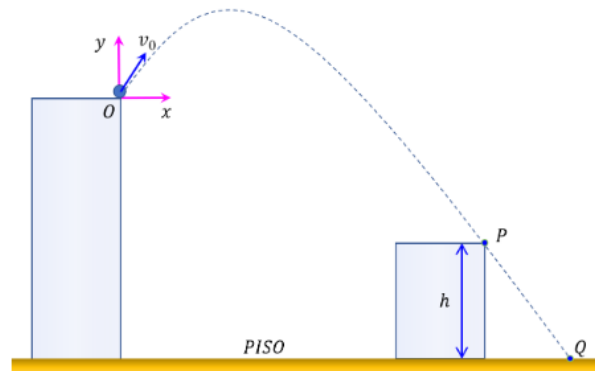


## PREGUNTA 1 – VERSIÓN 1

En  $t = 0$  s se lanza un proyectil desde el punto  $O$  (origen de coordenadas del sistema de referencia) con velocidad inicial  $\vec{v}_0 = (v; 2v)$ . El proyectil sigue la trayectoria de la línea discontinua mostrada en la figura, pasando por los puntos  $O$ ,  $P$  y  $Q$ , donde  $O = (0; 0)$  m,  $P = (36.75; -49)$  m. Además, la distancia vertical del piso al punto  $P$  es  $h = 30$  m. (Considere  $g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ).



- (1 punto) Determine el instante en que llega a  $P$ .
- (1 punto) Determine la altura máxima respecto al piso.
- (1,5 puntos) Determine la ley de velocidad para todo instante:  $\vec{v}(t) = (v_x(t); v_y(t))$ .
- (1,5 puntos) Determine la ley de movimiento para todo instante:  $\vec{r}(t) = (x(t); y(t))$ .

a) La ley de movimiento del proyectil será la siguiente:

$$\vec{r}(t) = (0; 0) + (v; 2v)t + \frac{1}{2}(0; -9,8)t^2$$

$$\vec{r}(t) = (vt; 2vt - 4,9t^2)$$

Cuando el proyectil llega al punto  $P$ :

$$\vec{r}(t) = (36,75; -49)$$

$$vt = 36,75 \dots (1)$$

$$2vt - 4,9t^2 = -49 \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$2(36,75) - 4,9t^2 = -49 \rightarrow t = 5 \text{ s}$$

b) Reemplazando  $t = 5$  s en (1):  $v = 7,35 \text{ m/s}$

La ley de movimiento y velocidad del proyectil serán las siguientes:

$$\vec{r}(t) = (7,35t; 14,7t - 4,9t^2) \text{ m}$$

$$\vec{v}(t) = (7,35; 14,7 - 9,8t) \text{ m/s}$$

Cuando el proyectil alcanza su altura máxima (medida desde el piso):

$$v_y = 0 \rightarrow 14,7 - 9,8t = 0 \rightarrow t = 1,5 \text{ s}$$

$$H_{\max} = y(1,5) + |P_y| + h$$

$$H_{\max} = 11,025 + 49 + 30 \rightarrow H_{\max} = 90,025 \text{ m}$$

c) La ley de velocidad del proyectil:

$$\bar{v}(t) = (7,35; 14,7 - 9,8t) \text{ m/s} ; 0s \leq t \leq t_f$$

Cuando el proyectil llega al piso:  $y = -(|P_y| + h)$

$$y = -79$$

$$14,7t - 4,9t^2 = -79$$

$$4,9t^2 - 14,7t - 79 = 0 \rightarrow t = 5,79 \text{ s} \vee t = -2,79 \text{ s}$$

Finalmente:

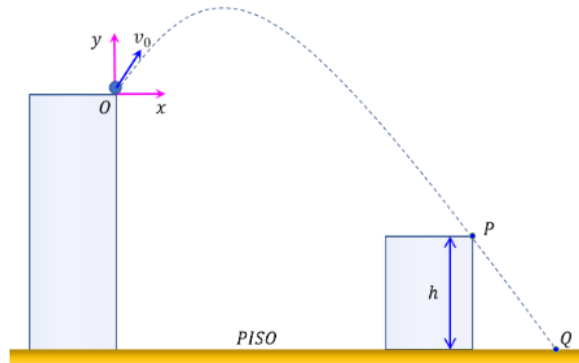
$$\bar{v}(t) = (7,35; 14,7 - 9,8t) \text{ m/s} ; 0s \leq t \leq 5,79s$$

d) La ley de movimiento del proyectil:

$$\bar{r}(t) = (7,35t; 14,7t - 4,9t^2) \text{ m}; 0s \leq t \leq 5,79s$$

## PREGUNTA 1 – VERSIÓN 2

En  $t = 0$  s se lanza un proyectil desde el punto  $O$  (origen de coordenadas del sistema de referencia) con velocidad inicial  $\vec{v}_0 = (v; 3v)$ . El proyectil sigue la trayectoria de la línea discontinua mostrada en la figura, pasando por los puntos  $O$ ,  $P$  y  $Q$ , donde  $O = (0; 0)$  m,  $P = (39,2; -98)$  m. Además, la distancia vertical del piso al punto  $P$  es  $h = 70$  m. (Considere  $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ).



- (1 punto) Determine el instante en que llega a  $P$ .
- (1 punto) Determine la altura máxima respecto al piso.
- (1,5 puntos) Determine la ley de velocidad para todo instante:  $\vec{v}(t) = (v_x(t); v_y(t))$ .
- (1,5 puntos) Determine la ley de movimiento para todo instante:  $\vec{r}(t) = (x(t); y(t))$ .

a) La ley de movimiento del proyectil será la siguiente:

$$\vec{r}(t) = (0; 0) + (v; 3v)t + \frac{1}{2}(0; -9,8)t^2$$

$$\vec{r}(t) = (vt; 3vt - 4,9t^2)$$

Cuando el proyectil llega al punto  $P$ :

$$\vec{r}(t) = (39,2; -98)$$

$$vt = 39,2 \dots (1)$$

$$3vt - 4,9t^2 = -98 \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$3(39,2) - 4,9t^2 = -98 \rightarrow t = 6,63 \text{ s}$$

b) Reemplazando  $t = 6,63$  s en (1):  $v = 5,91 \text{ m/s}$

La ley de movimiento y velocidad del proyectil serán las siguientes:

$$\vec{r}(t) = (5,91t; 17,73t - 4,9t^2) \text{ m}$$

$$\vec{v}(t) = (5,91; 17,73 - 9,8t) \text{ m/s}$$

Cuando el proyectil alcanza su altura máxima (medida desde el piso):

$$v_y = 0 \rightarrow 17,73 - 9,8t = 0 \rightarrow t = 1,81 \text{ s}$$

$$H_{\max} = y(1,81) + |P_y| + h$$

$$H_{\max} = 16,04 + 98 + 70 \rightarrow H_{\max} = 184,04 \text{ m}$$

c) La ley de velocidad del proyectil:

$$\bar{v}(t) = (5,91; 17,73 - 9,8t) \text{ m/s} ; 0s \leq t \leq t_f$$

Cuando el proyectil llega al piso:  $y = -(|P_y| + h)$

$$y = -168$$

$$17,73t - 4,9t^2 = -168$$

$$4,9t^2 - 17,73t - 168 = 0 \rightarrow t = 7,94 \text{ s} \vee t = -4,32 \text{ s}$$

Finalmente:

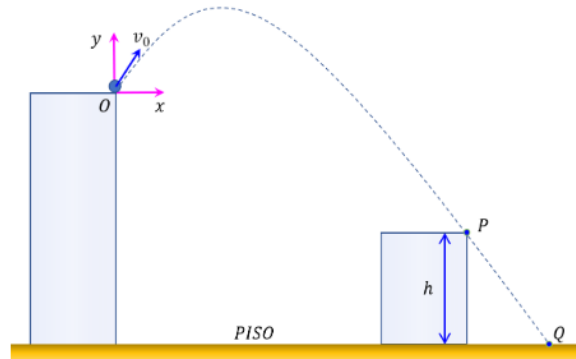
$$\bar{v}(t) = (5,91; 17,73 - 9,8t) \text{ m/s} ; 0s \leq t \leq 7,94s$$

d) La ley de movimiento del proyectil:

$$\bar{r}(t) = (5,91t; 17,73t - 4,9t^2) \text{ m}; 0s \leq t \leq 7,94s$$

## PREGUNTA 1 – VERSIÓN 3

En  $t = 0$  s se lanza un proyectil desde el punto  $O$  (origen de coordenadas del sistema de referencia) con velocidad inicial  $\vec{v}_0 = (v; \frac{3v}{2})$ . El proyectil sigue la trayectoria de la línea discontinua mostrada en la figura, pasando por los puntos  $O$ ,  $P$  y  $Q$ , donde  $O = (0; 0)$  m,  $P = (78,4; -122,5)$  m. Además, la distancia vertical del piso al punto  $P$  es  $h = 80$  m. (Considere  $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ).



- (1 punto) Determine el instante en que llega a  $P$ .
- (1 punto) Determine la altura máxima respecto al piso.
- (1,5 puntos) Determine la ley de velocidad para todo instante:  $\vec{v}(t) = (v_x(t); v_y(t))$ .
- (1,5 puntos) Determine la ley de movimiento para todo instante:  $\vec{r}(t) = (x(t); y(t))$ .

a) La ley de movimiento del proyectil será la siguiente:

$$\vec{r}(t) = (0; 0) + (v; 1,5v)t + \frac{1}{2}(0; -9,8)t^2$$

$$\vec{r}(t) = (vt; 1,5vt - 4,9t^2)$$

Cuando el proyectil llega al punto  $P$ :

$$\vec{r}(t) = (78,4; -122,5)$$

$$vt = 78,4 \dots (1)$$

$$1,5vt - 4,9t^2 = -122,5 \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$1,5(78,4) - 4,9t^2 = -122,5 \rightarrow t = 7 \text{ s}$$

b) Reemplazando  $t = 7$  s en (1):  $v = 11,2 \text{ m/s}$

La ley de movimiento y velocidad del proyectil serán las siguientes:

$$\vec{r}(t) = (11,2t; 16,8t - 4,9t^2) \text{ m}$$

$$\vec{v}(t) = (11,2; 16,8 - 9,8t) \text{ m/s}$$

Cuando el proyectil alcanza su altura máxima (medida desde el piso):

$$v_y = 0 \rightarrow 16,8 - 9,8t = 0 \rightarrow t = 1,71 \text{ s}$$

$$H_{\max} = y(1,71) + |P_y| + h$$

$$H_{\max} = 14,4 + 122,5 + 80 \rightarrow H_{\max} = 216,9 \text{ m}$$

c) La ley de velocidad del proyectil:

$$\bar{v}(t) = (11,2; 16,8 - 9,8t) \text{ m/s} ; 0s \leq t \leq t_f$$

Cuando el proyectil llega al piso:  $y = -(|P_y| + h)$

$$y = -202,5$$

$$16,8t - 4,9t^2 = -202,5$$

$$4,9t^2 - 16,8t - 202,5 = 0 \rightarrow t = 8,37 \text{ s} \vee t = -4,94 \text{ s}$$

Finalmente:

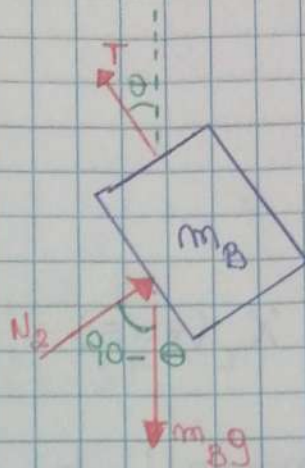
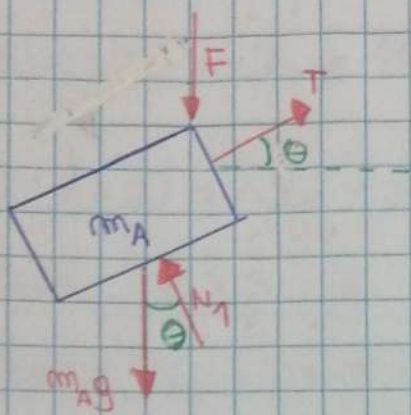
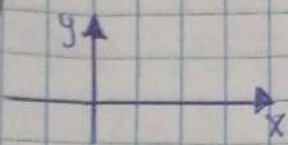
$$\bar{v}(t) = (11,2; 16,8 - 9,8t) \text{ m/s} ; 0s \leq t \leq 8,37s$$

d) La ley de movimiento del proyectil:

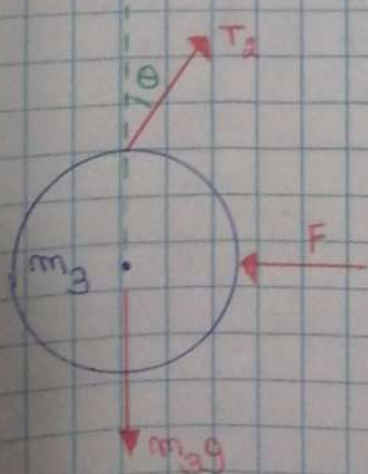
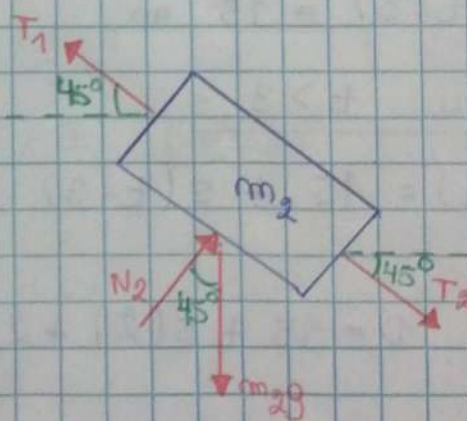
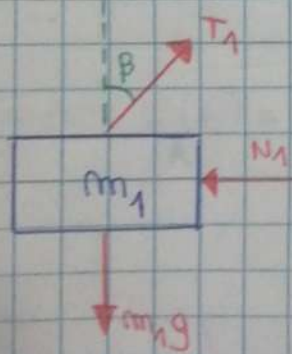
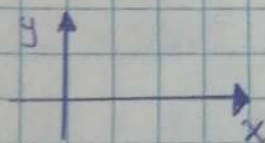
$$\bar{r}(t) = (11,2t; 16,8t - 4,9t^2) \text{ m}; 0s \leq t \leq 8,37s$$

# Problema desarrollado 2 - Versión 1

a)



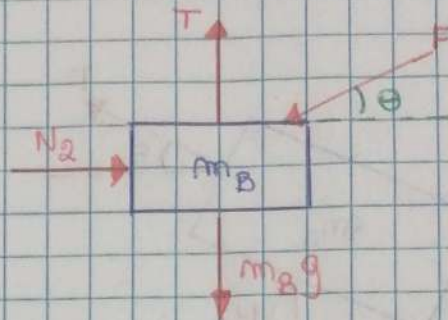
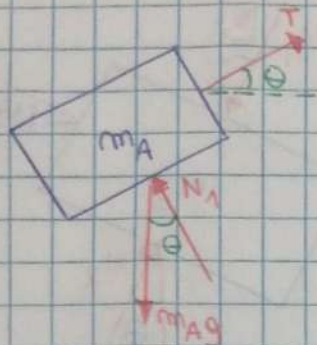
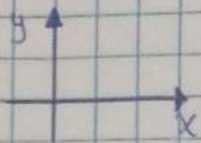
b)



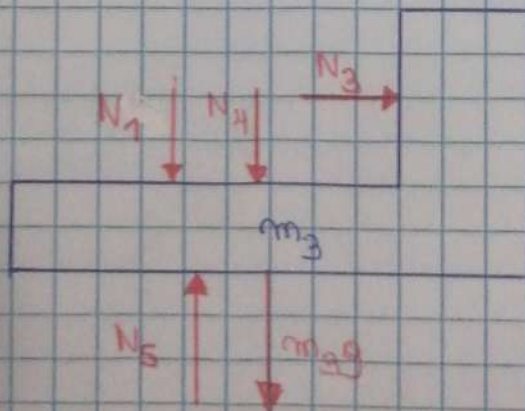
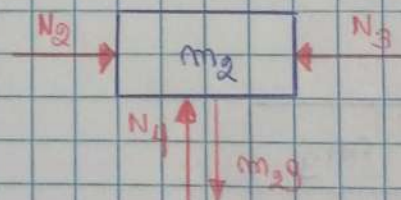
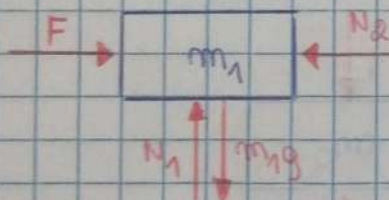
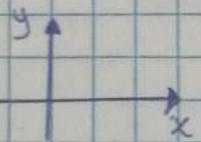


# Problema desarrollado 2 - Versión 2

a)



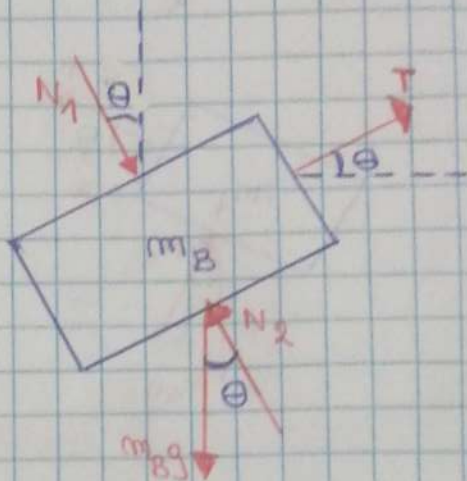
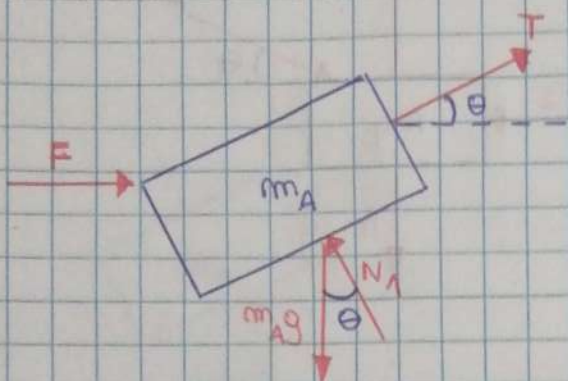
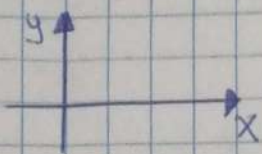
b)



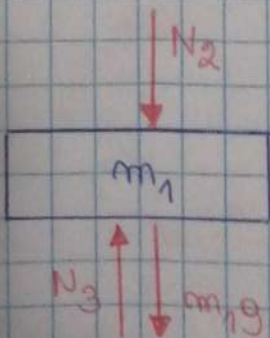
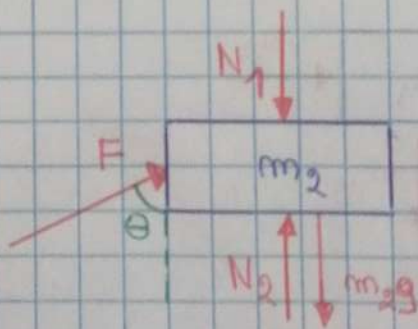
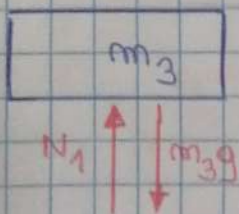
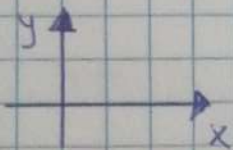


# Problema desarrollado 2 - Versión 3

a)



b)

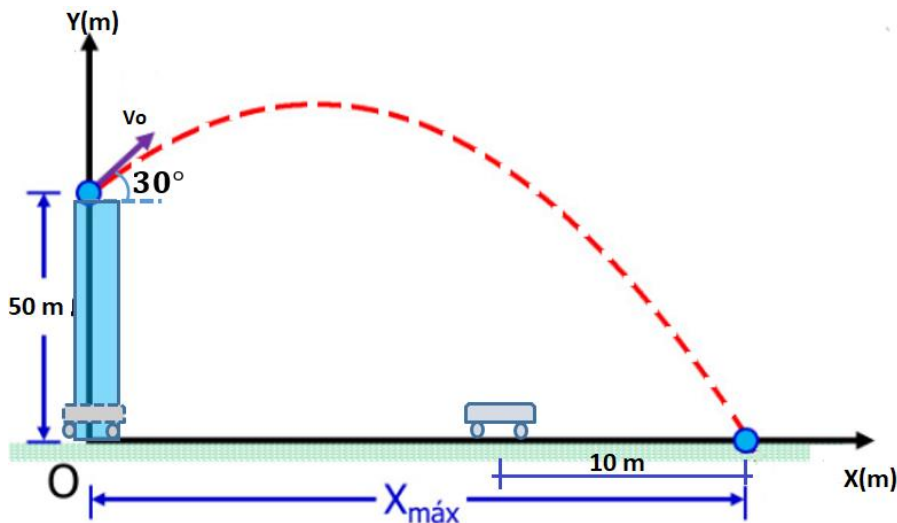


### Problema desarrollado 3 Turno 1 (Versión 1)

Desde lo alto de una torre de altura  $H = 50 \text{ m}$  es disparado un proyectil ( $t = 0 \text{ s}$ ) con velocidad de módulo  $V_0 = 50 \text{ m/s}$  y formando un ángulo  $\theta = 30^\circ$  con la horizontal. En el mismo instante, un auto parte del reposo desde la base de la torre y alejándose de ella con aceleración constante y desconocida. El proyectil impacta en el suelo delante del auto a una distancia de  $10 \text{ m}$ . **Tome un sistema de coordenadas con origen en la base de la torre, eje Y positivo vertical hacia arriba y eje X positivo horizontal alejándose de la torre.** Determine:

- (1,0 punto) La ley de movimiento del proyectil para todo su movimiento.
- (2,0 punto) El módulo de la aceleración del auto.
- (1,0 punto) La velocidad del auto cuando el proyectil impacta en el suelo.
- (2,0 punto) La distancia entre el auto y el proyectil cuando el proyectil está en su punto más alto.

**Solución: (Si el alumno asume ángulo de elevación)**



- a) Para el proyectil: Ley de movimiento:

$$\vec{r}_p = (x(t); y(t)) = (0; 50) + (50\cos 30^\circ; 50\sin 30^\circ)t + \frac{1}{2}(0; -9,8)t^2 \text{ (m)}; 0 < t < t_f$$

$$x_p(t) = 43,3t; \quad y_p(t) = 50 + 25t - 4,9t^2$$

Para  $X_{\text{máx.}}$  (Proyectil impacta en el suelo).

$$y_p(t) = 0 = 50 + 25t - 4,9t^2 \rightarrow t_f = 6,64 \text{ s} \rightarrow X_{\text{max}} = 43,3(6,64) = 287,5 \text{ m}$$

$$\vec{r}_p = (43,3t; 50 + 25t - 4,9t^2) \text{ (m)}; 0 < t < 6,64 \text{ s}$$

- b) Para el auto: ley de movimiento:

$$\vec{r}_A = (x_A(t); y_A(t)) = (0; 0) + (0; 0)t + \frac{1}{2}(a; 0)t^2 \text{ (m)}; 0 < t < 6,64 \text{ s}$$

$$x_A(t) = 0,5at^2; \quad y_A(t) = 0$$

El proyectil impacta en el suelo en  $t = 6,64 \text{ s}$ :  $x_{p\text{Max}}(6,64) = x_A(6,64) + 10$

$$287,5 = 0,5a(6,64)^2 + 10; \quad a = 12,59 \text{ m/s}^2$$

c) Para el auto: ley de velocidad

$$\vec{v}_A = (v_{xA}(t); v_{yA}(t)) = (0; 0) + (a; 0)t \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$v_{xA}(t) = 12,59t; v_{yA}(t) = 0$$

Se pide:  $v_{xA}(6,64) = 12,59(6,64) = 83,58 \text{ m/s}$

d) Para el proyectil: Ley de velocidad:

$$\vec{v}_P = (v_{xp}(t); v_{yp}(t)) = (50\cos 30^\circ; 50\sin 30^\circ) + (0; -9,8t) \left(\frac{m}{s}\right)$$

Para  $Y_{\text{máx.}}$

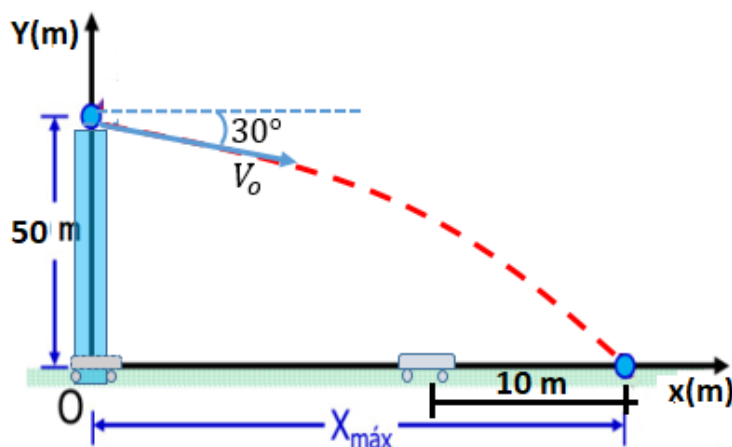
$$v_{yp}(t) = 25 - 9,8t = 0; t = 2,55 \text{ s} \rightarrow Y_{\text{max}} = 50 + 25(2,55) - 4,9(2,55)^2 = 81,89 \text{ m}$$

$$\vec{r}_P = (110,4; 81,89) \text{ m}$$

$$\vec{r}_A = \frac{1}{2}(12,59; 0)t^2 = (40,93; 0) \text{ (m)}$$

$$D_{PA} = \sqrt{(110,4 - 40,93)^2 + (81,89 - 0)^2} = 107,39 \text{ m}$$

(Si el alumno asume ángulo de depresión)



a) Para el proyectil: Ley de movimiento:

$$\vec{r}_P = (x(t); y(t)) = (0; 50) + 50(\cos 30^\circ; -\sin 30^\circ)t + \frac{1}{2}(0; -9,8)t^2 \text{ (m); } 0 < t < t_f$$

$$x_p(t) = 43,3t; y_p(t) = 50 - 25t - 4,9t^2$$

Para  $X_{\text{máx.}}$  (Proyectil impacta en el suelo).

$$y_p(t) = 0 = 50 - 25t - 4,9t^2 \rightarrow t_f = 1,54 \text{ s} \rightarrow X_{\text{max}} = 43,3(1,54) = 66,7 \text{ m}$$

$$\vec{r}_P = (43,3t; 50 - 25t - 4,9t^2) \text{ (m); } 0 < t < 1,54 \text{ s}$$

b) Para el auto: ley de movimiento:

$$\vec{r}_A = (x_A(t); y_A(t)) = (0; 0) + (0; 0)t + \frac{1}{2}(a; 0)t^2 \text{ (m)}; 0 < t < 1,54s$$

$$x_A(t) = 0,5at^2; y_A(t) = 0$$

El proyectil impacta en el suelo en  $t=1,54$  s :  $x_{pMax}(1,54) = x_A(1,54) + 10$

$$66,7 = 0,5a(1,54)^2 + 10; a = 47,8 \text{ m/s}^2$$

c) Para el auto: ley de velocidad

$$\vec{v}_A = (v_{xA}(t); v_{yA}(t)) = (0; 0) + (a; 0)t \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$v_{xA}(t) = 47,8t; v_{yA}(t) = 0$$

Se pide:  $v_{xA}(1,54) = 47,8(1,54) = 73,64 \text{ m/s}$

d) Si el proyectil se lanza con un ángulo de depresión, su altura máxima es el punto de lanzamiento, por lo tanto.

$$\vec{r}_p = (0; 50) \text{ m}$$

$$\vec{r}_A = (0; 0) \text{ (m)}$$

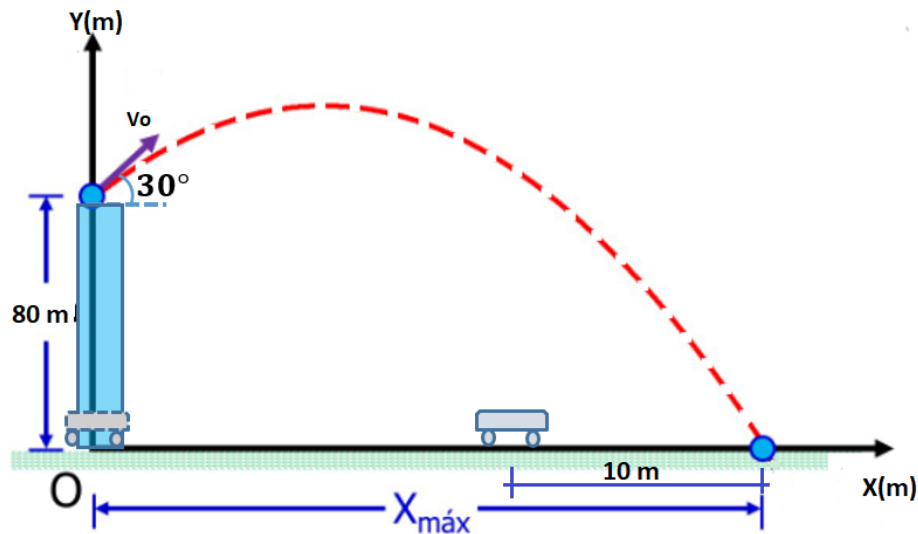
$$D_{pA} = \sqrt{(0 - 0)^2 + (50 - 0)^2} = 50 \text{ m}$$

### Problema desarrollado 3 Turno 1 (Versión 2)

Desde lo alto de una torre de altura  $H=80$  m es disparado un proyectil ( $t = 0$  s) con velocidad de módulo  $V_0 = 80$  m/s y formando un ángulo  $\theta = 30^\circ$  con la horizontal. En el mismo instante, un auto parte del reposo desde la base de la torre y alejándose de ella con aceleración constante y desconocida. El proyectil impacta en el suelo delante del auto a una distancia de 10 m. **Tome un sistema de coordenadas con origen en la base de la torre, eje Y positivo vertical hacia arriba y eje X positivo horizontal alejándose de la torre.** Determine:

- (1,0 punto) La ley de movimiento del proyectil para todo su movimiento.
- (2,0 punto) El módulo de la aceleración del auto.
- (1,0 punto) La velocidad del auto cuando el proyectil impacta en el suelo.
- (2,0 punto) La distancia entre el auto y el proyectil cuando el proyectil está en su punto más alto.

**Solución: (Si el alumno asume ángulo de elevación)**



a) Para el proyectil: Ley de movimiento:

$$\vec{r}_p = (x(t); y(t)) = (0; 80) + (80\cos 30^\circ; 80\sin 30^\circ)t + \frac{1}{2}(0; -9,8)t^2 \text{ (m)}; 0 < t < t_f$$

$$x_p(t) = 69,3t; \quad y_p(t) = 80 + 40t - 4,9t^2$$

Para  $X_{\text{máx}}$ . (Proyectil impacta en el suelo).

$$y_p(t) = 0 = 80 + 40t - 4,9t^2 \rightarrow t_f = 9,83 \text{ s} \rightarrow X_{\text{max}} = 69,3(9,83) = 681,04 \text{ m}$$

$$\vec{r}_p = (69,3t; 80 + 40t - 4,9t^2) \text{ (m)}; 0 < t < 9,83 \text{ s}$$

b) Para el auto: ley de movimiento:

$$\vec{r}_A = (x_A(t); y_A(t)) = (0; 0) + (0; 0)t + \frac{1}{2}(a; 0)t^2 \text{ (m)}; 0 < t < 9,83 \text{ s}$$

$$x_A(t) = 0,5at^2; \quad y_A(t) = 0$$

El proyectil impacta en el suelo en  $t=9,83 \text{ s}$ :  $x_{p\text{Max}}(9,83) = x_A(9,83) + 10$

$$681,04 = 0,5a(9,83)^2 + 10; \quad a = 13,89 \text{ m/s}^2$$

c) Para el auto: ley de velocidad

$$\vec{v}_A = (v_{xA}(t); v_{yA}(t)) = (0; 0) + (a; 0)t \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$v_{xA}(t) = 13,89t; \quad v_{yA}(t) = 0$$

Se pide:  $v_{xA}(9,83) = 13,89(9,83) = 136,54 \text{ m/s}$



d) Para el proyectil: Ley de velocidad:

$$\vec{v}_p = (v_{xp}(t); v_{yp}(t)) = (80\cos 30^\circ; 80\sin 30^\circ) + (0; -9,8t) \left(\frac{m}{s}\right)$$

Para  $Y_{\text{máx.}}$

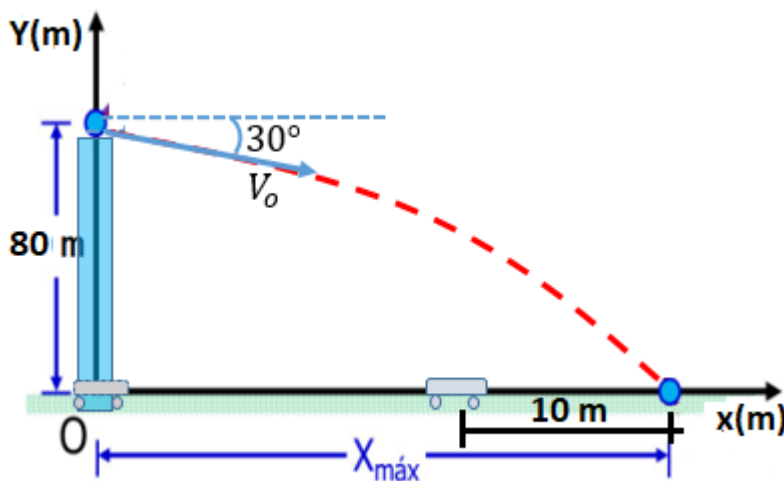
$$v_{yp}(t) = 40 - 9,8t = 0; t = 4,08 \text{ s} \rightarrow Y_{\text{max}} = 80 + 40(4,08) - 4,9(4,08)^2 = 161,6 \text{ m}$$

$$\vec{r}_p = (282,7; 161,6) \text{ m}$$

$$\vec{r}_A = \frac{1}{2}(13,89; 0)t^2 = (115,61; 0) \text{ (m)}$$

$$D_{pA} = \sqrt{(281,7 - 115,61)^2 + (161,6 - 0)^2} = 231,7 \text{ m}$$

(Si el alumno asume ángulo de depresión)



a) Para el proyectil: Ley de movimiento:

$$\vec{r}_p = (x(t); y(t)) = (0; 80) + 80(\cos 30^\circ; -\sin 30^\circ)t + \frac{1}{2}(0; -9,8)t^2 \text{ (m)}; 0 < t < t_f$$

$$x_p(t) = 69,3t; y_p(t) = 80 - 40t - 4,9t^2$$

Para  $X_{\text{máx.}}$  (Proyectil impacta en el suelo).

$$y_p(t) = 0 = 80 - 40t - 4,9t^2 \rightarrow t_f = 1,66 \text{ s} \rightarrow X_{\text{max}} = 69,3(1,66) = 115,0 \text{ m}$$

$$\vec{r}_p = (69,3t; 80 - 40t - 4,9t^2) \text{ (m)}; 0 < t < 1,66 \text{ s}$$

b) Para el auto: ley de movimiento:

$$\vec{r}_A = (x_A(t); y_A(t)) = (0; 0) + (0; 0)t + \frac{1}{2}(a; 0)t^2 \text{ (m)}; 0 < t < 1,66s$$

$$x_A(t) = 0,5at^2; y_A(t) = 0$$

El proyectil impacta en el suelo en  $t=1,66$  s :  $x_{pMax}(1,66) = x_A(1,66) + 10$

$$115 = 0,5a(1,66)^2 + 10; a = 83,47 \text{ m/s}^2$$

c) Para el auto: ley de velocidad

$$\vec{v}_A = (v_{xA}(t); v_{yA}(t)) = (0; 0) + (a; 0)t \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$v_{xA}(t) = 83,47t; v_{yA}(t) = 0$$

Se pide:  $v_{xA}(1,66) = 83,47(1,66) = 138,56 \text{ m/s}$

e) Si el proyectil se lanza con un ángulo de depresión, su altura máxima es el punto de lanzamiento, por lo tanto.

$$\vec{r}_p = (0; 80) \text{ m}$$

$$\vec{r}_A = (0; 0) \text{ (m)}$$

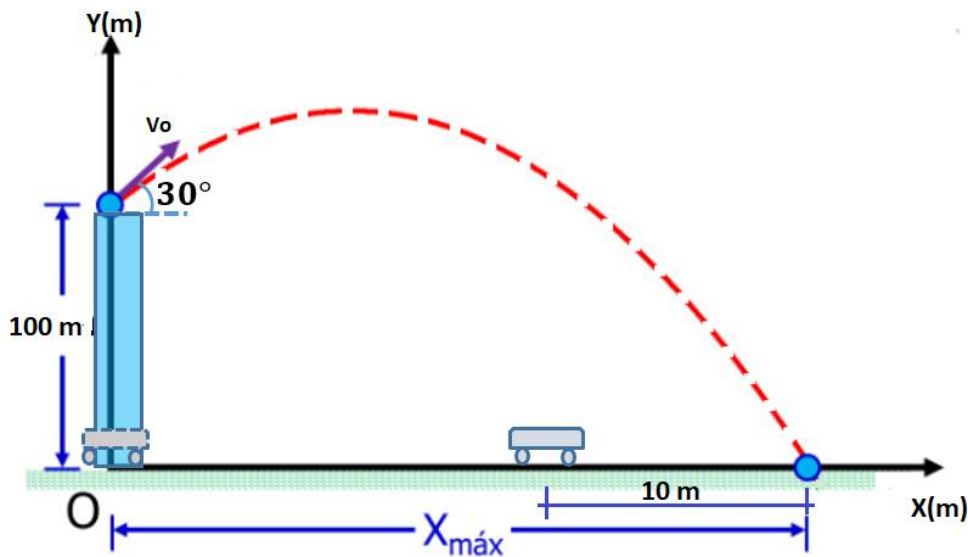
$$D_{pA} = \sqrt{(0-0)^2 + (80-0)^2} = 80 \text{ m}$$

### Problema desarrollado 3 Turno 1 (Versión 3)

Desde lo alto de una torre de altura  $H=100$  m es disparado un proyectil ( $t = 0$  s) con velocidad de módulo  $V_0 = 100$  m/s y formando un ángulo  $\theta = 30^\circ$  con la horizontal. En el mismo instante, un auto parte del reposo desde la base de la torre y alejándose de ella con aceleración constante y desconocida. El proyectil impacta en el suelo delante del auto a una distancia de 10 m. **Tome un sistema de coordenadas con origen en la base de la torre, eje Y positivo vertical hacia arriba y eje X positivo horizontal alejándose de la torre.** Determine:

- a) (1,0 punto) La ley de movimiento del proyectil para todo su movimiento.
- b) (2,0 punto) El módulo de la aceleración del auto.
- c) (1,0 punto) La velocidad del auto cuando el proyectil impacta en el suelo.
- d) (2,0 punto) La distancia entre el auto y el proyectil cuando el proyectil está en su punto más alto.

**Solución: (Si el alumno asume ángulo de elevación)**



a) Para el proyectil: Ley de movimiento:

$$\vec{r}_p = (x(t); y(t)) = (0; 100) + 100(\cos 30^\circ; \sin 30^\circ)t + \frac{1}{2}(0; -9,8)t^2 \text{ (m); } 0 < t < t_f$$

$$x_p(t) = 86,6t; \quad y_p(t) = 100 + 50t - 4,9t^2$$

Para  $X_{\text{máx.}}$  (Proyectil impacta en el suelo).

$$y_p(t) = 0 = 100 + 50t - 4,9t^2 \rightarrow t_f = 11,9 \text{ s} \rightarrow X_{\text{max}} = 86,6(11,9) = 1030,5 \text{ m}$$

$$\vec{r}_p = (86,6t; 100 + 50t - 4,9t^2) \text{ (m); } 0 < t < 11,9 \text{ s}$$

b) Para el auto: ley de movimiento:

$$\vec{r}_A = (x_A(t); y_A(t)) = (0; 0) + (0; 0)t + \frac{1}{2}(a; 0)t^2 \text{ (m); } 0 < t < 11,9 \text{ s}$$

$$x_A(t) = 0,5at^2; \quad y_A(t) = 0$$

El proyectil impacta en el suelo en  $t=11,9 \text{ s}$ :  $x_{p\text{Max}}(11,9) = x_A(11,9) + 10$

$$1030,5 = 0,5a(11,9)^2 + 10; \quad a = 14,4 \text{ m/s}^2$$

c) Para el auto: ley de velocidad

$$\vec{v}_A = (v_{xA}(t); v_{yA}(t)) = (0; 0) + (a; 0)t \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

$$v_{xA}(t) = 14,4t; \quad v_{yA}(t) = 0$$

Se pide:  $v_{xA}(11,9) = 14,4(11,9) = 171,5 \text{ m/s}$

d) Para el proyectil: Ley de velocidad:

$$\vec{v}_p = (v_{xp}(t); v_{yp}(t)) = (100\cos 30^\circ; 100\sin 30^\circ) + (0; -9.8t) \left(\frac{m}{s}\right)$$

Para  $Y_{\text{máx.}}$

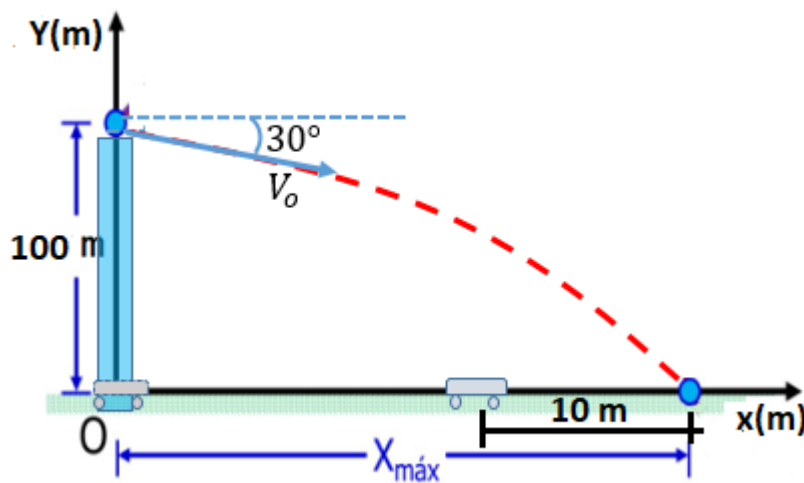
$$v_{yp}(t) = 50 - 9.8t = 0; t = 5.1 \text{ s} \rightarrow Y_{\text{max}} = 100 + 50(5.1) - 4.9(5.1)^2 = 227.6 \text{ m}$$

$$\vec{r}_p = (441.7; 227.6) \text{ m}$$

$$\vec{r}_A = \frac{1}{2}(14.4; 0)t^2 = (187.3; 0) \text{ (m)}$$

$$D_{pA} = \sqrt{(441.7 - 187.3)^2 + (227.6 - 0)^2} = 341.4 \text{ m}$$

(Si el alumno asume ángulo de depresión)



a) Para el proyectil: Ley de movimiento:

$$\vec{r}_p = (x(t); y(t)) = (0; 100) + 100(\cos 30^\circ; -\sin 30^\circ)t + \frac{1}{2}(0; -9.8)t^2 \text{ (m)}; 0 < t < t_f$$

$$x_p(t) = 86.6t; y_p(t) = 100 - 50t - 4.9t^2$$

Para  $X_{\text{máx.}}$  (Proyectil impacta en el suelo).

$$y_p(t) = 0 = 100 - 50t - 4.9t^2 \rightarrow t_f = 1.71 \text{ s} \rightarrow X_{\text{max}} = 86.6(1.71) = 148.1 \text{ m}$$

$$\vec{r}_p = (86.6t; 100 - 50t - 4.9t^2) \text{ (m)}; 0 < t < 1.71 \text{ s}$$

b) Para el auto: ley de movimiento:

$$\vec{r}_A = (x_A(t); y_A(t)) = (0; 0) + (0; 0)t + \frac{1}{2}(a; 0)t^2 \text{ (m)}; 0 < t < 1,71s$$

$$x_A(t) = 0,5at^2; y_A(t) = 0$$

El proyectil impacta en el suelo en  $t=1,71$  s :  $x_{pMax}(1,71) = x_A(1,71) + 10$

$$148,1 = 0,5a(1,71)^2 + 10; a = 101,3 \text{ m/s}^2$$

c) Para el auto: ley de velocidad

$$\vec{v}_A = (v_{xA}(t); v_{yA}(t)) = (0; 0) + (a; 0)t \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$v_{xA}(t) = 101,3t; v_{yA}(t) = 0$$

Se pide:  $v_{xA}(1,71) = 101,3(1,71) = 173,2 \text{ m/s}$

d) Si el proyectil se lanza con un ángulo de depresión, su altura máxima es el punto de lanzamiento, por lo tanto.

$$\vec{r}_P = (0; 100) \text{ m}$$

$$\vec{r}_A = (0; 0) \text{ (m)}$$

$$D_{pA} = \sqrt{(0 - 0)^2 + (100 - 0)^2} = 100 \text{ m}$$