ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Tercera Práctica Calificada

Semestre Académico 2022 -2

Horario: A101, B102, I101, I102, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 112, 113 **(Turno 1)**

Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

Indicaciones:

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas ni computadora personal.
- Puede usar cualquier calculadora que no realize gráficas (Calculadora sugerida $fx-991SPX$).
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

---

1. Considere los vectores $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ y $\overrightarrow{c}$ de $\mathbb{R}^3$ y los números reales m y p. Se sabe que se cumplen las condiciones siguientes:

   - $\overrightarrow{b}$ es paralelo al vector $(1;-1;8)$ y $\left\|\overrightarrow{b}\right\| = 2\sqrt{66}$.
   - Los vectores $\overrightarrow{b}$ y $\overrightarrow{w} = (-1;1;2)$ forman un ángulo obtuso.
   - $\overrightarrow{a} = (1;5;m)$ y $\overrightarrow{c} = (p;10;8)$.
   - $\overrightarrow{b}$ es perpendicular al vector $\overrightarrow{a}$ y al vector $\overrightarrow{c}$.

   Halle los vectores $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ y $\overrightarrow{c}$, **(4 puntos)**

2. Considere los vectores $\overrightarrow{u} = (1;a;-1)$, $\overrightarrow{v} = (a-1;2;1)$ y $\overrightarrow{w} = (0;1;a)$, con $a \in \mathbb{R}$. Halle todos los valores reales que puede tomar la constante a de modo que los vectores $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{w}$ sean coplanares.

   (3 puntos)

3. Dados los vectores $\overrightarrow{u} = (-1;1;0)$ y $\overrightarrow{v} = (1;0;1)$. Se sabe que el vector $\overrightarrow{w}$ cumple las condiciones siguientes:

   - $\overrightarrow{w}$ es perpendicular a los vectores $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$.
   - El volumen del paralelepípedo generado por los vectores $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{w}$ es 12 u^3.

   Halle los vectores $\overrightarrow{w}$ que cumplen con las condiciones dadas. **(5 puntos)**

---

4. Sean las rectas

$$\mathscr{L}_1 : Q = (-2;0;1) + r(2;a;-5), r \in \mathbb{R}, \quad \text{y} \quad \mathscr{L}_2 : \frac{x-1}{2} = y-3 = -\frac{z}{5}.$$

a) Determine, en caso existan, los valores de a para los cuales

a1) $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$ son paralelas, **(1 punto)**

a2) $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$ son alabeadas. **(2 puntos)**

b) Halle la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(2;0;1)$ y corta perpendicularmente a la recta $\mathscr{L}_2$. **(2 puntos)**

5. Sean $\overrightarrow{u} = (1;-2;4)$, $\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{w} \in \mathbb{R}^3$ tales que $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w} = \overrightarrow{0}$. Determine

$$Proy_{\vec{u}}(\vec{v}+\vec{w}) + [\vec{u},\vec{v},\vec{w}]\vec{u}.$$

(3 puntos)

Nota. $[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}] = \overrightarrow{a} \cdot (\overrightarrow{b} \times \overrightarrow{c})$, donde $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}$ y $\overrightarrow{c}$ vectores en $\mathbb{R}^3$.

Coordinador de prácticas: Elton Barrantes

San Miguel, 31 de octubre de 2022.

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PUCP

ET LUX IN TENEBRIS LUCET
MCMXVII

Práctica

Año				Número			
2	0	2	2	4	9	0	5

Código de alumno

Aguilar Soto Aldo Benjamin
Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: AMGA

Práctica Nº: P3

Horario de práctica: P-101

Fecha: 31 / 10 / 2022

Nombre del profesor: E. Adviñcula.

Nota

19

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: (iniciales) WYL

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

P 10 8

1 5 m.

$10m - 40 = -2$

$m = 3{,}8$

$m=4{,}2.$

1 5 m $m=3{,}8$

P 10 8 $P=-1{,}58$

$40 - 10m = +2$

$-8 + pm = -2$

$10 - 5p = +16.$

1: En $\mathbb{R}^3$

1) 4,00 ptos

• $\vec{b} = \alpha(1;-1;8) = \vec{b} = (\alpha;-\alpha;8\alpha)$

$\|b\| = 2\sqrt{66}.$

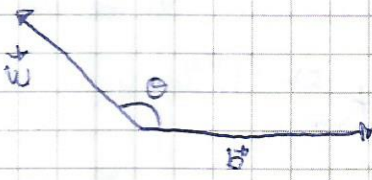
$\alpha^2 + \alpha^2 + 64\alpha^2 = 264.$

$66\alpha^2 = 264$

$\alpha^2 = 4.$

$\alpha = 2 \lor \alpha = -2$

•



$\theta > 90°.$

$\text{sen}\,\theta = \dfrac{\vec{b}\cdot\vec{w}}{\|b\|\,\|w\|}.$

$\dfrac{(\alpha;-\alpha;8\alpha)(-1;1;2)}{2\sqrt{66}\cdot\sqrt{6}} < 0.$

para que sea obtuso.

• $\vec{a} = (1;5;m)$ $\vec{c} = (p;10;8).$

$-\alpha - \alpha + 16\alpha < 0$

$14\alpha < 0$

$\alpha < 0.$

$\boxed{\alpha = -2}$

$\boxed{\vec{b} = (-2;2;-16)}$

• $\vec{b}\cdot\vec{a} = 0$

$(-2;2;-16)(1;5;m) = 0.$

$-2 + 10 - 16m = 0$

$\boxed{m = +\frac{1}{2}}$

$\vec{b}\cdot\vec{c} = 0$

$(-2;2;-16)(p;10;8) = 0$

$-2p + 20 - 128 = 0$

$\boxed{p = -54}$

Vectores a; b; c:

$\vec{b} = (-2;2;-16)$

$\vec{a} = (1;5;+\frac{1}{2})$

$\vec{c} = (-54;10;8)$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

2) 3 ptos

2: $\vec{u} = (1; a; -1)$; $\vec{v} = (a-1; 2; 1)$

$\vec{w} = (0; 1; a)$.

Para que sean coplanares; el producto mixto debe ser igual a 0.

$[u, v, w] = 0$

$$\begin{array}{c} \\ \\ 0 \\ 1 \\ a^3-a^2 \\ \hline a^3-a^2+1 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & a & -1 \\ a-1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & a & -1 \\ a-1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \\ \\ 2a \\ 1-a \\ 0 \\ \hline a+1 \end{array} \downarrow +$$

$a+\cancel{1} - a^3 + a^2 - \cancel{1}$.

$-a^3+a^2+a=0$

$a(-a^2+a+1)=0$

$a(a^2-a-1)=0$

Valores que puede tomar a para que $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sean coplanares:

$\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$; 0

$\wedge$

$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} ; \frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0 \right)$

$\frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-1)}}{2} =$

$\frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$

$\wedge$

2: $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} ; \frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0 \right)$

↳ respuesta

$a^2 - a - 1$

$\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 1$

$1 - 4(1$

$\frac{1 \pm \sqrt{1-4(1)(-1)}}{2(1)}$

$\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$-1 \quad 1 \quad 0$

$1 \quad 0 \quad 1$

$1 ; -(-1)$

3) 5 ptos

3)

$\vec{u} = (-1; 1; 0) \qquad \vec{v} = (1; 0; 1)$

$\boxed{\vec{w} = \alpha(\vec{u} \times \vec{v})}$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\vec{w} = \alpha(1; +1; -1)$

Volumen en $\mathbb{R}^3$

$|[u, v; \vec{w}]| = 12$

$$\begin{array}{c} \\ \\ 0 \\ -\alpha \\ -\alpha \\ \hline -2\alpha \end{array} \left| \begin{array}{ccc} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \alpha & \alpha & -\alpha \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \right| \begin{array}{c} \\ \\ 0 \\ 0 \\ \alpha \\ \hline \alpha \end{array}$$

Vectores $\vec{w}$:

1er vector: $(4; 4; -4)$

2do vector: ~~(4; 4; 16)~~

$\hookrightarrow (-4; -4, 4)$

$|\alpha + 2\alpha| = 12$

$|3\alpha| = 12$

$3\alpha = 12 \quad \vee \quad 3\alpha = -12$

$\alpha = 4 \quad \vee \quad \alpha = -4.$

4) 3,5 ptos

4-

$L_1: Q = (-2; 0; 1) + r(2; a; -5); r \in \mathbb{R}$

$L_2: \dfrac{x-1}{2} = y - 3 = \dfrac{+z}{-5} \Leftrightarrow P = (1; 3; 0) + t(2, 1, -5)$, $t \in \mathbb{R}$

a) para L_1 y L_2 sean paralelas:

4a) 3 ptos

$\vec{V}_{L_1} \parallel \vec{V}_{L_2} \quad \Leftrightarrow \quad (2; a; -5) = \alpha(2; 1; -5)$

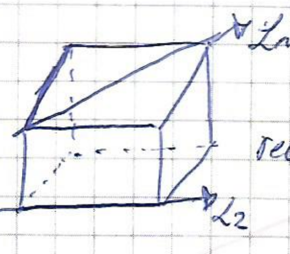
$\vec{V}$ = Vector dirección $\qquad$ a1) $\boxed{a = 1}$ → Respuesta.

a2) Para que sean alabeadas, no deben ser paralelas ni coplanares o tengan intersección:

$\vec{V}_{L_1} \neq V_{L_2} \qquad a \neq 1 \qquad [\vec{P_0 Q_0}, \vec{V}_{L_1}, \vec{V}_{L_2}] \neq 0$

$P_0 = (-2; 0; 1)$

$Q_0 = (1; 3; 0)$



rectas alabeadas

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$\overrightarrow{P_0Q_0} = (3; 3; -1)$ $\vec{v}_{L_1} = (2; a; -5)$

$\vec{v}_{L_2} = (2; 1; -5)$

$$\begin{array}{c} \\ \\ -2a \\ -15 \\ -30 \end{array}\left|\begin{array}{ccc} 3 & 3 & -1 \\ 2 & a & -5 \\ 2 & 1 & -5 \\ 3 & 3 & -1 \\ 2 & a & -5 \end{array}\right|\begin{array}{c} \\ \\ -15a \\ -2 \\ -30 \end{array}$$

$-2a - 45$ $-15a - 32$

$-15a - 32 + 2a + 45 \neq 0$

$-13a = -13$

$a \neq 1$

$L_1 \cap L_2 = \emptyset$

$L_2: P = (1; 3; 0) + t(2; 1; -5)$ $t \in \mathbb{R}$

$L_1: Q = (-2; 0; 1) + r(2; a; -5)$ $r \in \mathbb{R}$

$1 + 2t = -2 + 2r$

$3 + t = ra$

$-5t = 1 - 5r$

$2t - 2r = -3$

$-5t + 5r = 1$

$t - r = -\frac{3}{2}$

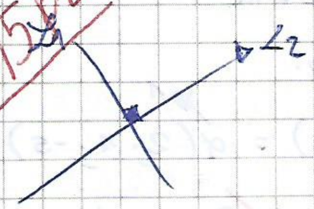
$-t + r = \frac{1}{5} = -r + t = -\frac{1}{5}$

Absurdo! no hay intersección.

~~b)~~ $a_2)$ $a \in \mathbb{R} - \{1\}$

b) $L_1 \perp L_2$. $\vec{v}_{L_2} \cdot \vec{v}_{L_1} = 0$

4b) 0,5 ptos



$(2; 1; -5)(x; y; z) = 0$

$\downarrow \; \downarrow \; \downarrow$

$2 \; 1 \; 1$ X

se cumple pero las rectas no necesariamente son perpendiculares se cortan

~~$L: (2; 0; 1) + u(2; 1; 1)$~~

$u \in \mathbb{R}$.

4) b) $M = (2; 0; 1) + u(2; 1; 1)$

$u \in \mathbb{R}$.

c_t constante.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$\vec{u}$.

5) 3 ptos

5:

$\vec{u} = (1; -2; 4)$ $\quad \vec{v} \quad \vec{w}$ en $\mathbb{R}^3$

$\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$ $\qquad V(V_x, V_y, V_z)$ $\quad W(W_x, W_y, W_z)$

$[a, b, c] = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$

$\hookrightarrow$ producto mixto.

$1 + V_x + W_x = 0$ $\qquad V_x = 1 \qquad W_x = -2$

$-2 + V_y + W_y = 0$ $\qquad V_y = 1 \qquad W_y = 1$

$4 + V_z + W_z = 0$ $\qquad V_z = -2 \qquad W_z = -2$

$\vec{v} = (1, 1, -2) \qquad \vec{w} = (-2, 1, -2)$

$\text{Proy}_{\vec{u}}(-1; 2, -4) + \quad [u; v, w] \, \vec{u} \quad 0.$

$\left(\frac{(-1, 2, -4) \cdot (1, -2, 4)}{\|(1; -2; 4)\|^2}\right)(1, -2, 4)$

$\left(\frac{-1 - 4 - 16}{\sqrt{21}^2}\right)(1, -2, 4)$

$\left(\frac{-21}{\sqrt{21}^2}\right)(1, 2, 4)$

$$\begin{array}{c} -8 \\ -2 \\ 4 \\ \hline -6 \end{array}\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}\begin{array}{c} -2 \\ 4 \\ -8 \\ \hline -6 \end{array}$$

se debe generalizar no particularizar.

5) Resultado $\Rightarrow \frac{-21}{\sqrt{21}^2}(1, -2, 4) = \frac{-21}{21}(1, -2, 4)$

5) $(-1, 2, -4)$