

Fundamentos de Cálculo  
TERCERA PRÁCTICA CALIFICADA  
CICLO 2024-0

Horarios: Todos.

Duración: 110 minutos

Elaborada por los profesores del curso.

ADVERTENCIAS:

- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

INDICACIONES:

- Está prohibido el uso apuntes de clase, libros, tablas, calculadora o computadora personal.
- Resuelva en forma detallada las siguientes preguntas.

1. Esboce la gráfica de la función

(2 pt)

$$f(x) = 3(x+1)(x+2)^3(x-2)^2.$$

2. Considere las funciones

$$f(x) = 1 - 3^{x-1} \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} \log_2(1-x), & -3 \leq x < 1; \\ \frac{2x+1}{x-2}, & 2 < x \leq 7. \end{cases}$$

- Esboce la gráfica de  $f$  y halle su rango. (2 pt)
- Esboce la gráfica de  $g$  indicando sus puntos de intersección con los ejes coordenados. (3 pt)
- En caso existan, indique las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales de la gráfica de  $g$ . (1 pt)
- ¿Es  $g$  una función decreciente en el intervalo  $[3, 7]$ ? (0,5 pt)
- Justifique que  $g$  es una función inyectiva. (0,5 pt)
- Encuentre la función inversa de  $g$ . (2,5 pt)
- Esboce la gráfica de la función inversa de  $g$ . (1,5 pt)

Continúa...

3. Encuentre el dominio (implícito) de la función

(2,5 pt)

$$f(x) = \sqrt{1 - \ln(x)} + \log_{\frac{1}{2}}(3 - 3^x).$$

4. Sea

$$f(x) = 2^{x-1} + x^3.$$

a) Demuestre que la función  $f$  es creciente.

(1 pt)

b) Encuentre un valor de  $x$  tal que  $2^{x-1} + x^3 = 2$ .

(0,5 pt)

c) Resuelva la inecuación  $2^{x-1} + x^3 \geq 2$ .

(1 pt)

5. Justifique la veracidad o la falsedad de las siguientes proposiciones

a) Existe una función decreciente  $f$  con dominio  $\mathbb{R}$  y rango  $]0, 2[$ .

(1 pt)

b) Si  $f$  es una función creciente con dominio  $\mathbb{R}$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$  y  $f(2) = 2$ , entonces  $f(\frac{1}{2})f(3) > 1$ .

(1 pt)

San Miguel, 16 de febrero de 2024.



Año	Número
2022	1012

Código de alumno

Práctica

Vadillo Velazco Yanira

Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

*[Firma]*

Firma del alumno

Curso: Fiscal

Práctica N°: 03

Horario de práctica: 102

Fecha: 16/02/24

Nombre del profesor: José Flores

Nota

20

*[Firma]*  
Firma del jefe de práctica

Nombre y apellido:  
(iniciales)

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
  - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
  - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
  - evitar borrones, manchas o roturas;
  - no usar corrector líquido;
  - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir esta práctica calificada, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.



# Presente aquí su trabajo

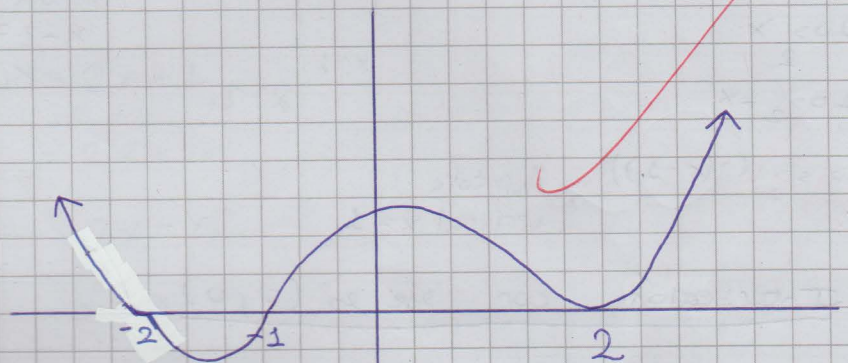
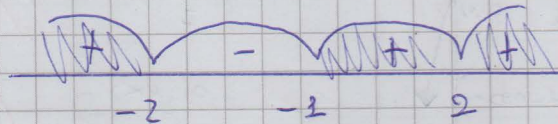
Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

$$1) f(x) = 3(x+1)(x+2)^3(x-2)^2$$

$\downarrow$                        $\downarrow$                        $\downarrow$   
 $-1$                        $-2$                        $(+2)$

$$f(x) > 0$$

$$(x+1)(x+2)^3(x-2)^2 > 0$$



$$2) f(x) = 1 - 3^{x-2}$$

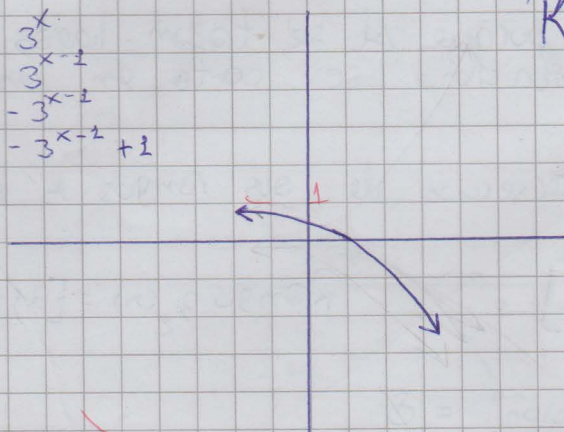
$$g(x) = \begin{cases} \log_2(1-x), & -3 \leq x < 1 \\ \frac{2x+1}{x-2}, & 2 < x \leq 7 \end{cases}$$

$$2) f(x) = -3^{x-2} + 1$$

• Por transformaciones

- $3^x$
- $3^{x-2}$
- $-3^{x-2}$
- $-3^{x-2} + 1$

$$\text{Ran } f = \langle -\infty; 1 \rangle$$

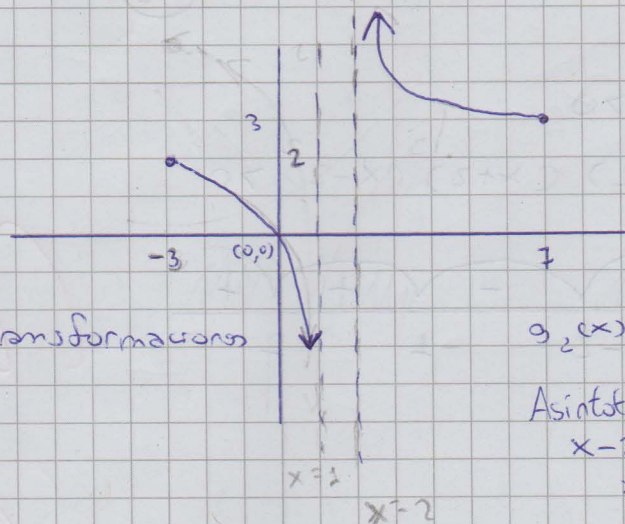




# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

b)  $g(x) = \begin{cases} \log_2(-(x-2)) & -3 \leq x < 1 \\ \frac{2x+1}{x-2} & 2 < x \leq 7 \end{cases}$



$g_1(x)$  por transformaciones

- $\log_2 x$

- $\log_2 -x$

- $\log_2(-(x-2))$ , Asíntota vertical  $x=2$

- Intersección con eje es (0,0)

c) Asíntotas  $x=1$   
 $x=2$

d) Sí, en el gráfico se puede observar que la función es decreciente en  $[3, 7]$

Por definición  $f(3) > f(7) \rightarrow b > 3$

$$\frac{2(3)+1}{3-1} > \frac{2(b)+1}{b-1} \rightarrow \frac{7b-7}{2} > 2b+1 \rightarrow b > 3$$

↓  
 $b > 7 > 3$

decreciente

e) Sí es inyectiva porque si se trazan líneas horizontales la función se corta en un solo punto

y porque la intersección de sus rangos es nulo

$$\text{Rango } g_1(x) = \langle -\infty; 2 \rangle$$

$$\text{Rango } g_2(x) = [3; +\infty)$$

$$\text{Intersección} = \emptyset$$



Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

# Presente aquí su trabajo

⑧  $y = \log_2 (2-x)$

$$2^y = 2-x$$

$$2^y - 2 = -x$$

$$-2^y + 2 = x \rightarrow y = -2^x + 2$$

$$y = \frac{2x+1}{x-2}$$

$$y(x-2) = 2x+1$$

$$yx - 2y = 2x+1$$

$$-2y-1 = 2x-yx$$

$$-2y-1 = x(2-y)$$

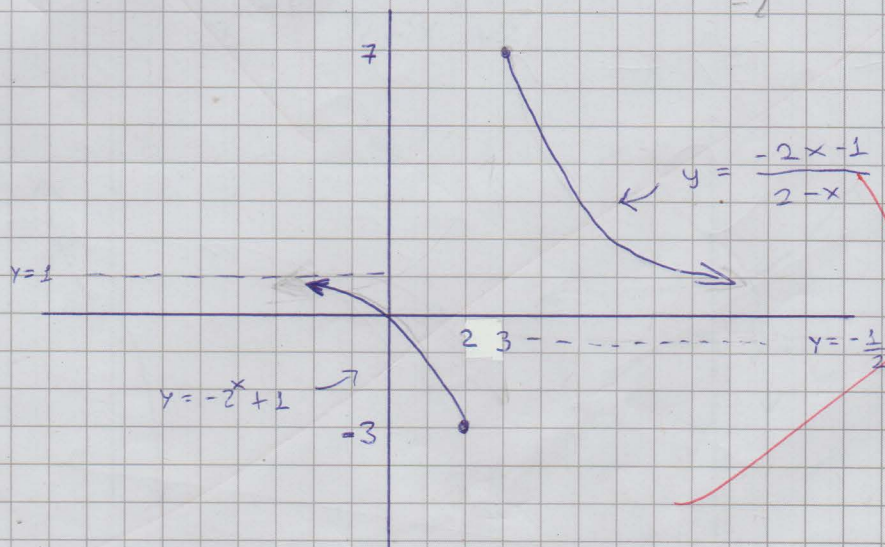
$$\frac{-2y-1}{2-y} = x$$

$$\rightarrow y = \frac{-2x-1}{2-x}$$

• El rango para ser el dominio de la inversa

$$g(x) = \begin{cases} -2^x + 2, & x \in (-\infty; 2] \\ \frac{-2x-1}{2-x}, & x \in [3; +\infty) \end{cases}$$

⑨



$$\frac{-2(3)-1}{2-3} = \frac{-6-1}{-1} = 5$$

$$\frac{17}{12}$$



# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

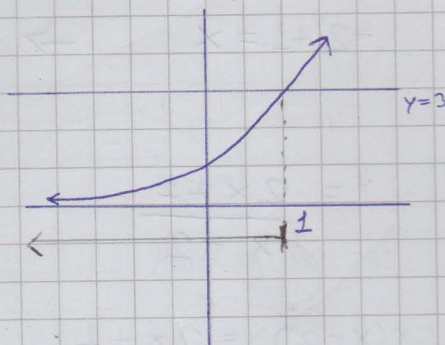
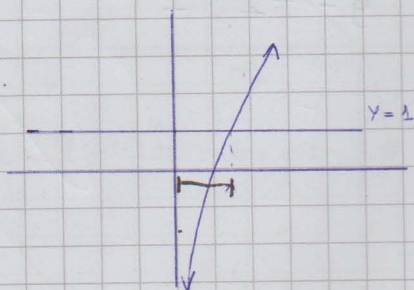
3)

$$f(x) = \sqrt{1 - \ln(x)} + \log_{\frac{1}{2}}(3 - 3^x)$$

$$1 - \ln(x) \geq 0 \quad \wedge \quad 3 - 3^x > 0$$

$$1 \geq \ln(x)$$

$$3 > 3^x$$



• Igualando las funciones

$$\ln_e(x) = 1$$

$$x = e$$

$$x \in \langle 0; e \rangle$$

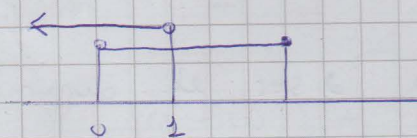
• Igualando las funciones

$$3 = 3^x$$

$$\log_3 3 = \log_3 3^x$$

$$1 = x$$

$$x \in \langle -\infty; 1 \rangle$$



$$\text{Dom } f = \langle 0; 1 \rangle$$



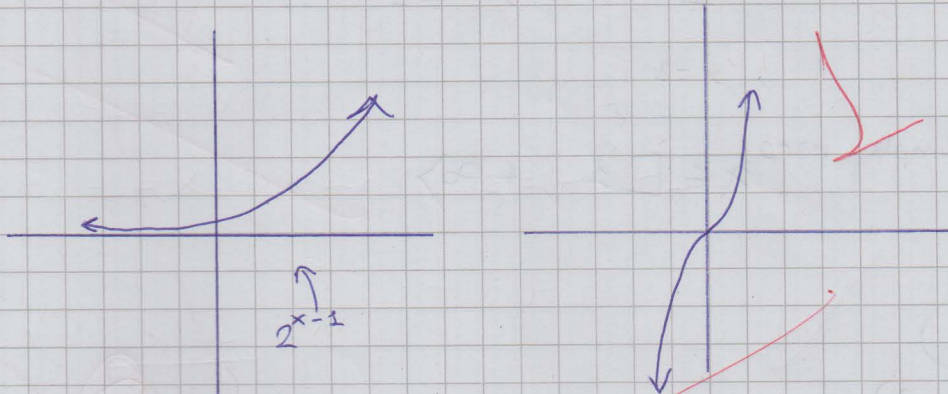
Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

# Presente aquí su trabajo

4)

$$2^{x-1} + x^3$$

2)



La suma de las funciones crecientes  
es creciente

b)

$$2^{x-1} + x^3 = 2$$

$$2^{x-1} = -x^3 + 2$$

$$x = 1$$

$$2^{1-1} = -1^3 + 2$$

$$2^0 = 1$$

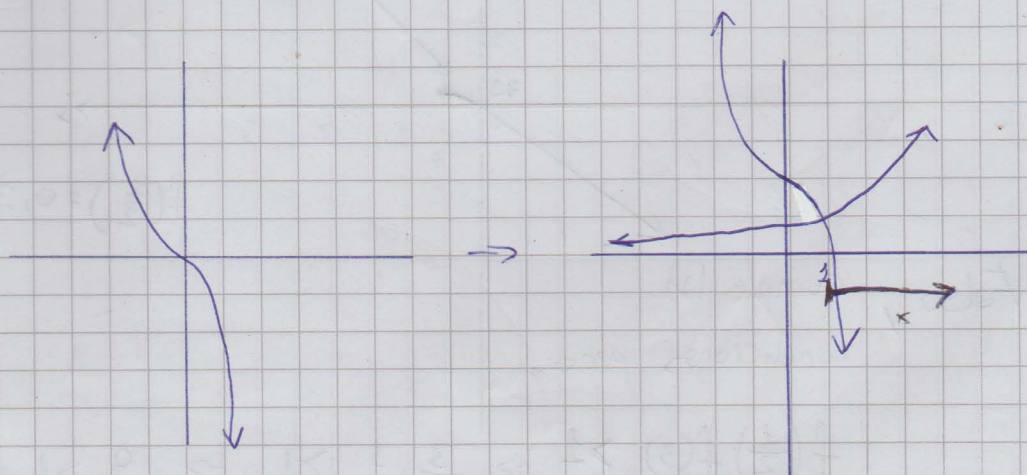
$$1 = 1$$

Cumple para  $x = 1$

c)

$$2^{x-1} + x^3 > 2$$

$$2^{x-1} > -x^3 + 2$$





# Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para  
cálculos y desarrollos  
(borrador)

Iguando las funciones

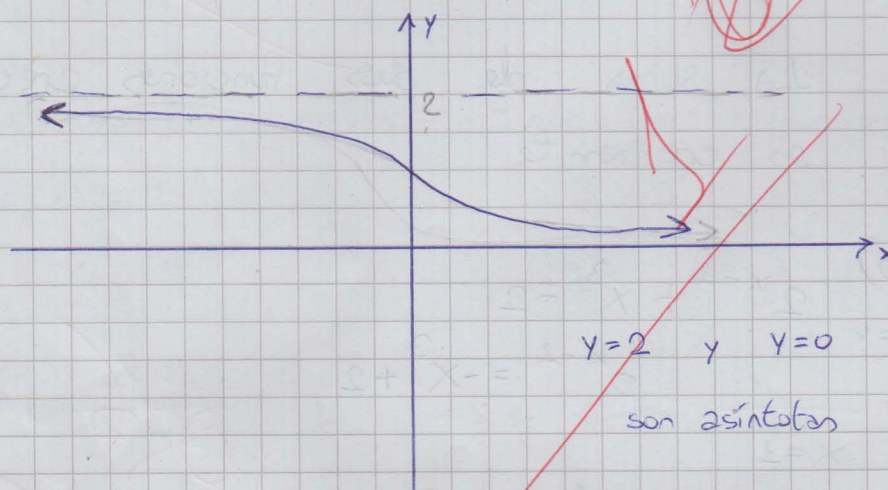
$$2^{x-1} = -x^3 + 2$$

$$x=1$$

Cumple para  $x \in [1; +\infty)$

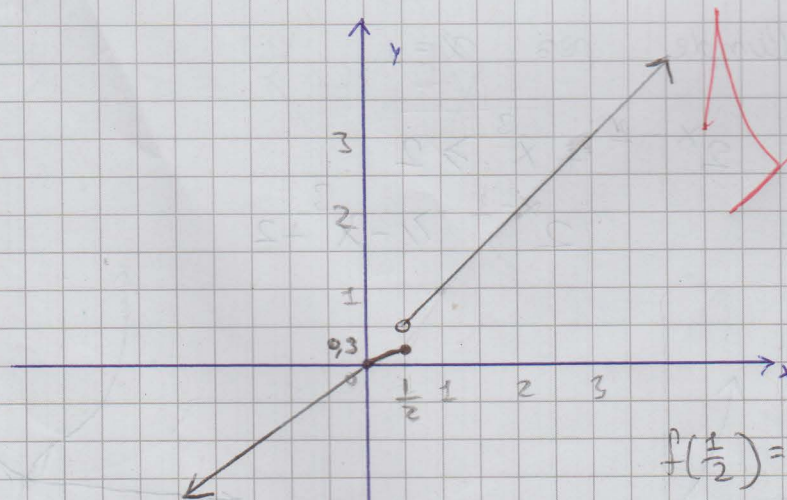
5

a)



Verdadero, existe

b)



$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 0,3 = \frac{3}{10}$$

Falso, cumple las condiciones pero

$$f\left(\frac{1}{2}\right) f(3) > 1 \rightarrow \frac{3}{10} \cdot 3 > 1 \rightarrow \frac{9}{10} > 1 (\rightarrow \leftarrow)$$