PUCP

Estudios
Generales Ciencias

Fundamentos de Cálculo

Examen Parcial

Semestre Académico 2024-1

Horarios: 0101 al 0116. **(Turno 1)** Duración: 180 minutos

Elaborado por todos los profesores

Advertencias:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

Indicaciones:

- El desarrollo de todos los ejercicios siguientes debe realizarse **detallando sus procedimientos** y justificando todas sus respuestas.
- No se permite el uso de apuntes de clase, libros, calculadoras, tablas o computadora personal.
- La presentación, ortografía y gramática serán tomadas en cuenta en la calificación.

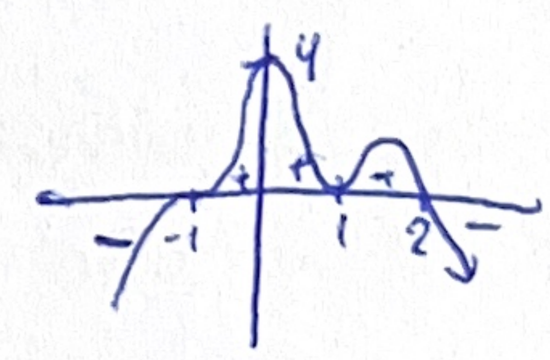
---

1. a) Determine el dominio (implícito) de la función (2,5 pt)

$$f(x) = \sqrt{\frac{3x}{2 - x^2 + x}} + \frac{x^2 - 1}{|x^2 - 3x + 3| - 1}.$$

b) Esboce la gráfica de la función (1,5 pt)

$$g(x) = -2(x-2)(x+1)^3(x-1)^4.$$



2. Sean

$$f(x) = (x-1)^{\frac{2}{5}} + 2,\ 0 \le x \le 7, \qquad \text{y} \qquad g(x) = \begin{cases} \sqrt{12 + 8x - 4x^2} - 1, & 0 < x \le 3; \\ \dfrac{x+5}{2}, & x > 3. \end{cases}$$

a) Esboce la gráfica de la función f. (1 pt)

b) Esboce la gráfica de la función g. (2 pt)

c) Halle la función $f + g$. (2 pt)

3. Sean

$$f(x) = 1 - \sqrt{4x - 8},\ 2 \le x \le 10, \qquad \text{y} \qquad g(x) = \frac{x^2}{4} - 2x + 7,\ x \ge 4.$$

a) Esboce la gráfica de la función f. (1,5 pt)

Continúa...

b) Esboce la gráfica de la función g. (1 pt)

c) Halle la función $f \circ g$. (2 pt)

d) Halle el rango de la función $f \circ g$. (1,5 pt)

4. Una función f cumple las siguientes condiciones: (3 pt)

   - El dominio de f es $]-5,5[$.
   - El rango de f es $[0,8]$.
   - f es una función par.
   - Para $x \in [0,2]$, la gráfica de f es un segmento de recta.
   - Para $x \in]2,5[$, $f(x) = -x^2 + bx + c$, donde b y c son constantes.
   - La gráfica de f pasa por los puntos $(1,2)$, $(2,0)$ y $(-3,7)$.

   Encuentre los valores de b y de c, y halle la función f.

   $b=8 \mid c=-8$

   $$f(x)=\begin{cases} -x^2-8x-8 & ; -5<x<-2 \\ 2x+4 & ; -2\leq x<0 \\ -2x+4 & ; 0\leq x\leq 2 \\ -x^2+8x-8 & ; 2<x<5 \end{cases}$$

5. Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   a) Existe $a \in \mathbb{R}$ tal que para todo $x > 0$ se cumple que $x^2 + 2x - a^2 > 0$. $a=0$ V (1 pt)

   b) Si $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función y $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función impar, entonces la función $g \circ f$ es impar. F (1 pt)

San Miguel, 16 de mayo de 2024.

ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

PUCP

ET LUX IN TENEBRIS LUCET MCMXVII

Primer examen

Año	Número
2 0 2 4	1 0 2 8

Código de alumno

Gastelo Marchán Juan Antonio

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: FUCAL

Horario: H-102

Fecha: 16/05/24

Nombre del profesor: Ricardo Ramos

Nota

20

Firma del profesor

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir este examen calificado, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$x^2 - x - 2$

$(x-2)(x+1)$

$x^2 - 2x + x - 2$

$x^2 - x - 2$

$|b| = a$

$b = a, b = -a$

$x^2 - 3x$

$x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4$

$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + \frac{16}{4}$

$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$

$3^2 - 4(1)(3)$

$9 - 12 =$

1.- a) $\frac{3x}{2 - x^2 + x} \geq 0 \wedge 2 - x^2 + x \neq 0 \wedge |x^2 - 3x + 3| - 1 \neq 0$

$\frac{3x}{x^2 - x - 2} \leq 0 \wedge x^2 - x - 2 \neq 0 \wedge |x^2 - 3x + 3| \neq 1$

$\wedge\ x^2 - 3x + 3 \neq 1 \wedge x^2 - 3x + 3 \neq -1$

$\frac{3x}{(x-2)(x+1)} \leq 0 \wedge (x-2)(x+1) \neq 0 \wedge x^2 - 3x + 2 \neq 0 \wedge x^2 - 3x + 4 \neq 0$

$x \neq 2 \wedge x \neq -1$

$\wedge\ x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4 \neq 0$

$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 4 \neq 0$

P.C: $\begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$

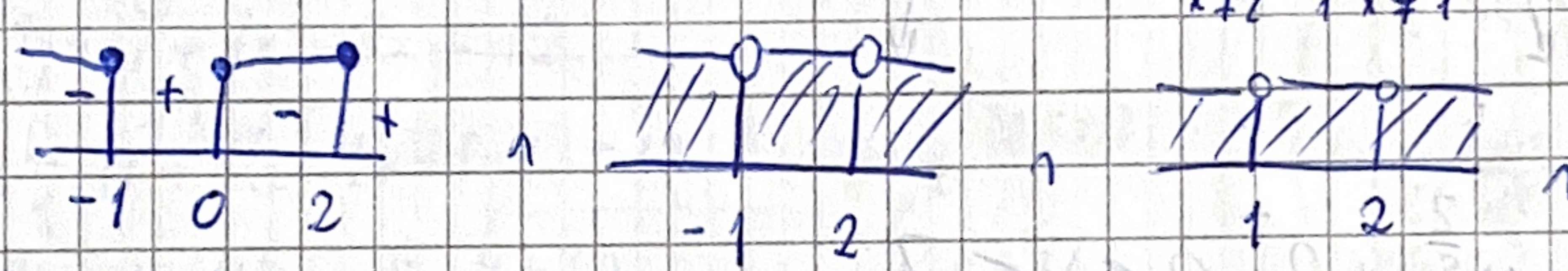
$\wedge (x-2)(x-1) \neq 0 \wedge$

$x \neq 2 \wedge x \neq 1$

$\underbrace{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \neq 0}$

En $\mathbb{R}$: $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0$

$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4} > 0$

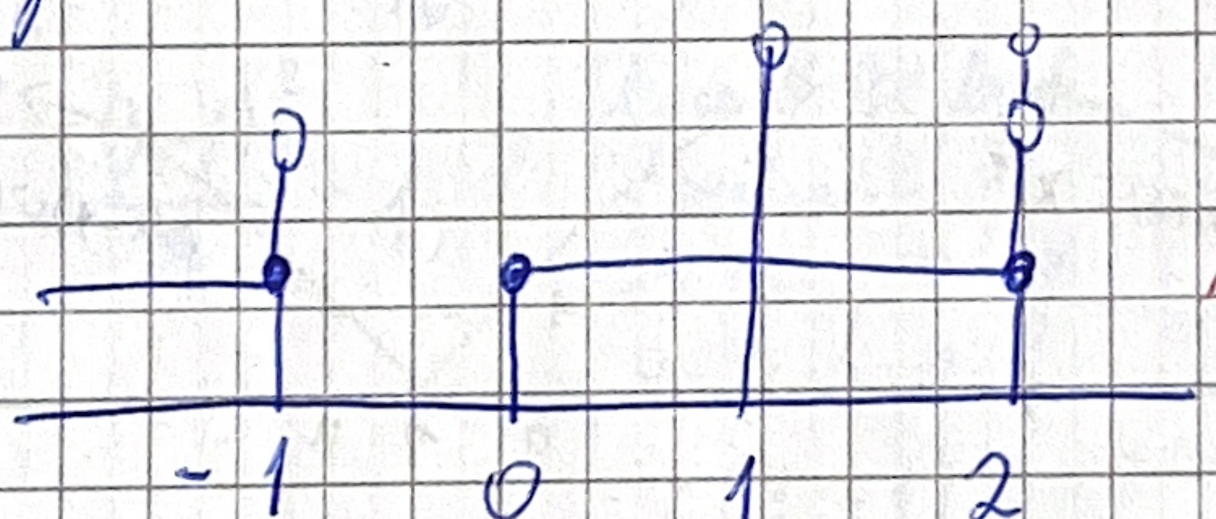


x	−	−	+	+
x−2	−	−	−	+
x+1	−	+	+	+

Ley de signos.

$\frac{7}{4} + \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 > 0$

$\mathbb{R}$



8.5

Dom f: $]-\infty; -1[\cup [0; 1[\cup]1; 2[$

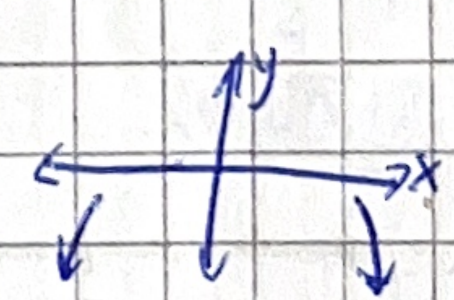
b) $g(x) = -2(x-2)(x+1)^3(x-1)^4 \to$ Coeficiente principal: $-2 < 0$ negativo

Multiplicidad: $1 + 3 + 4 = 8 \to$ Grado del polinomio $\to 8 \to$ par

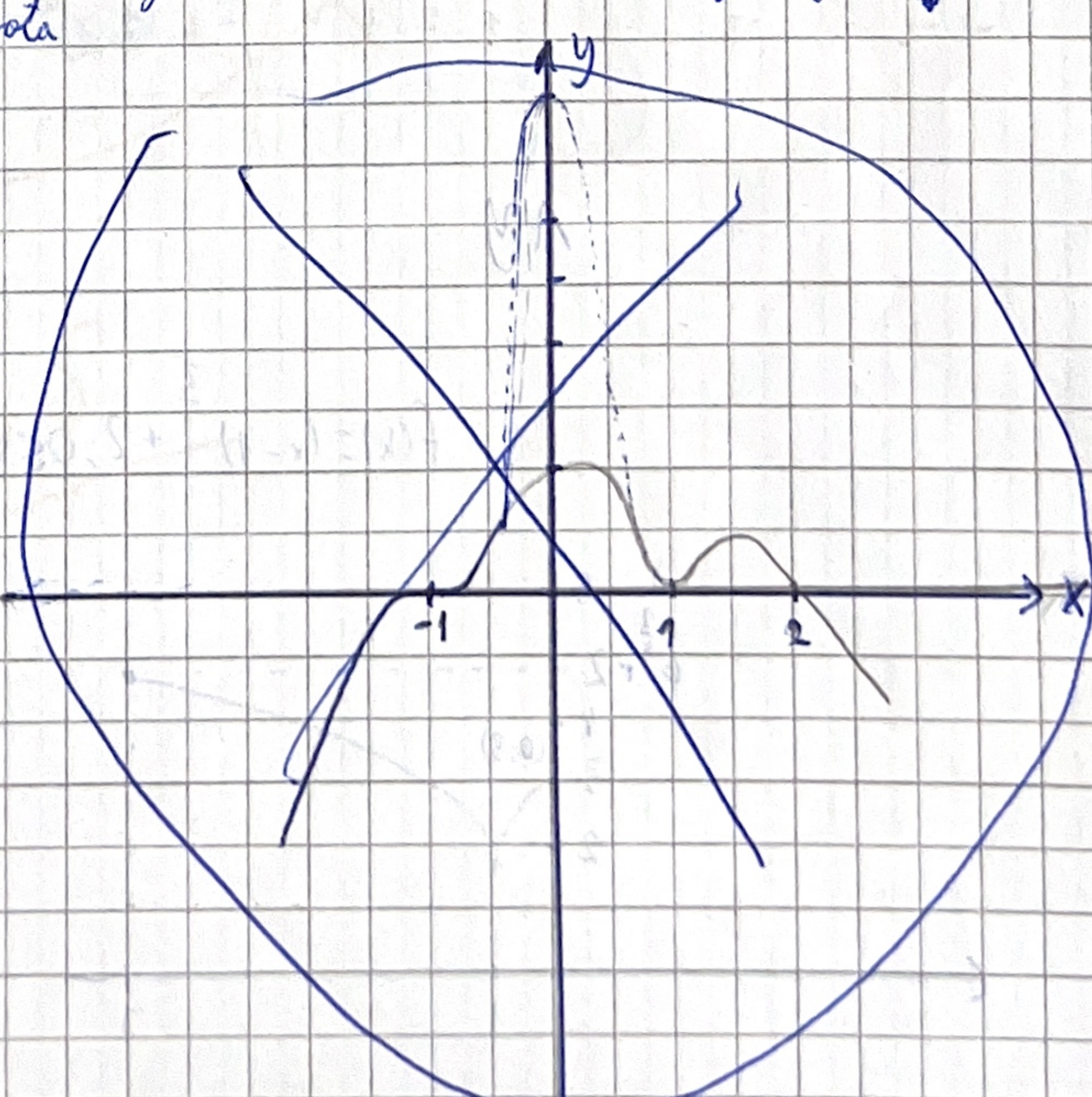
$g(x) = 0 \to x = 2 \to$ atraviesa directamente

$x = -1 \to$ atraviesa tangencialmente

$x = 1 \to$ rebota



	−	+	+	−
		−1	1	2
−2	−	−	−	−
x−2	−	−	−	+
$(x+1)^3$	−	+	+	+
$(x-1)^4$	+	+	+	+



$g(0) = -2(0-2)(0+1)^3(0-1)^4$

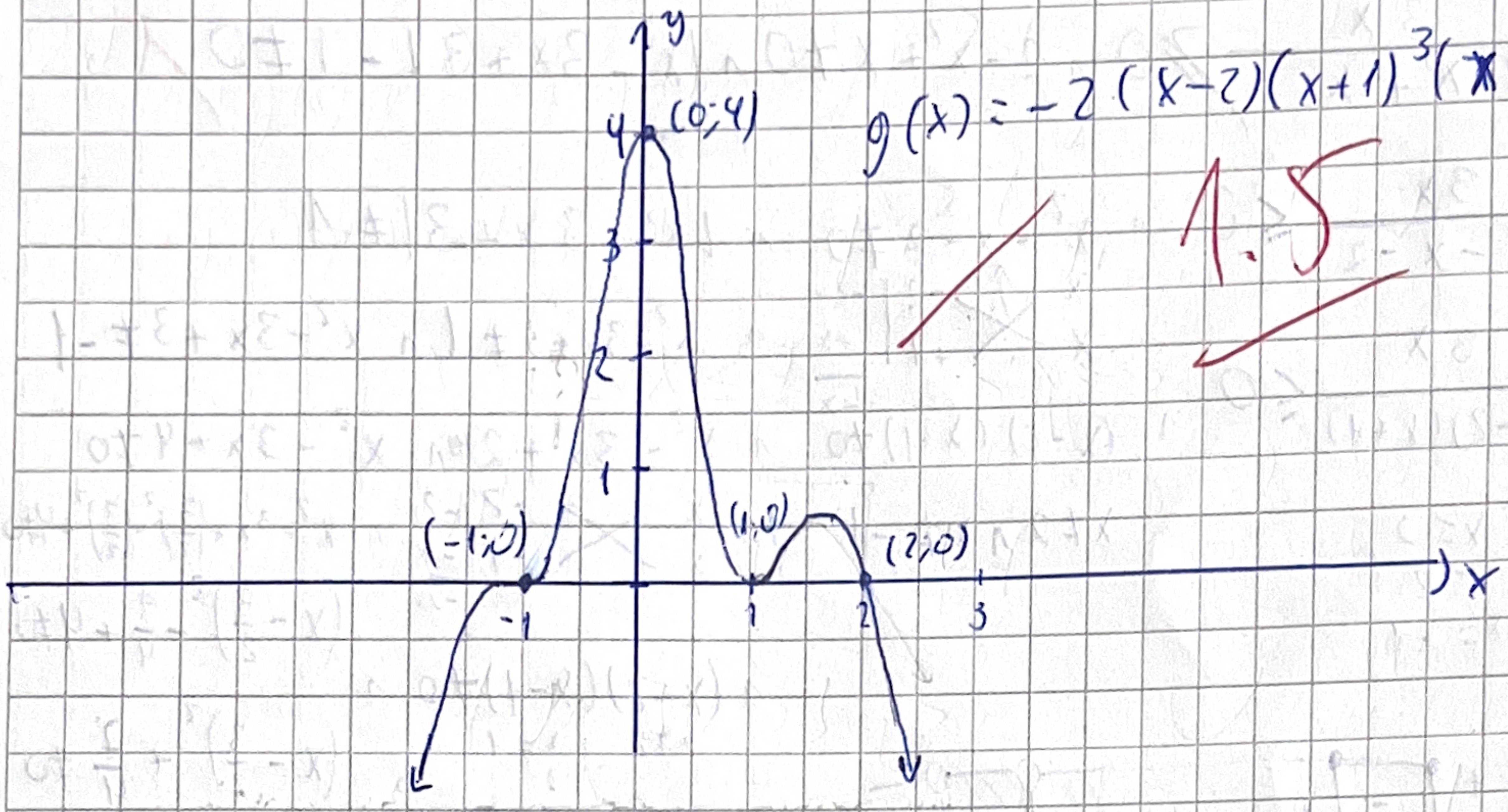
$g(0) = -2(-2)(1)(1)$

$g(0) = 4 \to (0; 4)$

Presente aquí su trabajo

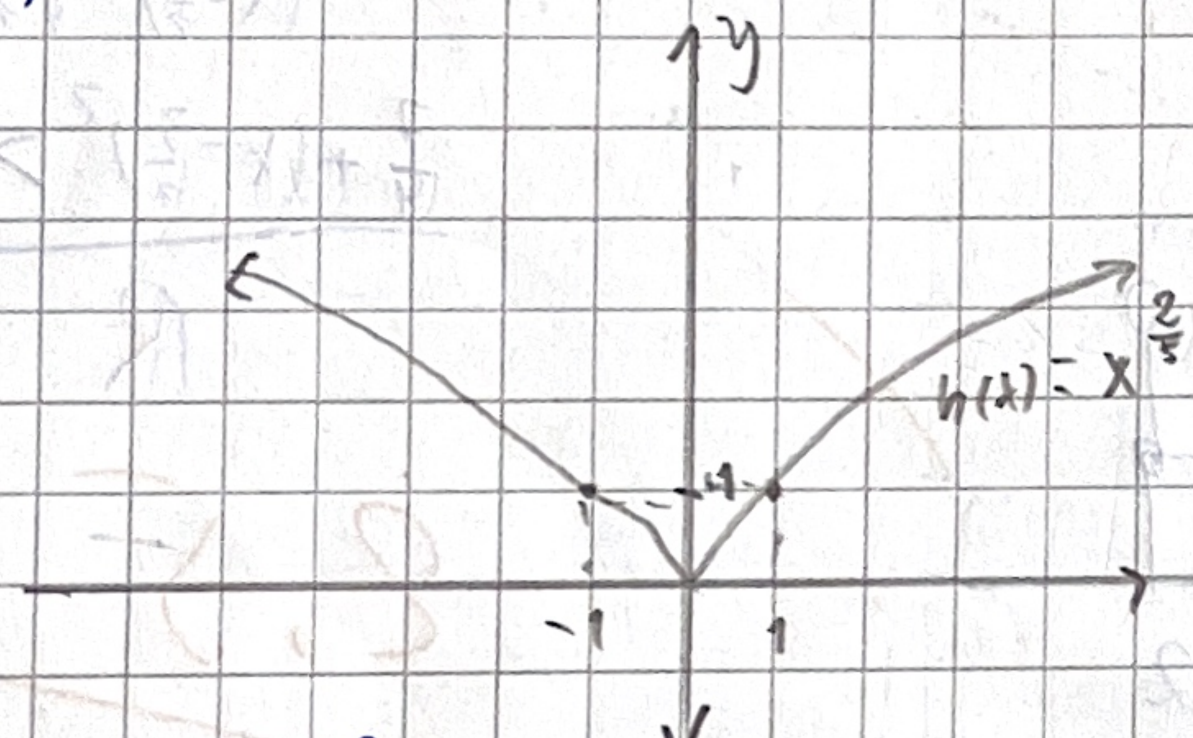
Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

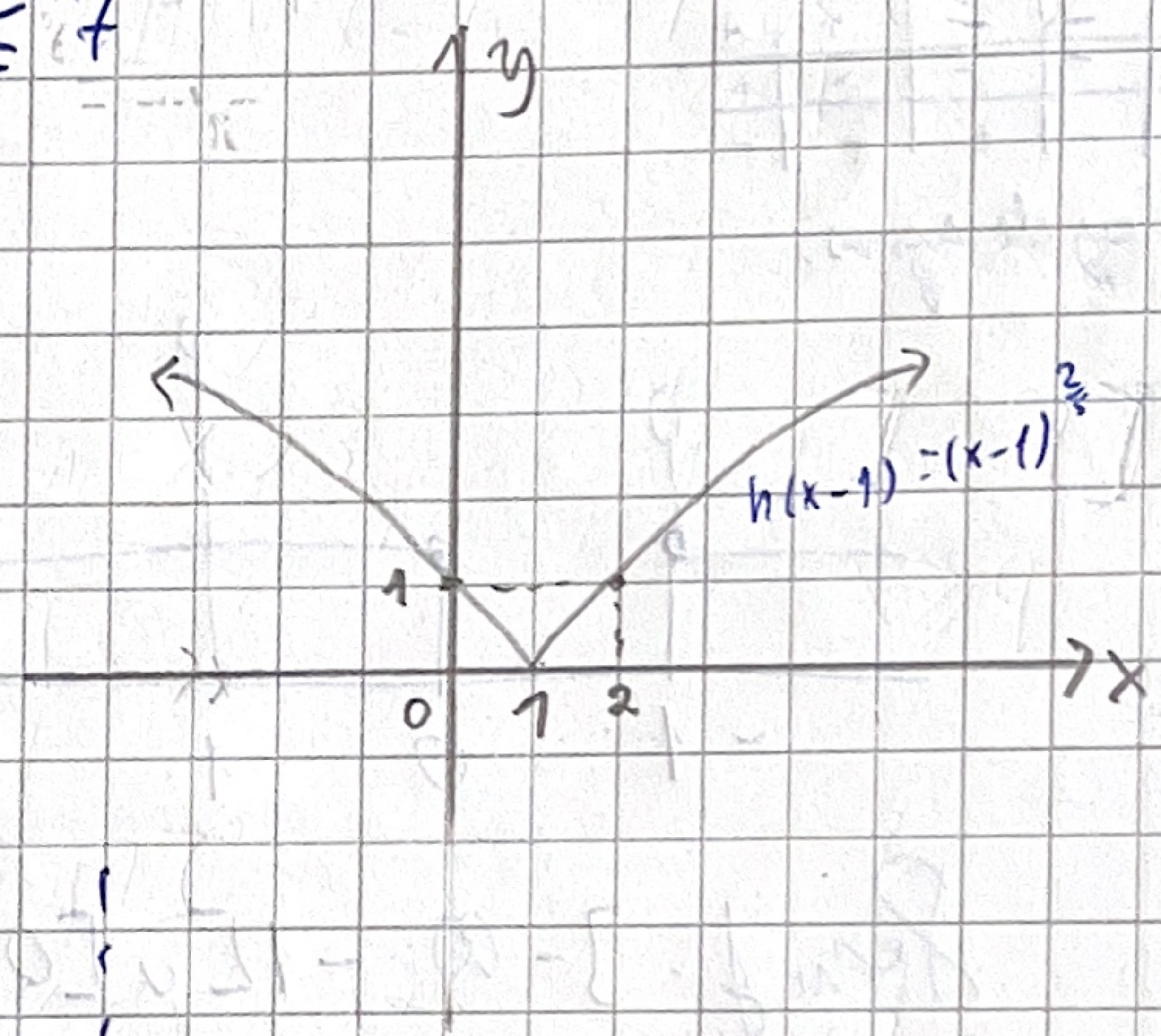
$g(x) = -2(x-2)(x+1)^3(x-1)^4$



1.5

2- a) $f(x) = (x-1)^{\frac{2}{5}} + 2 \; ; 0 \leq x \leq 7$

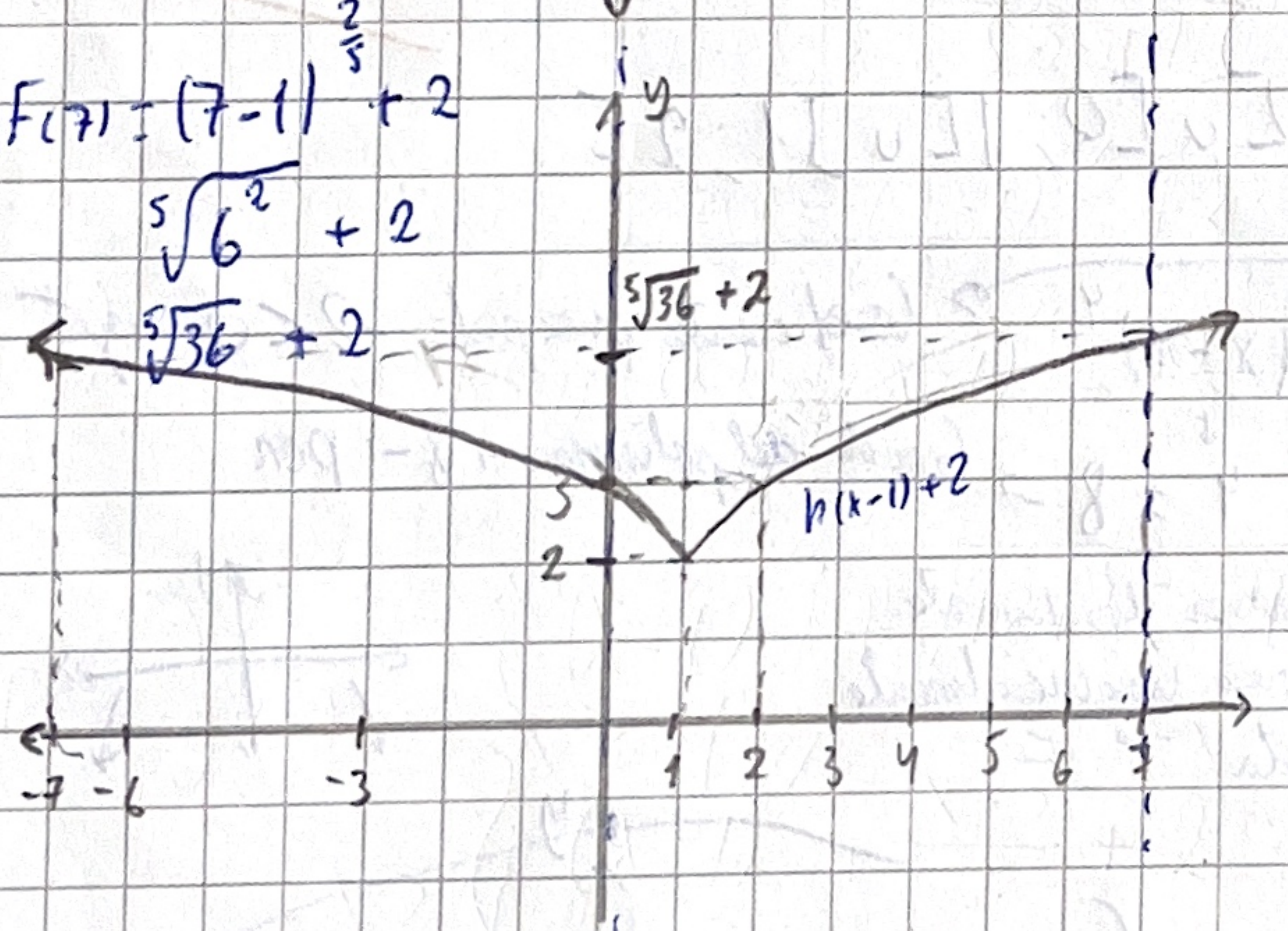




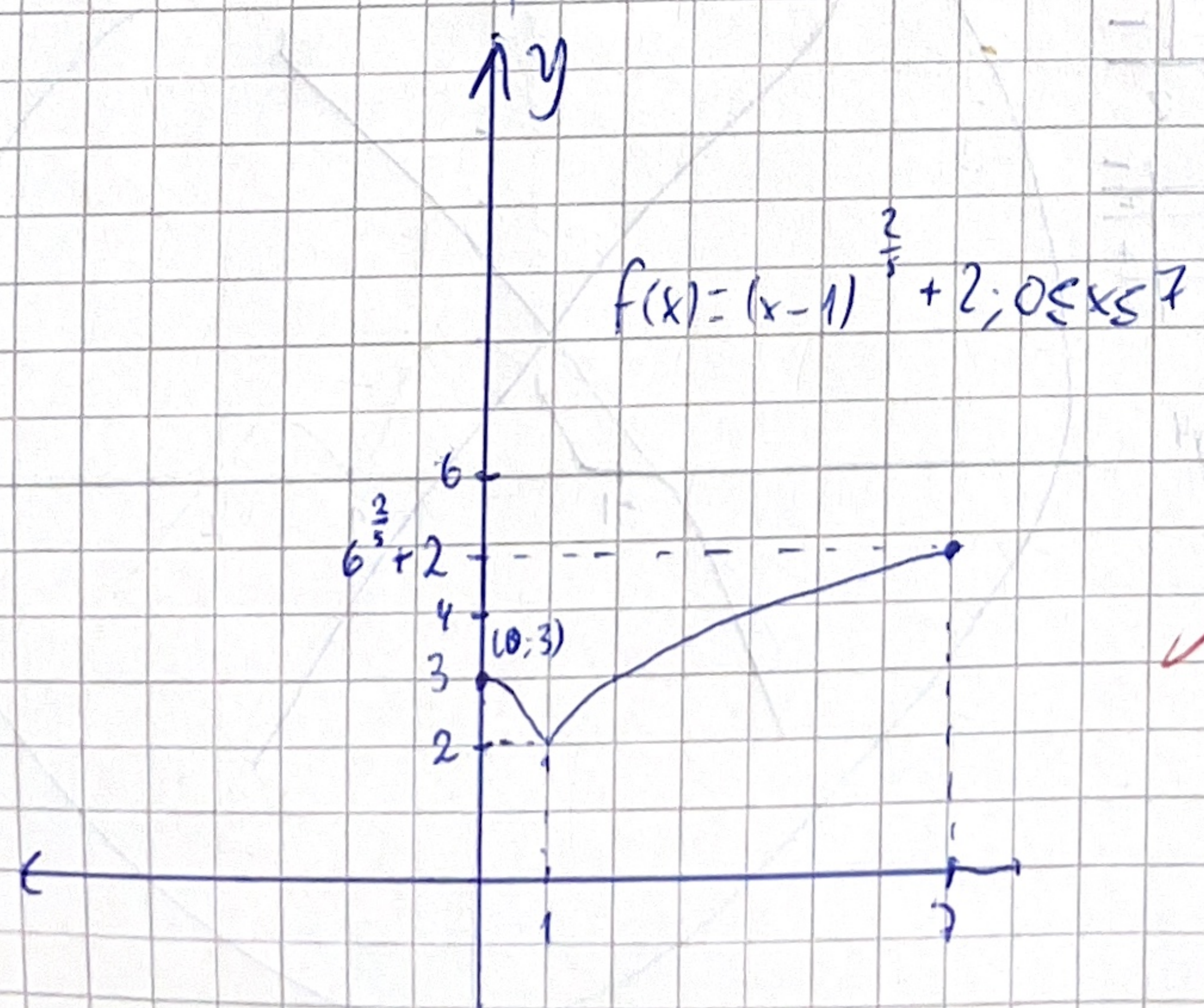
$F(7) = (7-1)^{\frac{2}{5}} + 2$

$\sqrt[5]{6^2} + 2$

$\sqrt[5]{36} + 2$



1



Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

2-b) $g(x) = \begin{cases} \sqrt{12+8x-4x^2} - 1 \; ; \; 0 < x \leq 3 \\ \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \; ; \; x > 3 \end{cases}$

$0 < x \leq 3$

$y = \sqrt{12+8x-4x^2} - 1$

$y+1 = \sqrt{12+8x-4x^2} \rightarrow y+1 \geq 0$

$y \geq -1$

En $\mathbb{R}$: $\sqrt{12+8x-4x^2} \geq 0$

$(y+1)^2 = 12+8x-4x^2$

$(y+1)^2 + 4x^2 - 8x = 12$

$(y+1)^2 + 4(x^2-2x+1-1) = 12$

$(y+1)^2 + 4(x-1)^2 - 4 = 12$

$\frac{(y+1)^2 + 4(x-1)^2}{16} = \frac{16}{16}$

$\frac{(y+1)^2}{16} + \frac{(x-1)^2}{4} = 1 \rightarrow$ Elipse de eje focal vertical.

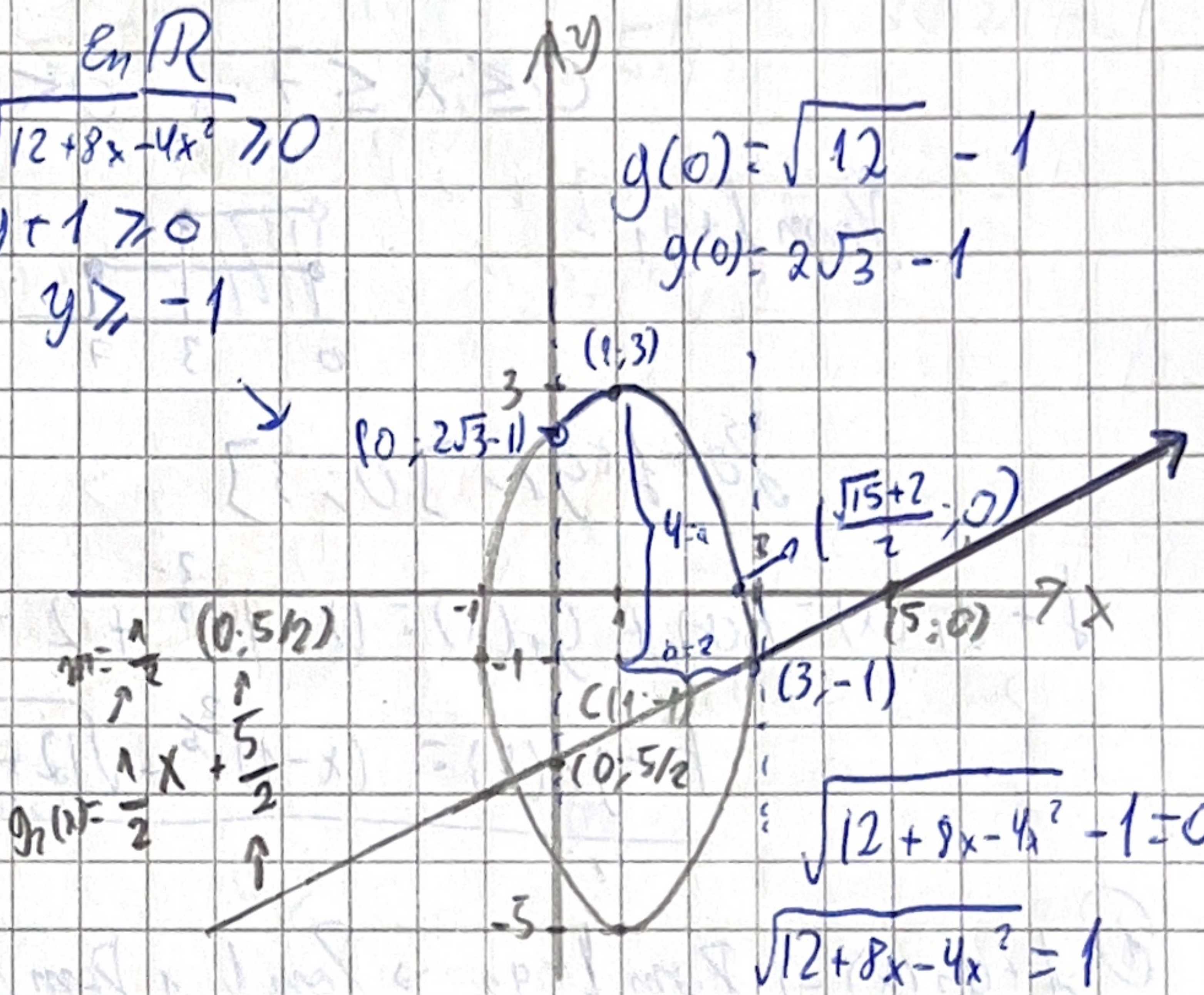
$a^2 = 16$, $b^2 = 4$

$a = 4$ / $b = 2$

$C(1;-1)$

$g(0) = \sqrt{12} - 1$

$g(0) = 2\sqrt{3} - 1$



$\sqrt{12+8x-4x^2} - 1 = 0$

$\sqrt{12+8x-4x^2} = 1$

$12+8x-4x^2 = 1$

$4x^2 - 8x - 11 = 0$

$4(x^2 - 2x) = 11$

$4(x^2-2x+1-1) = 11$

$4(x^2-2x+1) = 15$

$(x-1)^2 = \frac{15}{4}$

$0 < x \leq 3$

$|x-1| = x-1$

$|x-1| = \frac{\sqrt{15}}{2}$

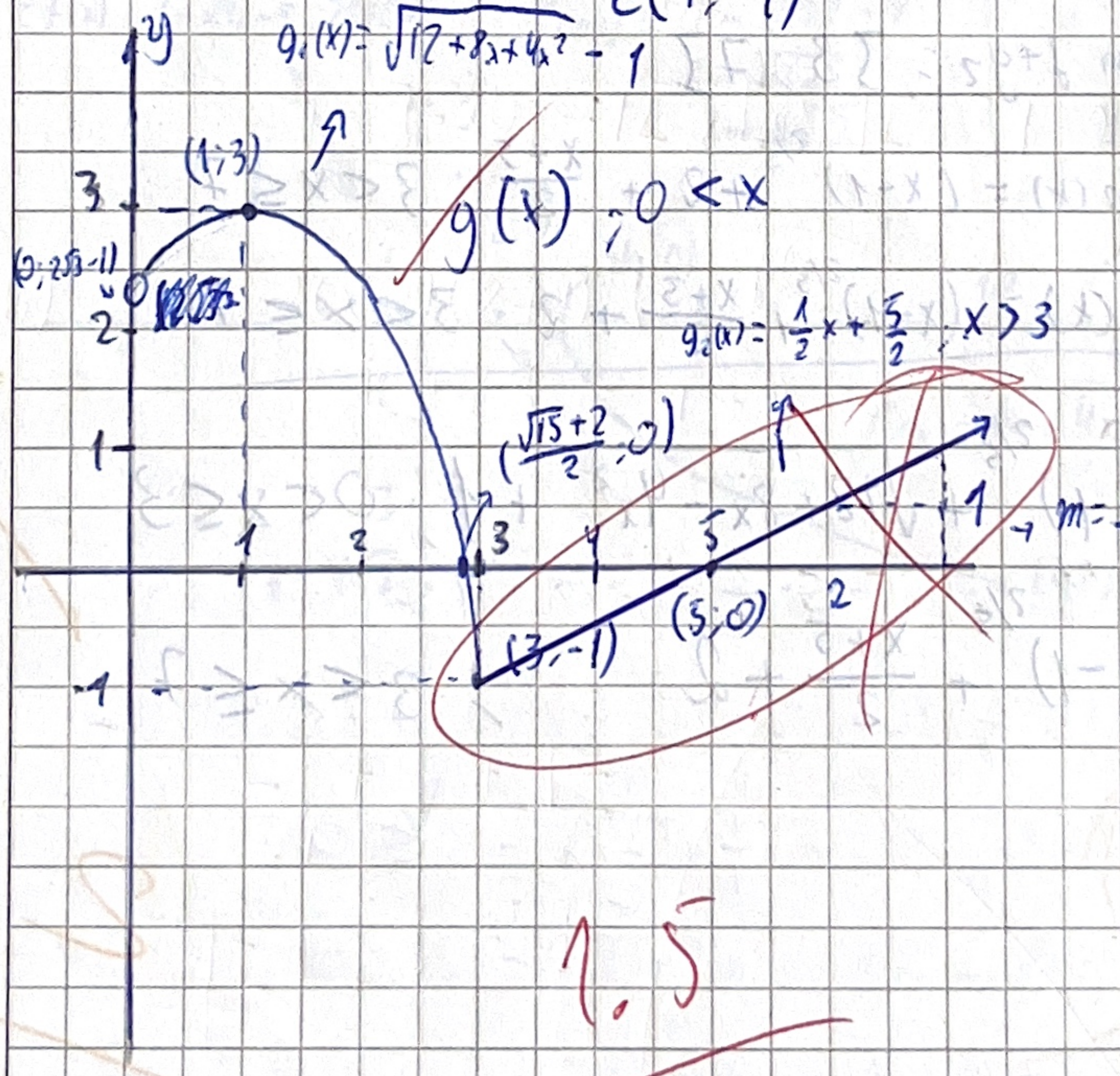
$x = \frac{\sqrt{15}}{2} + 1$

$x = \frac{\sqrt{15}+2}{2}$

$g_1(x) = \sqrt{12+8x+4x^2} - 1$

$g(x) \; ; 0 < x$

$g_2(x) = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \; ; x > 3$



1.5

Presente aquí su trabajo

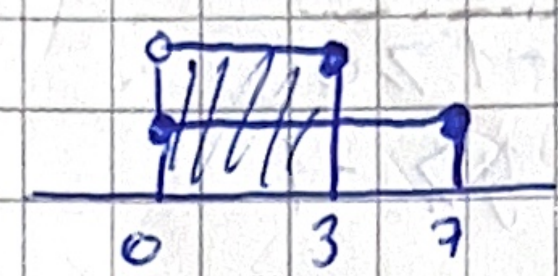
Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

2c) $f+g(x) \to Dom\, f+g(x) \to Dom\, f \cap Dom\, g$

① $f+g_1(x) \to Dom\, f+g_1(x) \to Dom\, f \cap Dom\, g_1$

$0 \leq x \leq 7 \cap 0 < x \leq 3$

$Dom\, f+g_1$:



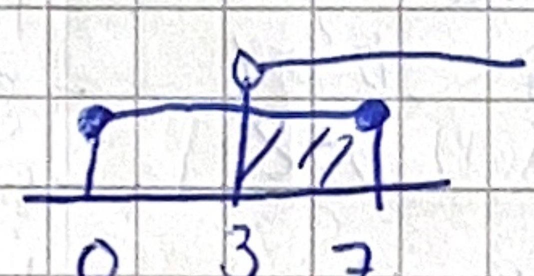
$Dom\, f+g_1 =]0;3]$

$f+g_1(x) = f(x) + g_1(x) = (x-1)^{\frac{2}{5}} + 2 + \sqrt{12+8x-4x^2} - 1$

$f+g_1(x) = (x-1)^{2/5} + \sqrt{12+8x-4x^2} + 1 ; 0 < x \leq 3$

① $f+g_2(x) \to Dom\, f+g_2 \to Dom\, f \cap Dom\, g_2$

$0 \leq x \leq 7 \cap x > 3$ $\quad Dom\, f+g: [0;7]$



$Dom\, f+g_2 :]3;7]$

$f+g_2(x) = f(x) + g_2(x) = (x-1)^{2/5} + 2 + \frac{x+5}{2} ; 3 < x \leq 7$

$f+g_2(x) = (x-1)^{2/5} + \frac{x+3}{2} + 2 ; 3 < x \leq 7$

$$(f+g)(x) = \begin{cases} (x-1)^{2/5} + \sqrt{12+8x-4x^2} + 1 ; & 0 < x \leq 3 \\ (x-1)^{2/5} + \frac{x+5}{2} + 2 & ; 3 < x \leq 7 \end{cases}$$

2

Presente aquí su trabajo

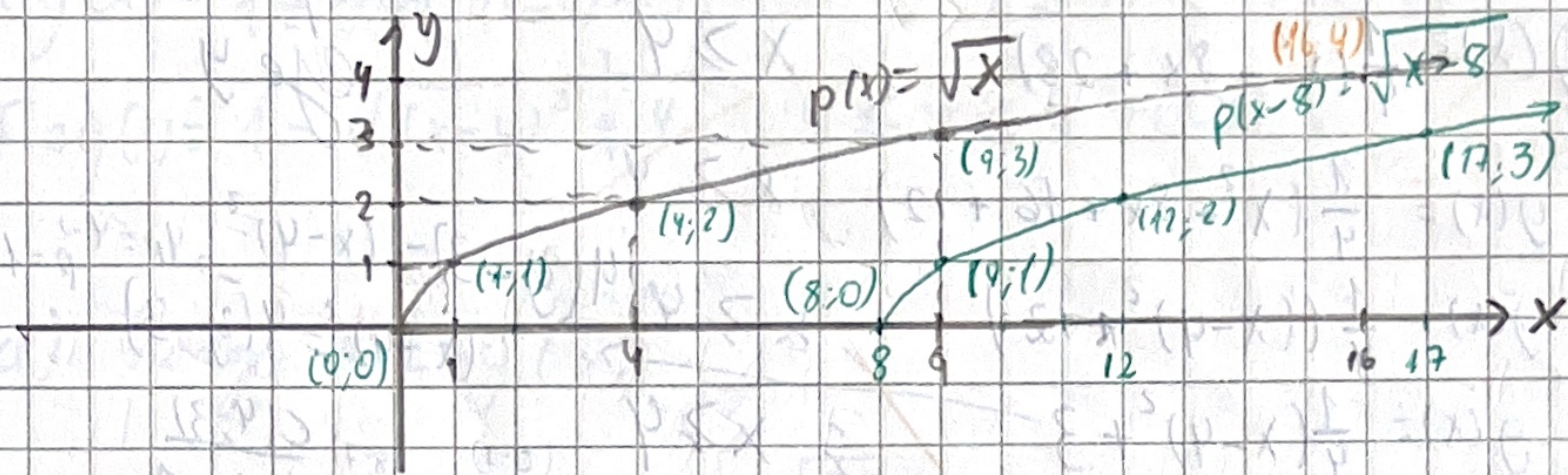
Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$16 + 8$
24

3.

a) $f(x) = 1 - \sqrt{4x-8}$; $2 \leq x \leq 10$

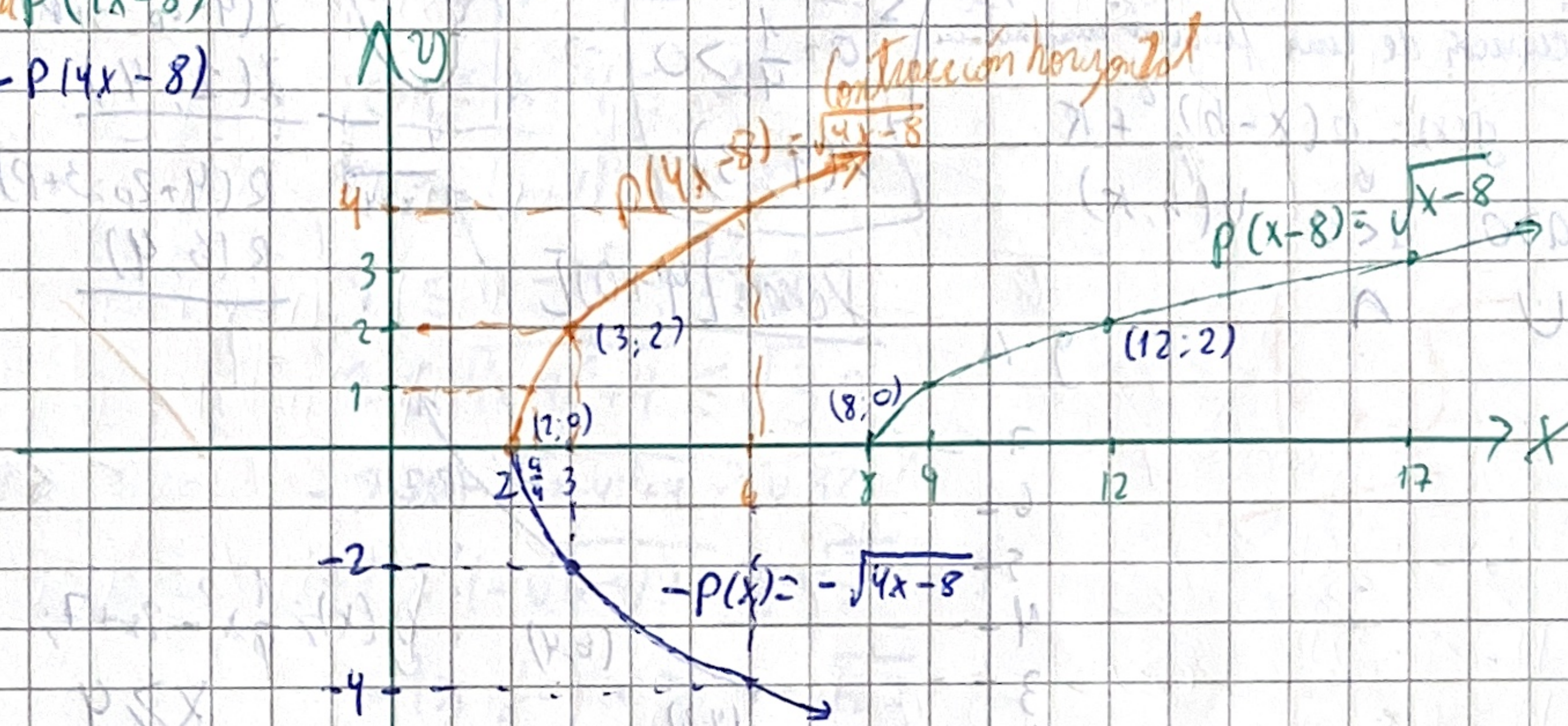
Traslación horizontal a la derecha



$4 \cdot p(4x-8)$

$-p(4x-8)$

Contracción horizontal

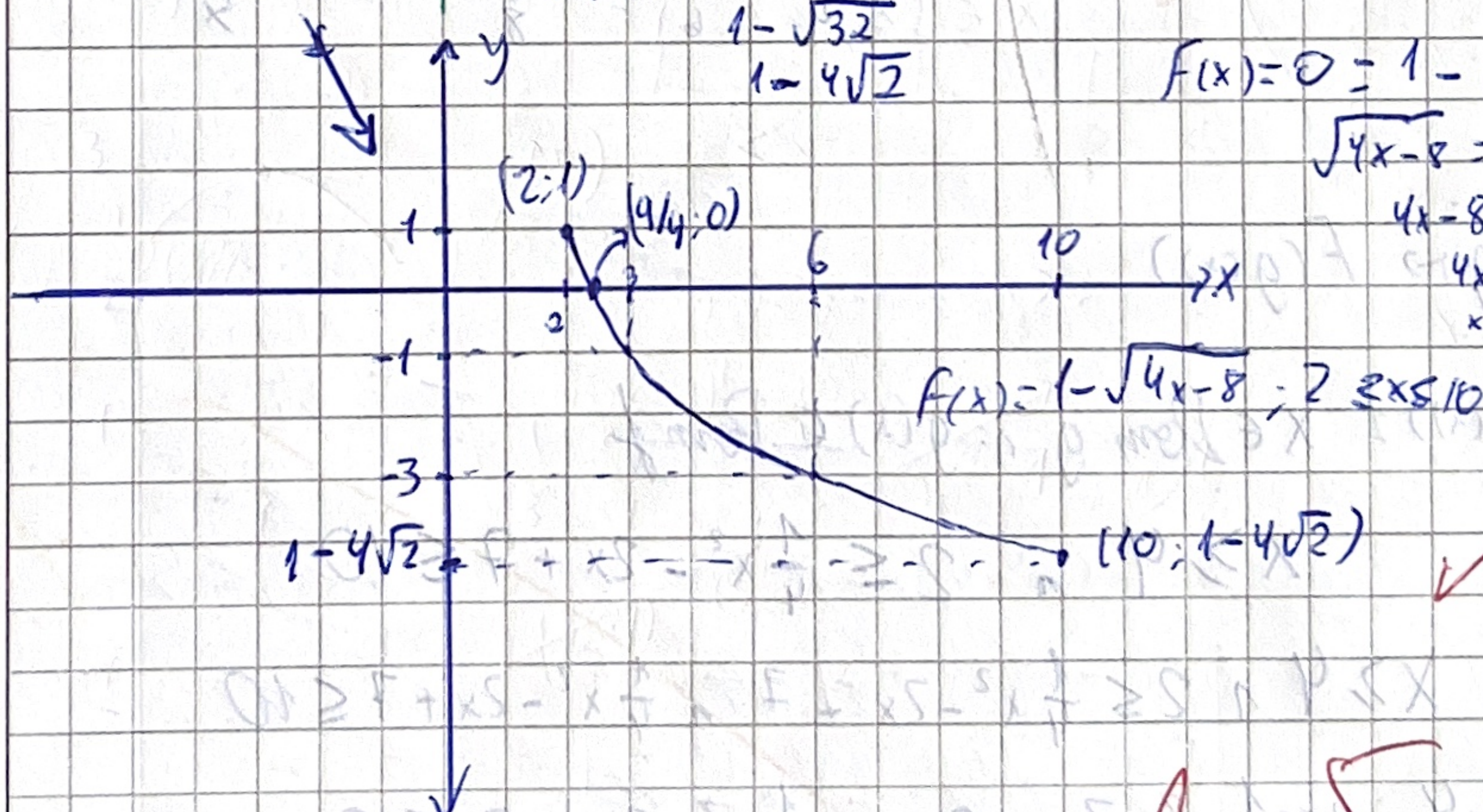


$-p(4x-8)+1 =$
$= f(x) = 1 - \sqrt{4x-8}$; $2 \leq x \leq 10$

$F(10) = 1 - \sqrt{40-8}$
$1 - \sqrt{32}$
$1 - 4\sqrt{2}$

$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$

$F(x) = 0 = 1 - \sqrt{4x-8}$
$\sqrt{4x-8} = 1$
$4x - 8 = 1$
$4x = 9$
$x = \frac{9}{4} \rightarrow \left(\frac{9}{4};0\right)$



1,5

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

3b) $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 7 \; ; \; x \geq 4 \rightarrow (0;7)$

Intercepto con el eje y.

$g(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 28) \; ; \; x \geq 4$

$g(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16 + 12) \; ; \; x \geq 4$

$g(x) = \frac{1}{4}((x-4)^2 + 12) \; ; \; x \geq 4$

$g(x) = \frac{1}{4}(x-4)^2 + 3 \; ; \; x \geq 4$

$4(y-3) = (x-4)^2 \rightarrow 4p = 4 \rightarrow p = 1$

$(x-4)^2 = 4(y-3)$

$C(4;3)$

Lado recto:

$L(4-2p; 3+p)$

$L(2;4)$

$R(4+2p; 3+p)$

$R(6;4)$

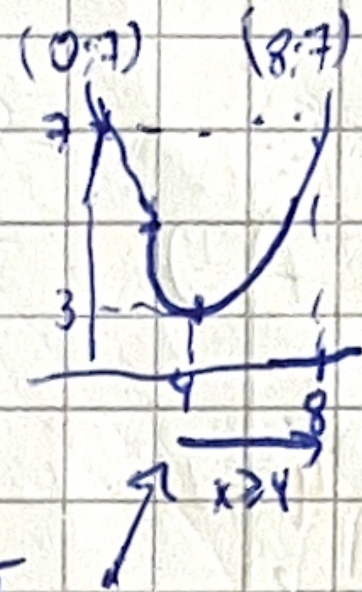
Ecuación de una función cuadrática

$g(x) = a(x-h)^2 + K$

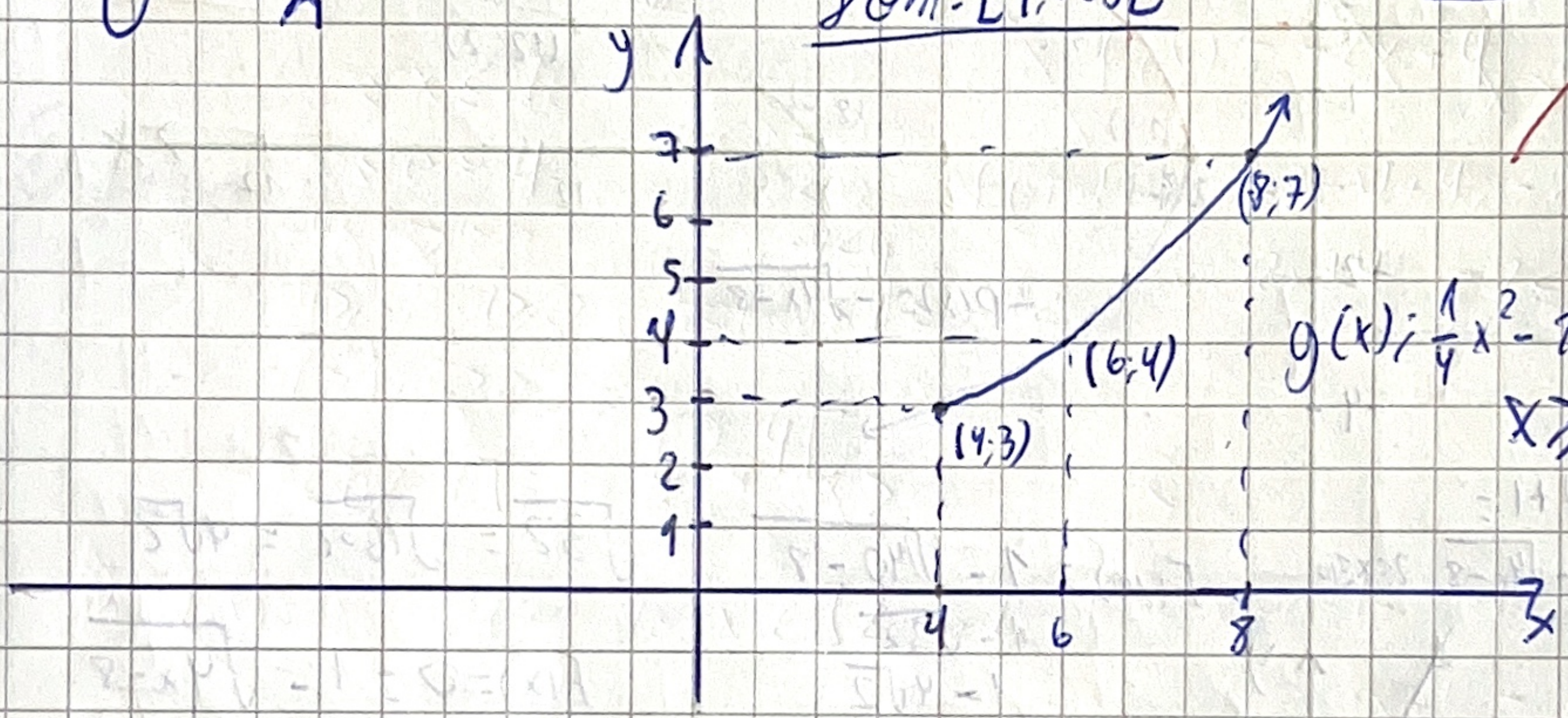
$a>0 \quad a<0 \quad V(h;k)$

$\cup \quad \cap$

$\boxed{a = \frac{1}{4} > 0 \quad V(4;3)}$



Dom: $[4; +\infty[$



$g(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 7 \; ; \; x \geq 4$

3c) $F \circ g(x) \rightarrow F(g(x))$

Dom $f(g(x))$: $x \in \text{Dom } g \wedge g(x) \in \text{Dom } f$

$x \geq 4 \wedge 2 \leq \frac{1}{4}x^2 - 2x + 7 \leq 10$

$x \geq 4 \wedge 2 \leq \frac{1}{4}x^2 - 2x + 7 \wedge \frac{1}{4}x^2 - 2x + 7 \leq 10$

$x \geq 4 \quad 0 \leq \frac{1}{4}x^2 - 2x + 5 \wedge \frac{1}{4}x^2 - 2x - 3 \leq 0$

$x \geq 4 \wedge 0 \leq x^2 - 8x + 20 \wedge x^2 - 8x - 12 \leq 0$

$x \geq 4 \wedge 0 \leq x^2 - 8x + 16 + 4 \wedge x^2 - 8x + 16 - 16 - 12 \leq 0$

$x \geq 4 \wedge 0 \leq \underbrace{(x-4)^2 + 4}_{(+)} \wedge (x-4)^2 - (\sqrt{28})^2 \leq 0$

$x \geq 4 \wedge \mathbb{R} \wedge (x - 4 + \sqrt{28})(x - 4 - \sqrt{28}) \leq 0$

P.C. $\begin{cases} x = 4 - \sqrt{28} \\ x = 4 + \sqrt{28} \end{cases}$

$+ \quad - \quad +$

$4-\sqrt{28} \quad 4+\sqrt{28}$

$x-4+\sqrt{28}$

$x-4-\sqrt{28}$

Ley de signos

$4-\sqrt{28} \quad 4 \quad 4+\sqrt{28}$

Dom $f \circ g$: $[4; 4+\sqrt{28}]$

$\begin{array}{r} 28 - \\ 16 \\ \hline 12 \end{array}$

$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$

2

1

$x^2 - 8x + 28$

x

x

$\frac{1}{4}(x-4)^2 + 3 = 0$

$y = \frac{1}{4}(x-4)^2 + 3$

$y - 3 = (x-4)^2 \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{4}{1}\right)$

$4(y-3) = (x-4)^2$

$(x-4)^2 = 4(y-3)$

$8 \leq x^2 - 8x + 28 \leq 40$

$x^2 - 8x - 12$

$x^2 - 8x + 16 - 28$

$(x-4)^2 - \sqrt{28}^2$

$(x - 4 + 2)(x - 4 - 2)$

$(x-2) \quad (x-6)$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$\frac{1}{4}(x-4)^2+3=10$

$(x-4)^2=7\cdot4$

$|x-4|=\sqrt{28}$

$x-4=\pm\sqrt{28}$

$x=4\pm\sqrt{28}$

$4\sqrt{3}$

$\sqrt{32}$

$\sqrt{16\cdot2}$

$4\sqrt{2}$

Presente aquí su trabajo

$f\circ g(x)=f(g(x))=1-\sqrt{4(g(x))-8}$; $4\leq x\leq 4+\sqrt{28}$

$f\circ g(x)=1-\sqrt{4(\frac{1}{4}(x-4)^2+3)-8}$; $4\leq x\leq 4+\sqrt{28}$

$f\circ g(x)=1-\sqrt{(x-4)^2+4}$; $4\leq x\leq 4+\sqrt{28}$

2

3d) Rango de $f\circ g(x)$

$4\leq x\leq 4+\sqrt{28}$

$0\leq x-4\leq\sqrt{28}$

$0\leq(x-4)^2\leq 28$

$4\leq(x-4)^2+4\leq 32$

$2\leq\sqrt{(x-4)^2+4}\leq\sqrt{32}$

$-2\geq-\sqrt{(x-4)^2+4}\geq-\sqrt{32}$

$-1\geq 1-\sqrt{(x-4)^2+4}\geq-\sqrt{32}+1$

$-1\geq f\circ g(x)\geq 1-\sqrt{32}$

Ran $f\circ g$: $[1-\sqrt{32};-1]$

1.5

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

4: F es par $\to F(x) = F(-x)$

Dom f: $]-5;5[$ $\quad 0 \leq f(x) \leq 8$

$0 \leq x \leq 2$

$F(1) = 2$

$F(x) = mx + B \quad F(2) = 0$

~~$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$~~

$F(1) = m + B = 2 \quad \to B = 2 - m$

$F(2) = 2m + B = 0 \quad \to B = -2m$

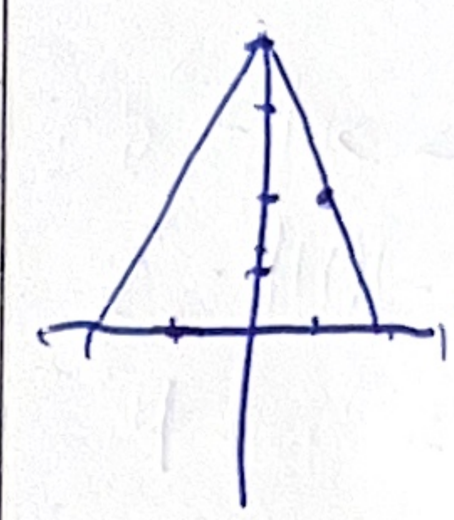
$2 - m = -2m$

$m = -2$

$B = -2(-2)$

$B = 4$

~~$2 - m = -2m$~~
~~$m = -2$~~
~~$m = -2$~~
~~$B = -2\left(\frac{-2}{3}\right)$~~
~~$B = \frac{4}{3}$~~



$\frac{4-2}{3}$

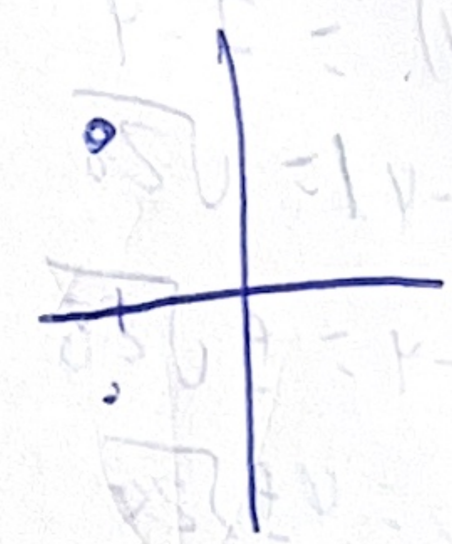
Rang ①: $0 \leq x \leq 2$
$0 \leq 2x \leq 4$
$-4 \leq 2x - 4 \leq 0$
$4 \geq -2x + 4 \geq 0$
$4 \geq f_1(x) \geq 0$
$[0;4]$

Rang ②
$-2 \leq x < 0$
$-4 \leq 2x < 0$
$0 \leq 2x + 4 < 4$
$0 \leq F_2(x) < 4$
$[0;4[$

① $f(x) = -2x + 4 \;;\; 0 \leq x \leq 2$

$F(x) = F(-x) = -2(-x) + 4 \;;\; -2 \leq x < 0$

② $F(x) = 2x + 4 \;;\; -2 \leq x < 0$



$F(x) = 8$ está cuando $x \in]2;5[$

$F(x) = -x^2 + bx + c$

coeficiente negativo $\to$ El vértice es el valor máximo $\to$ $F\left(\frac{-b}{2a}\right) = 8$

$V\left(\frac{-b}{2a}; F\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$

$V(h;k)$

$a(x-h)^2 + k$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-b}{-2} = \frac{b}{2} \to \frac{b}{2} \in]2;5[$

$2 < \frac{b}{2} < 5$

$\boxed{4 < b < 10}$

$-\left(\frac{b}{2}\right)^2 + b\left(\frac{b}{2}\right) + c$

$\frac{-b^2}{4} + \frac{b^2}{2}$

$\frac{-b^2 + 2b^2}{4}$

$F(x) = -(x^2 - bx - c)$

$F(x) = -\left(x^2 - bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c\right)$

$F(x) = -\left(\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} - c\right)$

$F(x) = -\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{b^2 + 4c}{4}$

$V\left(\frac{b}{2}; \frac{b^2 + 4c}{4}\right)$

$\frac{b^2 + 4c}{4} = 8$

$b^2 + 4c = 32$

$F(-3) = 7$

$F(x) = F(-x) \to$

$F(-3) = F(3) = 7$

$-3^2 + 3b + c = 7$

$3b + c = 7 + 9$

$3b + c = 16$

$c = 16 - 3b$

$c = 16 - 24$

$\boxed{c = -8}$

$b^2 + 4(16 - 3b) = 32$

$b^2 + 64 - 12b = 32$

$b^2 - 12b + 32 = 0$

$b \quad -8$

$b \quad -4$

$(b-8)(b-4) = 0$

$b = 8 \checkmark ; \; b = 4$ ✗

$\boxed{b = 8}$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$-x^2+8x-8$

$-(x^2-8x+8)$

$-(x^2-8x+16-8)$

$-(x-4)^2+8$

$-(x^2+8x+8)$

$-(x^2+8x+16-8)$

$-(x+4)^2+8$

Presente aquí su trabajo

$x \in]2,5[$

$F(x) = -x^2+bx+c \;;\; 2<x<5$

$F(x) = -x^2+8x-8 \;;\; 2<x<5$

$f(x) = F(-x) = -(-x)^2+8(-x)-8 \;;\; -2>x>-5$

$F(x) = -x^2-8x-8 \;;\; -2>x>-5$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2-8x-8; & -5<x<-2 \\ 2x+4; & -2\leq x<0 \\ -2x+4; & 0\leq x\leq 2 \\ -x^2+8x-8; & 2<x<5 \end{cases}$$

3

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

5a) $\exists a \in \mathbb{R} \,/\, \forall x > 0,\ x^2 + 2x - a^2 > 0$

~~$\Delta(x^2 + 2x - a^2) = 2^2 - 4(1)(-a^2)$~~

~~$a=1;\ b=2;\ c=-a^2$~~

~~$\Delta = 4 + 4a^2$~~

~~$\Delta = 4(a^2+1)$~~

~~$\Delta > 0$~~

~~La ecuación cuadrática tiene raíces reales para todo $x \in \mathbb{R}$, $x>0$~~

~~$a \in \mathbb{R}$ en $x > 0$~~

~~En $a \in \mathbb{R}$~~

~~$a^2 \geq 0$~~

~~$a^2 + 1 \geq 1 > 0$~~

~~$a^2 + 1 > 0$~~

~~$4(a^2+1) > 0$~~

~~No existe ningún $a \in \mathbb{R}$ tal que para todo $x>0$, se cumpla que $x^2 + 2x - a^2 > 0$~~

Dem. Directa:

En $\mathbb{R}$: $a^2 \geq 0$

$-a^2 \leq 0 \rightarrow -a^2 - 1 \leq -1 < 0$

$a^2 - 1 < 0$

$x^2 + 2x - a^2;\ x > 0,\ a \in \mathbb{R}$

$f(x) = x^2 + 2x + 1 - a^2 - 1;\ x > 0,\ a \in \mathbb{R}$

$f(x) = (x+1)^2 - a^2 - 1;$

~~Existe $a = 0$~~

~~$f(x) = x^2 + 2x;\ x > 0$~~

~~$f(x) = x^2 + 2x + 1 - 1;\ x > 0$~~

~~$f(x) = (x+1)^2$~~

$x > 0$

$x + 1 > 1$

$(x+1)^2 > 1$

$(x+1)^2 - 1 > 0$

$(x+1)^2 - 1 - a^2 > -a^2$

Existe $a = 0$

$f(x) = x^2 + 2x;\ x > 0$

$= x^2 + 2x + 1 - 1;\ x > 0$

$= (x+1)^2 - 1;\ x > 0$

$x > 0$

$(x+1) > 1$

$(x+1)^2 > 1$

$(x+1)^2 > 1$

$(x+1)^2 - 1 > 0$

$x^2 + 2x + 1 - 1 > 0$

$x^2 + 2x > 0$

$x^2 + 2x - a^2 > 0 \rightarrow$ Donde $a = 0$

$x > 0$

Existe $a = 0 \in \mathbb{R}$ tal que para todo $x > 0$ se cumple que $x^2 + 2x - a^2 > 0$

La proposición es Verdadera

$x^2 + 2x - a^2 > 0$

$a = 1;\ b = 2;\ c = -a^2$

$b^2 - 4ac < 0$

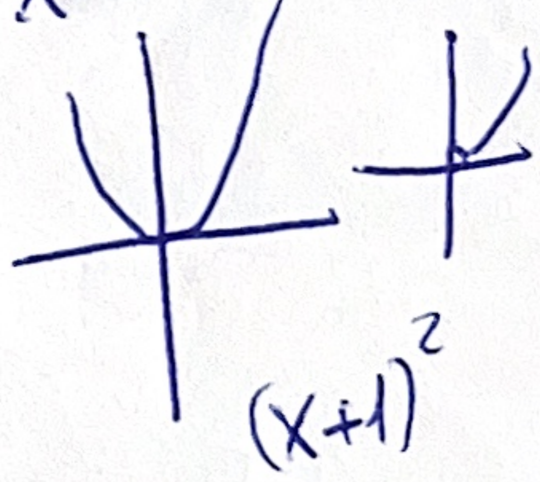
$2^2 - 4(1)(-a^2) < 0$

$4 + a^2 < 0$

$a^2 + 4 < 0$

$4(a^2 + 1)$

x^2



$(x+1)^2$

$x^2 + 2x + 1 - 1 - a^2$

$(x+1)^2 - 1 - a^2$

$V(-1; -1-a^2)$

$a^2 \geq 0 \quad x > 0$

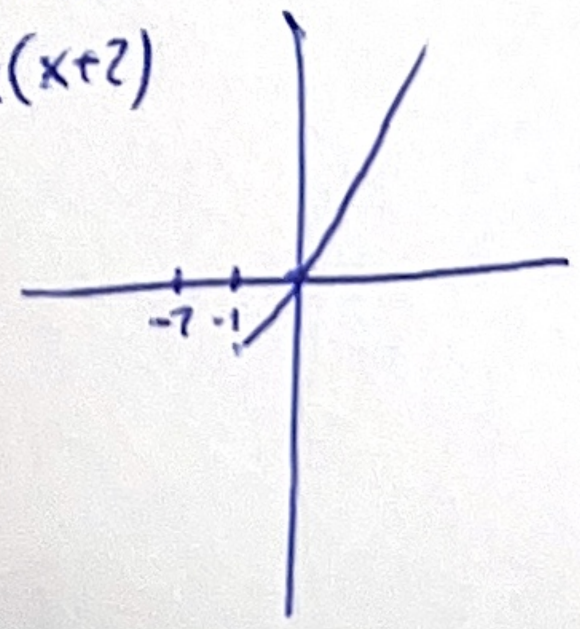
$-a^2 \leq 0 \quad (x+1)^2 > 1$

$(x+1)^2 - 1 > 0$

$(x+1)^2 - 1 - a^2 > -a^2$

$x^2 + 2x$

$x(x+2)$



Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$y = x + 1$
$y = x^3$

$g \circ f = g(F(x))$

Fx

Presente aquí su trabajo

5b) $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \wedge f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f es impar $\to$ $g \circ f$ es impar

$F(x) =$

~~$g \circ f(x) = g(f(x))$~~

Por contraejemplo:

Dado $g(x) = x + 1$, $x \in \mathbb{R}$

$f(x) = x^3$; $x \in \mathbb{R}$

Se cumple el antecedente

g es una función y f una función impar
con Dominio $\mathbb{R}$ con Dominio $\mathbb{R}$

$\text{Dom } g \circ f: x \in \text{Dom} f \wedge f \in \text{Dom} g$

$x \in \mathbb{R} \wedge f \in \mathbb{R}$

$x \in \mathbb{R} \wedge x \in \text{Dom} f$

$x \in \mathbb{R} \wedge x \in \mathbb{R}$

$\text{Dom } g \circ f: \mathbb{R}$

$g \circ f(x) = g(F(x)) = F(x) + 1$

$g \circ f = x^3 + 1$

$g \circ F(x) = x^3 + 1$; $x \in \mathbb{R}$

$-g \circ F(-x) = -((-x)^3 + 1)$

$-g \circ F(-x) = -(-x^3 + 1)$

$-(g \circ f)(-x) = +x^3 - 1$; $x \in \mathbb{R}$

1

$g \circ F(x) \neq -(g \circ f)(-x)$

$x^3 + 1 \neq x^3 - 1$

$g \circ F(x)$ no es impar

No se cumple el consecuente

La proposición es falsa