PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESTUDIOS GENERALES CIENCIAS

Algebra Matricial y Geometría Analítica
Segunda Práctica Calificada
(2017-1)

Indicaciones:

* No se permite el uso de apuntes de clase ni libros.
* Explique detalladamente las soluciones.
* Duración: 1 hora y 50 minutos.

---

1. Considere la elipse
$$\mathcal{E} : 4x^2 + y^2 - 24x - 8y + 48 = 0.$$
Halle la ecuación de la hipérbola $\mathcal{H}$ que pasa por el punto $A(3, 5)$ y que tiene como focos a los vértices de $\mathcal{E}$. (4 pts)

2. Sea $\mathcal{H}$ una hipérbola tal que el punto $F(8, 7)$ es uno de sus focos y el punto $V(8, -1)$ es uno de sus vértices. Sabiendo que su centro C se ubica en la recta $L : 3x - 2y - 20 = 0$, halle la ecuación de $\mathcal{H}$. (4 pts)

3. El punto $C(2, 1)$ es el centro de una elipse $\mathcal{E}$ y el punto $A(-2, 4)$ es uno de los extremos de su eje menor. Sabiendo que la distancia de A a uno de los vértices de $\mathcal{E}$ es $5\sqrt{3}$, halle las coordenadas de los focos de $\mathcal{E}$. (4 pts)

4. Halle la longitud del lado recto de la cónica $\mathcal{C}$ con ecuación
$$5x^2 - 4xy + 8y^2 - 36 = 0.$$ (4 pts)

5. Considere la familia de cónicas
$$\mathcal{C}_k : \frac{x^2}{k+1} + \frac{y^2}{k-1} = 1\,,$$
con parámetro $k \neq \pm 1$.

   a) ¿Cuáles son los valores de k para los cuales la cónica $\mathcal{C}_k$ resulta ser un conjunto vacío? (1 pt)

   b) Halle todos los valores de k para los cuales la cónica $\mathcal{C}_k$ es una elipse.
   ¿Es cierto que todas estas elipses tienen los mismos focos? Justifique. (1,5 pts)

   c) Halle todos los valores de k para los cuales la cónica $\mathcal{C}_k$ es una hipérbola.
   ¿Es cierto que todas estas hipérbolas tienen los mismos focos? Justifique. (1,5 pts)

Práctica elaborada por los coordinadores del curso.
Turno: 15:00 - 17:00

San Miguel, 11 de mayo de 2017.

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

ET LUX IN TENEBRIS LUCET
MCMXVII

PUCP

ENTREGADO
23 MAYO 2017

Año				Número			
2	0	1	7	0	2	4	5

Código de alumno

Práctica

Arzola Ramirez Carlos

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: AMGA

Práctica N°: 2

Horario de práctica: 103

Fecha: 11,05,17

Nombre del profesor: E. Villogas

Nota

19

Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido: (iniciales) AGB

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

1.- $\mathcal{E}: 4x^2+y^2-24x-8y+48=0$

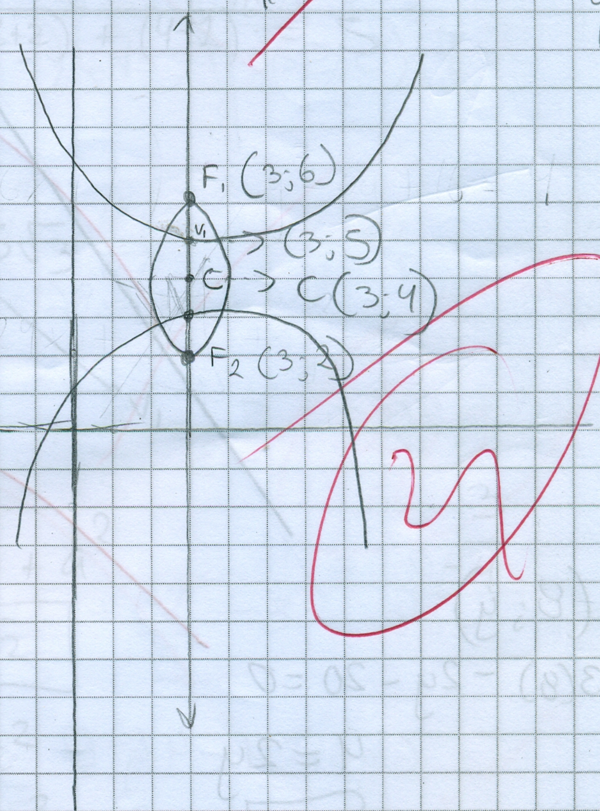
$4x^2-24x+36-36\quad y^2-8y+16-16+48=0$

$(2x-6)^2+(y-4)^2=4$

$(2(x-3))^2+(y-4)^2=4$

$(x-3)^2+\dfrac{(y-4)^2}{4}=1$

$a=2$
$b=1$



El punto $(3;5)$ viene a ser uno de los vértices de la hipérbola, ya que está en el mismo eje que los focos y es por donde pasa la hipérbola.

$a=d(V_1;C)=1$

$c=d(F_1;C)=2$

$c^2=a^2+b^2$

$4=1+b^2$

$\boxed{b=\sqrt{3}}$

$\mathcal{H}: (y-4)^2-\dfrac{(x-3)^2}{3}=1$

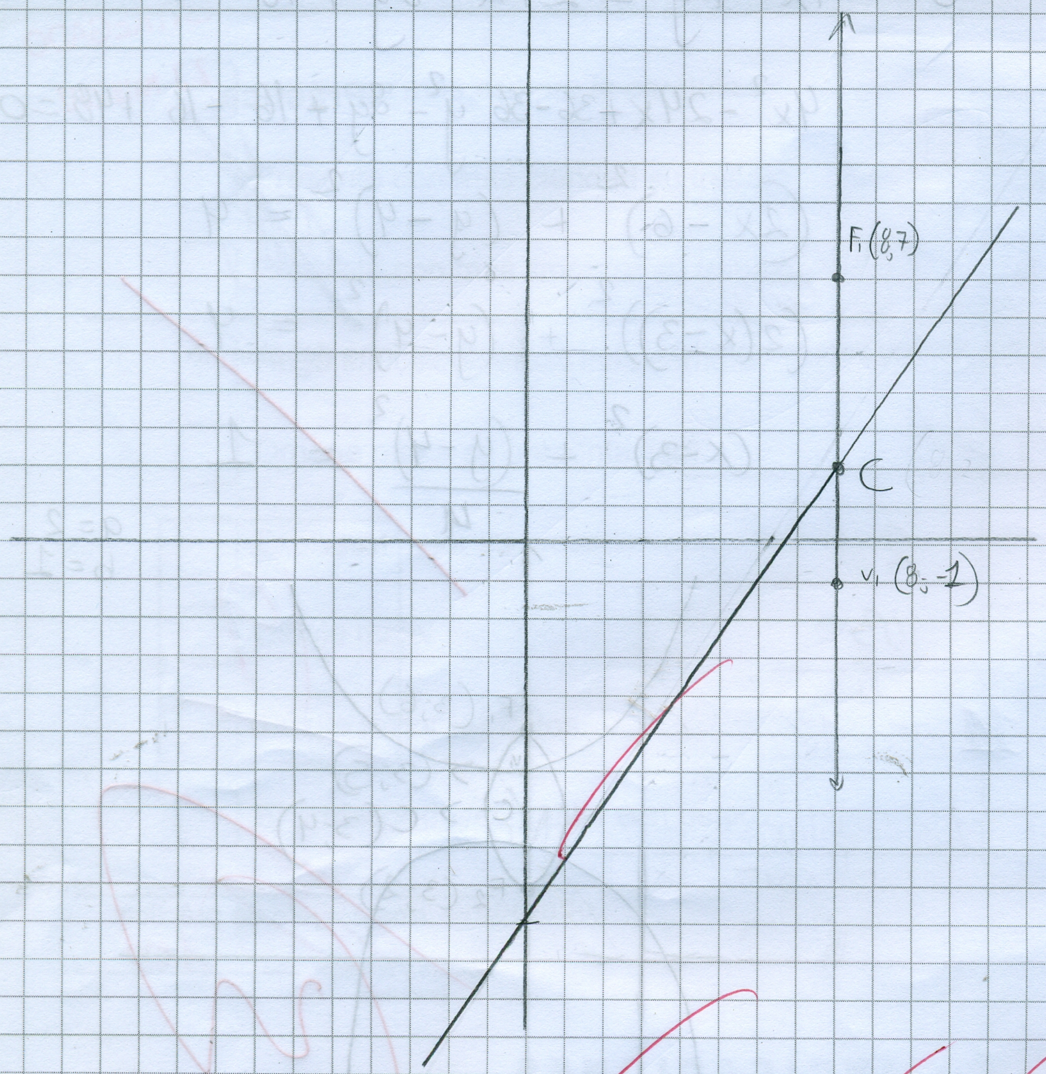
Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$x = 8$

$24 - 2y - 20 = 0$

2.-



$C(8; y)$

$3(8) - 2y - 20 = 0$

$4 = 2y$

$\boxed{y = 2}$

$C(8;2)$

$a = d(V_1; C) = 3$

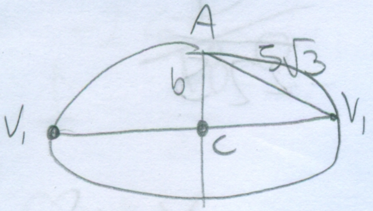
$c = d(F_1; C) = 5$

$c^2 = a^2 + b^2$

$25 = 9 + b^2$

$$H: \frac{(y-2)^2}{9} - \frac{(x-8)^2}{16} = 1$$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)



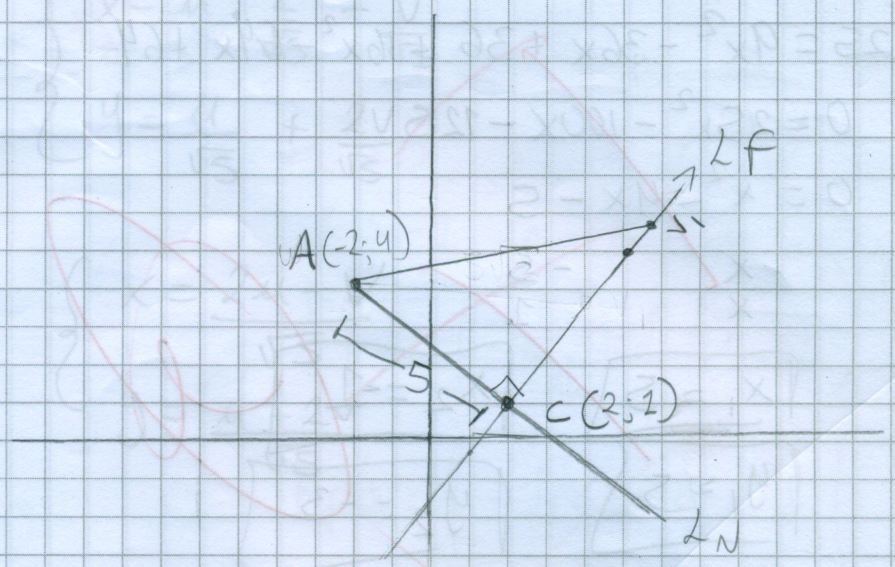
$3y-3=4x-8$

$6=4x-3y-5$

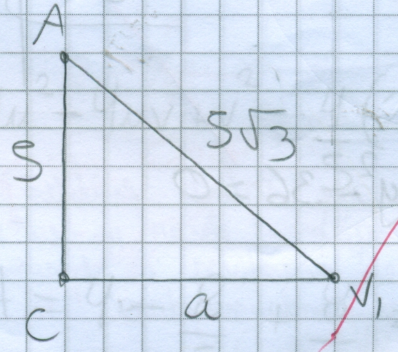
$y=\frac{4x-5}{3}$

Presente aquí su trabajo

3.-



$d(A;C)=\sqrt{(2+2)^2+(4-1)^2}=5$



$-\frac{3}{4}$

$75=25+a^2$

$\boxed{a=5\sqrt{2}}$

$a^2=b^2+c^2$

$50=25+c^2$

$\boxed{c=5}$

$L_N: \quad y-1=-\frac{3}{4}(x-2)$

$L_f: \quad y-1=\frac{4}{3}(x-2) \Rightarrow y=\frac{4x-5}{}$

Presente aquí su trabajo

$225 = 9x^2 - 36x + 36 + 16x^2 - 64x + 64$

$0 = 25x^2 - 100x - 125$

$0 = x^2 - 4x - 5$

$x \quad\quad -5$
$x \quad\quad 1$

$\boxed{x_1 = 5}$ $\quad$ $\boxed{x_2 = -1}$

$\boxed{y_1 = 5}$ $\quad$ $\boxed{y_2 = -3}$

$F_1(5;5)$ $\quad$ $F_2(-1;-3)$

4.-

$C: 5x^2 - 4xy + 8y^2 - 36 = 0$

$tg\, 2\theta = \frac{-4}{-3}$

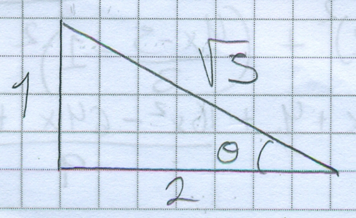
$\frac{2tg\theta}{1 - tg^2\theta} = \frac{4}{3}$

$6tg\theta = 4 - 4tg^2\theta$

$2tg^2\theta + 3tg\theta - 2 = 0$

$2tg\theta \quad\quad -1$
$tg\theta \quad\quad 2$

$\boxed{tg\theta = 1/2}$

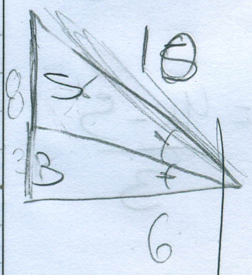


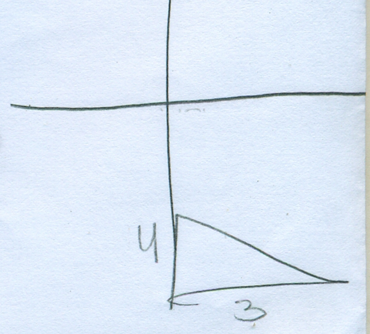
Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

4
25
9 x
225

$2v + u$
$-v + 2u$
$4uv + 2u^2$

26,5





Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$36 \cdot 5 = 180$

$2u - v$
$u + 2v$
$4uv - 2v^2$
$-uv$

$2u^2 + 3uv - 2v^2$

$a = \frac{60}{7} + c^2$

$\frac{3}{7}$

$2u - v$
$u + 2v$
$-2v^2$

3

$36 \cdot 5 = 180$

$60 \quad 20$

$(2)\cancel{60} + (\cancel{3})$

$$\begin{cases} x = u \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{v}{\sqrt{5}} \\ y = \frac{u}{\sqrt{5}} + \frac{2v}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2u - v}{\sqrt{5}} \\ y = \frac{u + 2v}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$C: 5\left(\frac{2u-v}{\sqrt{5}}\right)^2 - 4\left(\frac{2u-v}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{u+2v}{\sqrt{5}}\right) + 8\left(\frac{u+2v}{\sqrt{5}}\right)^2 - 36 = 0$$

$$4u^2 - 4uv + v^2 - \frac{4}{5}(2u^2 + 3uv - 2v^2) + \frac{8}{5}(u^2 + 4uv + v^2) - 3$$

$$A = 4 - \frac{8}{5} + \frac{8}{5} = 4$$

3,0

$$B = -4 - \frac{12}{5} + \frac{32}{5} = 0$$

$$C = 1 + \frac{8}{5} + \frac{8}{5} = \frac{21}{5}$$

$$4u^2 + \frac{21}{5}v^2 - 36 = 0$$

Error de cálculo.

$$C: \frac{u^2}{9} + \frac{v^2}{60/7} = 1$$

$\frac{u^2}{5} + \frac{v^2}{4} = 1$

$a = \sqrt{9} = 3$

$b^2 = 60/7$

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

$LR = 8/3$

$$\frac{(2)\frac{\cancel{180}^{60}}{21}}{\cancel{3}_1} = \frac{120}{21} = \frac{40}{7}\,u$$

Presente aquí su trabajo

5.- $C_k : \dfrac{x^2}{k+1} + \dfrac{y^2}{k-1} = 1 \quad , \quad k \neq \pm 1$

a) $\left(\dfrac{x}{\sqrt{k+1}}\right)^2 + \left(\dfrac{y}{\sqrt{k-1}}\right)^2 = 1$

$k+1 < 0 \quad \wedge \quad k-1 < 0$

$k < -1 \quad \wedge \quad k < 1$

$-1 \qquad 1$

$\boxed{k < -1}$

Al ser $k<-1$ todos sus valores posibles serán negativos ocasionando que al elevar ya sea "x" o "y" al cuadrado se conviertan en negativos y al sumarlos (dos valores negativos) seguirá siendo negativo.

b) $C_k : \dfrac{x^2}{k+1} + \dfrac{y^2}{k-1} = 1$

$k - 1 > 0$

$\boxed{k > 1}$

Para que sea una elipse $k > 1$.

~~R: Totalmente falso~~

R: Si, siempre va a tener los mismos focos porque según la pitagórica:

$k+1 = k-1 + c^2$

$\boxed{c = \sqrt{2}}$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

x^2

$-x^2 - \dfrac{y^2}{3} = 1$

$k+1<0$

1

-1

$k-2<0$

$\boxed{k<2}$

$k+1>0$

$\boxed{k>-1}$

$k+1 = k-1+c^2$

$\boxed{c=\sqrt{2}}$

$k-2>0$

$k+1<0$

$k>2$

$k<-1$

$C = \sqrt{(k+1)+k-1}$

$C = \sqrt{2k}$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$-1 < k < 2$

-1 2 1.3

-2 4

$\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 1$

$b = 2$

$6 = 4 + c$ $c = \sqrt{2}$

6 =

$\frac{x^2}{11} + \frac{y^2}{10} = 1$

$a = \sqrt{11}$ $b = \sqrt{10}$

$c = 1$

Presente aquí su trabajo

c) Para que sea hipérbola

$k+1 > 0 \wedge k-1 < 0$

$k > -1 \wedge k < 1$

$\cancel{-1 < k < 1}$

Rpta: $\boxed{-1 < k < 1}$

~~R: Si, siempre van a ser los mismos focos porque según pitagórica~~

R: ~~No~~, no siempre van a tener los mismos focos porque según la pitagórica

SI = Focos siempre

$c^2 = |k+1 + k-1|$

$c = \sqrt{|2k|}$

→ depende del valor que tome k

3,5