

ALGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA
EXAMEN FINAL
SEMESTRE ACADÉMICO 2018 - 1

Horario: Todos

Duración: 3 horas

Elaborado por todos los profesores

ADVERTENCIAS:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comuníquese a su jefe de práctica.
- En caso de que el tipo de evaluación permita el uso de calculadoras, estas no podrán ser programables.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

INDICACIONES:

- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas ni calculadoras.
- Enumere las páginas del cuadernillo en la parte superior del 1 al 12 y utilice cada página para resolver cada una de las preguntas, según el orden establecido en la prueba.
- Resuelva TODAS las preguntas.

1. Considere las rectas $\mathcal{L}_1 : P = (1, 0, 2) + t(1, 2, 3)$, $t \in \mathbb{R}$, y $\mathcal{L}_2 : x - 3 = -z = \frac{y-2}{x}$. Halle
 - a) La posición relativa de las rectas \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 (esto es, paralelas, alabeadas, etc.) (1 pt)
 - b) La ecuación cartesiana del plano \mathcal{P} que contiene a la recta \mathcal{L}_2 y es paralelo a la recta \mathcal{L}_1 . (2 pt)
 - c) Una ecuación vectorial de la recta que resulta de interseccar \mathcal{P} con el plano $x + y = 0$. (1 pt)

2. Considere las matrices (3 pt)

$$A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 3x & 3y & 3z \\ 4+2x & 5+2y & 6+2z \end{pmatrix}.$$

Si se sabe que $\det(A) = 4$, calcule $\det(3AA^TA^{-1}) + \det(B)$.

3. Dado el sistema (3 pt)

$$\begin{cases} 2x - \alpha y + z = -2\alpha + 5 \\ x + y - \alpha z = 1 \\ 4x + y - \alpha z = \alpha \end{cases},$$

determine los valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ para los casos en que el sistema tenga solución única, infinitas soluciones y no tenga solución.

4. Sea $w = \sqrt{3} - i$. Si $z = (2i + w)^9$, se pide:

- a) Halle la forma polar de \bar{z} . (1 pt)

ENTREGADO
10 JUL 2018

Año

Número

2018 1460

Código de alumno

Segundo examen

Yesayán Vásquez, José Andrés

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)



Firma del alumno

Curso: AMGA

Horario: H-124-1

Fecha: 28 / 06 / 2018

Nombre del profesor: J. Flores

Nota

18



Firma del profesor

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
 - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
 - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
 - evitar borrones, manchas o roturas;
 - no usar corrector líquido;
 - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir este examen calificado, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Continúa en Pág. 9

Noviembre 2018

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$$\frac{x(x-3)}{1} = \frac{7x}{-x} = \frac{y-2}{1}$$

$$\frac{x-3}{x} = \frac{7x}{-x} = \frac{y-2}{x}$$

$$\vec{v} = \left(\frac{1}{x}, y, -\frac{1}{x} \right)$$

$$\vec{v}' = \frac{1}{x} (1, x, -1)$$

$x \neq 0$

$$\begin{cases} t = x-3 & t+3 = x \\ t = -7 & -t = 7 \\ t = \frac{y-2}{x} & x \neq 2 = y \end{cases}$$

$$P = (x, y, z) \\ = (t+3, x+t+2, t)$$

$$= (t+3, (t+3)t+2 - t$$

$$t+3, \{t+3\}t+2$$

$$(t+3, (t+1)(t+2), -t$$

$$3 \\ \frac{5}{5} \\ 5 \cdot 5 \\ 5 \cdot 5$$

Presentación: Sol:

$$\mathcal{L}_1: P = (1, 0, 2) + t(1, 2, 3), t \in \mathbb{R} \Rightarrow \vec{v}_1 = (1, 2, 3)$$

En:

$$\mathcal{L}_2: x-3 = -7 = \frac{y-2}{x} \rightarrow \text{Error}$$

Si \vec{v}_2 es vector dirección

$$\mathcal{L}_2: P = (-3, 0, 2) + s(-1, -1, 2), s \in \mathbb{R} \Rightarrow \vec{v}_2 = (-1, -1, 2)$$

$$\Rightarrow S; \mathcal{L}_1 \parallel \mathcal{L}_2 \Rightarrow \vec{v}_1 \parallel \vec{v}_2 \Rightarrow \vec{v}_1 = r \vec{v}_2, r \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow (1, 2, 3) = r(-1, -1, 2)$$

$$(1, 2, 3) = (r, -r, 2r) \quad \text{contradicción}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r = 1 & \Rightarrow r = 1 \\ -r = 2 & \Rightarrow r = -2 \\ 2r = 3 & \Rightarrow r = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{Error} \quad \text{falso}$$

$$S; \mathcal{L}_1 \perp \mathcal{L}_2 \Rightarrow \vec{v}_1 \perp \vec{v}_2 \Rightarrow \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0$$

$$\Rightarrow (1, 2, 3) \cdot (-1, -1, 2) = 0$$

$$\Rightarrow (1)(1) + (2)(-1) + 3(2) = 0$$

$$-1 - 2 + 6 = 0$$

$$1 + 4 = 0 \quad \text{contradicción}$$

$$s = 0 \Rightarrow \text{Error}$$

$\Rightarrow \mathcal{L}_1$ no es perpendicular a \mathcal{L}_2 .

S; \mathcal{L}_1 , \mathcal{L}_2 son rectas $\Rightarrow S; Q \in \mathcal{L}_1 \Rightarrow Q \notin \mathcal{L}_2$

\Rightarrow Tomando: ~~Q en \mathcal{L}_2~~

$$Q = (x, y, z) \in \mathcal{L}_2$$

\Rightarrow En \mathcal{L}_2 :

$$(x, y, z) = (1, 0, 2) + t(1, 2, 3), t \in \mathbb{R} \quad \text{Error}$$

$$(x, y, z) = (-3, 0, 2) + s(-1, -1, 2), s \in \mathbb{R}$$

$$(t+1, 2t+3, t+2) + (1, 0, 2) = (3, 0, 2) + (s, -s, 2s)$$

$$(t+1, 2t+3, t+2) = (s+3, -s, 2s)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t+1 = s+3 & \Rightarrow t = s+2 \Rightarrow s = t-2 \dots (1) \\ 2t+3 = -s & \Rightarrow s = -2t-3 \dots (2) \\ t+2 = 2s & \Rightarrow -2t-3 = 2s \dots (3) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2t-3 = 2s & \Rightarrow -2t-3 = 2(t-2) \Rightarrow -2t-3 = 2t-4 \Rightarrow -4t = 1 \Rightarrow t = -\frac{1}{4} \\ 0 = 2t & \Rightarrow 0 = 2(-\frac{1}{4}) \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \\ t = -\frac{1}{2} & \Rightarrow s = t-2 \Rightarrow s = -\frac{1}{2}-2 \Rightarrow s = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow Q \in \mathcal{L}_1$, $Q \notin \mathcal{L}_2$

$\Rightarrow \mathcal{L}_1$ y \mathcal{L}_2 son Al 2 rectas

Conclusion

\mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 son Al 2 rectas.

Continuar en Pág 9

Presente aquí su trabajo

Presenta 2:

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 4 & 4 \\ 3x & 3y & 3z \\ 4x & 5y & 6z \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= - (1 \cdot \begin{vmatrix} y & z \\ 4 & 6 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} x & z \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} x & y \\ 4 & 5 \end{vmatrix})$$

$$= - (6y - 5z - (6x - 4z) + (5x - 4y))$$

$$= - (6y - 5z - 6x + 4z + 5x - 4y)$$

$$= - 6y + 5z + 6x - 4z - 5x + 4y$$

$$= - 2y + z + x$$

Luego

$$|3AA^T A^{-1}| + |B| \quad \text{como } n=3$$

$$\stackrel{(3)}{=} 3|A||A^T| |A^{-1}| + \begin{vmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 3x & 3y & 3z \\ 4x & 5y & 6z \end{vmatrix}, |A| = |A^T|$$

$$= 3|A|^2 |A^{-1}| + (4)(?)$$

$$= 3(4)^2 |A^{-1}| + 12 \left(\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ 7x & 8y & 9z \end{vmatrix} \right)$$

$$= 3(4)^2 |A^{-1}| + 12 (-|A| + 0)$$

$$= 432 |A^{-1}| + 12(-4), \quad \text{como } |A| \neq 0 \neq 4$$

$$= 432 |A^{-1}| |A| - 48 |A|$$

$$= \frac{432}{|A|} |A^T| |A| - 48$$

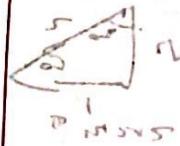
$$= \frac{432}{|A|} |I| |A| - 48$$

$$= \frac{432}{4} |I| |A| - 48$$

$$= 108 - 48 = 60$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)



$$\begin{array}{r} -2 \quad -2 \quad 2 \quad -2 \\ 2 \quad -1 \quad -1 \quad 3 \\ \hline 0 \quad -3 \quad 3 \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -4 \quad -4 \quad 4 \quad -4 \\ 4 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \\ \hline 0 \quad -3 \quad 3 \quad -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2 \quad -2 \quad -2 \quad -2 \\ 2 \quad 1 \quad 1 \quad 7 \\ \hline 0 \quad -1 \quad -1 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -4 \quad -4 \quad -4 \quad -4 \\ 4 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\ \hline 0 \quad -3 \quad -3 \quad -3 \end{array}$$

Preguntas 3:

$$\begin{cases} 2x - 2y + z = -2x + 3 \\ x + y - 2z = 1 \\ 4x + y - 4z = 2 \end{cases}$$

Dado:

$A =$ Matriz de
coef.

$B =$ Matriz de
terminos
independientes.

$x =$ Matriz de
incognitas

$$\text{Sistema Matricial } AX = B \rightarrow X = A^{-1}B$$

\Rightarrow Tiene sol $\Leftrightarrow A^{-1}$ existe

$\Leftrightarrow A^{-1}$ existe $\Leftrightarrow |A| \neq 0$

$$\Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & -2 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$\Rightarrow 0 \neq 2 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$\Rightarrow 2(-1) + 2(-2 - (-4)) + (1 - 4) \neq 0$$

$$\begin{aligned} 2(-1 + 4) - 3 &\neq 0 \\ 2(3) - 3 &\neq 0 \Rightarrow 3^2 - 3 \neq 0 \\ 3(2 - 1) &\neq 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (2 - 1)(2 + 1) \neq 0$$

$$\Rightarrow 2 \neq 1 \quad 2 \neq -1$$

Luego:

$P_{2 \times 2} \neq 1$

Matriz Ampliada:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\text{F}_1 + F_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\text{F}_2 - 2\text{F}_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{array} \right] \Rightarrow \text{De F}_3: 0 = 4 \Rightarrow \text{Contradicción}$$

\Rightarrow Cuando $\lambda = 1$, El sistema no tiene solución

$P_{2 \times 2} \neq -1$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 7 \end{array} \right] \xrightarrow{\text{F}_2 + 2\text{F}_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 13 \end{array} \right] \xrightarrow{\text{F}_2 - 3\text{F}_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{array} \right] \Rightarrow \text{De F}_3: 0 = 4 \Rightarrow \text{Contradicción}$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & -1 & 5 \end{array} \right] \xrightarrow{\text{F}_3 + \text{F}_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{array} \right] \Rightarrow P_{2 \times 2} \neq P_2(A) \neq P_2(A_\lambda)$$

\Rightarrow Para $\lambda = -1$, El sistema no tiene sol.

\Rightarrow Tiene solucion si $P_{2 \times 2} \neq P_2(A) \neq P_2(A_\lambda)$

\Rightarrow Nota: No tiene solucion si $P_{2 \times 2} = P_2(A) = P_2(A_\lambda)$

\Rightarrow Nota: No tiene solucion si $P_{2 \times 2} = P_2(A_\lambda)$

Presente aquí su trabajo

Preguntas:

$$w = \sqrt{3} - i \quad \text{y} \quad z = (2i + w)^9$$

$$\Rightarrow z = (2i + \sqrt{3} - i)^9$$

$$z = (\sqrt{3} + i)^9 \quad \text{Si } z = \sqrt{3} + i = x + iy, x \in \mathbb{C}$$

\Rightarrow Forma Polar de x :

$$\cdot |z| = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$\Rightarrow \theta = \operatorname{arctan}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right), \text{ siendo } \theta = \operatorname{Arg}(x)$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = |z|(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$x = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\Rightarrow \text{como } z = x^9$$

$$\Rightarrow z = x^9 = [2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)]^9$$

$$z = 2^9 \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) \Rightarrow \text{Por Teorema de Moivre}$$

$$z = 2^9 \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) = 512 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right)$$

$$z = 2^9 (0 + i(-1))$$

$$z = 2^9 (-i) \Rightarrow z = -2^9 i$$

$$\Rightarrow \bar{z} = 2^9 i \Rightarrow \operatorname{Arg}(\bar{z}) = \frac{\pi}{2} \quad \text{y} \quad |\bar{z}| = \sqrt{0^2 + 2^9 i^2} = 2^9$$

$$\Rightarrow \bar{z} = 2^9 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)



$$\begin{array}{r} 5 & 5 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 1 \\ \hline 5 & 2 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ \hline 5 & 5 & 5 \end{array}$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

b) $m = ?$, $m^3 = \bar{z}$

$$\Rightarrow m^3 = 2^3 i$$

~~Razonamiento numérico: $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{i}$~~

~~sí $m^n = z$~~

$$m_k = |z|^{\frac{1}{n}} \left(\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)\right)$$

~~dónde:~~

$$\theta = \operatorname{Arg}(z) \quad n = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

$$\bullet m_0 = (2^3)^{\frac{1}{3}} \left(\cos\left(\frac{\pi_2 + 2\pi(0)}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi_2 + 2\pi(0)}{3}\right)\right)$$

$$m_0 = 2^3 \left(\cos\left(\frac{\pi_2}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi_2}{3}\right)\right)$$

$$m_0 = 2^3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)$$

$$m_0 = 4\sqrt{3} + 4i$$

$$\bullet m_1 = (2^3)^{\frac{1}{3}} \left(\cos\left(\frac{\pi_2 + 2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi_2 + 2\pi}{3}\right)\right)$$

$$m_1 = 2^3 \left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$$

$$m_1 = 2^3 \left(\cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right)\right)$$

$$m_1 = 8 \left(-\cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6}\right)$$

$$m_1 = 8 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)$$

$$m_1 = -4\sqrt{3} + 4i$$

$$\bullet m_2 = (2^3)^{\frac{1}{3}} \left(\cos\left(\frac{\pi_2 + 4\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi_2 + 4\pi}{3}\right)\right)$$

$$m_2 = 2^3 \left(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right)$$

$$m_2 = 2^3 (0 + i(-1))$$

$$m_2 = 2^3 (-i)$$

$$m_2 = -2^3 i$$

$$\Rightarrow m \in \{4\sqrt{3} + 4i, -4\sqrt{3} + 4i, -2^3 i\}$$

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Preguntas:

a) Sol: (F)

Contra ejemplo:

$$\text{Sea } \vec{a} = (1, 2, 3), \vec{b} = (2, 3, 1), \vec{c} = (1, 2, 2)$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$$

$$(1, 2, 3) \cdot (2, 3, 1) = (1, 2, 3) \cdot (1, 2, 2) \quad (1, 2, 3) \neq (1, 2, 2)$$

$$\Rightarrow 2 + 6 + 3 = 1 + 4 + 6 \quad \text{pero } \vec{b} \neq \vec{c}$$

$$11 = 11 \quad \checkmark$$

(F)

b) Sol: (F)

$$\text{Sea } \vec{a} = (1, 2, 3), \vec{b} = (2, 2, 2), \vec{c} = (2, 4, 5)$$

$$\Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = i \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (-2, 1, 0)$$

$$\vec{a} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = i \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{c} = (-2, 1, 0)$$

pero

$$(1, 2, 3) \neq (2, 4, 5)$$

$$\Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c} \Rightarrow \vec{b} \neq \vec{c}$$

(F)

c) Sea $\theta \Rightarrow$ ángulo entre vectores \vec{a}, \vec{b}

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\|} \quad \cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\|}$$

$$\sin \theta = \frac{\|\vec{a} \times \vec{b}\|}{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\|}$$

$$\sin \alpha = \frac{\|\vec{a} \times \vec{b}\|}{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\|}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{b}$$

como $\vec{a} \neq 0$

$$\Rightarrow \cos \theta \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| = \cos \alpha \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \Rightarrow \|\vec{a}\| \neq 0$$

$$\sin \theta \|\vec{b}\| = \sin \alpha \|\vec{b}\| \Rightarrow \|\vec{b}\| \neq 0 \Rightarrow \vec{a} \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \quad +$$

$$\sin^2 \theta \|\vec{b}\|^2 = \sin^2 \alpha \|\vec{b}\|^2$$

$$\|\vec{b}\|^2 = \|\vec{c}\|^2 \quad \text{como } \|\vec{b}\| \neq 0 \Rightarrow \|\vec{c}\| \neq 0$$

$$\|\vec{b}\| = \|\vec{c}\|$$

$$\Rightarrow \text{No se cumple } \vec{b} = \vec{c}$$

$$\text{entonces } \vec{b} \neq \vec{c} \quad \text{pero } \|\vec{b}\| = \|\vec{c}\|$$

$\Rightarrow (\text{F})$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$$\vec{c} = \vec{b} = \vec{a} - \vec{c}$$

$$(1, 2, 3), (2, 3, 1)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = 2 + 6 + 3$$

$$(1, 2, 3) \cdot (\vec{c}) = 11$$

$$1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 = 11$$

$$(1, 2, 3) \cdot (1, 2, 2) = 1$$

$$(1, 2, 3) \cdot (1, 2, 2) = 1$$

$$(-2, 1, 0)$$

$$(2C_3 - 3C_2, -C_1, -C_3)$$

$$C_2 - 2C_1 = 0$$

$$2C_3 - 3C_2 = -2$$

$$3C_1 - C_3 = +1$$

$$C_2 - 2C_1 = 0$$

$$C_2 = 2C_1$$

$$2C_3 - 3C_2 = -2$$

$$3C_1 - C_3 = +1$$

$$C_1, C_3 \text{ f.p.}$$

$$C_2 \neq f.p.$$

$$C_2 = 2 \pm$$

$$C_3 = 3 \pm 1$$

$$2 \ 2 \ 1 \ 5$$

$$(1, 2, 3)$$

$$(2, 4, 5)$$

$$(2, 1, 0)$$

Presente aquí su trabajo

7

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$\vec{a} = (1, 1, 1)$$

$$\vec{b} = (4, 3, 2)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 + 3 + 2 = 9$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (-1, 2, -1)$$

$$\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$$

$$\vec{c} \cdot \vec{c} = c_1 + c_2 + c_3$$

$$= 9$$

$$\vec{c} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$(c_3 - c_2, c_1 - c_3, c_2 - c_1) = (1, -1, 1)$$

$$c_3 - c_2 = -1 \quad c_1 = 8 + c_3$$

$$c_1 - c_3 = 2 \quad c_3 = 6$$

$$c_2 - c_1 = -1 \quad c_1 = 7$$

$$c_2 - c_3 = 1 \quad c_2 = 8$$

$$c_2 = t \quad c_3 = t - 1$$

$$c_3 = t - 1 \quad c_2 = 8$$

$$c_1 = t + 1 \quad c_1 = 7$$

$$\vec{a} = 3\vec{c} \quad \vec{b} = \vec{c}$$

$$t = 3 \quad t = 3$$

$$\vec{b} \neq \vec{c}$$

$$\vec{c} = (4, 3, 2)$$

$$11 =$$

$$14 - 2 + 0 - 5 + 9$$

$$-1 + 1 = 0$$

Preguntar:

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ -3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} k \\ k+2 \\ -6 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 \\ -k \\ k+1 \end{pmatrix} \right\}$$

2) Si; $k = -1$

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$\Rightarrow S$; los vectores de S son L.I.

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \sqrt{1} \\ \sqrt{1} \\ \sqrt{3} \end{vmatrix} \neq 0$$

\Rightarrow Ordenando:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & -6 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \quad \begin{vmatrix} 1 & -6 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$\Rightarrow (0 - (-6)) + (0 - 6) - 3(0) \neq 0$$

$$\Rightarrow 6 - 6 + 0 \neq 0 \Rightarrow \neq 0$$

$$\Rightarrow \text{cuando } k = -1$$

Los vectores de S no son L.I.

~~$\Rightarrow S$ es L.D (Línealmente dependiente) cuando $k = -1$~~

Luego,

$$S; \vec{v} = (4, 3, 2)^T \in S$$

~~$\Rightarrow \vec{v}$ es C.L de los vectores en $S \Rightarrow \vec{v} \in \text{Gen}(S)$~~

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - \alpha - \beta - \gamma \\ -1 + \alpha + \beta + \gamma \\ -3\alpha - 6\beta + \gamma \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2 - \alpha - \beta - \gamma = 4 \\ -1 + \alpha + \beta + \gamma = 3 \\ -3\alpha - 6\beta + \gamma = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 4 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \\ -3 & 6 & 0 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 4 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_3 \leftrightarrow F_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 4 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 0 = 7 \Rightarrow \text{contradicción}$$

~~\Rightarrow El sistema no tiene solución~~

~~\Rightarrow No existen escalares, por ende,~~

~~$\vec{v} \notin \text{Gen}(S)$~~

Presente aquí su trabajo

b) Cómo se tienen 3 vectores de S

Para que S sea base de \mathbb{R}^n

$$\Rightarrow S \text{ debe ser L.I.} \Rightarrow \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{vmatrix} \neq 0$$

ordenando:

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -k & -3 \\ k & k+2 & -6 \\ -1 & -k & k+1 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$\Rightarrow -1 \begin{vmatrix} k+2 & -6 \\ -k & k+1 \end{vmatrix} - k \begin{vmatrix} k-6 \\ -1 & k+1 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} k & k+2 \\ -1 & -k \end{vmatrix} \neq 0$$

$$(k+2)(k+1) - 6k - k[(k)(k+1) - 6] - 3[-k^2 - (-1)(k+2)] \neq 0$$

$$k^2 + 3k + 2 - 6k - k(k^2 + k - 6) - 3(-k^2 - (-k-2)) \neq 0$$

$$k^2 - 3k + k - k^3 - k^2 + 6k - 3(-k^2 + k + 2) \neq 0$$

$$= k^3 + 2 + 3k + 3k^2 = 3k^2 - 6 \neq 0$$

$$-k^3 + 3k^2 - 4 \neq 0$$

$$k^3 - 3k^2 + 4 \neq 0$$

$$k(k+1)(k^2 - 4k + 4) \neq 0$$

$$\Rightarrow (k+1)(k-2)^2 \neq 0$$

$$\Rightarrow k \neq -1$$

$$k \neq 2$$

$$k \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$$

① Si $\text{Gen}(S)$ es un rectángulo

\Rightarrow Los vectores en S deben ser perpendiculares

$$\Rightarrow (1+k, -3) = t(k, k+2, -6) \wedge (1+k, -3) = s(-1, -k, k+1)$$

$$(1, k, -3) = (t k, t k+2, -6t) \wedge (1, k, -3) = (s, -sk, sk+5)$$

$$\Rightarrow (tk, tk+2t, -6t) = (s, -sk, sk+5)$$

$$\begin{cases} tk = s \\ tk+2t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -s \\ t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} tk = s \\ tk+2t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -s \\ t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} tk = s \\ tk+2t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -s \\ t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} tk = s \\ tk+2t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -s \\ t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} tk = s \\ tk+2t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -s \\ t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} tk = s \\ tk+2t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -s \\ t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} tk = s \\ tk+2t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -s \\ t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} tk = s \\ tk+2t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -s \\ t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} tk = s \\ tk+2t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -s \\ t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} tk = s \\ tk+2t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -s \\ t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} tk = s \\ tk+2t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -s \\ t = -sk \\ -6t = sk+5 \end{cases}$$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \\ 1 & -4 & 4 \end{vmatrix} = 1(16 - 16) - (-3)(-4 + 4) + 0(4 + 4) = 0$$

$$(1 - 1)(1 - 1) = 0$$

$$(1) \text{ en } (2) \quad 1 - 1 = 0$$

$$(1) \text{ en } (3) \quad 1 - 1 = 0$$

$$1 + 1 + 1 = 3 \quad 3 = 3$$

$$\begin{vmatrix} k & k \\ k & k+1 \end{vmatrix} \neq 0 \quad p =$$

$$k \neq -1 \quad k \neq 1 \quad 1 = 1$$

$$-k - 1 = -1 \quad -k - 1 = -1 \quad 1 = 1$$

$$4(1) = -2k \quad 4(1) = -2k \quad 1 = 1$$

$$k - 1 + 2k = -2k \quad k - 1 + 2k = -2k \quad 1 = 1$$

$$-k + k + 1 = -k \quad -k + k + 1 = -k \quad 1 = 1$$

$$k = -5 \quad k = -5 \quad 1 = 1$$

$$k = -5 \quad k = -5 \quad 1 = 1$$

$$k = -5 \quad k = -5 \quad 1 = 1$$

$$-k + 2k = -5k \quad -k + 2k = -5k \quad 1 = 1$$

$$k = -5 \quad k = -5 \quad 1 = 1$$

$$-k + 2k = -5k \quad -k + 2k = -5k \quad 1 = 1$$

$$k = -5 \quad k = -5 \quad 1 = 1$$

$$-k + 2k = -5k \quad -k + 2k = -5k \quad 1 = 1$$

$$k = -5 \quad k = -5 \quad 1 = 1$$

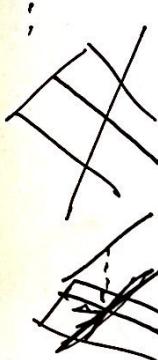
$$-k + 2k = -5k \quad -k + 2k = -5k \quad 1 = 1$$

$$k = -5 \quad k = -5 \quad 1 = 1$$

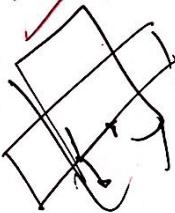
Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

9



$$\begin{aligned}
 R &= 2 \\
 r_2 t &= 5 \\
 2t + 2t &= -2s \\
 4t &= -2s \\
 2s &= -s \\
 -6t &= 2s + s \\
 -ct &= 2s + s \\
 2t &= -2s
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2 - 2 &= 4 \\
 0 &= 0 - 3 \\
 \hline
 2 - 2 - 1 &= 0 \\
 7(2) + -2 - 3(1) - 15 &= 0 \\
 14 - 2 + 3 - 15 &= 0 \\
 -1 + 1 &= 0
 \end{aligned}$$

~~Siendo en cuenta parte h)~~ $\Rightarrow S; D \in L.I$
 $(R+1)(n^2 - 4n + 1) = 0$ $\Rightarrow D \in S$
 $\Rightarrow R=1, R=2$ $\Rightarrow S; D \in L.I.$
 $\Rightarrow E.S. L.I. \text{ cuando } R=-1 \text{ o } R=2$ $O = \vec{v}_1 d_1 + \vec{v}_2 d_2 + \vec{w} d_3$
 $D > v_2, R=2$ $(0, 0, 0) = (1, 0, 0) + (0, 0, 1) \cdot 0$
 $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ $\Rightarrow d_1 = 0 \Rightarrow D \in Z.I$
 $S \text{ o } 2 \vec{v} = (1, 0, 0) \vec{R} = (0, 0, 1) \vec{w} = (0, 1, 0) \Rightarrow \text{Vectores de } S \text{ son C.L.}$
 $\vec{D} = \sum \vec{v}_i d_i$ $\text{de vectores de } D.$
Continuará

~~Continuación Pregunta 2:~~

~~b) Hacer $P \cap \mathcal{L}_2 \subset P$ siendo \vec{v}_i vectores directores de γ y \vec{n} normal de~~

~~$\Rightarrow \vec{v}_1 \perp \vec{n}$. Además $S; P \parallel \mathcal{L}_1 \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{v}_1 \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{v}_2$~~

~~$\Rightarrow \vec{v}_1 \perp \vec{n} \Rightarrow \vec{v}_1 \perp \vec{v}_2 \perp \vec{n}$~~

~~$\Rightarrow \vec{n} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$~~

~~$\vec{n} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = i \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$~~

~~$\vec{n} = (7, -1, -3)$~~

~~Luego si $S; \mathcal{L}_2 \subset P \Rightarrow S; Q \subset \mathcal{L}_2 \Rightarrow Q \subset P$~~

~~$\Rightarrow S \cap \mathcal{L}_2 \subset P \cap \mathcal{L}_2 / R = (x, y, z) \wedge Q = (3, 0, z)$~~

~~$\Rightarrow \vec{Q} \cdot \vec{n} \in P$~~

~~$\Rightarrow \text{Ecuación Normal: } (7, -1, -3) \cdot (x-3, y, z-2) = 0$~~

~~$7(x-3) + y + (-3)(z-2) = 0$~~

~~$7x - 21 + y - 3z + 6 = 0$~~

~~$P: 7x + y - 3z - 15 = 0$~~

~~c) Sea $\mathcal{L}_3 = P \cap P_1$, $P = 7x + y - 3z - 15 = 0$~~

~~$\Rightarrow \mathcal{L}_3 = \begin{cases} 7x + y - 3z - 15 = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$~~

~~$\Rightarrow \vec{v}_3 \perp \vec{n}_1, \perp \vec{n}_2$~~

~~$\Rightarrow \vec{v}_3 = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$~~

~~$\Rightarrow \vec{v}_3 = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2, \vec{n}_1 = (7, 1, -3), \vec{n}_2 = (1, 1, 0) \Rightarrow P = (0, 0, -5)$~~

~~$\Rightarrow \vec{v}_3 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 7 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (3, -3, 6)$~~

~~$\vec{v}_3 = (3, -3, 6) \rightarrow (3, -3, 6) \parallel (1, -1, 2)$~~

~~$\Rightarrow \vec{v}_3 = (1, -1, 2)$~~

~~$\Rightarrow \mathcal{L}_3 : P: (0, 0, -5) + j(1, -1, 2), j \in \mathbb{R}$~~

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\Rightarrow (1, 2, -3) = 2, (1, 0, 0) + 1, (0, 0, 1) + 2, (0, 1, 0)$$

$$\Rightarrow d_1 = 1 \quad \Rightarrow \text{Si es CL}$$

$$d_2 = 2$$

$$d_3 = -3$$

$$(2, 4, -6) = \beta_1 (1, 0, 0) + \beta_2 (0, 0, 1) + \beta_3 (0, 1, 0)$$

$$\beta_1 = 2$$

$$\beta_2 = 4$$

$$\beta_3 = -6$$

Sí es CL.

$$(-1, -2, 3) = \gamma_1 (1, 0, 0) + \gamma_2 (0, 0, 1) + \gamma_3 (0, 1, 0)$$

$$\gamma_1 = -1$$

$$\gamma_2 = -2$$

$$\gamma_3 = 3$$

$$\Rightarrow$$

Conclusion

$$D = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\} \text{ es base de } S$$

$$0 = (S - F)(V, E - V) + (E - F, V)$$

$$0 = (S - F)(V - F) + V + (E - V)F$$

$$0 = S + F - V + 1S + 2F$$

$$0 = S + 3F - V + 4F$$

$$0 = S + 2F - V + 5F$$

$$0 = S + 7F - V + 6F$$

$$0 = S + 13F - V + 12F$$

$$0 = S + 22F - V + 21F$$

$$0 = S + 43F - V + 42F$$

$$0 = S + 75F - V + 74F$$

$$0 = S + 149F - V + 148F$$

$$0 = S + 298F - V + 297F$$

$$0 = S + 595F - V + 594F$$

$$0 = S + 1190F - V + 1189F$$

$$0 = S + 2380F - V + 2379F$$

$$0 = S + 4760F - V + 4759F$$

$$0 = S + 9520F - V + 9519F$$

$$0 = S + 19040F - V + 19039F$$

$$0 = S + 38080F - V + 38079F$$

$$0 = S + 76160F - V + 76159F$$

$$0 = S + 152320F - V + 152319F$$

$$0 = S + 304640F - V + 304639F$$

$$0 = S + 609280F - V + 609279F$$

$$0 = S + 1218560F - V + 1218559F$$

$$0 = S + 2437120F - V + 2437119F$$

$$0 = S + 4874240F - V + 4874239F$$

$$0 = S + 9748480F - V + 9748479F$$

$$0 = S + 19496960F - V + 19496959F$$

$$0 = S + 38993920F - V + 38993919F$$

$$0 = S + 77987840F - V + 77987839F$$

$$0 = S + 155975680F - V + 155975679F$$

$$0 = S + 311951360F - V + 311951359F$$

$$0 = S + 623902720F - V + 623902719F$$

$$0 = S + 1247805440F - V + 1247805439F$$

$$0 = S + 2495610880F - V + 2495610879F$$

$$0 = S + 4991221760F - V + 4991221759F$$

$$0 = S + 9982443520F - V + 9982443519F$$

$$0 = S + 19964887040F - V + 19964887039F$$

$$0 = S + 39929774080F - V + 39929774079F$$

$$0 = S + 79859548160F - V + 79859548159F$$

$$0 = S + 159719096320F - V + 159719096319F$$

$$0 = S + 319438192640F - V + 319438192639F$$

$$0 = S + 638876385280F - V + 638876385279F$$

$$0 = S + 1277752770560F - V + 1277752770559F$$

$$0 = S + 2555505541120F - V + 2555505541119F$$

$$0 = S + 5111011082240F - V + 5111011082239F$$

$$0 = S + 10222022164480F - V + 10222022164479F$$

$$0 = S + 20444044328960F - V + 20444044328959F$$

$$0 = S + 40888088657920F - V + 40888088657919F$$

$$0 = S + 81776177315840F - V + 81776177315839F$$

$$0 = S + 163552354631680F - V + 163552354631679F$$

$$0 = S + 327104709263360F - V + 327104709263359F$$

$$0 = S + 654209418526720F - V + 654209418526719F$$

$$0 = S + 1308418837053440F - V + 1308418837053439F$$

$$0 = S + 2616837674106880F - V + 2616837674106879F$$

$$0 = S + 5233675348213760F - V + 5233675348213759F$$

$$0 = S + 10467350696427360F - V + 10467350696427359F$$

$$0 = S + 20934701392854720F - V + 20934701392854719F$$

$$0 = S + 41869402785709440F - V + 41869402785709439F$$

$$0 = S + 83738805571418880F - V + 83738805571418879F$$

$$0 = S + 167477611142837760F - V + 167477611142837759F$$

$$0 = S + 334955222285675520F - V + 334955222285675519F$$

$$0 = S + 669910444571351040F - V + 669910444571350939F$$

$$0 = S + 1339820889142702080F - V + 1339820889142701979F$$

$$0 = S + 2679641778285404160F - V + 2679641778285403959F$$

$$0 = S + 5359283556570808320F - V + 5359283556570807659F$$

$$0 = S + 10718567113141616640F - V + 10718567113141605119F$$

$$0 = S + 21437134226283233280F - V + 21437134226283190239F$$

$$0 = S + 42874268452566466560F - V + 42874268452566380479F$$

$$0 = S + 85748536905132933120F - V + 85748536905132760959F$$

$$0 = S + 171497073810265866240F - V + 171497073810263521919F$$

$$0 = S + 342994147620531732480F - V + 342994147620527043838F$$

$$0 = S + 685988295241063464960F - V + 685988295241054087676F$$

$$0 = S + 1371976590482126929920F - V + 1371976590482058175352F$$

$$0 = S + 2743953180964253859840F - V + 2743953180964116350704F$$

$$0 = S + 5487906361928507719680F - V + 5487906361928232701408F$$

$$0 = S + 10975812723857015439360F - V + 10975812723854465402816F$$

$$0 = S + 21951625447714030878720F - V + 21951625447708930805632F$$

$$0 = S + 43903250895428061757440F - V + 43903250895417861611264F$$

$$0 = S + 87806501790856123514880F - V + 87806501790835723222528F$$

$$0 = S + 17561300358171224702960F - V + 17561300358147444644504F$$

$$0 = S + 35122600716342449405920F - V + 35122600716323889289008F$$

$$0 = S + 70245201432684898811840F - V + 702452014323477785780016F$$

$$0 = S + 140490402865369797623680F - V + 1404904028617355571560032F$$

$$0 = S + 280980805730739595247360F - V + 2809808057285711143120064F$$

$$0 = S + 561961611461479190494720F - V + 5619616114571422286240128F$$

$$0 = S + 1123923222922983980989440F - V + 11239232228942844572480256F$$

$$0 = S + 2247846445845967961978880F - V + 22478464458285689144960512F$$

$$0 = S + 4495692891691935923957760F - V + 44956928916571378289921024F$$

$$0 = S + 8991385783383871847915520F - V + 89913857833342756579842048F$$

$$0 = S + 17982771566767743695831040F - V + 17982771566670551315968096F$$

$$0 = S + 35965543133535487391662080F - V + 35965543133345102631936192F$$

$$0 = S + 71931086267070974783324160F - V + 71931086266725555263872384F$$

$$0 = S + 143862172534141949566648320F - V + 143862172533451110527744768F$$

$$0 = S + 287724345068283899133296640F - V + 287724345066902221055489536F$$

$$0 = S + 575448690136567798266593280F - V + 575448690134554442110978872F$$

$$0 = S + 1150897380273135596533186560F - V + 115089738026777888422195744F$$

$$0 = S + 2301794760546271193066373120F - V + 230179476054155776844391488F$$

$$0 = S + 4603589521092542386132746240F - V + 460358952108307553688782976F$$

$$0 = S + 9207179042185084772265492480F - V + 920717904216555107377565952F$$

$$0 = S + 18414358084370169544530984960F - V + 184143580842311021475513184F$$

$$0 = S + 36828716168740339089061969920F - V + 368287161681555042951026368F$$

$$0 = S + 73657432337480678178123939840F - V + 736574323363110085902052736F$$

$$0 = S + 147314864674961356356247879680F - V + 1473148646726550171804105472F$$

$$0 = S + 294629729349922712712495759360F - V + 2946297293453100343608210944F$$

$$0 = S + 589259458699845425424985518720F - V + 5892594586926500687216421888F$$

$$0 = S + 1178518917399690850849851037440F - V + 11785189173853001374432843776F$$

$$0 = S + 2357037834799381701699702074880F - V + 23570378347706502748865687552F$$

$$0 = S + 4714075669598763403399404149760F - V + 47140756695413005497731375104F$$

$$0 = S + 9428151339197526806798808299520F - V + 94281513390826010995462750208F$$

$$0 = S + 18856302678395053613597616599040F - V + 188563026781632021990925500416F$$

$$0 = S + 37712605356790107227195233198080F - V + 377126053563164043981851000832F$$

$$0 = S + 75425210713580214454388466396160F - V + 754252107126332087963702001664F$$

$$0 = S + 150850421427160428858776932792320F - V + 1508504214213364175867404003328F$$

$$0 = S + 301700842854320857717553865584640F - V + 3017008428456728351734808006656F$$

$$0 = S + 603401685708641715435107731169280F - V + 6034016856913456703469616013312F$$

$$0 = S$$