EXAMEN PARCIAL - PARTE SINCRÓNICA

Nombre: Dayana Alejandra Espinoza Montalvo   Código: 20200862

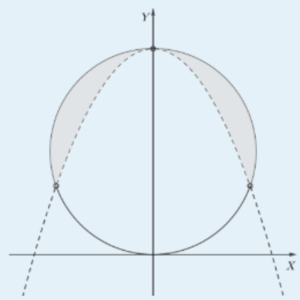
Pregunta 1

Correcta

Puntúa 1.00 sobre 1.00

Marcar pregunta

En la figura se muestran la circunferencia $x^2+(y-1)^2=1$ y la parábola $y=-\frac{3}{2}x^2+2$



El sistema de desigualdades que describe la región sombreada es:

Seleccione una:

- a. $x^2+(y-1)^2\leq 1 \wedge y<-\frac{3}{2}x^2+2$
- b. $x^2+(y-1)^2\leq 1 \wedge y>-\frac{3}{2}x^2+2$ ✔
- c. $x^2+(y-1)^2\geq 1 \wedge y<-\frac{3}{2}x^2+2$
- d. $x^2+(y-1)^2\geq 1 \wedge y>-\frac{3}{2}x^2+2$
- e. Ninguna de las anteriores

Respuesta correcta

La respuesta correcta es: $x^2+(y-1)^2\leq 1 \wedge y>-\frac{3}{2}x^2+2$

Pregunta 2

Correcta

Puntúa 1.00 sobre 1.00

Marcar pregunta

Dadas las circunferencias

C: $(x-1)^2+(y-3)^2=8$ y D: $x^2+(y+4)^2=18$,

se puede afirmar que:

Seleccione una:

- a. son tangentes exteriormente ✔
- b. son tangentes interiormente
- c. se cortan en dos puntos
- d. no se cortan

Respuesta correcta

La respuesta correcta es: son tangentes exteriormente

Pregunta **3**

Correcta

Puntúa 1.00 sobre 1.00

Marcar pregunta

Un ángulo de rotación $\theta \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$ permite transformar la ecuación $4x^2 - 20xy + 25y^2 + 4x - 10y + 1 = 0$ en una ecuación cuadrática en el sistema UV que carece del término uv. Entonces se cumple que:

Seleccione una:

a. $tan(\theta) = (\frac{2}{5})$ ✔

b. $tan(\theta) = (\frac{1}{5})$

c. $tan(\theta) = (\frac{6}{5})$

d. $tan(\theta) = (\frac{3}{5})$

e. Ninguna de las anteriores

Respuesta correcta

La respuesta correcta es: $tan(\theta) = (\frac{2}{5})$

Pregunta **4**

Correcta

Puntúa 1.00 sobre 1.00

Marcar pregunta

Si los extremos del lado recto de una elipse están ubicados en los puntos $(-1; 7)$ y $(-1; 3)$, y uno de los focos tiene coordenadas $(8\sqrt{3} - 1; 5)$, determine la longitud de su eje menor.

Seleccione una:

a. 6

b. 4

c. $8\sqrt{3}$

d. 8 ✔

e. Ninguna de las respuestas anteriores

La respuesta correcta es: 8

Pregunta **5**

Correcta

Puntúa 1.00 sobre 1.00

Marcar pregunta

Determine la ecuación de la hipérbola con eje focal paralelo al eje Y, centro en $(-1; 2)$, con asíntota de ecuación $y = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}} + 2$ y punto de paso $(\sqrt{5} - 1; 2 + \sqrt{8})$.

Seleccione una:

a. $\frac{(y-2)^2}{4} - \frac{(x+1)^2}{5} = 1$ ✔

b. $\frac{(y-2)^2}{5} - \frac{(x+1)^2}{4} = 1$

c. $\frac{(y+1)^2}{5} - \frac{(x-2)^2}{4} = 1$

d. $\frac{(y-2)^2}{2} - \frac{(x+1)^2}{5} = 1$

e. Ninguna de las anteriores.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es: $\frac{(y-2)^2}{4} - \frac{(x+1)^2}{5} = 1$

Pregunta **6**

Incorrecta

Puntúa 0.00 sobre 1.00

Marcar pregunta

Considere la curva cuya ecuación es la siguiente:

$$x^2 + y^2 + 4x + 4y + 8 = 0$$

Señale qué forma adopta su gráfica.

Seleccione una:

- a. Circunferencia
- b. Parábola
- c. Un punto
- d. Hipérbola
- e. Ninguna de las anteriores ✖

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es: Un punto

Pregunta **7**

Correcta

Puntúa 1.00 sobre 1.00

Marcar pregunta

Los puntos *A* y *B* resultan de interceptar la recta *L*: $4x - 3y = 12$ con los ejes de coordenadas. Si $\boldsymbol{F}$ es el lugar geométrico que describen los puntos *P* del plano tales que:

$$|d(P, A) - d(P, B)| = 4,$$

entonces $\boldsymbol{F}$ es:

Seleccione una:

- a. Una hipérbola con vértices *A* y *B*.
- b. Una hipérbola con centro (2/3 ; 2).
- c. Una hipérbola cuyo eje conjugado tiene pendiente - 4/3.
- d. Una hipérbola cuyo eje conjugado tiene pendiente - 3/4. ✔
- e. Ninguna de las respuestas anteriores

Respuesta correcta

La respuesta correcta es: Una hipérbola cuyo eje conjugado tiene pendiente - 3/4.

Pregunta **8**

Correcta

Puntúa 1.00 sobre 1.00

Marcar pregunta

Se sabe que las coordenadas del punto Q en el sistema UV son $Q(\sqrt{3}, 1)$ y en el sistema XY son $Q(1, \sqrt{3})$. La recta L pasa por el origen de coordenadas y, en el sistema UV, tiene pendiente $m = -\sqrt{3}$. Halle la ecuación de dicha recta en el sistema XY.

Seleccione una:

- a. $x + \sqrt{3}y = 0$ ✔
- b. $y = 0$
- c. $x = 0$
- d. $\sqrt{3}x + y = 0$
- e. Ninguna de las anteriores

Respuesta correcta

La respuesta correcta es: $x + \sqrt{3}y = 0$

EXAMEN PARCIAL - PARTE ASINCRÓNICA

Nombre: Dayana Alejandra Espinoza Montalvo Código: 20200862

Pregunta 1

Finalizado

Puntúa 2.50 sobre 2.50

Marcar pregunta

Considere la sección cónica C representada, por la siguiente ecuación:

$$4x^2 + 3xy = 18$$

1. Mediante una rotación de ejes adecuada, demuestre que dicha curva corresponde a una hipérbola. 1 punto
2. Grafique la sección cónica C en el sistema XY, mostrando también la ubicación de los ejes U y V. 0,5 puntos
3. En el sistema XY, halle la ecuación del eje focal de C y las ecuaciones de sus asíntotas. 1 punto

Muestre detalladamente todos sus cálculos en las imágenes que presentará.

PREGUNTA1_DAYANA ESPINOZA_20200862.pdf

Comentario:

Pregunta 2

Finalizado

Puntúa 2.50 sobre 2.50

Marcar pregunta

Los vértices de una hipérbola H son los puntos $V_1 = (-1;-1)$ y $V_2 = (5;-1)$, y una de sus asíntotas es la recta de ecuación $4x + 3y - 5 = 0$. Una elipse E, cuyos vértices son los focos de H, pasa por los extremos del eje conjugado de H.

Además, se sabe que los vértices de la elipse E son los extremos del lado recto de una parábola P, cuyo vértice tiene ordenada positiva.

a) Halle las ecuaciones de la hipérbola H, de la elipse E y de la parábola P. 1,5 puntos

b) Grafique dichas cónicas en un mismo plano cartesiano. 1 punto

PREGUNTA2_DAYANA ESPINOZA_20200862.pdf

Comentario:

Pregunta 3

Finalizado

Puntúa 3.00 sobre 3.00

Marcar pregunta

Considere las ecuaciones de la hipérbola y de la recta,

$$\mathcal{C} : x^2 - y^2 = 16, \qquad \mathcal{L} : y - x = 0.$$

Se sabe que $A \in \mathcal{C}$, $B \in \mathcal{L}$ y el segmento $\overline{AB}$ es perpendicular a la recta $\mathcal{L}$.

a) Determine el lugar geométrico generado por los puntos P en el segmento $\overline{AB}$ tales que $3d(A,B) = 4d(A,P)$. 2 puntos

b) Esboce el lugar geométrico hallado en a), identificando aquellos elementos que ayuden a hacer su gráfica. 1 punto

Profesor, adjunto mi archivo de la pregunta 3.

Dayana Espinoza 20200862

PREGUNTA3_DAYANA ESPINOZA_20200862.pdf

Comentario:

Examen Parcial N°1

Parte Asincrónica

Percy Leonardo Marca Rojas 20207692

(1) (2)

H

$V_1 = (3, 7)$ $V_2 (3, 1)$

$A_2 : 3x + 4y = 25$

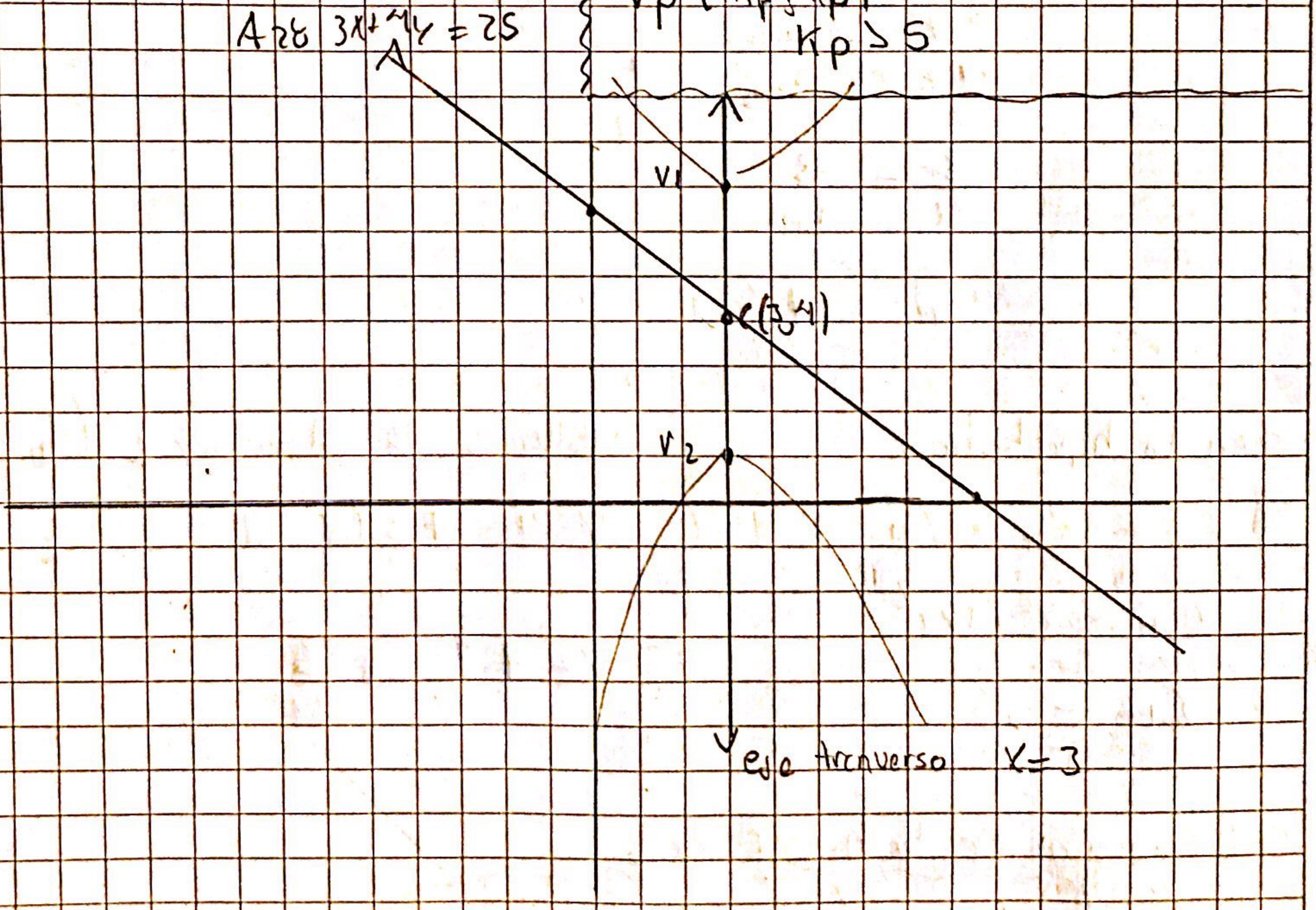
E

$V_e - F_H$ paso por los extremos del eje conjugado

V_e = Extremos P

$V_P (h_P, k_P)$

$k_P > 5$



el C_H (centro de la hiperbola es el punto medio de sus vértices (V_1; V_2)

$C (h_H, k_H)$

$$\boxed{h_H = \frac{3+3}{2} = 3} \qquad \boxed{k_H = \frac{7+1}{2} = 4}$$

Standford

Percy Leonardo Marca Rojas 20202602

- La distancia entre los vertices de H (v_1 y v_2) es igual a $\boxed{2a_H}$

$$d(v_1, v_2) = \sqrt{(3-3)^2 + (7-1)^2} = 2a_H$$

$$6 = 2a_H$$

$$\boxed{3 = a_H}$$

- La pendiente de la Asintota (A_2) es igual a $\boxed{-\frac{a_H}{b_H}}$

$$m_{A_{H2}} = -\frac{3k}{4k} = -\frac{a_H}{b_H}$$

$$\frac{3k}{4k} = \frac{a_H}{b_H} \rightarrow 3k = a_H = 3$$

$$\boxed{k = 1}$$

$$\frac{\cancel{3}}{4} = \frac{\cancel{3}}{b_H}$$

$$\boxed{b_H = 4}$$

- en la hiperbola:

$$c^2_H = a^2_H + b^2_H$$

$$c^2_H = 3^2 + 4^2$$

$$\boxed{c_H = 5}$$

- Hallamos la Asintota 1 (A_{H1})

$$Y - 4 = +\frac{3}{4}(X - 3)$$

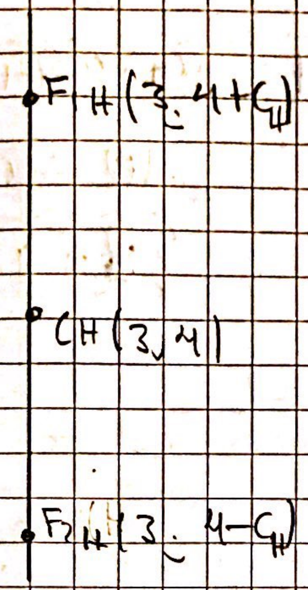
$$\boxed{Y = +\frac{3x}{4} + \frac{13}{4}}$$

- Ecuación de la hipérbola:

$$\boxed{H = \frac{(Y-4)^2}{9} - \frac{(X-3)^2}{16} = 1}$$

Percy Leonardo Marca Rojas 20207682

- hallamos los focos de H pues estos son los vertices de E

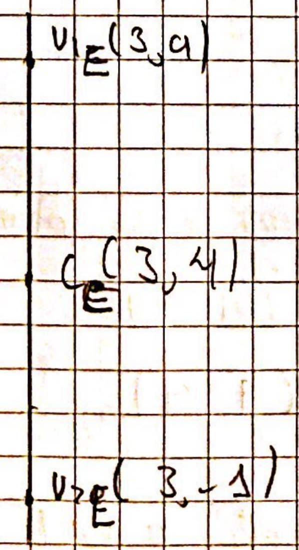


- Como sabemos el valor de $\{C_H\}$ reemplazamos.

$$F_1H = (3; 4+5) = (3; 9)$$

$$F_2H = (3; 4-5) = (3; -1)$$

- Los vertices de E serían $\{V_1E = (3; 9)\}$ y $\{V_2E = (3; -1)\}$



- el C_E será el punto medio de los vertices y este coincide con el centro de H

$$C_E = \left(\frac{3+3}{2}; \frac{9-1}{2}\right) = (3; 4)$$

Percy Leonardo Marca Rojas 20202682

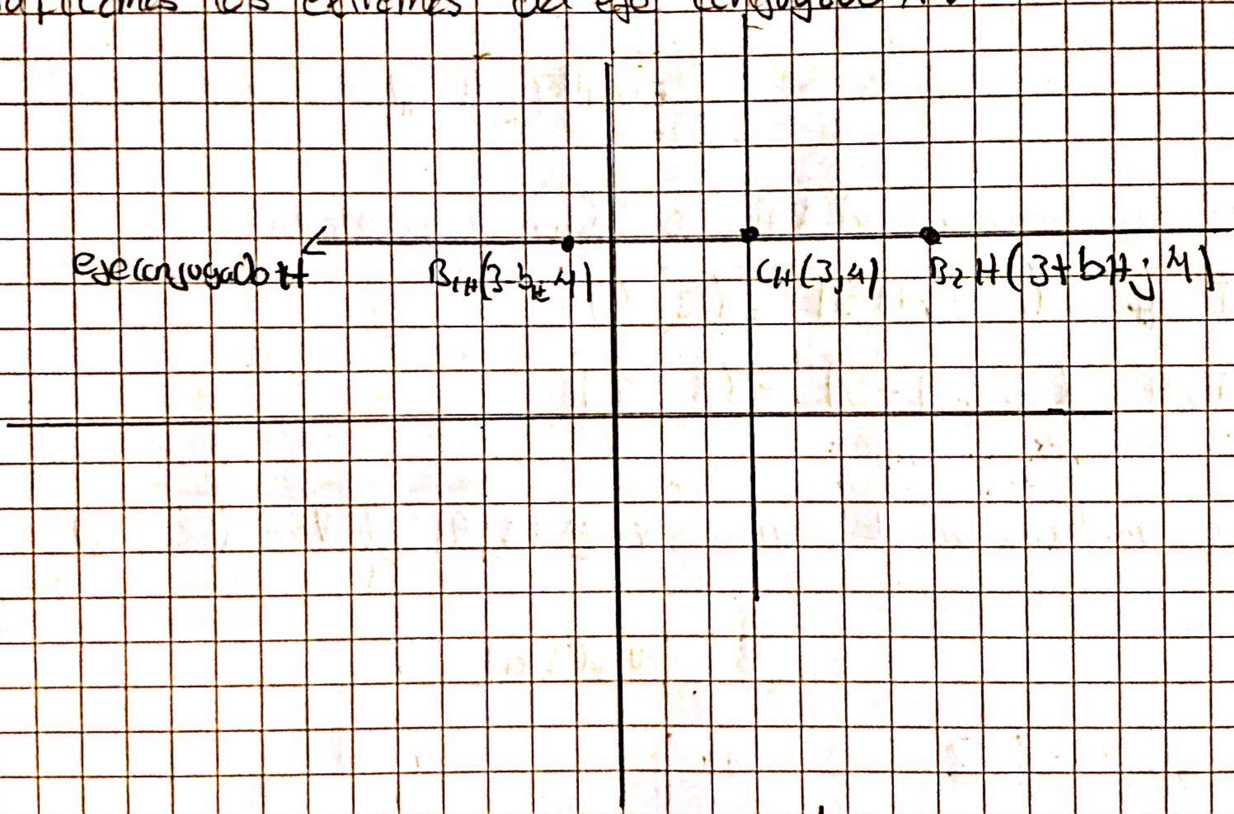
o La distancia entre los vertices de E serán $\boxed{2a_E}$

$$d(V_{1E}, V_{2E}) = \sqrt{(3-3)^2+(9-(-1))^2} = 2a_E$$

$$10 = 2a_E$$

$$\boxed{5 = a_E}$$

o Graficamos los extremos del eje conjugado H.



o Como ya hallamos anteriormente el valor de b_H solo reemplazamos

$$B_{1H}(3-4, 4) = (-1, 4)$$

$$B_{2H}(3+4, 4) = (7, 4)$$

o La forma de la ecuación de la Elipse E es:

$$\frac{(y-4)^2}{25} + \frac{(x-3)^2}{b_E^2} = 1$$

Percy Leonardo Marca Rojas 20202682

o Como los extremos del eje conjugado de H (B_{1H}; B_{2H}) pasan por E reemplazemos uno de ellos en la ecuación de E para hallar $\{b_E\}$

(7;4)

$$\frac{(4-4)^2}{16} + \frac{(7-3)^2}{b_E^2} = 1$$

$$\frac{4^2}{b_E^2} = 1$$

$$4^2 = b_E^2$$

$$\boxed{b_E = 4}$$

o en E se cumple:

$$a_E^2 = b_E^2 + c_E^2$$

$$25 = 16 + c_E^2$$

$$\boxed{3 = c_E}$$

o La ecuación de la elipse E será:

$$\boxed{E = \frac{(y-4)^2}{25} + \frac{(x-3)^2}{16} = 1}$$

o Como los vértices de E son los extremos del lado recto de la parábola P se cumple:

$$V_{1E} = (3;9) = A_P = (3;9)$$

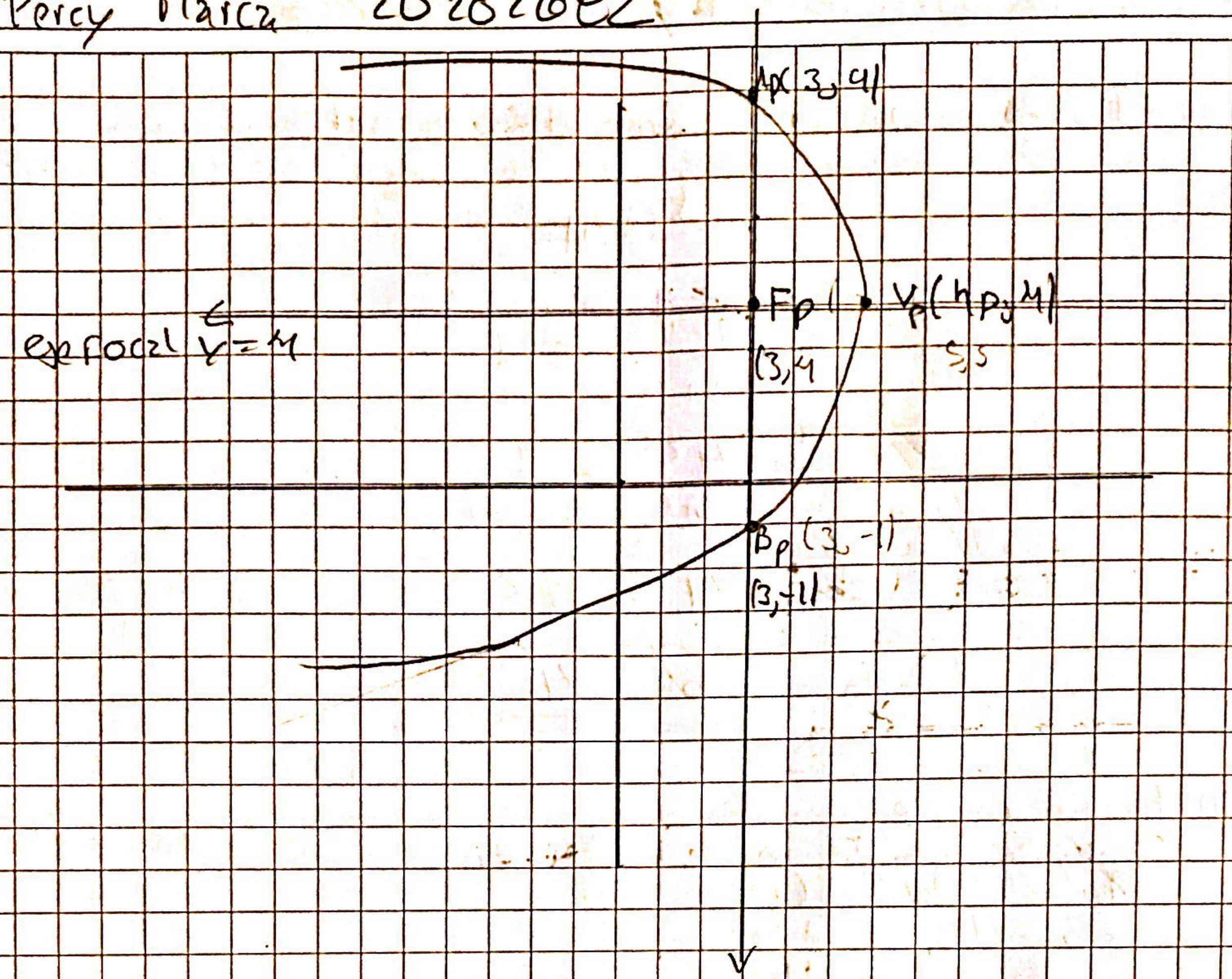
$$V_{2E} = (3;-1) = B_P = (3;-1)$$

o Como la distancia del lado recto de P vale $|4p|$ se cumple:

$$|4p| = \sqrt{(3-3)^2 + (9-(-1))^2} \Rightarrow p = \frac{5}{2}$$

Standford

Percy Marca 20202682



- En la parabola P se cumple que el punto medio del lado recto es el foco (Fp) de P.

$$F_p = \left(\frac{3+3}{2}, \frac{9-1}{2}\right) = (3, 4)$$

- Como la abscisa del Vertice es mayor que 5 la parabola se abre hacia la izquierda.
- La distancia de vertice al Fp es $\{p = \frac{5}{2}\}$ y el vertice tiene la forma de $V_p(h_p; 4)$

$\hookrightarrow$ por su eje focal $\Rightarrow y = 4$

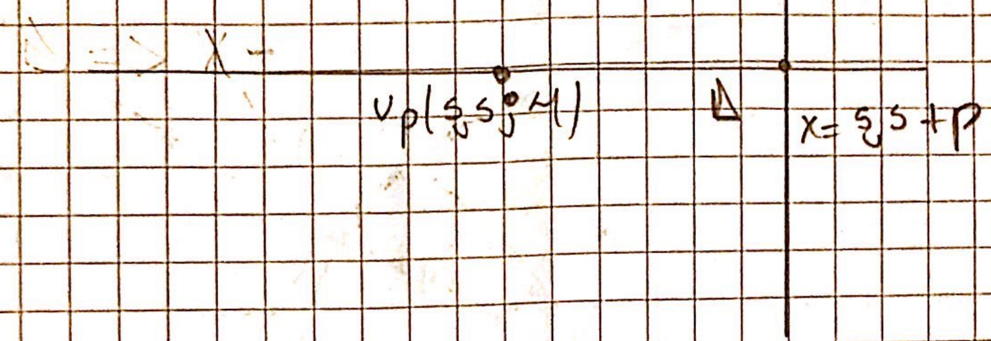
$$\sqrt{(h_p-3)^2 + (4-4)^2} = \frac{5}{2}$$

$$h_p - 3 = \frac{5}{2}$$

$$\left\{h_p = \frac{11}{2} = 5,5\right\} \Rightarrow \text{cumple con } h_p > 5$$

Percy Marca 20202682

o La distancia del V_p a su Directriz Δ_p es $\boxed{p = \frac{5}{2}}$



$$\Delta_p : X = 5,5 + \frac{5}{2}$$

$$\boxed{\Delta_p : X_1 = 8}$$

o La ecuación de la parábola será:

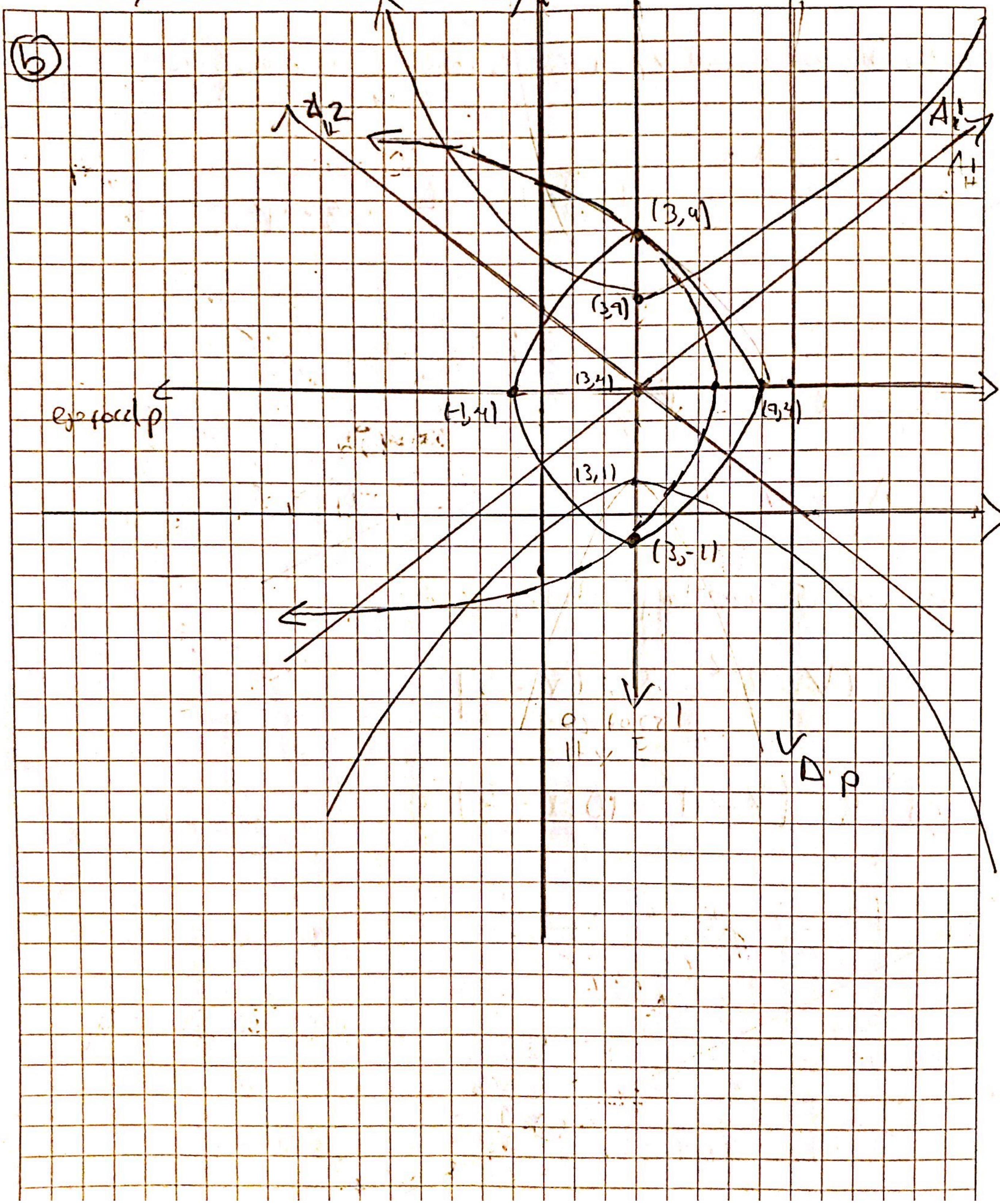
$$(Y-4)^2 = 4 \cdot \frac{5}{2}\left(X - \frac{5}{2}\right)$$

$$\boxed{P : (Y-4)^2 = 10\left(X - \frac{5}{2}\right)}$$

Scanned with CamScanner

Percy Marcz 20207602

(b)



Scanned with CamScanner

Percy Marca 20202682

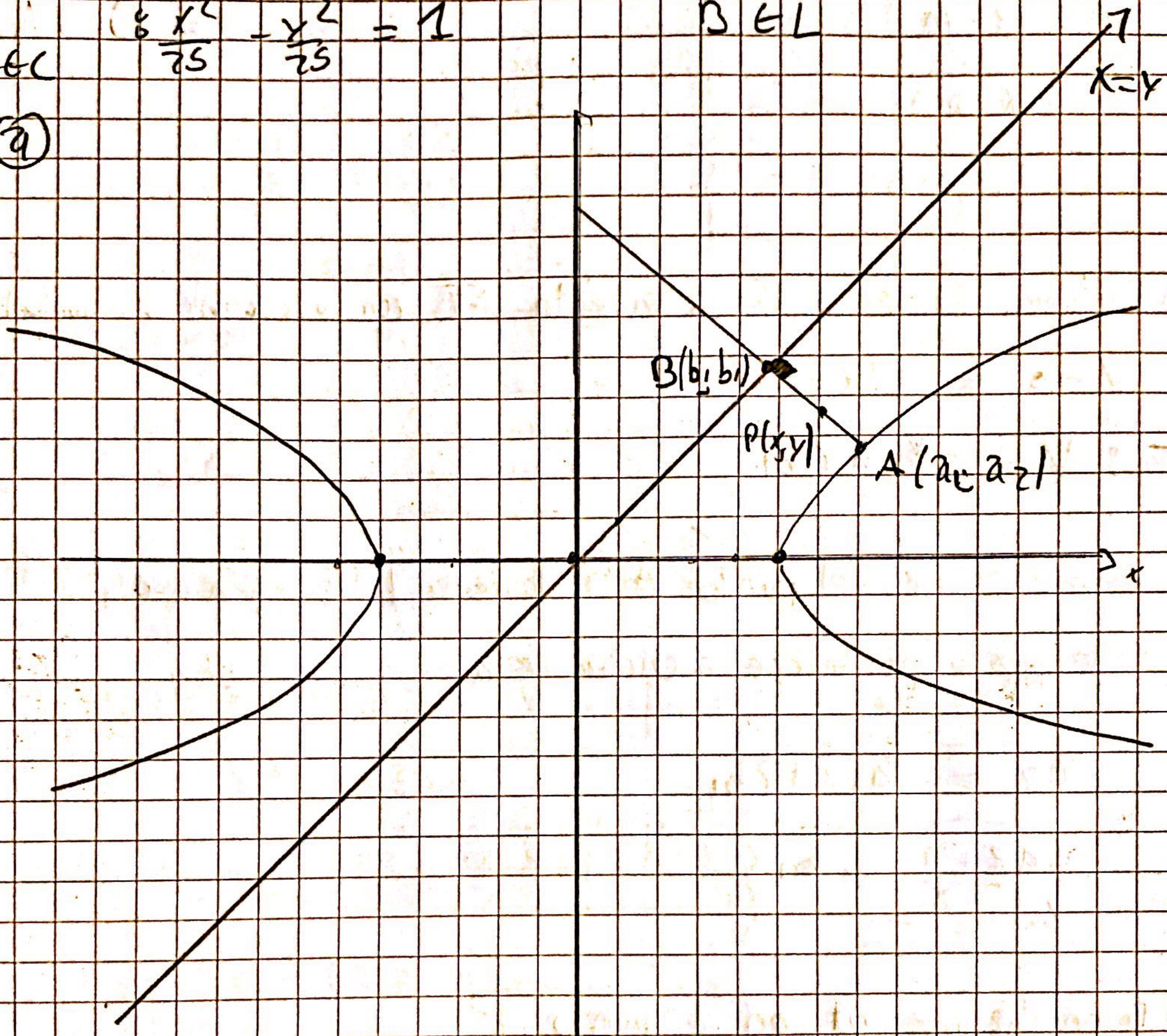
(2)

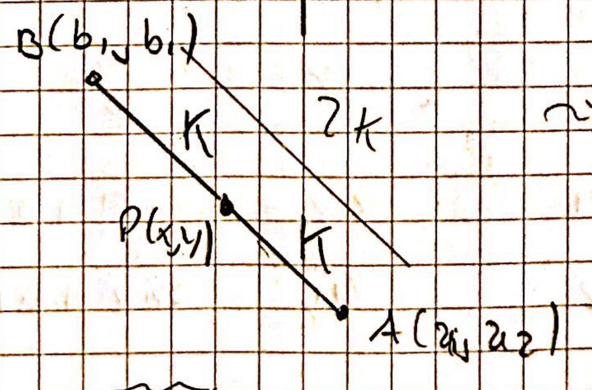
$C : x^2 - y^2 = 25$; $L : y - x = 0$

$C : \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{25} = 1$ $B \in L$

$A \in C$

(a)





$\rightsquigarrow d(A, B) = 2d(A, P)$

o Nos damos cuenta que P es punto medio de $\overline{AB}$

$P = (x, y) \rightsquigarrow \boxed{x = \frac{b_1 + a_1}{2} \;;\; y = \frac{b_1 + a_2}{2}}$

Percy Marca 20202082

o Hallamos la pendiente de $\overline{AB}$

$$mL \times m\overline{AB} = -1$$

$$1 \times m\overline{AB} = -1$$

$$\boxed{m\overline{AB} = -1}$$

o Hallamos la ecuación de la recta $\overline{AB}$ con su pendiente y el punto B

$$Y - b_1 = -1(X - b_1)$$

$$\boxed{L\overline{AB}: Y = -X + 2b_1}$$

o reemplazamos el punto A en la recta $L\overline{AB}$; ya que, este punto pertenece a dicha recta.

$$a_2 = -a_1 + 2b_1$$

$$\boxed{\frac{a_2 + a_1}{2} = b_1}$$

o reemplazamos b_1 en el punto P

$$X = \frac{b_1 + a_1}{2} \quad ; \quad Y = \frac{b_1 + a_2}{2}$$

$$2X = \frac{a_2 + a_1}{2} + a_1 \qquad 2Y = \frac{a_2 + a_1}{2} + a_2$$

$$\boxed{4X = 3a_1 + a_2} \qquad \boxed{4Y = 3a_2 + a_1}$$

o resolvemos el sistema de ecuaciones

continua

Percy Marca 20202692

○ $\begin{cases} 4x = 3a_1 + a_2 \end{cases} \times 3$

$4y = a_1 + 3a_2$

○ $\begin{cases} 12x = 9a_1 + 3a_2 \\ 4y = a_1 + 3a_2 \end{cases} \downarrow \ominus$

$12x - 4y = 8a_1$

$3x - y = 2a_1$

$$\boxed{\frac{3x-y}{2} = a_1}$$

○ reemplazando $\boxed{a_1}$ para hallar $\{a_2\}$

$4y = a_1 + 3a_2$

$4y = \frac{3x-y}{2} + 3a_2$

$8y = 3x - y + 6a_2$

$9y - 3x = 6a_2$

$$\boxed{\frac{3y-x}{2} = a_2}$$

○ reemplazamos $\{a_1\}$ y $\{a_2\}$ en la hiperbola C ; ya que el punto $A(a_1; a_2) \in$ a C.

$$\frac{(a_1)^2}{25} - \frac{(a_2)^2}{25} = 1 \Rightarrow \boxed{\frac{\left(\frac{3x-y}{2}\right)^2}{25} - \frac{\left(\frac{3y-x}{2}\right)^2}{25} = 1}$$

$\therefore$ el Lugar Geometrico es ↑

Standford

Percy Marca 20207682

ⓑ Para graficar dicho lugar geométrico tenemos que darle forma.

$$\frac{\left(\frac{3x-y}{2}\right)^2}{25} - \frac{\left(\frac{3y-x}{2}\right)^2}{25} = 1$$

$$\frac{(3x-y)^2-(3y-x)^2}{4} = 25$$

$$(9x^2 - \cancel{6xy} + y^2 - 9y^2 + \cancel{6xy} - x^2) = 100$$

$$8x^2 - 8y^2 = 100$$

$$\frac{2x^2}{25} - \frac{2y^2}{25} = 1$$

$$= \frac{x^2}{\frac{25}{2}} - \frac{y^2}{\frac{25}{2}} = 1$$

○ Nos damos cuenta que es una hiperbola.

Sus elementos son:

$\boxed{a = \frac{5}{\sqrt{2}}}$

$\boxed{b = \frac{5}{\sqrt{2}}}$

$\boxed{c = 5}$

$C\ (0;0)$

$V_1\ (0-a;0) = \left(-\frac{5}{\sqrt{2}};0\right)$

$V_2\ (0+a;0) = \left(\frac{5}{\sqrt{2}};0\right)$

$F_1\ (0-c;0) = (-5;0)$

$F_2\ (0+c;0) = (5;0)$

$B_1\ (0;0+b) = \left(0;\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$

$B_2\ (0;0-b) = \left(0;-\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$

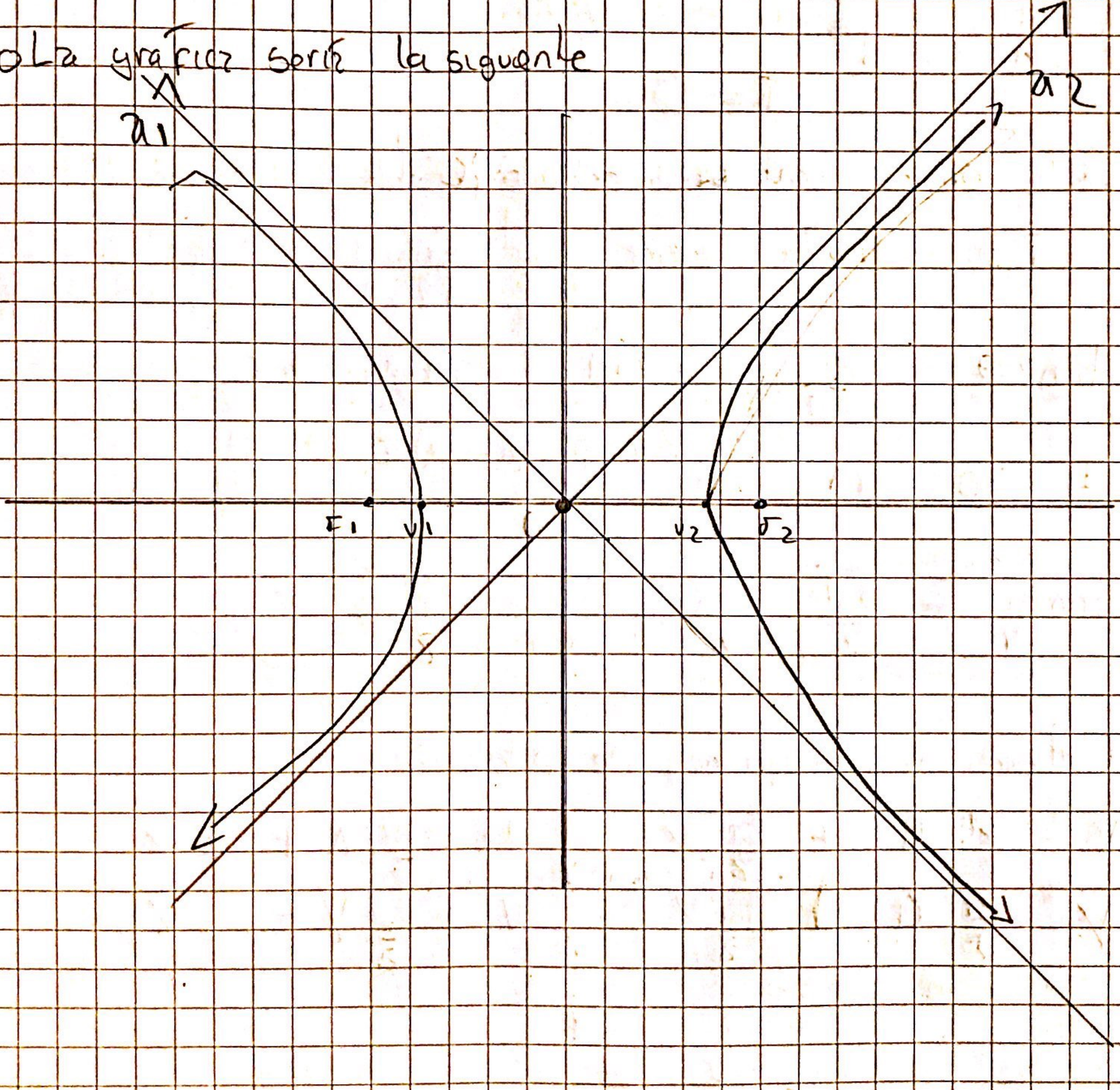
Percy Marca 20202602

o La pendiente de sus asintotos sería $\pm \frac{b}{a}$

$$A_1: Y-0 = -\frac{\frac{5}{\sqrt{2}}}{\frac{5}{\sqrt{2}}}(X-0) \qquad A_2: Y-0 = \frac{\frac{5}{\sqrt{2}}}{\frac{5}{\sqrt{2}}}(X-0)$$

$$\boxed{Y = -X} \qquad \boxed{Y = X}$$

o La gráfica sería la siguiente



Percy Marca 20202682

(3)

$x^2 + 2xy + y^2 + 8x - 8y + 16 = 0$

(1)

- Para darnos una idea de qué cónica es hallamos lo siguiente

$B = 2$

$A = 1$
$C = 1$

$I = B^2 - 4AC$

$I = 4 - 4(1)(1)$

$I = 0$

- Nos damos cuenta que es una posible parábola.
- Para demostrarla haremos los siguientes cálculos

$\tan 2\theta = \dfrac{2}{1-1}$

$\tan 2\theta = 0$

Con A es igual a C

Por propiedad : $\theta = \dfrac{\pi}{4}$

$\boxed{\operatorname{Sen}\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}}$ $\boxed{\cos\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}}$

- hallamos las ecuaciones de rotación.

$x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}u - \dfrac{\sqrt{2}}{2}v$

$y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}u + \dfrac{\sqrt{2}}{2}v$

$u = \dfrac{\sqrt{2}}{2}x + \dfrac{\sqrt{2}}{2}y$

$v = \dfrac{\sqrt{2}}{2}y - \dfrac{\sqrt{2}}{2}x$

Reemplazamos los valores de {X} e {Y} en la ecuación de la cónica dada.

⇒ continúa

Percy Marca 20207682

$$x^2 + 2xy + y^2 + 8x - 8y + 16 = 0$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}u - \sqrt{2}v}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{\sqrt{2}u - \sqrt{2}v}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}u + \sqrt{2}v}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{2}u + \sqrt{2}v}{2}\right)^2 + 8\left(\frac{\sqrt{2}u - \sqrt{2}v}{2}\right) - 8\left(\frac{\sqrt{2}u + \sqrt{2}v}{2}\right) = -16$$

$$\frac{(\sqrt{2}u - \sqrt{2}v)^2 + (\sqrt{2}u + \sqrt{2}v)^2}{4} + \left(\frac{2u^2 - 2v^2}{2}\right) + 8\left(\frac{\sqrt{2}u - \sqrt{2}v - \sqrt{2}u - \sqrt{2}v}{2}\right) = 16$$

Por lengendre

$$\frac{2(2u^2 + 2v^2)}{4} + u^2 - v^2 + 4(-\sqrt{2}v) = 16$$

$$u^2 + \cancel{v^2} + u^2 \cancel{- v^2} - 4\sqrt{2}v = 16$$

$$2u^2 - 4\sqrt{2}v = 16$$

$$2u^2 = 4\sqrt{2}v + 16$$

$$u^2 = 2\sqrt{2}v + 8$$

$$\boxed{u^2 = 2\sqrt{2}(v + 2\sqrt{2})}$$

o Verificamos así que por su forma es una parábola

(2) o hallamos puntos que nos ayudarán a graficar la parábola en ambos ejes $\{XY\}$ y $\{UV\}$

UV

Vértice $(0, -2\sqrt{2})$

$4p = 2\sqrt{2}$

$$\boxed{p = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

XY — Por sus ecuaciones de rotación

Vértice $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}(0) - \frac{\sqrt{2}}{2}(-2\sqrt{2}); \frac{\sqrt{2}}{2}(0) + \frac{\sqrt{2}}{2}(-2\sqrt{2})\right)$

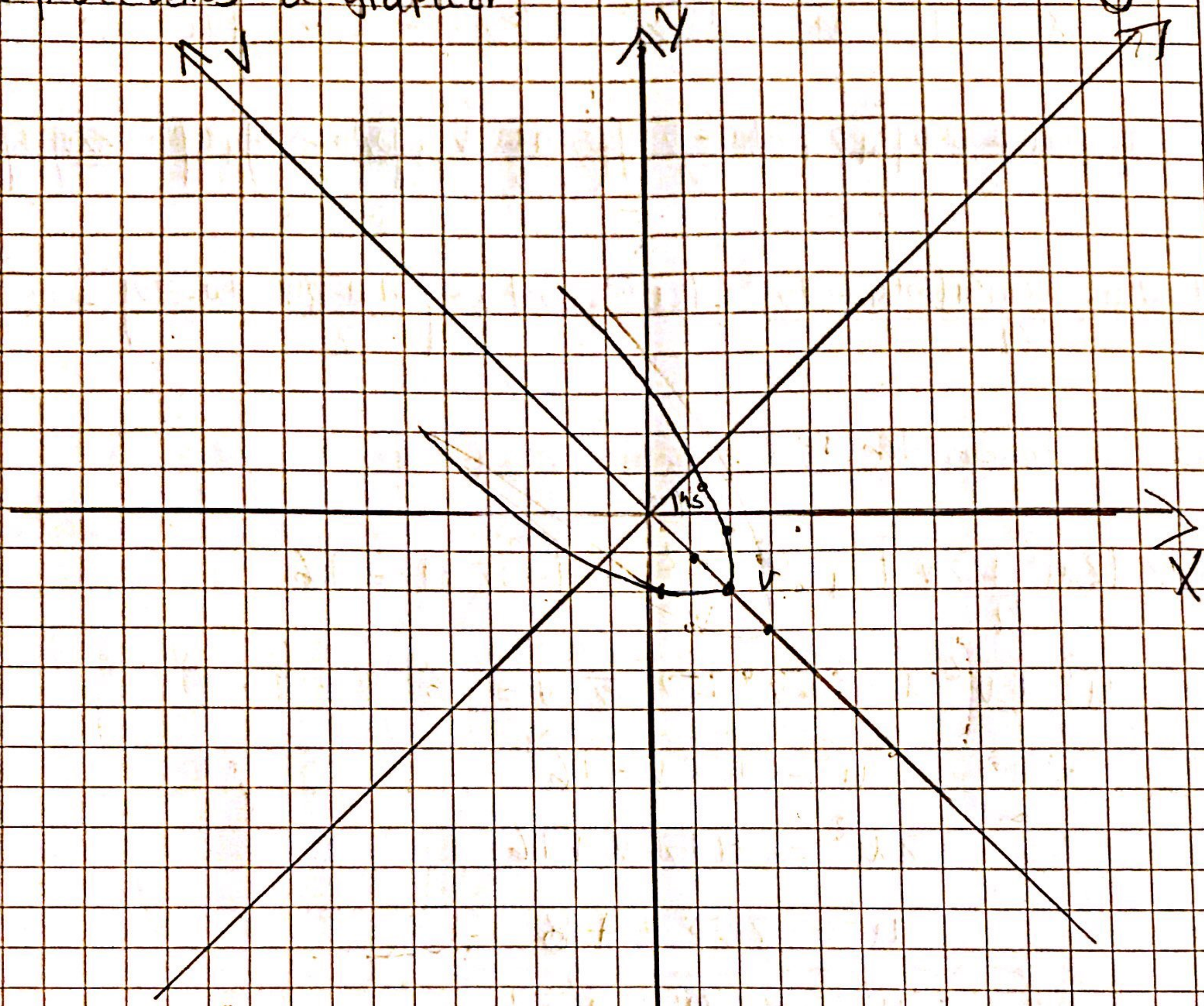
Vértice $(2, -2)$

$4p = 2\sqrt{2}$ → P no depende de los ejes.

$$\boxed{p = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

Percy Marca 20202682

(c) procedemos a graficar



③ primero hallemos 2 puntos del lado recto, en este caso sus extremos, en el sistema UV. Así, podremos reemplazar estos puntos en las ecuaciones de rotación para tenerlos en el sistema XY y así poder hallar la ecuación de la recta que los contiene.

→ en el sistema UV

primero hallemos el foco F_{uv}

$$D(V_{uv}, F_{uv}) = p = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

→ continua

∘ el foco, F_{UV} tiene la forma $(0, V)$ por ser el eje focal en el sistema UV, $\boxed{U=0}$

$$\sqrt{(0-0)^2+(-2\sqrt{2}-V)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(2\sqrt{2}+V)^2 = \frac{2}{4}$$

$$8 + 4\sqrt{2}V + V^2 = \frac{1}{2}$$

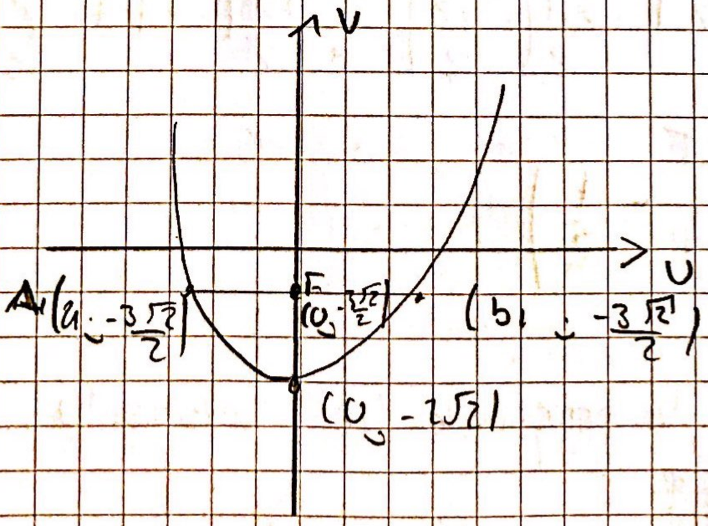
$$0 = V^2 + 4\sqrt{2}V + \frac{15}{2}$$

∘ Aplicamos formula general

$$\frac{-4\sqrt{2} \pm \sqrt{(4\sqrt{2})^2 - 4(1)(\frac{15}{2})}}{2}$$

$$\boxed{V = \frac{-3\sqrt{2}}{2}} \quad ; \quad V = \frac{-5\sqrt{2}}{2}$$

→ tomamos este valor ya que graficamente el Foco tiene que estar arriba del Vertice en el eje UV.



las ordenadas de A y B son $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ por estar en el lado recto

$\left\{ V = \frac{-3\sqrt{2}}{2} \right\}$ $\quad \left\{ \frac{a_1+b_1}{2} = 0 \right.$ ⟶ $a_1 = -b_1$

Percy Marca 20202682

la distancia del F a B es igual = $\boxed{2p = \sqrt{2}}$

$$\sqrt{(b_1 - 0)^2 + \left(\frac{-3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} b_1 = \sqrt{2} \\ b_1 = -\sqrt{2} \quad = a \end{array}}$$

o los extremos del lado recto son:

$$A\left(-\sqrt{2} ; -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right) \qquad B = \left(\sqrt{2} ; -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$$

en el sistema XY sería

$$A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}(-\sqrt{2}) - \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right) ; \frac{\sqrt{2}}{2}(-\sqrt{2}) + \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)\right)$$

$$\boxed{A = \left(\frac{1}{2} ; -\frac{5}{2}\right)}$$

$$B = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{2}) - \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right) ; \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{2}) + \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)\right)$$

$$\boxed{B = \left(\frac{5}{2} ; -\frac{1}{2}\right)}$$

o hallamos la pendiente del lado recto en el eje XY

$$\frac{-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}}{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{4}{4} = 1$$

Percy Marcz 20202682

o El foco del lado recto en el sistema XY sería, el punto medio de A y B

$$F(X,Y) = \left(\frac{\frac{1}{2}+\frac{5}{2}}{2} ; \frac{-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}}{2}\right)$$

$$F = \left(\frac{3}{2} ; -\frac{3}{2}\right)$$

o La ecuación del lado recto en el sistema XY sería:

$$Y+\frac{3}{2} = 1\left(X-\frac{3}{2}\right)$$

$$\boxed{Y = X - 3}$$

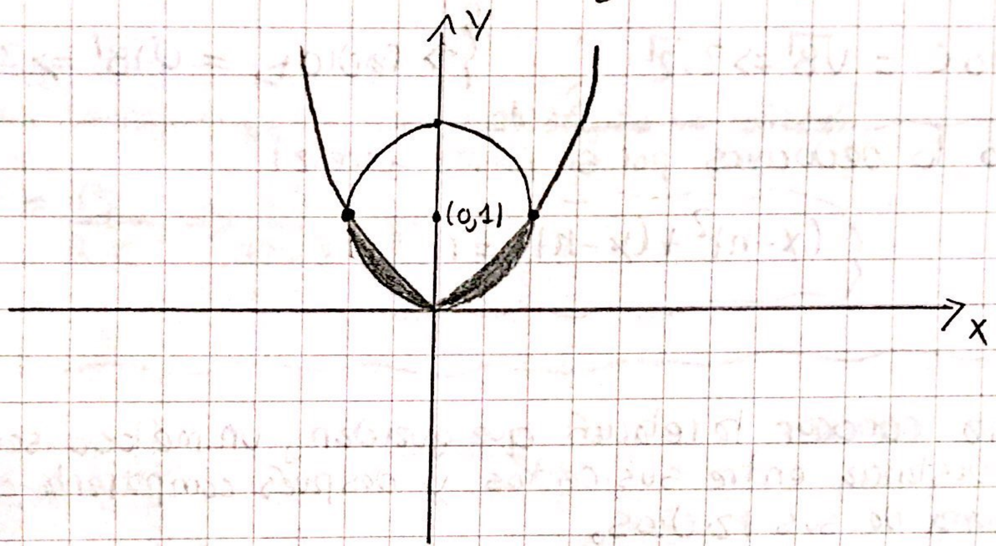
Examen Parcial N°1

Parte Sincrónica

Percy Leonardo Marca Rojas 20207682

(1)

$\mathcal{C}: x^2+(y-1)^2=1$; $\mathcal{P}: y=\frac{3}{2}x^2$



→ Tabularemos el punto (0, 1) en ambas ecuaciones para así determinar la relación entre x e y.

- en $\mathcal{C}: x^2+(y-1)^2=1$

$(0)^2+(1-1)^2 \; \boxed{\phantom{<}} \; 1$

$0 \; \boxed{<} \; 1$

↳ ya que 1 es mayor que 0

→ mantiene la desigualdad ya que, por el gráfico, notamos que la parte interior de la circunferencia esta pintada, es decir, toma los valores que esten dentro de la circunferencia.

entonces: $\mathcal{C}: x^2+(y-1)^2<1$

↳ es < y no ≤ porque la gráfica se encuentra punteada.

- en $\mathcal{P}: y=\frac{3}{2}x^2$

$1 \; \boxed{=} \; \frac{3}{2}(0)^2$

$1 \; \boxed{>} \; 0$

↳ ya que 1 es mayor que 0

→ Como vemos que la parabola no toma dicho punto, ya que no se encuentra coloreada en dicho tramo, la desigualdad cambiara para satisfacer la parte coloreada.

entonces $y \leq \frac{3}{2}x^2$.

↳ es ≤ y no <, porque la gráfica no es punteada.

Percy L. Marca Rojas 20202682

∴ $\wp: x^2 + (y-1)^2 < 1 \wedge y \leq \frac{3}{2}x^2$

Rsta: Clave C

(2)

$C: (x-1)^2 + (y-3)^2 = 8 \quad \wedge \quad D: (x)^2 + (y+4)^2 = 18$

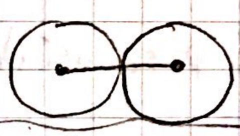
- Centro$_C$ = $(1;3)$
- radio$_C$ = $\sqrt{8} \Rightarrow 2\sqrt{2}$

- Centro$_D$ = $(0;-4)$
- radio$_D$ = $\sqrt{18} \Rightarrow 3\sqrt{2}$

↳ ello lo deducimos por su forma general.

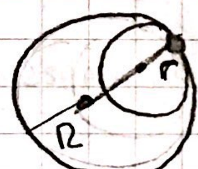
$$\boxed{(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2}$$

→ Para conocer la relación que guardan, un método sería hallar la distancia entre sus centros y después compararla con la suma de sus radios.



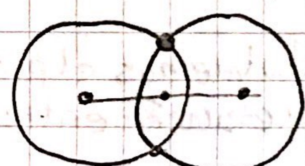
Distancia entre centros = suma de radios

Tangentes exteriores



Distancia centros = R − r

tangentes interiores



Distancia < Suma de radios

posiblemente se cortan en 2 puntos

→ en el ejercicio 8

$$Dis(C;D) = \sqrt{(1-0)^2 + (3-(-4))^2}$$
$$= \sqrt{1^2 + 7^2}$$
$$= \sqrt{50} = \boxed{5\sqrt{2}}$$

Suma de radios

$C + D$

$2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

$\boxed{5\sqrt{2}}$

∴ Como la distancia entre sus centros es igual a la suma de sus radios, concluimos que son **tangentes exteriores**.

Rsta Clave a

Percy L. Marca Reyes 20202682

③ $\theta \in]0; \frac{\pi}{2}[$

$E: \underbrace{12}_{A}x^2 + \underbrace{12}_{B}xy + \underbrace{7}_{C}y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$

→ analizamos el término rectangular.

$A = 12$
$B = 12$
$C = 7$

→ aplicamos la teoría para conocer el ángulo de rotación.

$\tan(2\theta) = \frac{B}{A-C} \Rightarrow \frac{12}{12-7} \Rightarrow \frac{12}{5}$

$\tan(2\theta) = \frac{12}{5}$

$\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{12}{5}$

$10\tan\theta = 12 - 12\tan^2\theta$

$\cancel{12}\tan^2\theta + \cancel{10}\tan\theta - \cancel{12} = 0$

$6\tan^2\theta + 5\tan\theta - 6 = 0$

$2\tan\theta \quad\quad 3$

$3\tan\theta \quad\quad -2$

$(2\tan\theta + 3)(3\tan\theta - 2) = 0$

$2\tan\theta + 3 = 0$ $\quad\quad$ $3\tan\theta - 2 = 0$

$\tan\theta = -\frac{3}{2}$ $\quad\quad$ $\tan\theta = \frac{2}{3}$

↳ notamos que esta solución no es posible ya que el ángulo θ está restringido de $]0, \frac{\pi}{2}[$

y en ese tramo la tan es $+$ (positiva)

∴ se cumple que:

$\tan\theta = \frac{2}{3}$

Rpta clave a

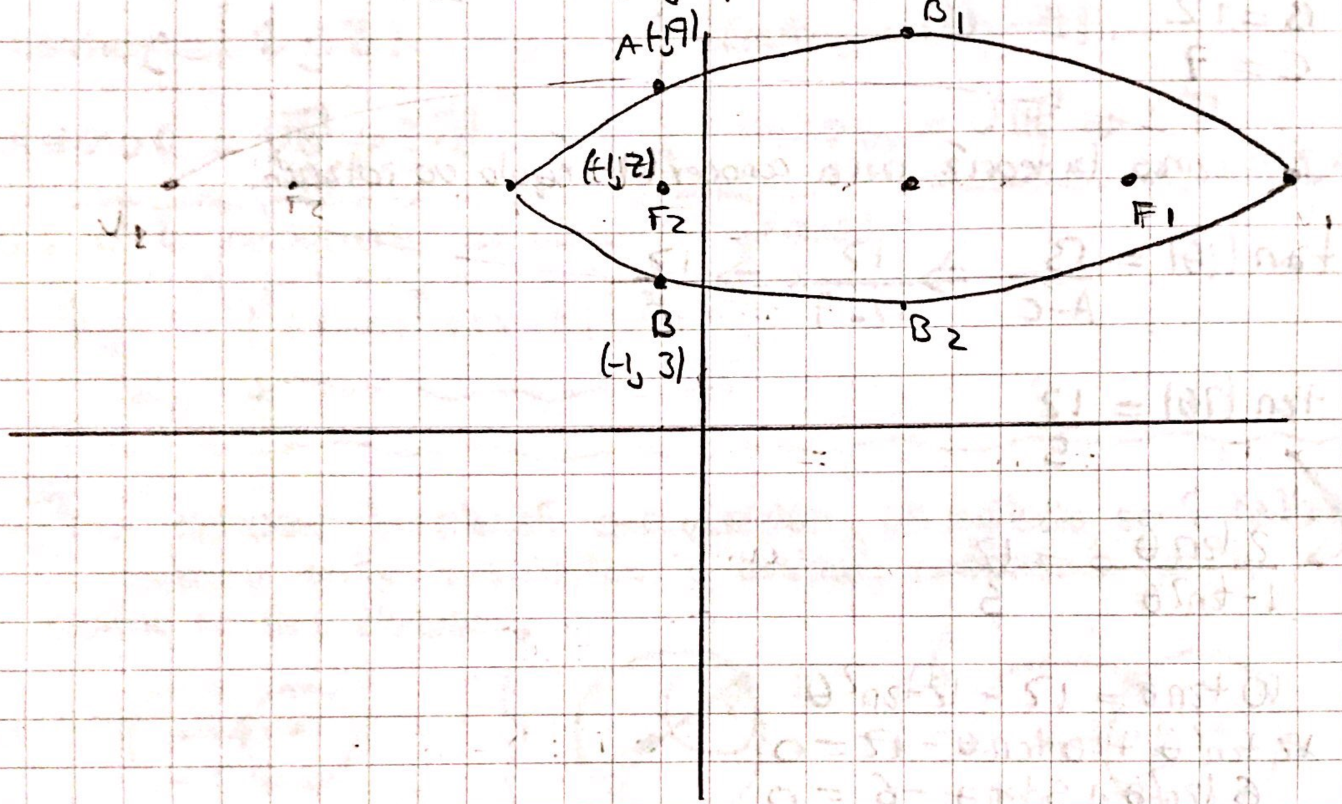
Percy L. Marca Rojas 20202682

(4)

~ Extremos lado recto: A $(-1; 7)$ y B $(-1; 3)$

→ Foco 1 $(8\sqrt{3}-1; 5)$

o haremos un esbozo de la gráfica



→ Hallaremos el F_2 que tiene la forma de $(-1; 5)$ por encontrarse a la altura del lado recto.

→ Sabemos que F_2 es el otro foco de la elipse y lo ubicamos a la altura del lado recto, ya que por definición uno de los focos pasa por uno de los lados rectos y además es su punto medio, lo cual lo usaremos para hallar dicho foco.

Punto medio de A y B $(-1; 7)$ y $(-1; 3)$

$$x = \frac{(-1+(-1))}{2} \qquad y = \frac{(7+3)}{2}$$

$$x = -1 \qquad y = 5$$

$F_2(-1; 5)$

Percy L Marca Rojas 20202682

- el centro es el punto medio de los focos $(-1; 5)$ y $(8\sqrt{3}-1; 5)$

$C(h, k)$

$$h = \frac{-1+8\sqrt{3}-1}{2} \quad ; \quad k = \frac{5+5}{2}$$

$$h = -1+4\sqrt{3} \quad ; \quad k = 5$$

$C(4\sqrt{3}-1; 5)$

→ la distancia de un foco al centro es $\boxed{C}$

$$D(F_2; C) = \sqrt{(-1-(4\sqrt{3}-1))^2+(5-5)^2}$$

$$= \sqrt{(-4\sqrt{3})^2+0^2}$$

$$D(F_2; C) = 4\sqrt{3} = C$$

→ Además, en la elipse se cumple

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2} \rightarrow b^2 = a^2 - (4\sqrt{3})^2$$

→ y tambien la longitud del lado recto es:

$$\boxed{LR = \frac{2b^2}{a}}$$

→ Hallaremos la longitud del lado recto con la distancia entre sus extremos.

$$LR = D(A; B) = \sqrt{(-1-(-1))^2+(7-3)^2}$$

$$= \sqrt{0+4^2} = |4| \nearrow +4 \searrow -4$$

$= \pm 4$ → como es longitud tomaremos el valor positivo 4

→ reemplazando:

$$4 = \frac{2b^2}{a}$$

$$\boxed{2a = b^2}$$

$$b^2 = a^2 - 48$$

$$2a = a^2 - 48$$

$$0 = a^2 - 2a - 48$$

$$\boxed{a = 8} \checkmark \quad \vee \quad \boxed{a = -6} \times$$

Por teoría a siempre es positivo

$$\boxed{a = 8}$$

Percy L. Marca Reyes 20207682

-> nos piden la longitud del eje menor y sabemos que en una elipse eso equivale al valor de 2b.

-> hallaremos b:

$2a = b^2$

$\downarrow$

$2(8) = b^2$

$16 = b^2$

$\pm 4 = b$

-> tomaremos el valor positivo por teoría.

$b = 4$

-> el valor de $2b = 8$

∴ La longitud del lado recto es 8

Rsta Clave d

5) ∘ eje focal // eje Y

∘ Centro $(1; -2)$

∘ Asíntota: $y = \frac{4}{\sqrt{2}}x - \frac{4}{\sqrt{2}} - 2$

∘ Punto de paso $(\sqrt{2} + 1; -2 + \sqrt{32}) = P$

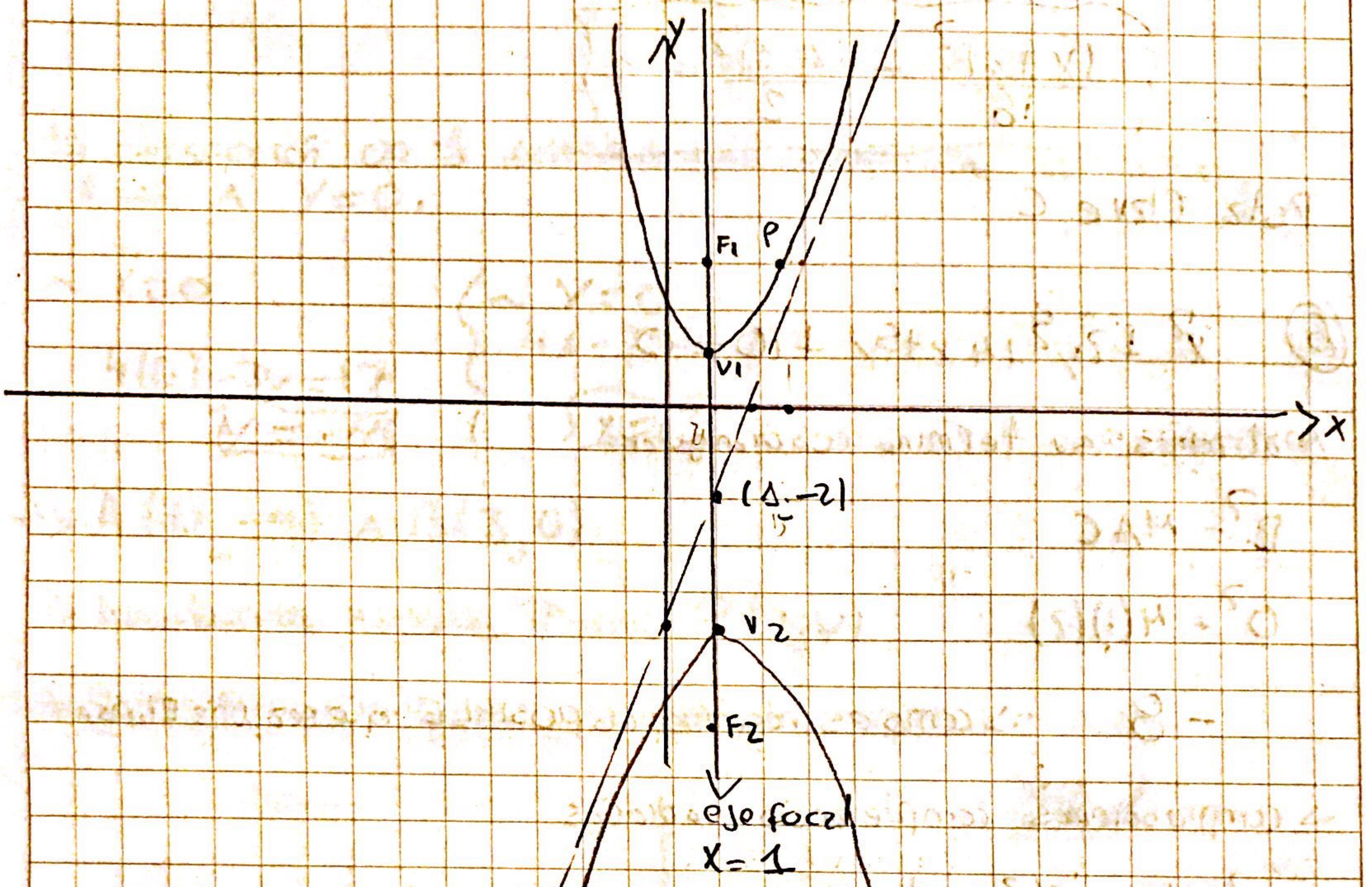
-> la ecuación tendrá la siguiente forma por su centro y por ser paralelo al eje Y:

$$\frac{(y-(-2))^2}{a^2} - \frac{(x-1)^2}{b^2} = 1$$

Scanned with CamScanner

Percy L. Marca Rojas 20202682

→ haremos un esbozo de la gráfica para guiarnos.



asíntota₁ $y = \frac{4}{\sqrt{2}}x - \frac{4}{\sqrt{2}} - 2$

→ sabemos que en este caso de la hipérbola, la pendiente de las asíntotas tendrán la forma de $\pm \frac{a}{b}$

→ en esta parábola la pendiente de la asíntota conocida es positiva.

Igualamos

$$\frac{4}{\sqrt{2}} = + \frac{a}{b} = k$$

$$a = 4k$$

$$b = \sqrt{2}k$$

reemplazamos a, b y el punto de paso en la hipérbola

$$\frac{(-2+\sqrt{32}+2)^2}{(4k)^2} - \frac{(\sqrt{2}+1-1)^2}{(\sqrt{2}k)^2} = 1$$

$$\frac{32}{16k^2} - \frac{2}{2k^2} = 1$$

$$\frac{2}{k^2} - \frac{1}{k^2} = 1$$

$$\frac{1}{k^2} = 1$$

$$k = \pm 1$$

↳ tomamos el valor ⊕ por teoría

Perry L Marca Rgzs 20202682

reemplazando los valores hallados en la ecuación:

$$\boxed{\frac{(y+2)^2}{16} - \frac{(x-1)^2}{2} = 1}$$

Rsta Clave C

⑥ $x^2 + 2y^2 + 4x + 5y + 10 = 0$

Analizamos su término cuadrangular

$B^2 - 4AC$

$0^2 - 4(1)(2)$

-8 → como es negativo es POSIBLE que sea una Elipse

→ comprobaremos completando cuadrados.

$x^2 + 4x + 2(y^2 + \frac{5}{2}y) + 10 = 0$

$(x+2)^2 - 4 + 2\left((y+\frac{5}{4})^2 - \frac{25}{16}\right) + 10 = 0$

$(x+2)^2 + 2\left(y+\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{50}{16} - 4 + 10 = 0$

$(x+2)^2 + 2\left(y+\frac{5}{4}\right)^2 + \frac{23}{8} = 0$

$\frac{(x+2)^2}{2} + \frac{(y+\frac{5}{4})^2}{1} = -\frac{23}{16}$

∴ vemos que dicha ecuación no posee, ni cumple la estructura de las cónicas estudiadas, por lo que su conjunto solución es el vacío.

Rsta Clave C

Percy L Marca Reyes 20202682

7) $\mathcal{L}: 4x-3y=12$ { F lugar geometrico E: $d(P,A)+d(P,B)=12$

la intersección de $\mathcal{L}$ con los ejes coordenados es cuando $x=0 \wedge y=0$.

$\sim x=0$

$4(0)-3y=12$

$\boxed{y=-4}$

$\sim y=0$

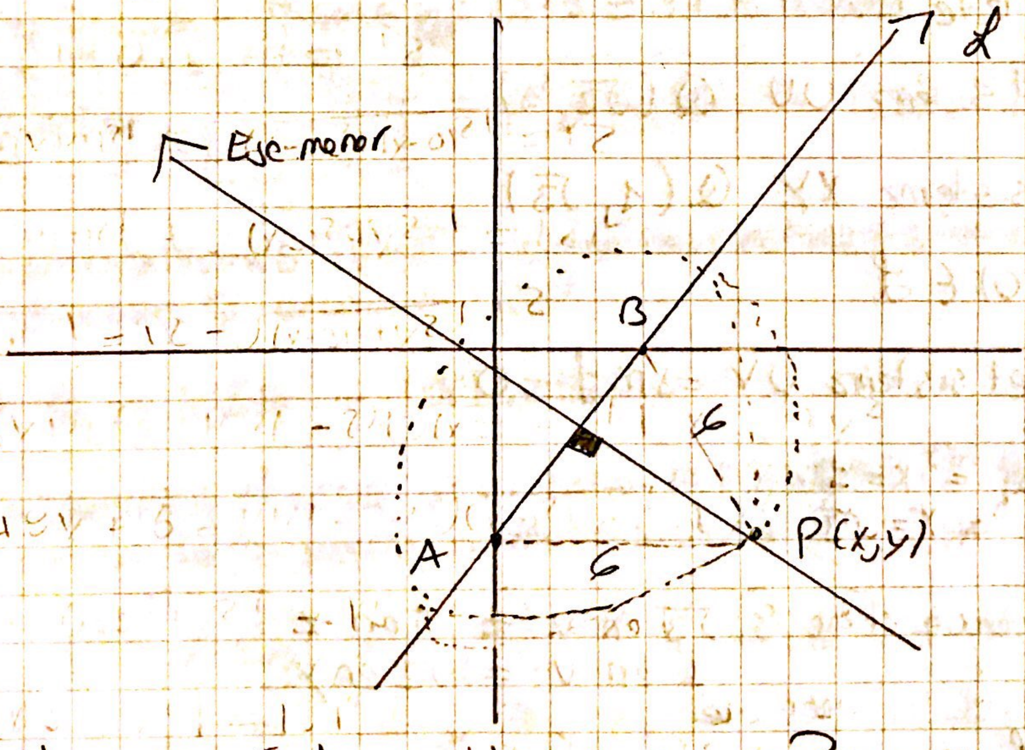
$4x-3(0)=12$

$\boxed{x=3}$

$\rightarrow A(0,-4) \wedge B(3,0)$

$\rightarrow$ Denotaremos al punto P como $P(x;y)$

$\rightarrow$ Haremos un esbozo de la gráfica



$\rightarrow$ lo punteado serían las posibles posiciones de P y vemos que se forma una elipse

$\rightarrow$ como $d(P,A)+d(P,B)=12$ tiene la forma de la ecuación de la elipse $(d(P,F_1)+d(P,F_2)=2a)$, se deduce que A y B son los focos y que además su eje menor es perpendicular a $\mathcal{L}$

Percy L Marca Rojas 20202682

hallaremos la pendiente de $\mathcal{L}$

$4x - 12 = 3y$

$\frac{4x}{3} - 4 = y$

→ pendiente $= \frac{4}{3}$

→ como el eje menor es perpendicular, por teoría, $m_{\text{eje menor}} \times m_{\mathcal{L}} = -1$

$m_{\text{eje menor}} \times \frac{4}{3} = -1$

$\boxed{m_{\text{eje menor}} = -\frac{3}{4}}$

Rst Clave C.

(8) ∘ en el sistema UV $Q(\sqrt{3}, 1)$, or

∘ en el sistema XY $Q(1, \sqrt{3})$

∘ $(0, 0) \in \mathcal{L}$

∘ en el sistema UV ⇒ $m_{\mathcal{L}} = 0$

$u = \sqrt{3} = x = 1$
$v = 1 = y = \sqrt{3}$

→ Se entiende como 8: $\sqrt{3}$ en u = 1 en x
1 en v = $\sqrt{3}$ en y

Percy L. Marca Rojas 20202682

→ en el sistema UV → la pendiente de $m=0$ y $(0,0) \in \mathcal{L}$

$$V = mU + b$$

→ como $\in (0,0)$ → $b=0$

→ como $m=0$

entonces

$\boxed{V=0}$ → es la ecuación de la recta en el sistema UV

→ hallaremos sus ecuaciones de rotación:

en el sistema XY

$\underset{x}{1} = \underset{u}{\sqrt{3}}\cos\theta - \underset{v}{(1)}\operatorname{sen}\theta$ (I)

$\underset{y}{\sqrt{3}} = \underset{u}{\sqrt{3}}\operatorname{sen}\theta + \underset{v}{(1)}\cos\theta$ (II)

en el sistema UV

$\underset{u}{\sqrt{3}} = \underset{x}{(1)}\cos\theta + \underset{y}{\sqrt{3}}\operatorname{sen}\theta$ (III)

$\underset{v}{1} = \underset{y}{\sqrt{3}}\cos\theta - \underset{x}{(1)}\operatorname{sen}\theta$ (IV)

$\sqrt{3} = 3\cos\theta - \sqrt{3}\operatorname{sen}\theta$

$\sqrt{3} = \sqrt{3}\operatorname{sen}\theta + \cos\theta$ (+)

$\boxed{\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\theta} \wedge \boxed{\operatorname{sen}\theta = \frac{1}{2}}$

$\sqrt{3}+1 = 1+\sqrt{3}(\cos\theta)$

$\boxed{1=\cos(\theta)} \wedge \boxed{\operatorname{sen} = \sqrt{3}-1}$

→ reemplazamos $\boxed{V=0}$ en su respectivo sistema UV utilizando la ecuación (IV)

$0 = y\cos\theta - (x)\operatorname{sen}\theta$

→ utilizaremos el $\cos\theta$ y el $\operatorname{sen}\theta$ del sistema XY ya que nos piden la respuesta en dicho sistema

$$0 = y\frac{\sqrt{3}}{2} - x\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{\cancel{2}} = \frac{y\sqrt{3}}{\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{x - y\sqrt{3} = 0 \Rightarrow \mathcal{L}}$$

Rsta clave a)