

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^2 - x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^7 a_k = 8$ 일 때, $\sum_{k=1}^7 (2a_k + 1)$ 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + a & (x < 3) \\ 5x - a & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

5. $\int_0^2 (6x^2 - 2x + 1) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

6. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \cos bx + 1$ 의 최댓값이 8이고 주기가 π 일 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$

7. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = 5x^2 + xf(x)$$

라 하자. $f(3) = 2$, $f'(3) = 1$ 일 때, $g'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

8. $\sin(\pi - \theta) > 0$ 이고 $2\cos\theta = \sin\theta$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

9. 함수 $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여

$$\int_{-3}^3 (x+1)f(x)dx = 36 + \int_{-3}^3 f(x)dx$$

일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 실수 $a(a > 1)$ 에 대하여

곡선 $y = \log_a(x+3)$ 이 곡선 $y = \log_a(-x+3)$ 과 만나는 점을 A,

곡선 $y = \log_a(x+3)$ 이 x 축과 만나는 점을 B,

곡선 $y = \log_a(-x+3)$ 이 x 축과 만나는 점을 C라 하자.

삼각형 ABC가 정삼각형일 때, a 의 값은? [4점]

- ① $3^{\frac{\sqrt{3}}{6}}$ ② $3^{\frac{\sqrt{3}}{4}}$ ③ $3^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ ④ $3^{\frac{5\sqrt{3}}{12}}$ ⑤ $3^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

11. 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다.
시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 위치 x 가

$$x = t^3 - t^2 - t + 1$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 1이다.
 ㄴ. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 속도는 0이다.
 ㄷ. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에
 점 P의 가속도는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 a_4 의 최댓값은? [4점]

(가) $a_1 = a_3$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_{n+1} - a_n + 3)(a_{n+1} - 2a_n) = 0$$

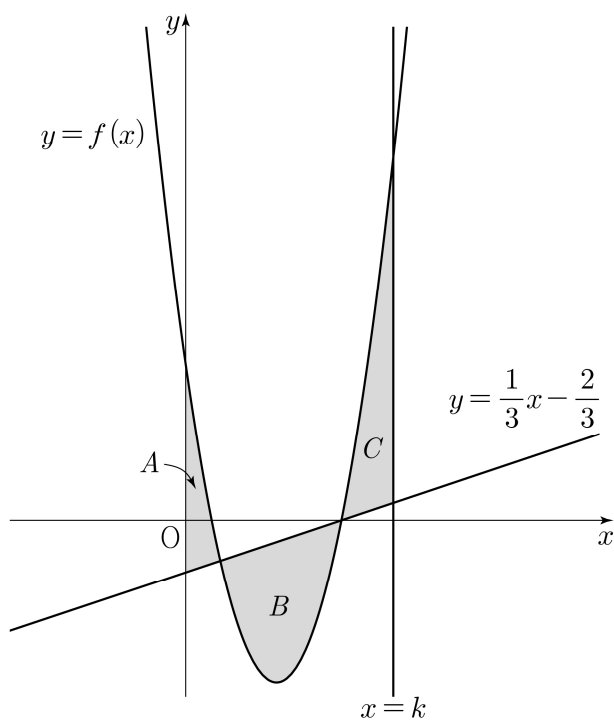
이다.

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

13. 그림과 같이 함수 $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ 및 y 축으로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ 로 둘러싸인 영역을 B , 곡선 $y = f(x)$ 와 두 직선 $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$, $x = k$ ($k > 2$)로 둘러싸인 영역을 C 라 하자.

$$(A \text{의 넓이}) + (C \text{의 넓이}) = (B \text{의 넓이})$$

일 때, 상수 k 의 값은? [4점]



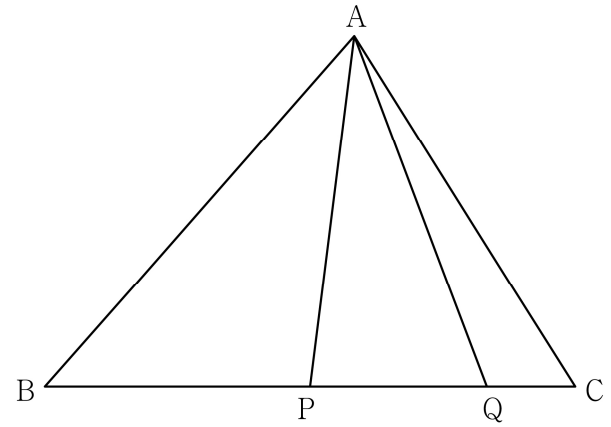
- ① $\frac{29}{12}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{31}{12}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

14. $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 인 삼각형 ABC 에서 선분 BC 의 중점을 P , 선분 BC 를 $5:1$ 로 내분하는 점을 Q 라 하자.

$$\overline{AQ} = 3\sqrt{2}, \sin(\angle QAP) : \sin(\angle APQ) = \sqrt{2} : 3$$

일 때, 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{85}{9}\pi$ ② $\frac{88}{9}\pi$ ③ $\frac{91}{9}\pi$ ④ $\frac{94}{9}\pi$ ⑤ $\frac{97}{9}\pi$



15. 상수 k 와 $f'(0) = 6$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) + k & (|x| > 1) \\ -f(x) & (|x| \leq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$ 의 값이 존재하고 그 값은 0 이하이다.

(나) x 에 대한 방정식 $g(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t 의 최댓값은 13이다.

- ① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{63}{4}$

단답형

16. 방정식 $\log_5(x+1) + \log_5(x-1) = \log_{25} 9$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 4x$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. $\sum_{k=1}^6 (k^2 + 2k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 상수 a 에 대하여 함수 $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + a$ 의
극댓값이 20일 때, 함수 $f(x)$ 의 극솟값을 구하시오. [3점]

20. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$0 \leq x < 4$ 일 때 $f(x) = -x^2 + 4x$ 이고,
모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이다.

방정식 $f(f(x)) = f(x)$ 의 0 이상인 모든 실근을 작은 수부터
크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

다음은 $a_{20} + a_{21} + a_{22}$ 의 값을 구하는 과정이다.

방정식 $f(x) = x$ 의 모든 실근이 0, 3이므로
방정식 $f(f(x)) = f(x)$ 의 실근을 구하는 것은
방정식 $f(x) \times (f(x) - 3) = 0$ 의 실근을 구하는 것과 같다.

$0 \leq x < 4$ 일 때, 방정식 $f(x) \times (f(x) - 3) = 0$ 의
모든 실근은 0, $\boxed{\text{(가)}}$, 3이므로

$$a_1 = 0, a_2 = \boxed{\text{(가)}}, a_3 = 3$$

이다. 또한 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이므로

세 수열 $\{a_{3n-2}\}$, $\{a_{3n-1}\}$, $\{a_{3n}\}$ 은

첫째항이 각각 0, $\boxed{\text{(가)}}$, 3이고

공차가 모두 $\boxed{\text{(나)}}$ 인 등차수열이다.

따라서 $a_{20} + a_{21} + a_{22} = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q , r 이라 할 때,
 $p + q + r$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 함수 $f(x) = (x-1)(x-2)$ 와 최고차항의 계수가 1 인
사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 a 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$ 의 값과 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$ 의 값이
모두 존재한다.

$g(-1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 두 곡선

$$y = 2^x + \frac{k}{2}, \quad y = k \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + k - 2$$

가 만나는 점을 A 라 하고, 점 A 를 지나고 기울기가 -1 인
직선이 곡선 $y = 2^{x-2} - 3$ 과 만나는 점을 B 라 하자.

삼각형 AOB 의 넓이가 16 일 때, $k + \log_2 k = \frac{q}{p}$ 이다.

$p + q$ 의 값을 구하시오. (단, 0 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인
자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이
선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \times 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

24. 곡선 $3x + y + \cos(xy) = 2$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선의 x 절편은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

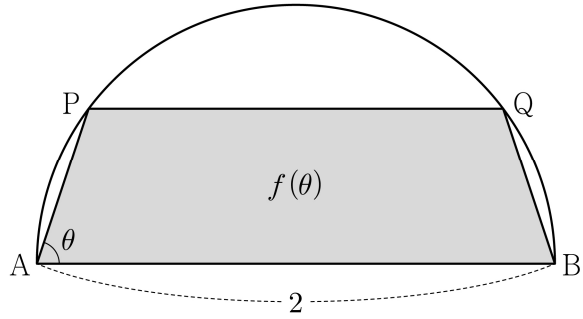
25. 양수 a 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a-3n}{n} + \frac{an+6}{n+a} \right)$ 이
 실수 S 에 수렴할 때, $a+S$ 의 값은? [3점]

① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9

26. 함수 $f(x) = e^{3x} - 3e^{2x} + 4e^x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.
 $g'(a) = \frac{1}{8}$ 이 되도록 하는 실수 a 에 대하여 $a+f'(g(a))$ 의
 값은? [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

27. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle BAP = \theta$ ($\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하고, 점 P를 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 사각형 ABQP의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하고, $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 3$ 이 되도록 하는 θ 의 값을 a 라 할 때, $f'(a)$ 의 값은? [3점]



- ① $-\frac{64}{25}$ ② $-\frac{59}{25}$ ③ $-\frac{54}{25}$
 ④ $-\frac{49}{25}$ ⑤ $-\frac{44}{25}$

28. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 와 두 상수 a, b 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times e^b$ 의 값은?

[4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$(f(x))^5 + (f(x))^3 + ax + b = \ln\left(x^2 + x + \frac{5}{2}\right)$$

이다.

(나) $f(-3)f(3) < 0$, $f'(2) > 0$

- ① $-3e^{-\frac{4}{3}}$ ② $-\frac{5}{3}e^{-\frac{4}{3}}$ ③ $-\frac{1}{3}e^{-\frac{4}{3}}$
 ④ $e^{-\frac{4}{3}}$ ⑤ $\frac{7}{3}e^{-\frac{4}{3}}$

단답형

29. 두 정수 α, β ($\alpha > \beta$)에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \alpha \times \sin \frac{n}{2} \pi + \beta \times \cos \frac{n}{2} \pi$$

이고, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = 4$ 이다.

수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1 > 0$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-2} b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-3} b_{2n}) = 6$$

일 때, $b_1 \times b_3 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \left| f\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right) \right|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극소이고, $g(0) > 0$ 이다.

(나) $g'(\ln 3) < 0$, $|g'(-\ln 3)| = \frac{3}{8} g(-\ln 3)$

$g(0)$ 의 최솟값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.