

Año

Número

2022

1466

Código de alumno

Práctica

Holguín Huari, Rodrigo Alejandro

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)



Firma del alumno

Curso: Fundamentos de Cálculo

Práctica N°: PC3

Horario de práctica: H105-1

Fecha: 09/06/2022

Nota

18.



Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: M.A.
(iniciales)

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
 - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
 - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
 - evitar borrones, manchas o roturas;
 - no usar corrector líquido;
 - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

TERCERA PRÁCTICA CALIFICADA
SEMESTRE ACADÉMICO 2022 -1

Horarios: 0101, 0102, 0103, 0104, 0105, 0106, 0107, 0108, 0109, 0110, 0111, 0112, 0113, 0114, 0115, 0119.

Elaborada por todos los profesores.

Duración: 110 minutos

ADVERTENCIAS:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo: mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

INDICACIONES:

- El desarrollo de todos los ejercicios siguientes debe realizarse **detallando sus procedimientos** y justificando todas sus respuestas.
- No se permite el uso de apuntes de clase, libros, tablas, calculadoras o computadora personal.
- La presentación, ortografía y gramática serán tomadas en cuenta en la calificación.

1. El número N de personas contagiadas por una pandemia en cierto país se puede modelar por $N(t) = 243 \left(\frac{4}{3}\right)^t$, donde $t \geq 0$ es el número de días transcurridos desde el día inicial.

- ¿Cuál era el número de personas contagiadas en el día inicial? (1.0 p)
- ¿Cuántos días transcurrieron desde el día inicial hasta tener 1024 personas contagiadas? (2.0 p)

2. Sea la función f definida por

$$f(x) = e^{-|x+2|}$$

- Grafique la función f , indicando las ecuaciones de sus asíntotas (en caso existan). (2.5 p)
- Indique los intervalos donde f es creciente y los intervalos donde f es decreciente. (1.0 p)
- Halle los valores de x que cumplan la inecuación: $f(x) < \frac{1}{e}$. (1.5 p)

3. Sea

$$f(x) = \begin{cases} \log_2(1 + e^x), & x \leq 0, \\ \frac{x+2}{x+1}, & x > 0. \end{cases}$$

- Encuentre el rango de f . (2.0 p)
- Justifique que la función f es inyectiva. (1.5 p)
- Halle la función inversa f^{-1} , indicando su dominio. (1.5 p)

4. Esboce la gráfica de la región limitada por las curvas

$$\mathcal{C} : x = 1 + \sqrt{-7 - y^2 + 8y}; \quad \mathcal{L} : y = x$$

indicando las coordenadas de los puntos de intersección de \mathcal{C} con \mathcal{L} .

(3.0 p)

5. Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones.

a) El dominio (implícito) de la función $f(x) = x^2 + |x| - \log_5(-1 + e^{x+4})$ es $[-3, +\infty[$. (2.0 p)

b) Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función impar y f es creciente en $]0, +\infty[$ entonces f es creciente. (1.0 p)

c) Si f y $f + g$ son funciones crecientes, entonces g es una función creciente. (1.0 p)

San Miguel, 9 de junio de 2022.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

(P1)

d) $N(t) = 243 \left(\frac{4}{3}\right)^t$, el día inicial: $t=0$

$$\therefore N(0) = 243 \left(\frac{4}{3}\right)^0 \Rightarrow N(0) = 243$$

$$\frac{1024}{243} = ?$$

$$\begin{array}{r} 243 \\ 81 \\ 27 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{array}$$

$$\cancel{243} = 3^5$$

$$1024 = 2^{10}$$

$$\cancel{2^6} = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

$$\log_{\left(\frac{4}{3}\right)} \left(\frac{2^{10}}{3^5}\right)$$

$$\frac{4^8}{3} = \frac{4^5}{3^5}$$

$$\cancel{1024} =$$

$$\sqrt[5]{1024}$$

• En el día inicial habían 243 personas contagiadas.

b) $1024 = 243 \left(\frac{4}{3}\right)^t \Rightarrow \frac{1024}{243} = \left(\frac{4}{3}\right)^t \Rightarrow \log_{\left(\frac{4}{3}\right)} \left(\frac{1024}{243}\right) = t$

$$1024 = 2^{10} = 4^5$$

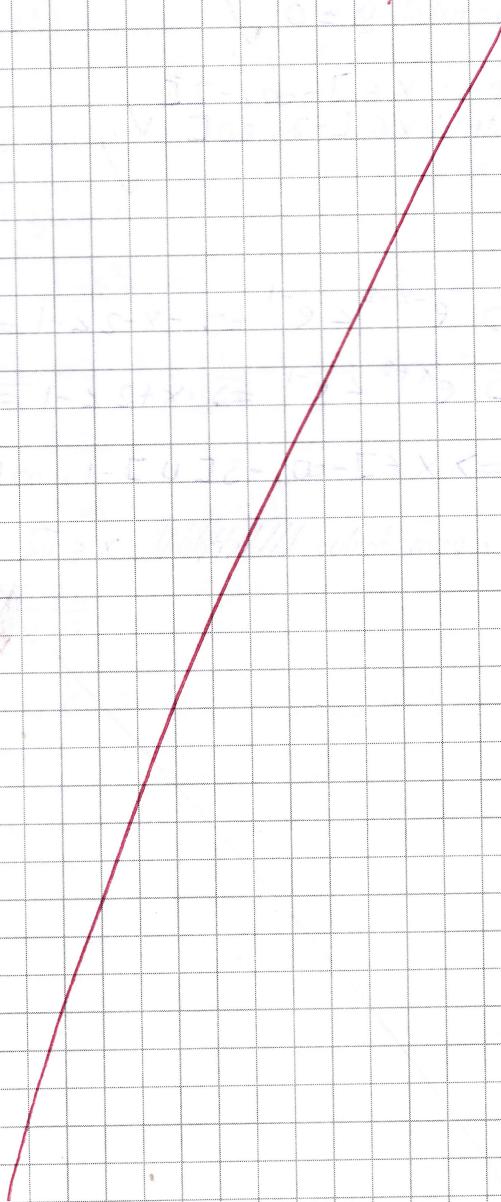
$$243 = 3^5$$

$$\log_{\left(\frac{4}{3}\right)} \left(\frac{4^5}{3^5}\right) = 5, t = 5$$

• Deben transcurrir 5 días.

✓

212



Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

(P2)

a) $f(x) = e^{-|x+2|} \Rightarrow f(x) \begin{cases} e^{-x-2} & , \text{ si } x \geq -2 \\ e^{x+2} & , \text{ si } x < -2 \end{cases}$

$y \uparrow$



$$* e^{-x-2} = \left(\frac{1}{e}\right)^{x+2}$$

Asintota horizontal: $y = 0$ ✓

b) F es creciente si $x \in]-\infty, -2]$. ✓

F es decreciente si $x \in [-2, \infty]$. ✓

2,5 / 2,5

✓

1 / 1

c) $e^{-x-2} < \frac{1}{e} \Rightarrow e^{-x-2} < e^{-1} \Rightarrow -x-2 < -1 \Rightarrow x > -1$

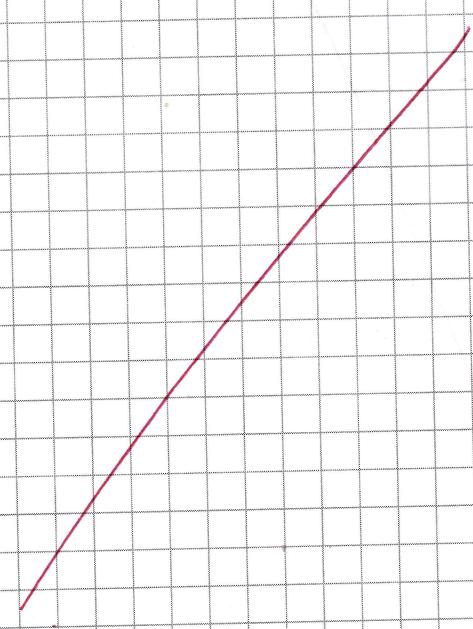
$$e^{x+2} < \frac{1}{e} \Rightarrow e^{x+2} < e^{-1} \Rightarrow x+2 < -1 \Rightarrow x < -3$$

$$\therefore F(x) < \frac{1}{e} \Rightarrow x \in]-\infty, -3] \cup]-1, \infty[$$

Pero $f(x) > 0$, para todos $x \in \mathbb{R}$ ✓

✓

1,5 / 1,5

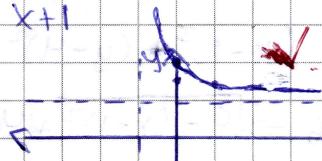


Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

P3

a) Para $\frac{x+2}{x+1}$, $x > 0$, $f(x)$ es decreciente



$$\text{Rango} = \mathbb{R} \setminus \frac{1}{2}$$

Para $\log_2(1+e^x)$, $x \leq 0$, $f(x)$ es creciente, ya que:

$h(x) = \log_2(1+x)$, creciente $h(g(x)) = f(x)$, creciente
 $g(x) = e^x$, creciente

11

Entonces, el máximo valor está en $x=0$ (para $\log_2(1+e^0) = 1$)

$$\log_2(1+e^0) = 1$$

$$\therefore \text{Rango} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

Entonces el rango de f es: $Rf = \mathbb{R} \setminus \{1\} \cup \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$Rf = \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$$

b) $\log_2(1+e^x)$, $x \leq 0$, es creciente por lo que es inyectiva
 $\frac{x+2}{x+1}$, $x > 0$, es decreciente, por lo que es inyectiva

* La única forma de que f no sea inyectiva es que los rangos se crucen, lo cual no sucede.
 $\therefore f$ es inyectiva.

$$c) x = \log_2(1+e^y) \Rightarrow 2^x = 1+e^y \Rightarrow 2^x - 1 = e^y \Rightarrow \ln(2^x - 1) = y$$

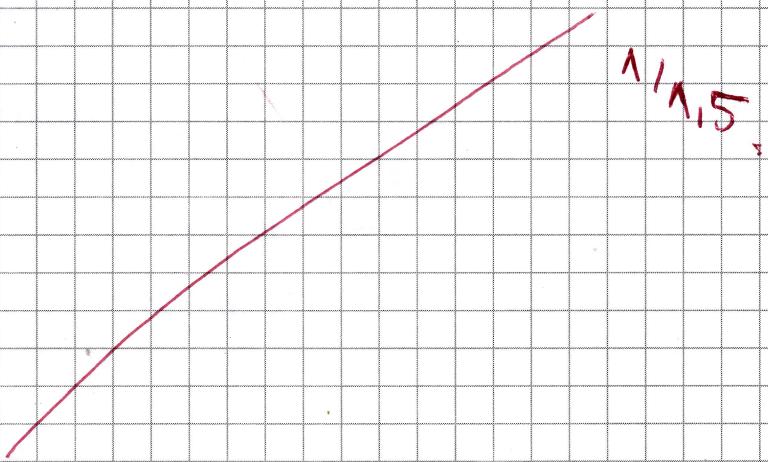
$$x = \frac{y+1}{y+1} \Rightarrow x = \frac{1}{y+1} + 1 \Rightarrow x - 1 = \frac{1}{y+1} \Rightarrow y+1 = \frac{1}{x-1}$$

$$\therefore y = \frac{1}{x-1} - 1$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \ln(2^x - 1), & x < 1 \\ \frac{-x+2}{x-1}, & x > 1 \end{cases}$$

$$\therefore -\frac{x+2}{x-1}$$

* El dominio de f^{-1} es el rango de f .



Presente aquí su trabajo

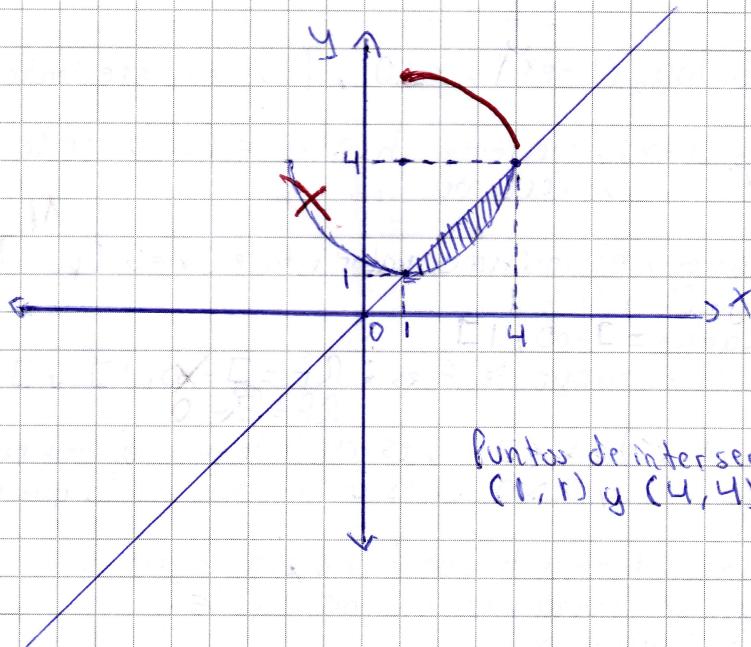
Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

(P4)

Para $x = 1 + \sqrt{-7 - y^2 + 8y}$, se debe despejar y

$$(x-1)^2 = -7 - y^2 + 8y \Rightarrow (x-1)^2 + (y-4)^2 = 9 \checkmark$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + 7 = -(y-4)^2 + 16 \Rightarrow \sqrt{9 - (x-1)^2} + 4 = y \checkmark$$



Puntos de intersección:
(1, 1) y (4, 4) ✓

Puntos:

$$\sqrt{9 - (x-1)^2} + 4 = x$$

$$9 - (x-1)^2 = (x-4)^2$$

$$-x^2 + 2x + 8 = x^2 - 8x + 16$$

$$0 = 2x^2 - 10x + 8$$

$$0 = x^2 - 5x + 4$$

$$\begin{array}{r|l} x & -4 \\ \hline x & -1 \end{array} \Rightarrow x=4 \vee x=1$$

~~2.5/2~~

2.5/2

foo

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

P5

Para que f este definido:

$$-1 + e^{x+4} > 0 \Rightarrow e^{x+4} > 1 \Rightarrow e^{x+4} > e^0 \Rightarrow \ln(e^{x+4}) = \ln e^0$$

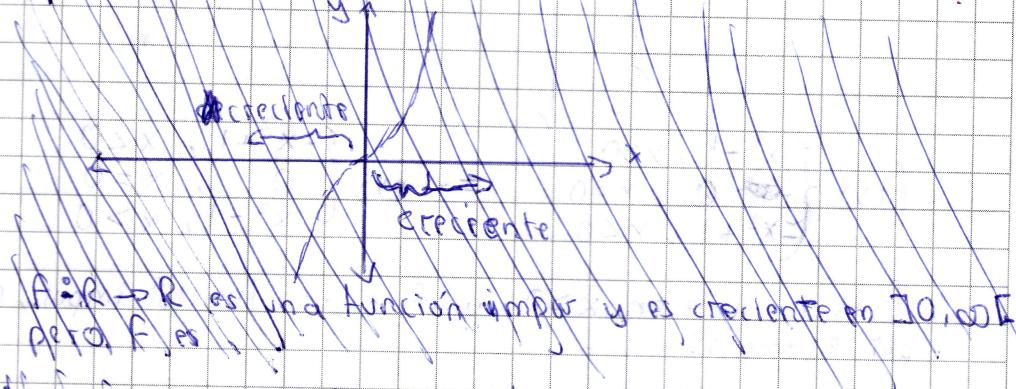
a)

$$x+4 > 0 \Rightarrow x > -4 \Rightarrow x \in]-4, \infty[\quad \checkmark$$

\therefore FALSO

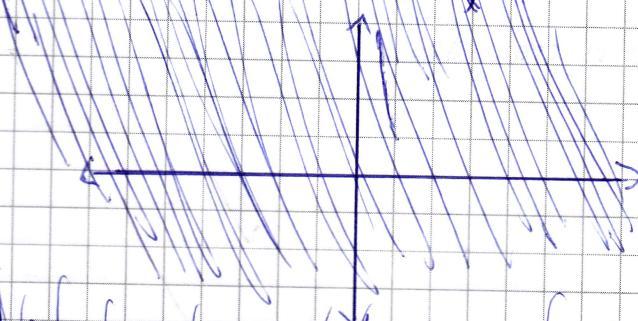
b) (falsa) $f(x) = x^2$

2/2.



$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función impar y es creciente en $]0, \infty[$.
Por lo tanto, f es:

b) (contradictorio) $f(x) = \frac{1}{x}$



b) (falsa) $f(x) = -f(-x)$

* Sea f creciente en $x > 0$, se debe cumplir que $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$

* Función impar:

$$a < b \Rightarrow -a > -b \Rightarrow f(a) > f(b)$$

$$0 < a < b \Rightarrow a > -a > -b \Rightarrow f(a) > f(-a) > f(-b)$$

$$\therefore f(a) > f(-a) & -f(b) = f(-b) \Rightarrow f(a) > f(-a) > -f(b)$$

Entonces:

SIGUIENTE PÁGINA →

1/1.

c) (contradictorio):

$$f(x) = x$$

creciente *

$$g(x) = 0$$

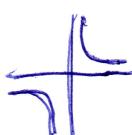
no creciente *

$$f+g(x) = x+0$$

creciente *

f es una función creciente y $f+g$ es una función creciente, pero g no es creciente. \checkmark

\therefore FALSO



$$\frac{1}{x}$$



$$f(x) = -f(-x)$$

$$a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$$

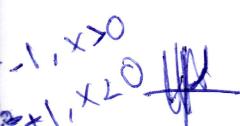
$$-a > -b \Rightarrow f(-a) > f(-b)$$

$$-f(-a) < -f(-b)$$

$$d) f = x$$

$$g = 1$$

$$f+g = x+1$$

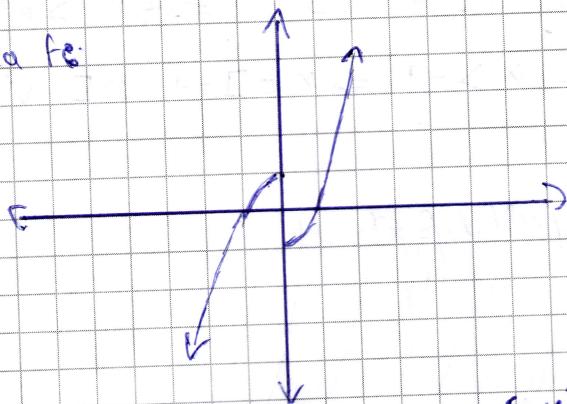


Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

b) (Contraejemplo):

Gráfica $f(x)$:



$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x^2 + 1, & x < 0 \end{cases}$$

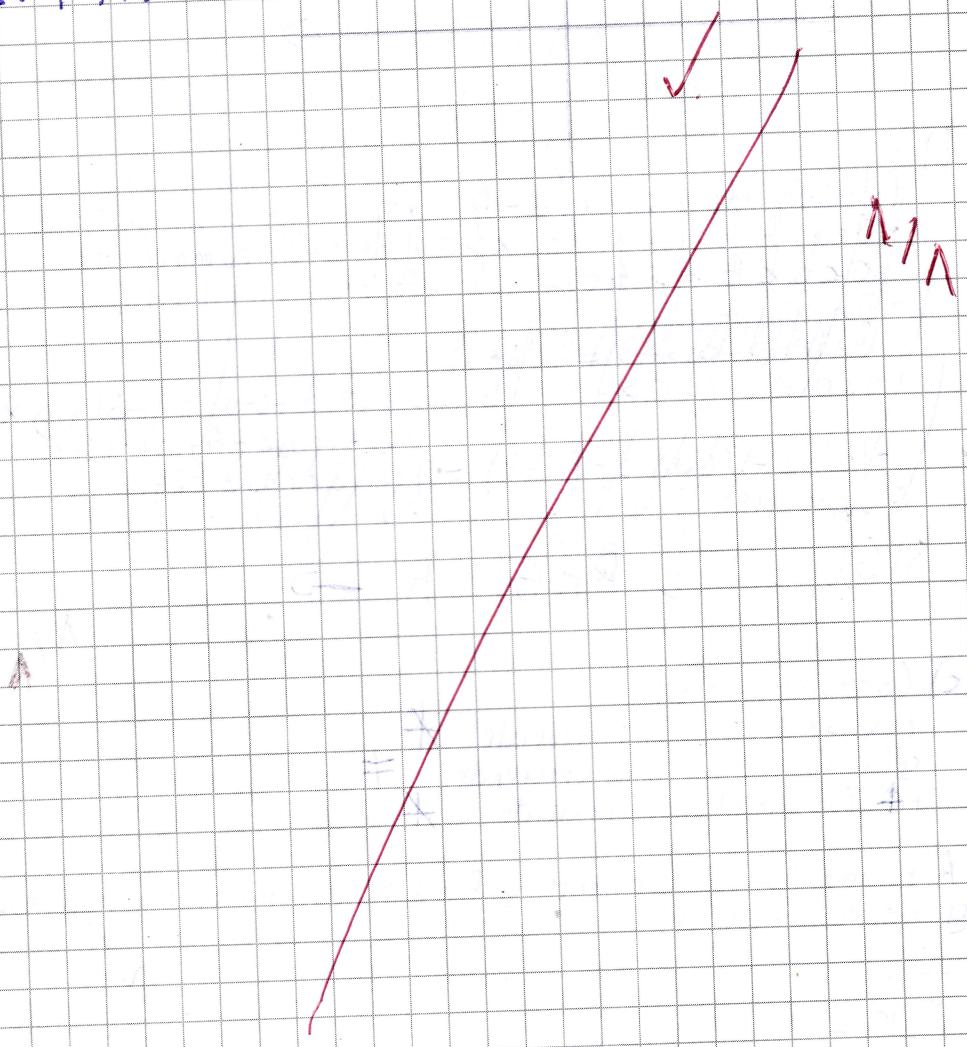
$$= -f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x^2 - 1, & x > 0 \end{cases}$$

f es creciente en $x \geq 0$ y F es una función impar, pero por ejemplo:

$$\text{if } -\frac{1}{2} < \frac{1}{2} \Rightarrow f(-\frac{1}{2}) = \frac{3}{2} > f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$$

Por lo que f no es creciente

∴ FALSO



INDICACIONES AL ALUMNO

- Llene con más esmero la carátula.
- Presente con más claridad su trabajo.
- Presente con más limpieza su trabajo.
- Haga los cálculos con más esmero.
- Ordene mejor su presentación.
- Explique mejor su procedimiento.
- Dibuje mejor los croquis.
- Tabule mejor los datos.
- El profesor desea hablar con usted.
- Venga mejor preparado.

Notas parciales	
Pregunta	Nota
1	3.0.
2	5.0.
3	3.5.
4	2.5.
5	4.0
6	
7	
8	
Total	18.0.

Estudios Generales Ciencias



facultad.pucp.edu.pe/generales-ciencias/

Contiene lo referente a las actividades realizadas en la unidad, así como información que le será de utilidad.

facebook.com/eeggcc

buzon20@pucp.edu.pe

Para realizar preguntas sobre algún aspecto del reglamento cuya lectura no deje claro, dar sugerencias, solicitar información sobre el proceso de egresados o acreditación de idiomas, realizar observaciones a la relación de cursos permitidos y lo relacionado sobre los procesos de matrícula, etc.

626-2000 Anexos 5200, 5210, 5242