

## FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

PRIMERA PRÁCTICA CALIFICADA  
SEMESTRE ACADÉMICO 2023 -2

Elaborada por todos los profesores.

Duración: 110 minutos

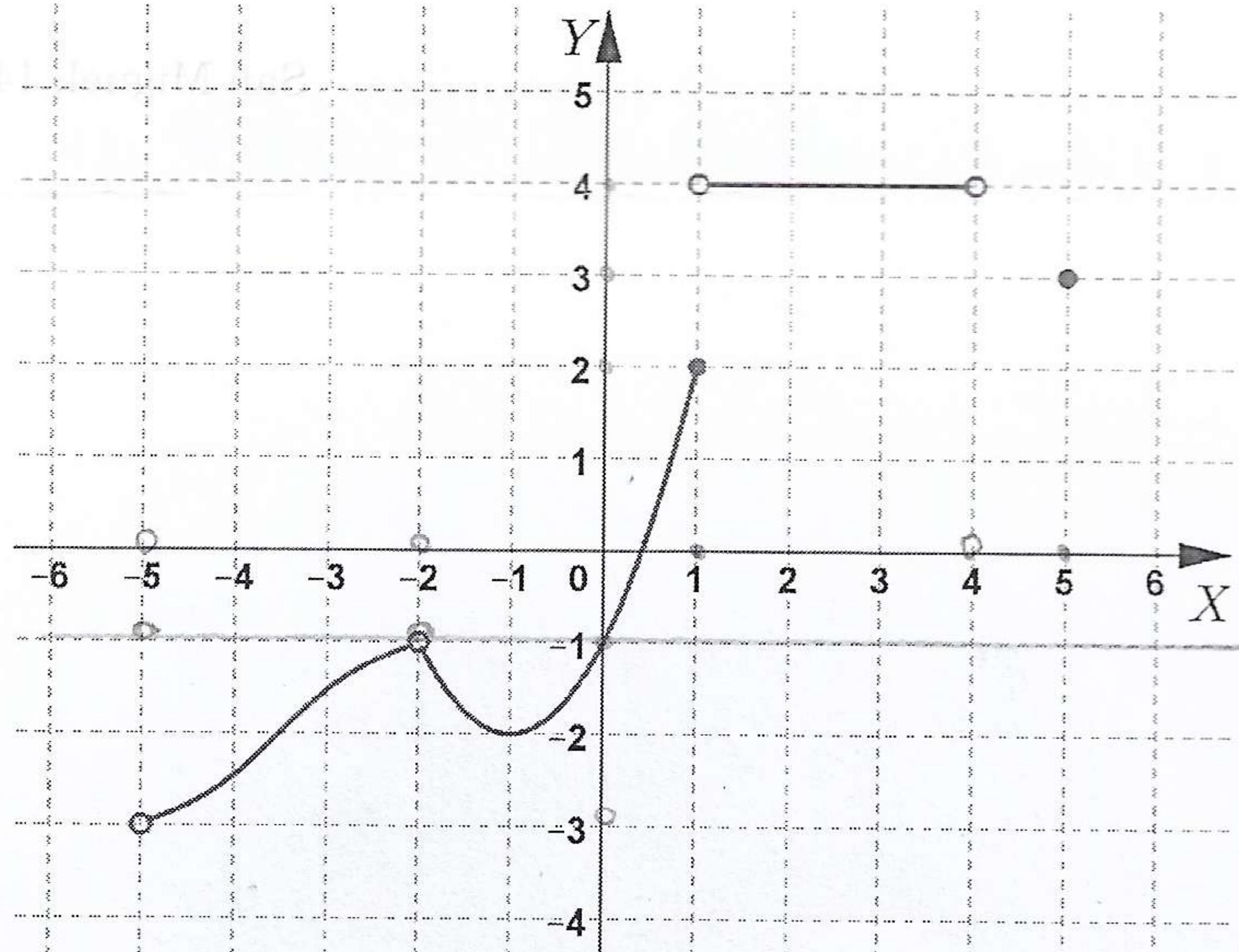
### ADVERTENCIAS:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Si se detecta omisión al punto anterior, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

### INDICACIONES:

- El desarrollo de todos los ejercicios siguientes debe realizarse **detallando sus procedimientos** y justificando todas sus respuestas.
- No se permite el uso de apuntes de clase, libros, calculadoras, tablas o computadora personal.
- La presentación, ortografía y gramática serán tomadas en cuenta en la calificación.

1. A continuación se muestra la gráfica de la función  $f$ .



Determine:

- El dominio y el rango de  $f$ . (2.0 puntos)
- Los valores máximo y mínimo de  $f$  (en caso existan) e indique todos los valores de  $x$  donde se alcanza cada uno de ellos (el que exista o los que existan). (1.5 puntos)
- Todos los valores de  $x$  para los cuales  $f(x) \leq -1$ . (1.5 puntos)

2. Resuelva las siguientes inecuaciones en  $\mathbb{R}$ :

- $\frac{1}{3x-1} < \frac{x}{x-1}$ . (2.0 puntos)
- $\frac{3}{5-|x-5|} \leq \frac{x+4}{x}$ . (3.0 puntos)

3. Considere la inecuación

$$\frac{x-b}{x+1} \geq 2$$

donde  $b$  es una constante real. Encuentre el conjunto solución de esta inecuación cuando:

- a)  $b = -1$ . (1.0 punto)  
b)  $b > -1$ . (2.0 puntos)

4. Halle el dominio (implícito) de la función con regla de correspondencia

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{\sqrt{2x - |x + 1|}} \quad (3.0 \text{ puntos})$$

5. Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

- a) Existe  $x > 0$  tal que  $x^4 > x^5$ . (1.0 punto)  
b) Sea  $n \in \mathbb{Z}^+$ . Si  $n^2 - 2n$  es par, entonces  $n$  es par. (1.0 punto)  
c) Es suficiente que  $x < x^2$  para que  $x^2 < x^3$ . (1.0 punto)  
d) Una condición necesaria para que  $x + y^3 \geq 3$  es que  $x \geq 2$  o  $y \geq 1$ . (1.0 punto)

San Miguel, 14 de setiembre de 2023.

(Colunq 0.2)

(Colunq 0.1)

(Colunq 0.1)

(Colunq 0.1)

(Colunq 0.1)

Año

Número

2	0	2	2
0	2	3	9

Código de alumno

Práctica

AVILA ARAUCO TATIANA MIRELLA

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Curso: FCAL

Práctica N°: 1

Horario de práctica: 108

Fecha: 14 / 09 / 23

Nota

19

Nombre del profesor: J. FLORES

Firma del jefe de práctica  
Nombre y apellido: J. FLORES  
(iniciales)

## INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
  - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
  - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
  - evitar borrones, manchas o roturas;
  - no usar corrector líquido;
  - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

# Presente aquí su trabajo

①

$$a. D(f) = [-5, -2] \cup [2, 4] \cup \{5\}$$

$$R(f) = [-3, 2] \cup \{3\} \cup \{4\}$$

$$b. \text{Valor máximo: } y = 4 \rightarrow x \in [1, 4]$$

Valor mínimo:  $\neq$  No existe

$$c. f(x) \leq -1$$

$$x \in [-5, -2] \cup [-2, 0]$$

②

$$a. \frac{1}{3x-1} < \frac{x}{x-1}$$

$$0 < \frac{1-x}{x-1} = \left( \frac{1}{3x-1} \right)$$

$$0 < \frac{x(3x-1)-(x-1)}{(x-1)(3x-1)}$$

$$0 < \frac{3x^2-x-x+1}{(x-1)(3x-1)}$$

$$0 < \frac{3x^2-2x+1}{(x-1)(3x-1)}$$

Analizando  $3x^2-2x+1$ :

$$a = 3 > 0 \quad \wedge \quad (-2)^2 - 4(3)(1) \\ 4 - 12 \\ -8 < 0$$

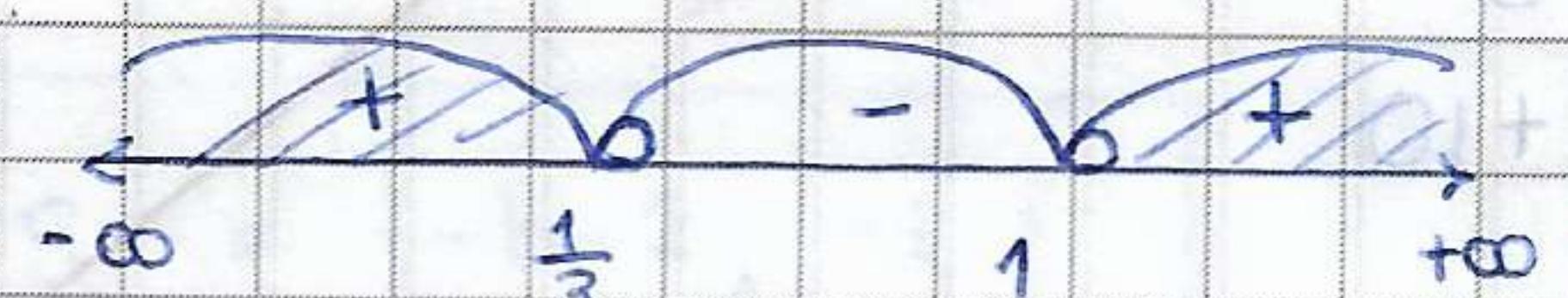
$$\rightarrow 3x^2-2x+1 > 0; \forall x \in \mathbb{R}$$

$$0 < \frac{1}{(x-1)(3x-1)}$$

Puntos de referencia:

$$x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$



$$C.S. = (-\infty; \frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$$

# Presente aquí su trabajo

2. b.

$$\frac{3}{5 - |x - 5|} \leq \frac{x + 4}{x}$$

$$3 - (x + 4) = 0$$

$$3x - (x+4)(5 - |x - 5|) \leq 0$$

$$x < 5 \quad | \quad x \geq 5$$

I.  $x < 5$

$$\frac{3}{5 + (x - 5)} \leq \frac{x + 4}{x}$$

$$\frac{3}{x} \leq \frac{x + 4}{x}$$

$$0 \leq \frac{x + 4}{x} - \left( \frac{3}{x} \right)$$

$$0 \leq \frac{x + 4 - 3}{x}$$

$$0 \leq \frac{x + 1}{x}$$

$$x = -1$$

$$x = 0$$

$$0 \leq \frac{x^2 - 10x + 4x - 40 + 3x}{x(x-10)}$$

$$0 \leq \frac{x^2 - 3x - 40}{x(x-10)}$$

$$0 \leq \frac{(x-8)(x+5)}{x(x-10)}$$

$$x = 8 \quad x = -5 \quad x = 0 \quad x = 10$$

$$CS_{II} = [5, 8] \cup ]10, +\infty[$$

Finalmente:

$$CS_I = ]-\infty, -1] \cup ]0, 5[$$

$$CS_T = CS_I \cup CS_{II}$$

II.  $x \geq 5$ :

$$\frac{3}{5 - (x - 5)} \leq \frac{x + 4}{x}$$

$$\frac{3}{-(x-10)} \leq \frac{x+4}{x}$$

$$0 \leq \frac{x+4}{x} + \frac{3}{x-10}$$

$$0 \leq \frac{(x+4)(x-10) + 3x}{x(x-10)}$$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

③

$$\frac{x-b}{x+1} \geq 2$$

$$b = -1 :$$

$$\frac{x - (-1)}{x + 1} \geq 2$$

$$\frac{x+1 - 2}{x+1} \geq 0$$

$$\frac{-x - 1}{x+1} \geq 0$$

$$\frac{x+1}{x+1} \leq 0$$

$$1 \leq 0$$

$$\boxed{\text{C.S.} = \emptyset}$$

$$b > -1 :$$

$$\frac{x-b}{x+1} \geq 2$$

$$\frac{x-b - 2}{x+1} \geq 0$$

$$\frac{x-b - 2x - 2}{x+1} \geq 0$$

$$\frac{-x - b - 2}{x+1} \geq 0$$

$$\frac{x+b+2}{x+1} \leq 0$$

$$x = -b-2$$

$$x = -1$$



$$\begin{aligned} b &> -1 \\ -b &< 1 \\ -b-2 &< -1 \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{C.S.} = [-b-2; -1[}$$

# Presente aquí su trabajo

(4)

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{\sqrt{2x - |x+1|}}$$

$$2x - |x+1| \geq 0 \quad \wedge \quad \sqrt{2x - |x+1|} \neq 0$$

Como  $\sqrt{2x - |x+1|}$  está en el denominador, quedaría como  $2x - |x+1| > 0$

$$2x > |x+1|$$

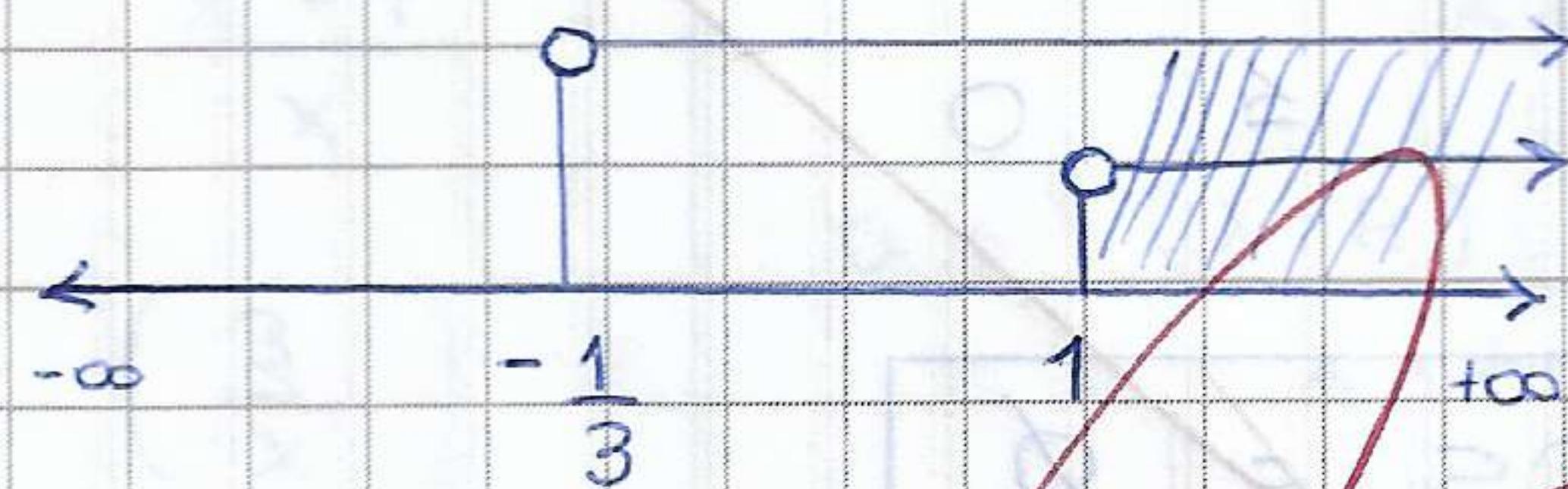
$$|x| < b \Leftrightarrow b > 0 \wedge (-b < x < b)$$

$$2x > 0 \wedge (-2x \leq x+1 \leq 2x)$$

$$x > 0 \wedge (-2x \leq x+1 \wedge x+1 \leq 2x)$$

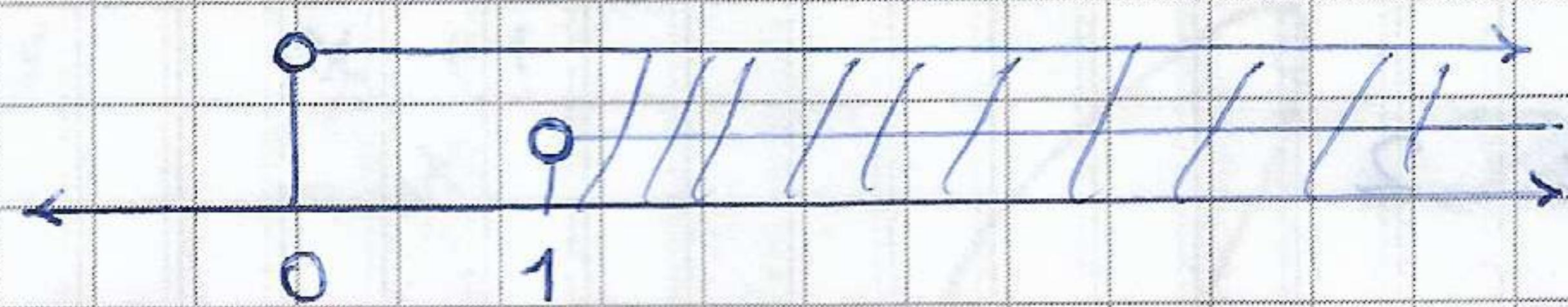
$$0 < 3x+1 \quad 1 < x$$

$$-\frac{1}{3} < x$$



$$x > 0 \wedge$$

$$x \in ]1; +\infty[$$



$$\boxed{\text{C.S.} = ]1; +\infty[}$$

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

⑤

a.  $\exists x > 0 \mid x^4 > x^5$

$x = 1$

$\rightarrow$

$x^4 > x^5$

$1 > 1$

$(\rightarrow \leftarrow)$

nicé! Excelente!  
 $x^{1/4} > x^{1/5}$

$\therefore \text{FALSO}$

b.  $n \in \mathbb{Z}^+$

$n^2 - 2n$  es par  $\rightarrow n$  es par

$n$  es impar  $\rightarrow n^2 - 2n$  es impar

$n = 2k+1$

$\rightarrow n^2 - 2n = (2k+1)^2 - 2(2k+1)$

$n^2 - 2n = 4k^2 + 4k + 1 - 4k - 2$

$n^2 - 2n = 4k^2 - 1$

$n^2 - 2n = 2(2k^2) - 1$

$\rightarrow n^2 - 2n$  es impar

$p \rightarrow q \approx \sim q \rightarrow \sim p$

$\therefore \text{VERDADERO}$

c.  $x < x^2 \rightarrow x^2 < x^3$

$x = -1$

$-1 < (-1)^2$

$-1 < 1$

$\rightarrow (-1)^2 < (-1)^3$

$1 < -1$

$(\rightarrow \leftarrow)$

$\therefore \text{FALSO}$

# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$d. \quad x + y^3 \geq 3 \rightarrow x \geq 2 \vee y \geq 1$$

$$x < 2 \wedge y < 1 \rightarrow x + y^3 < 3$$

$$x < 2 \wedge y^3 < 1$$

$$\begin{array}{l} x < 2 \\ y^3 < 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} (+) \\ \downarrow \end{array}$$

$$x + y^3 < 3 \rightarrow x + y^3 < 3$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p \quad \text{VERDADERO}$$

Como sabemos  $x < 2 \wedge y < 1$ ; si consideramos que  $y = 0$ ,

Sabiendo que  $x < 2$ , entonces  $x + y^3$  siempre será

menor que 3.) Además, si  $y < 0 \rightarrow y^3 < 0$  y como

sabemos que  $x < 2$ , igualmente se cumple que

$x + y^3$  siempre es menor que 3. Y si  $0 < y < 1$ ,

$0 < y^3 < 1$ , de igual forma se cumple que  $x + y^3 < 3$ .

