ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

ET LUX IN TENEBRIS LUCET MCMXVII PUCP

Práctica

Año: 2022 Número: 2011

Código de alumno

Luque Hanco John Wuilder

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: FCAL

Práctica Nº: P2

Horario de práctica: P-102

Fecha: 22/09/22

Nombre del profesor: Liliana Puchuri

Nota

19

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: (iniciales) E.EL

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la correción gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

PREGUNTA 1

a) Dominio de f:

$Dom_f = [-5;0[\cup]1;3[\cup]5;7[\cup \{4\}$

Rango de f

$Ran_f = [0;4[\cup \{5;6\}$

2

b) el punto (-5,0) es una intersección con ~~los~~ el eje X y el punto (-3,0) tambien porque se puede ver en el primer tramo que es continuo, así que si se considera, pero el punto (0,0) no, porque nos indica que esta abierto

∴ las cordenadas de los puntos de intersección de f con los ejes de coordenadas son:

(-5,0) y (-3,0)

c) El conjunto de los valores de x para los cuales:

f(x) es mínimo

el minimo f(x) es cero en los puntos (-5,0) y (-3,0)

$x \in \{-5,-3\}$

f(x) es máximo

el maximo f(x) es seis, cuando $x \in]5;7[$

∴ Conjunto de valores de x para f(x) sea mínimo:

$x \in \{-5;-3\}$

Conjunto de valores de x para f(x) sea máximo

$x \in]5;7[$

Escaneado con CamScanner

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

PROBLEMA 2

a. $\sqrt{x-\sqrt{2x+5}}+2 \geq 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{\sqrt{x-\sqrt{2x+5}} \geq -2}$

Esto se cumple siempre, ya que el resultado de una raíz cuadrada siempre ~~será positivo o no positivo siempre~~ será no negativo y un no negativo siempre será mayor a un negativo

$\Rightarrow$ hasta el momento $x \in \mathbb{R}$ pero falta restringir algunos valores

$\Rightarrow$ Por estar dentro de una raíz:

$x-\sqrt{2x+5} \geq 0 \quad \wedge \quad 2x+5 \geq 0$, $x \geq 0$

Faltó mencionar

$x \geq \sqrt{2x+5}$ positivo

entonces x también es positivo por ser $\geq$

$x \geq -\frac{5}{2}$

$x \geq -2{,}5$

$\Rightarrow$ elevamos al cuadrado

2

$\Rightarrow x^2 \geq 2x+5$

$x^2-2x-5 \geq 0$

$\Delta=(-2)^2-4(1)(-5)$

$\Delta=4+20$

$\Delta=24$

Formula General

$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{+2 \pm \sqrt{24}}{2}=\frac{2 \pm 2\sqrt{6}}{2}=1 \pm \sqrt{6}$

$\Rightarrow (x-(1+\sqrt{6}))(x-(1-\sqrt{6})) \geq 0$

+ − +

$-2{,}5$ $1-\sqrt{6}$ $\approx -1{,}4$ $1+\sqrt{6}$ $\approx 3{,}4$ ∞

INTERSECTANDO

$CS=[-2{,}5; 1-\sqrt{6}] \cup [1+\sqrt{6}; \infty[$

$\sqrt{x-\sqrt{2x+5}}+2 \geq 0$

$\boxed{\sqrt{\bigcirc} \geq -2}$

$x-\sqrt{2x+5} \geq 0$

$x \geq \sqrt{2x+5}$

$x^2 \geq 2x+5$

$x^2-2x-5 \geq 0$

$\Delta=4-4(-5)$

$\boxed{\Delta=4+20}$

2 3

2,4

2,5

2,5

125

50

625

24 $6x4$

$3x2x4$

$8x3$ 8

$6\sqrt{2}$

$2\sqrt{6}$

2,4 2,3

3,4 2 3

4−2,4 69

0,4 46

5,29

Escaneado con CamScanner

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

20-4
16

Presente aquí su trabajo

PROBLEMA 2

b) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{20+x-x^2}} + \dfrac{1}{4-|x-1|}$

Dominio Implícito sería que el denominador no puede ser 0 y el interior de la raíz tiene que ser mayor o igual que 0

⇒ en conclusión, lo de adentro de la raíz tien que sor mayor que 0 (>0)

$(20+x-x^2>0)$... I

Dominio Implicado sería restringir los valores de x donde el denominador sea 0

$(4-|x-1|\neq 0)$.. II

⇒ trabajando I

$0<20+x-x^2$

$x^2-x-20<0$

x 4
x -5

$(x+4)(x-5)<0$

+ -4 5 +

⇒ $x \in]-4;5[$

trabajando II

con su complemento

$4-|x-1|=0$

$|x-1|=4$

$x=-3 \vee x=5$

⇒ x no puede ser -3 y tampoco 5

$x\neq -3 \wedge x\neq 5$

porque si fueran -3 o 5, el denominador sería 0

lo cual no puede pasar

∴ Dominio implícito:

$Dom_{f(x)}:]-4;5[- \{-3\}$

valores que x puede tomar

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

PROBLEMA 3

a) $f(x) = 1 - x^2$, $-3 \leq x < 3$

$g(x) = x - 1$, $x \geq 0$

~~$\frac{f}{g}(x) = \frac{1-x^2}{x-1}$; $Dom \frac{f}{g}(x) = \ldots$~~

$\frac{f}{g}(x) = \frac{1-x^2}{x-1}$; $Dom \frac{f}{g}(x) = Dom f \cap Dom g - \{x : g(x) = 0\}$

$\Rightarrow$ Dominio implicito o tambien llamado "el valor de x cuando g(x) es cero" se restringe

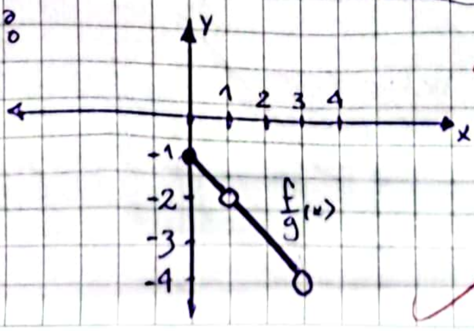
2

$\Rightarrow \frac{f}{g}(x) = \frac{(1-x)(1+x)}{(x-1)} = -1 - x$; $x \neq 1$

$\Rightarrow \frac{f}{g}(x) = -1 - x$; $0 \leq x < 3 \wedge x \neq 1$

$\therefore \frac{f}{g}(x) = -1 - x$; $Dom \frac{f}{g}(x) = [0;3[- \{1\}$

b) Gráfica:

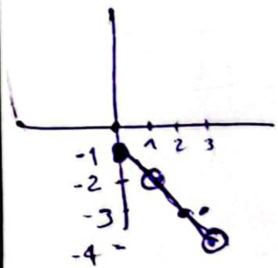


2

$\frac{f}{g}$ $\frac{1-x^2}{(x-1)}$

$\frac{(1-x)(1+x)}{(x-1)}$

$0 \leq x$



Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$2 \leq C \leq 10$

$2 \leq \frac{5}{9}(F-32) \leq 10$

$18 \leq 5(F-32) \leq 90$

$[2; 10]$

$C = \frac{5}{9}(F-32)$

$9c = 5(F-32)$

$\frac{9c}{5} + F - 32$

$32 + 3,6 = 35,6$

$90 \div 5 = 18$

$18 \div 5 = 3,6$

$3,6 \times 5 = 18,0$

Presente aquí su trabajo

4

$$C = \frac{5}{9}(F-32)$$

despejando F

$$\frac{9}{5}C = F - 32$$

$$\frac{9C}{5} + 32 = F$$

=> ~~pos~~ transformamos

$$2 \leq C \leq 10$$

$$\xrightarrow{\times 9} 18 \leq 9c \leq 90$$

$$\xrightarrow{\div 5} \frac{18}{5} \leq \frac{9c}{5} \leq 18$$

$$\xrightarrow{+32} 3,6+32 \leq \underbrace{\frac{9c}{5}+32} \leq 18+32$$

$$35,6 \leq F \leq 50$$

∴ Intervalo de temperatura que corresponde a Fahrenheit es

$$[35,6 ; 50]$$

2

Escaneado con CamScanner

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

PROBLEMA 5

$$f(x) = -x^2 + 2bx - 1 \quad , \quad x \geq b - 1$$

a) Cuando $b = 1$

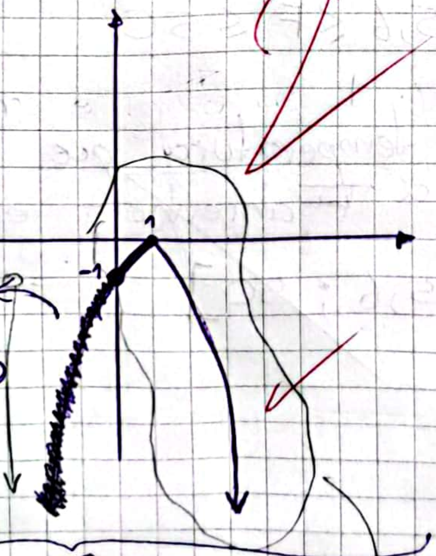
$$f(x) = -x^2 + 2x - 1 \quad , \quad x \geq 0$$

hallamos el vértice o las coordenadas del vertice de la parábola

$$h = \frac{-b}{2a} = \frac{-(2)}{2(-1)} = 1$$

$$K = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(4-4(-1)(-1))}{4(-1)} = 0$$

$\Rightarrow$ el vertice de la parabola es el punto $(1,0)$



Esta parte rayada no porque $x \geq 0$ y esa parte es cuando x es negativo (se borra)

$$f(x) = -(x^2 - 2x + 1)$$

$$f(x) = -(x-1)^2$$

~~Punto de interseccion cuando ...~~

Punto de intersección con el eje x es cuando $y = 0$ y eso ocurre cuando $x = 1$ (tambien esta en la gráfica)

Gráfica de f cuando $b = 1$

$\therefore$ tiene 1 punto de intersección el cual es $(1,0)$

$$-x^2 + 2x - 1$$

$$h = \frac{-b}{2a}$$

$$K = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$h = \frac{-(2)}{2(-1)} = 1$$

$$K = \frac{-(2^2 - 4(-1)(-1))}{4(-1)}$$

$$K = -(4-4)$$

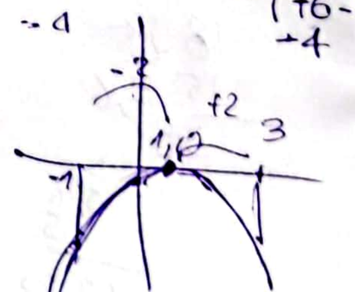
$$K = 0$$

$-1 -2 -1$

-4

$-9 + 6 - 1$

-4



Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$x \geq -3$ $\quad b \neq -5$

$\frac{-2b \pm \sqrt{4(b^2-1)}}{-2}$

$\frac{-2b \pm 2\sqrt{b^2-1}}{-2}$

$\Delta > 0$ 2 raíces reales

$\Delta < 0$ 2 raíces imaginarias

$\Delta = 0$ 2 raíces iguales

$-b \pm -\sqrt{b^2-1}$

$-b + \sqrt{b^2-1}$

$-b - \sqrt{b^2-1}$

$(x^2 - 2x + 1)$

$\Delta = 4 - 4 - 2 - \sqrt{9}$

$-3 \quad -3$

$0 \quad -4x \quad \sqrt{15}$

$x^2 + 3x - 1 \quad b \neq -2$

$\Delta = 9 - 4c$

$(x - a)^2$

$x^2 - 4(2)x + 4 \cdot 4$

$16^2 - 4(16)$

$8^2 - 4(a^2)$

PROBLEMA 5

b) Valores de b / $f \cap$ eje x sean 2 puntos

$$f(x) = -x^2 + 2bx - 1, \quad x \geq b-1$$

Por teoría, para que tenga 2 raíces diferentes (intersección en 2 puntos), el discriminante tiene que ser mayor que 0

$$\Rightarrow \Delta = (2b)^2 - 4(-1)(\cancel{-1})$$

$$\Delta = 4b^2 - 4$$

$$\Rightarrow 4b^2 - 4 > 0$$

$$\Rightarrow 4(b^2-1) > 0$$

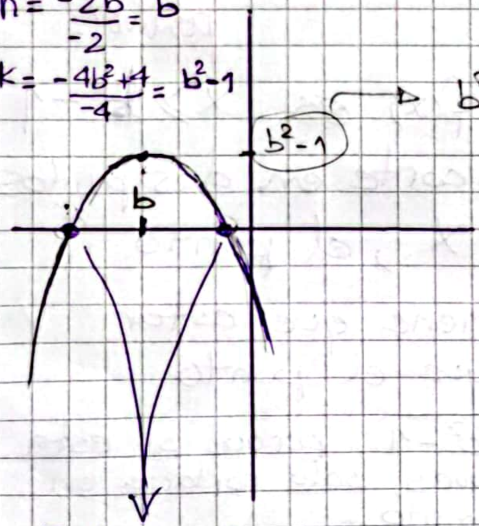
$$\Rightarrow (b-1)(b+1) > 0 \ldots \text{III}$$

Eso lo usamos para intersectar y hacer la conclusión final

$+ \quad -1 \quad - \quad +1 \quad +$

$h = \frac{-2b}{-2} = b$

$k = \frac{-4b^2+4}{-4} = b^2 - 1$



$b^2 - 1$ siempre es mayor que cero por lo anterior

Estos puntos serían las raíces las cuales calculamos por fórmula general

$$\frac{-(2b) \pm \sqrt{4(b^2-1)}}{-2} = b \pm \sqrt{b^2-1}$$

$\Rightarrow$ los cortes con el eje x serían

$b + \sqrt{b^2-1}$ $\wedge$

$b - \sqrt{b^2-1}$

Escaneado con CamScanner

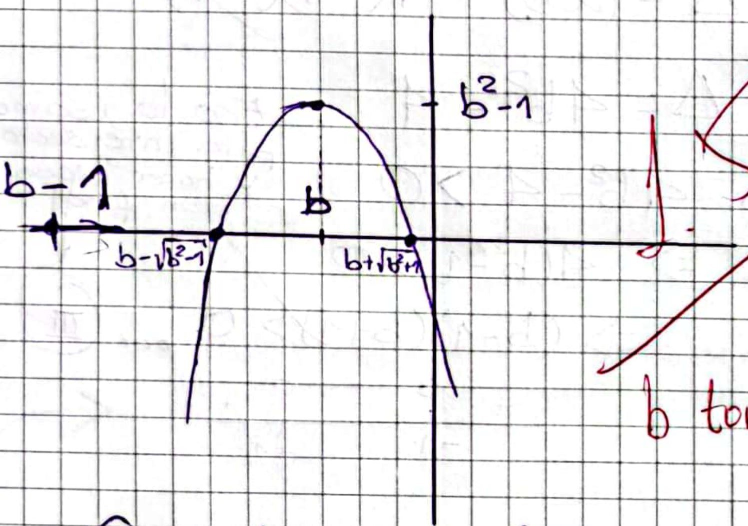
Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

PREGUNTA 5 (continuacion de b)

b) tenemos vertice de la parabola $(b ; b^2-1)$, y los puntos de corte con el eje X, osea las raices de $f(x)$

$$f(x) = -x^2+2bx-1 \quad ; \quad x \geq b-1$$



15

b toma valores positivos.

Como el rango de $f(x)$ es $x \geq b-1$

$\Rightarrow$ para que corte en dos puntos al eje X, el punto $b-1$ tiene que estar antes que el punto $b-\sqrt{b^2-1}$ porque si esta despues, solo cortaria en un punto.

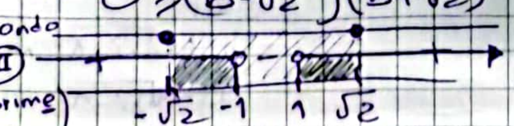
$\Rightarrow \quad b-\sqrt{b^2-1} \geq b-1$

$1 \geq \sqrt{b^2-1}$

$0 \geq b^2-2$ $\therefore$ b tiene que estar dentro del intervalo

$0 \geq (b-\sqrt{2})(b+\sqrt{2})$

Intersectando tambien (III) (lo de la primera página)



$[-\sqrt{2};-1[\cup]1;\sqrt{2}]$

$b \geq$

$b-\sqrt{b^2-1} >$

$\cancel{b}-\sqrt{b^2-1} \geq \cancel{b}-1$

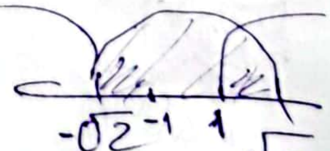
$1 \geq \sqrt{b^2-1}$

$1 \geq b^2-1$

$2 \geq b^2$

$\geq b^2-2$

$0 \geq (b-\sqrt{2})(b+\sqrt{2})$



Intervalo

Escaneado con CamScanner