ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PUCP

ENTREGADO
28 MAY 2019

Primer examen

Año				Número			
2	0	1	9	0	6	2	0

Código de alumno

Espinoza Zubiate, Gabriel Jesús
Apellidos y nombres del alumno (letra de imprenta)

Firma del alumno

Curso: Álgebra matricial y geometría analítica

Horario: H123

Fecha: 16 / 5 / 19

Nombre del profesor: Roy Sánchez

Nota
19

Firma del profesor

INDICACIONES

1. Llene todos los datos que se solicitan en la carátula, tanto los personales como los del curso.
2. Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio. Queda terminantemente prohibido el uso de hojas sueltas.
3. Presente su trabajo final con la mayor claridad posible. No desglose ninguna hoja de este cuadernillo. Indique de una manera adecuada si desea que no se tome en cuenta alguna parte de su desarrollo.
4. Presente su trabajo final con la mayor pulcritud posible. Esto incluye lo siguiente:
   - cuidar el orden, la redacción, la claridad de expresión, la corrección gramatical, la ortografía y la puntuación en su desarrollo;
   - escribir con letra legible, dejando márgenes y espacios que permitan una lectura fácil;
   - evitar borrones, manchas o roturas;
   - no usar corrector líquido;
   - realizar los dibujos, gráficos o cuadros requeridos con la mayor exactitud y definición posibles.
5. No seguir estas indicaciones influirá negativamente en su calificación.
6. Al recibir este examen calificado, tome nota de las sugerencias que se le dan en la contracarátula del cuadernillo.

ESTUDIOS
GENERALES
CIENCIAS

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

ÁLGEBRA MATRICIAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

EXAMEN PARCIAL

SEMESTRE ACADÉMICO 2019-1

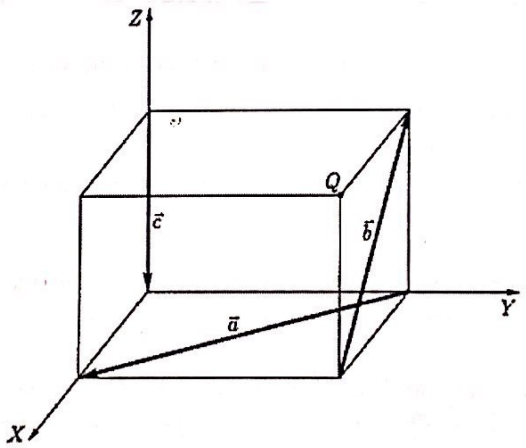
Horarios: 116-130 y B124-B126
Turno 2

Duración: 180 minutos

ADVERTENCIAS:
- Todo dispositivo electrónico (teléfono, tableta, computadora u otro) deberá permanecer apagado durante la evaluación.
- Coloque todo aquello que no sean útiles de uso autorizado durante la evaluación en la parte delantera del aula, por ejemplo, mochila, maletín, cartera o similar, y procure que contenga todas sus propiedades. La apropiada identificación de las pertenencias es su responsabilidad.
- Si se detecta omisión a los dos puntos anteriores, la evaluación será considerada nula y podrá conllevar el inicio de un procedimiento disciplinario en determinados casos.
- Es su responsabilidad tomar las precauciones necesarias para no requerir la utilización de servicios higiénicos: durante la evaluación, no podrá acceder a ellos, de tener alguna emergencia comunicárselo a su jefe de práctica.
- Quienes deseen retirarse del aula y dar por concluida su evaluación no lo podrán hacer dentro de la primera mitad del tiempo de duración destinado a ella.

INDICACIONES:
- No se pueden usar apuntes de clase, libros, tablas, calculadora ni computadora personal.
- **Justifique sus respuestas.** oki.

1. En la siguiente figura se muestra un paralelepípedo recto donde Q (2; 5; 3).



a) Halle los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$. 1 punto

b) Calcule

$$[\vec{a}\cdot(2\vec{b}+\vec{c})]\vec{b}-\|\vec{b}\|^2\vec{a}+(\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$$

2 puntos

c) Traslade el paralelepípedo de modo que el vértice de la figura trasladada correspondiente a Q se ubique en el punto (10; 6; 8). Halle las coordenadas de los otros vértices del paralelepípedo trasladado. 1 punto

2. Sea la cónica de ecuación $\mathcal{C}: 3x^2 - 4xy - k = 0$, donde k es una constante **negativa** y la distancia entre los vértices de $\mathcal{C}$ es 4 unidades.
   a) Halle el valor de k. 2 puntos ✓
   b) Halle la ecuación, en el sistema XY, de la recta que contiene a uno de los lados rectos de $\mathcal{C}$. 1 punto ✓
   c) Grafique la cónica $\mathcal{C}$ en el plano cartesiano XY, mostrando su centro y eje focal. 1 punto

3. Considere las curvas cuyas ecuaciones son:

$$C_1: x^2 + 2x - 8y + 9 = 0$$
$$C_2: x^2 - 6x + 4y + 17 = 0$$
$$C_3: (x-5)^2 + 2(y-1)^2 = 2$$

Si A es el foco de C_1, B es el foco de C_2 y el punto D se desplaza en la curva C_3,

   a) Halle la ecuación del lugar geométrico descrito por el baricentro del triángulo ABD. 2 puntos
   b) Haga un esbozo del lugar geométrico hallado en el apartado a), indicando el centro y el eje focal. 2 puntos

4. Sean las rectas $\mathcal{L}_1: x = 0$ y $\mathcal{L}_2: y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$, rectas tangentes en los puntos $T(0; 2\sqrt{3})$ y R, respectivamente, a la circunferencia $\mathcal{C}$ de centro $C = (h; k)$, con $h > 0$.
   a) Halle la ecuación de $\mathcal{C}$. 2 puntos
   b) Hale la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo de vértices TRC. 2 puntos

Nota: El centro de la circunferencia circunscrita a un triángulo es el punto en el que se intersecan las tres mediatrices de dicho triángulo.

5. Considere el paralelogramo $ABCD$ con $A(1; 2)$, $B(4; 6)$ y los vectores $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ y $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$. Si se cumple que $\|\vec{u} - \vec{v}\| = \|\vec{u} + \vec{v}\|$ y $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 0$, **usando operaciones con vectores,**

   a) Demuestre que el paralelogramo $ABCD$ es un cuadrado. 2 puntos
   b) Halle las coordenadas de los vértices C y D (dé solo una solución). 2 puntos

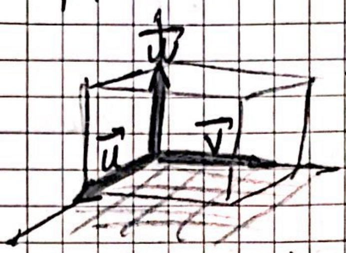
Examen elaborado por los profesores del curso
Coordinadora de teoría: Prof. Cecilia Gaita

San Miguel, 16 de mayo del 2019

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

4 0

1. Q es el extremo de la resultante de tres aristas del paralelepípedo. Ya que su punto de aplicación es el origen de coordenadas, podemos descomponer el paralelepípedo en:



$$\begin{array}{l}\vec{u}=(u_0;0;0)\\ \vec{v}=(0;v_0;0)\\ \vec{w}=(0;0;w_0)\\ \hline \vec{Q}=(2;5;3).\end{array} \quad \therefore \quad \begin{array}{l}\vec{u}=(2;0;0)\\ \vec{v}=(0;5;0)\\ \vec{w}=(0;0;3).\end{array}$$

con estos datos:

a) $\vec{a}=\vec{u}-\vec{v}=(2;-5;0)$

$\vec{b}=\vec{w}-\vec{u}=(-2;0;3)$ −4

$\vec{c}=-\vec{w}=(0;0;-3)$

$$\begin{array}{rrr}-4 & 0 & 6\\ 0 & 0 & -3\\ \hline -4 & 0 & 3\end{array}$$

b) $2\vec{b}+\vec{c}=(-4;0;3)$ $\quad \vec{a}\cdot\vec{b}=-4.$

$\|\vec{b}\|^2=\sqrt{(2)^2+3^2}^{\,2}=13.$

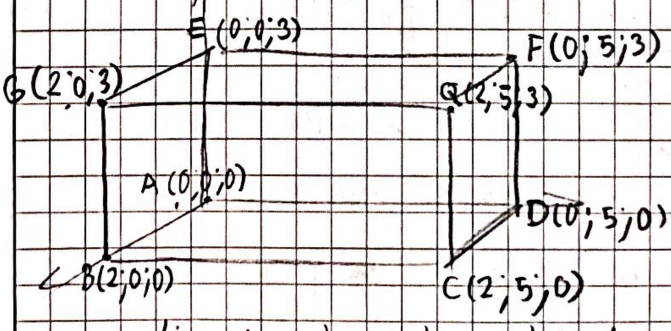
2
−2
−4

$\rightarrow \vec{R}=[\vec{a}\cdot(-4;0;3)]\,\vec{b}-13\vec{a}-4\vec{c}$

$\vec{R}=-8\vec{b}-13\vec{a}-4\vec{c}.$

$$\begin{array}{l}-8\vec{b}=(16;0;-24)\\ -13\vec{a}=(-26;65;0)\\ -4\vec{c}=(0;0;12)\\ \hline \vec{R}=(-10;65;-12)\end{array}$$

c) Acorde a los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$, el paralelepípedo se configura de esta manera:



si trasladamos el paralelepípedo con un vector $\vec{n}$:

$\vec{n}=Q'-Q$
$=(10;6;8)-(2;5;3)$
$=(8;1;5).$

aplicando este vector a todos los vértices:

$A'=A+\vec{n}=(8;1;5)$ $\quad C'=C+\vec{n}=(10;6;5)$

$B'=B+\vec{n}=(10;1;5).$ $\quad D'=D+\vec{n}=(8;6;5)$

continúa

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$E' = E + \vec{n} = (8;1;8)$ $\quad$ $F' = F + \vec{n} = (8;6;8)$

$G' = G + \vec{n} = (10;1;8)$ $\quad$ $G = (10;6;8)$

$(8;1;5)$

2. $3x^2 - 4xy - k = 0, \quad k < 0$

4

$3x^2 - 4xy = k$. si dividimos todo entre k, resultaría ser $\frac{4xy}{-k} - \frac{3x^2}{-k} = 1$, en tanto que k es negativo.

distancia entre vértices: $2a = 4 \rightarrow a = 2$.

a) $\rightarrow \tan 2\theta = \frac{-4}{3} = -\frac{4}{3}$ $\quad 2\theta > \frac{\pi}{2} \rightarrow \theta > \frac{\pi}{4}$.

$\rightarrow \cos 2\theta < 0, \quad \cos 2\theta = -\left(\frac{1}{\sqrt{1+\frac{16}{9}}}\right) = -\frac{3}{5}$.

$\rightarrow \cos\theta = \sqrt{\frac{1-\frac{3}{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \operatorname{sen}\theta = \sqrt{\frac{1+\frac{3}{5}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

sen csc | tan cot | cos sec

$180 - 53 = 127$ $\quad 68,5.$

$u\cos\theta - v\operatorname{sen}\theta$

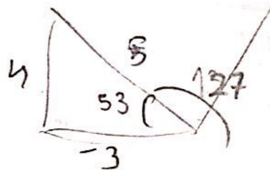
$u\operatorname{sen}\theta + v\cos\theta$

$\therefore x = u \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} - v \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{u-2v}{\sqrt{5}}$

$y = v \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} + u \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2u+v}{\sqrt{5}}$.

$\frac{xy}{4} - \frac{3}{16}x^2 = 1$

63,5



$\therefore \mathcal{C}: \frac{3}{5}(u-2v)^2 - \frac{4}{5}(2u+v)(u-2v) = k$.

$3u^2 \cancel{-12uv} + 12v^2 - 8u^2 \cancel{+16uv - 4uv} + 8v^2 = \cancel{5k}$

$20v^2 - 5u^2 = 5k$

$4v^2 - u^2 = k$

$\mathcal{C}: \frac{4}{k}v^2 - \frac{u^2}{k} = 1$.

$\frac{u^2}{16} - \frac{v^2}{4} = 1$.

sigue la forma canónica $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\therefore a^2 = 4 = -k$

$k = -4$

5

$a = 4$
$b = 2$,
$c = 2\sqrt{5}$

b) la ecuación en UV es $\frac{u^2}{4} - v^2 = 1$.

sus lados rectos están contenidos en las rectas:

$\mathcal{L}_1: x = c \qquad \mathcal{L}_2: x = -c$.

$c^2 = a^2 + b^2, a = 2, b = 1, \Rightarrow c = \sqrt{5}$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

en X_1^{v}: $xy - \frac{x^2}{4/3} = 1$.

$x\cos\theta + y\,sen\,t$
$\pm x\,sen\,t + y\cos t$
$(0;2)$

$(x+2y=0)\,2$
$(y-2x=2\sqrt{5})$
$5y=2\sqrt{5}$
$y=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$x=\frac{-4}{\sqrt{5}}$

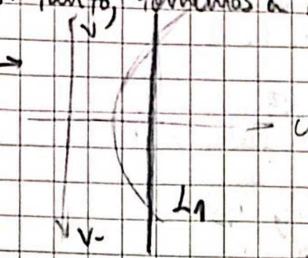
→ en la eq:
$\frac{-8}{5}-\frac{\frac{4}{5}}{4/3}=1$.
$3x^2-4xy=-4$
$xy-\frac{3}{4}x^2=1$.
$\frac{32}{5}-4\cdot\frac{-4\cdot 2}{5}=-4$

$\frac{44}{5}=4?$
$3x^2-4xy=-16$
$\frac{12}{5}+\frac{(4\cdot 2\cdot 2)}{5}=16$. ?

$(0;2)$
$(x+2y=0)\,2$
$(y-2x=2\sqrt{5})-2$
$5y=\frac{2\sqrt{5}}{5}$
$5x=-4\sqrt{5}$
$x=\frac{-4\sqrt{5}}{5}$
$3\left(\frac{16}{5}\right)-4\left(\frac{-8}{5}\right)+16=0$
$\frac{48+32}{5}-16=0$.

Presente aquí su trabajo

por tanto, tomemos a la recta $\mathcal{L}_1: x=\sqrt{5}$.



dos puntos cualquiera de $\mathcal{L}_1$:

$L(\sqrt{5};1)$

$R(\sqrt{5};-1)$.

→ ecuaciones de rot. inversa:

$$u=\frac{x+2y}{\sqrt{5}},\quad v=\frac{y-2x}{\sqrt{5}}.$$

rotación de L:

→ $u=\sqrt{5}=\frac{x+2y}{\sqrt{5}} \rightarrow x+2y=5$

$v=1=\frac{y-2x}{\sqrt{5}} \rightarrow (-2x+y=\sqrt{5})\,-2$.

$5x=5-2\sqrt{5}$

$x=\frac{5-2\sqrt{5}}{5}$

→ $y=\sqrt{5}+\frac{10-4\sqrt{5}}{5}$

$y=\frac{10+\sqrt{5}}{5} \rightarrow L\underbrace{\left(\frac{5-2\sqrt{5}}{5};\frac{10+\sqrt{5}}{5}\right)}_{x\,y}$

rotación de R:

$u=\sqrt{5}=\frac{x+2y}{\sqrt{5}} \rightarrow x+2y=5$

$v=-1=\frac{y-2x}{\sqrt{5}} \rightarrow (-2x+y=-\sqrt{5})\,-2$

$5x=5+2\sqrt{5}$

$x=\frac{5+2\sqrt{5}}{5}$

$y=\sqrt{5}+\frac{10+4\sqrt{5}}{5}$

$y=\frac{10-\sqrt{5}}{5} \rightarrow R=\underbrace{\left(\frac{5+2\sqrt{5}}{5};\frac{10-\sqrt{5}}{5}\right)}_{x\,y}$

recta que contiene al lado recto: $\mathcal{L}_B$.

→ $\mathcal{L}_B: m=\frac{\frac{10-\sqrt{5}-10-\sqrt{5}}{5}}{\frac{5+2\sqrt{5}-5+2\sqrt{5}}{5}}=\frac{-2\sqrt{5}}{+4\sqrt{5}}=-\frac{1}{2}$.

punto de paso L: $5y-\frac{10-\sqrt{5}}{5}=-\frac{1}{2}\left(5x-\frac{5+2\sqrt{5}}{5}\right)$

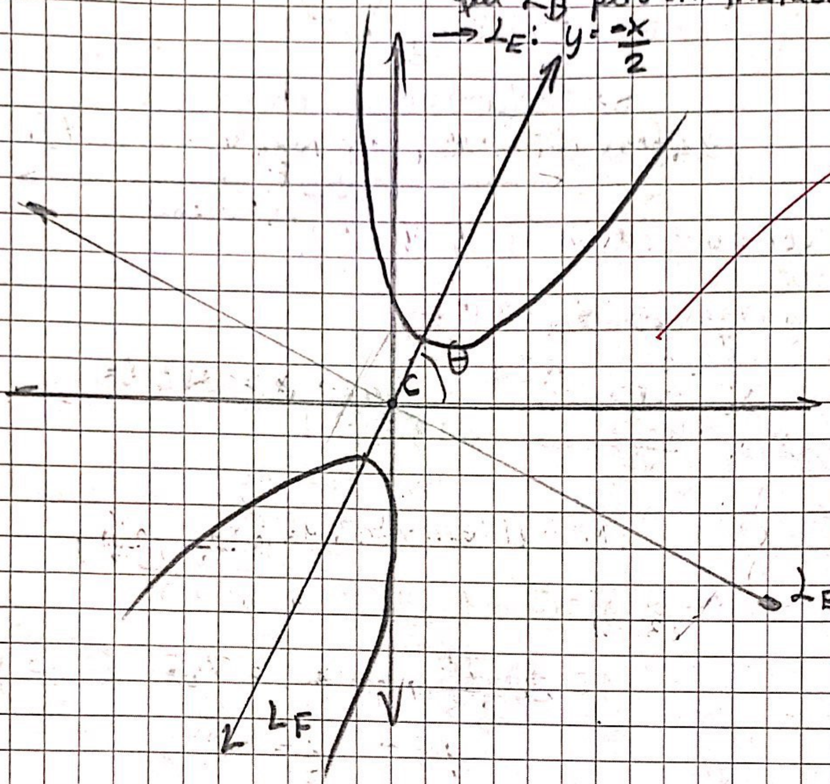
$10y-20-\cancel{2\sqrt{5}}=-5x+5-\cancel{2\sqrt{5}}$

$\mathcal{L}_B: \frac{x}{2}+y-\frac{5}{2}=0$

Presente aquí su trabajo

c) eje focal: $\underline{b)}\ \mathcal{L}_B \Rightarrow m_{\mathcal{L}_F} = 2$. pasa por el origen, puesto que rotar la ecuación de vuelta a XY no la traslada

centro: $(0;0)$ $a=2$, $b=1$, $c=\sqrt{5}$.
eje focal: $\mathcal{L}_F : y = 2x$ eje transverso: misma pendiente que $\mathcal{L}_B$ pero sin traslación.
$\rightarrow \mathcal{L}_E : y = \frac{-x}{2}$



Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$X\cos\theta + y\,\text{sen}\,\theta$
$-X\,\text{sen}\,\theta + y\cos\theta$

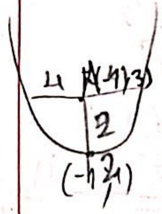
$\frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{4}{\sqrt{5}}$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

Presente aquí su trabajo

3. $C_1: (x^2+2x+1) = 8y-9+1.$

$C_1: (x+1)^2 = 8(y-1)$ parábola abierta hacia arriba con vértice en $(-1;1)$.



$\therefore$ foco $= V + (0;p)$. $p = \left|\frac{8}{4}\right| = 2$

foco de $C_1 = A = (-1;3)$

$C_2: (x^2-6x+9) = -4y-17+9$

$(x^2-6x+9)-9+4y+17=0$

$(x-3)^2+4(y+2)=0$

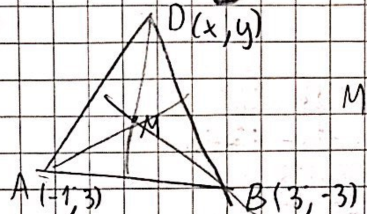
$(x-3)^2=-4(y+2)$

$C_2: (x-3)^2 = -4(y+2)$ parábola vertical abierta hacia abajo con vértice en $(3;-2)$.

$\therefore$ foco $= V-(0;p)$. $p = \frac{|-4|}{4} = 1$.

$\therefore$ foco de $C_2 = (3;-3)$.

$C_3: \frac{(x-5)^2}{2} + (y-1)^2 = 1$. elipse, tal que $D(x;y) \in C_3$.



M es el baricentro: $M = \left(\frac{x+2}{3}; \frac{y}{3}\right)$.

$M = (x_0; y_0)$

$\rightarrow \frac{x+2}{3} = x_0 \rightarrow x = 3x_0-2.$

$\frac{y}{3} = y_0 \rightarrow y = 3y_0.$

$\therefore$ Lugar geométrico del baricentro: $C_4: \frac{(3x_0-7)^2}{2} + (3y_0-1)^2 = 1$

2.0

b) transformando la ecuación C_4 a una canónica:

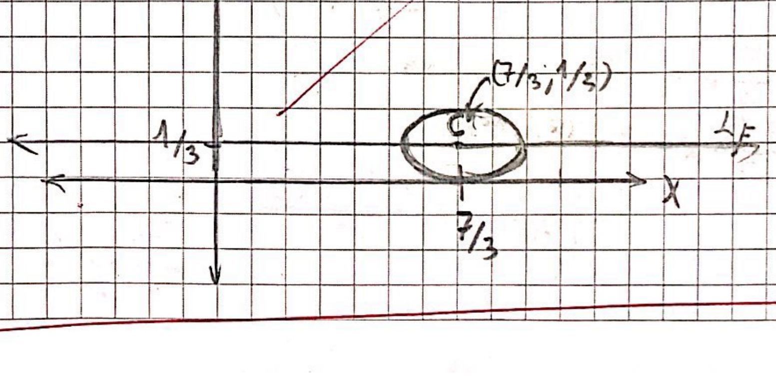
$1{,}41\underline{3}$.

$\frac{9\left(x_0-\frac{7}{3}\right)^2}{2} + 9\left(y_0-\frac{1}{3}\right)^2 = 1$

$\frac{\left(x_0-\frac{7}{3}\right)^2}{2/9} + \frac{\left(y_0-\frac{1}{3}\right)^2}{1/9} = 1$ } elipse.

centro: $C\left(\frac{7}{3};\frac{1}{3}\right)$, eje focal: $\mathcal{L}_F: y = \frac{1}{3}$

2.0

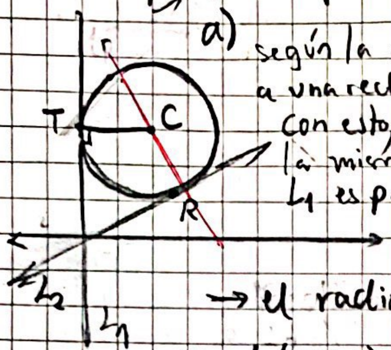


FIN

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

4. $T(0; 2\sqrt{3})$ cumple la regla de $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$



a) según la definición del círculo, el radio tangente a una recta tangente es perpendicular a ella.

Con esto, podemos concluir que $C(h;k)$ tiene la misma abscisa que $T(0; 2\sqrt{3})$, puesto que L_1 es paralela al eje y.

$\therefore k = 2\sqrt{3}$.

→ el radio es el mismo siempre.

$r = d(T;C) = \sqrt{h^2} \rightarrow h^2 = r^2$.

$\rightarrow r = d(C;R) = \dfrac{\left|\frac{h}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}\right|}{\sqrt{\frac{4}{3}}} = \dfrac{\frac{|h-6|}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \dfrac{|h-6|}{2}$

$r^2 = \dfrac{(h-6)^2}{4} = h^2$

$\rightarrow 4h^2 = h^2 - 12h + 36 \rightarrow 3h^2 + 12h - 36 = 0$

$h^2 + 4h - 12 = 0$.

$h_1 = \dfrac{-4 \pm \sqrt{16+48}}{2}$

$h_1 = 2, \quad h_2 = -6$.

como $h > 0$, $h = 2$

$C = (2; 2\sqrt{3}), \quad r^2 = h^2 \rightarrow r^2 = 4$.

$\therefore \mathcal{C}: (x-2)^2 + (y - 2\sqrt{3})^2 = 4$

2.0

b). la recta normal a la circunferencia respecto a L_2 pasa por el centro y tiene pendiente $= \dfrac{-1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = -\sqrt{3}$.

$\therefore$ tomando el centro como punto de paso:

$y - 2\sqrt{3} = -\sqrt{3}(x-2)$

Error

$L_N: \sqrt{3}x + y + 2 \cdot 2\sqrt{3} = 0 \rightarrow y = 2\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}x$

intersecándola con L_2: $\dfrac{\sqrt{3}}{3}x = y$.

0.5 $\rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3}x = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3} - 2$

$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}x = 2\sqrt{3} - 2$

$x = \dfrac{6\sqrt{3} - 6}{4\sqrt{3}} = \dfrac{18 - 6\sqrt{3}}{12} = \dfrac{3-\sqrt{3}}{2}$

$C(h; k)$

$h^2 = r^2$

$\dfrac{\frac{|h-6|}{\sqrt{3}}}{\sqrt{\frac{1}{3}+1}} = \dfrac{|h-6|}{2} = r$

$\dfrac{(h-6)^2}{4} = h^2$

$h^2 - 12h + 36 = 4h^2$

$3h^2 + 12h - 36 = 0$

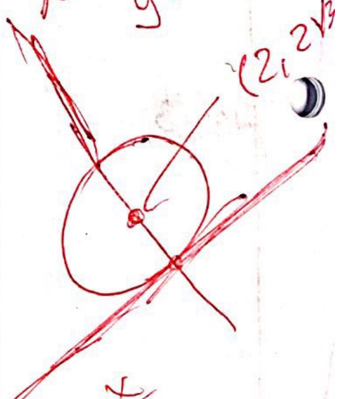
$h^2 + 4h - 12 = 0$.

$h_1 =$

$L: y = \sqrt{3}$

$y - 2\sqrt{3} = -\sqrt{3}($

$(2; 2\sqrt{3}$



$y = \dfrac{x}{\sqrt{3}}$

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

$$\frac{x}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} = -\sqrt{3}(x-2)$$

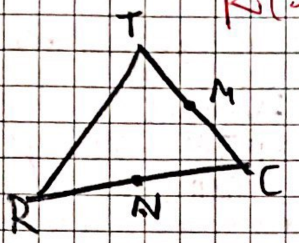
$$x - 6 = -3(x-2)$$
$$= -3x + 6$$
$$4x = 12$$
$$x = 3$$

Presente aquí su trabajo

$\rightarrow y = 2\sqrt{3} - 2 - \sqrt{3}\left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right)$

$y = \frac{4\sqrt{3} - 4 - 3\sqrt{3} + 3}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

$R(3, \sqrt{3})$ $\quad \therefore R = \left(\cancel{\frac{3-\sqrt{3}}{2}} ; \cancel{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}\right)$



Las mediatrices de TRC son:

$M = \frac{T+C}{2} = (1; 2\sqrt{3})$

por este punto pasa una mediatriz perpendicular a $L_H: y = 2\sqrt{3}$.

$\rightarrow$ la única perpendicular posible a una paralela al eje x es una paralela al eje y.

$\therefore$ mediatriz 1: $x = 1$.

$\rightarrow N = \frac{C+R}{2} = \left(\frac{7-\sqrt{3}}{4}; \frac{5\sqrt{3}-1}{4}\right)$.

hay una mediatriz perpendicular a la recta normal: es decir, paralela a $L_2: \frac{1}{\sqrt{3}}x$.

$\rightarrow y - \left(\frac{5\sqrt{3}-1}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(x - \left(\frac{7-\sqrt{3}}{4}\right)\right)$

$4\sqrt{3}y - 15$

Scanned with CamScanner

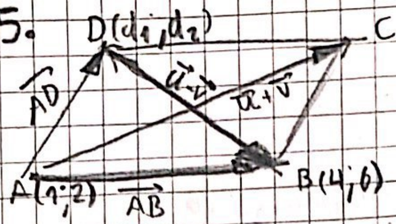
Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para cálculos y desarrollos (borrador)

si $\|\vec{u}+\vec{v}\| = \|\vec{u}-\vec{v}\|$

los mód diagonales son iguales.

5.



$\vec{AB} = \vec{u} = (3;4)$.

$\vec{AD} = \vec{v} = (d_1-1;\, d_2-2)$.

$\vec{u}+\vec{v} = (d_1+2;\, d_2+2)$.

$\vec{u}-\vec{v} = (4-d_1;\, 6-d_2)$.

a) por las condiciones, las diagonales son ortogonales y de igual módulo.

$\rightarrow (\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v}) = \vec{u}\cdot\vec{u} + \cancel{\vec{u}\cdot\vec{v}} - \cancel{\vec{u}\cdot\vec{v}} - \vec{v}\cdot\vec{v} = 0.$

$\|\vec{u}\|^2 = \|\vec{v}\|^2.$

$\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|.$

con esta ortogonalidad, hallamos que los módulos de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son iguales. forman un paralelogramo de lados iguales.

asimismo, descomponemos la segunda igualdad:

$\|\vec{u}+\vec{v}\| = \|\vec{u}-\vec{v}\|$

$\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}-\vec{v}\|^2$

$(\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}+\vec{v}) = (\vec{u}-\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v})$

$\rightarrow \|\vec{u}\|^2 + 2(\vec{u}\cdot\vec{v}) + \|\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 - 2(\vec{u}\cdot\vec{v}) + \|\vec{v}\|^2$

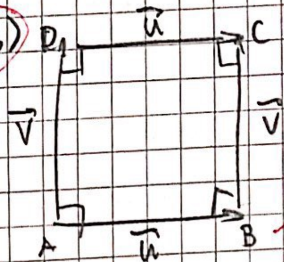
$4(\vec{u}\cdot\vec{v}) = 0$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = 0$ (son ortogonales).

por lo tanto, si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son ortogonales y sus módulos son iguales, deben formar un cuadrado.

2

b)



Sabemos que $A = (1;2)$, $B(4;6)$ y $\vec{u} = (3;4)$.

$\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{v} = (-4;3)$.

$\therefore D = A + \vec{v} = (-3;5)$.

$C = B + \vec{v} = (0;9)$

2.0