ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

EXAMEN FINAL

SEMESTRE ACADÉMICO 2022-2

Horarios: **TODOS** Duración: 180 minutos

ADVERTENCIAS:
- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación. - Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad. - Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos. - Tome las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos; de tener alguna emergencia, comuníqueselo a su jefe de práctica. - Si desea retirarse del aula y dar por concluida su evaluación, deberá haber transcurrido la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.
INDICACIONES:
- **Puede utilizar calculadoras siempre que no sean programables ni gráficas.** - **No puede usar apuntes de clase ni libros.** - **El examen consta de 4 preguntas. Debe justificar sus respuestas.** - **Puede responder las preguntas en el orden que desee, sólo asegúrese de colocar en la parte superior de cada página el número de la pregunta que está resolviendo.**

Pregunta 1

a) Dados los números complejos

$$z_1 = 2 - \sqrt{3}\, i$$
$$z_2 = 3 - 2\sqrt{3}\, i$$
$$z_3 = -3\sqrt{3} + 5\, i,$$

Efectúe las siguientes operaciones y simplifique la expresión. Exprese la respuesta en forma polar o trigonométrica.

$$\frac{2^{15}(z_1 + z_2)z_3}{(z_2 - z_1)^{15}}$$

$52\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\,\mathrm{Sen}\frac{3\pi}{2}\right)$

3 puntos

b) Halle todos los números complejos w que cumplen la siguiente ecuación. Dé su respuesta empleando cualesquiera de las representaciones estudiadas.

$$(w^3 + 1)(2w^2 - 2w + 1) = 0$$

$w_0 = 1^{1/3}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\,\mathrm{Sen}\frac{\pi}{3}\right)$

$w_1 = 1^{1/3}\left(\cos\pi + i\,\mathrm{Sen}\pi\right)$

$w_2 = 1^{1/3}\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\,\mathrm{Sen}\frac{5\pi}{3}\right)$

$w_3 = 1 + \frac{1}{2}i$

$w_4 = 1 - \frac{1}{2}i$

2 puntos

Pregunta 2

Analice si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique sus respuestas.

a) Existe un plano que contiene a las rectas $\mathcal{L}_1 : P = (2; 3; 10) + t(0; 1; 3), t \in \mathbb{R}$ y $\mathcal{L}_2 : \frac{x+6}{2} = y + 1 = -z$. F

2 puntos

b) Las esferas

V (duda)

$$\mathcal{S}_1 : (x-5)^2 + (y-7)^2 + (z-11)^2 = 152 \quad \text{y}$$
$$\mathcal{S}_2 : (x-11)^2 + (y-16)^2 + (z-26)^2 = 950$$

son tangentes interiores y el punto de tangencia es $(1; 1; 1)$.

3 puntos

Pregunta 3

Dado el sistema de ecuaciones en las incógnitas x, y y z,

$$\begin{aligned} x - y - z &= -1 \\ x + ay + az &= 0 \\ x - a^2y - z &= -1 \\ a^2x - y - z &= -1 \end{aligned}$$

a) Justifique de forma detallada cómo se puede transformar dicho sistema en otro, representado por la siguiente matriz.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & a+1 & a+1 & 1 \\ 0 & 0 & a^2-1 & a-1 \\ 0 & 0 & 0 & a^2-a \end{array}\right]$$

1,5 puntos

b) Analice para qué valores del parámetro a el sistema dado

b1) Tiene como conjunto solución una recta y halle la ecuación de dicha recta. $a=1$

1,5 puntos

b2) Tiene como conjunto solución un punto y halle las coordenadas del punto. $a=0$

1,5 puntos

b3) No tiene solución. $a \neq \{0,1\}$

0,5 puntos

Pregunta 4

a) Analice si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique sus respuestas.

a1) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, existe una matriz B tal que $AB - BA = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. F

1 punto

a2) Si A y B son matrices cuadradas de orden n tales que $\det(A - B) \neq 0$, Θ es la matriz nula y $AB^2 - B^3 = \Theta$, entonces B posee inversa. F **1 punto**

a3) Un valor propio de la matriz $C = \begin{pmatrix} p & q \\ 2p & 2q \end{pmatrix}$, con $p, q \in \mathbb{R} - \{0\}$, es $p + 2q$.

1 punto

b) Demuestre las siguientes afirmaciones:

b1) Si $k > 0$, entonces los vectores $(2; -3; 2), (-4; 6; -2)$ y $(k;\ 1;\ 2)$ son linealmente independientes. F **1 punto**

b2) Si la matriz $A = \begin{pmatrix} cos(\beta) & 0 & sen(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -sen(\beta) & 0 & cos(\beta) \end{pmatrix}$ entonces $A^{-1} = A^t$. V

1 punto

Examen elaborado por los profesores del curso
Coordinadora de teoría: Prof. Cecilia Gaita
San Miguel, 28 de noviembre del 2022

$AA^{-1} = I$

$\det(I) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $1-0=1$

$\det(A) . \det(A^{-1}) = \det(I)$

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PUCP

Año: 2022 Número: 2910
Código de alumno

Segundo examen

Fernández Vega Betsabe Aracely
Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: AMGA

Horario: H-A101

Fecha: 28/11/2022

Nombre del profesor: R. Quispe

Nota
18

Firma del profesor

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir este examen calificado, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

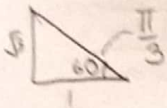
$-\sqrt{3}i + \sqrt{3}i$

$-\sqrt{3}i$

$(5-3\sqrt{3}i)(-3\sqrt{3}+5i)$

$-15\sqrt{3}+25i+27i-15\sqrt{3}i^2$

$+15\sqrt{3}$

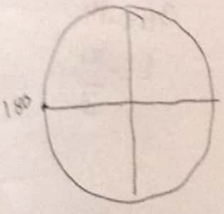


$\sqrt{3}$ $60°$ 1 $\frac{\pi}{3}$

$24\pi+\pi$

$1/3$

$\frac{\theta+2k\pi}{n}$



180

$W_1 = 1^{1/3}\left(\cos\frac{\pi+2\pi}{3} + i\,\mathrm{Sen}\frac{\pi+2\pi}{3}\right)$

$\cos\pi + i\,\mathrm{Sen}\,\pi$

$W_2 = 1^{1/3}\left(\cos\frac{\pi+4\pi}{3} + i\,\mathrm{Sen}\frac{\pi+4\pi}{3}\right)$

---

1)

a) $z_1 = 2-\sqrt{3}i$ $\quad$ $z_2 = 3-2\sqrt{3}i$ $\quad$ $z_3 = -3\sqrt{3}+5i$ $\quad\Big|\quad$ $\dfrac{2^{15}(z_1+z_2).z_3}{(z_2-z_1)^{15}}$

$$\rightarrow \frac{2^{15}(2-\sqrt{3}i+3-2\sqrt{3}i)(-3\sqrt{3}+5i)}{(3-2\sqrt{3}i-(2-\sqrt{3}i))}$$

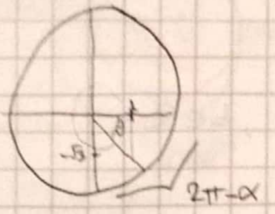
$$\frac{2^{15}(5-3\sqrt{3}i)(-3\sqrt{3}+5i)}{(1-\sqrt{3}i)^{15}} \Rightarrow \frac{2^{15}(0+52i)}{\underbrace{(1-\sqrt{3}i)}_{A}{}^{15}} \Leftrightarrow \frac{2^{15}(0+52i)}{A^{15}}$$

$* A = 1-\sqrt{3}i \Leftrightarrow (1;-\sqrt{3})$

$\quad \vdash |A| = 2$

$\quad \vdash tg\theta = \frac{-\sqrt{3}}{1}$ $\quad$ IVC

$\theta = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$



$-\sqrt{3}$ $\quad$ $2\pi-\alpha$

$A = 2e^{i\frac{5\pi}{3}}$

Piden: $A^{15} \rightarrow 2^{15}.e^{i\frac{5\pi}{3}\cdot 15}$

$A^{15} = 2^{15}.e^{i25\pi}$

3,0

$A^{15} = 2^{15}(\cos 25\pi + i\,\mathrm{Sen}\,25\pi)$ $\quad (24\pi+\pi)$ $\quad (24\pi+\pi)$

$A^{15} = 2^{15}(\underbrace{\cos\pi}_{-1} + i\,\underbrace{\mathrm{Sen}\,\pi}_{0})$

$A^{15} = 2^{15}(-1+0i)$

Reemplazamos:

$$\frac{2^{15}(0+52i)}{2^{15}(-1+0i)} = \frac{\cancel{2^{15}}(52i)}{-\cancel{2^{15}}} = -52i$$

en forma polar: $0-52i$

$52(0-i)$

$52\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\,\mathrm{Sen}\frac{3\pi}{2}\right)$

$\therefore\ 52\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\,\mathrm{Sen}\frac{3\pi}{2}\right)$ b

b) $(w^3+1)(2w^2-2w+1)=0$

1,5

$* w^3+1=0$

$w^3 = \underbrace{-1+0i}_{A} \Leftrightarrow \boxed{w = A^{1/3}}$

$* A = -1+0i \Leftrightarrow (-1;0)$

$\vdash \cancel{1}(\cos\pi + i\,\mathrm{Sen}\,\pi) = A \rightarrow A = 1e^{i\pi}$

entonces : $w = 1^{1/3}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{3} + i\,\mathrm{Sen}\frac{\pi+2k\pi}{3}\right)$ $\quad$ $k=1,2,0$

Cuando $k=0 \rightarrow W_0 = 1^{1/3}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\,\mathrm{Sen}\frac{\pi}{3}\right)$ b

$k=1 \rightarrow W_1 = 1^{1/3}(\cos\pi + i\,\mathrm{Sen}\,\pi)$ b

$k=2 \rightarrow W_2 = 1^{1/3}\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\,\mathrm{Sen}\frac{5\pi}{3}\right)$ b

Presente aquí su trabajo

erra

* $2w^2-2w+1=0$

$$w = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2-4(2)(1)}}{2(2)} \Rightarrow \frac{2 \pm \sqrt{-4}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{4}.\sqrt{-1}}{4}$$

$$w = \frac{2 \pm 2i}{4}$$

forma binómica

$W_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ ← * $W_3 = \frac{2+2i}{4}$

falta

$W_4 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ ← * $W_4 = \frac{2-2i}{4}$

falta

2)

a) ∃ π : $L_1: P = (2;3;10) + t\,(0;1;3)$, $t \in \mathbb{R}$.

$L_2: \frac{x+6}{2} = \frac{y+1}{1} = -\frac{z}{1}$

$2r-6 = x$
$r-1 = y$
$-r = z$ } $(2r-6; r-1; -r)$

L_1 y L_2 NO SON paralelas

2

$L_2: P = (-6;-1;0) + r\,(2;1;-1)$

entonces:

* $0(t)+2 = 2r-6 \rightarrow r=4$
* $t+3 = r-1 \rightarrow t=0$
* $3t+10 = -r \rightarrow t = -14/3$

} 2 valores para t.

son rectas alabeadas.

∴ (FALSO), No existe un plano que contenga a L_1 y L_2

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$2(w^2-w+\frac{1}{2})$

$(w-\frac{1}{2})^2$

$w^2 - w + \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} - y = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$3t+10 = -4$

$3t = -14$

$t = -\frac{14}{3}$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

b) $S_1: (x-5)^2+(y-7)^2+(z-11)^2=(\sqrt{152})^2$ → Centro: $(5;7;11)$ radio $\sqrt{152}$

$S_2: (x-11)^2+(y-16)^2+(z-26)^2=(\sqrt{950})^2$ → Centro: $(11;16;26)$ radio $=\sqrt{950}$

Plano de tangencia

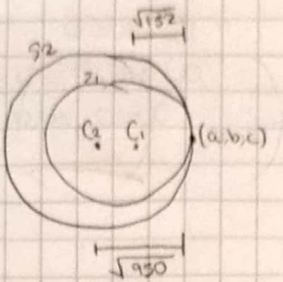
$\cancel{x^2}-10x+25+\cancel{y^2}-14y+49+\cancel{z^2}-22z+121-152=\cancel{x^2}-22x+121+\cancel{y^2}-32y+256+\cancel{z^2}-52z+676-950$

$-10x-14y-22z+43=-22x-32y-52z+103$

$12x+18x+30z-60=0$

$2x+3x+5z-10=0$

30



$2r$ de S_1 < $2r$ de S_2

$\sqrt{950}=\sqrt{(a-11)^2+(b-16)^2+(c-26)^2}$ } $(a;b;c)$

$\sqrt{152}=\sqrt{(a-5)^2+(b-7)^2+(c-11)^2}$ ↓ $(1;1;1)$

∴ VERDADERO

b

3)

a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & a & a & 0 \\ 1 & -a^2 & -1 & -1 \\ a^2 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & a+1 & a+1 & 1 \\ 0 & -a^2-a & -1-a & -1 \\ 0 & -1-a^3 & -1-a^2 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{array}{l} F_2-F_1 \\ F_3-F_2 \\ F_4-a^2F_2 \end{array}$

$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & a+1 & a+1 & 1 \\ 0 & 0 & a^2-1 & a-1 \\ 0 & a^2-1 & (-1-a^3+a+a^2) & a-1 \end{pmatrix}$ $\begin{array}{l} \\ \\ \to F_3+aF_2 \\ \to F_4-aF_3 \end{array}$

↓

$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & a+1 & a+1 & 1 \\ 0 & 0 & a^2-1 & a-1 \\ 0 & 0 & a-a^3 & 0 \end{pmatrix} \to F_4-(a-1)F_2$

1,5

$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & a+1 & a+1 & 1 \\ 0 & 0 & a^2-1 & a-1 \\ 0 & 0 & 0 & a^2-a \end{pmatrix} \to F_4+aF_3$

b

$152=\cancel{14}\cdot$

$38\cdot 19.2$

$8\cdot 19$

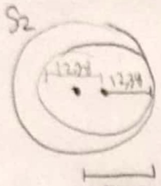
4.38

76

$\frac{10+21+35-10}{\sqrt{4+9+25}}=\frac{76}{\sqrt{38}}$

13

$\frac{25}{3.8}$



$\sqrt{950}$

30,82

81,64.

$-1-a^3-a(-1-a)$

$-1-a^3+a+a^2$

$-1-a^3-a^2(-a^2-a)$

$-1-a^3 \cancel{y} \cancel{2} + a^2$

$-1+a-(a-1)$

$-1+a-a+1$

$a^2-1-\overbrace{(a-1)(a+1)}^{a^2-1}$

$-1-a^3+a^2+a-\overbrace{(a-1)(a+1)}^{a^2-1}$

$-\cancel{1}-a^3+\cancel{a^2}+a-\cancel{a^2}+\cancel{1}$

a

$-1-a^2(a)$

$-1-a^3$

$-1-a$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

b)

$x - y - z = -1$

$(a+1)y + (a+1)z = 1$

$(a^2-1)z = a-1 \rightarrow (a+1)(a-1)z = a-1$

$0 = a^2 - a$ → Para que tenga solución

$a^2 - a = 0$

$a(a-1) = 0$

$a = 0 \wedge a = 1$

* Cuando $\Rightarrow a = 1 \rightarrow z \in \mathbb{R}$

* $2y + 2z = 1$

$\boxed{y = \frac{1-2z}{2}}$ $\quad \frac{1}{2} - z$

* $x - \left(\frac{1-2z}{2}\right) - z = -1 \rightarrow x = \frac{1-2z}{2} + z - 1$

$x = \frac{1-2z+2z-2}{2}$

$\boxed{x = -\frac{1}{2}}$ $\quad x+1 = \frac{1}{2}$

$P = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1-2z}{2}; z\right)$ 1

$\hookrightarrow \mathcal{L}: \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right) + z\,(0; -1; 1)$

b_1).

→ Para $a = 1$ → conjunto solución es una recta.

$\mathcal{L}: \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right) + z\,(0; -1; 1)$

* Cuando $a \neq \{0; 1\}$ → no tiene solución, ya que.

$0x + 0y + 0z = a(a+1)$.

b_3) ∴ No tiene solución cuando $a \neq 0$ y $a \neq 1$ 0,5

b_2). Cuando $a = 0$

$\hookrightarrow (0+1)(0-1)z = 0-1$

$-z = -1 \rightarrow \boxed{z = 1}$

* $(0+1)y + (0+1)z = 1$

$y + z = 1 \rightarrow \boxed{y = 0}$

* $x - y - z = -1$

$x - 0 - 1 = -1 \rightarrow \boxed{x = 0}$

$\Big\}\ (0; 0; 1)$ 1,5

∴ Cuando $a = 0$ → conjunto solución es un punto $(0; 0; 1)$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

4)

$A=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$

$a_1)$

$AB=\begin{pmatrix}a+2c & b+2d\\ c & d\end{pmatrix}$

$BA=\begin{pmatrix}a & 2a+b\\ c & 2c+d\end{pmatrix}$

$AB-BA=\begin{pmatrix}2c & 2d-2a\\ 0 & -2c\end{pmatrix}$

Como se observa: el número en la fila 1 y columna 1 es el mismo que el de la segunda fila y segunda columna, solo cambiado en el signo.

Entonces: no puede resultar $\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$ ya que este no concuerda con nuestro resultado obtenido.

1.0

$\therefore$ FALSO

$a_2)$

y $B=\begin{pmatrix}p&q\\r&s\end{pmatrix}$

$\rightarrow AB^2-B^3=0$

$B^2(A-B)=0$

$\underbrace{\det(B^2)}_{=0}\cdot\underbrace{\det(A-B)}_{\neq 0}=0$

1.0

$\rightarrow \det(B^2)=0$

$\begin{vmatrix}p^2+qr & pq+qs\\ rp+rs & rq+s^2\end{vmatrix}=0 \rightarrow (p^2+qr)(rq+s^2)-q(p+s)^2r=0$

$\cancel{p^2rq}+p^2s^2+r^2q^2+\cancel{s^2rq}=\underbrace{(p^2+s^2+2ps)qr}_{\cancel{p^2rq}+\cancel{s^2rq}+2psqr}$

$p^2s^2+r^2q^2-2pqrs=0$

$(ps-rq)^2=0$

$\boxed{ps=rq}$

Analizamos: para que una matriz tenga inversa:

$B\cdot B^{-1}=I$

$\underbrace{\det(B)}_{\neq 0}\cdot\underbrace{\det(B^{-1})}_{\neq 0}=\det(I)=1$

su determinante NO PUEDE ser 0.

PERO, según el enunciado: $\underbrace{B^2(A-B)}_{\neq 0\text{ (dato)}}=0$ matriz nula.

eso quiere decir, que el determinante de B debe ser cero

$\det(B^2)\Rightarrow$ tiene que ser cero

$\det B\cdot\det B$

$\therefore$ FALSO, porque B no puede tener inversa

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$

$A-B\begin{pmatrix}a-p & b-q\\ c-r & d-s\end{pmatrix}$

$(a-p)(d-s)-(b-q)(c-r)$

$ad-as-pd+ps-(bc-br-qc+qr)$

$\begin{pmatrix}1&2\\0&3\end{pmatrix}$

$3-0=3.$

$\begin{pmatrix}p&q\\r&s\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p&q\\r&s\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}p^2+qr & pq+qs\\ rp+rs & rq+s^2\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1&2\\-1&3\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}p&q\\r&s\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}ap+qc & pb+qd\\ ar+sc & rb+sd\end{pmatrix}$

$*ar=-sc$

$*pb=-qd$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$a_3)$ $C = \begin{pmatrix} p & q \\ 2p & 2q \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} px+qy= \\ 2px+2qy= \end{matrix}$

0,0

Nada

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$2x-3y+2z=0$

$-2x+3y-2z=0$

$kx+y+2z=0$

$|\ | = 0$ depe

$|\ | \neq 0$ indepen

b)

$b_1)$ $k>0$

matrices cuadradas

$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ -4 & 6 & -2 \\ k & 1 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & \cancel{0} \\ k & 1 & 2 \end{pmatrix}}_{\text{determinante} = 0}$ F_2+2F_1 error

error

0

∴ FALSO → son linealmente dependientes (propiedad)

$b_2)$

$A = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \operatorname{Sen}\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\operatorname{Sen}\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix}$

para la inversa
$AB = I$
$\boxed{A^{-1} = B}$

$\begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \operatorname{Sen}\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\operatorname{Sen}\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} a\cos\beta + g\operatorname{Sen}\beta & b\cos\beta + h\operatorname{Sen}\beta & c\cos\beta + i\operatorname{Sen}\beta \\ d & e & f \\ -a\operatorname{Sen}\beta + g\cos\beta & -b\operatorname{Sen}\beta + h\cos\beta & -c\operatorname{Sen}\beta + i\cos\beta \end{pmatrix}$

1,0

* $d=0 \wedge e=1 \wedge f=0$

* $a\cos\beta + g\operatorname{Sen}\beta = 1$ $\quad$ $+\ g\cos\beta = a\operatorname{Sen}\beta$

$a\cos\beta + a\dfrac{\operatorname{Sen}\beta^2}{\cos\beta} = 1$ $\quad$ $\boxed{g = a\dfrac{\operatorname{Sen}\beta}{\cos\beta}}$

$a(\underbrace{\cos^2\beta + \operatorname{Sen}^2\beta}_{1})$

$a\cos\beta^2 + a\operatorname{Sen}\beta^2 = \cos\beta$

$\boxed{a = \cos\beta}$

$\boxed{g = \operatorname{Sen}\beta}$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

Siguiendo el mismo procedimiento:

$* \; b\cos\beta + h\,\mathrm{Sen}\beta = 0 \rightarrow b\cos\beta = -h\,\mathrm{Sen}\beta$

$* \; b\,\mathrm{Sen}\beta = h\cos\beta \rightarrow b\cos\beta = -\mathrm{Sen}\beta\left(\frac{b\,\mathrm{Sen}\beta}{\cos\beta}\right)$

$b\cos^2\beta = -b\,\mathrm{Sen}^2\beta$

$b = 0 \rightarrow h = 0$

$* \; c\cos\beta = -i\,\mathrm{Sen}\beta \rightarrow i = \frac{-c\cos\beta}{\mathrm{Sen}\beta}$

$* \; i\cos\beta - c\,\mathrm{Sen}\beta = 1$

$\left(-c\frac{\cos\beta}{\mathrm{Sen}\beta}\right)\cos\beta - c\,\mathrm{Sen}\beta = 1$

$\frac{c\cos^2\beta}{\mathrm{Sen}\beta} + c\,\mathrm{Sen}\beta = -1$

$c\cos^2\beta + c\,\mathrm{Sen}^2\beta = -\mathrm{Sen}\beta$

$\boxed{i = \cos\beta} \leftarrow \boxed{c = -\mathrm{Sen}\beta}$

Reemplazamos:

$$B = A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\mathrm{Sen}\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \mathrm{Sen}\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix}$$

Comprobamos que:

$$A^{-1} = A^t \rightarrow \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\mathrm{Sen}\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \mathrm{Sen}\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix}$$

∴ VERDADERO