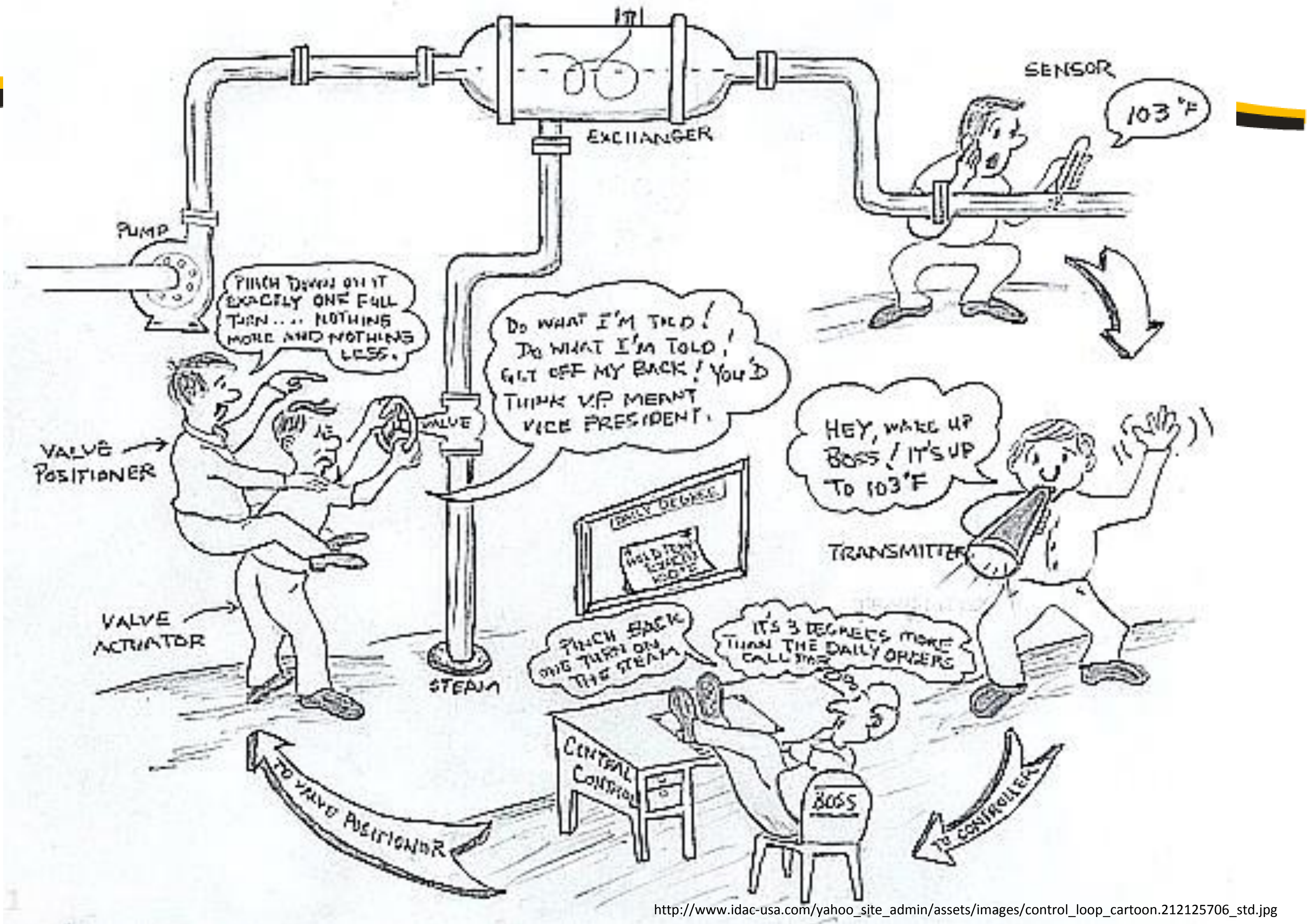
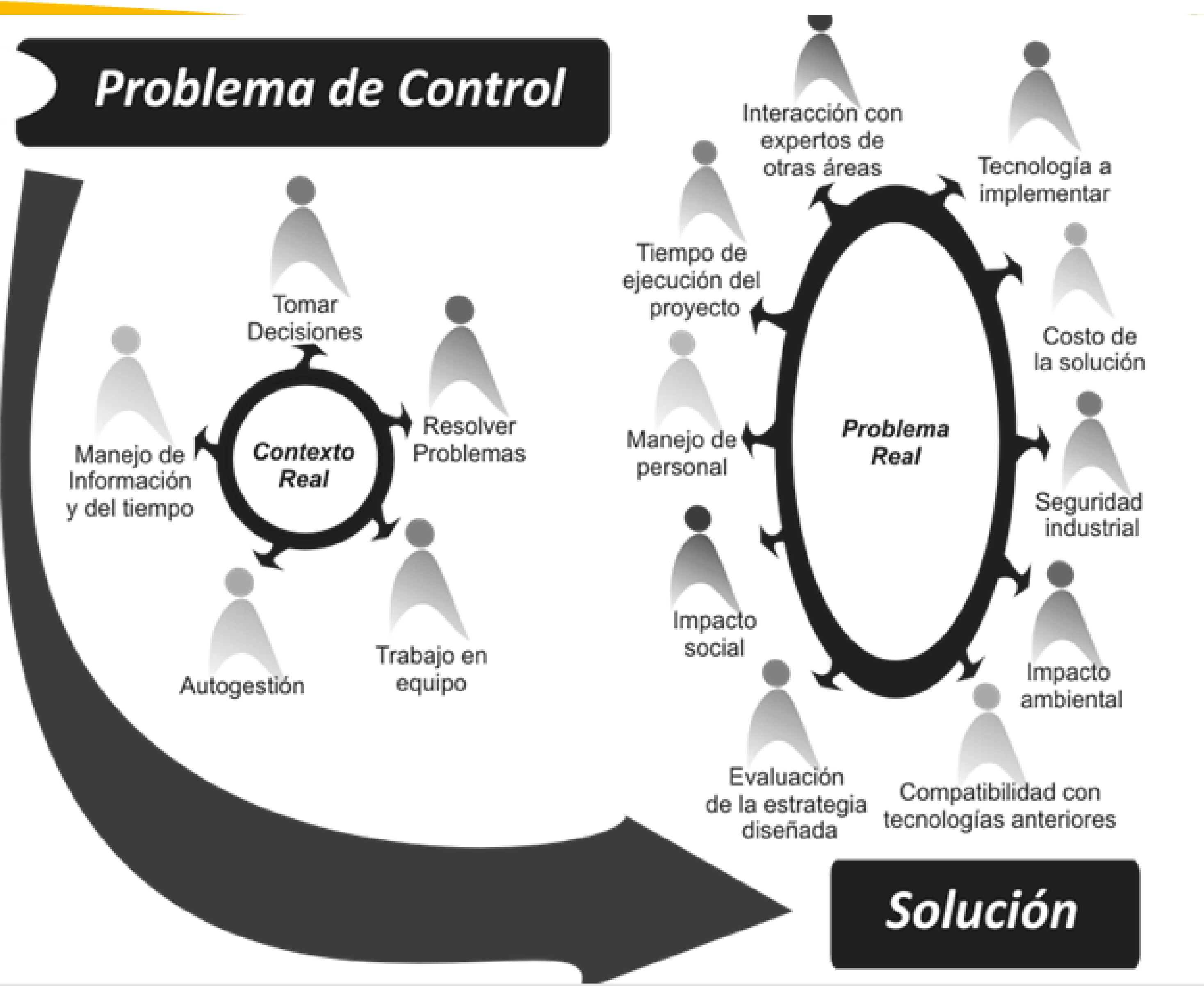
Control Automático

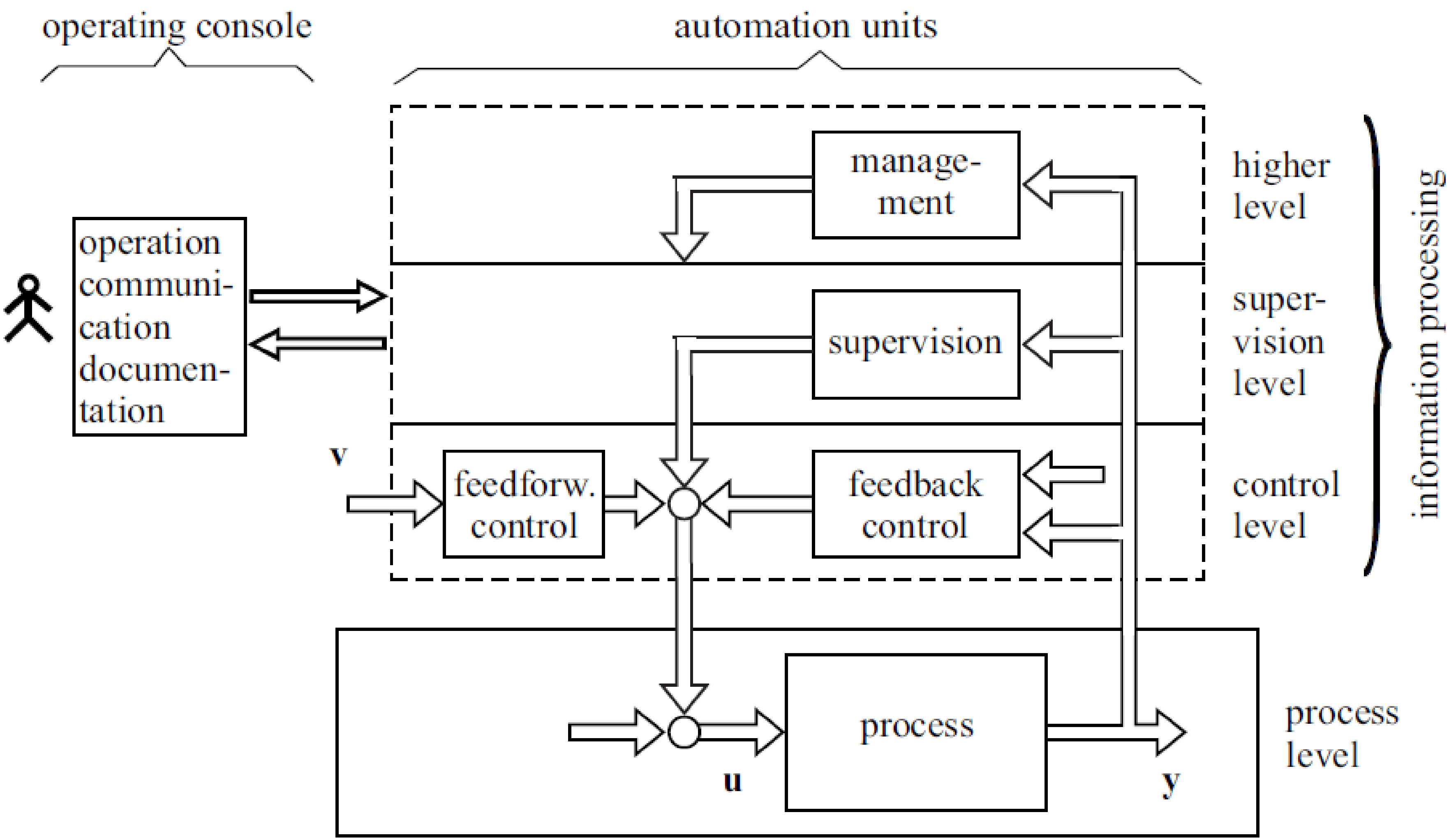
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia



http://www.idac-usa.com/yahoo_site_admin/assets/images/control_loop_cartoon.212125706_std.jpg


Problema de Control
Tomar Decisiones
Resolver Problemas
Contexto Real
Manejo de Información y del tiempo
Autogestión
Trabajo en equipo
Interacción con expertos de otras áreas
Tecnología a implementar
Tiempo de ejecución del proyecto
Costo de la solución
Manejo de personal
Problema Real
Seguridad industrial
Impacto social
Impacto ambiental
Evaluación de la estrategia diseñada
Compatibilidad con tecnologías anteriores
Solución

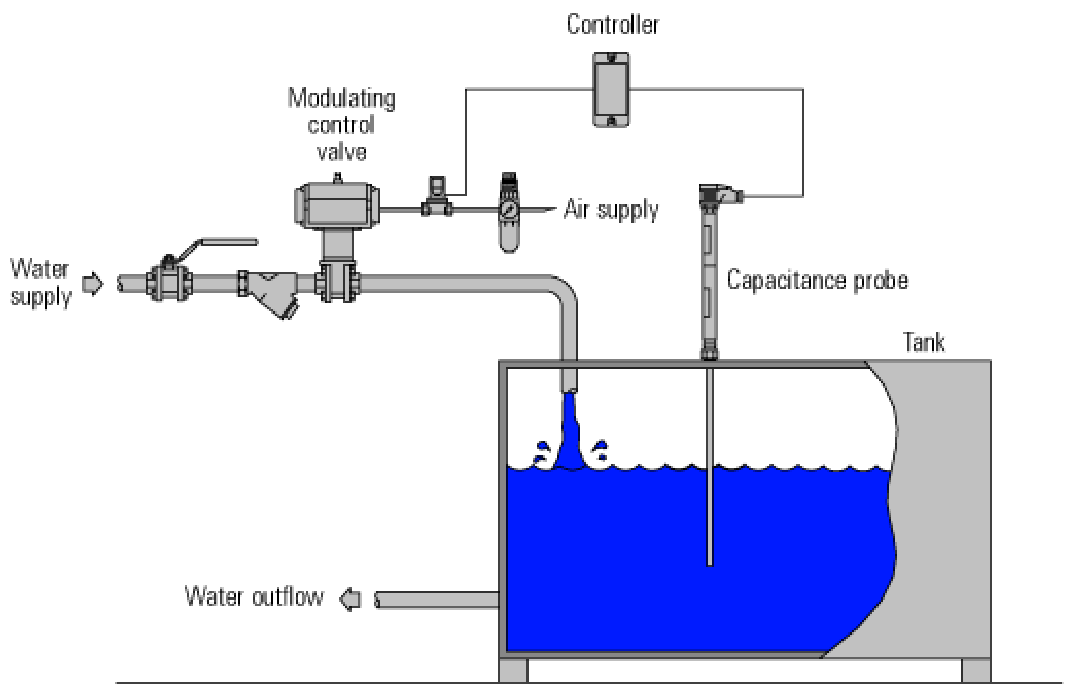
Esquema de Automatización



Tomado de: Rolf , Isermann. *Fault Diagnosis Applications*, Springer, 2011.

Sistemas Automáticos de Control

Los sistemas de control son considerados en la ingeniería como un área interdisciplinar y multidisciplinar encargada *de modelar y analizar plantas, y diseñar controladores*. Los controladores actúan sobre las variables de entrada de la planta con el fin de que las variables de salida se comporten de acuerdo con una referencia preestablecida.

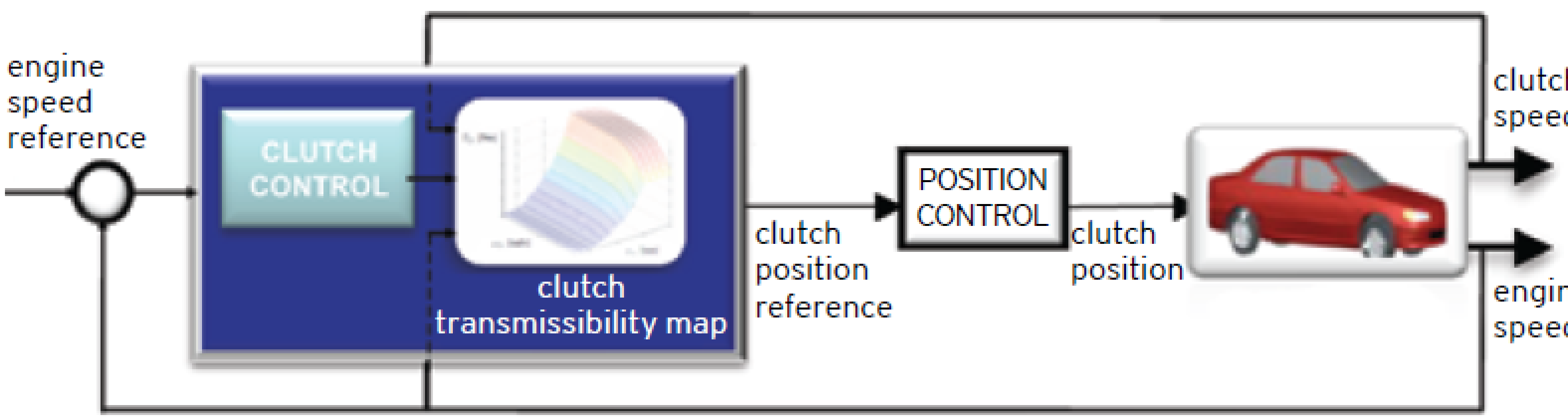


http://www.spiraxsarco.com/images/resources/steam-engineering-tutorials/8/3/Fig.8.3.5.gif

El impacto de la Tecnología de Control

The Impact of Control Technology, *Overview, Success Stories, and Research Challenges,* Editors: Tariq Samad (Honeywell) and Anuradha Annaswamy (MIT), IEEE Control Systems Society, 2011.

The fundamentals of control science are universal, but the impact of control technology results ***from the combination of these fundamentals with application-specific considerations***.
Aerospace, Process industries, Automotive, Robotics, Biological systems y Renewable energy and smart grids



Conceptos

- *Plantas:* es el objeto de control, puede ser un conjunto de elementos o piezas de una máquina que realizan una operación establecida… -Cualquier “objeto” que necesite control-.

- *Proceso:* Es un conjunto o secuencia de pasos o acciones que busca obtener un resultado final. Como ejemplo están los procesos económicos, financieros, químicos etc.

- *Señales:* Son funciones que están definidas en el dominio del tiempo y proporcionan información sobre las variables de entrada, salidas o intermedias de un proceso y/o planta.

Conceptos

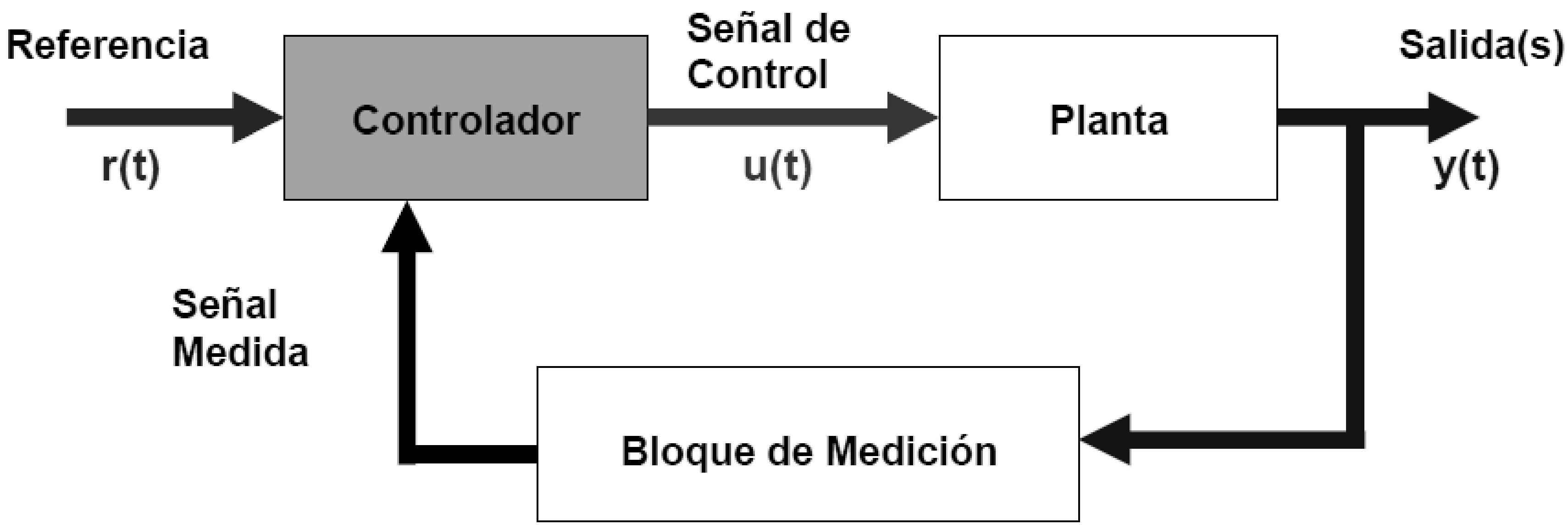
Variables de Entrada: Una variable de entrada es aquella que es independiente de la salida, de otras variables de entrada, y del proceso y/o planta, pero que permite su manipulación con el fin de obtener unas variables de salida con características determinadas.

Variables de Salida: Las variables de salida son el resultado del proceso, dependen de las variables de entrada manejadas y de la dinámica de la planta.

Sistema: Es una agrupación de elementos que trabajan conjuntamente y tienen un objetivo final (Buscan determinadas características en una variable de salida).

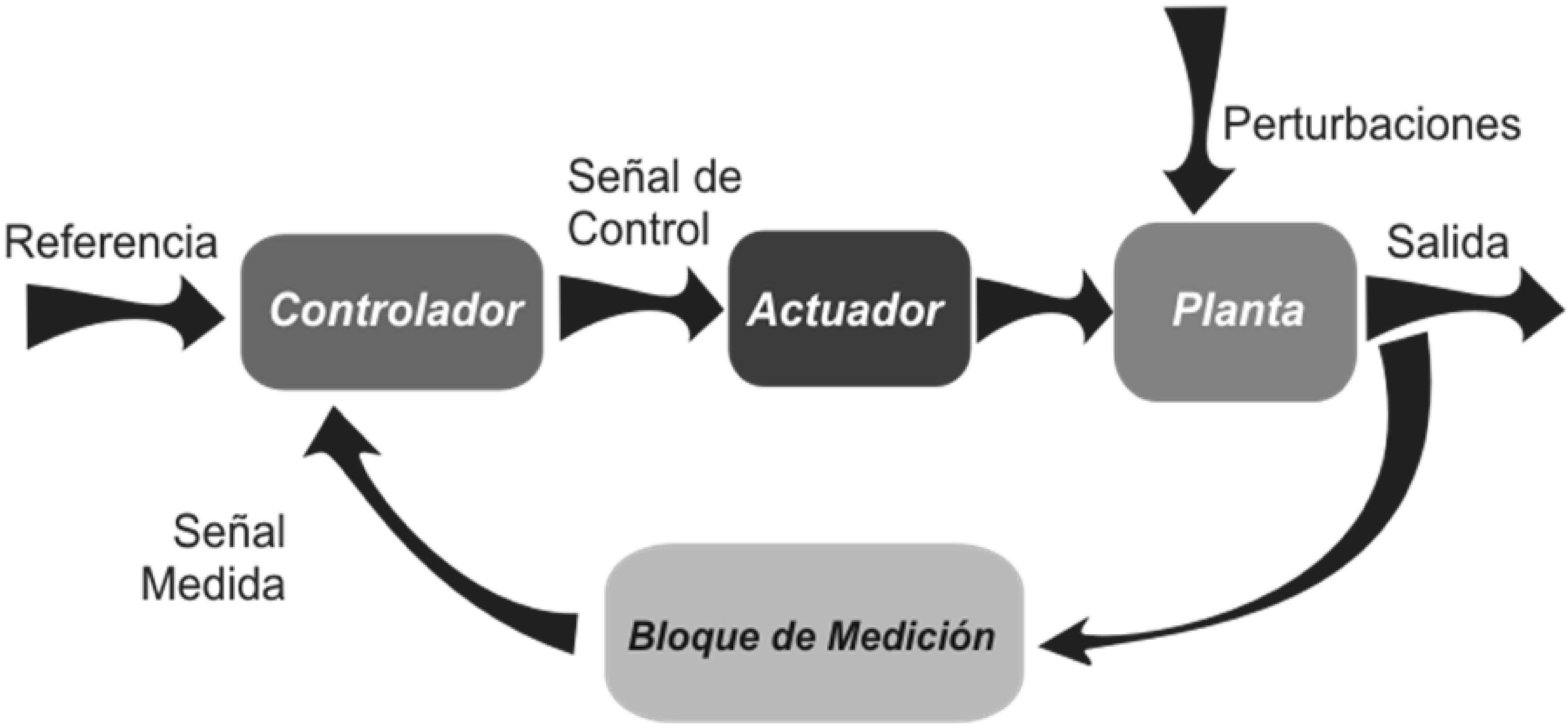
Sistema de Control

Sistema de Control en Lazo Abierto



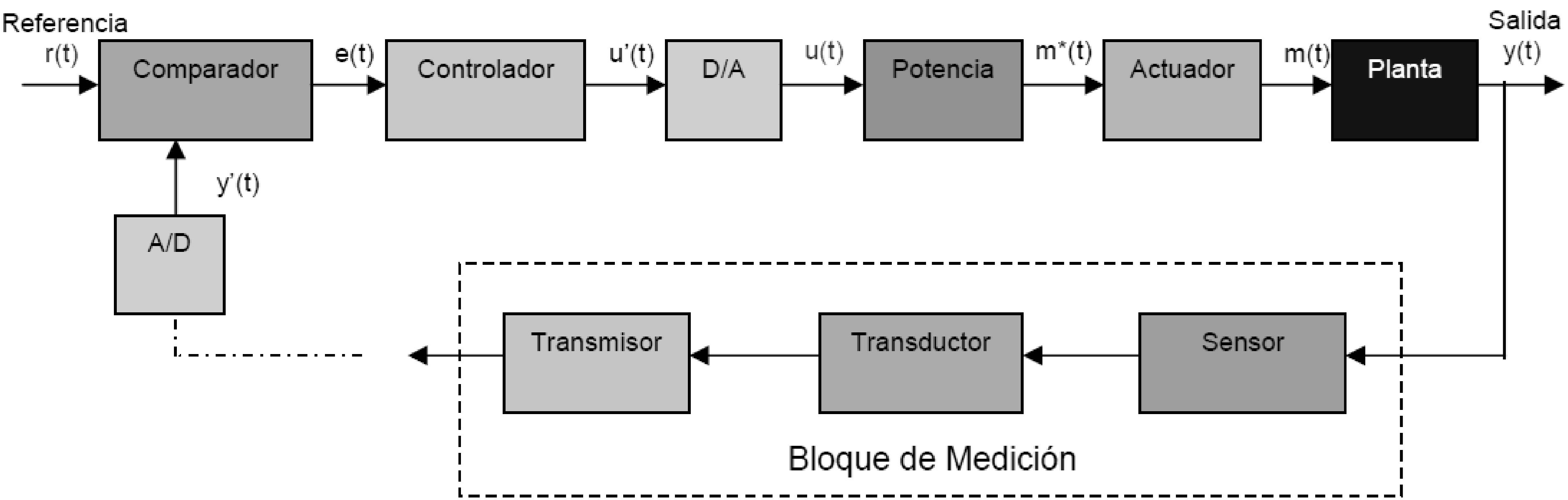
Sistema de Control en Lazo Cerrado

Sistema de Control



1. Dinámica de sistemas, 2. Estabilidad, 3. Retroalimentación, 4. Compensación

Sistema de Control

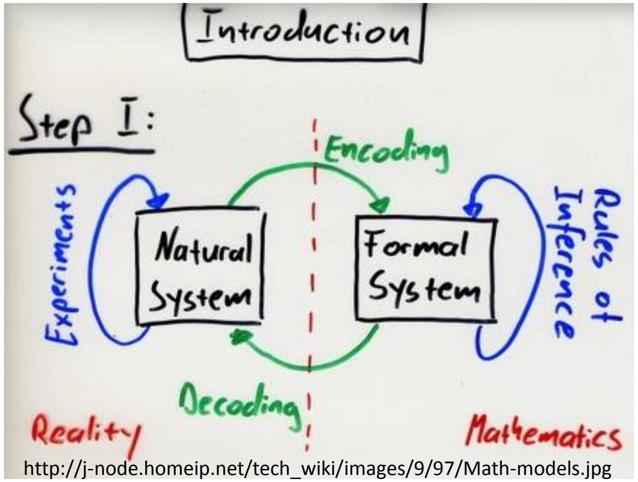


Sesión 1: Modelado
Funciones de Transferencia, Diagramas de Bloques y Diagramas de Flujo

Modelado de Sistemas

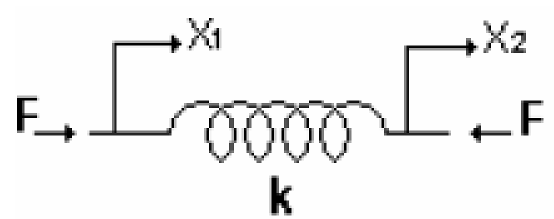
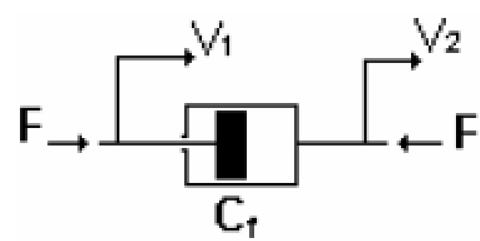
Es el proceso mediante el cual se obtiene una representación matemática de los componentes de un sistema con el fin de observar su comportamiento en el dominio del tiempo y de la frecuencia.

En control de sistemas lineales existen muchas formas de representar el modelo de un sistema, entre las más comunes están las funciones de transferencia para los sistemas SISO, las matrices de transferencia para los sistemas MIMO, los diagramas de bloques y de flujo y la representación en ecuaciones de estado, (Ogata, 1993).

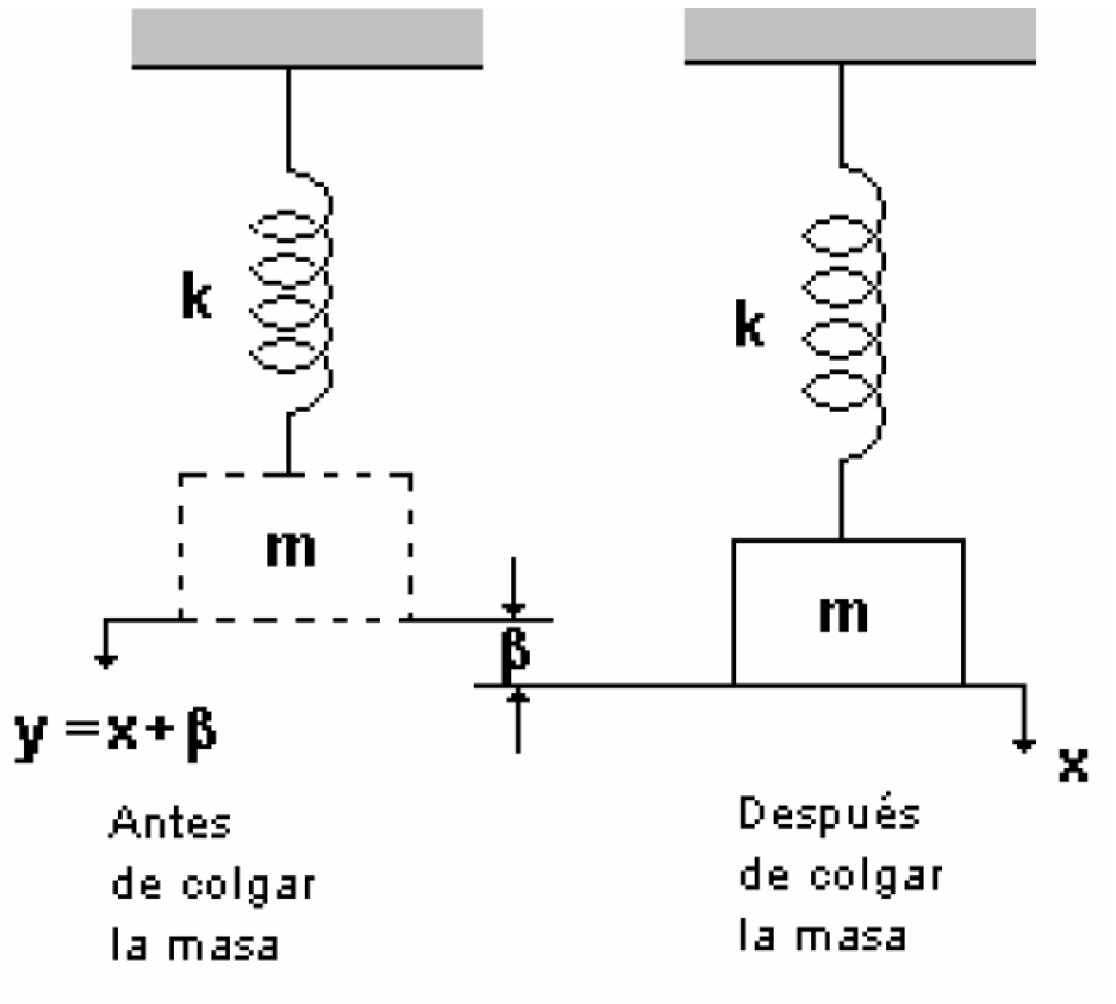


http://j-node.homeip.net/tech_wiki/images/9/97/Math-models.jpg

Sistemas Mecánicos

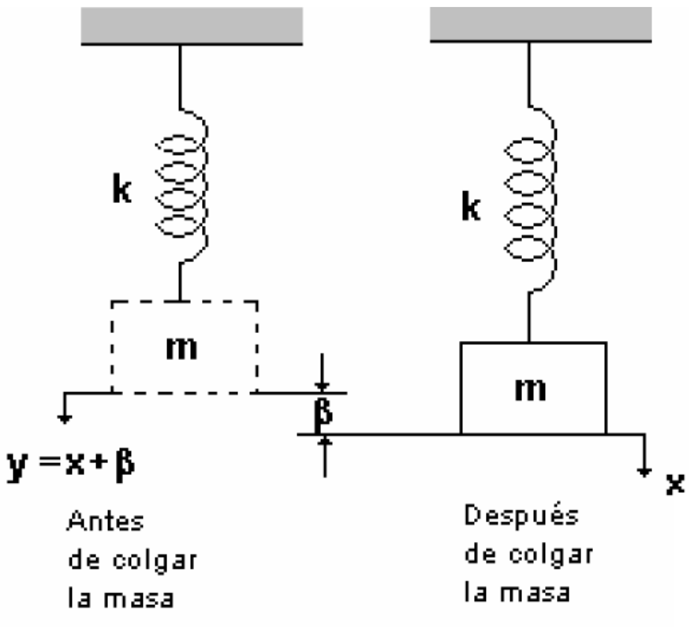
Movimiento Traslacional			
Elemento	**Parámetro Asociado**	**Variable**	**Fuerza Asociada**
Resorte Lineal	Constante de elongación ‘k’ , $\frac{N}{m}$.	Posición lineal ‘x(t)’	 F= k($X_1 - X_2$)
Amortiguador Traslacional	Coeficiente de fricción viscosa ‘C_f’ , $\frac{N}{m/s}$. (Resistencia mecánica)	Velocidad lineal ‘v(t)’ $\frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t)$	 F=C_f ($V_1 - V_2$)
Masa	‘m’, Kg. $\boxed{m}$	Aceleración lineal ‘a(t)’	ΣF=ma(t)

Ejemplo 1…



Sistema masa-resorte

…Ejemplo 1



Sistema masa-resorte

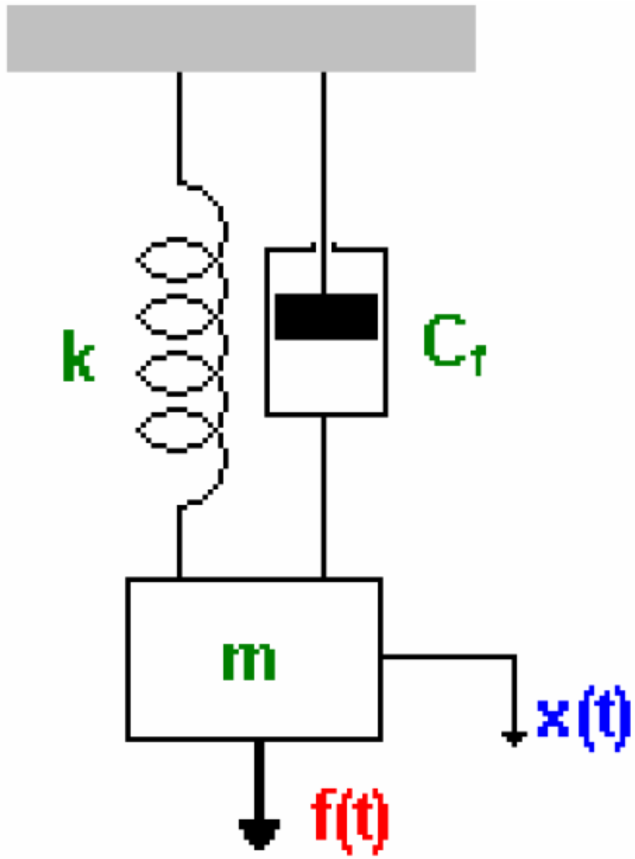
$$m\frac{d^2y(t)}{dt} = -ky(t) + mg$$

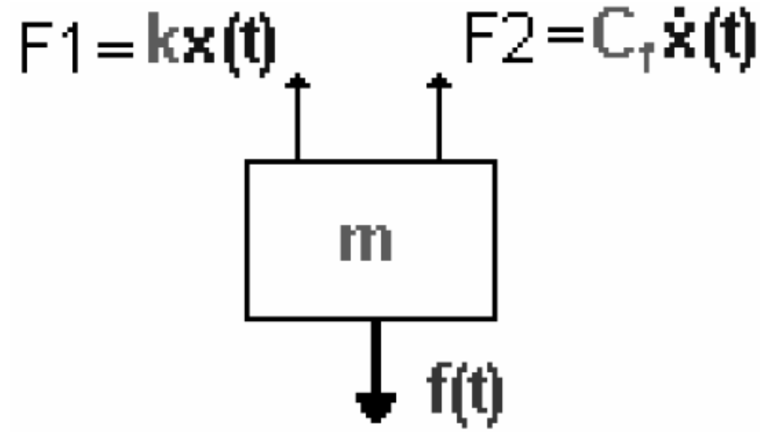
$$y(t) = x(t) + \beta$$

$$m\left[\frac{d^2x(t)}{dt} + \frac{d^2\beta}{dt}\right] = -k\left(x(t) + \beta\right) + mg$$

$$\boxed{m\frac{d^2x(t)}{dt} + kx(t) = 0}$$

Ejemplo 2 …

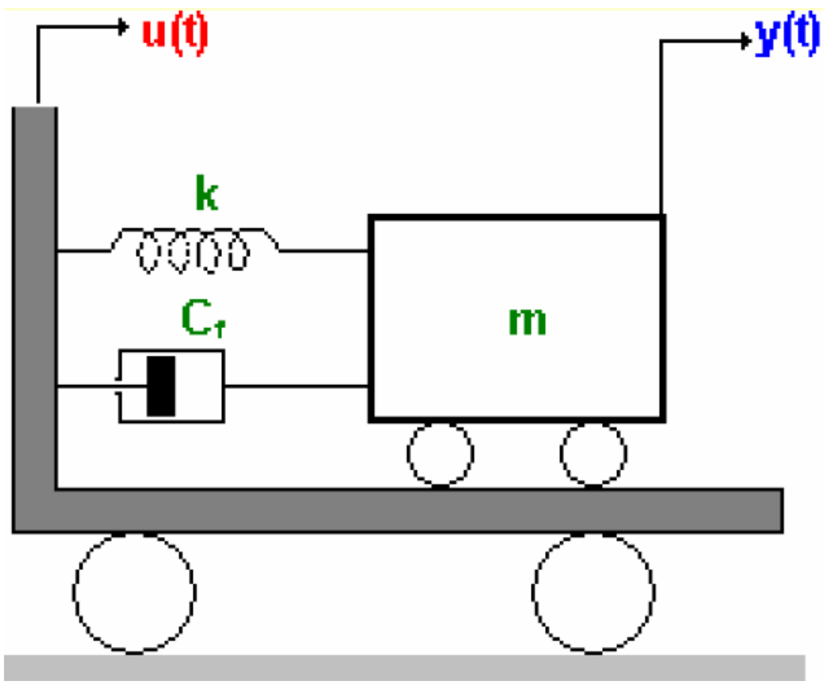


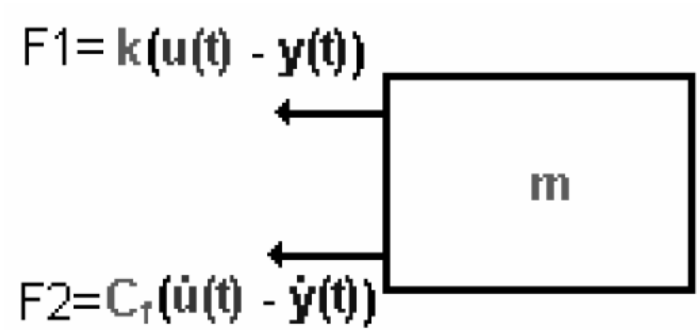


$$\sum F = m.a = f(t) - F1 - F2$$

$$f(t) - kx(t) - C_f \frac{dx(t)}{dt} = m\frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

Ejemplo 3

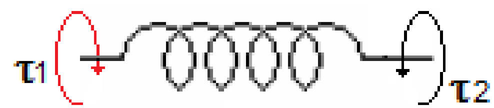
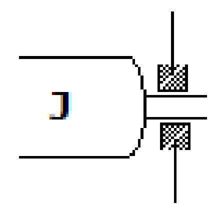
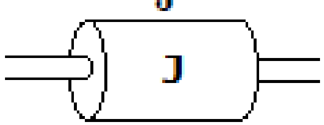




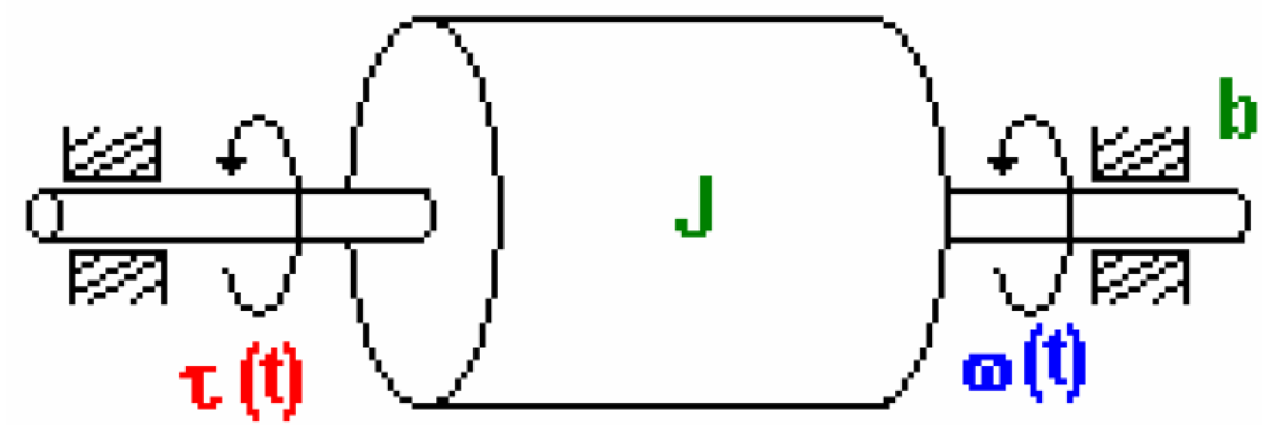
$$F1 + F2 = C_f\left[\frac{du(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt}\right] + k\big(u(t) - y(t)\big) = m\frac{d^2y(t)}{dt}$$

Sistemas Mecánicos

Movimiento Rotacional

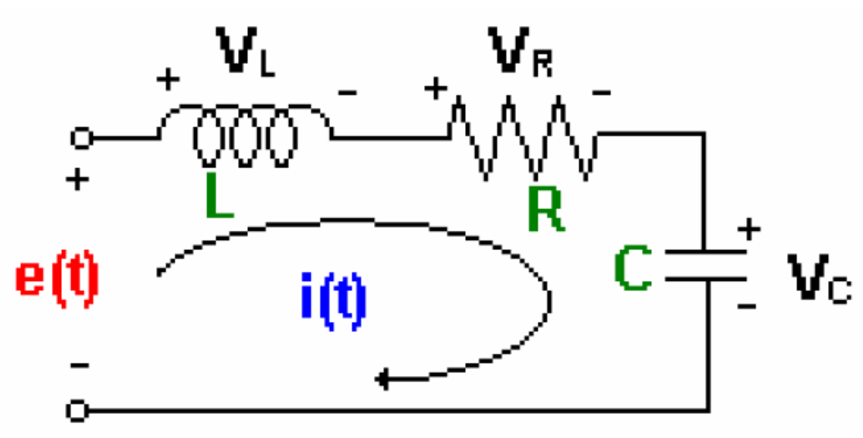
Elemento	Parámetro Asociado	Variable	Par Asociado
Resorte de Torsión	Constante de torsión ‘k_r’ $\frac{Nm}{rad}$	Posición angular ‘θ(t)’	$T=k_r(\theta_1(t)-\theta_2(t))$ 
Amortiguador Rotacional	Coeficiente de fricción viscosa ‘b’ $\frac{Nm}{rad/s}$ (Resistencia mecánica)	Velocidad angular ‘ω(t)’ $\frac{d\theta(t)}{dt}=\dot{\theta}(t)$	$T=b(\omega_1(t)-\omega_2(t))$ 
Momento de Inercia	‘J’ 	Aceleración angular ‘α(t)’	$\Sigma T=J\alpha(t)$

Ejemplo 3



$$\sum T = J\alpha = \tau(t) - b\omega(t)$$

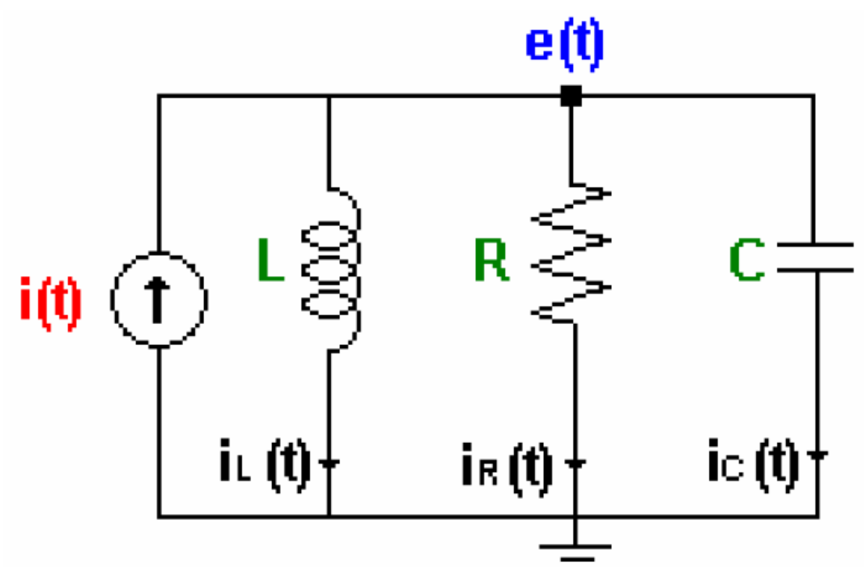
Sistemas eléctricos



$$L\frac{di(t)}{dt}+Ri(t)+\frac{1}{C}\int i(t)\,dt=e(t)$$

$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt}$$

$$L\frac{d^2q(t)}{dt}+R\frac{dq(t)}{dt}+\frac{1}{C}q(t)=e(t)$$



$$C\frac{de(t)}{dt}+\frac{e(t)}{R}+\frac{1}{L}\int e(t)\,dt=i(t)$$

$$e(t)=\frac{d\varphi(t)}{dt}$$

$$C\frac{d^2\varphi(t)}{dt}+\frac{d\varphi(t)}{R}+\frac{\varphi(t)}{L}=i(t)$$

Sistemas Análogos

$$P1\frac{d^2y(t)}{dt^2} + P2\frac{dy(t)}{dt} + P3y(t) = u(t)$$

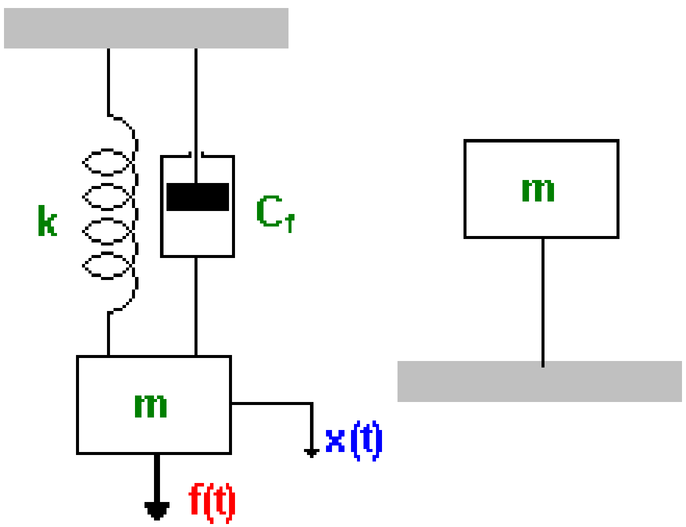
Clase de sistema	**Ecuación Diferencial (modelo matemático)**	**Parámetro P1**	**Parámetro P2**	**Parámetro P3**	**Señal de salida y(t)**	**Señal de entrada u(t)**
Mecánico Traslacional	$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + C_f\frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = f(t)$	**m** Masa	**C_f** Resistencia mecánica	**k** Constante de elongación	**x(t)** Posición lineal	**f(t)** Fuerza
Mecánico Rotacional	$J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + b\frac{d\theta(t)}{dt} + k_r\theta(t) = \tau(t)$	**J** Momento de inercia	**b** Resistencia mecánica	**k_r** Constante de torsión	**θ(t)** Posición angular	**τ(t)** Torque
Eléctrico RLC serie	$L\frac{d^2q(t)}{dt^2} + R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C}q(t) = e(t)$	**L** Inductancia	**R** Resistencia	**1/C** Inverso de la Capacitancia	**q(t)** Carga eléctrica	**e(t)** Voltaje
Eléctrico RLC paralelo	$C\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + \frac{1}{R}\frac{d\varphi(t)}{dt} + \frac{1}{L}\varphi(t) = i(t)$	**C** Capacitancia	**1/R** Conductancia	**1/L** Inverso de la Inductancia	**φ(t)** Flujo magnético	**i(t)** Corriente

Analogías

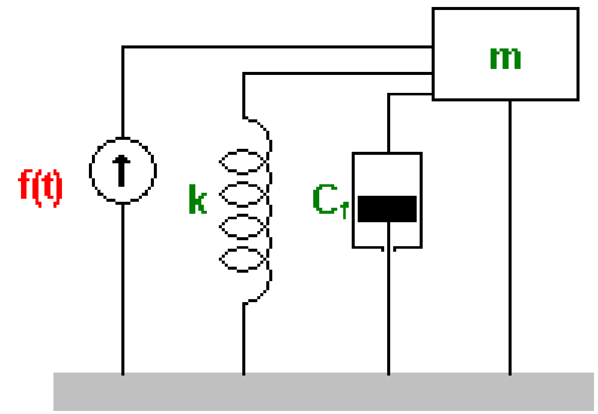
Sistema Mecánico			Sistema Eléctrico	
Traslacional	**Rotacional**		**Analogía Directa Fuerza-corriente (Torque-corriente)**	**Analogía Indirecta Fuerza-voltaje (Torque – voltaje)**
$f(t)$ Fuerza	**$\tau(t)$** Torque		**$i(t)$** Corriente	**$e(t)$** Voltaje
$x(t)$ Posición lineal	**$\theta(t)$** Posición angular		**$\varphi(t)$** Flujo magnético	**$q(t)$** Carga eléctrica
$v(t)$ Velocidad lineal	**$\omega(t)$** Velocidad angular	Análogo a:	**$e(t)$** Voltaje	**$i(t)$** Corriente
m Masa	**J** Momento de inercia		**C** Capacitancia	**L** Inductancia
C_f Resistencia mecánica	**b** Resistencia mecánica		**$1/R$** Conductancia	**R** Resistencia
k Constante de elongación	**k_r** Constante de torsión		**$1/L$** Inverso de la Inductancia	**$1/C$** Inverso de la Capacitancia

Ejemplo 5

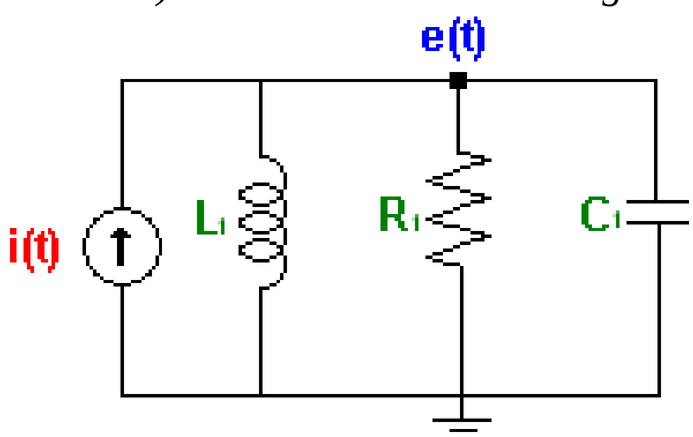
1) Sistema mecánico – masas referenciadas



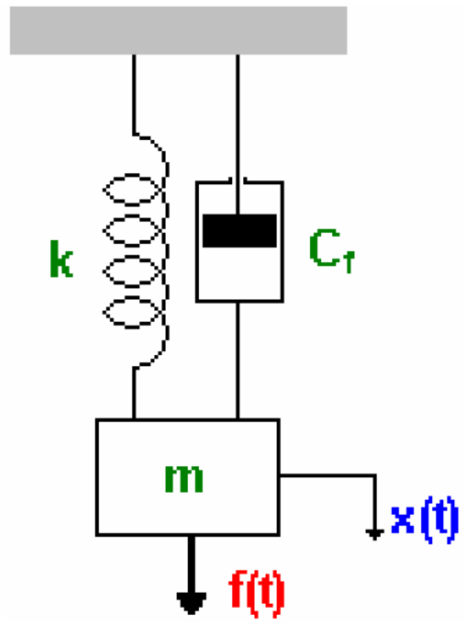
2) Circuito mecánico equivalente



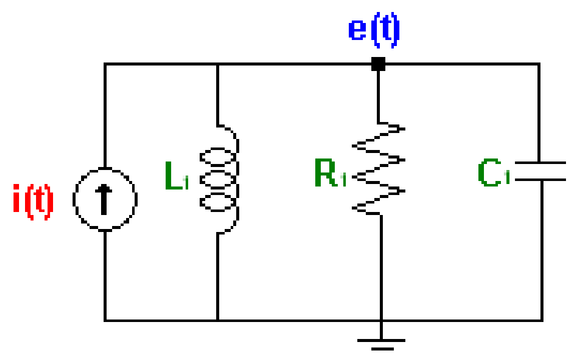
3) Circuito eléctrico análogo

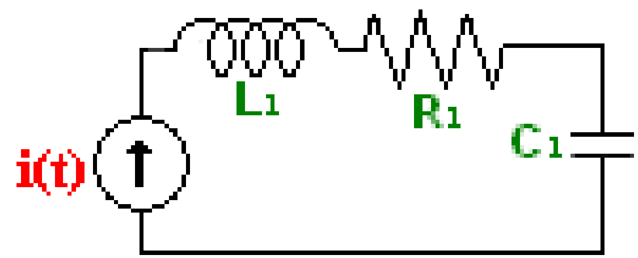


Ejemplo 6 - Analogía Indirecta

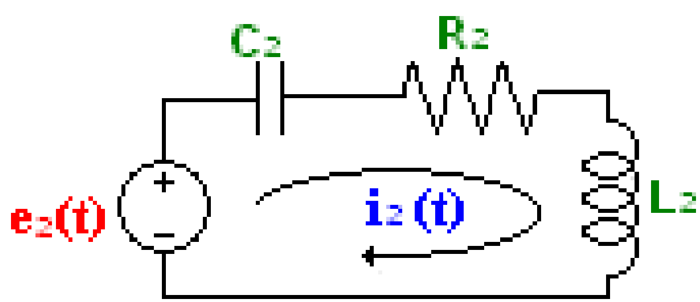


1) Analogía Directa



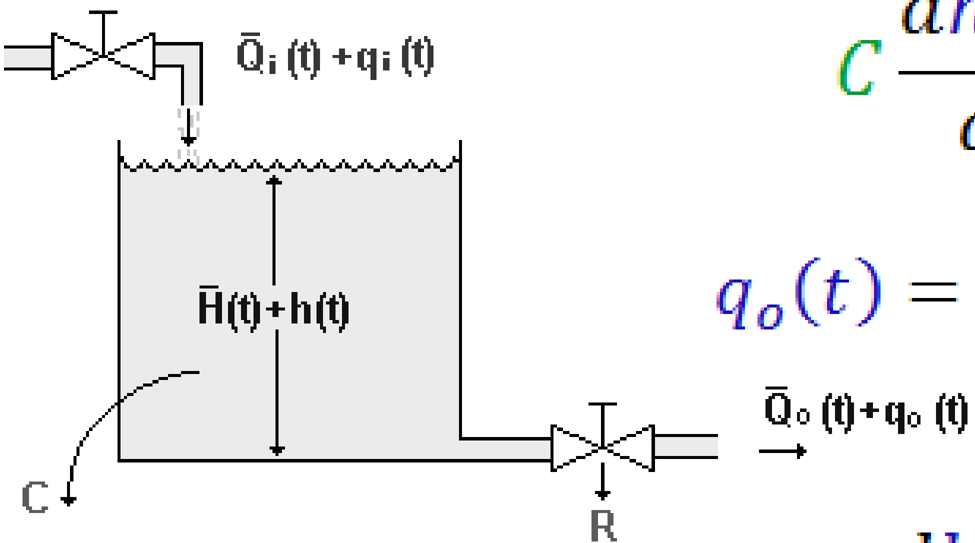


2) Pseudo-circuito



3) Analogía Indirecta

Sistemas de nivel y caudal



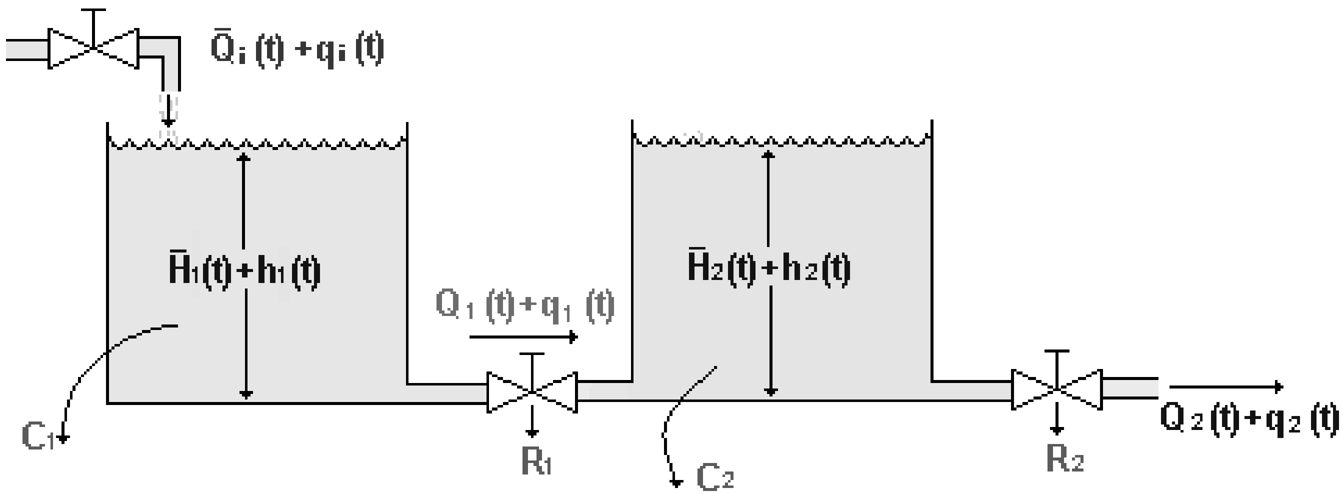
$$C\frac{dh(t)}{dt} = q_i(t) - q_o(t)$$

$$q_o(t) = \frac{h(t)}{R}$$

$$C\frac{dh(t)}{dt} + \frac{h(t)}{R} = q_i(t)$$

$$\boxed{CR\frac{dq_o(t)}{dt} + q_o(t) = q_i(t)}$$

Ejemplo 7



Tanque 1

$$C_1\frac{dh_1(t)}{dt}=q_i(t)-q_1(t)$$

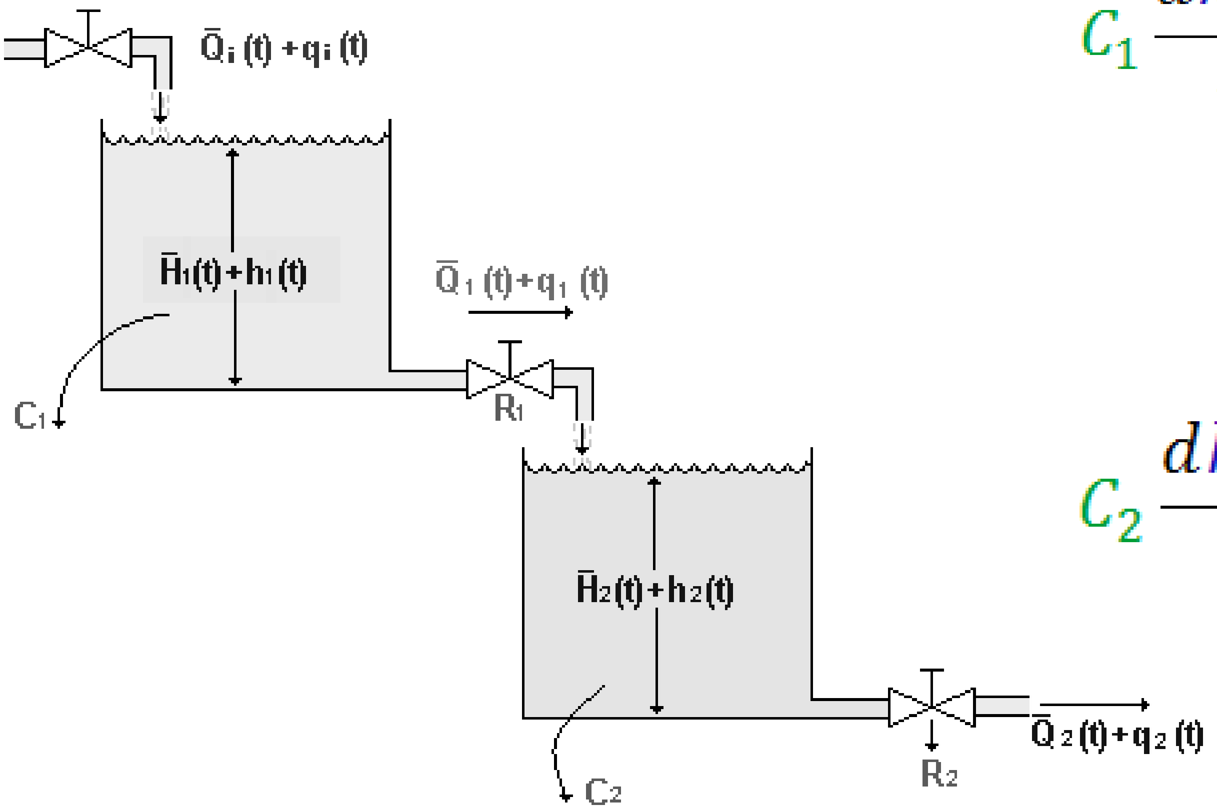
$$q_1(t)=\frac{h_1(t)-h_2(t)}{R_1}$$

Tanque 2

$$C_2\frac{dh_2(t)}{dt}=q_1(t)-q_2(t)$$

$$q_2(t)=\frac{h_2(t)}{R_2}$$

Ejemplo 8



$$C_1 \frac{dh_1(t)}{dt} = q_i(t) - q_1(t)$$

$$q_1(t) = \frac{h_1(t)}{R_1}$$

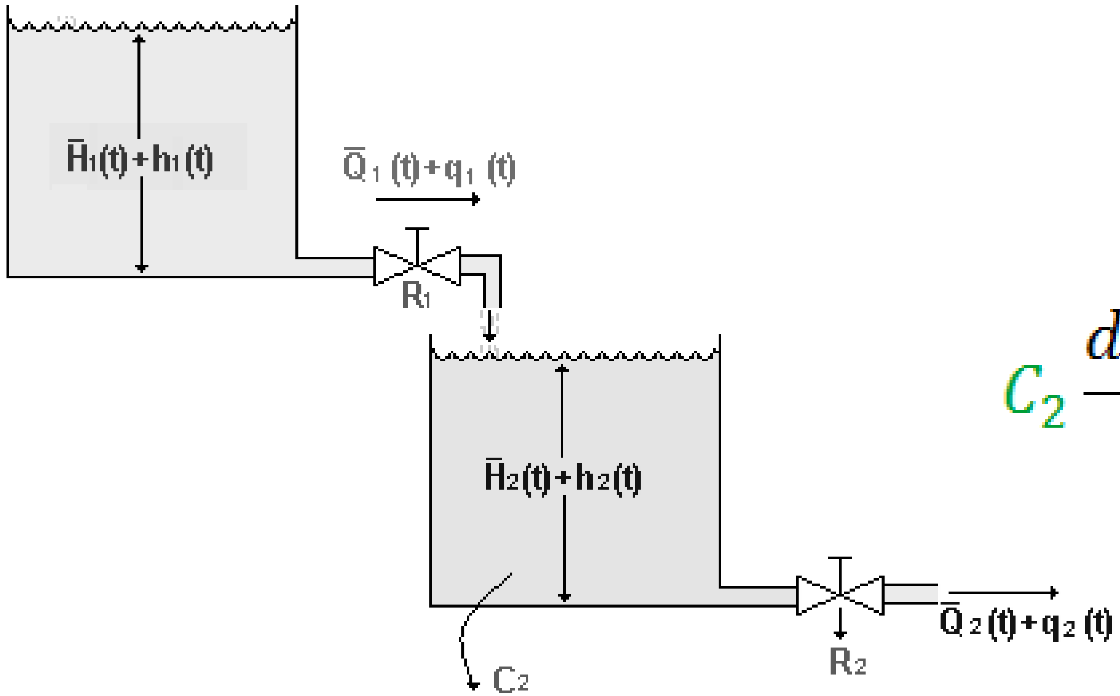
$$C_2 \frac{dh_2(t)}{dt} = q_1(t) - q_2(t)$$

$$q_2(t) = \frac{h_2(t)}{R_2}$$

Ejemplo 9

Desaparece

$$C_1\frac{dh_1(t)}{dt} = q_i(t) - q_1(t)$$



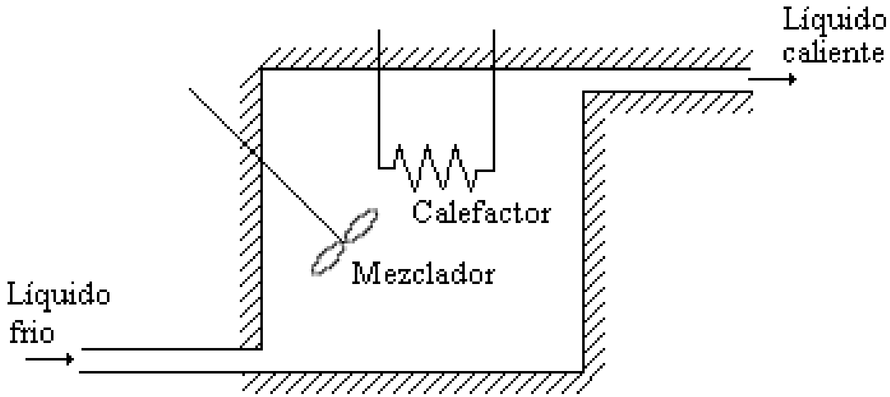
$$q_1(t) = \frac{h_1(t)}{R_1}$$

$$C_2\frac{dh_2(t)}{dt} = q_1(t) - q_2(t)$$

$$q_2(t) = \frac{h_2(t)}{R_2}$$

Sistemas Térmicos

Los parámetros a tener en cuenta para el análisis del sistema son la resistencia térmica, **R (ºC s /kcal)** y la capacidad térmica **C (kcal/ºC).**



$$C\frac{d\theta(t)}{dt} = h_i(t) - h_o(t)$$

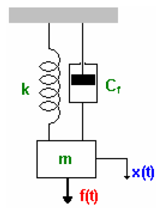
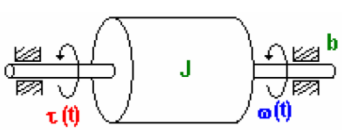
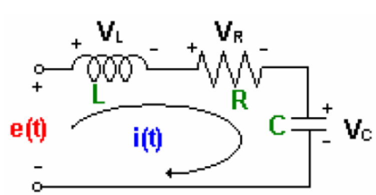
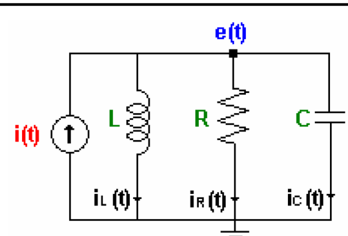
$$R = \frac{\theta(t)}{h(t)}$$

Sistema MIMO
$$\begin{cases} RC\dfrac{d\theta(t)}{dt} + \theta(t) = Rh_i(t) \\ RC\dfrac{d\theta(t)}{dt} + \theta(t) = \theta_i(t) \end{cases}$$

Funciones de Transferencia

$$G(s)=\frac{\mathcal{L}[y(t)]}{\mathcal{L}[u(t)]}=\left[\frac{Y(s)}{U(s)}\right]$$

La transformada de Laplace brinda la facilidad de trabajar las ecuaciones diferenciales como polinomios en variable ‘s’, donde **s** = $\sigma + j\omega$,

Sistema	Ecuación diferencial	Función de Transferencia
	$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+C_f\frac{dx(t)}{dt}+kx(t)=f(t)$	$G(s)=\frac{X(s)}{F(s)}=\frac{1}{ms^2+C_f s+k}$
	$J\frac{d\omega(t)}{dt}+b\omega(t)=\tau(t)$	$G(s)=\frac{\Omega(s)}{T(s)}=\frac{1}{Js+b}$
	$L\frac{d^2q(t)}{dt}+R\frac{dq(t)}{dt}+\frac{1}{C}q(t)=e(t)$	$G(s)=\frac{Q(s)}{E(s)}=\frac{1}{Ls^2+Rs+1/C}$
	$C\frac{d^2\varphi(t)}{dt}+\frac{1}{R}\frac{d\varphi(t)}{dt}+\frac{1}{L}\varphi(t)=i(t)$	$G(s)=\frac{\Phi(s)}{I(s)}=\frac{1}{Cs^2+1/R\,s+1/L}$

Matriz de Transferencia

$$\mathbf{Y(s)} = \mathbf{M(s)U(s)}$$

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \\ \vdots \\ Y_p(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \cdots & G_{1r}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \cdots & G_{2r}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{p1}(s) & G_{p2}(s) & \cdots & G_{pr}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ \vdots \\ U_r(s) \end{bmatrix}$$

$$G_{ij}(s) = \frac{\mathcal{L}[y_i(t)]}{\mathcal{L}[u_j(t)]} = \left.\frac{Y_i(s)}{U_j(s)}\right|_{U_{k\neq j}=0}$$

Ejemplo

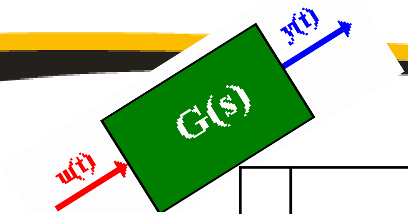
$$G_{22}(s) = \left.\frac{Y_2(s)}{U_2(s)}\right|_{U_{k\neq 2}=0}$$

$$Y_i(s) = \sum_{j=1}^{r} G_{ij}(s)U_j(s)$$

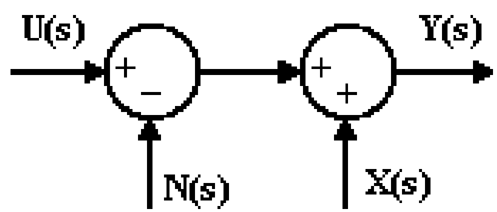
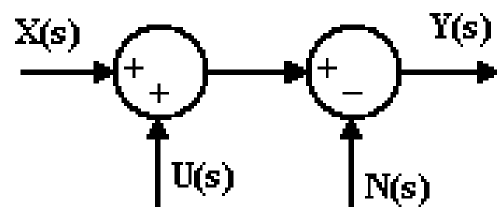
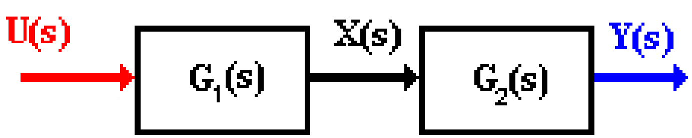
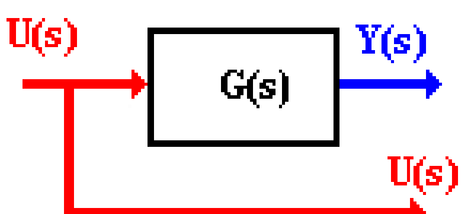
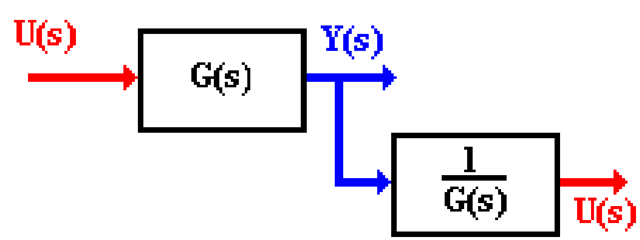
Por ejemplo para $Y_2(s)$ sería:

$$Y_2(s) = \sum_{j=1}^{r} G_{2j}(s)U_j(s) = G_{21}(s)U_1(s) + G_{22}(s)U_2(s) + \cdots + G_{2r}U_r(s)$$

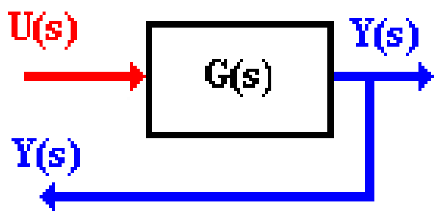
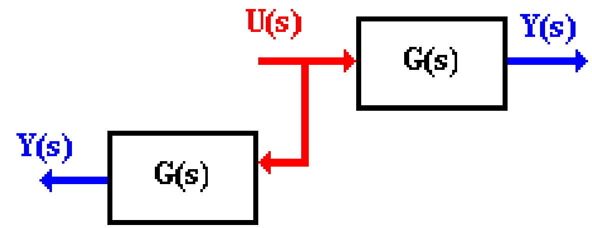
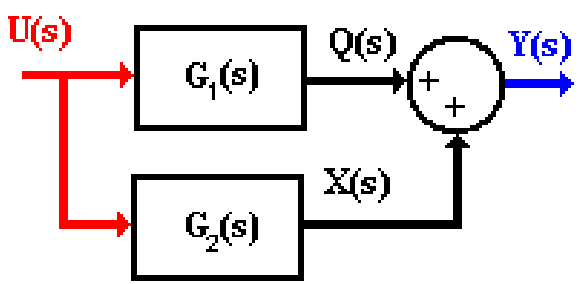
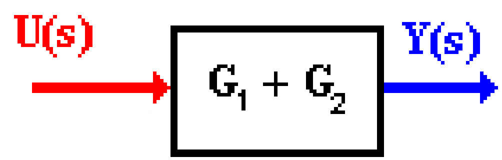
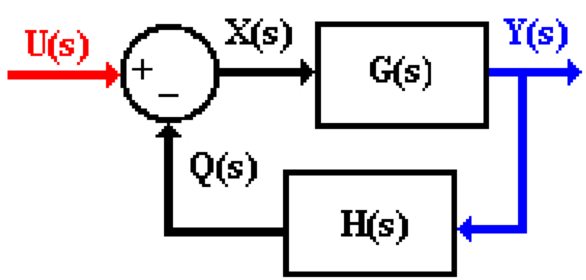
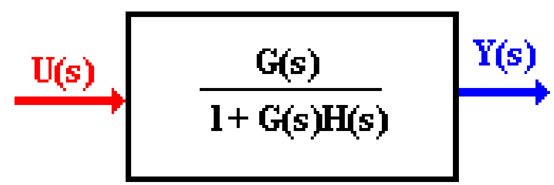
Diagrama de Bloques



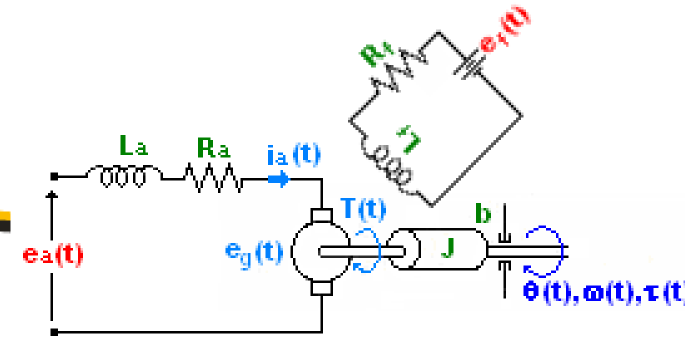
Simulink

	Diagrama Inicial	Equivalencia del Diagrama Inicial
1	 $Y(s) = X(s) + U(s) - N(s)$	 $Y(s) = X(s) + U(s) - N(s)$
2		
3		

Algebra de Bloques

<table>
<tr><td>4</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>5</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>6</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Ejemplo 11

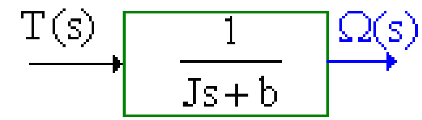


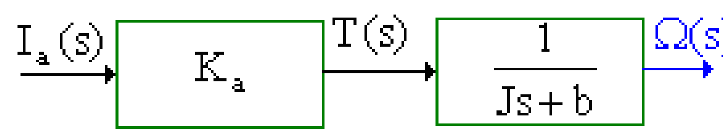
$$G_4(s) = \frac{\Omega(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js+b}$$

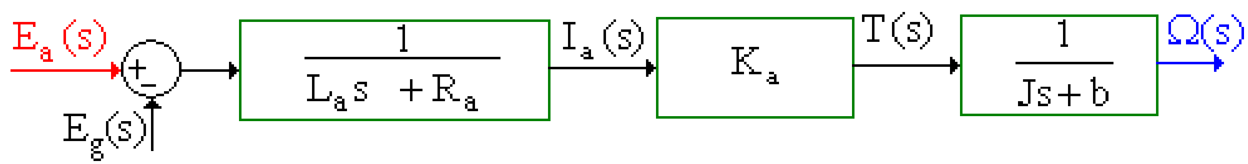
$$G_3(s) = \frac{T(s)}{I_a(s)} = K_a$$

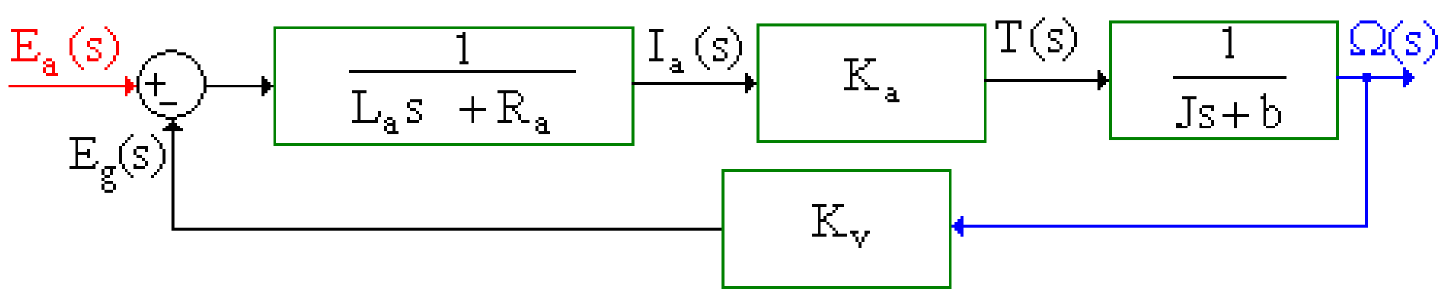
$$G_2(s) = \frac{E_g(s)}{\Omega(s)} = K_v$$

$$G_1(s) = \frac{I_a(s)}{E_a(s) - E_g(s)} = \frac{1}{L_a s + R_a}$$

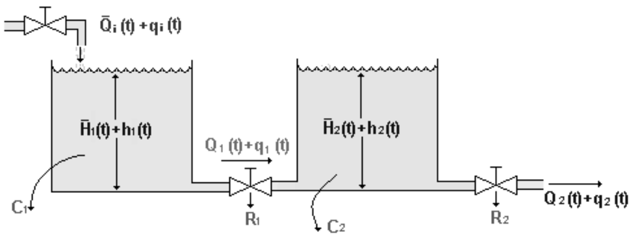








Ejemplo 12

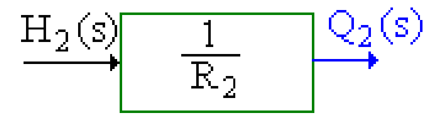


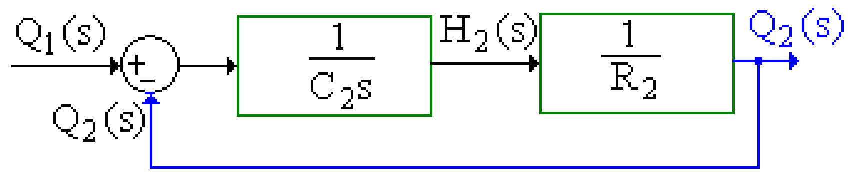
$$G_4(s)=\frac{Q_2(s)}{H_2(s)}=\frac{1}{R_2}$$

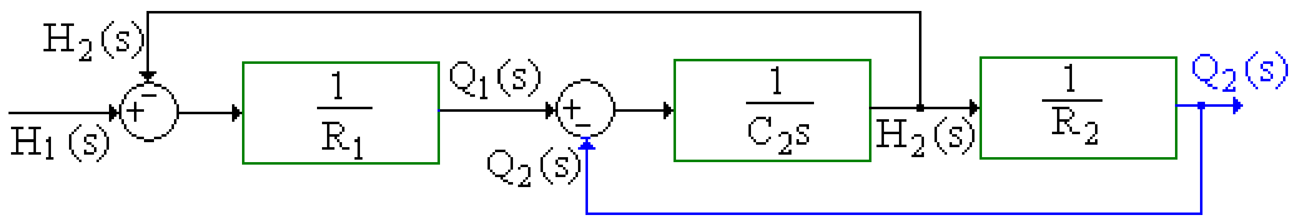
$$G_3(s)=\frac{H_2(s)}{[Q_1(s)-Q_2(s)]}=\frac{1}{C_2 s}$$

$$G_2(s)=\frac{Q_1(s)}{[H_1(s)-H_2(s)]}=\frac{1}{R_1}$$

$$G_1(s)=\frac{H_1(s)}{[Q_i(s)-Q_1(s)]}=\frac{1}{C_1 s}$$







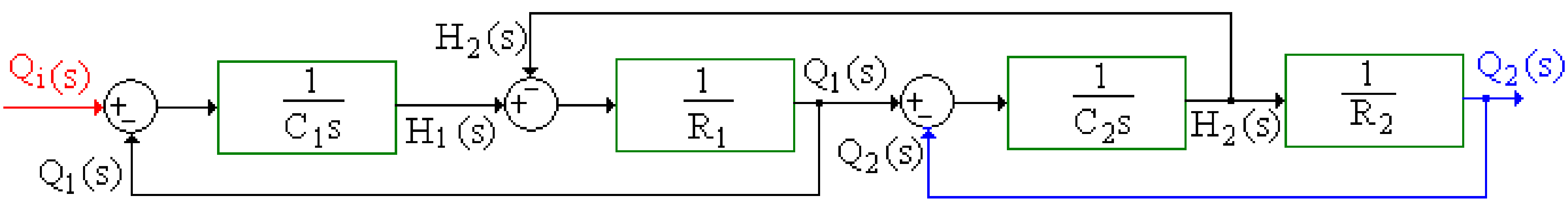


Diagrama de Flujo

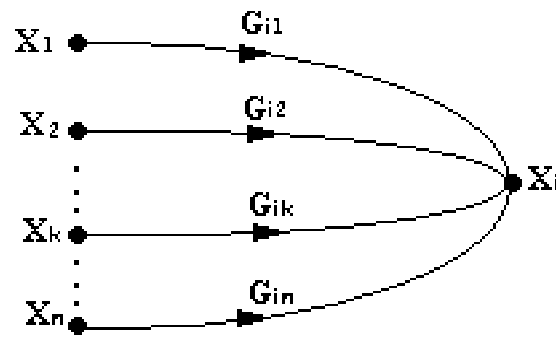
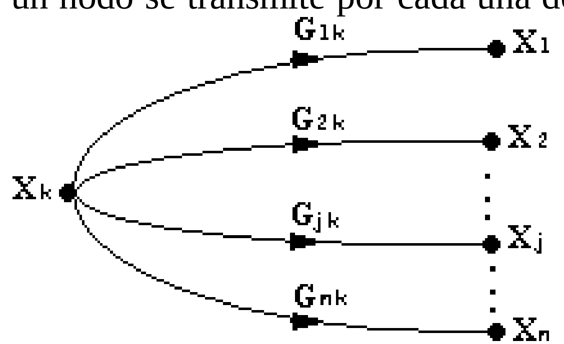
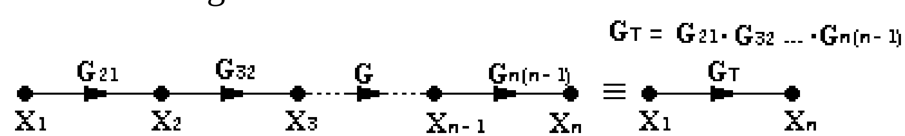
Regla	Definición
Adición $$X_i = \sum_{j=1}^{n} G_{ij} X_j$$	El valor de la variable en un nodo es igual a la suma de todas las señales que llegan al nodo. 
Transmisión $$X_i = G_{ik} X_k$$ $$i = 1,2,\ldots,n$$ $$k \quad fijo$$	El valor de la variable en un nodo se transmite por cada una de las ramas que parte del nodo. 
Multiplicación $$X_n = G_{21} G_{32} G_{43} \cdots G_{n(n-1)} \cdot X_1$$	Las ramas en serie se pueden reemplazar por una sola rama. La multiplicación de sus ganancias será la ganancia de la nueva rama. 

Diagrama de Flujo

Definiciones

Trayectoria:	Es una sucesión de ramas en una sola dirección (ningún nodo se pasa más de una vez)
Nodo de entrada:	Nodo con ramas salientes solamente (nodo X_1)
Nodo de Salida:	Nodo con ramas entrantes solamente (nodo X_7)
Trayectoria Directa	Es una trayectoria que se inicia en el nodo de entrada y termina en el de salida (la que pasa por los nodos X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7 y X_8, y la formada por X_1, X_2, X_7 y X_8).
Lazo de Retroalimentación	Trayectoria que empieza y acaba en el mismo nodo (como ejemplos se tiene el lazo compuesto por los nodos X_3, X_4, X_5, y X_3, y el lazo X_2, X_3, X_4 y X_2.)
Lazo simple	Es un lazo de retroalimentación que consta de una sola rama (el de ganancia G_{66}.)
Ganancia de Trayectoria (P_k)	Producto de las ganancias de las ramas que conforman la trayectoria (para la trayectoria directa constituida por X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7 y X_8 sería y para la trayectoria directa compuesta por X_1, X_2, X_7 y X_8 sería
Ganancia de lazo (L_k)	Producto de las ganancias que conforman un lazo (como ejemplo se tiene el lazo formado por X_3, X_4, X_5, y X_3, con ganancia , y el lazo X_2, X_3, X_4 y X_2 con ganancia

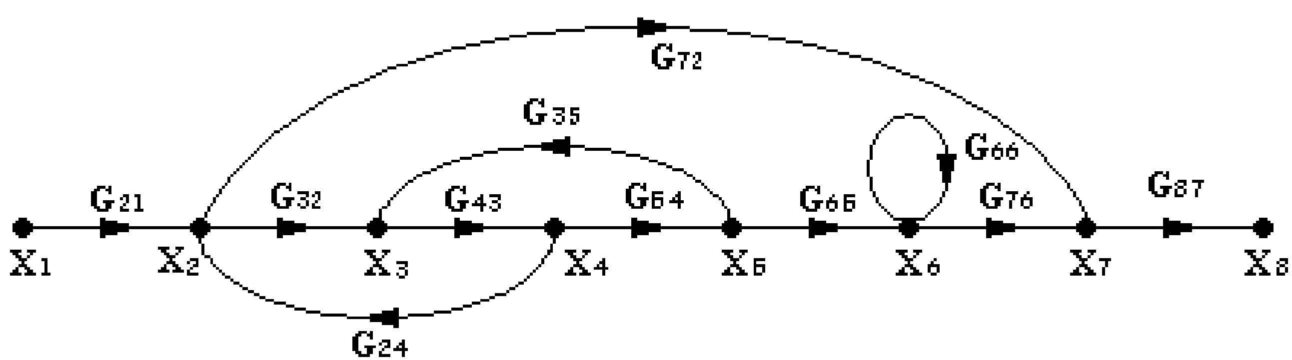
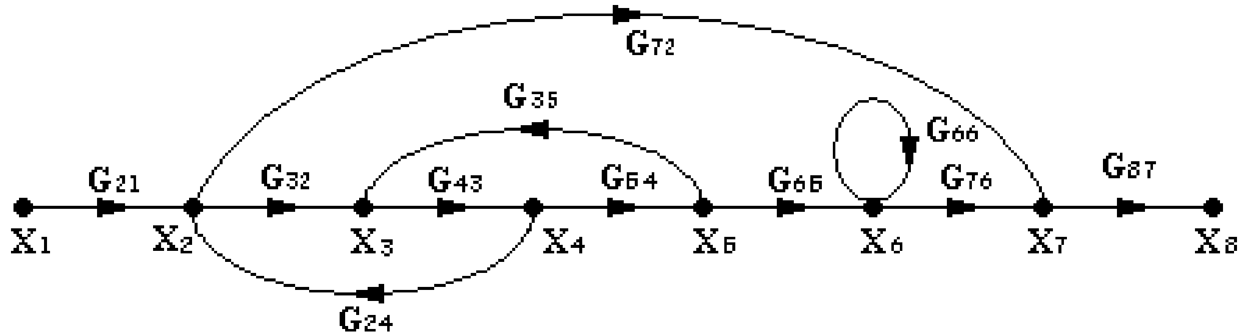


Diagrama de Flujo



Fórmula de ganancia de Mason

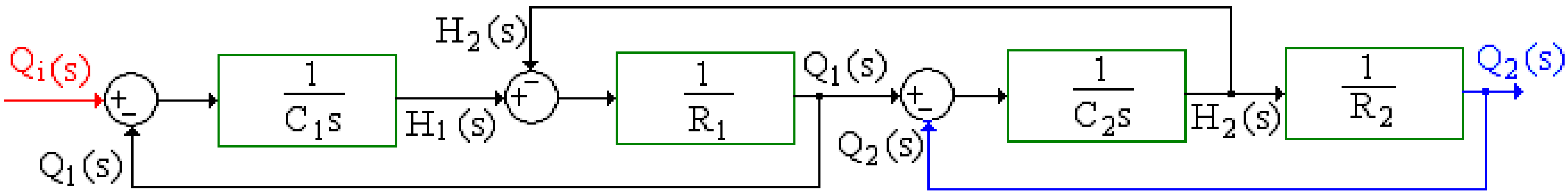
$$G = \frac{1}{\Delta} \sum_k P_k \Delta_k$$

Donde G (función de transferencia total $G_T(s)$)
Δ el determinante del gráfico,
k es el número de trayectorias directas en la gráfica de flujo.
P_k la ganancia de la k-ésima
Δ_k el determinante de la k-ésima trayectoria directa.

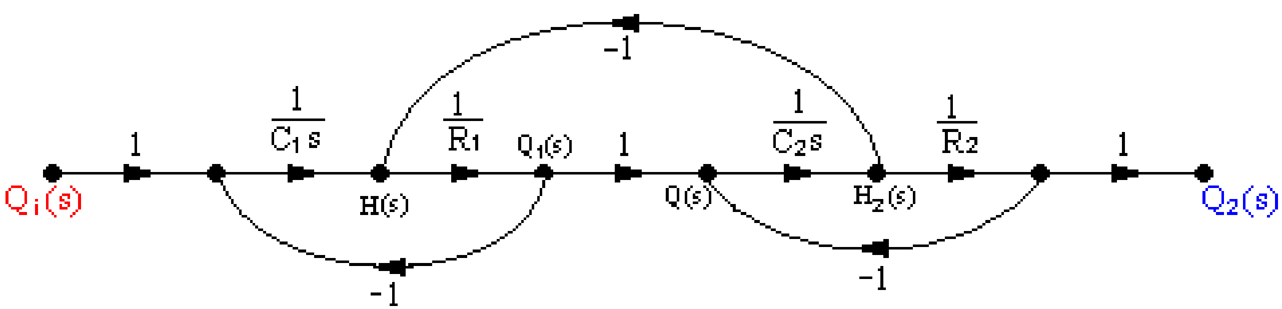
- Δ= 1- (suma de todas las ganancias de los lazos de individuales) + (la suma de los productos de ganancias de todas las combinaciones posibles de dos lazos que no se tocan (disjuntos))- (la suma de los productos de ganancias de todas las combinaciones posibles de tres lazos que no se tocan) + (la suma de los productos de ganancias de todas las combinaciones posibles de cuatro lazos que nos se tocan)…
- El determinante de la k-ésima trayectoria directa Δ_k es igual al determinante del gráfico Δ eliminando todos los lazos que toca la k-ésima trayectoria.

Diagrama de Flujo

Construcción de un diagrama de flujo



a) Diagrama de bloques sistema de tanques en serie alimentado por caudal



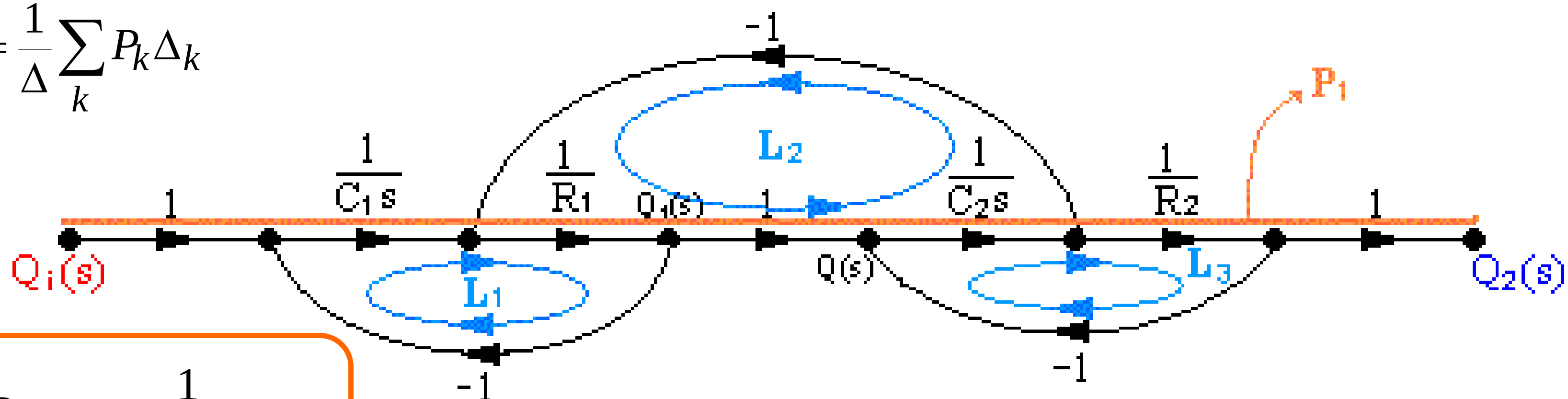
$$Q(s) = Q_1(s) - Q_2(s)$$

$$H(s) = H_1(s) - H_2(s)$$

b) Diagrama de flujo equivalente

Reducción de un Diagrama de Flujo

$$G = \frac{1}{\Delta}\sum_k P_k \Delta_k$$



$$P_1 = \frac{1}{C_1C_2R_1R_2s^2}$$

$$L_1 = \frac{-1}{C_1R_1s} \qquad L_2 = \frac{-1}{C_2R_1s} \qquad L_3 = \frac{-1}{C_2R_2s}$$

$$\Delta = 1-(L_1+L_2+L_3)+(L_1L_3) \qquad \Delta = 1+\frac{1}{C_1R_1s}+\frac{1}{C_2R_1s}+\frac{1}{C_2R_2s}+\frac{1}{C_1C_2R_1R_2s^2}.$$

$$\Delta_1 = 1$$

$$G_T(s) = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{\frac{1}{C_1C_2R_1R_2s^2}\cdot 1}{1+\frac{1}{C_1R_1s}+\frac{1}{C_2R_1s}+\frac{1}{C_2R_2s}+\frac{1}{C_1C_2R_1R_2s^2}}.$$

$$G_T(s) = \frac{1}{C_1C_2R_1R_2s^2+C_2R_2s+C_1R_2s+C_1R_1s+1}$$