ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

PUCP

ET LUX IN TENEBRIS LUCET MCMXVII

Año 2019 Número 1514

Código de alumno

Práctica

Cáceres Crispín Russel Sebastian

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

ENTREGADO 12 NOV. 2019

Curso: AMGA

Práctica Nº: Pc-3

Horario de práctica: P 118

Fecha: 04/11/2019

Nombre del profesor: E. Barrantes.

Nota

20

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: J-E-G.C
(iniciales)

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

Álgebra Matricial y Geometría Analítica

Tercera Práctica Calificada

Semestre Académico 2019-2

Duración: 110 minutos

Elaborado por los profesores del curso.

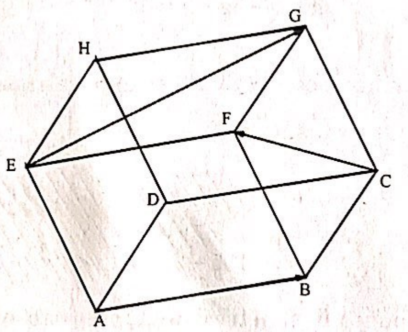
Todos los horarios.

Advertencias:

- No se permite el uso de calculadoras durante la evaluación.
- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

1. En la figura se muestra un paralelepípedo no rectángular (ni recto) y los vectores

$$\overrightarrow{AB} = (1,5,1),\ \overrightarrow{EG} = (-2,6,2),\ \overrightarrow{CF} = (2,1,3)$$



Si $A(1,1,1)$ halle:

a) Las coordenadas del vértice F. (1 Pto.)

b) La proyección ortogonal del vector $\overrightarrow{CF}$ sobre el vector $\overrightarrow{CB}$. (2 Pts.)

c) El volumen del paralelepípedo de la figura. (1 Pto.)

Continúa ···

2. El punto $A(16,4,9)$ es uno de los vértices del triángulo ABC, recto en B. Si $\overrightarrow{AC}$ mide $14\sqrt{2}$, tiene el mismo sentido que $\vec{v}=(8,3,5)$ y M es el punto medio del segmento $\overline{AC}$ tal que

$$Proy_{\overrightarrow{BC}}\overrightarrow{BM}=(2,1,3),$$

halle las coordenadas de los vértices C y B del triángulo ABC. (3 Pts.)

3. Dadas las rectas

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_1 &: P=(-1,3,-1)+t(3,1,2), \quad t\in\mathbb{R}\\ \mathscr{L}_2 &: P=(0,0,-11)+r(1,2,6), \quad r\in\mathbb{R}\end{aligned}$$

Halle:

a) Las coordenadas del punto Q, intersección de $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$. (1 Pto.)

b) La ecuación cartesiana del plano $\mathscr{P}_2$ que contiene a $\mathscr{L}_1$ y es perpendicular al plano (2 Pts.)

$$\mathscr{P}_1: x+y-z=1.$$

c) La ecuación vectorial de la recta $\mathscr{L}$ que es paralela al plano $\mathscr{P}_1$ y es perpendicular en el punto Q a la recta $\mathscr{L}_2$. (2 Pts.)

4. Sean $\mathscr{L}_1$, $\mathscr{L}_2$ y $\mathscr{L}_3$ rectas definidas por

$$\mathscr{L}_1:\begin{cases}x=1+2t\\ y=-t, \quad t\in\mathbb{R};\\ z=2+t\end{cases} \qquad \mathscr{L}_2:\begin{cases}x+ky+z+2=0\\ x-y-3z-2=0;\end{cases} \qquad \mathscr{L}_3: P=(-3,2,2)+\lambda(2,-1,1), \quad \lambda\in\mathbb{R}.$$

a) Halle el valor de k para que las rectas $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$ sean paralelas. (2 Pts.)

b) Calcule la distancia entre las rectas $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_3$. (2 Pts.)

5. Sean el punto $A(2,0,-1)$ y la recta

$$\mathscr{L}:\begin{cases}x+2y-6=0\\ z-2=0\end{cases}$$

a) Halle las coordenadas del punto B, simétrico de A, respecto a la recta $\mathscr{L}$. (2 Pts.)

b) Halle la ecuación cartesiana del plano $\mathscr{P}$ que pasa por el punto A y contiene a la recta $\mathscr{L}$. (2 Pts.)

Roy Sánchez Gutiérrez

Coordinador de Prácticas

San Miguel, lunes 04 de noviembre del 2019.

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

Pregunta 1

a) 1p
b) 2p
c) 1p
4p

$A(1,1,1)$

$B-A=(1,5,1)$ 0,5p

$B=(2,6,2)$

a)

$F=(1,8,6)$

$C-A=(-2,6,2)$

$C-(1,1,1)=(-2,6,2)$

$C=(-1,7,3)$ 0,5p

$F-C=(2,1,3)$

$F-(-1,7,3)=(2,1,3)$

$F=(1,8,6)$ 0,5p

b) $Proy_{\overrightarrow{CB}}\overrightarrow{CF}$

$Proy_{(3,-1,-1)}(2,1,3)=\left(\dfrac{(2,1,3)\cdot(3,-1,-1)}{|3,-1,-1|^2}\right)\cdot(3,-1,-1)$ 0,5p

$\dfrac{6-1-3}{}=\dfrac{2}{11}\cdot(3,-1,-1)=\left(\dfrac{6}{11},\dfrac{-2}{11},\dfrac{-2}{11}\right)$ 1p

c) Volumen Paralelepípedo.

$F+B=E-A$

$(1,8,6)-(2,6,2)=(-1,2,4)$ 0,5p

$E-(1,1,1)=(-1,2,4)$

$E=(0,3,5)$

$|(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AE}|=$

i	j	K	i	j
1	5	1	1	5
-2	6	2	-2	6

$10i-2j+6K-2j-6i+10K$

$(4,-4,16)$

$|(4,-4,16)\cdot(-1,2,4)|$

$|-4-8+64|=|52|=52u^3$ 0,5p

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Pregunta 2

3p

Punto A (16;4;9)

$(16;4;9)$

$(24;7;14)$

$(32;10;19)$

$\vec{AC} = 14\sqrt{2}$

$\vec{v} = (8;3;5)$

$\sqrt{(xc-16)^2+(yc-4)^2+(zc-9)^2} = 14\sqrt{2}$

$(xc-16)^2+(yc-4)^2+(zc-9)^2 = 392$

Punto $C = (16+8t, 4+3t, 9+5t) = 392$

$64t^2+9t^2+25t^2 = 392$

$C = (32;10;19)$

$98t^2 = 392$

$C = (32;10;19)$.

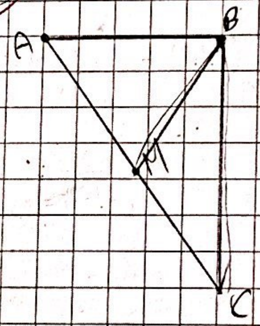
$t^2 = 4$

$t = 2$ o -2

$\to t = 2$

Punto $M = \left(\frac{32+16}{2}; \frac{10+4}{2}; \frac{19+9}{2}\right)$

$M = (24; 7; 14)$



$Proy_{\vec{AC}} \vec{AB} = (8;3;5)$

$\frac{(B-A)\cdot(C-A)}{(C-A)} \cdot (C-A) = (8;3;5)$.

$\left(\frac{(xb-16, yb-4, zb-9)\cdot(16,6,10)}{392}\right)(16,6,10) = (8,3,5)$

$\frac{1}{2}$

$(xb-16, yb-4, zb-9)\cdot(16,6,10) = 196$

$16xb-256+6yb-24+10zb-90=196$

$16xb+6yb+10zb = 566$

$8xb+3yb+5zb = 283$

Scanned with CamScanner

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Pregunta 3

$\mathcal{L}_1: P=(-1,3,-1)+t(3,1,2)\ t\in\mathbb{R}$

$\mathcal{L}_2: P=(0,0,-1)+r(1,2,6)\ r\in\mathbb{R}$

a) 1p
b) 2p
c) 2p
5p

a)

$\mathcal{L}_1: x=-1+3t$, $y=3+t$, $z=-1+2t$

$\mathcal{L}_2: x=r$, $y=2r$, $z=-1+6r$

$-2+6t=3+t$

$5t=5$

$t=1$ y $r=2$

intersección de Rectas.

Punto $Q=(2,4,1)$

b) P_2 contiene a $\mathcal{L}_1$

$\vec{v}$ de $\mathcal{L}_1 \perp \vec{nP_2}$

$P_1 \perp P_2$

$\vec{nP_1} // P_2$

$\vec{nP_1}=(1,1,-1)$

$\vec{v}\mathcal{L}_1=(3,1,2)$

→ Producto vectorial para hallar la normal del plano 2.

$$\begin{vmatrix} i & j & k & i & j \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 2i-3j+k-2j+i-3k$$

$(3,-5,-2)$

$nP_2=(3,-5,-2)$

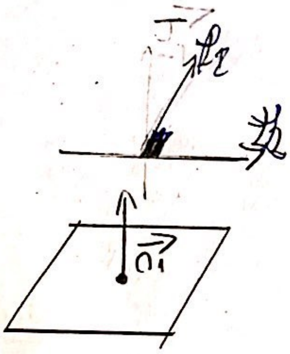
$P_0=(-1,3,-1)$

$\pi P_2:\ n\cdot(P-P_0)=0$

$(3,-5,-2)\cdot(x+1,y-3,z+1)=0$

$3x+3-5y+15-2z-2=0$

$\pi_2: 3x-5y-2z+16=0$



c) $\mathcal{L} // P_1$

$nP_1 \perp \vec{v}\mathcal{L}$

$\vec{v}\mathcal{L} \perp \vec{v}\mathcal{L}_2$ en Q.

$P_0\ \mathcal{L}=(2,4,1)$.

$nP_1 \times \vec{v}\mathcal{L}_2$ → vector dirección

Nos falta su vector dirección.

$$\begin{vmatrix} i & j & k & i & j \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$6i-1j+2k-6j+2i-k$

$(8,-7,1)$

$\vec{v}\mathcal{L}_2=\lambda(8,-7,1)$

Recta 2:

$P=(2,4,1)+\lambda(8,-7,1)\ \lambda\in\mathbb{R}$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Pregunta 4.

a) 2p
b) 2p
4p

$\mathcal{L}_1: (1;0;2)+t(2,-1,1)=0$, $\vec{v}_1$

$\mathcal{L}_2: \begin{cases} x+Ky+z+2=0 \\ x-y-3z-2=0 \end{cases}$

$\mathcal{L}_3: P=(-3,2;2)+\lambda(2,-1,1).$

a) $\mathcal{L}_2: \begin{cases} x+Ky+z+2=0 \\ x-y-3z-2=0 \end{cases}$ > Son planos.

Cuando $K=3$

$\begin{vmatrix} i & j & K & i & j \\ 1 & K & 1 & 1 & K \\ 1 & -1 & -3 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

$(-3Ki+1j-1K+3j+i+-K\kappa)$

$((-3K+1)i+4j+(K-1)K)\ //\ t(2,-1,1)$

$((-3K+1);4;(K-1))\ //\ t(2,-1,1)$ $\quad K=3$

$-K-1=-4$ $\quad t=-4$ $\quad -8=-3K+1$

b) Como las rectas $\mathcal{L}_1$ y $\mathcal{L}_3$ son paralelas, hallamos distancia entre sus puntos de paso.

$(1,0,2)-(-3+2\lambda,2-\lambda,2+\lambda)$

$(4-2\lambda,\lambda-2,-\lambda).(2,-1,1)=0$

$8-4\lambda-\lambda+2-\lambda=0$

La recta debe ser perpendicular.

$10-6\lambda=0$

$\lambda=\frac{5}{3}$

$\frac{\sqrt{30}}{3}$

$-3+\frac{10}{3}=\frac{1}{3}>x$

$2-\frac{5}{3}=\frac{1}{3}>y$

$2+\frac{5}{3}=\frac{11}{3}>z$

$\sqrt{\left(1-\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(2-\frac{11}{3}\right)^2}=\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{-5}{3}\right)^2$

$\frac{4}{9}+\frac{1}{9}+\frac{25}{9}=\sqrt{\frac{30}{9}}=\frac{\sqrt{30}}{3}$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

Pregunta 5:

a) A (2,0,-1)

a) 1,5p
b) 2,0p
3,5p

$\mathcal{L}: \begin{cases} x+2y-6=0 \\ z-2=0 \end{cases}$ > Planos

Punto de paso = (x,y,2)

(2,2,2)

vector dirección = $\vec{nP_1} \times \vec{nP_2}$

i	j	k	i	j
1	2	0	1	2
0	0	1	0	0

2i - j = (2,-1,0)

$\mathcal{L}: (2;2;2)+t(2,-1,0)$

Plano que contiene a A y es perpendicular a la recta

$P_0 = (2,0,-1)$

$n = (2,-1,0)$

$(2,-1,0)\cdot(x-2, y, z+1)$

$2x-4-y=0$

$2x-y-4=0$

$\mathcal{L}: x = 2+2t$
$y = 2-t$
$z = 2$

$2(2+2t)-2+t-4=0$

$4+4t-2+t-4=0$

$-2+5t=0$

$t = \frac{2}{5}$

$x = 2+\frac{4}{5} = \frac{14}{5}$

$y = 2-\frac{2}{5} = \frac{8}{5}$

$z = 2$

$\frac{2+x_1}{2} = \frac{14}{5}$

$\frac{0+y_1}{2} = \frac{8}{5}$

$\frac{2+z_1}{2} = -1$

$2+z_1 = -2$

$z_1 = -4$

$x_1 = \frac{8}{5}$

$y_1 = \frac{16}{5}$

$x_1 = \frac{18}{5}$

$z_1 = 5$

$y_1 = \frac{16}{5}$

??

Punto B simétrico a A = $\left(\frac{8}{5}, \frac{16}{5}, -4\right)$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

b) La normal del plano se hallará mediante (Punto de paso de L y el punto A) producto vectorial con el vector dirección de la recta

$L: (2;2;2) + t(-2;1;0)$

$A = (2;0;-1)$

$P_0L - A = (0,2,3) \times (-2,1,0)$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} i & j \\ 0 & 2 \\ -2 & 1 \end{matrix}$$

$(-6j - 3i + 4k)$

$nP = (-3;-6;4)$

$P_0 = (2;2;2)$

$\pi: (-3;-6;4) \cdot (x-2, y, z+1)$

$-3x + 6 - 6y + 4z + 4 = 0$

$-3x - 6y + 4z + 10 = 0$

~~$\pi: -3x - 6y + 4z + 10 = 0$~~

$-3x - 6y + 4z + 10 = 0$

Plano que contiene a A y L.