^3$$

$$= (2 \cdot 2)^3 = 64 \qquad \text{Det}(A') = 64$$

• $$|B| = \begin{vmatrix} 3a+2 & 3b+4 & 3c+8 \\ 2a & 2b & 2c \\ a+5 & b & c+4 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 3a+2 & 3b+4 & 3c+8 \\ a & b & c \\ a+5 & b & c+4 \end{vmatrix} \begin{matrix} F_1-3F_2 \\ \\ F_3-F_2 \end{matrix}$$

$$= 2 \begin{vmatrix} 2 & 4 & 8 \\ a & b & c \\ 5 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ a & b & c \\ 5 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 4 \left[5 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ b & c \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ a & b \end{vmatrix} \right]$$

$$= 20(2c-4b) + 16(b-2a)$$

$$= 40c - 80b + 16b - 32a = 40c - 64b - 32a$$

$$\text{Det}(B) = 8(5c - 8b - 4a)$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

5) • $A \in \mathbb{R}^{n\times n} \wedge A = -A^T \rightarrow A^2 = (A^2)^T$

$A = -A^T$

$A.A = -A^T.A$

$A.A = -A^T.-A^T$ ... (hipótesis)

$A^2 = (A^T)^2$

$A^2 = (A^2)^T$ ... (Verdadero)

• $A \in \mathbb{R}^{n\times n} \wedge A^2 - 2A + I = 0 \rightarrow A^3 = 3A - 2I$

$A^3 - 2A^2 + A = 0$

$A^3 = 2A^2 - A$

$A^3 = 2(2A - I) - A$ ... hipótesis

$A^3 = 4A - 2I - A$

$A^3 = 3A - 2I$ ... (Verdadero)

• $C = [c_{ij}] \cup c_{ij} = \sum_{k=1}^{2} a_{ik} \cdot b_{kj}$

$C_{8,4} = a_{81} \cdot b_{14} + a_{82} \cdot b_{24}$

$= (17)(3) + (18)(2)$

$51 + 36 = 87$ ... (Verdadero)

• $A \in \mathbb{R}^{2\times 2} \wedge A = -A^T \rightarrow |A| = 0$

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & -c \\ -b & -d \end{bmatrix} \rightarrow$ $c = -b$; $a = -a$, $d = -d$; $a = 0$, $d = 0$

$A = \begin{bmatrix} 0 & -c \\ c & 0 \end{bmatrix}$ $|A| = c^2$ y $|A| = d^2$ ... (Falso)

Contra ejemplo

$|A| = \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 4$ ... (Falso)