

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA
CUARTA PRÁCTICA DIRIGIDA-EVALUACIÓN
SEMESTRE 2023-1

20

Horario: 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 119, 120, 121, 122

1. Considere los puntos $A(2; -1; 0)$, $B(-3; 0; 2)$, $C(1; 0; 0)$ y $D(0; 2; 3)$.

- a) Halle la ecuación del plano \mathcal{P} que pasa por los puntos A , B y C . (5 pt)
b) Halle la ecuación de la recta \mathcal{L} que pasa por D y es perpendicular al plano \mathcal{P} . (5 pt)
c) Halle el punto de intersección entre \mathcal{L} y \mathcal{P} . (5 pt)
d) Halle la ecuación de la esfera cuyo centro es el punto D y es tangente al plano \mathcal{P} . (5 pt)

Solución

a)

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= (-3, 0, 2) - (2, -1, 0) = (-5, 1, 2) \\ \vec{AC} &= (1, 0, 0) - (2, -1, 0) = (-1, 1, 0) \end{aligned}$$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -5 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \hat{k}$$

$$= (-2)\hat{i} - (2)\hat{j} + (-5 - (-1))\hat{k}$$

$$= -2\hat{i} - 2\hat{j} - 4\hat{k}$$

$$= (-2, -2, -4) \quad \checkmark$$

$$\vec{n} = (-2, -2, -4)$$

Sea un punto del plano (x, y, z)

$$\vec{AP} = (x - 2, y + 1, z)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{AP} = 0$$

$$(-2, -2, -4) \cdot (x - 2, y + 1, z) = 0$$

$$-2x + 4 - 2y - 2 - 4z = 0$$

$$-2x - 2y - 4z = -2$$

$$x + y + 2z = 1$$

$$x + y + 2z - 1 = 0 \quad \checkmark$$

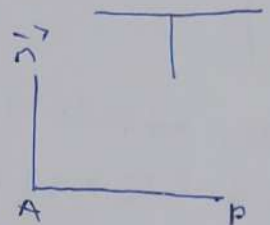
Borrador

$$(-5, 1, 2) \cdot (-2, -2, -4)$$

$$10 - 2 - 8 = 0$$

$$(-1, 1, 0) \cdot (-2, -2, -4)$$

$$2 - 2 = 0$$



$$2 - 1$$

5/5

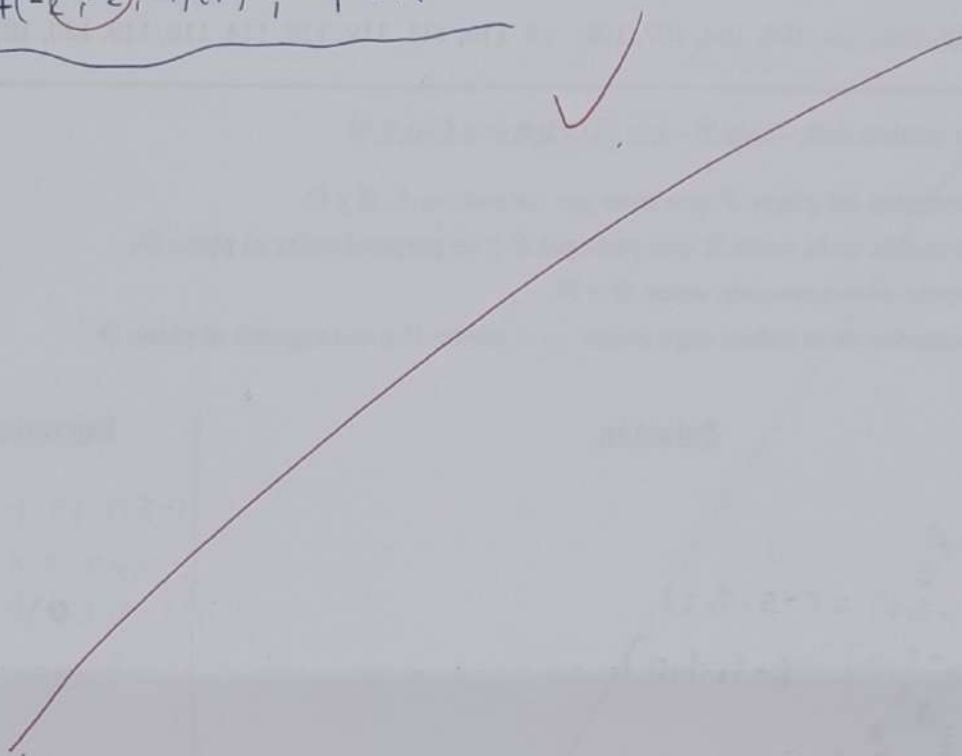
b)

Punto de paso (D): $(0, 2, 3)$

vector dirección (\vec{n}) : $(-2, -2, -4)$

construcción de recta:

$$P: (0, 2, 3) + (-2, -2, -4)(t), \quad t \in \mathbb{R}$$



c)

Plano: $x + y + 2z - 1 = 0$

Recta: $P: (0, 2, 3) + (-2, -2, -4)(t), \quad t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} x &= -2t \\ y &= -2t + 2 \\ z &= -4t + 3 \end{aligned}$$

Reemplazando en el plano:

~~$$(-2t) + (-2t + 2) + 2(-4t + 3) - 1 = 0$$~~

$$-2(t) - 2(t) + 2(-8t) + 6 - 1 = 0$$

$$-12(t) + 5 = 0$$

$$t = \frac{5}{12}$$



San Miguel, 12 de junio de 2023.

Punto de intersección:

$$((-2)\left(\frac{7}{12}\right), (-2)\left(\frac{7}{12}\right) + 2, (-4)\left(\frac{7}{12}\right) + 3)$$

$$\left(-\frac{7}{6}, -\frac{7}{6} + 2, \frac{2}{3}\right)$$

$$\left(-\frac{7}{6}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}\right)$$



5/5

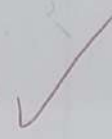
d)

falta hallar P

D(0, 2, 3) plano

$$\frac{|Ax + By + Cz + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad \text{Plano: } x + y + 2z - 1 = 0$$

$$d(D, P) = \frac{|1(0) + 1(2) + 2(3) - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{7\sqrt{6}}{6}$$



Ecuación de la esfera:

$$x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \left(\frac{7\sqrt{6}}{6}\right)^2$$

$$x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{49}{6}$$



5/5