

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

SEGUNDA PRÁCTICA CALIFICADA

SEMESTRE ACADÉMICO 2019 -2

Duración: 110 minutos

Elaborado por los profesores del curso.

Todos los horarios.

ADVERTENCIAS:

- No se permite el uso de calculadoras durante la evaluación.
- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

1. La parábola \mathcal{P} pasa por los puntos $A(24, 16)$, $B(24, -8)$ y tiene como directriz a la recta $x = 4$. Determine la ecuación de \mathcal{P} (dos soluciones) y grafíquela. (4 Ptos.)

2. Determine para qué valores de K la gráfica de la ecuación

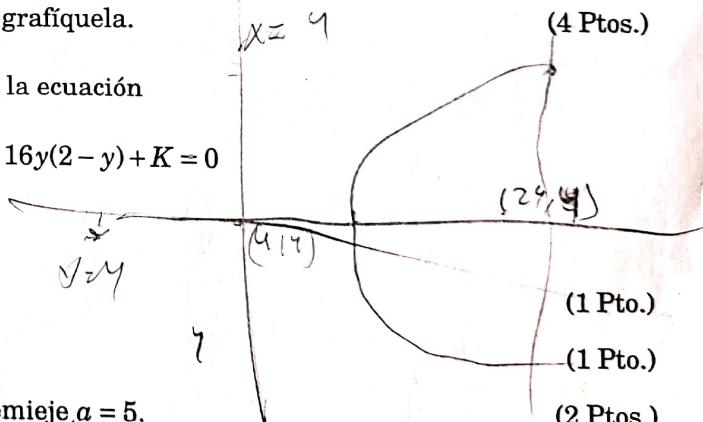
$$25x(x - 8) - 16y(2 - y) + K = 0$$

corresponde a

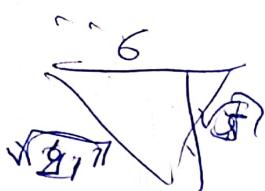
- a) Un conjunto vacío.
- b) Un solo punto.
- c) Una elipse con centro $(4, 1)$ y longitud de semieje $a = 5$.

3. Sea \mathcal{P} una parábola con foco $F(0, 4)$ y directriz la recta de ecuación $\mathcal{L}_D : x + 3y - 2 = 0$. Determine la ecuación de la elipse \mathcal{E} cuyo lado recto tiene longitud $2\sqrt{5}$ y cuyos focos son los extremos del lado recto de \mathcal{P} . (4 Ptos.)

Nota. No es necesario simplificar la ecuación de \mathcal{E} .



Continúa ...



$$\left(\frac{2b^2}{a}\right)$$

4. El triángulo ABC tiene vértices $A(1,3)$ y $B(3,5)$ y se sabe que C se encuentra sobre la curva de ecuación

$$9x^2 - 72x - 16y^2 - 32y - 16 = 0.$$

Halle la ecuación del lugar geométrico que describe el punto medio de la mediana del triángulo ABC correspondiente al lado AB; luego, identifique dicho lugar geométrico. (4 Ptos.)

5. Considere la elipse

$$\mathcal{E} : 2x^2 + y^2 - 8x - 6y - 1 = 0.$$

Se sabe que la hipérbola \mathcal{H} tiene eje transverso vertical y dos puntos de la hipérbola \mathcal{H} son los extremos del eje mayor de la elipse. Si además se sabe que la recta $\mathcal{L} : x - y - 3 = 0$ es paralela a una de las asíntotas de \mathcal{H} y dista $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ unidades del centro de \mathcal{H} , halle la ecuación de \mathcal{H} . (4 Ptos.)

Roy Sánchez Gutiérrez

Coordinador de Prácticas:

San Miguel, lunes 30 de septiembre del 2019.

Año 2019 Número 3756
Código de alumno

RECLAMO

Práctica

Medina Céspiz, Jorge Eduardo

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

RECLAMO
17 OCT 2019

Jorge Eduardo Medina

Firma del alumno

Curso: AM 6A

ENTREGADO 10 OCT. 2019

Práctica Nº: 2

Horario de práctica: 11 3

Fecha: 30/09/19

Nombre del profesor: C. Figueiroa

Nota

19

23

JMCY
Firma del jefe de práctica

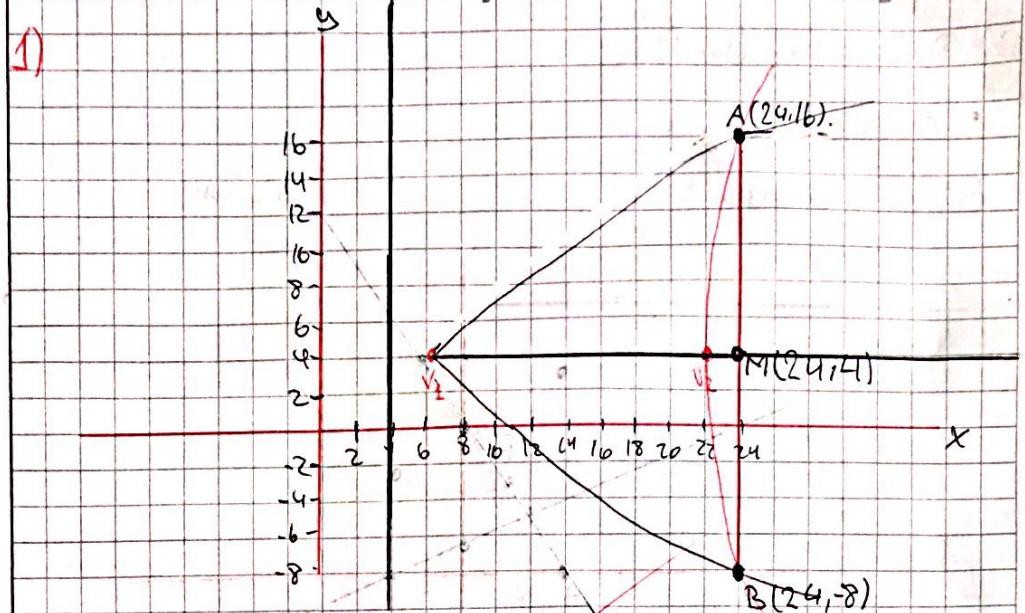
Nombre y apellido: JMCY
(iniciales)

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
 - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
 - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
 - evitar borrones, manchas o roturas;
 - no usar corrector líquido;
 - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)



$$\text{Directriz: } x = 4$$

$$\text{P. Medio de } \overline{AB} = \frac{24+24}{2}, \frac{16-8}{2}$$

$$M = 24, 4$$

$$\text{Eje focal } \parallel \text{eje } X \rightarrow (y-k)^2 = 4p(x-h)$$

$$\text{Vértice } (h, k), \text{ Foco } (h+p, k) \rightarrow \text{Definició: } d(P, F) = d(P, D).$$

$$\text{Eje focal: } y = 4$$

$$\sqrt{(24-x)^2 + (16-4)^2} = 20.$$

$$P = 20.$$

$$720 + x^2 - 48x = 400.$$

$$F_1 \approx 8,4$$

$$F_2 \approx 40,4$$

$$x^2 - 48x + 320 = 0$$

$$\begin{array}{l} x \\ x \\ \hline -40 \\ -8 \end{array} \rightarrow x = 40$$

$$\begin{array}{l} x \\ x \\ \hline -8 \end{array} \rightarrow x = 8$$

$$\sqrt{576 - 48x + x^2 + 144} = 20$$

$$\sqrt{720 - 48x + x^2} = 20$$

$$720 - 48x + x^2 = 400$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 48x + 320 = 0 \\ 720 \\ 400 \\ \hline 320 \\ 48 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\rightarrow \text{Parábol}a 1 \circ 2P = 4$$

$$P = 2.$$

$$V_1 \approx 6,4$$

$$\text{Ecución P}_1: (y-4)^2 = 8(x-6)$$

$$\rightarrow \text{Parábol}a 2 \circ 2P = 36$$

$$P = 18$$

$$V_2 \approx 22,4$$

$$\text{Ecución P}_2: (y-4)^2 = 36(x-22)$$

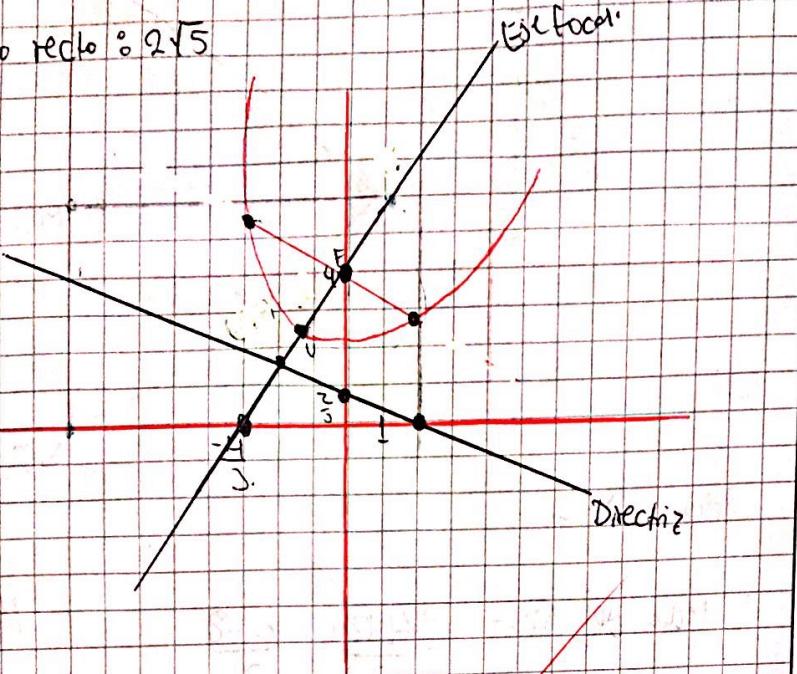
Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

3) Parábola: $F(0,4)$

$$\text{Directriz: } x+3y-2=0 \Rightarrow 0, \frac{2}{3} \wedge 2,0$$

Elipse: Lado recto $\approx 2\sqrt{5}$



3) 4

$$2P = d(F, \text{Directriz}) = \sqrt{\frac{1(0)+3(4)-2}{1^2+3^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} \Rightarrow \sqrt{10}$$

Directriz y eje focal \Leftrightarrow Directriz: $x+3y=2$
 $3y=2-x$
 $y=\frac{2-x}{3}$

Eje focal: $y-4=3(x-0)$

$y=3x+4$

Ec. lado recto: $y-4=-\frac{1}{3}(x)$

$$y=-\frac{1}{3}x+4 \Rightarrow 3y=-x+12 \Rightarrow x+3y-12=0$$

Los extremos del lado recto \in a $x+3y-12=0$ en la parábola, pero son los focos de la elipse.

$F_1(h, \frac{h}{3}+4)$

$\rightarrow \sqrt{10}$ es la distancia del foco de la parábola al extremo del lado recto en la parábola, pero también es la distancia del centro al foco de la elipse.

\rightarrow El centro de la elipse es $(0,4)$ por ser el punto medio de sus focos.

$$\begin{aligned} x+3y-12 &= 0 \\ h-12 &= -3y \\ h+4 &= y \end{aligned}$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$d(C, F_1) = \sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{(h-0)^2 + \left(\frac{h}{3} + 1 - 1\right)^2} = \sqrt{10}$$

$$\sqrt{h^2 + \frac{h^2}{9}} = \sqrt{10}$$

$$h^2 + \frac{h^2}{9} = 10 \Rightarrow \frac{10h^2}{9} = 10$$

$$10h^2 = 90$$

$$h^2 = 9$$

$$h = 3 \quad h = \pm 3$$

En elipse: $F_1: (3, 3) \wedge F_2: (-3, 5)$

$$\rightarrow F_2 \text{ por p.medio de } C \text{ y } F_1 \Rightarrow 0 = \frac{3+x}{2} \Rightarrow 0 = 3+x \Rightarrow x = -3$$

$$4 = \frac{3+y}{2} \Rightarrow 8 = 3+y \Rightarrow y = 5$$

Lado recto elipse: $\frac{2b^2}{a} = 2\sqrt{5} \Rightarrow 2b^2 = 2\sqrt{5}a \Rightarrow b^2 = \frac{\sqrt{5}a}{2}$
 $b^2 = a\sqrt{5}$

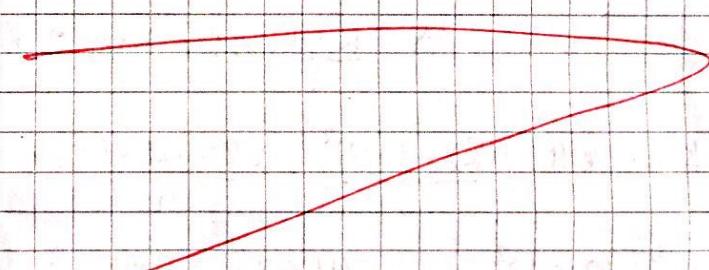
$$a^2 = 10 + a\sqrt{5} \Rightarrow a^2 - a\sqrt{5} - 10 = 0$$

Por. F. general: $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{5-4(1)(-10)}}{2}, \frac{\sqrt{5} - \sqrt{45}}{2} \Rightarrow$ (se descarta el caso con " $-$ " porque resultaría un negativo y una distancia siempre es positiva).

$$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{45}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{5} + \sqrt{9 \cdot 5}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{5} + 3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{4\sqrt{5}}{2} \Rightarrow 2\sqrt{5}$$

$$a = 2\sqrt{5}$$

Por definición: Punto genérico (x, y) . $\sqrt{(x-3)^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x+3)^2 + (y-5)^2} = 4\sqrt{5}$



mas respetuoso
ac...
23.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

4) A(1,3) | Punto Medio = $\frac{1+3}{2}, \frac{3+5}{2} \Rightarrow 2,4$
B(3,5) M

M(2,4)
C E $9x^2 - 72x - 16y^2 - 32y - 16 = 0$.

$$9(x^2 - 8x) - 16(y^2 + 2y) = 16$$

$$9(x^2 - 8x + 16 - 16) - 16(y^2 + 2y + 1 - 1) = 16$$

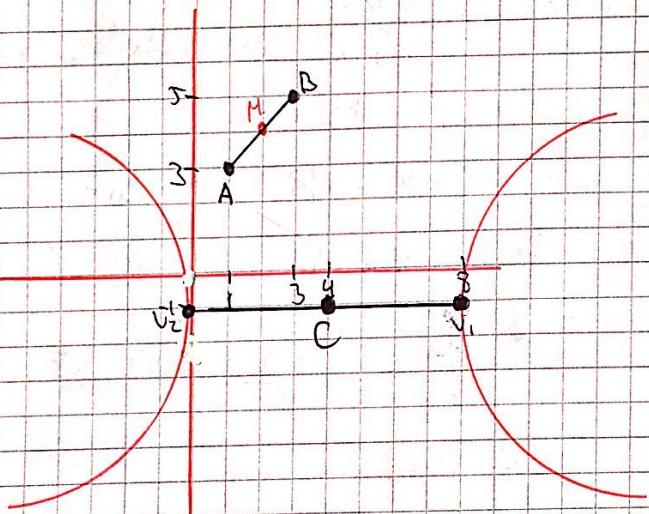
$$9(x-4)^2 - 16(y+1)^2 = 16 + 144 - 16$$

$$\frac{9(x-4)^2}{144} - \frac{16(y+1)^2}{144} = \frac{144}{144}$$

$$\frac{(x-4)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1 \rightarrow C \in \text{a esta hiperbola.}$$

C(h,k)

$$\frac{(h-4)^2}{16} - \frac{(k+1)^2}{9} = 1$$



Q (punto medio de la
mediana del triángulo
correspondiente al lado AB) $\rightarrow X = \frac{h+2}{2} \Rightarrow 2x - h + 2 \Rightarrow h = 2x - 2$

M(2,4).

$$y = \frac{k+4}{2} \Rightarrow 2y = k + 4 \Rightarrow k = 2y - 4$$

Reemplazando en la Ec. de H. $\frac{(2x-2-4)^2}{16} - \frac{(2y-4+1)^2}{9} = 1$

$$\frac{(2x-6)^2}{16} - \frac{(2y-3)^2}{9} = 1 \rightarrow \frac{4(x-3)^2}{16} - \frac{4(y-3)^2}{9} = 1$$

$$\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(y-\frac{3}{2})^2}{\frac{9}{4}} = 1$$

falta identificar
que es una
hiperbola
 $-4 \cdot 0$

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

Presente aquí su trabajo

2) $25x(x-8) - 16y(2-y) + k = 0.$

$$25x(x-8) - 16y(2-y) + k = 0$$

$$(25x^2 - 200x) - (-16y^2 + 32y) + k = 0$$

$$25(x^2 - 8x + 16 - 16) + 16(y^2 - 2y + 1 - 1) = -k$$

$$25(x-4)^2 + 16(y-1)^2 = -k + 16 + 400$$

$$25(x-4)^2 + 16(y-1)^2 = 416 - k.$$

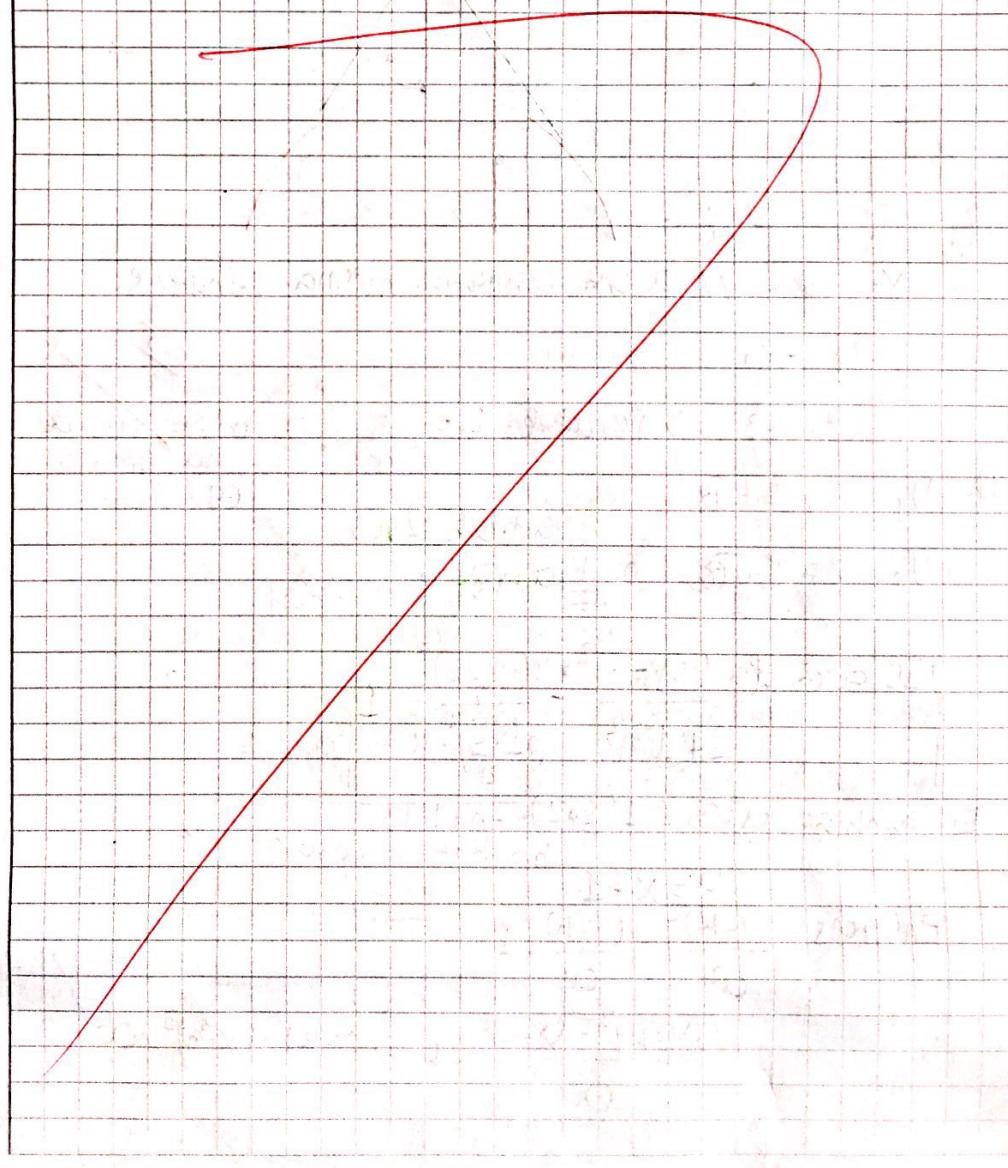
2) 4

a) Conjunto vacío Si $k > 416$

b) Un punto si $k = 416$ (sería el punto $(4, 1)$)

c) Si $k = 16$ $\rightarrow \frac{25(x-4)^2}{400} + \frac{16(y-1)^2}{400} = \frac{400}{400} \Rightarrow \frac{(x-4)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{25}$

Semieje a=5.



Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$5) E: 2x^2 + y^2 - 8x - 6y - 1 = 0.$$

$$2x^2 - 8x + y^2 - 6y - 1$$

$$2(x^2 - 4x + 4 - 4) + (y^2 - 6y + 9 - 9) = 1$$

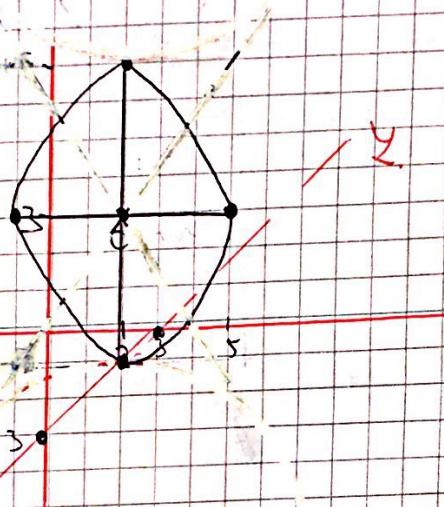
$$2(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1 + 8 + 9$$

$$\frac{2(x-2)^2}{18} + \frac{(y-3)^2}{18} = \frac{18}{18}$$

$$E: \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{18} = 1.$$

$$Y_1 = 2, 3 + \sqrt{18}$$

$$Y_2 = 2, 3 - \sqrt{18}$$



$$H: \frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

2: $x-y-3=0 \parallel$ a un osíntoco = misma pendiente.

$$-y = -x + 3$$

$$y = x - 3 \Rightarrow \text{pendiente } 1 \Rightarrow \frac{a}{b} \Rightarrow a = b \text{ (se trata de una hipérbola equilátera).}$$

$$d(L, C) = \frac{7\sqrt{2}}{2} = \left| \frac{h - k - 3}{\sqrt{2}} \right| \Rightarrow |h - k - 3|$$

Divide en 2 casos: $\bullet Y = h - k - 3$,
debería ser el valor absoluto $-h = -k - 3$
 $h = 10 + k \rightarrow \text{caso 1}$

$$\bullet Y = -h + k + 3$$

$$h = k - 4 \rightarrow \text{caso 2}$$

$$\text{Entonces: } \frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{(y-k)^2 - (x-h)^2}{a^2} = 1 \Rightarrow (y-k)^2 - (x-h)^2 = a^2.$$

$$\frac{49 \cdot 2}{4} = \frac{98}{4}$$

$$\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

18

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$(3+\sqrt{18}-k)(3+\sqrt{18}-k)$$

$$9 + 3\sqrt{18} - 3k + 3\sqrt{18} + \\ 2\sqrt{18} - k\sqrt{18} - 3k - k\sqrt{18} + k^2$$

$$\frac{9 + 8\sqrt{18} - 6k - 2k\sqrt{18} + k^2}{(3+\sqrt{18}-k)^2}$$

$$(3-\sqrt{18}-k)(3-\sqrt{18}-k)$$

$$9 - 3\sqrt{18} - 3k - 3\sqrt{18} + 2\sqrt{18} + \\ k\sqrt{18} - 2k + k\sqrt{18} + k^2$$

$$\frac{9 - 4\sqrt{18} - 6k + 2k\sqrt{18} + k^2}{(3-\sqrt{18}-k)^2}$$

Como los vértices de la elipse $\in H$, estos deben cumplir la ecuación de H .

$$(3 + \sqrt{18} - k)^2 - (2-h)^2 = a^2$$

$$(3 - \sqrt{18} - k)^2 - (2-h)^2 = a^2$$

$$-(3 + \sqrt{18} - k)^2 + (2-h)^2 = -a^2$$

$$(3 - \sqrt{18} - k)^2 - (2-h)^2 = a^2$$

$$-(3 + \sqrt{18} - k)^2 + (2-h)^2 = -(3 - \sqrt{18} - k)^2 + (2-h)^2$$

$$-(3 + \sqrt{18} - k)^2 = -(3 - \sqrt{18} - k)^2$$

$$-9 - 8\sqrt{18} + 6k + 2k\sqrt{18} - k^2 = -9 + 4\sqrt{18} + 6k - 2k\sqrt{18} - k^2$$

$$-8\sqrt{18} + 2k\sqrt{18} = 4\sqrt{18} - 2k\sqrt{18}$$

$$-12\sqrt{18} = -4k\sqrt{18}$$

$$-12 = -4k$$

$$k = 3 \quad 1.0$$

Reemplazo en mis ecuaciones previas
de Caso:

$$\bullet h = 10 + 3$$

$$\text{No cumple la igualdad!} \quad \leftarrow h = 13 \quad x$$

$$\bullet h = 3 - 4$$

$$h = -1 \quad 1.0$$

Centro Hipérbola: $(-1, 3)$

$$\text{Halla } a^2 : (3 + \sqrt{18} - 25)^2 - (2+1)^2 = a^2$$

$$18 - 9 = a^2$$

$$0.5 \quad a^2 = 9 \quad \rightarrow \text{Como es una hipérbola, } a = b.$$

$$1.0 \quad \boxed{\frac{(y-3)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{9} = 1} \quad 1.0$$

$$\text{Elipse: } \frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

a = c. vértice
b = c. eje menor/extremo.
c = c. focos.

$$\text{Hipérbola: } \frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

INDICACIONES AL ALUMNO

- Llene con más esmero la carátula.
- Presente con más claridad su trabajo.
- Presente con más limpieza su trabajo.
- Haga los cálculos con más esmero.
- Ordene mejor su presentación.
- Explique mejor su procedimiento.
- Dibuje mejor los croquis.
- Tabule mejor los datos.
- El profesor desea hablar con usted.
- Venga mejor preparado.

Notas parciales	
Pregunta	Nota
1	4.0
2	4.0
3	4.0
4	3.0
5	4.0
6	
7	
8	
Total	19.0

Estudios Generales Ciencias

 facultad.pucp.edu.pe/generales-ciencias/

Contiene lo referente a las actividades realizadas en la unidad, así como información que le será de utilidad.

 facebook.com/eeggcc

 buzon20@pucp.edu.pe

Para realizar preguntas sobre algún aspecto del reglamento cuya lectura no deje claro, dar sugerencias, solicitar información sobre el proceso de egresados o acreditación de idiomas, realizar observaciones a la relación de cursos permitidos y lo relacionado sobre los procesos de matrícula, etc.

 626-2000 Anexos 5200, 5210, 5242