PUCP
Estudios
Generales Ciencias

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Primera Práctica Calificada

Semestre Académico 2024 -1

Horario: 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116

Duración: 110 minutos

Elaborado por todos los profesores

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión de los puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación sólo podrán hacerlo después de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

Indicaciones:

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas ni computadora personal.
- Puede usar cualquier calculadora que no realice gráficas ni sea programable (Calculadora sugerida $fx-991SPX$).
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

1. Responda las siguientes preguntas. Justifique sus respuestas.

   a) Sean los puntos $A(-2;-4)$ y $B(4;5)$, ¿existe algún punto de trisección del segmento $\overline{AB}$ que tenga abscisa negativa? Si su respuesta es afirmativa, halle las coordenadas de dicho punto.
   (1.5 puntos)

   b) Sea el punto $Q(-1;3)$, ¿existe algún punto sobre la recta $x=\dfrac{13}{2}$ tal que su distancia hacia el punto Q sea $\dfrac{15}{2}$ unidades? Si su respuesta es afirmativa, halle las coordenadas de dicho punto.
   (1.5 puntos)

   c) Sean los puntos $A(2;3)$, $B(-1;4)$ y $C(k;1)$ con $k \in \mathbb{R}$, ¿es posible encontrar un valor de k para que los tres puntos sean colineales? Si su respuesta es afirmativa, halle las coordenadas de dicho punto.
   (2 puntos)

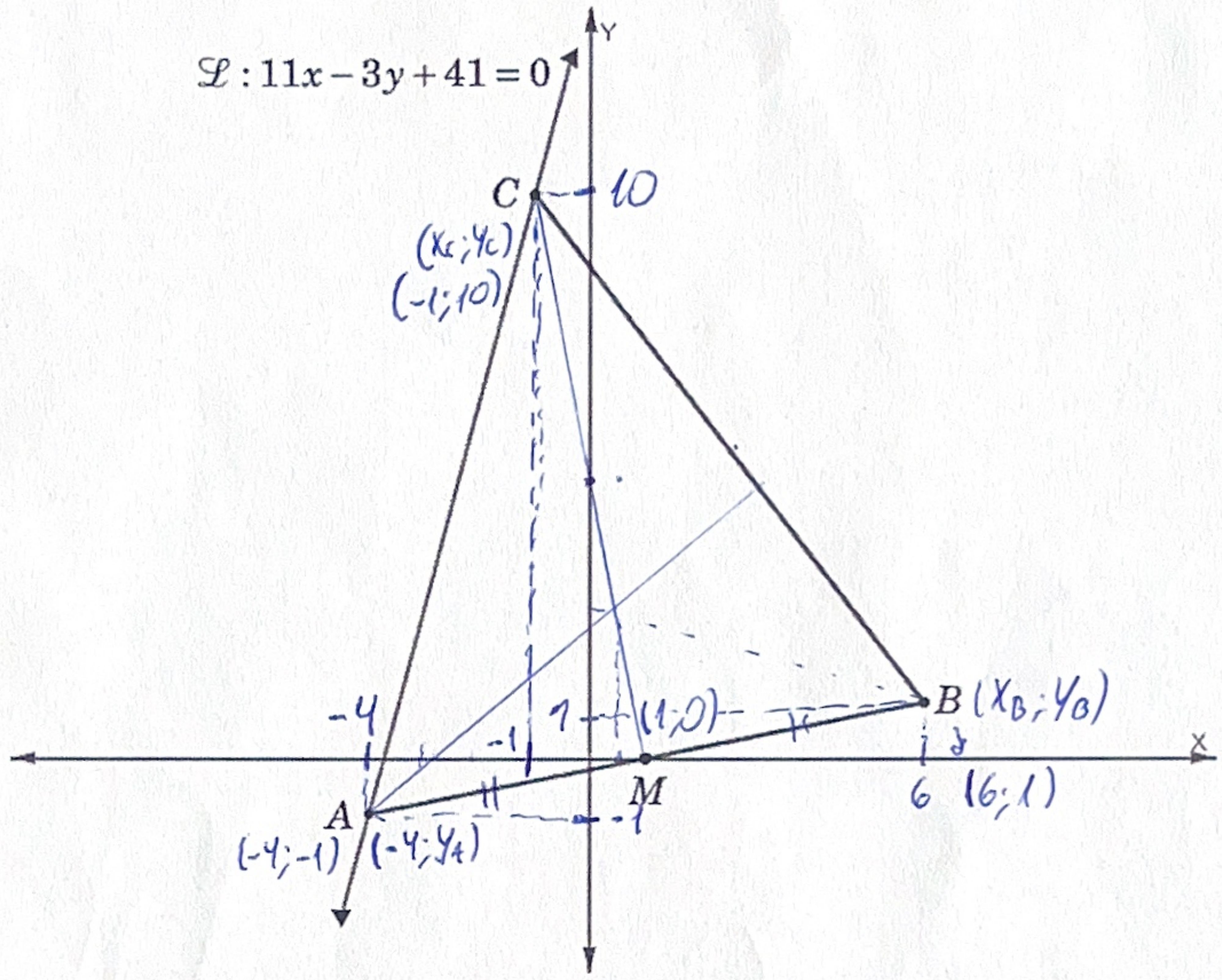
2. Se tiene un triángulo ABC cuyos vértices son $A(-3;2)$,$B(3;6)$ y $C(7;-2)$.

   a) Halle las ecuaciones de las rectas que contienen a los lados del triángulo. (1.5 puntos)

   b) Mediante un sistema de desigualdades describa la región comprendida por el interior y la frontera del triángulo ABC.
   (1.5 puntos)

   c) Halle las coordenadas del punto P que pertenece al segmento $\overline{AC}$ de manera que $\dfrac{d(A,C)}{d(P,C)}=\dfrac{7}{4}$.
   (2 puntos)

3. En la figura se muestra un triángulo isósceles ABC, de lado desigual $\overline{AB}$, y una recta $\mathscr{L}$ que contiene al lado $\overline{AC}$.



Además, se sabe lo siguiente:

- La abscisa del punto A es -4.
- $M(1;0)$ es punto medio del lado $\overline{AB}$.

a) Halle las coordenadas de los vértices A, B y C. (3 puntos)

b) Halle las coordenadas del ortocentro del triángulo ABC. (2 puntos)

4. Sea la recta $L_1 : x - 4y + 6 = 0$ y la recta L_2 que es paralela a L_1 y pasa por el punto $(4;3)$.

a) Grafique las rectas L_1 y L_2 mostrando los interceptos con los ejes de coordenadas. (2 puntos)

b) Halle la ecuación que satisfacen los puntos $P(x, y)$ del plano cuya distancia a L_2 sea el triple que su distancia a L_1. (1.5 puntos)

c) Simplifique la ecuación hallada en el item b) e identifique cuál sería su gráfica. (1.5 puntos)

Coordinador de prácticas: Elton Barrantes

San Miguel, 8 de abril 2024.

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

ET LUX IN TENEBRIS LUCET
MCMXVII

PUCP

Año: 2024

Número: 1028

19

Práctica

Código de alumno

Gastelo Marchán Juan Antonio

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: Algebra Matricial y Geometría Analítica

Práctica Nº: 1

Horario de práctica: P102

Fecha: 08/04/24

Nombre del profesor: Elton Barrantes Requejo

Nota

19

JYa

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: (iniciales) Josep Yarihgaño

I N D I C A C I O N E S

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

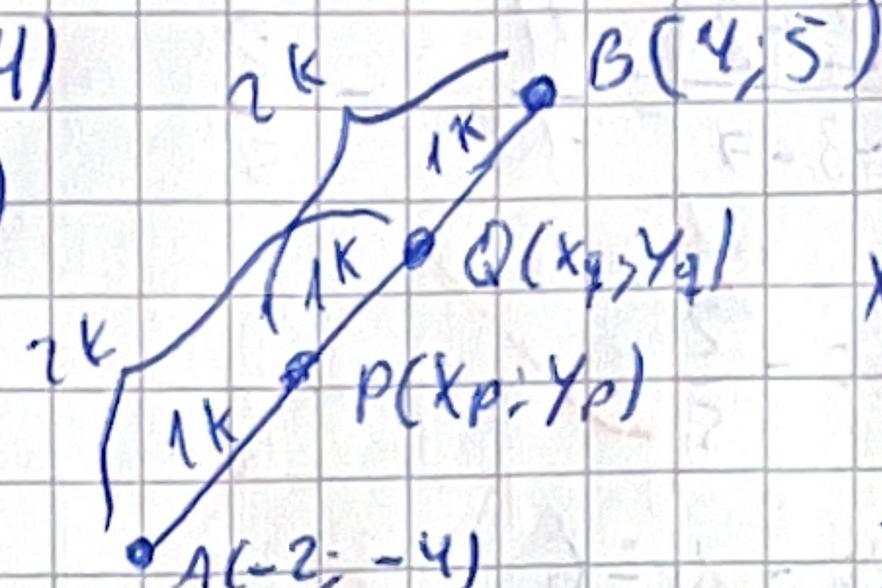
5.0/5.0

Presente aquí su trabajo

1: a) $A(-2;-4)$

$B(4;5)$

1.5/1.5



$x_p = \frac{4(1)+(-2)(2)}{3}$; $x_q = \frac{4(2)+(-2)(1)}{3}$

$x_p = \frac{4-4}{3} = \frac{0}{3}$; $x_q = \frac{8-2}{3} = \frac{6}{3}$

$x_p = 0$; $x_q = 2$

$P(0; y_p)$; $Q(2; y_q)$

No hay ningún punto de trisección del segmento $\overline{AB}$ que tenga abscisa negativa.

b) $Q(-1;3)$

$P\left(\frac{13}{2}; y_p\right)$, $y_p \in \mathbb{R}$

$d(Q;P) = \frac{15}{2}$

$\sqrt{\left(\frac{13}{2}+1\right)^2 + (y_p-3)^2} = \frac{15}{2}$

$\left(\frac{15}{2}\right)^2 + (y_p-3)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2$

$(y_p-3)^2 = 0$

$y_p = 3$

Existe un punto que cumple las condiciones, el punto $P\left(\frac{13}{2}; 3\right)$.

1.5/1.5

c) $A(2;3)$

$B(-1;4)$

$C(K;1)$; $K \in \mathbb{R}$

Para que A, B y C sean colineales.

$m_{AB} = m_{BC} = m_{AC}$

$\frac{4-3}{-2-1} = \frac{4-1}{-1-K}$

$-\frac{1}{3} = \frac{3}{-1-K}$

$-1(-1-K) = 3 \cdot 3$

$1+K = 9$

$K = 8$ ①

Reemplazando ①

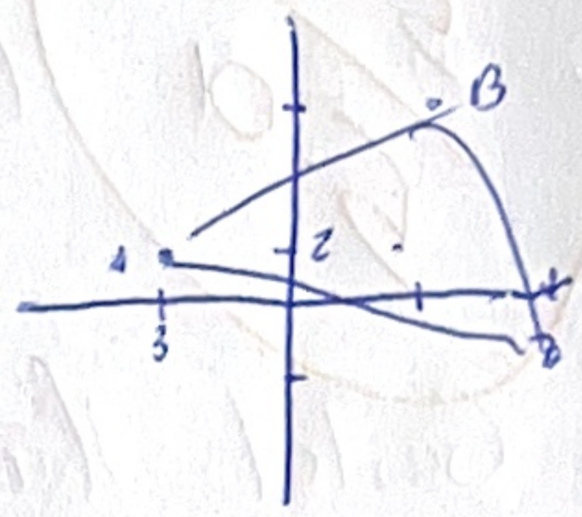
$\frac{1-3}{8-2} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$

Para que los tres puntos sean colineales, K debe tomar el valor de 8.

2.0/2.0

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)



4.5/5.0

2: $A(-3;2)$, $B(3;6)$, $C(7;-2)$

a) $\mathcal{L}_{AC}$: $m_{AC} = \dfrac{2+2}{-3-7} = \dfrac{4}{-10} = -\dfrac{2}{5}$

$m_{AC} = \dfrac{y-2}{x+3} = -\dfrac{2}{5}$

$\mathcal{L}_{AC}: 5y - 10 = -2x - 6$

$\mathcal{L}_{AC}: 2x + 5y - 4 = 0$

$\mathcal{L}_{BC}$: $m_{BC} = \dfrac{6+2}{3-7} = \dfrac{8}{-4} = -2$

$m_{BC} = \dfrac{y-6}{x-3} = -2$

$\mathcal{L}_{BC}: y - 6 = -2x + 6$

$\mathcal{L}_{BC}: 2x + y - 12 = 0$

1.0/1.5

$\mathcal{L}_{AB}$: $m_{AB} = \dfrac{6-2}{3+3} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

$m_{AB} = \dfrac{y-2}{x+3} = \dfrac{2}{3}$

$\mathcal{L}_{AB}: 3y - 6 = 2x + 3$ 6

$\mathcal{L}_{AB}: 2x - 3y + 9 = 0$ 12

b) ~~En todo triángulo, el baricentro está dentro de~~

Punto de prueba: $G\left(\dfrac{-3+3+7}{3}; \dfrac{2+6-2}{3}\right)$ → Baricentro del triángulo ABC.

$G\left(\dfrac{7}{3}; 2\right)$

$\mathcal{L}_{AC}: 2\left(\dfrac{7}{3}\right) + 5(2) - 4 \;\square\; 0$

$\dfrac{14}{3} + 10 - 4 \;\square\; 0$

$14 + 30 - 12 \geq 0$

$32 \geq 0$

$\mathcal{L}_{AC}: 2x + 5y - 4 \geq 0$

$\mathcal{L}_{BC}: 2\left(\dfrac{7}{3}\right) + 2 - 12 \;\square\; 0$

$\dfrac{14}{3} + 2 - 12 \;\square\; 0$

$14 + 6 - 36 \leq 0$

$-16 \leq 0$

$\mathcal{L}_{BC}: 2x + y - 12 \leq 0$

$\mathcal{L}_{AB}: 2\left(\dfrac{7}{3}\right) - 3(2) + 9 \;\square\; 0$

$\dfrac{14}{3} - 6 + 9 \;\square\; 0$

$14 - 18 + 27 \geq 0$

$23 \geq 0$

$\mathcal{L}_{AB}: 2x - 3y + 9 \geq 0$ 12

Sistema de desigualdades:

$$\begin{cases} 2x + 5y - 4 \geq 0 \\ 2x + y - 12 \leq 0 \\ 2x - 3y + 9 \geq 0 \end{cases}$$ 12

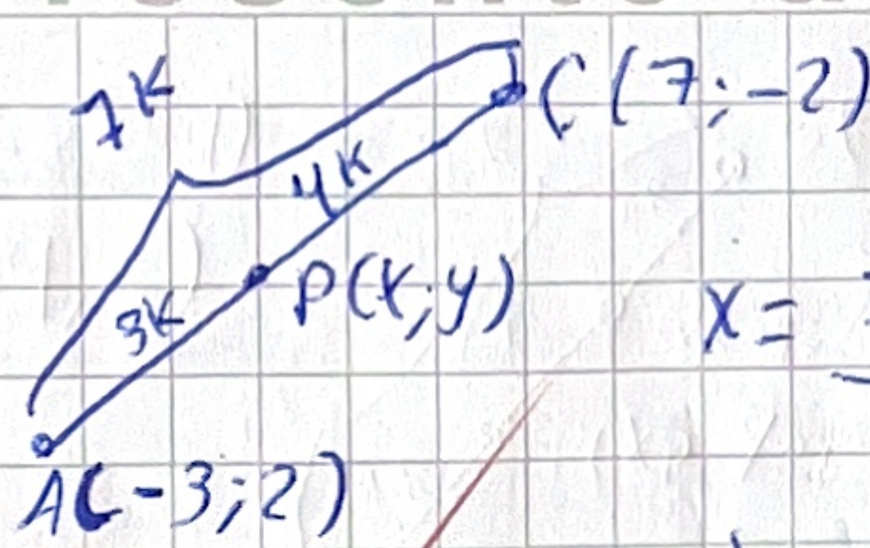
arrastra error.

1.5/1.5

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

2 c)



$\dfrac{d(A;C)}{d(P;C)} = \dfrac{7}{4}$

$x = \dfrac{7(3)+(-3)(4)}{7+4}$; $y = \dfrac{(-2)(3)+(4)(2)}{7+4}$

$x = \dfrac{21-12}{7}$; $y = \dfrac{-6+8}{7}$

$x = \dfrac{9}{7}$; $y = \dfrac{2}{7}$

$P\left(\dfrac{9}{7}; \dfrac{2}{7}\right)$

$\dfrac{2.0}{2.0}$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$\dfrac{5.0}{5.0}$

3.- $A(-4; y_a)$

a) $B(x_B; y_B)$

$C(x_C; y_C)$

Al ser isosceles:

$\overline{CM} \perp \overline{AB}$

$M(1;0)$ es punto medio de $\overline{AB}$

$\overline{AC}$ está contenido en $\mathcal{L}: 11x - 3y + 41 = 0$

$A \in \mathcal{L}: \dfrac{11x}{3} + \dfrac{41}{3} = y$

$C \in \mathcal{L}: y = \dfrac{11x}{3} + \dfrac{41}{3} \rightarrow m_{\mathcal{L}} = \dfrac{11}{3}$

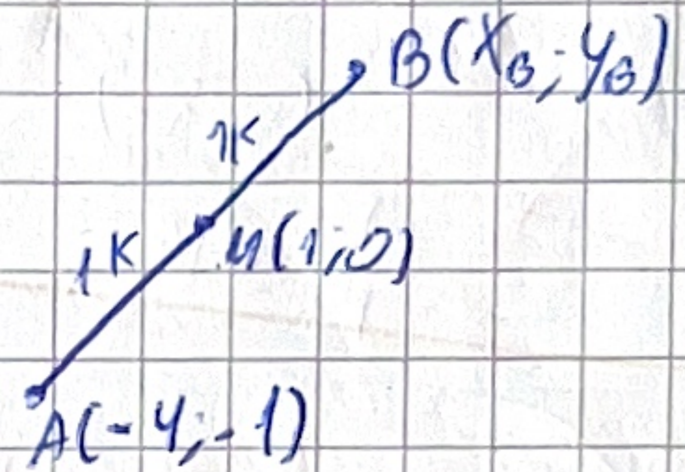
$A \in \mathcal{L} \rightarrow 11(-4) - 3y_a + 41 = 0$

$\dfrac{-44 + 41}{3} = y_a$

$-\dfrac{3}{3} = y_a$

$\underline{y_a = -1}$

$\boxed{A(-4; -1)}$



$1 = \dfrac{x_B - 4}{2}$; $0 = \dfrac{y_B - 1}{2}$

$2 + 4 = x_B$; $\underline{y_B = 1}$

$\underline{x_B = 6}$

$\boxed{B(6; 1)}$

$3.0/3.0$

$m_{AC} = m_{\mathcal{L}}$

$\dfrac{y_C + 1}{x_C + 4} = \dfrac{11}{3}$

$3y_C + 3 = 11x_C + 44$

$\mathcal{L}: 11x_C - 3y_C + 41 = 0$

$\overline{CM} \perp \overline{AB}$ $\quad m_{CM} = \dfrac{y_C - 0}{x_C - 1} = \dfrac{y_C}{x_C - 1}$ $\quad m_{AB} = \dfrac{1+1}{6+4} = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5}$

$m_{CM} \cdot m_{AB} = -1$

$\dfrac{y_C}{x_C - 1} \cdot \dfrac{1}{5} = -1$

$\dfrac{y_C}{x_C - 1} = -5$

$y_C = -5x_C + 5$

$\mathcal{L}_{CM}: 5x_C + y_C - 5 = 0 \ldots (1)$

$C \in \mathcal{L}$
$C \in \mathcal{L}_{CM}$
$\begin{cases} 11x_C - 3y_C + 41 = 0 \\ 15x_C + 3y_C - 15 = 0 \end{cases}$

$26x_C + 26 = 0$

$26(x_C + 1) = 0$

$\underline{x_C = -1} \ldots (2)$

Reemplazando (2) en (1)

$5(-1) + y_C - 5 = 0$

$y_C = 5 + 5$

$y_C = 10$

$\boxed{C(-1; 10)}$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

3-b) Ortocentro: intersección de alturas

Al ser ABC isósceles: $\mathcal{L}_{CM}$ es la altura trazada desde el vértice C.

$\mathcal{L}_{H_1}: 5x + y - 5 = 0$ ... (4)

La altura trazada desde B es $\mathcal{L}_{H_B}$

$\mathcal{L}_{H_B} \perp \overline{AC} \rightarrow \mathcal{L}_{H_B} \perp \mathcal{L}$

$m_{HB} \cdot m_{AC} = -1$

$m_{HB} \cdot m_{\mathcal{L}} = -1$

$m_{HB} \cdot \frac{11}{3} = -1$

$m_{HB} = \frac{-3}{11}$

$B \in \mathcal{L}_{HB}$

$m_{HB} = \frac{y-1}{x-6} = -\frac{3}{11}$

$\mathcal{L}_{HB}: 11y - 11 = -3x + 18$

$\mathcal{L}_{HB}: 3x + 11y - 29 = 0$

Ortocentro $O(x_0; y_0) \in \mathcal{L}_{H_1}$

$O(x_0; y_0) \in \mathcal{L}_{HB}$

$$\begin{cases} 3x_0 + 11y_0 - 29 = 0 \\ -55x_0 - 11y_0 + 55 = 0 \end{cases}$$

$-52x_0 + 26 = 0$

$26 = 52x_0$

$\frac{26}{52} = x_0$

$\frac{1}{2} = x_0$ ... (3)

Reemplazando (3) en (4)

$5\left(\frac{1}{2}\right) + y_0 - 5 = 0$

$5 + 2y_0 - 10 = 0$

$2y_0 = 10 - 5$

$y_0 = \frac{5}{2}$

$O\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$

2.0/20

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

4/5.0

4= $\mathcal{L}_1: x-4y+6=0 \to \underbrace{\frac{1}{4}}_{m_1}x+\frac{6}{4}=y$

a) $\mathcal{L}_1 \parallel \mathcal{L}_2 \to m_1 = m_2$

$B(4;3) \in \mathcal{L}_2$ $\quad m_1 = \frac{1}{4}$ $\quad m_2 = \frac{y-3}{x-4} = \frac{1}{4}$

$\mathcal{L}_2$: $\quad m_2 = \frac{1}{4}$ $\quad \mathcal{L}_2: 4y-12 = x-4$

$\mathcal{L}_2: x-4y+8=0$

$\mathcal{L}_1: x-4y+6=0$

$x=0 \to y=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

$(0;\frac{3}{2})$

$y=0 \to x=-6$

$(-6;0)$

$m_1 = \frac{1}{4}$

$\mathcal{L}_2: x-4y+8=0 \to \frac{1}{4}x+\frac{8}{4}=y$

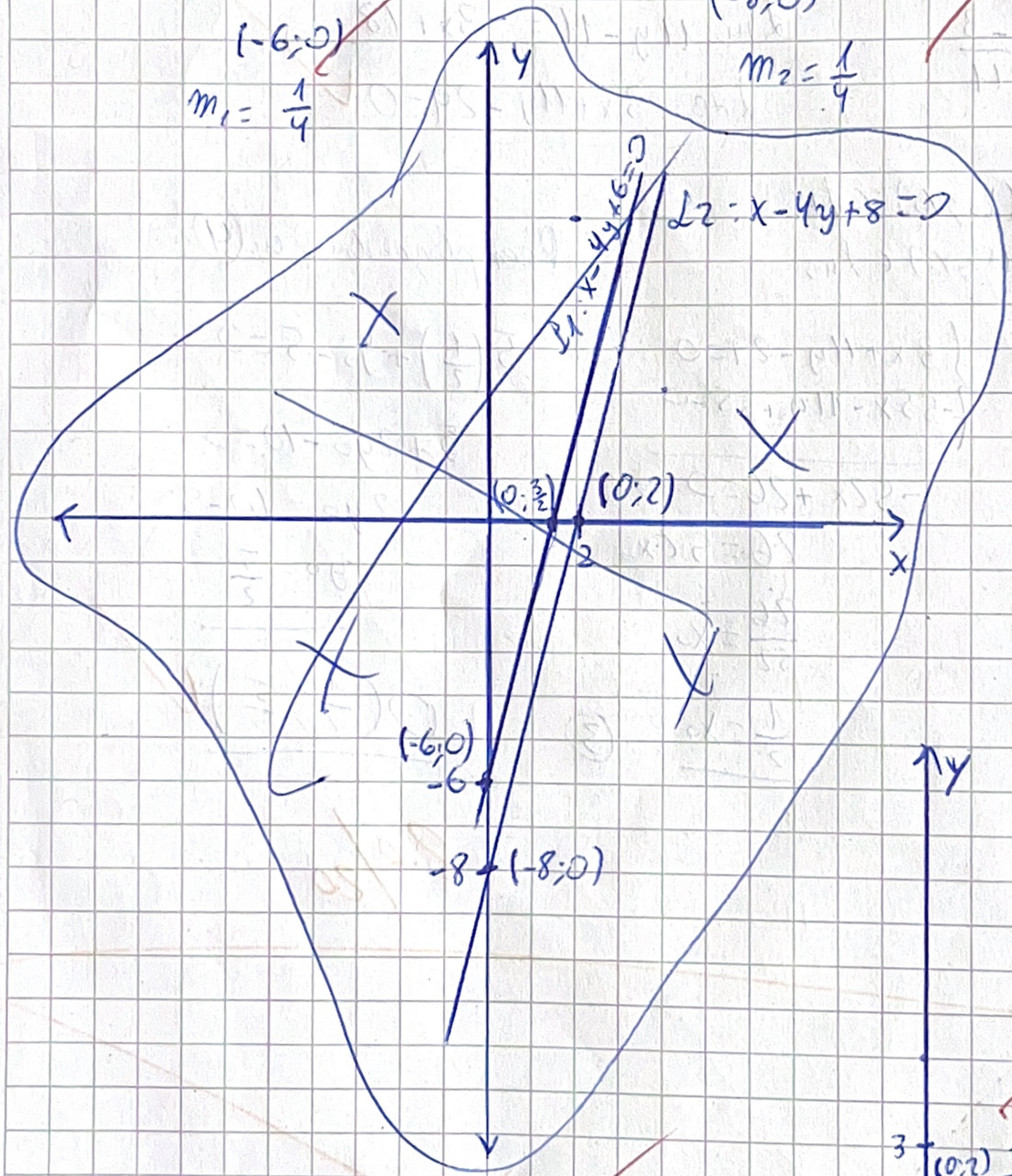
$x=0 \to y=2$

$(0;2)$

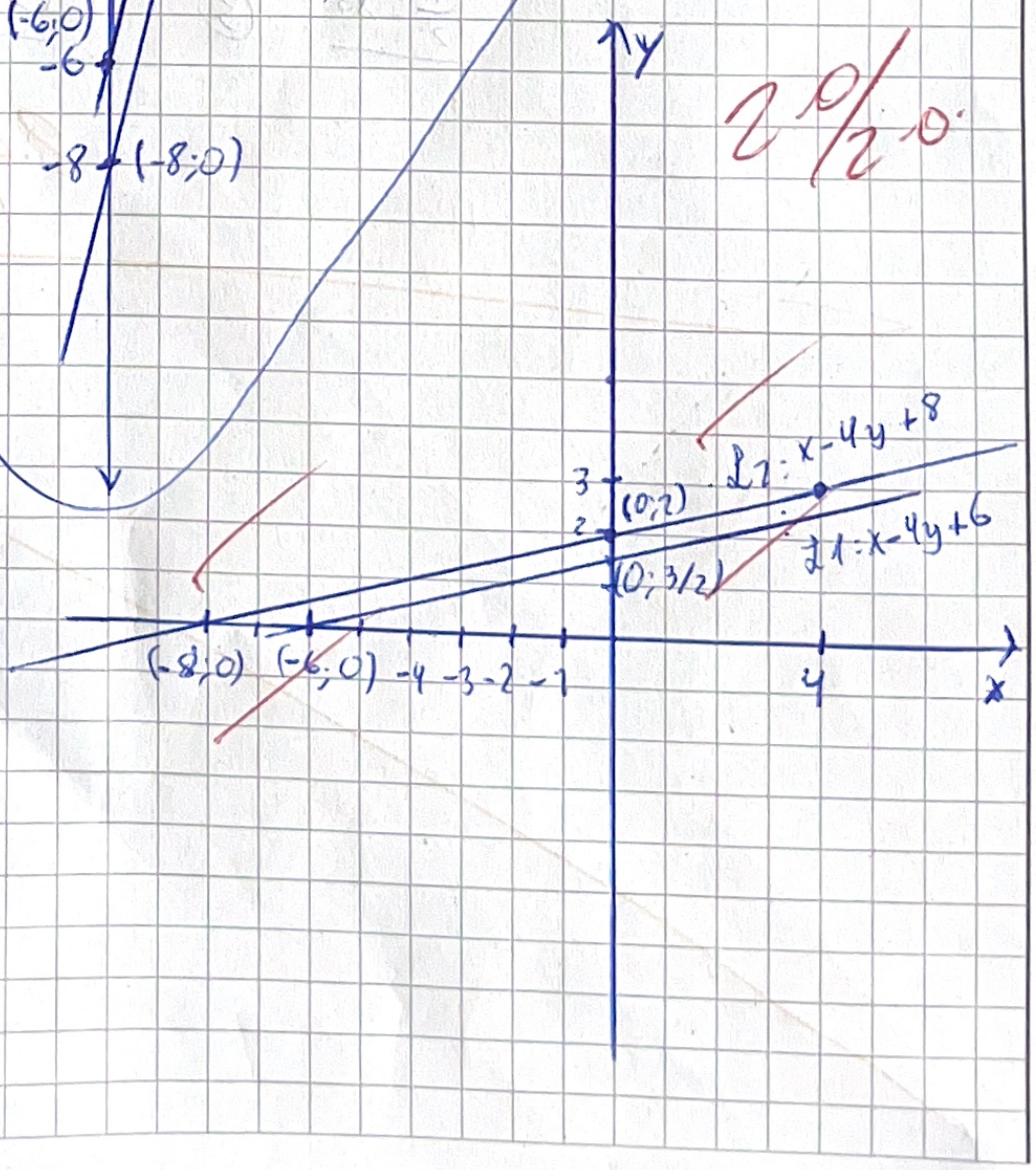
$y=0 \to x=-8$

$(-8;0)$

$m_2 = \frac{1}{4}$



2.0/2.0



Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

~~4b)~~

4b) $P(x;y)$

$\mathcal{L}6: d(P;\mathcal{L}_2) = d(P;\mathcal{L}_1)\cdot 3$

$\frac{|x-4y+8|}{\sqrt{1^2+(-4)^2}} = \frac{|x-4y+8|}{\sqrt{1^2+(-4)^2}}\cdot 3$

$|x-4y+8| = |3x-12y+24|$

$x-4y+8 = 3x-12y+24$ o $x-4y+8 = -3x+12y-24$

$0 = 2x-8y+16$ $\quad$ $4x-16y+32=0$

$0 = x-4y+8$ $\quad$ $x-4y+8=0$

$\mathcal{L}.6: x-4y+8=0$

$d(P;\mathcal{L}_2) = x = 3y$

$d(P;\mathcal{L}_1) = y$

1.5/1.5

4b) $P(x;y)$ punto del $\mathcal{L}.6$: $d(P;\mathcal{L}_2) = 3\cdot d(P;\mathcal{L}_1)$

$\frac{|x-4y+8|}{\sqrt{1^2+(-4)^2}} = \frac{3\,|x-4y+6|}{\sqrt{1^2+(-4)^2}}$

$|x-4y+8| = |3x-12y+18|$

0.5/1.5

~~$x-4y+8 = 3x-12y+18$ o $x-4y+8 = -3x+12y-18$~~

~~$2x-8y+10=0$~~ $\quad$ ~~$4x-16y+26=0$~~

~~$x-4y+5=0$~~ $\quad$ ~~$2x-8y+13=0$~~

$(x-4y+8)^2 = (3x-12y+18)^2$

$-72xy\ 9x^2+144y^2+324+108x = x^2+16y^2+64-8xy+16x-64y+432y$

~~$8x^2+128y^2-64xy+92x-368y+260=0 : \mathcal{L}.6.$~~

~~c) $2x^2+32y^2-16xy+23x-92y+65=0$~~

~~esta ecuación se refiere a una parábola oblicua.~~

$|a| = |b|$

$\Rightarrow a=6 \vee a=-6$

Rectas paralelas.