PUCP
Estudios
Generales Ciencias

Fundamentos de Cálculo

Examen Final

Semestre Académico 2024-1

Horarios: A101, B101, B102, B103, I101 al I105, 0117 al 0121. **(Turno 2)** Duración: 180 minutos

Elaborado por todos los profesores

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

Indicaciones:

- El desarrollo de todos los ejercicios siguientes debe realizarse **detallando sus procedimientos** y justificando todas sus respuestas.
- No se permite el uso de apuntes de clase, libros, calculadoras, tablas o computadora personal.
- La presentación, ortografía y gramática serán tomadas en cuenta en la calificación.

---

1. Determine el dominio (implícito) de la función (3 pt)

$$f(x) = \log_2\left(6 + x - x^2\right) + \operatorname{arcsen}\left(\frac{3^x - 4}{5}\right).$$

2. Sea f la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{\pi}\arctan(x+2) - 1, & \cancel{x \geq -1}, \rightarrow x \leq -1 \\ \dfrac{x+2}{x+1}, & \cancel{x < -1}. \rightarrow x > -1 \end{cases}$$

a) Esboce la gráfica de la función f. (2 pt)

b) Indique las ecuaciones cartesianas de las asíntotas horizontales y verticales (en caso existan) a la gráfica de f. (1 pt)

c) Justifique que f es inyectiva. (0,5 pt)

d) Encuentre la función inversa de f. (2 pt)

e) Calcule los siguientes límites (1 pt)

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) \quad \text{y} \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)$$

f) ¿Existe el límite $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$? Justifique su respuesta. (0,5 pt)

Continúa...

3. Sea f la función definida por

$$f(x)=\begin{cases} -\cos\left(\dfrac{\pi}{4}x\right), & -2\leq x<a\,, \\ 3-\log_2(x+2), & x\geq a\,, \end{cases}$$

donde $a>-2$ es una constante.

a) Para $a=4$, esboce la gráfica de f indicando las coordenadas de sus puntos de intersección con los ejes coordenados. (2,5 pt)

b) Halle el conjunto de valores de a para los cuales el rango de f es $]-\infty,1]$. (1,5 pt)

4. a) Calcule, en términos de n, la siguiente suma (2 pt)

$$\sum_{k=1}^{n+1} 3^k\left[2^k+\binom{n+1}{k}2^{n-k}\right].$$

b) Demuestre que (2 pt)

$$(n-1)!\geq n\times 2^{n-2} \qquad \text{para todo entero } n\geq 6\,.$$

5. Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

a) La función $f(x)=3^x-4^x$ es una función decreciente. (1 pt)

b) Si $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es una función tal que $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ y $f(0)=f(2)$, entonces el rango de f es $\mathbb{R}$. (1 pt)

San Miguel, 4 de julio de 2024.

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

ET LUX IN TENEBRIS LUCET MCMXVII | PUCP

Segundo examen

Año: 2024 Número: 0633

Código de alumno

Rojas Adrianzen Rubén Eduardo

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: FUCAL

Horario: H-A101

Fecha: 4/7/24

Nombre del profesor: J. LOPE

Nota

20

Firma del profesor

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir este examen calificado, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

Pregunta 1:

$f(x) = \log_2(6+x-x^2) + \arcsen\left(\frac{3^x-4}{5}\right)$

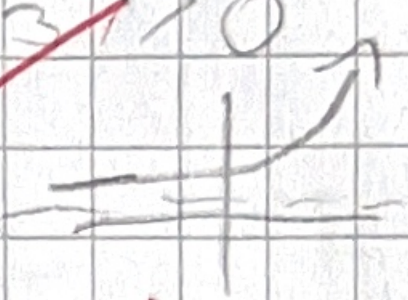
- $\arcsen\left(\frac{3^x-4}{5}\right)$

$\frac{3^x-4}{5} \in [-1;1]$

$\rightarrow \quad -1 \leq \frac{3^x-4}{5} \leq 1$

$-5 \leq 3^x - 4 \leq 5$

$-1 \leq 3^x \leq 9 \quad \rightsquigarrow \quad 3^x > 0$



$x=0$

$0 < 3^x \leq 9$

$0 < 3^x \quad \cap \quad 3^x \leq 9$

$\log_3 3^x \leq \log_3 9$

$x \in \mathbb{R} \quad \cap \quad x \leq 2$

$\rightarrow \quad x \in \,]-\infty; 2]$

- $\log_2(6+x-x^2)$

$6+x-x^2 \in \,]0;+\infty[$

$\rightarrow \quad 6+x-x^2 > 0$

$x^2-x-6 < 0$

$(x-3)(x+2) < 0$

$x-3=0 \qquad x+2=0$

$x=3 \qquad x=-2$

$+ \quad - \quad +$

$-2 \qquad 3$

$x \in \,]-2;3[$

Intersección de dominios:

$x \in \,]-\infty;2] \cap \,]-2;3[$

$x \in \,]-2;2]$

$Dom_{f(x)} = \,]-2;2]$

Presente aquí su trabajo

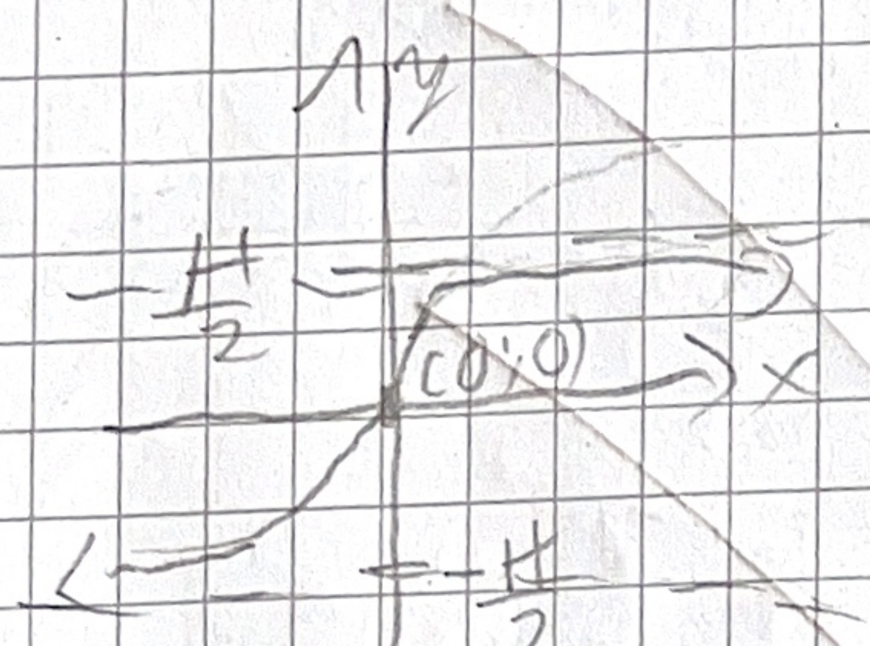
Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

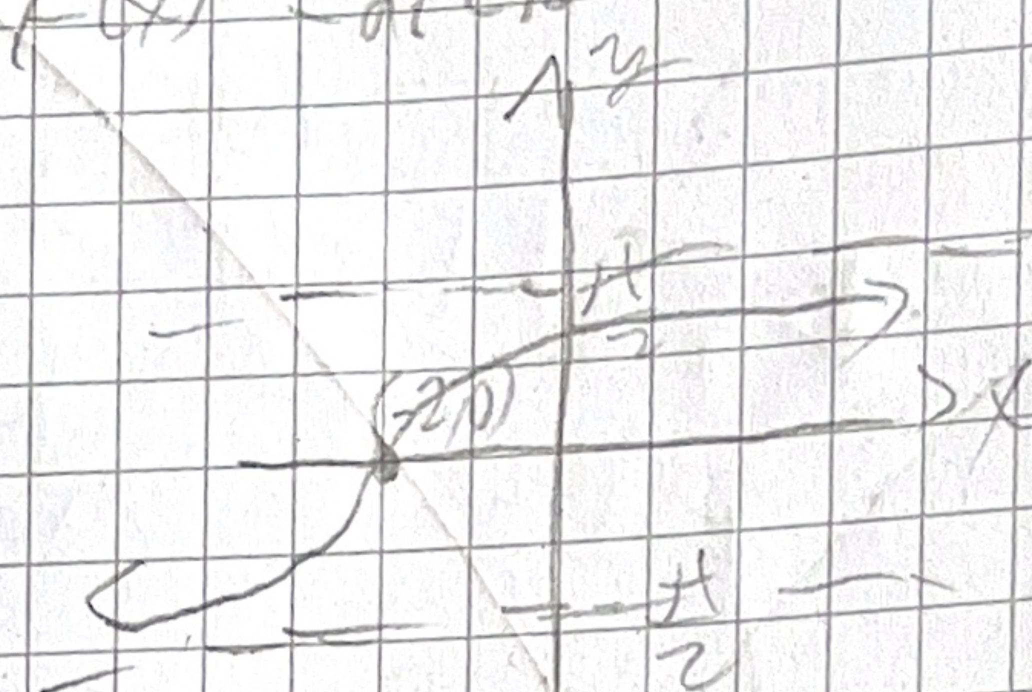
Pregunta 2.

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{\pi}\arctan(x+2) - 1 \,; & x \leq -1 \\ \frac{x+2}{x+1} \,; & x > -1 \end{cases}$

Graficamos: $f(x)_1 = \frac{4}{\pi}\arctan(x+2) - 1 \,; x \leq -1$

$\cdot f(x) = \arctan(x) \longrightarrow f(x) = \arctan(x+2)$

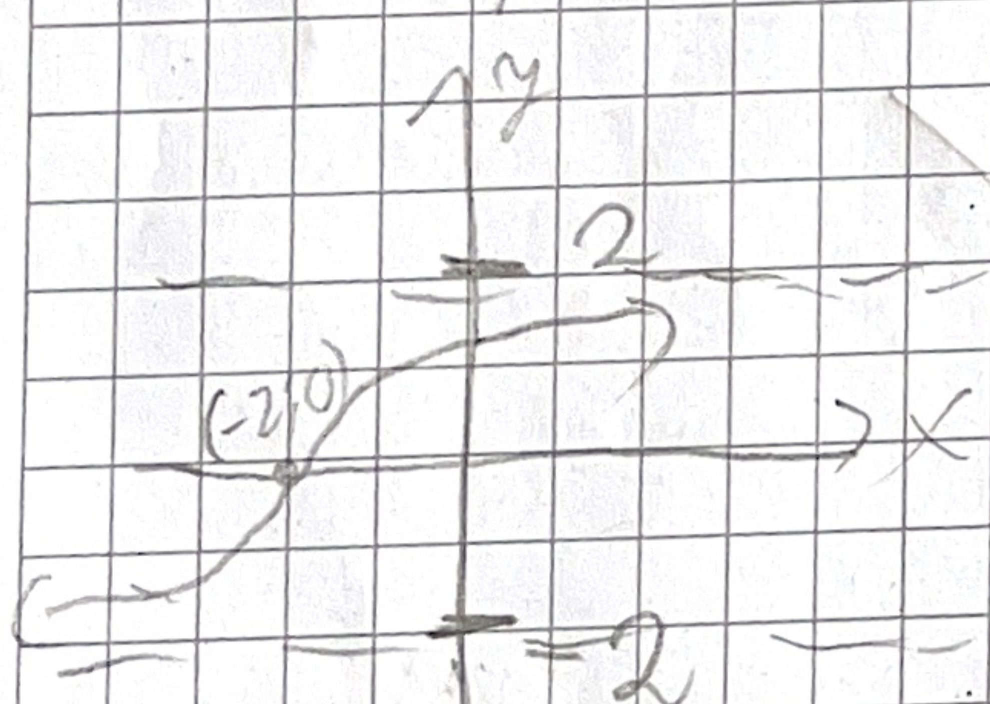


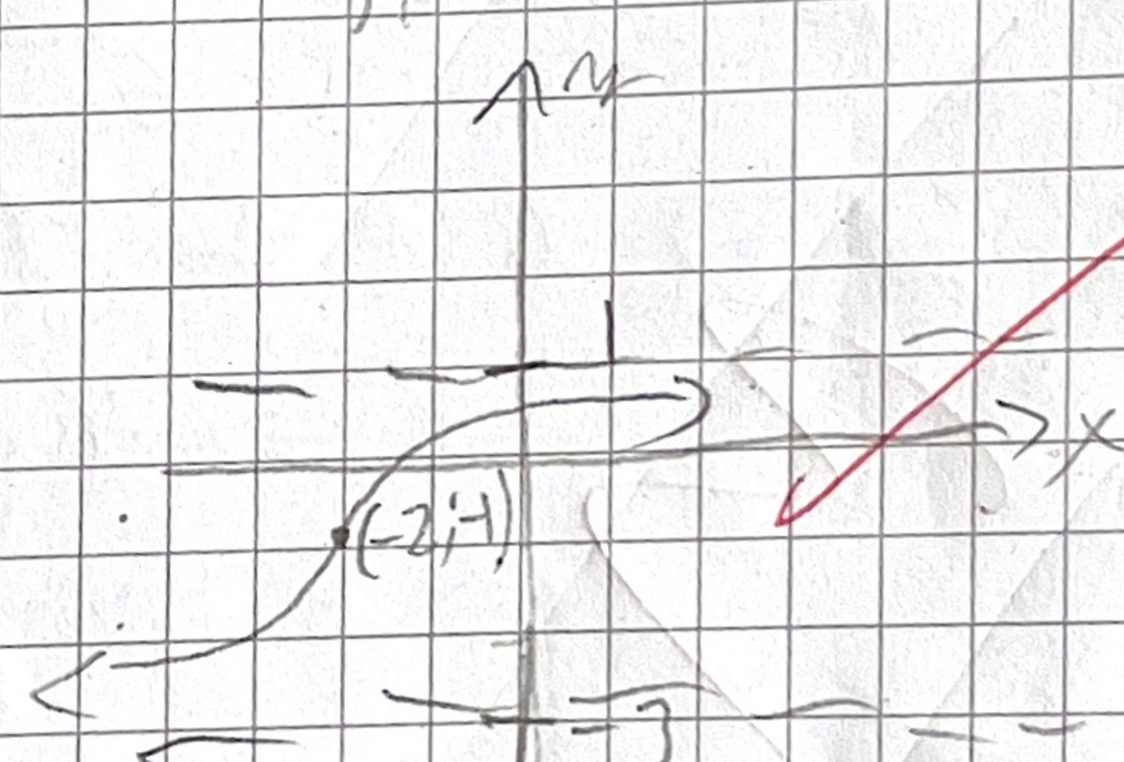


A.H: $y = -\frac{\pi}{2}$
$y = \frac{\pi}{2}$

A.H: $y = -\frac{\pi}{2}$
$y = \frac{\pi}{2}$

$\rightarrow f(x) = \frac{4}{\pi}\arctan(x+2) \rightarrow f(x) = \frac{4}{\pi}\arctan(x+2) - 1$





A.H: $y = -\frac{\pi}{2} \cdot \frac{4}{\pi} = -2$
$y = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{4}{\pi} = 2$

A.H: $y = -2 - 1 = -3$
$y = 2 - 1 = 1$

$\rightarrow f(x)_1 = \frac{4}{\pi}\arctan(x+2) - 1 \,; x \leq -1$

$\cdot x = -1 \rightarrow \frac{4}{\pi}\arctan(-1+2) - 1 = y$

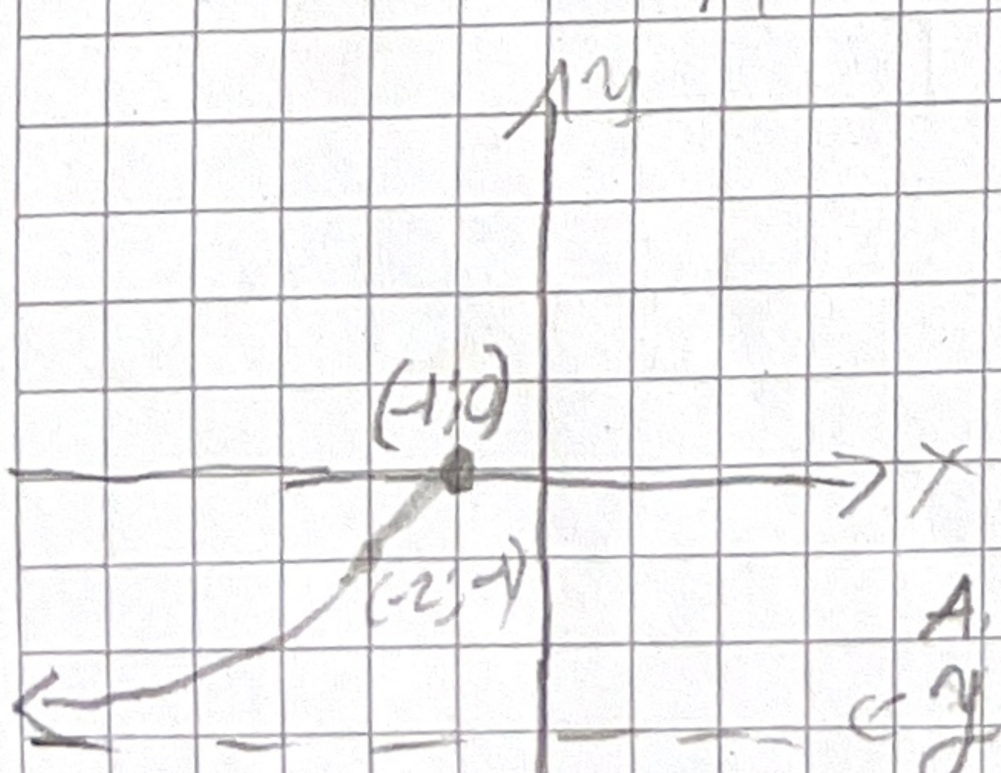
$\frac{4}{\pi}\arctan(1) - 1 = y$

$\frac{4}{\pi} \cdot \frac{\pi}{4} - 1 = y$

$1 - 1 = y$

$0 = y$

$(-1;0)$



A.H: $y = -3$

Intersección eje X:
$(-1;0)$
Intersección eje Y: No hay

Presente aquí su trabajo

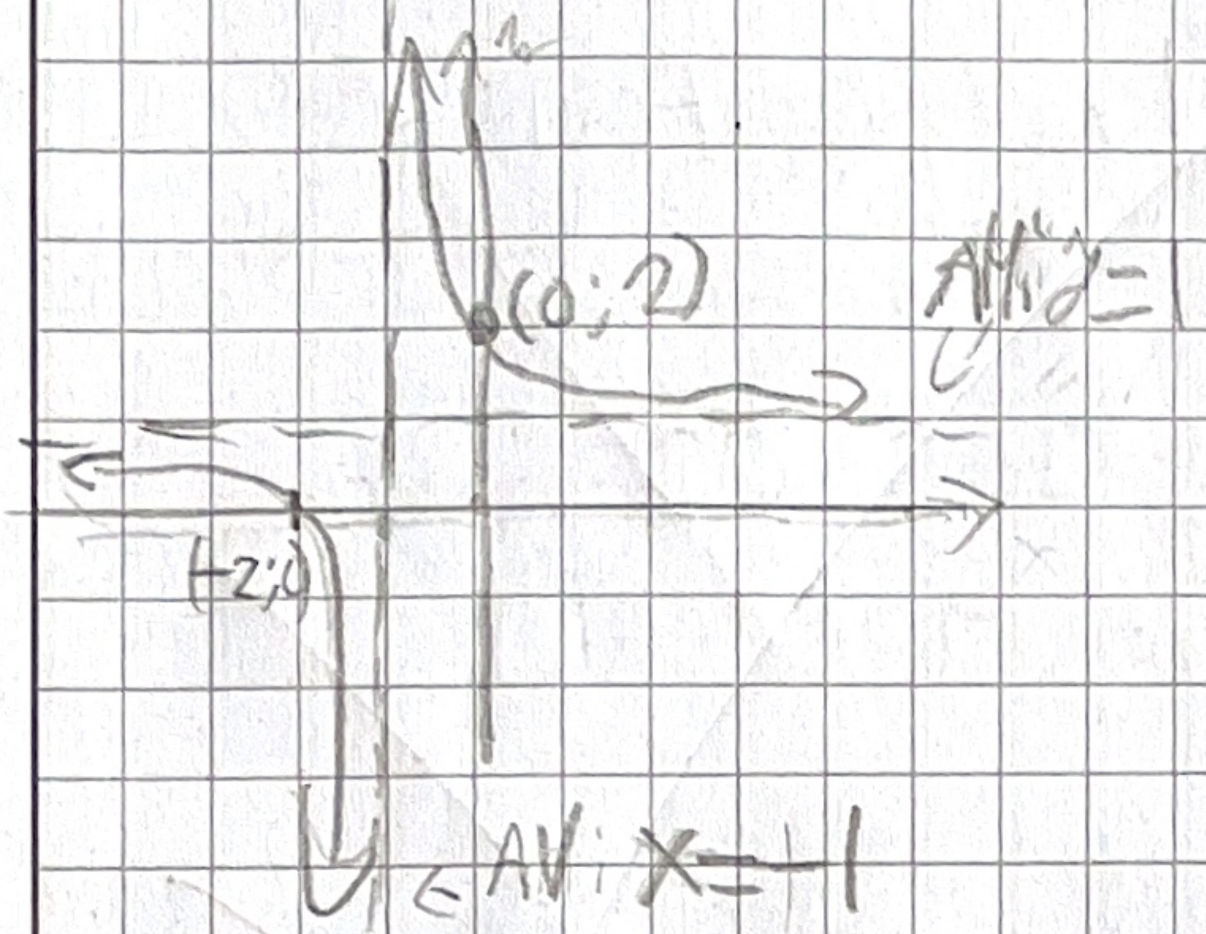
Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

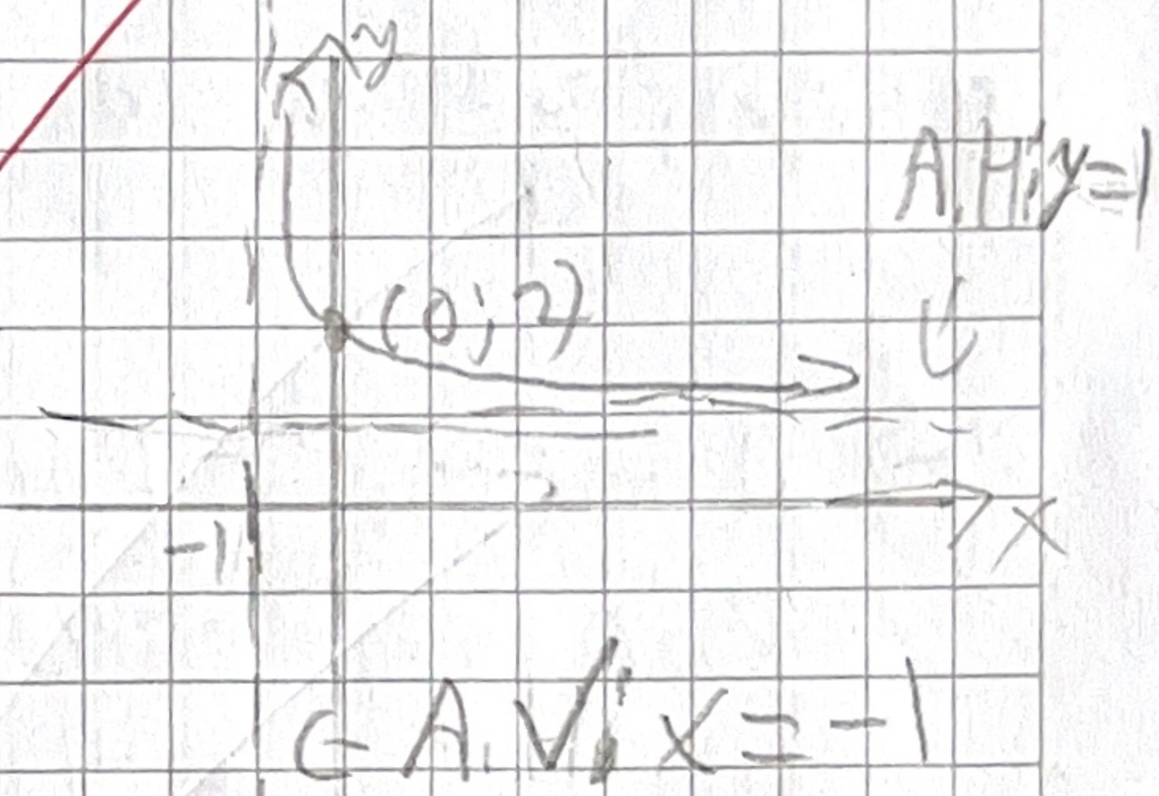
Graficamos: $F(x)_2 = \frac{x+2}{x+1}$; $x > -1$

A.V: $x+1=0$
$x=-1$

A.H: $y = \frac{x}{x} \Rightarrow y = 1$

$F(x) = \frac{x+2}{x+1}$ $\rightarrow F(x)_2 = \frac{x+2}{x+1}$; $x > -1$





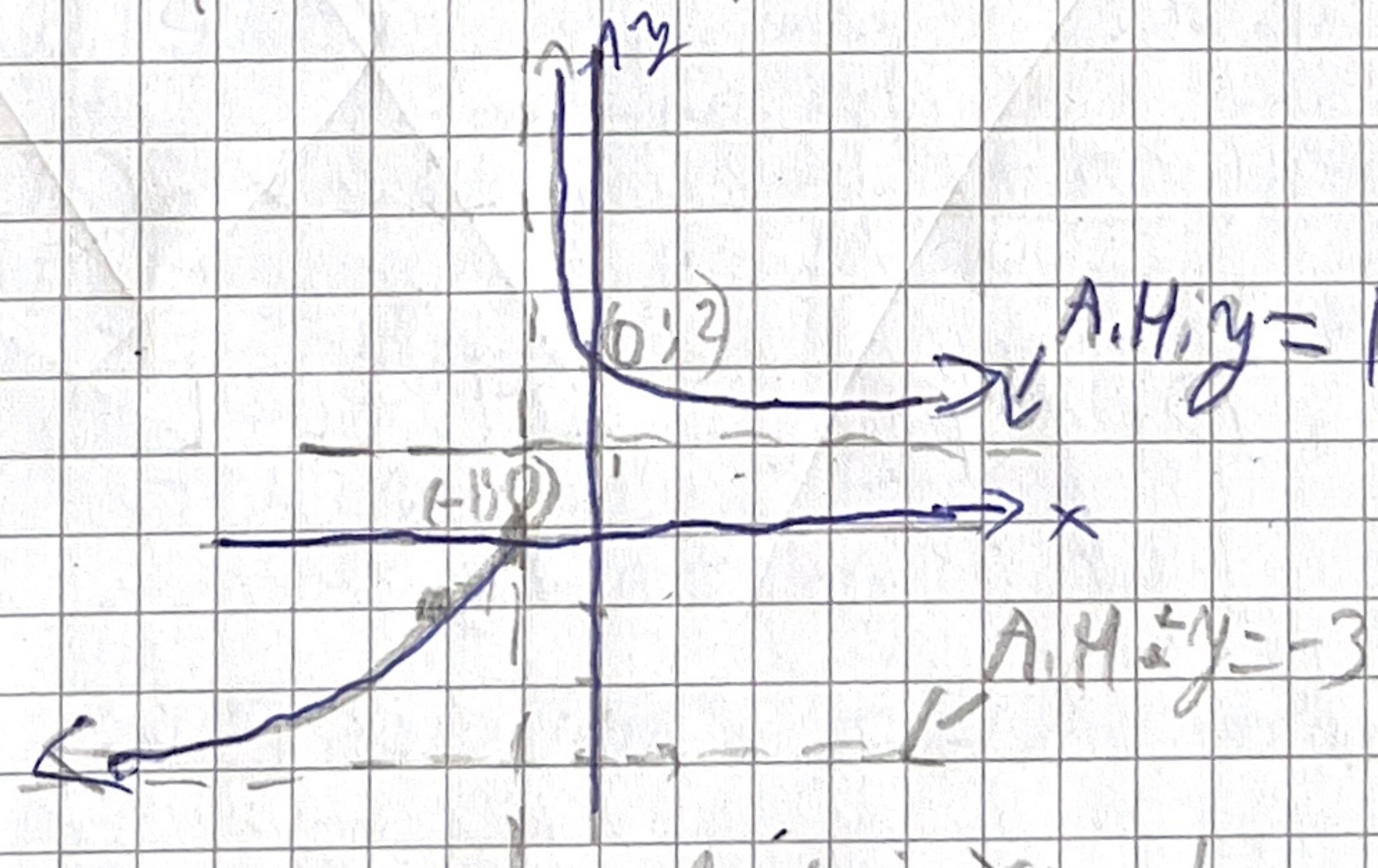
Tomamos $x=0 \rightarrow \frac{0+2}{0+1} = y$
$2 = y$
$(0;2)$

$x=-2 \rightarrow \frac{-2+2}{-2+1} = y$
$0 = y$
$(-2;0)$

Intersección eje y:
$(0;2)$

No hay intersección eje x.

Graficamos $F(x)$:



Intersección eje Y:
$(0;2)$

Intersección eje X:
$(-1;0)$

b) Asíntotas horizontales: $y=1$
$y=-3$

Asíntota vertical: $x=-1$

c) $f(x)$ es inyectiva ya que $f(x)_1$ es una función creciente y por lo tanto inyectiva, $f(x)_2$ es una función decreciente y también inyectiva, y la unión de estas dos funciones es inyectiva

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

también por que la intersección de sus rangos es ϕ.
Aparte, usando la gráfica y el criterio de la línea horizontal, se aprecia que choca a lo máximo en 1 punto

d) Partimos de $f(x)$:

- $f(x)_1 = \frac{4}{\pi}\arctan(x+2)-1$, $\text{Dom} f(x)_1 =]-\infty; -1]$

$\text{Ran} f(x)_1 =]-3; 0]$

$\rightarrow \text{Dom} f(x)_1^{-1} = \text{Ran} f(x)_1 =]-3; 0]$

$\text{Ran} f(x)_1^{-1} = \text{Dom} f(x)_1 =]-\infty; -1]$

Hallamos $f(x)_1^{-1}$:

$y = \frac{4}{\pi}\arctan(x+2)-1$

$(y+1)\frac{\pi}{4} = \arctan x+2$

$\tan\left(\frac{y\pi+\pi}{4}\right) = \tan(\arctan(x+2))$

Restricción: $x+2 \in \mathbb{R}$
$x \in \mathbb{R}$
$\checkmark$ No hay problema.

$\tan\left(\frac{y\pi+\pi}{4}\right) = x+2$

$\tan\left(\frac{y\pi+\pi}{4}\right) - 2 = x$

$\rightarrow f(x)_1^{-1} = \tan\left(\frac{x\pi+\pi}{4}\right) - 2$, $-3 < x \leq 0$

- $f(x)_2 = \frac{x+2}{x+1}$, $\text{Dom} f(x)_2 =]-1; +\infty[$

$\text{Ran} f(x)_2 =]1; +\infty[$

$\rightarrow \text{Dom} f(x)_2^{-1} = \text{Ran} f(x)_2 =]1; +\infty[$

$\text{Ran} f(x)_2^{-1} = \text{Dom} f(x)_2 =]-1; +\infty[$

Hallamos $f(x)_2^{-1}$:

$y = \frac{x+2}{x+1}$

$yx + y = x + 2$

$yx - x = 2 - y$

$x(y-1) = 2 - y$

$x = \frac{2-y}{y-1}$

$\rightarrow f(x)_2^{-1} = \frac{2-x}{x-1}$, $1 < x$

7

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

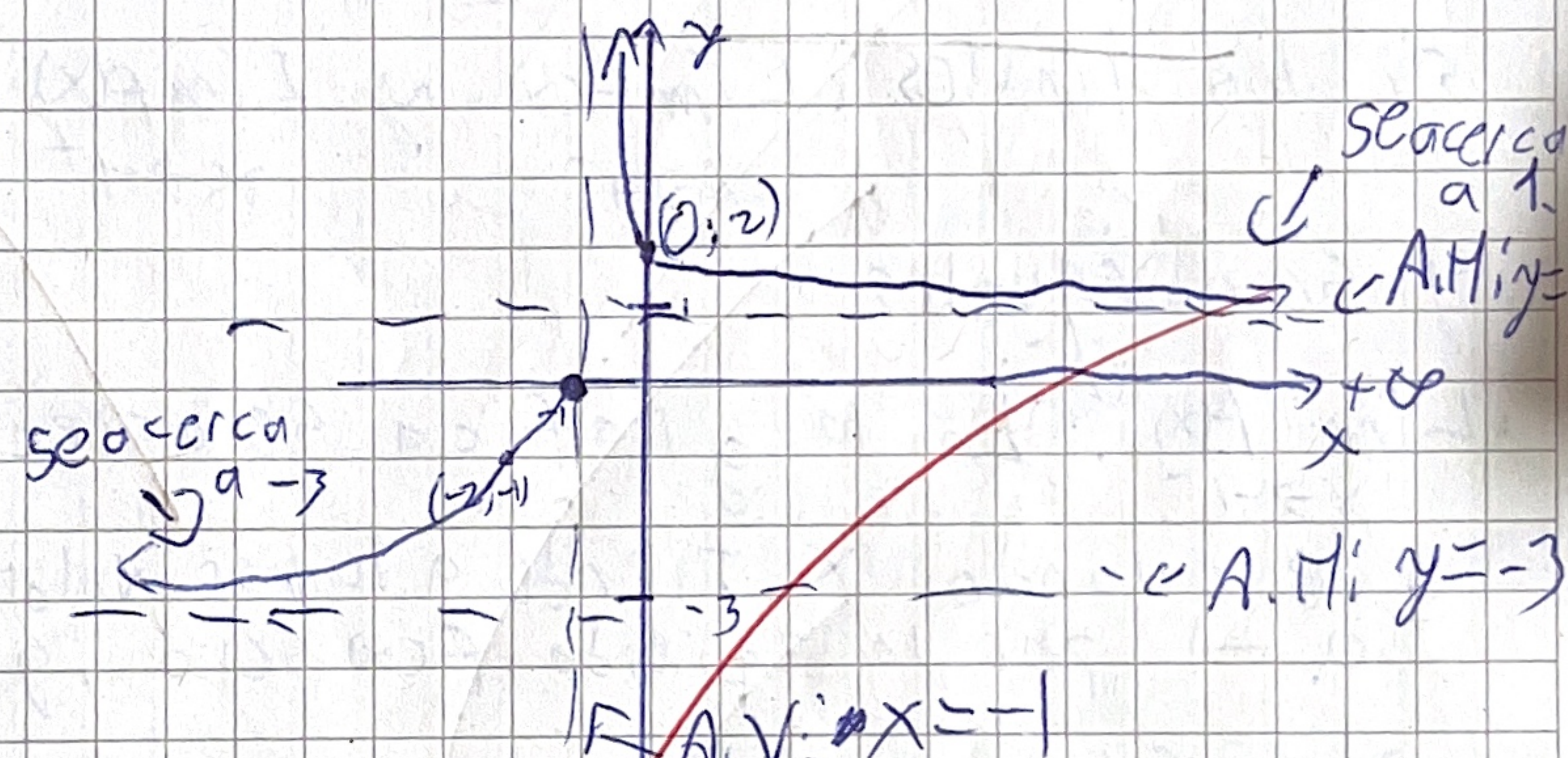
Entonces:

$$f(x)^{-1} = \begin{cases} \tan\left(\frac{x\cdot\Pi + \Pi}{4}\right) - 2, & -3 < x \le 0 \\ \frac{2-x}{x-1}, & 1 < x \end{cases}$$

2) · $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

· $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

Graficamos de nuevo



Como se aprecia en la gráfica, cuando x tiende a tomar valores negativos extremadamente grandes, es decir, se acerca al $-\infty$, f(x) se acerca más y más a la asíntota horizontal presente: $y=-3$.
Entonces se puede asumir que f(x) cuando x tiende a menos infinito será igual a -3.

$$\rightarrow \lim_{x \to -\infty} f(x) = -3$$

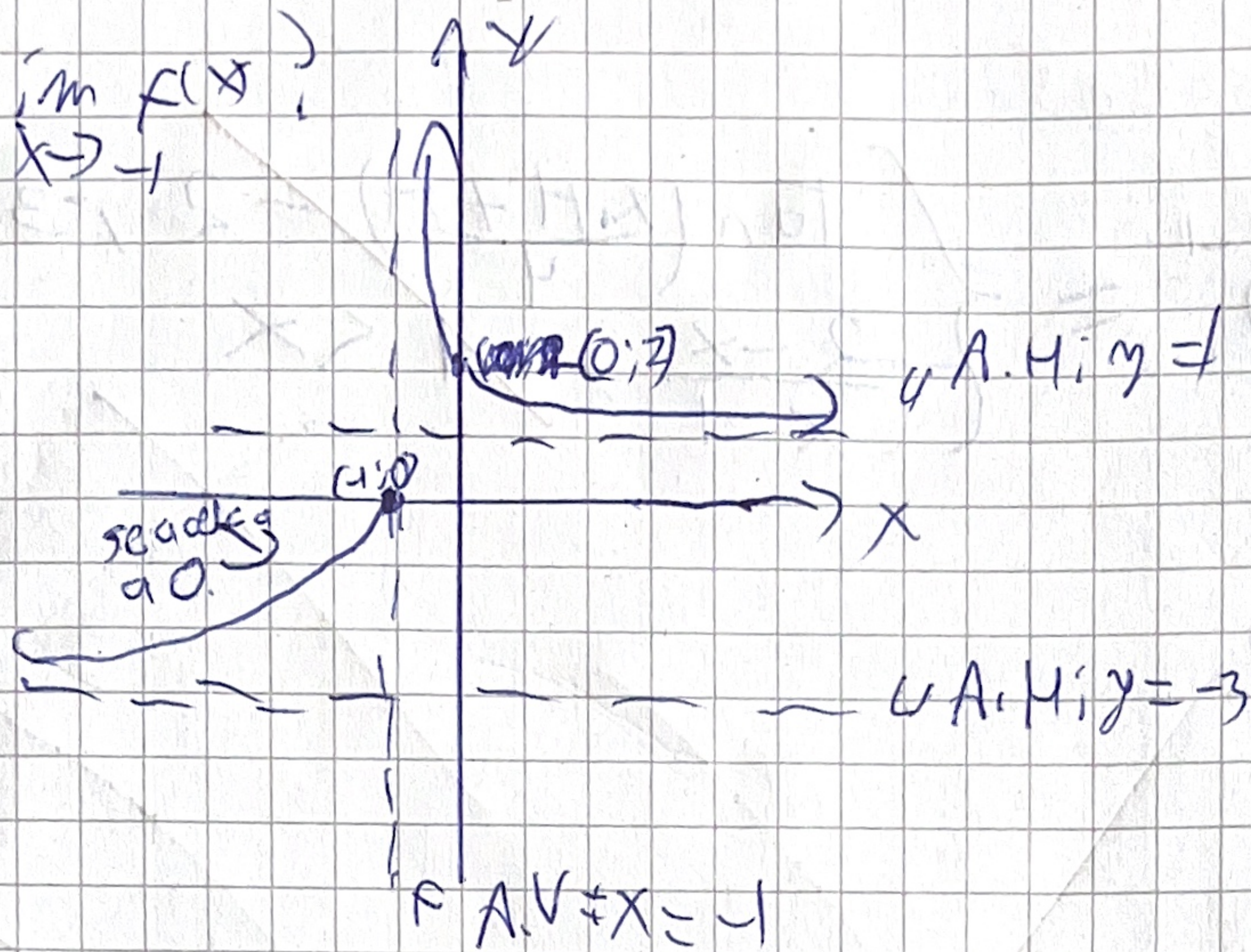
Luego, cuando x tiende a tomar valores positivos extremadamente grandes, es decir, se acerca al $+\infty$, f(x) se acerca a su otra asíntota horizontal: $y=1$. Entonces, se puede asumir que cuando x tiende a $+\infty$, f(x) será igual a 1.

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

f) ¿$\exists \lim\limits_{x \to -1} f(x)$?



para saber si el $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ existe vemos si los límites $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$ y $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$ existen y son iguales.

• $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$: En la gráfica se aprecia que cuando x tiende a tomar valores cercanos a −1 por la izquierda, f(x) será igual a 0

$\rightarrow \lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = 0$

• $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$: En la gráfica, cuando x tiende a tomar valores cercanos a −1 pero por la derecha, f(x) tiende a $+\infty$

$\rightarrow \lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = +\infty$

Entonces; $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) \neq \lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$

$0 \neq +\infty$

Como los límites por la izquierda y derecha no son iguales, entonces se puede decir que $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ no existe

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$+\log_2 6)$

$-\log_2(3)+\log_2(2)$

$3-(1+\log_2 3)$

$2-\log_2 3$

Presente aquí su trabajo

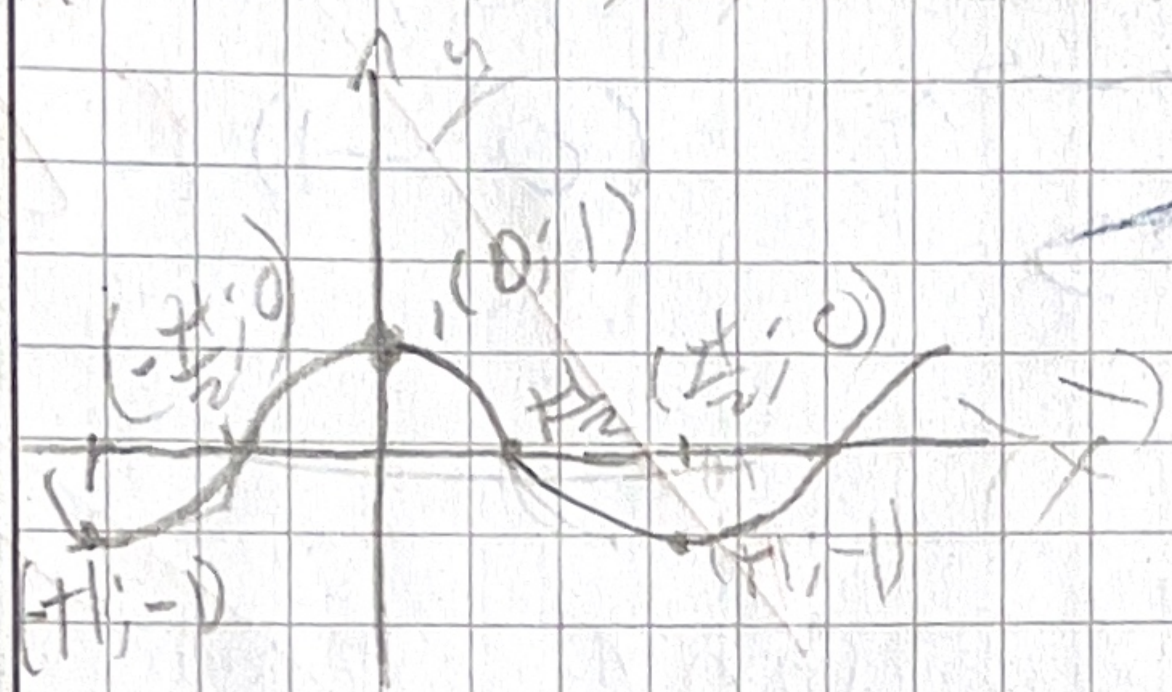
Pregunta 3.

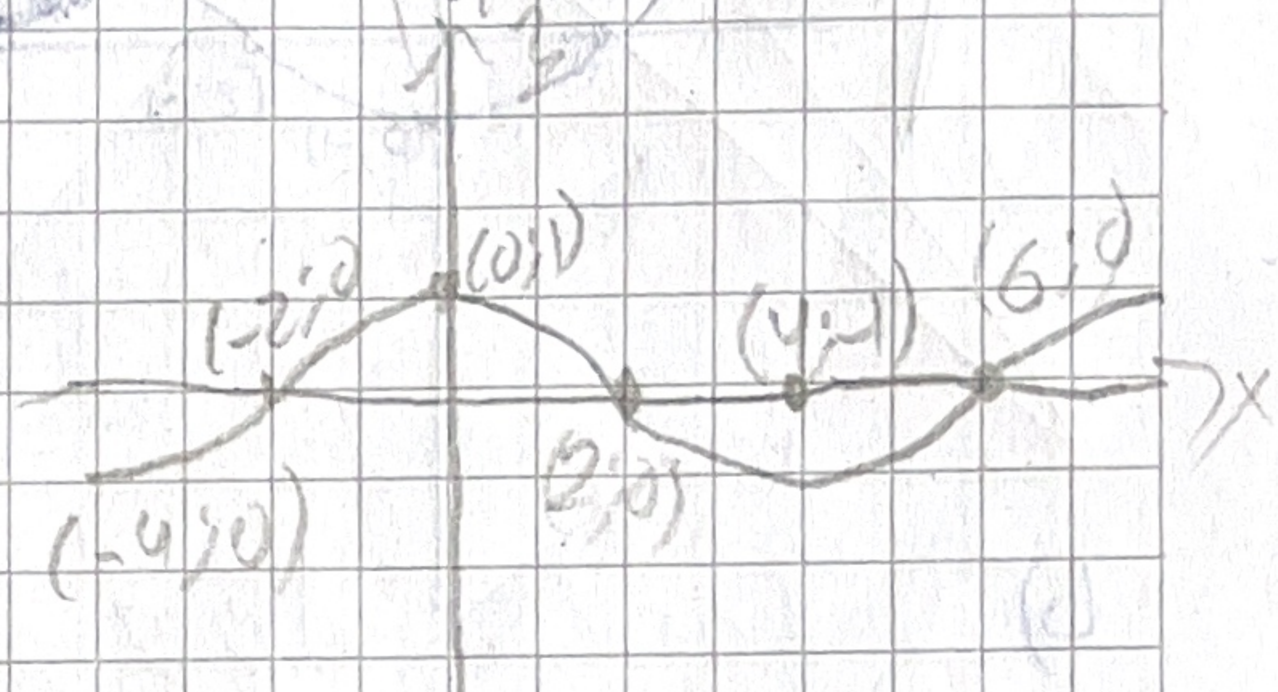
a) $a > -2$

sea $a=4$: $f(x)=\begin{cases} -\cos(\frac{\pi}{4}x), & -2\le x<4 \\ 3-\log_2(x+2), & x\ge 4\end{cases}$

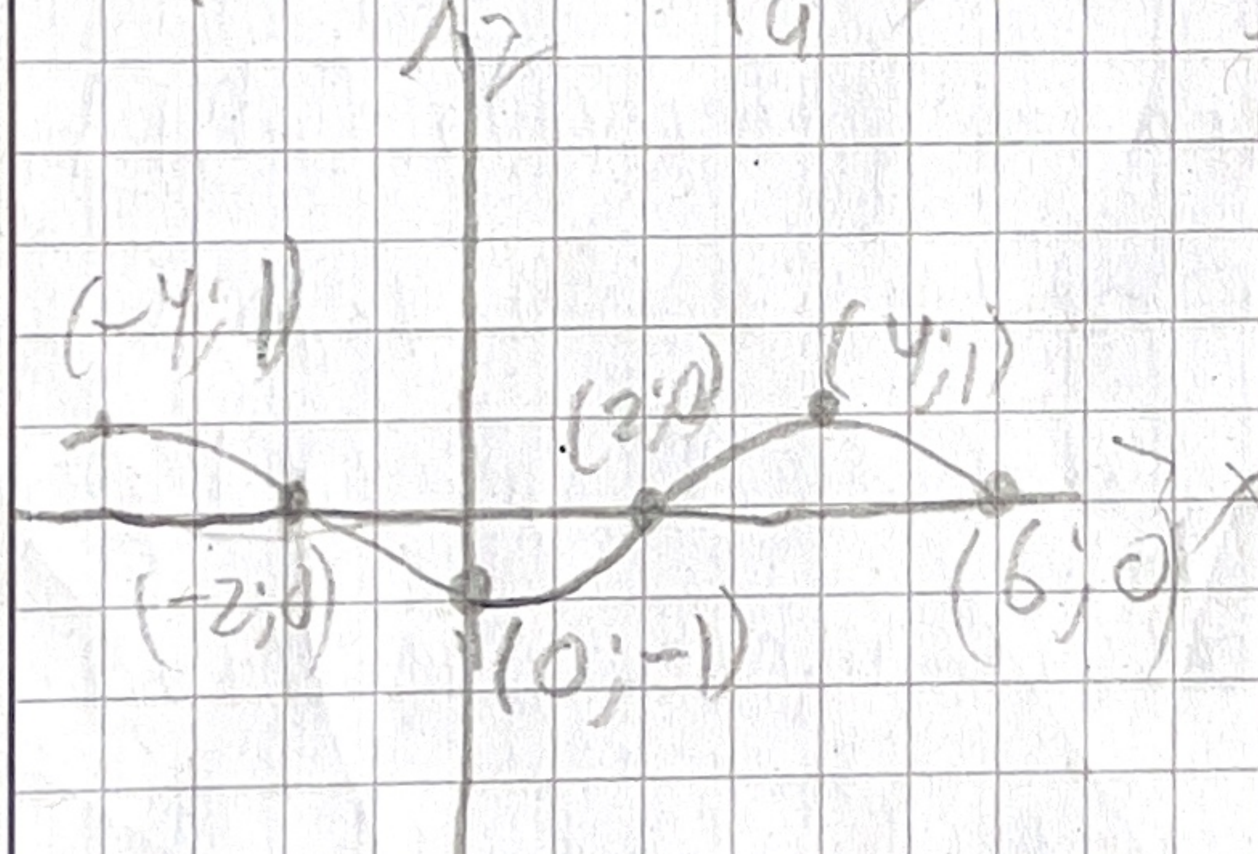
sea $f(x)_1 = -\cos(\frac{\pi}{4}x)$, transformamos

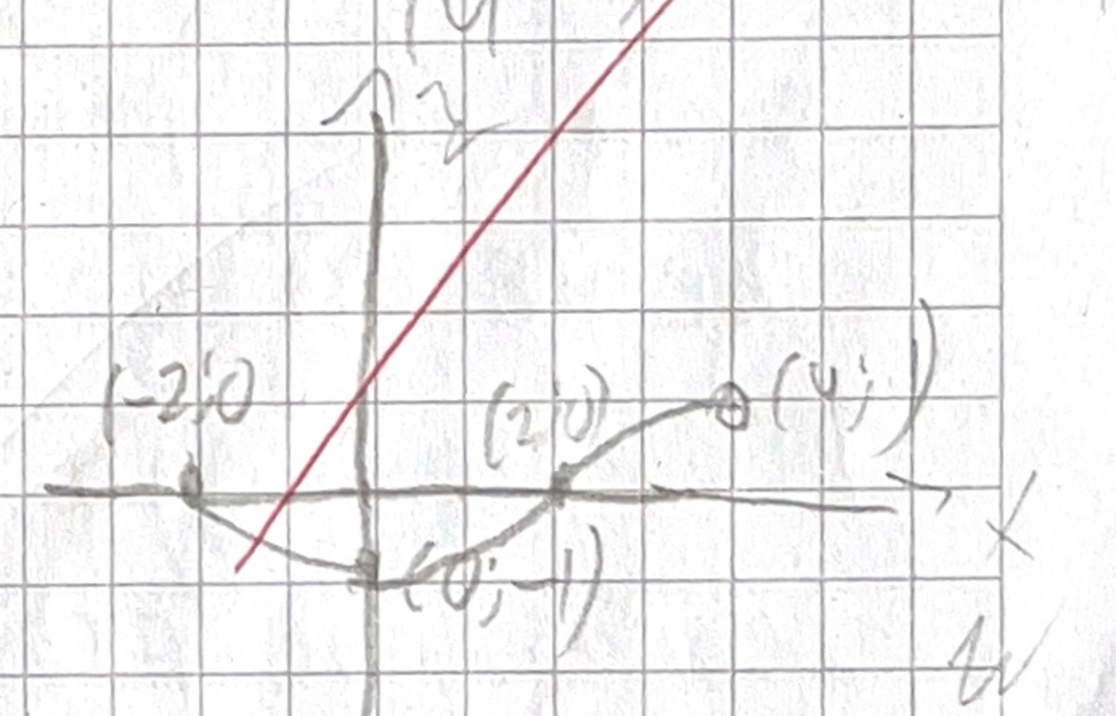
$f(x)=\cos x$ → $f(x)=\cos(\frac{\pi}{4}x)$





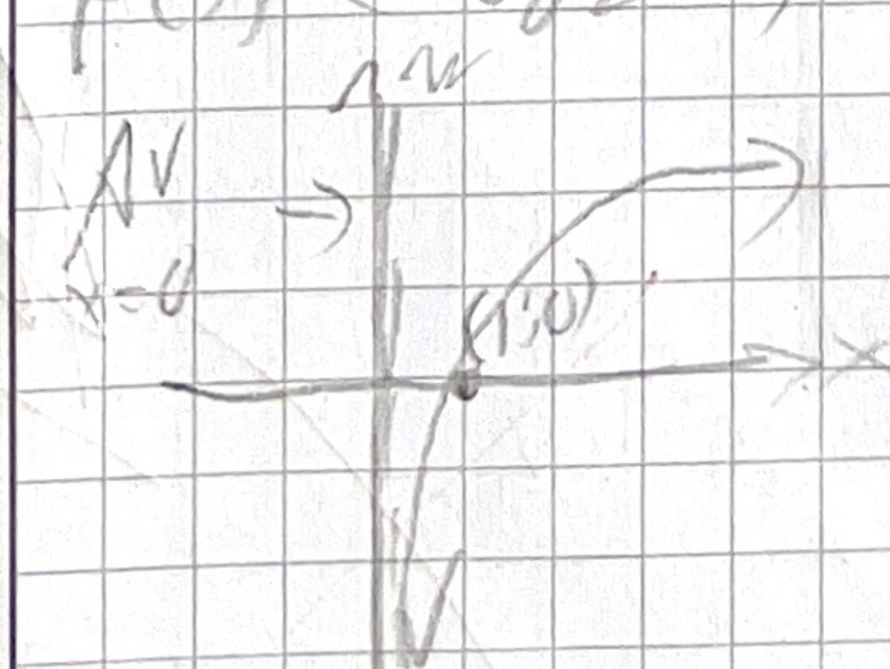
→ $f(x)=-\cos(\frac{\pi}{4}x)$ → $f(x)_1=-\cos(\frac{\pi}{4}x)$, $-2\le x<4$

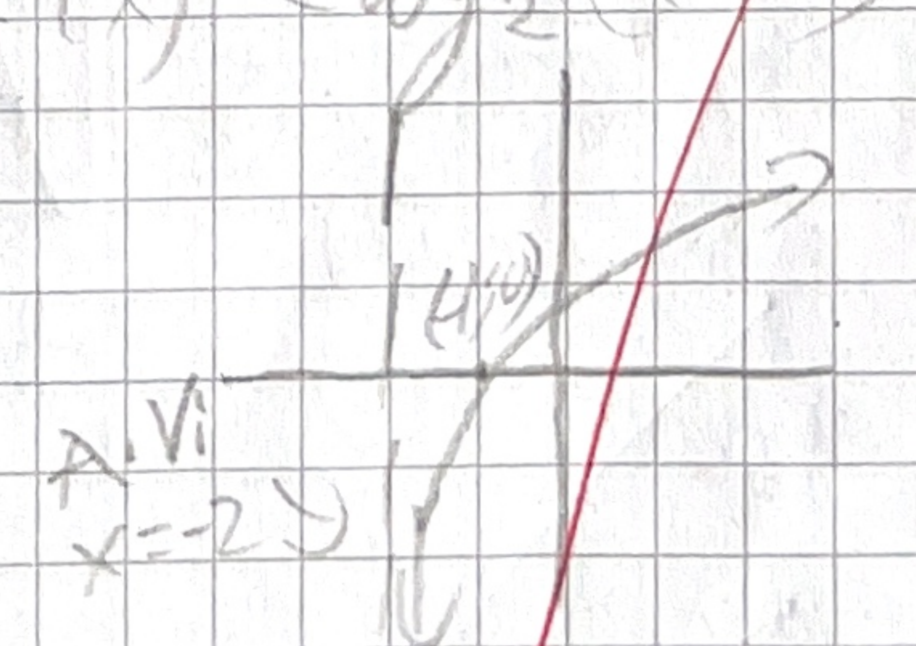




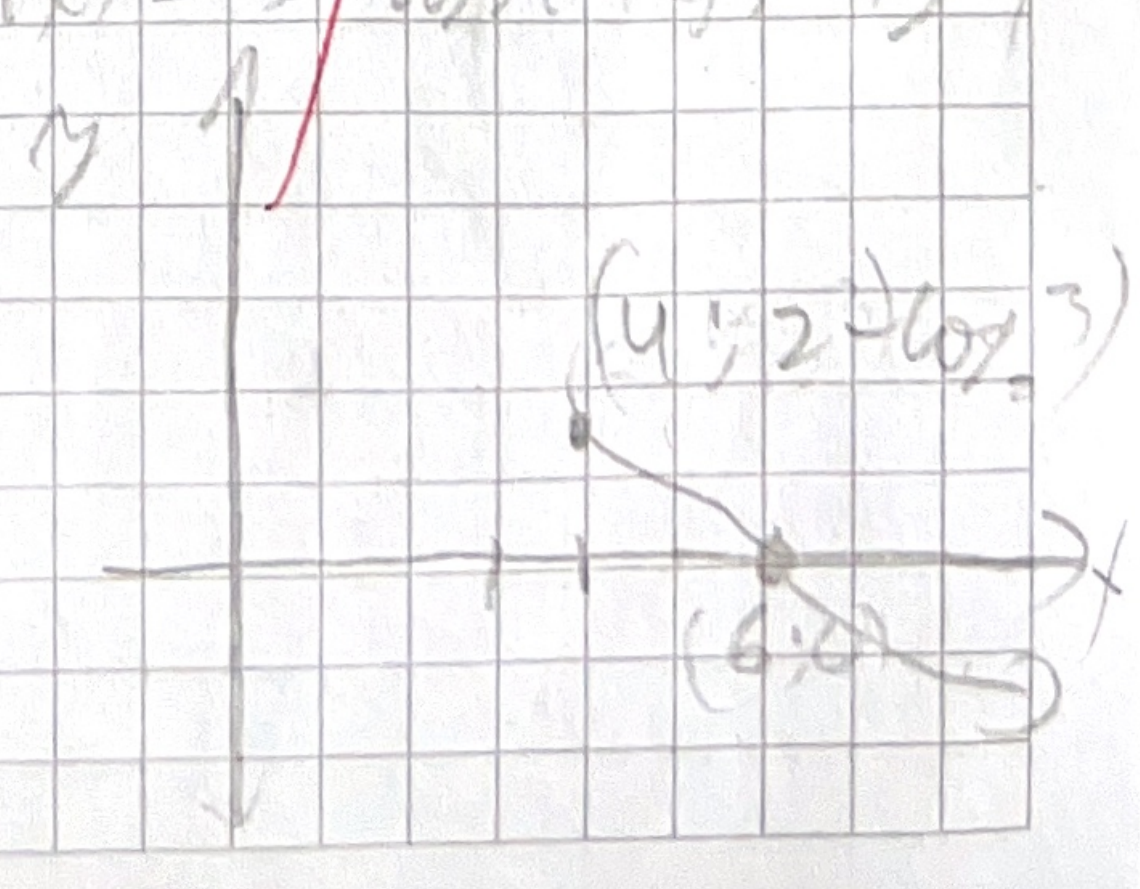
sea $f(x)_2 = 3-\log_2(x+2)$, $x\ge 4$, transformamos

$f(x)=\log_2(x)$ → $f(x)=\log_2(x+2)$





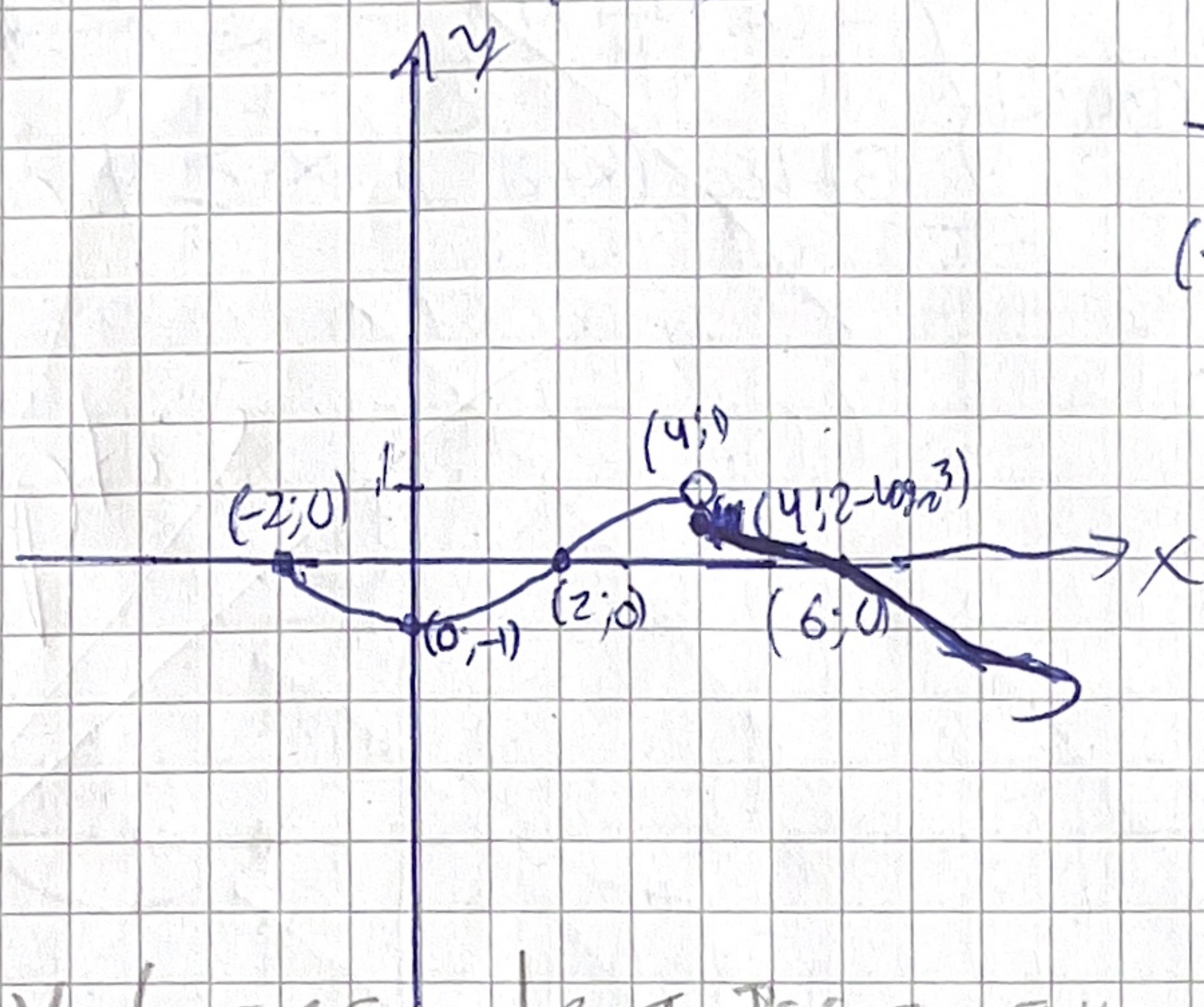
$f(x)=3-\log_2(x+2)$ → $f(x)=3-\log_2(x+2)$, $x\ge 4$



Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Graficamos f(x)



Intersección eje X:
(-2;0), (2;0), 6;0)

Intersección eje Y:
(0;-1)

b) Valores de a para que ran(f) sea $]-\infty;1]$

· Vemos qué varía con a:

Para $f(x)_1 = -\cos\frac{\pi}{4}x$, su rango, por la gráfica y periodicidad siempre pertenecerá al intervalo: $[-1;1]$.

· Luego, para $f(x)_2 = 3-\log_2(x+2)$, vemos que su rango sí variará dependiendo de a.

Sabemos que $f(x)_2$ es decreciente, por lo tanto $f(a)_2$ será su máximo valor:

$f(a)_2 = 3-\log_2(a+2) \rightarrow (a;\ 3-\log_2(a+2))$

De acá vemos que valores puede tomar a para que el rango se cumpla:

$$3-\log_2(a+2) \leq 1$$
$$2 \leq \log_2(a+2)$$
$$2^2 \leq 2^{\log_2(a+2)}$$
$$4 \leq a+2$$
$$2 \leq a$$

→ a tiene que ser mayor para que se cumpla que ran $f(x)_2 \in\ ]-\infty;1]$

Luego, tenemos que asegurarnos que este valor de $f(a)_2$ no sea menor que -1, el mínimo de $f(x)_1$ y así el rango se cumpla:

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

$3 - \log_2(a+2) \geq -1$

$4 \geq \log_2(a+2)$

$2^4 \geq 2^{\log_2(a+2)}$

$16 \geq a+2$

$14 \geq a$

→ a tiene que ser menor a 14 para que $\text{Ran}F(x)_1 \cap \text{Ran}F(x)_2 \neq \emptyset$

Por último, vemos a partir de que valor de a, $F(a)_1 = 1$

$\rightarrow -\cos\left(\frac{\pi}{4}a\right) = 1$

Si $a = 4 \rightarrow -\cos(\pi) = 1$
$-(-1) = 1$
$1 = 1$ ✓

→ a tiene que ser mayor a 4

A partir de $a = 4$, el $\text{Ran}F(x)_1$ es $[-1;1]$.

Por último interseccionamos:

$a \geq 4 \wedge 14 \geq a$

$\rightarrow a \in]4;14]$, pero cuando $a = 2$, $\text{Ran}F(x) =]-\infty[$

Entonces:

abierto ↓ cerrado ↓

$\rightarrow a \in]4;14] \cup \{2\}$

Pregunta 4:

a) $\sum_{k=1}^{n+1} 3^k\left[2^k + \binom{n+1}{k} 2^{n-k}\right]$

$\rightarrow S = \sum_{k=1}^{n+1} 3^k \cdot 2^k + 3^k \cdot 2^{n-k}\binom{n+1}{k} \rightarrow \underbrace{\sum_{k=1}^{n+1} 3^k \cdot 2^k}_{S_1} + \underbrace{\sum_{k=1}^{n+1} 3^k\, 2^{n-k}\binom{n+1}{k}}_{S_2}$

$S_1 = \sum_{k=1}^{n+1} 3^k \cdot 2^k = \sum_{k=1}^{n+1} (3 \cdot 2)^k = \sum_{k=1}^{n+1} (6)^k$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Pregunta 2 aquí:

Suma notable: $\sum_{k=0}^{n} a^k = \frac{a^{n+1}-1}{a-1}$

$S_1 = \sum_{k=1}^{n+1} 6^k$

Transformamos:

$S_1 = \sum_{k=0}^{n+1} 6^k - 6^{(0)} = \sum_{k=0}^{n+1} 6^k - 1$

2 ptos

$S_1 = \frac{6^{n+1+1}-1}{6-1} - 1 = \frac{6^{n+2}-1}{5} - 1 = \frac{6^{n+2}-6}{5} = 6\left(\frac{6^{n+1}-1}{5}\right)$

$S_2 = \sum_{k=1}^{n+1} 3^k \cdot 2^{n-k} \binom{n+1}{k}$ → Binomio de Newton:

$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} a^k \cdot b^{n-k} \binom{n}{k}$

$S_2 = \sum_{k=0}^{n+1} 3^k \cdot 2^{n-k} \binom{n+1}{k} - \left[3^0 \cdot 2^{n-0} \binom{n+1}{0}\right]$

$S_2 = \sum_{k=0}^{n+1} 3^k \cdot 2^{n-k} \binom{n+1}{k} - \left[1 \cdot 2^n (1)\right]$

$S_2 = \sum_{k=0}^{n+1} 3^k \cdot 2^{n-k} \binom{n+1}{k} - 2^n$

$S_2 = \sum_{k=0}^{n+1} 3^k \cdot \frac{2^{n+1-k}}{2} \binom{n+1}{k} - 2^n$

$S_2 = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n+1} 3^k \cdot 2^{n+1-k} \binom{n+1}{k} - 2^n$

$S_2 = \frac{1}{2}(3+2)^{n+1} - 2^n = \frac{1}{2}(5)^{n+1} - 2^n$

$\sum_{k=0}^{n+1} 3^k \cdot \frac{2^{n+1-k}}{2} \binom{n+1}{k}$

$\frac{1}{2}(5)^{n+1} - 2^n$

$\sum_{k=0}^{n+1} 3^{k+1} \cdot 2^{n-k-1} \binom{n+1}{k+1}$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$k \geq 6 \geq 2$

$k \cdot 2^{k-2} \geq 2^{k-2}$

$k \, 2k \cdot 2^{k-2} \geq k 2^{k-2}$

$(k+1) 2^{k-2} \cdot 2 \geq 2k \cdot 2^{k-2}$

$k+1 \geq 7$ $\quad 2k \geq 12$

$2(k+1) \geq 14$

$k-1! \geq k \cdot 2^{k-2}$

$k(k-1)! \geq k^2 \cdot 2^{k-2}$

$k^2 \cdot 2^{k-2} \geq 2(k+1) \cdot 2^{k-2}$

$k^2 \geq 6k \geq 36$ $\quad 2(k+1) \geq 14$

Presente aquí su trabajo

$$S = 6\frac{(6^{n+1}-1)}{5} + \frac{1}{2}(5)^{n+1} - 2^n$$

b) Demuestre que

$\forall n \geq 6 \rightarrow (n-1)! \geq n \cdot 2^{n-2}$

Paso 1: Comprobamos valor inicial:

Sea $n = 6$

$(6-1)! \geq 6 \cdot 2^{6-2}$

$5! \geq 6 \cdot 2^4$

$120 \geq 96$ ✓ Se cumple

Paso 2: Hipótesis

Sea $n = k \geq 6$, se cumple que:

$(k-1)! \geq k \cdot 2^{k-2}$; $k \geq 6$

Paso 3: Tesis

Sea $n = k+1$, se debe cumplir en base a la hipótesis, que:

$(k+1-1)! \geq (k+1) \cdot 2^{k+1-2}$ es verdadero.

$k! \geq (k+1) \cdot 2^{k-1}$

$k(k-1)! \geq (k+1) \cdot 2^{k-2} \cdot 2$

$\boxed{2k(k-1)! \geq (2k+2) \cdot 2^{k-2}}$ ← Quiero llegar a esto

Partiendo de la hipótesis:

$[(k-1)! \geq k \, 2^{k-2}] \cdot k \rightarrow k \geq 6$

$k(k-1)! \geq k^2 2^{k-2} \rightarrow k^2 \cdot 2^{k-2} \geq (2k+2) 2^{k-2}$ → fijo

$k^2 \geq 6k \geq 36 \quad 2k+2 \geq 14$

Entonces: $k(k-1)! \geq k^2 \cdot 2^{k-2} \geq (2k+2) 2^{k-2}$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Propiedad de transitividad:

$\therefore k(k-1)! \geq (2k+2) \cdot 2^{k-2} \Leftarrow$ Tesis

Partiendo de la hipótesis.

Preguntas

a) $f(x) = 3^x - 4^x$ es decreciente

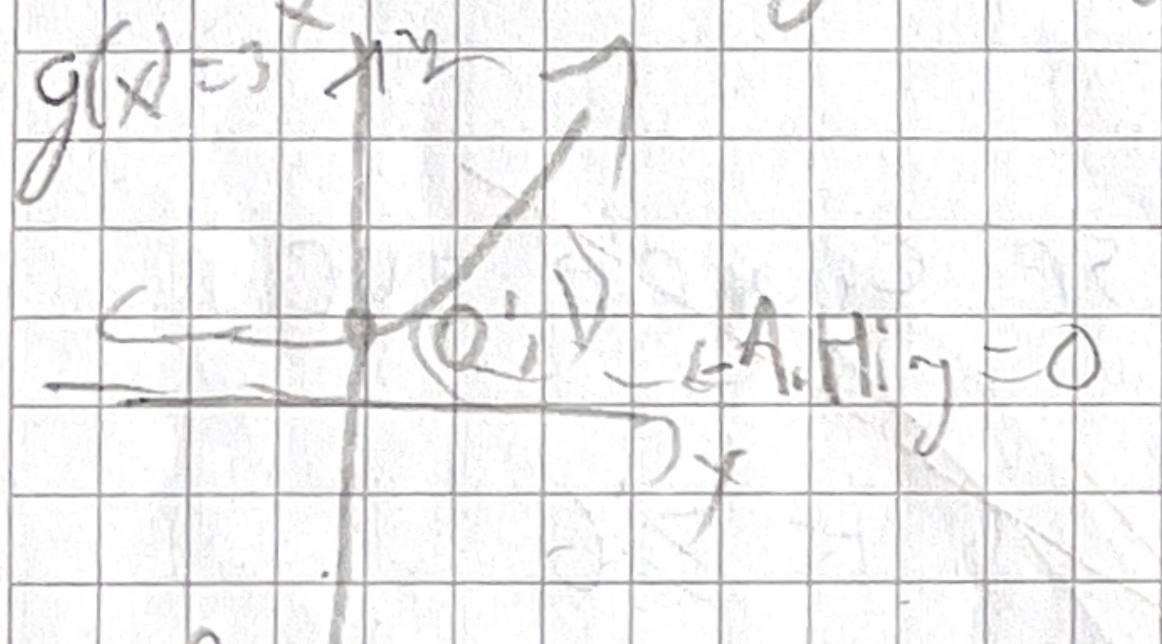
Tomamos $F(x)$ como suma de funciones

$F(x) = \underbrace{3^x}_{g(x)} + \underbrace{(-4^x)}_{h(x)} \rightarrow g(x) = 3^x$

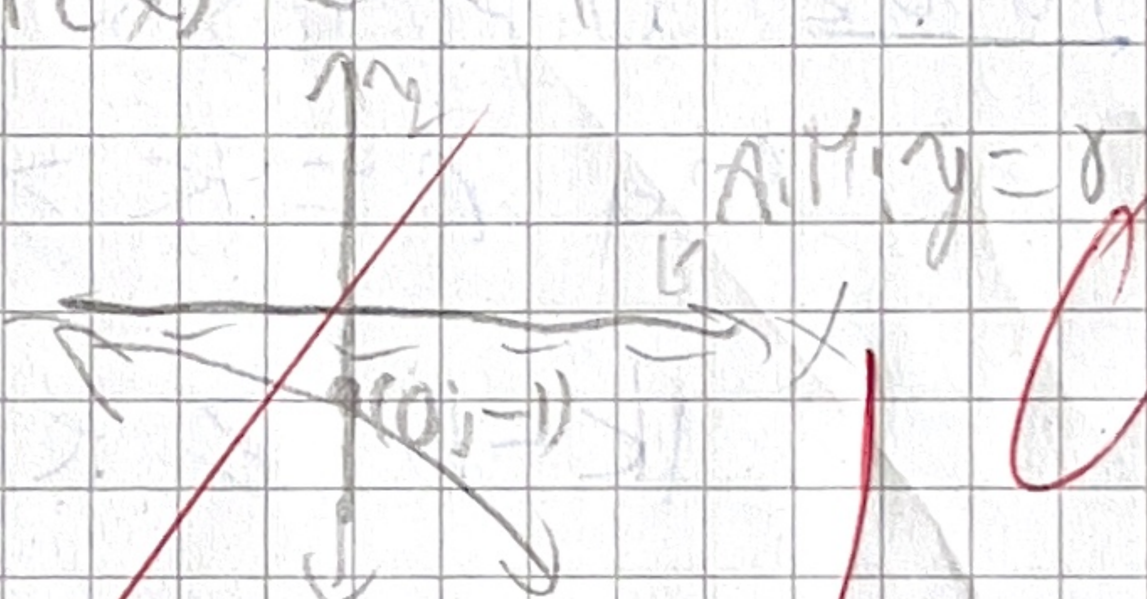
$h(x) = -4^x$

Graficamos $g(x)$ y $h(x)$

$g(x) = 3^x$



$h(x) = -4^x$



$g(x)$ es creciente

$h(x)$ es decreciente

$F(x) = \underset{(creciente)}{g(x)} + \underset{(decreciente)}{h(x)} \rightarrow$ No necesariamente decreciente. Falso

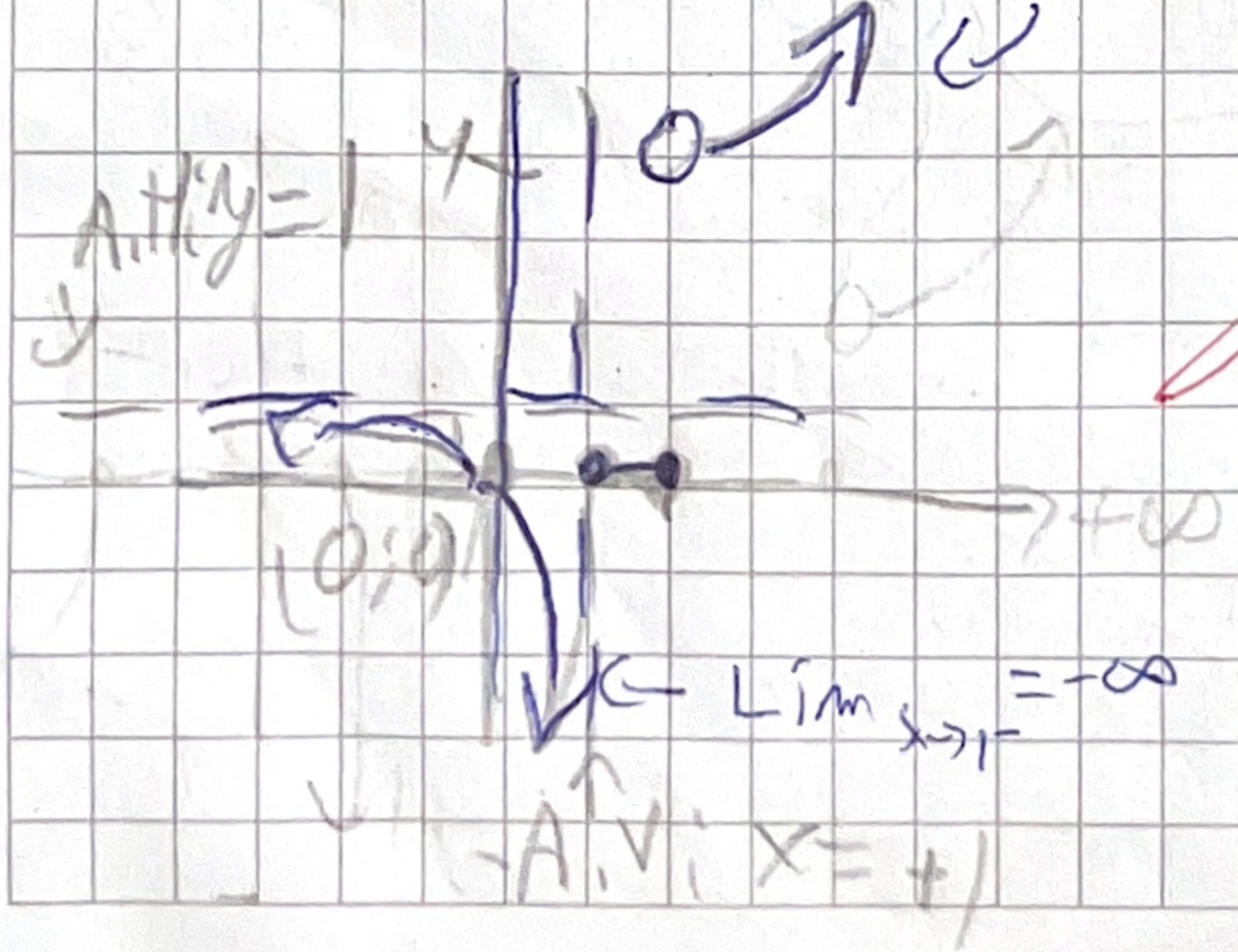
También $F(x)$ es decreciente $\Leftrightarrow x_1 > x_2 \rightarrow f_{x_1} < f_{x_2}$

$-1 > -2 \rightarrow \frac{1}{12} > \frac{7}{144} \therefore$ No es decreciente

(Muy bien!)

b) $\lim_{x \to 1^-} F(x) = -\infty$, $\lim_{x \to +\infty} F(x) = +\infty \wedge F(0) = F(2)$

sea $F(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-1}; & x < 1 \\ 0; & 1 \leq x \leq 2 \\ 2^x; & 2 < x \end{cases}$



$Ran F(x) =]-\infty; 1[\cup]4; +\infty[$

Falso

$0 = 0$

$-1 \rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$

$-2 \rightarrow \frac{1}{9} - \frac{1}{16} = \frac{7}{144}$

$-1 > -2$

$\frac{1}{12} > \frac{7}{144}$

$\frac{x}{x+1}$