

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

SEGUNDA PRÁCTICA CALIFICADA
SEMESTRE ACADÉMICO 2024 -1

Horario: A101, B101, B102, B103, I101, I102, I103, I104, I105, 117, 118, 119, 120, 121

Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

ADVERTENCIAS:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Si se detecta omisión del punto anterior, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación sólo podrán hacerlo después de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

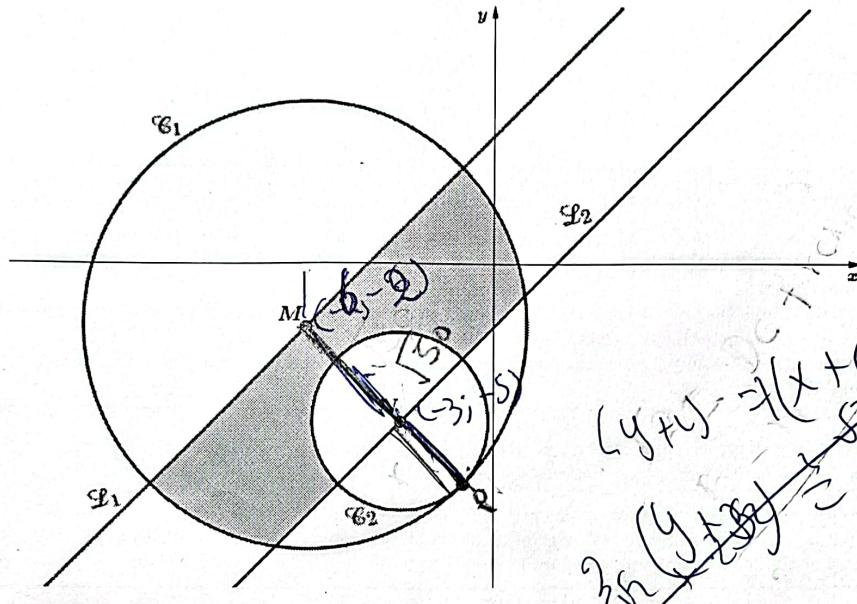
INDICACIONES:

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas ni computadora personal.
- Puede usar cualquier calculadora que no realice gráficas ni sea programable (Calculadora sugerida *fx-991SPX*).
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

1. Considere el punto $B(3;5)$ y un punto A que se desplaza sobre la circunferencia \mathcal{C} cuya ecuación es $\left(x + \frac{11}{3}\right)^2 + y^2 = 25$. Se sabe que P divide al segmento \overline{AB} de tal manera que $\frac{d(A,P)}{d(P,B)} = \frac{2}{3}$.
 - a) Halle una ecuación del lugar geométrico descrito por el punto P . (3 puntos)
 - b) Grafique la ecuación obtenida en la parte a). (2 puntos)
2. Considere la parábola $\mathcal{P}_1 : (x - 1)^2 = 16(y + 4)$.
 - a) Bosqueje la gráfica de \mathcal{P}_1 , mostrando las coordenadas de su vértice, foco y extremos de su lado recto. (2 puntos)
 - b) Halle la ecuación de la parábola \mathcal{P}_2 , que cumple las condiciones siguientes: (3 puntos)
 - El eje focal de \mathcal{P}_2 es la directriz de \mathcal{P}_1 .
 - Uno de los extremos del lado recto de \mathcal{P}_2 es el punto $S(4; -4)$.
 - El vértice de \mathcal{P}_2 tiene abscisa mayor que 4.
3. Sea \mathcal{P} una parábola con vértice en el punto $V(4; -6)$ y directriz la recta $\mathcal{L}_D : x - y - 6 = 0$.
 - a) Determine las coordenadas del foco de \mathcal{P} . (2 puntos)
 - b) Halle la ecuación de \mathcal{P} . (2 puntos)
 - c) ¿Es cierto que el punto $A(4; -22)$ pertenece a la parábola \mathcal{P} ? Justifique. (1 punto)

$$(x+6)^2 + (y+2)^2 = 5^2$$

4. En la siguiente figura se muestran las rectas \mathcal{L}_1 , \mathcal{L}_2 , las circunferencias $\mathcal{C}_1 : x^2 + 12x + y^2 + 4y = 10$ y \mathcal{C}_2 , que son tangentes interiormente, y cuyos centros son los puntos M y N , respectivamente.



$$\begin{aligned} & (y+1)^2 - x(x+6) = 25 \\ & 2(y+1) = x(x+6) \end{aligned}$$

Se sabe lo siguiente:

- Las coordenadas del centro de \mathcal{C}_2 son $N(-3; -5)$.
- La recta \mathcal{L}_2 pasa por el centro de \mathcal{C}_2 y por el punto $A(4; 2)$.
- Las rectas \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 son paralelas.

- a) Halle las ecuaciones de \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 . (2 puntos)
 b) Halle la ecuación de \mathcal{C}_2 . (1 puntos)
 c) Determine el sistema de inecuaciones que describe la región sombreada. (2 puntos)

Coordinador de prácticas: José Flores

San Miguel, 22 de abril de 2024.

Año 2024 Número 2341
Código de alumno

Práctica

Ruiz Rodríguez, Miguel Fahrizio

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Miguel Ruiz

Firma del alumno

Curso: ANGA

Práctica Nº: 2

Horario de práctica: P-118

Fecha: 22/04/24

Nombre del profesor: Omar Cárdenas

Nota

20

ER
Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido:
(iniciales) ED

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
 - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
 - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
 - evitar borrones, manchas o roturas;
 - no usar corrector líquido;
 - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

1) $(x+1)^2 + y^2 = 25$

$P(x, y)$

$A(3, 4)$

$B(3, -5)$

$P(2x, 3y)$

$P(2x, 3y) = P$

$\frac{P(2x)}{3} + \frac{A(3y)}{3} = P$

$\frac{2x}{3} + \frac{3y}{3} = P$

$2x + 3y = P$

$3(Ax, Ay) + 2(3, 5) = P$

$3(Ax, Ay) + (6, 10) = P$

En x: $3Ax + 6 = 5x$ En y: $3Ay + 10 = 5y$

$Ax = 5x - 6$ $Ay = 5y - 10$

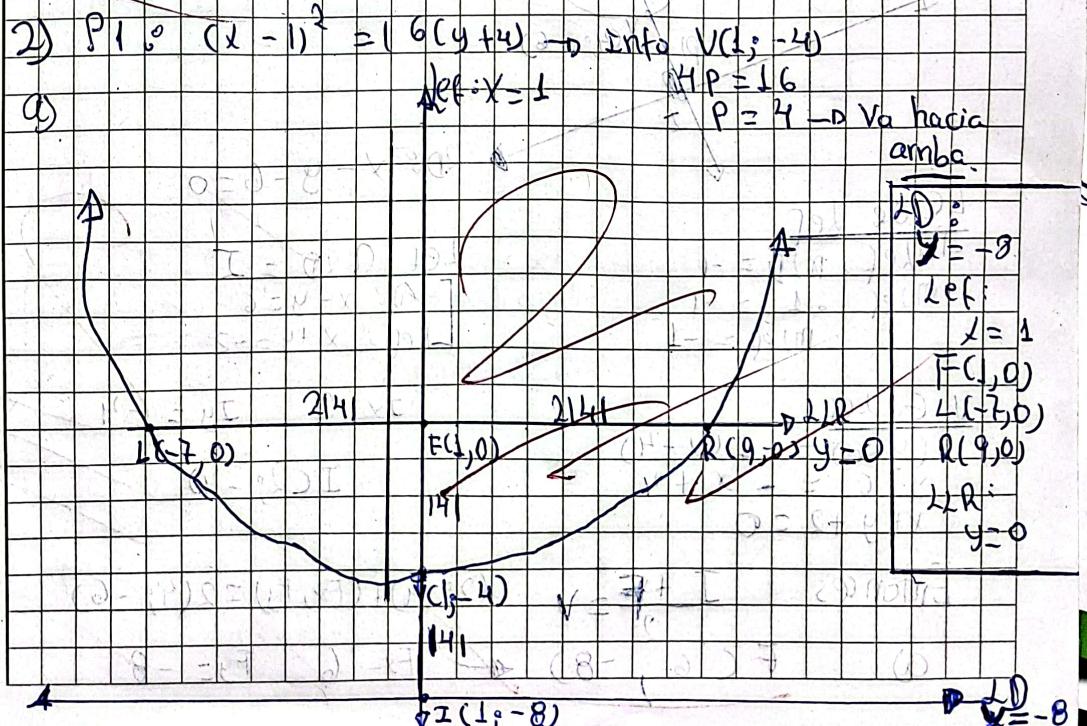
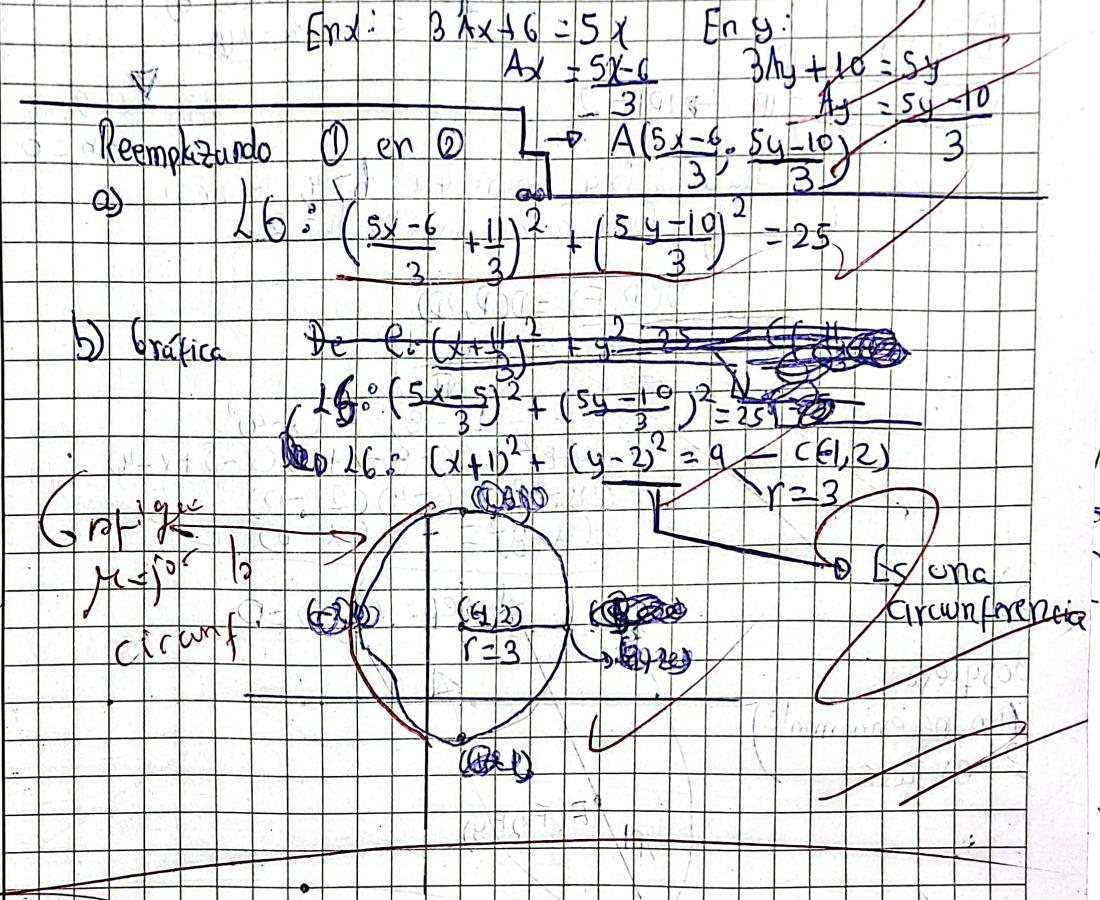
Reemplazando ① en ② $\rightarrow A\left(\frac{5x-6}{3}, \frac{5y-10}{3}\right)$

2) $\frac{P}{3} = \left(\frac{5x-6}{3} + 1\right)^2 + \left(\frac{5y-10}{3} - 2\right)^2 = 25$

b) Gráfica de $(x+1)^2 + y^2 = 25$

$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ $C(-1, 2)$ $r=3$

Es una circunferencia

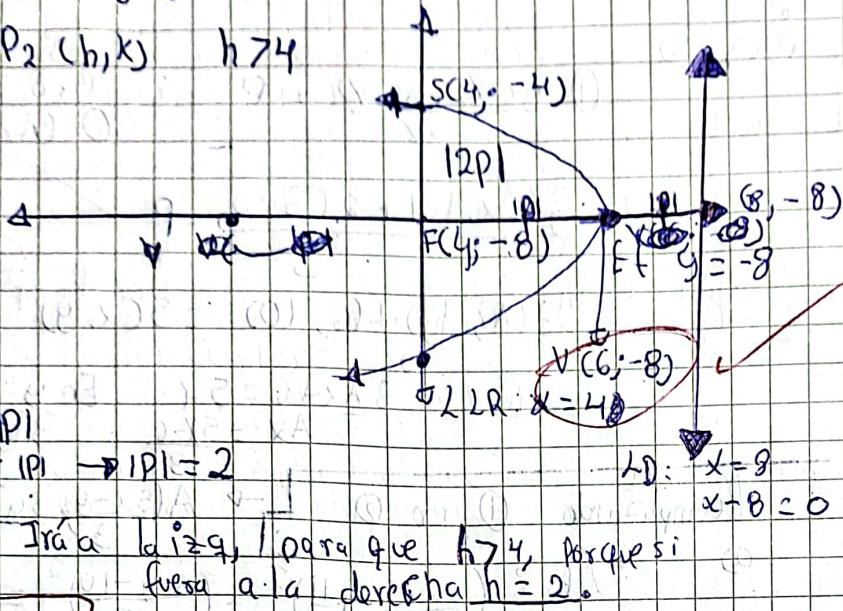


Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

b) Eje focal $P_2 = 2D$ de P_1
 $Lef P_2 = 2D \Rightarrow y = -8$
 $S(4; -4)$
V de $P_2(h, k)$ $h > 4$

Bosquejo:
(no necesariamente
P2 es así)



$$DCS, F = 2P_1$$

$$\sqrt{(4-2)^2 + (-4+1)^2} = |P_1| \rightarrow |P_1| = 2$$

Irá a la izq, para que $h > 4$, porque si fuera a la derecha $h = 2$.

$$DC(P, F) = DC(P, D)$$

$$\sqrt{(x-4)^2 + (y+8)^2} = |x-8|$$

$$(y+8)^2 = (x-8)^2 - (x-4)^2$$

$$(y+8)^2 = (4-8-x+4)(x-8+x-4)$$

$$(y+8)^2 = (-4)(2x-12)$$

$$(y+8)^2 = -8(x-6)$$

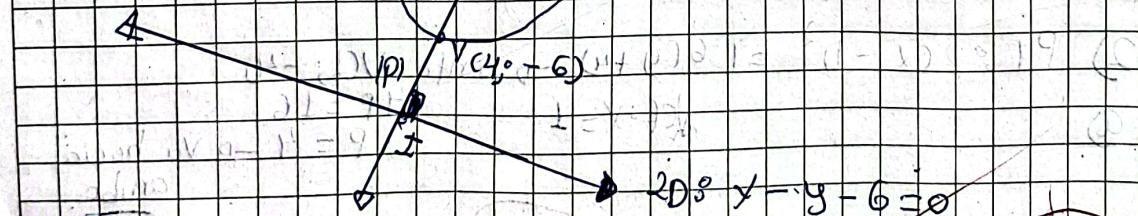
$$\text{Def: } x+y+2=0$$

3)

Bosquejo:

(no necesariamente
P es así)

:



EC de def

$$M_{Lef} \cdot M_D = -1$$

$$M_{Lef} \cdot 1 = -1$$

$$M_{Lef} = -1$$

V G Lef

$$(y+6) = -1(x-4)$$

$$y+6 = -x+4$$

$$x+y+2=0$$

Entonces

$$\frac{|FV|}{2} = V$$

$$(2; -1) + (F_x, F_y) = 2(4; -6)$$

a)

$$F(6, -8)$$

$$F_x = 6 \quad F_y = -8$$

$$\begin{aligned} 2+F_x &= 8 \\ F_x &= 6 \\ 2+F_y &= -8 \\ F_y &= -6 \\ (y+8) &= -8(x-6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x-y-14 &= 0 \\ y &= 2x-14 \\ y &= 2x-14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2+F_x &= 8 \\ F_x &= 6 \\ 2+F_y &= -8 \\ F_y &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x-y-14 &= 0 \\ y &= 2x-14 \\ y &= 2x-14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= F(6, -8) + (0, -1) \\ 2x-6 &= 2(u) \\ 8 &= 2(u) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x-6 &= 2(u) \\ 8 &= 2(u) \\ u &= 4 \end{aligned}$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos
(borrador)

$$(x+6)^2 + (y+2)^2 = 50$$

$$x^2 + 12x + 36 + y^2 + 4y + 4 = 50$$

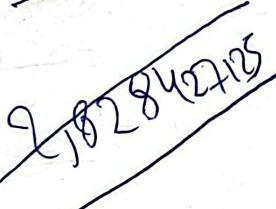


$$D(C_1, C_2) = r_2 - r_1$$

$$D(C_1, C_2) = \sqrt{r_2^2 - r_1^2}$$

$$x^2 + 12x + 36 + y^2 + 4y + 4 = 50$$

$$x^2 + y^2 + 12x + 4y = 10$$



$$\sqrt{50}$$

$$2\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{2}$$



b) EC de la parábola

$$D(P, F) = D(P, L)$$

$$\sqrt{(x-6)^2 + (y+8)^2} = \frac{|x-y+6|}{\sqrt{2}}$$

c) Para saber si $A(4, -22) \in P$, comprobar con la ecuación

$$\sqrt{(4-6)^2 + (-22+8)^2} = \frac{|4 - (-22) - 6|}{\sqrt{2}}$$

$$10\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

Son valores iguales, así que $A \in P$.

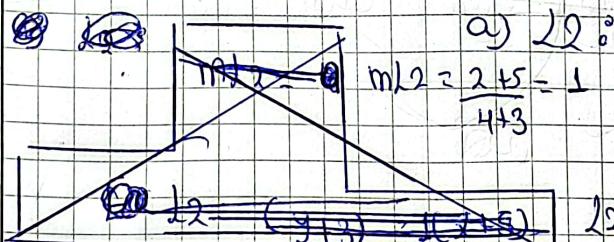
d) $P_1: x^2 + 12x + y^2 + 4y = 10$

$$(x^2 + 12x + 36) + (y^2 + 4y + 4) = 50$$

$$(x+6)^2 + (y+2)^2 = 50 \rightarrow C(-6, -2) = M \in d_1$$

$$r = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

~~M~~ $M(-3, -5) \rightarrow$ Centro de E_2
 L_2 pasa por M y por $A(4, 2)$
 $L_1 \parallel L_2$



Como $L_1 \parallel L_2$

$$\begin{aligned} m_{L_1} &= m_{L_2} & \text{Ec } L_1 \\ m_{L_1} &= 1 & L_1: (y+5) = 1(x+3) \end{aligned}$$

b) EC de E_2 :

$D(C_1, C_2) = r_2 - r_1 \rightarrow$ por ser tangentes menores (dato de gráfico)
Donde $r_2 = \sqrt{50}$ $r_1 = \text{radio de } E_2$

$$D(C_1, C_2) = DC(M, N) = \sqrt{(-6+3)^2 + (-2+5)^2} = 3\sqrt{2}$$

Dato

$$3\sqrt{2} = \sqrt{50} - r_1$$

$$3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - r_1$$

$$r_1 = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$$

$$r_1 = 2\sqrt{2}$$

$$r_1^2 = 8$$

Ec E_2 :

$$(x+3)^2 + (y+5)^2 = 8$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

(C) Sistema inecuaciones:

La región se encuentra dentro de C_1 , fuera de C_2 .
y bastaría con probar con el punto $(0,0)$ → dala de gráfica para las rectas.
Por gráfica, incluir los bordes.

En L_1 : $y+2 = x+6$
 $y+2 \leq x+6$

En L_2 : $y+5 = x+3$
 $y+5 \geq x+3$

En L_2 : $y+5 = x+3$
 $y+5 \geq x+3$

En C_1 : Probar con el centro de C_1 $(-6, -2)$

$$(x+6)^2 + (y+2)^2 \leq 50$$

$$(-6+6)^2 + (-2+2)^2 \leq 50$$

En C_2 : Probar con el centro de C_2 $(-3, -5)$ y cambiar de signo en la Rpta final

$$(x+3)^2 + (y+5)^2 \leq 8$$

$$(-3+3)^2 + (-5+5)^2 \leq 8$$

Rpta final:

$$y+2 \leq x+6$$

~~$$y+5 \geq x+3$$~~

~~$$(x+6)^2 + (y+2)^2 \leq 50$$~~

~~$$(x+3)^2 + (y+5)^2 \geq 8$$~~

$$m=0, x=0, y=0$$

$$m=1, y=x$$