2021-2 ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA (1MAT04)

INICIO
ACTIVIDADES
CALENDARIO
NOTAS
PARTICIPANTES
OTROS

Navegación por el cuestionario

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Mostrar una página cada vez

Finalizar revisión

Comenzado el	sábado, 23 de octubre de 2021, 08:00
Estado	Finalizado
Finalizado en	sábado, 23 de octubre de 2021, 10:34
Tiempo empleado	2 horas 34 minutos
Calificación	**17,00** de 17,00 (**100%**)

Pregunta 1

Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

El sistema de coordenadas UV se ha obtenido al rotar el sistema de coordenadas XY un ángulo $\theta \in]0;\pi/2[$. Además, se sabe que las coordenadas de un punto P en el sistema XY son $P(-1;2)$ y en el sistema UV son $P(1;2)$.
Halle $\tan(\theta)$.

Importante:
Si la respuesta no es un número entero, ingrésela con un máximo de dos cifras decimales (por ejemplo, 2.5 o 2.54). No ingrese como respuesta una fracción.

Respuesta: 1,33

La respuesta correcta es: 1,33

Pregunta 2

Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

Considere la siguiente información:

- El vector $\vec{u} = (2;2)$ puede escribirse como la suma de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$.
- El vector $\vec{a}$ es paralelo al vector $(1;3)$.
- El vector $\vec{b}$ es paralelo al vector $(-1;1)$.

Halle el vector $\vec{w}$ que es paralelo al vector $\vec{a}+\vec{b}$, tiene el mismo sentido que dicho vector y su módulo es 2.

a. $\left(\frac{2}{\sqrt{2}};\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$
b. $\left(-\frac{2}{\sqrt{2}};\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$
c. $\left(\frac{2}{\sqrt{2}};-\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$
d. $\left(-\frac{2}{\sqrt{2}};-\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$
e. Ninguna de las opciones mostradas es la respuesta

Respuesta correcta
La respuesta correcta es:
$\left(\frac{2}{\sqrt{2}};\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$

Pregunta 3

Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

Sea ABC un triángulo de vértices $A(3;4;2)$, $B(1;1;6)$ y $C(-3;-5;2)$ tal que:

- En la prolongación del segmento $\overline{CB}$ se ubica un punto M (B entre los puntos M y C), de modo que $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MB}$.
- En el interior del segmento $\overline{AC}$ se ubica un punto N, de modo que $\overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{AN}$.

Si α es el ángulo formado por los vectores $\overrightarrow{NM}$ y $\overrightarrow{NB}$, calcule el valor de $7\cos(\alpha)$.

a. 6
b. 5
c. 4
d. 3
e. Ninguna de las opciones mostradas es la respuesta

Respuesta correcta
La respuesta correcta es:
6

Pregunta 4

Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

En una parábola $\mathcal{P}$, los puntos $A(3;6)$ y $B(9;18)$ son los extremos de su lado recto y su vértice $V(h;k)$ cumple que $h>3$.
Halle el valor de h.

Importante:
Si la respuesta no es un número entero, ingrésela con un máximo de dos cifras decimales (por ejemplo, 2.5 o 2.54). No ingrese como respuesta una fracción.

Respuesta: 9

La respuesta correcta es: 9,000

Pregunta **5**

Correcta

Puntúa 1,00 sobre 1,00

Marcar pregunta

Considere el conjunto de todos los puntos $P(x;y)$ tales que la suma de las distancias de P a los puntos fijos $F_1(-10;-2)$ y $F_2(10;-2)$ es 20 unidades. Además, se sabe que $x > 10$.

Se afirma que

- a. La gráfica del lugar geométrico descrita por el punto P es el punto $(10;-2)$.
- b. El conjunto de puntos P es el conjunto vacío. ✔
- c. La gráfica del lugar geométrico descrita por el punto P es un segmento contenido en la recta cuya ecuación es $y=-2$.
- d. La gráfica del lugar geométrico descrita por el punto P es una circunferencia.
- e. La gráfica del lugar geométrico descrita por el punto P es una elipse.
- f. Ninguna de las opciones mostradas es la respuesta.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
El conjunto de puntos P es el conjunto vacío.

Pregunta **6**

Correcta

Puntúa 1,00 sobre 1,00

Marcar pregunta

Señale cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas.

a) Si el foco y el lado recto de una parábola $\mathcal{P}$ son el centro y el diámetro de una circunferencia $\mathcal{C}$, respectivamente, entonces el vértice de $\mathcal{P}$ es un punto de $\mathcal{C}$.

b) Los extremos del eje normal y del eje conjugado de una hipérbola $\mathcal{H}$ podrían ser puntos de una circunferencia $\mathcal{C}$.

c) Si los focos y vértices de la elipse $\mathcal{E}$ son los vértices y focos de la hipérbola $\mathcal{H}$, respectivamente, entonces el eje menor de $\mathcal{E}$ coincide con el eje conjugado de $\mathcal{H}$.

- a. Sólo b) y c)
- b. Todas las afirmaciones son verdaderas
- c. Sólo a) y b)
- d. Sólo a) y c)
- e. Ninguna de las afirmaciones es verdadera
- f. Sólo a)
- g. Sólo b)
- h. Sólo c) ✘

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
Sólo b) y c)

Comentario:

Pregunta **7**

Finalizado

Puntúa 3,00 sobre 3,00

Marcar pregunta

Considere el punto $A(-1;-3)$, el punto B en la curva cuya ecuación es $y=-2x^2$ y el punto P en la prolongación del segmento $\overline{AB}$ tal que

- B está en el interior del segmento $\overline{AP}$.
- Las distancias de A a P y de P a B se encuentran en la razón de 3 a 2.

Se pide lo siguiente:

a) Halle una ecuación del lugar geométrico descrito por el punto P. (1 punto)

b) Grafique el lugar geométrico hallado en a) y la recta $2x-y-10=0$ en un mismo plano, señalando las coordenadas de los puntos de intersección. (1 punto)

c) Describa con un sistema de inecuaciones la región limitada por las curvas graficadas en b). Considere también la frontera. (1 punto)

Nota: No olvide subir sus archivos con la solución antes de pasar a la siguiente pregunta.

pregunta7.pdf

Comentario:

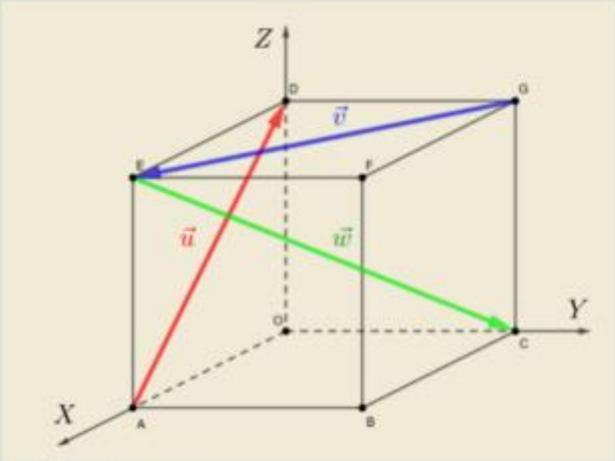
Pregunta 8

Finalizado

Puntúa 4,00 sobre 4,00

Marcar pregunta

En la siguiente figura se muestra un paralelepípedo recto, donde O es el origen de coordenadas, los vértices A, C y D se encuentran en los ejes coordenados y se cumple $\|\overrightarrow{OA}\| = 3$, $\|\overrightarrow{OC}\| = 7$ y $\|\overrightarrow{OD}\| = 4$.



a) Halle los vectores $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$. (0,5 puntos)

b) Calcule

$\vec{v} \bullet [(\vec{v} \bullet \vec{u})\vec{w} + (\vec{u} \bullet \vec{w})\vec{v}]$ (1,5 puntos)

c) Si $\vec{b} \in \mathbb{R}^3$ y se cumple lo siguiente:

$\vec{v} \bullet \vec{w} = \vec{v} \bullet \vec{b}$

$\vec{v} \times \vec{w} = \vec{v} \times \vec{b}$,

¿es cierto que el único vector $\vec{b}$ que satisface ambas condiciones es el vector $\vec{w}$? Justifique su respuesta. (2 puntos)

Nota: No olvide subir sus archivos con la solución antes de pasar a la siguiente pregunta.

pregunta8.pdf

Comentario:
Bien!!

Pregunta 9

Finalizado

Puntúa 4,00 sobre 4,00

Marcar pregunta

Considere la cónica cuya ecuación es la siguiente

$$33x^2 + 30\sqrt{3}xy + 3y^2 + 96\sqrt{3}x + 96y + 192 - 2F = 0.$$

Se sabe además que su lado recto mide 14 unidades.

a) Halle todos los valores que puede tomar F. Justifique su respuesta. (3 puntos)

b) Considerando el valor $F > 0$ obtenido en a), bosqueje la gráfica de la cónica en el sistema de coordenadas XY y halle la ecuación del eje focal de la cónica en el sistema XY. (1 punto)

Importante: No olvide adjuntar los archivos con su solución antes de dar por terminada la evaluación.

pregunta9.pdf

Comentario:

Finalizar revisión

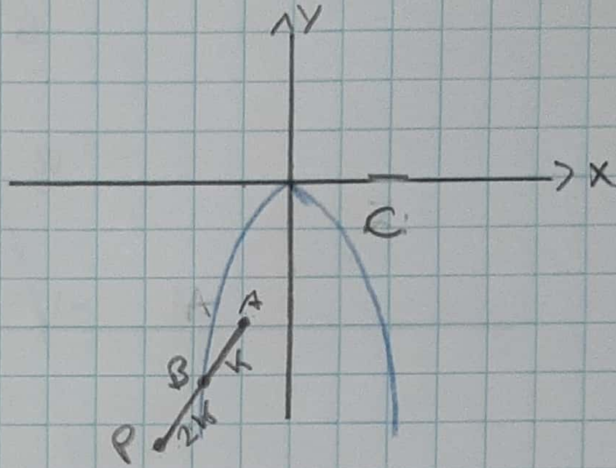
Alberto Esteban Segundo Chirinos Ponce (20212843)

7)

$A(-1;-3)$, $B \in C: y = -2x^2$ (parábola) , $B \in \overline{AP}$

$B(x; -2x^2)$
$(x_B ; y_B)$

$$\frac{d(A,P)}{d(P,B)} = \frac{3}{2}$$



$$x_B = \frac{2(-1) + (1)(x)}{3}$$

$$\rightarrow x_B = \frac{+x-2}{3}$$

$$y_B = \frac{(-3)(2) + y}{3}$$

$$\rightarrow y_B = \frac{y-6}{3}$$

a)
$P(x;y) \in \left(\frac{y-6}{3}\right) = -2\left(\frac{x-2}{3}\right)^2$

$\rightarrow \frac{y-6}{3} = -2\left(\frac{x^2+4-4x}{9}\right)$

$\rightarrow 3(y-6) = -2(x^2+4-4x)$

$\rightarrow 3y - 18 = -2x^2 - 8 + 8x$

$\rightarrow C_1: 2x^2 + 3y - 8x - 10 = 0$

b) $\mathcal{L}: 2x - y - 10 = 0$

$\rightarrow$ Para hallar los puntos de intersección:

$2x - 10 = y$

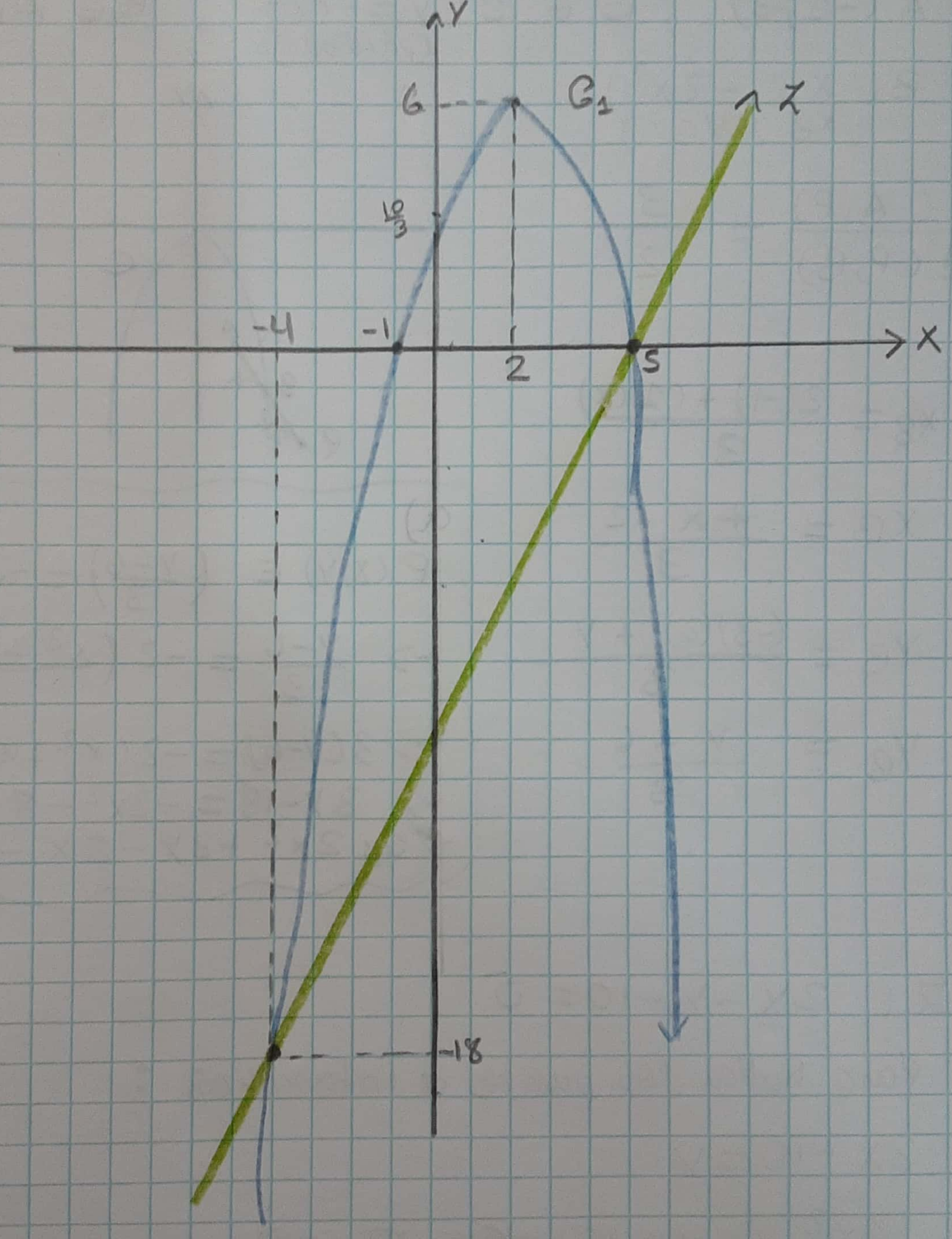
$\rightarrow 2x^2 + 3(2x-10) - 8x - 10 = 0$
$2x^2 + 6x - 30 - 8x - 10 = 0$
$2x^2 - 2x - 40 = 0$
$x^2 - x - 20 = 0$
$x \quad -5$
$x \quad +4$

$\rightarrow (x-5)(x+4)$
$x = 5 \wedge x = -4$
$y = 0 \quad y = -18$

Standford

Alberto Esteban Segundo Chirinos Ponce (20212843)

Graficando



Para $y=0$ en G_1 $\rightarrow$ $2x^2-8x-10=0$

$x^2-4x-5=0$

$x \quad -5$ $\rightarrow$ $(x-5)(x+1)$

$x \quad +1$

$x=5 \wedge x=-1$

$x=0$ en G_1 $\rightarrow$ $3y=10$

$y=10/3$

Alberto Esteban Segundo Chirinos Ponce (20212843)

c) Para el punto $(2;-1)$

$\rightarrow$ C_1 : $2(2)^2 + 3(-1) - 8(2) - 10 = 0$

$8 - 3 - 16 - 10 = 0$

$-21 < 0$

$\rightarrow$ C_1 : $2x^2 + 3y - 8x - 10 \leq 0$ //

$\rightarrow$ Z : $2(2) - (-1) - 10 = 0$

$4 + 1 - 10 = 0$

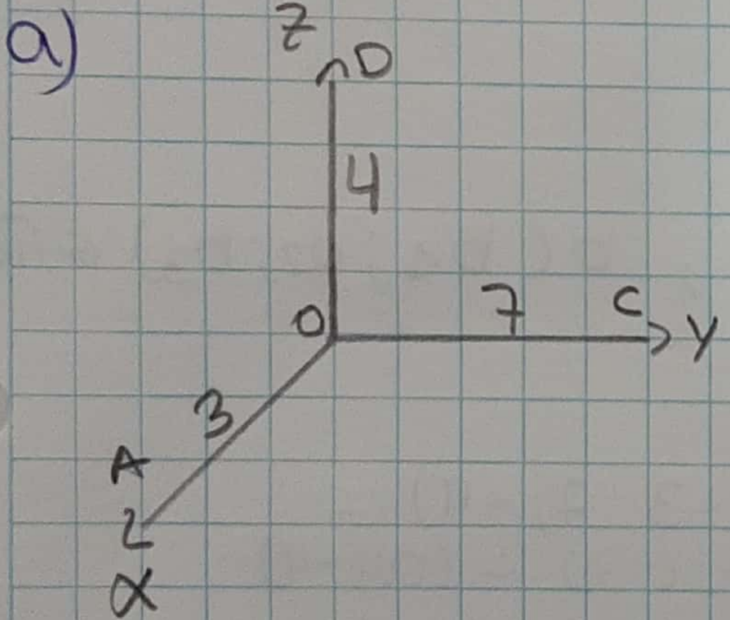
$5 - 10 = 0$

$-5 < 0$

$\rightarrow$ Z : $2x - y - 10 \leq 0$ //

Alberto Esteban Segundo Chirinos Ponce (20212843)

a)



$A(3;0;0)$, $B(3;7;0)$
$C(0;7;0)$, $D(0;0;4)$
$E(3;0;4)$, $F(3;7;4)$
$G(0;7;4)$

$\bar{u} = \overline{AD} \rightarrow \bar{D} - \bar{A} = (0;0;4) - (3;0;0)$
$= (-3;0;4)$

$\bar{v} = \overline{GE} \rightarrow \bar{E} - \bar{G} = (3;0;4) - (0;7;4)$
$= (3;-7;0)$

$\bar{w} = \overline{EC} \rightarrow \bar{C} - \bar{E} = (0;7;0) - (3;0;4)$
$= (-3;7;-4)$

b)

I $\rightarrow$ $(v \cdot u)\bar{w}$ $\rightarrow \big((3;-7;0)\cdot(-3;0;4)\big)(-3;7;-4)$

$\rightarrow \big((3)(-3) + (-7)(0) + (0)(4)\big)(-3;7;-4)$

$\rightarrow -9(-3;7;-4)$

$\rightarrow (27;-63;36)$

Standford

Alberto Esteban Segundo Chirinos Ponce (20212843)

II $(\bar{v} \cdot \bar{w})v \rightarrow ((-3; 0; 4) \cdot (-3; 7; -4))(3; -7; 0)$

$\rightarrow ((-3)(-3) + (0)(7) + (4)(-4))(3; -7; 0)$

$\rightarrow (9 + 0 - 16)(3; -7; 0)$

$(-7)(3; -7; 0)$

$\rightarrow (-21, 49; 0)$

III $(27; -63; 36) + (-21; 49; 0)$

$(6; -14; 36)$

IV

$(3; -7; 0) \cdot (6; -14; 36)$

$\rightarrow (3)(6) + (-7)(-14) + (0)(36)$

$\rightarrow 18 + 98$

$\rightarrow 116$ //

c)

I $\rightarrow \bar{v} \cdot \bar{w} = \bar{v} \cdot \bar{b}$, $b(b_1; b_2; b_3) \in \mathbb{R}^3$

II $\rightarrow \bar{v} \times \bar{w} = \bar{v} \times \bar{b}$

$\rightarrow$ I $\bar{v} \cdot \bar{w} = (3; -7; 0) \cdot (-3; 7; -4) =$

$= (3)(-3) + (7)(-7) + (0)(-4)$

$= -58$

$(3; -7; 0) \cdot (b_1; b_2; b_3)$

$(3)(b_1) + (-7)(b_2) = -58$ ...(1)

II $\bar{v} \times \bar{w} =$

$$\begin{pmatrix} 3 & -7 & 0 & 3 & -7 \\ -3 & 7 & -4 & -3 & 7 \end{pmatrix}$$

$\rightarrow \bar{v} \times \bar{w} = (28; 12; 0)$

Standford

Alberto Esteban Segundo Chirinos Ponce (20212843)

$\rightarrow \quad \bar{v} \times \bar{b} = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 0 & 3 & -7 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_1 & b_2 \end{pmatrix}$

$\bar{v} \times \bar{b} = (-7b_3 ; -3b_3 ; 3b_2 + 7b_1)$

$\rightarrow \quad 28 = -7b_3 \quad , \quad 12 = -3b_3 \quad , \quad 3b_2 + 7b_1 = 0$

$b_3 = -4 \qquad b_3 = -4 \qquad 3b_2 = -7b_1$

$b_2 = \frac{-7b_1}{3}$

En (1)

$3b_1 + -7\left(\frac{-7b_1}{3}\right) = -58$

$3b_1 + \frac{49b_1}{3} = -58$

$58b_1 = -174$

$b_1 = -3$

$\rightarrow \quad b(-3 ; +7 ; -4) = w(-3 ; 7 ; -4)$

$\therefore$ El único vector que satisface es $\bar{w}$.

Alberto Esteban Segundo Chirinos Ponce (10212843)

9) $33x^2 + 30\sqrt{3}xy + 3y^2 + 96\sqrt{3}x + 96y + 192 - 2F = 0$

$B^2 - 4AC$

$\rightarrow (30\sqrt{3})^2 - 4(33)(3)$

$2700 - 396 > 0$

(hipérbola)

$\tan 2\theta = \dfrac{30\sqrt{3}}{33-3} = \dfrac{30\sqrt{3}}{30} = \sqrt{3}$

$\rightarrow \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \sqrt{3} \rightarrow 2\tan\theta = \sqrt{3} - \sqrt{3}\tan^2\theta$

$\rightarrow \sqrt{3}\tan^2\theta + 2\tan\theta - \sqrt{3} = 0$

$\sqrt{3}\tan\theta \quad -1$

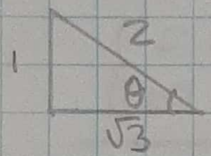
$1\tan\theta \quad +\sqrt{3}$

$\rightarrow (\sqrt{3}\tan\theta - 1)(\tan\theta + \sqrt{3})$

$\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \quad \wedge \quad \tan\theta = -\sqrt{3}$

(cumple) (no cumple)

Alberto Esteban Segundo Chirinos Ponce (20212843)



$\theta = 30°$ $\rightarrow$ $\text{sen}\,\theta = \frac{1}{2}$, $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ecuaciones transformadas:

$$x = \frac{\sqrt{3}u}{2} - \frac{v}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{3}u - v}{2}$$

$$y = \frac{u}{2} + \frac{\sqrt{3}v}{2} \rightarrow \frac{u + \sqrt{3}v}{2}$$

$$\rightarrow 33\left(\frac{\sqrt{3}u - v}{2}\right)^2 + 30\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}u - v}{2}\right)\left(\frac{u+\sqrt{3}v}{2}\right) + 3\left(\frac{u+\sqrt{3}v}{2}\right)^2 + 96\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}u - v}{2}\right)$$

$$+ 96\left(\frac{u+\sqrt{3}v}{2}\right) + 192 - 2F = 0$$

$$\rightarrow \frac{33}{4}\left(3u^2 + v^2 - 2\sqrt{3}uv\right) + \frac{30\sqrt{3}}{4}\left(\sqrt{3}u^2 + 2uv - \sqrt{3}v^2\right) + \frac{3}{4}\left(u^2 + 3v^2 + 2\sqrt{3}uv\right)$$

$$+ \frac{96\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}u - v\right) + \frac{96}{2}\left(u + \sqrt{3}v\right) + 192 - 2F = 0$$

$$\rightarrow u^2\left(\frac{99}{4} + \frac{90}{4} + \frac{3}{4}\right) + v^2\left(\frac{33}{4} - \frac{90}{4} + \frac{9}{4}\right) + uv\left(-\frac{66\sqrt{3}}{4} + \frac{60\sqrt{3}}{4} + \frac{6\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$+ u\left(144 + 48\right) + v\left(-\frac{96\sqrt{3}}{2} + \frac{96\sqrt{3}}{2}\right) + 192 - 2F = 0$$

$$\rightarrow 48u^2 - 12v^2 + 192u + 192 - 2F = 0$$

$$48u^2 + 192u - 12v^2 + 192 - 2F = 0$$

$$24u^2 + 96u - 6v^2 + 96 - F = 0$$

$$24\left(u^2 + 4u\right) - 6v^2 + 96 - F = 0$$

$$\left(24\left(u + 4u + 4 - 4\right)\right) - 6v^2 + 96 - F = 0$$

Alberto Esteban Segundo Chirinos Ponce (20212843)

$$(24(U+2)^2-96)-6V^2-96-F=0$$
$$24(U+2)^2-96-6V^2+96-F=0$$
$$24(U+2)^2-6V^2=F$$

$$\frac{(U+2)^2}{\frac{F}{24}}-\frac{(V-0)^2}{\frac{F}{6}}=1$$

(I) Si $F>0$, centro $(-2;0)$, Eje focal // Eje U

$a^2=\frac{F}{24}$ y $b^2=\frac{F}{6}$ $\rightarrow$ $\frac{2b^2}{a}=14$

$$\rightarrow \frac{2\left(\frac{F}{6}\right)}{\frac{\sqrt{F}}{\sqrt{24}}}=14 \rightarrow \frac{\frac{F}{3}}{\frac{\sqrt{F}}{\sqrt{24}}}=14$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{24}\,F}{3\sqrt{F}}=14$$

$$\sqrt{24}\,F=42\sqrt{F}$$
$$24F^2=1764\cancel{F}$$
$$F=\underline{\frac{147}{2}}$$

(II) Si $F<0$, centro $(-2;0)$, Eje focal // Eje V

$$\frac{(V-0)^2}{-\frac{F}{6}}-\frac{(U+2)^2}{-\frac{F}{24}}=1$$

$a^2=-\frac{F}{6}$ y $b^2=-\frac{F}{24}$, $\frac{2b^2}{a}=14$

$$\rightarrow 2\left(-\frac{F}{24}\right)\left(\sqrt{\frac{6}{-F}}\right)=14$$

$$-\frac{F}{12}\left(\sqrt{\frac{6}{-F}}\right)=14$$

$$\sqrt{-F}=\frac{14(12)}{\sqrt{6}} \rightarrow F=-4704$$

Alberto Esteban Segundo Chirinos Ponce (20212843)

b) Para $F = \frac{147}{2}$

$$\rightarrow \quad \frac{(u+2)^2}{\frac{49}{16}} - \frac{(v-0)^2}{\frac{49}{4}} = 1$$

$a^2 = \frac{49}{16} \rightarrow a = \frac{7}{4}$

$b^2 = \frac{49}{4} \rightarrow b = 7/2$

$c^2 = \frac{245}{16} \rightarrow c = \frac{7\sqrt{5}}{4}$

Centro en $UV(-2;0)$

$X = \frac{\sqrt{3}(-2)}{2} = -\sqrt{3}$

$Y = \frac{-2}{2} = -1$

Centro en $XY = (-\sqrt{3};-1)$

Eje focal en $UV \rightarrow V = 0$

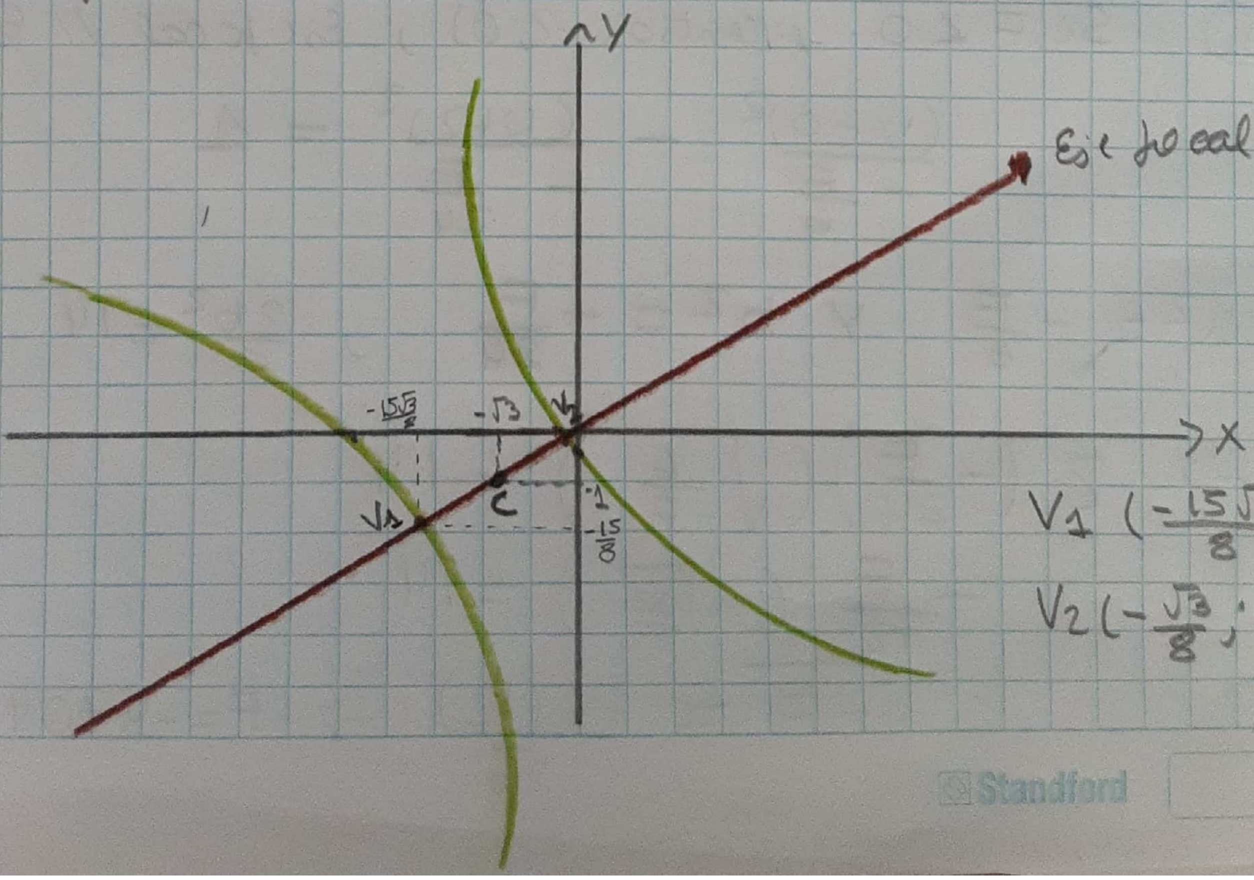
$\rightarrow \quad X = \frac{\sqrt{3}U}{2} \wedge Y = \frac{U}{2}$

$\frac{2X}{\sqrt{3}} = U \wedge 2Y = U$

$\rightarrow \quad \frac{2X}{\sqrt{3}} = 2Y \rightarrow X = \sqrt{3}Y$

$\rightarrow$ Eje focal en XY: $X = \sqrt{3}Y$

Graficando:



$V_1\left(-\frac{15\sqrt{3}}{8}; -\frac{15}{8}\right)$

$V_2\left(-\frac{\sqrt{3}}{8}; -\frac{1}{8}\right)$