

Año

Número

2022 1466

Código de alumno

Primer examen

Holguin Huari, Rodrigo Alejandro

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: Fundamentos de Cálculo

Horario: H-105 -1

Fecha: 16/05/2022

Nombre del profesor: Roy Sánchez

Nota

18

NO

Roy Sánchez

Firma del profesor

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
 - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
 - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
 - evitar borrones, manchas o roturas;
 - no usar corrector líquido;
 - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir este examen calificado, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

EXAMEN PARCIAL

SEMESTRE ACADÉMICO 2022 -1

Horarios del Turno 1.

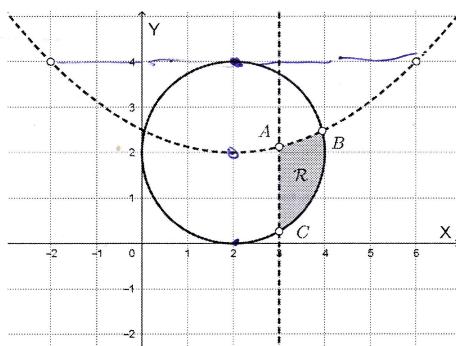
Duración: 3 horas

Prueba elaborada por todos los profesores del curso.

INDICACIONES:

- Todo dispositivo electrónico deberá permanecer apagado durante la evaluación.
 - Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula.
 - Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula.
 - Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos durante la evaluación.
 - Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.
 - No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas, calculadora o computadora personal.
-

1. Sea \mathcal{R} la región acotada por una parábola, una circunferencia y una recta como se muestra a continuación.



- ✓ a) Escriba las ecuaciones de las curvas que acotan la región \mathcal{R} . (1.5 ptos)
- ✓ b) Halle las coordenadas de los puntos A y B . (1.5 ptos)
- ✓ c) Describa la región \mathcal{R} en términos de inecuaciones. (2 ptos)

Continúa...

✓ 3. Sea f la función

(4 ptos)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1}, & x > 2 \\ x^2 - 3x + 5, & x \leq 1 \end{cases}$$

y sea $g(x) = |x^2 - 2x - 3|$.

Halle $f \circ g$, especificando el dominio de cada tramo, y halle su rango.

✓ 4. Dada la función

(4 ptos)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sqrt{64-x^2}, & 0 < x \leq 8 \\ \sqrt{1+x^2}-8, & 8 < x < 10. \end{cases}$$

Halle la regla de correspondencia, esboce la gráfica y halle el rango de la función impar

$$h :]-10, 10[\rightarrow \mathbb{R},$$

tal que $h(x) = f(x)$ para $x \in]0, 10[$.

✓ 5. Analice el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justifique su procedimiento en cada caso.

a) Sea la función

(2 ptos)

$$f(x) = \frac{x^4 + 3x^2 + ax}{x-a},$$

donde $a \in \mathbb{R}$ es una constante. Si f es impar entonces el rango de f es $\mathbb{R} - \{0\}$.

b) Para todo $x > 1$, existe $y > 1$ tal que $y - x^{3/4} < 0$.

(1 pto)

Prof. Roy W. Sánchez Gutiérrez

Coordinador del curso

San Miguel, 13 de mayo de 2022

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

①

$$a) \text{Circunferencia: } (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$$

$$\text{Recta: } x = 3$$

$$\text{Punto: } (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \quad | \quad (x-2)^2 + 2^2 = 4 \\ ax^2 + bx + c = 0 \quad | \quad 2^2 = \frac{-b}{2a} \quad | \quad 4 = \frac{4(y-2)}{2} \quad | \quad y-2 = \frac{4}{2} \\ 4x^2 + 0x + c = 0 \quad | \quad 2 = \frac{4}{2} \quad | \quad 4 = 2 \quad | \quad y = 3$$

16:

$$(x+2)$$

$$-xy+2=8(x-2)^2$$

$$(x-2)^2 = 8(y-2)$$

$$16 = 8(2)$$

$$\frac{16}{8} = 2$$

$$0 \Rightarrow -16$$

$$x^2+2x+2$$

$$16x^2-256x+128 = 0$$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{80}}{2}$$

$$\frac{-4 \pm 2\sqrt{20}}{2}$$

$$-2 \pm \sqrt{20}$$

$$-2 \pm 2\sqrt{5}$$

$$(-4+2\sqrt{5})^2$$

$$16 = 16\sqrt{5} + 20$$

$$(x-2)^2 + 36 - 16\sqrt{5} = 4$$

$$+2 = \sqrt{16\sqrt{5} - 32 + 2}$$

$$4(4\sqrt{5} - 8)$$

$$2\sqrt{4}$$

$$16\sqrt{5} - 2$$

$$4\sqrt{5} - 2 + 2$$

19

$$\left\{ \begin{array}{l} b) : (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ \quad : x = 3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Parábola: } p=1, h=2, k=2 \\ \quad : (x-2)^2 = 8(y-2) \end{array} \right.$$

$$P: (x-2)^2 = 8(y-2)$$

b) Reemplazando $x=3$ en P

$$1^2 = 8y - 16 \Rightarrow y = \frac{17}{8} \Rightarrow A(3, \frac{17}{8})$$

$$-B: y = \frac{(x-2)^2}{8} + 2 \quad | \quad x = 2 + \sqrt{8(y-2)}$$

$$\text{Reemplazando en } b: (x-2)^2 + ((x-2)^2)^2 = 4$$

$$8(y-2) + (y-2)^2 = 4 \Rightarrow 8y - 16 + y^2 - 4y + 4 = 4 \Rightarrow y^2 + 4y - 16 = 0$$

$$\text{Entonces, } B(4\sqrt{5}-2, -2+2\sqrt{5})$$

c)

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 4$$

Región sombreada

$$x > 3$$

$$(x-2)^2 > 8(y-2)$$

$$x = \sqrt{2y-16} + 2 \Rightarrow (2\sqrt{2y-4})^2 + (y-2)^2 = 4$$

$$4(2y-4)$$

$$8y-16 + y^2 - 4y + 4 = 4$$

$$y^2 + 4y - 16 = 0$$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{80}}{2}$$

$$\frac{-4 \pm 4\sqrt{5}}{2}$$

$$-2 \pm 2\sqrt{5}$$

$$(x-2)^2 = 8(-4+2\sqrt{5})^2 \quad | \quad y = -2+2\sqrt{5}$$

$$-32 = 16\sqrt{5}$$

$$x = 4\sqrt{5} - 2 + 2$$

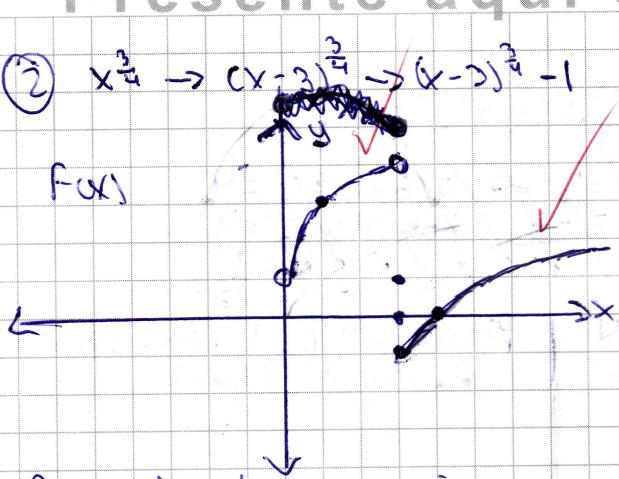
$$x = 4\sqrt{5} - 2 + 2$$

Presente aquí su trabajo

$$\textcircled{2} \quad x^{\frac{3}{4}} \rightarrow (x-3)^{\frac{3}{4}} \rightarrow (x-3)^{\frac{3}{4}} - 1$$

$$\frac{im}{f} \neq 1 + f$$

$F(x)$



$$De \ 0 < x < 3$$

$$(y-1)^2 = 6x - x^2$$

$$(y-1)^2 + (x^2 - 6x) = 0$$

$$(y-1)^2 + (x-3)^2 = 9$$

Puntos de intersección: Eje y: no hay

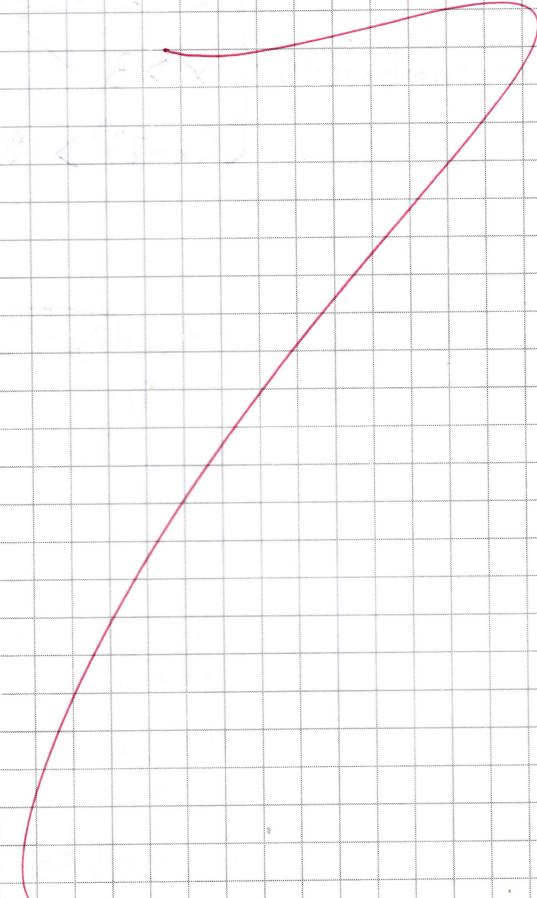
$$\text{Eje } x: 1 = \sqrt[4]{(x-3)^3} \Rightarrow 1 = (x-3) \Rightarrow x = 4$$

Intersección en el eje x: $(4, 0)$

Rango $f = \mathbb{R} + 1, 4 \subset \mathbb{R}$

\hookrightarrow Rango $f = \mathbb{R} - 1, \infty$

b) El valor mínimo de F es $F(3) = -1$



12.56 - 2.56 -

12.56 - 2.56 -

7

5

Presente aquí su trabajo

$$\textcircled{3} \quad D_g = \mathbb{R}$$

$$\hookrightarrow f \circ g(x) \begin{cases} \frac{1}{x^2 - 2x - 3} & |x^2 - 2x - 3| > 1 \\ (x^2 - 2x + 3)^2 - 3|x^2 - 2x - 3| + 5 & |x^2 - 2x - 3| \leq 1 \end{cases}$$

$$x \in]-\infty, 1 - \sqrt{6}] \cup [1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}] \cup [1 + \sqrt{6}, \infty[$$

$$(x^2 - 2x + 3)^2 - 3|x^2 - 2x - 3| + 5, \quad ?$$

$x \in \mathbb{R}$

Dominio primer tramo:

$$|x^2 - 2x - 3| > 2$$

$$x^2 - 2x - 3 > 2 \quad \vee \quad x^2 - 2x - 3 < -2$$

$$x^2 - 2x - 5 > 0 \quad \vee \quad x^2 - 2x - 1 < 0$$

$$1 - \sqrt{6}, 1 + \sqrt{6} \quad \vee \quad 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$$

Dominio segundo tramo

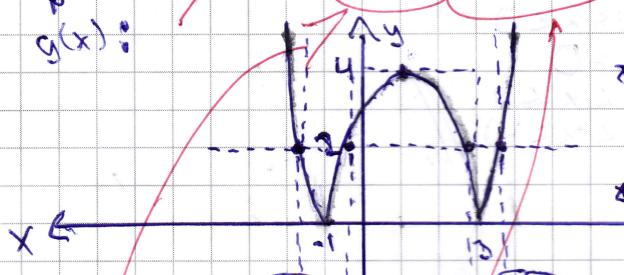
$$0 \leq |x^2 - 2x - 3| \leq 1$$

$$x^2 - 2x - 3 \leq 1 \quad \vee \quad x^2 - 2x - 3 \geq -1$$

$$x^2 - 2x - 4 \leq 0 \quad \vee \quad x^2 - 2x - 2 \geq 0$$

$$1 - \sqrt{5}, 1 + \sqrt{5} \quad \vee \quad 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$$

$g(x) :$



Dominio del primer tramo

$$\overline{\text{D1}} \quad \overline{\text{D2}} \quad \overline{\text{D3}} \quad \overline{\text{D4}}$$

$$1 - \sqrt{6}, 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}, 1 + \sqrt{6}$$

Dominio del segundo tramo

$$\overline{\text{D1}} \quad \overline{\text{D2}} \quad \overline{\text{D3}} \quad \overline{\text{D4}}$$

$$1 - \sqrt{5}, 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}, 1 + \sqrt{5}$$

* 2da: Si $x \in \mathbb{R}$, el rango de $f(x)$ es $[0, \infty[$

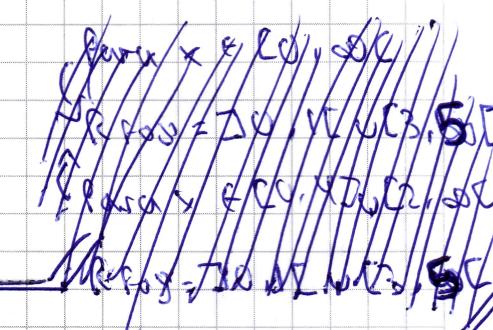
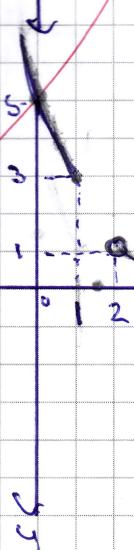
* 3ra: Si $x \in]-\infty, -1 + \sqrt{6}, 1 + \sqrt{6}, 1 + \sqrt{5}, 1 + \sqrt{2}, 1 + \sqrt{3}, 5]$, el rango de $g(x)$ es $\overline{\text{D1}} \cup \overline{\text{D2}} \cup \overline{\text{D3}} \cup \overline{\text{D4}}$

$$\overline{\text{D1}} \cup \overline{\text{D2}} \cup \overline{\text{D3}} \cup \overline{\text{D4}} \subset]-\infty, 5]$$

Reemplazando $1 - \sqrt{6}$ y $1 - \sqrt{2}$ se obtiene que

$$g(1 - \sqrt{6}) = 2$$

$f(x) :$



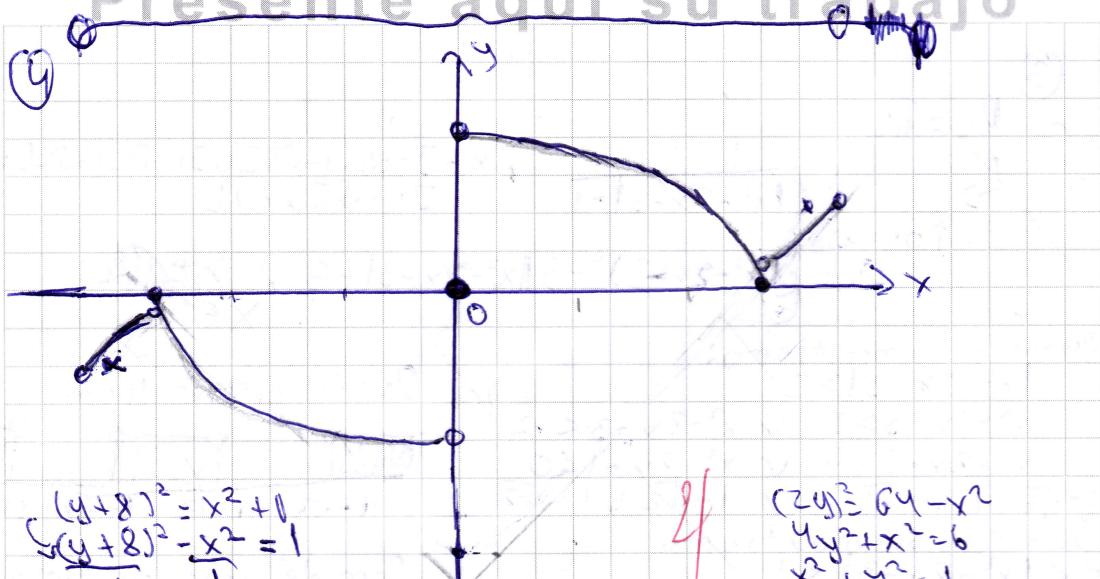
$$R_f \cap R_{f \circ g} = [0, 1] \cup [3, 5]$$

Si $x \in [0, \infty[$, el rango de $f \circ g$ es $[0, 1] \cup [3, 5]$

Si $x \in]2, \infty[$, el rango de $f \circ g$ es $[0, 1]$.

Al unir los rangos se tiene que $R_{f \circ g} = [0, 1] \cup [3, 5]$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)



$$\begin{aligned} (y+8)^2 &= x^2 + 1 \\ \underline{(y+8)^2 - x^2} &= \underline{1} \end{aligned}$$

$$\text{Hyperbola: } a=1, b=1 \\ ((0, -8))$$

$$f(x) = \begin{cases} 8 - \sqrt{1+x^2}, & -10 < x < -8 \\ -\frac{1}{2}\sqrt{64-x^2}, & -8 \leq x < 0 \\ 0, & x=0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{64-x^2}, & 0 < x \leq 8 \\ \sqrt{1+x^2-8}, & 8 < x < 10 \end{cases}$$

$$RF = 3-4, 4C //$$

$$(2y)^2 = 6y - x^2$$

$$y^2 + x^2 = 6$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Ellipse: $a=8, b=4$
 $(0, 0)$

$$+ \frac{1}{x^2} \sqrt{64 - x^2}$$

$$(y+8)^2 = 1 + x^2$$

$$2y =$$

$$4y^2 = 64 - x^2$$

$$x^2 + y^2 = 64$$

$$\infty \left| x_2 \right. + \left. \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right| =$$

$$y_1^2 + y_2^2 = 64$$

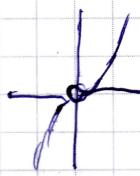
$$y^2 - x^2 = y^2 - z^2$$

$$\begin{array}{c} x_2 = 1 \\ x_1 = 1 \\ y_1 = 1 \end{array}$$

Presente aquí su trabajo

5)

a) Si f es impar, $a=0 \Rightarrow f(x) = \frac{x^4 + 3x^2}{x} \Rightarrow x^3 + 3x, x \neq 0$
 $x(x^2 + 3)$



Como $x \neq 0$:

El rango de F es $\mathbb{R} - \{0\}$

Verdadero //

✓ 2-0

b)

$$y < x^{3/4}$$

~~$\forall y \geq 1 / \exists x \geq 1 : y \geq x^{3/4}$~~

Contradicción

$\forall y \geq 1 / \exists x \geq 1 : y \geq x^{3/4}$ * Para cualquier $y \geq 1$ siempre
 va a existir un $x \geq 1$ que cumpla la condición.

Verdadero //

$$1 < y < x^{3/4}$$

No

0

↓

~~f. Pto Medio : $y = \frac{x^{3/4} + 1}{2}$~~

$\forall x \geq 1 \exists y \geq 1 / y - x^{3/4} \leq 0$

$$y - x^{3/4} \geq 0 \Rightarrow \neg(\forall x \geq 1, \exists y \geq 1)$$

$\exists x \leq 1, \forall x \leq 1$

INDICACIONES AL ALUMNO

- Llene con más esmero la carátula.
- Presente con más claridad su trabajo.
- Presente con más limpieza su trabajo.
- Haga los cálculos con más esmero.
- Ordene mejor su presentación.
- Explique mejor su procedimiento.
- Dibuje mejor los croquis.
- Tabule mejor los datos.
- El profesor desea hablar con usted.
- Venga mejor preparado.

Notas parciales	
Pregunta	Nota
1	5.0
2	4.0
3	3.0
4	4
5	2.0
6	
7	
8	
Total	18

10

Estudios Generales Ciencias



facultad.pucp.edu.pe/generales-ciencias/

Contiene lo referente a las actividades realizadas en la unidad, así como información que le será de utilidad.



facebook.com/eeggcc



buzon20@pucp.edu.pe

Para realizar preguntas sobre algún aspecto del reglamento cuya lectura no deje claro, dar sugerencias, solicitar información sobre el proceso de egresados o acreditación de idiomas, realizar observaciones a la relación de cursos permitidos y lo relacionado sobre los procesos de matrícula, etc.

① 626-2000 Anexos 5200, 5210, 5242