Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Segunda Práctica Calificada

Semestre Académico 2022-1

Horario: $101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 122, A123$

Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

Indicaciones:

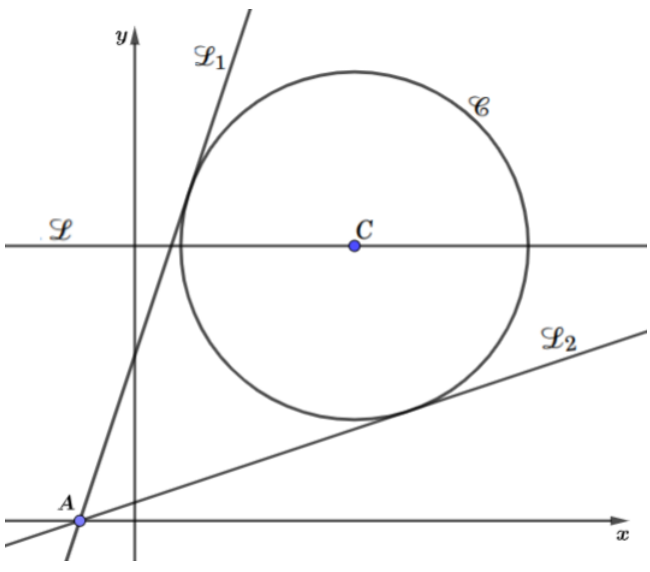
- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas ni computadora personal.
- Puede usar cualquier calculadora que no realize gráficas (Calculadora sugerida $fx-991SPX$).
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

---

1. En la siguiente figura se muestra una circunferencia $\mathscr{C}$, de centro C, y las rectas $\mathscr{L}: y = 5$, $\mathscr{L}_1: 3x - y + 3 = 0$ y $\mathscr{L}_2: x - 3y + 1 = 0$. Además, se sabe que:

   - La circunferencia $\mathscr{C}$ es tangente a las rectas $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$.
   - $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$ se intersecan en el punto A.
   - El centro de $\mathscr{C}$ está en la recta $\mathscr{L}$.

   Con esta información, halle la ecuación de la circunferencia $\mathscr{C}_1$ circunscrita al triángulo ABC, con $B(-1;5)$. **(4 pt)**



2. Considere la familia de cónicas cuya ecuación es de la forma

$$4x^2+2y^2+4x+2(14y-k)+15=0, \quad \text{con } k \in \mathbb{R}.$$

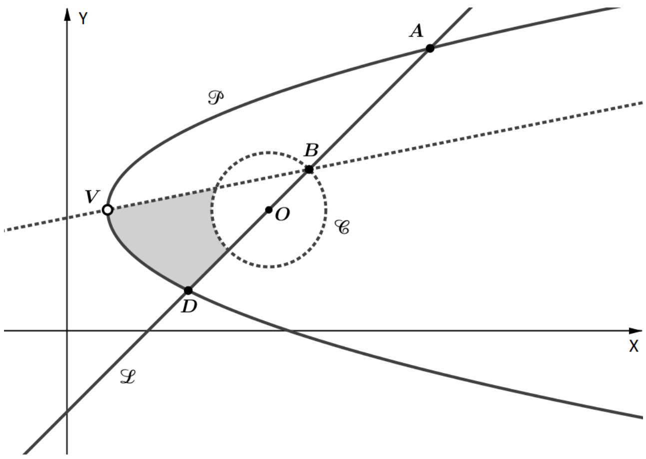
Determine los valores que debe tomar k para que las cónicas descritas por esa ecuación sean elipses.

(3 pt)

3. Halle la ecuación de la parábola cuyos extremos de su lado recto son los puntos $L(-6;8)$ y $R(2;2)$, y su directriz pasa por el punto $T(-1;-2)$. **(3 pt)**

4. En la siguiente figura:

- $\mathscr{C}$ es una circunferencia de centro O y radio $\sqrt{2}$ unidades.
- $\mathscr{P}$ es una parábola con eje focal horizontal, vértice V y pasa por los puntos $A(9;7)$ y $D(3;1)$.
- El punto $B(6;4)$ se encuentra sobre la circunferencia $\mathscr{C}$.
- El centro de $\mathscr{C}$ y el vértice de $\mathscr{P}$ tienen la misma ordenada.



a) Halle la ecuación de la recta $\mathscr{L}$, la circunferencia $\mathscr{C}$ y la parábola $\mathscr{P}$. **(3 pt)**

b) Represente la región sombreada mediante un sistema de inecuaciones. **(2 pt)**

5. De una elipse $\mathscr{E}$ y una parábola $\mathscr{P}$ se sabe que:

- La longitud del lado recto de la elipse $\mathscr{E}$ es $\dfrac{42\sqrt{2}}{5}$ unidades y uno de sus vértices es el punto $V_1(-7;5)$.
- El eje focal de $\mathscr{E}$ coincide con la directriz de $\mathscr{P}$.
- La recta $\ell : y=-x+8$ contiene al eje menor de $\mathscr{E}$ y coincide con el eje focal de la parábola $\mathscr{P}$.
- El vértice de $\mathscr{P}$ tiene abscisa positiva y coincide con uno de los extremos del eje menor de $\mathscr{E}$.

Considerando la información anterior:

a) Halle la ecuación de la elipse $\mathscr{E}$. **(3 pt)**

b) Halle los extremos del lado recto de la parábola $\mathscr{P}$. **(2 pt)**

Coordinador de prácticas: Elton Barrantes

San Miguel, 2 de mayo de 2022.