

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERU**  
**ESTUDIOS GENERALES DE CIENCIAS**  
**Fundamentos de Cálculo**  
**Cuarta Práctica Calificada - Solución**  
**(2017-2)**

1. Analice la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones, justificando adecuadamente sus respuestas.

a) La función inversa  $f^{-1}$  de la función  $f$  dada por  $f(x) = 3 + \log_2(x-1)$  está definida por  $f^{-1}(x) = 1 + 2^{x-3}$ , donde  $\text{Dom}(f^{-1}) = [1, +\infty[$ . (1.5 puntos)

b) La recta  $L: x = 1$  es asíntota vertical de la gráfica de la función  $f$ , definida por  $f(x) = \frac{2x^2 - 8x + 6}{1-x}$ . (1.5 puntos)

**Solución:**

a) Falso,  $\text{Dom}(f^{-1}) = \mathbb{R}$

b) Falso,  $f(x) = \frac{2x^2 - 8x + 6}{1-x} = \frac{2(x-1)(x-3)}{1-x} = -2x + 6, x \neq 1$

2. La gráfica de la función racional definida por  $f(x) = \frac{2x+b}{cx+d}$  pasa por el punto (3,3) y tiene como asíntotas las rectas  $L_1: x = -5$  y  $L_2: y = 2$ .

a) Determine la regla de correspondencia de la función  $f$ . (2 puntos)

b) Bosqueje la gráfica de  $f$  e indique las coordenadas de los puntos de intersección con los ejes coordenados. (2 puntos)

**Solución:**

a)  $f(x) = \frac{\frac{2}{c}x + \frac{b}{c}}{x + \frac{d}{c}}$

De donde

$$\frac{2}{c} = 2 \rightarrow c = 1$$
$$\frac{-d}{c} = -5 \rightarrow \frac{-d}{1} = -5 \rightarrow d = 5$$

Con eso tenemos

$$f(x) = \frac{2x + b}{x + 5}$$

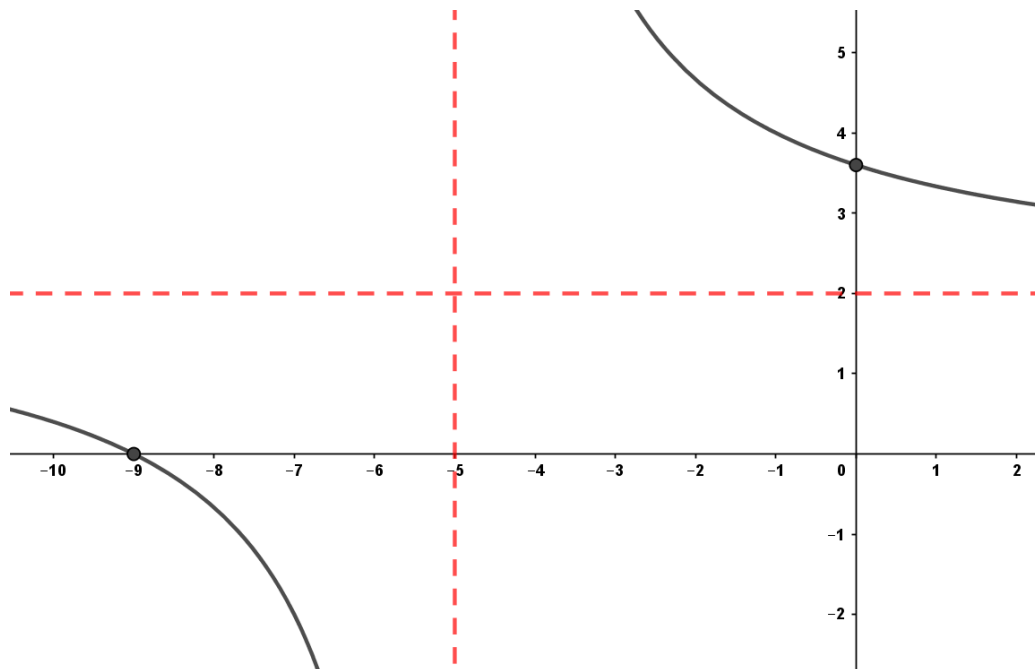
Como  $(3,3) \in G(f)$ , tenemos

$$\frac{6 + b}{8} = 3 \rightarrow b = 18.$$

Finalmente

$$f(x) = \frac{2x + 18}{x + 5}$$

b)



Intersección con el eje de abscisas:  $(-9,0)$

Intersección con el eje de ordenadas:  $(0,3.6)$

3. Dada la función  $f$ , definida por

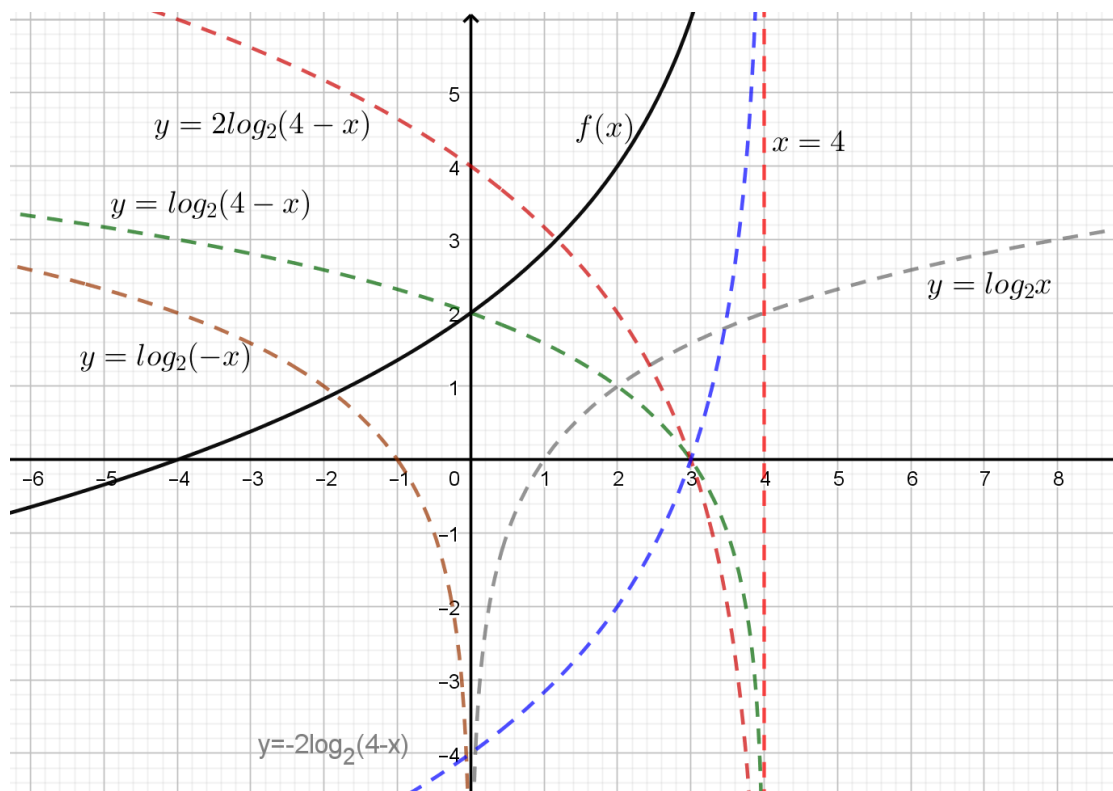
$$f(x) = -2 \log_2(4 - x) + 6.$$

a) Esboce la gráfica de  $f$  e indique su dominio, rango, coordenadas de los puntos de intersección con los ejes coordenados y las ecuaciones de sus asíntotas, si existieran. (3 puntos)

b) Halle el dominio y la regla de correspondencia de la función inversa  $f^{-1}$ . (2 puntos)

**Solución:**

a)



$$\text{Dom}(f) = ] - \infty, 4[, \text{Ran}(f) = \mathbb{R}$$

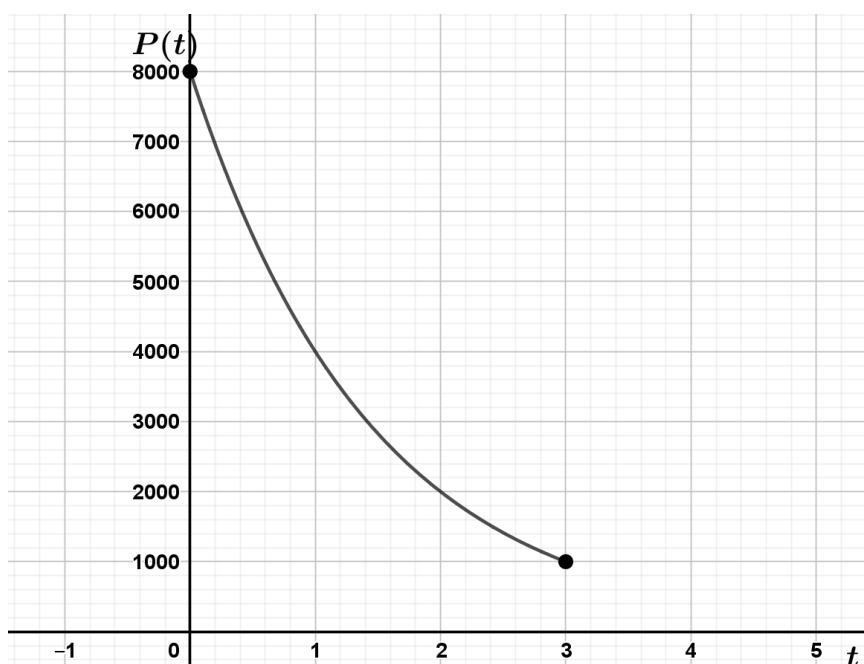
Intersección con el eje de abscisas:  $(-4,0)$

Intersección con el eje de ordenadas:  $(0,2)$

Asíntota:  $x = 4$

$$\text{b) } f^{-1}(x) = 4 - 2^{\frac{6-x}{2}}, x \in \mathbb{R}$$

4. El precio en dólares de una motocicleta que se compró hace tres años está dada por  $P(t) = Ca^t + b$ , donde  $P$  es el precio y  $t$  el tiempo (en años) que ha transcurrido desde que la motocicleta se compró. Si se sabe que la siguiente figura muestra el precio en dólares de la motocicleta.



- a) Determine la regla de correspondencia del precio de la motocicleta en función del tiempo y su dominio. (3 puntos)
- b) Considerando que la tendencia de la depreciación se mantendrá, ¿cuál será el precio de la motocicleta si se vende dentro de dos años? (1 punto)

**Solución:**

$$\text{a) } f(t) = 8000 \left(\frac{1}{2}\right)^t, t \in [0,3].$$

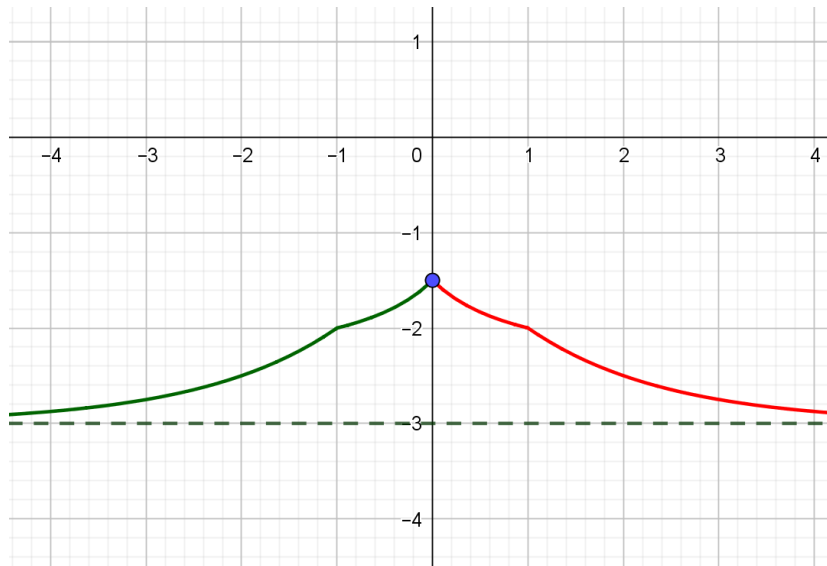
$$\text{b) } f(5) = 8000 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 250 \text{ dólares}$$

5. Sea  $f$  una función seccionada definida para todo  $x \in \mathbb{R}$ , de tal manera que cumple con las condiciones siguientes:
- es una función par,
  - es creciente en el intervalo  $[-4,0]$ ,
  - es una función exponencial para todo  $x \leq -1$ .

- Es una función racional para todo  $-1 < x < 0$ .
- a) Determine una posible regla de correspondencia de  $f$  y gráfíquela. (3 puntos)
- b) Indique las coordenadas de los puntos de intersección con los ejes coordenados y las ecuaciones de las asíntotas, si existen. (1 punto)

**Solución**

$$a) \quad f(x) = \begin{cases} 2^{x+1} - 3, & x \leq -1 \\ \frac{3-5x}{2(x-1)}, & -1 < x \leq 0 \\ -\frac{3+5x}{2(x+1)}, & 0 < x < 1 \\ 2^{-x+1} - 3, & x \geq 1 \end{cases}$$



- b) Intersección con el eje de ordenadas:  $(0, -3/2)$   
 Asíntota:  $y = -3$

San Miguel, 13 de noviembre de 2017