Proyecto Final

Control Systems Analysis and Design using Python.

OBJETIVOS:

1. Realizar una exploración, análisis e implementación de sistemas de control en Python para sistemas dinámicos lineales y no lineales.
2. Desarrollar algoritmos numéricos en Python para el análisis de sistemas dinámicos continuos.
3. Implementar rutinas de programación para la simulación de un sistema de control en el dominio de la frecuencia y en el tiempo.
4. Implementar el sistema dinámico lineal y no lineal validando el controlador diseñado con PYTHON.

CORTE 1

1. Estudie las siguientes referencias para construir algoritmos de simulación y control en Python.
    a. Python for Control Engineering.pdf (halvorsen.blog)
    b. control systems python - Google Search
    c. Python Control Systems Library — Python Control Systems Library dev documentation (python-control.readthedocs.io)
2. Tome el siguiente sistema dinámico denominada Oscilador de Resistencia Negativa[1]

[1] Tomado del Libro Nonlinear Systems, Hassan Khalil, Pearson, pag 348.

Figure A.6 shows the basic circuit of an important class of electronic oscillators [25]. The inductor and capacitor are assumed to be linear, time invariant and passive, that is, $L > 0$ and $C > 0$. The resistive element is an active circuit characterized by the v–i characteristic $i = h(v)$, shown in the figure. The function $h(\cdot)$ satisfies the conditions

$$h(0) = 0, \qquad h'(0) < 0, \qquad h(v)\ \mathrm{sign}(v) \to \infty \text{ as } |v| \to \infty$$

where $h'(v)$ is the derivative of $h(v)$ with respect to v. By Kirchhoff's current law,

$$i_C + i_L + i = 0$$

Hence,

$$C\frac{dv}{dt} + \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v(s)\ ds + h(v) = 0$$

Differentiating once with respect to t and multiplying through by L, we obtain

$$CL\frac{d^2v}{dt^2} + v + Lh'(v)\frac{dv}{dt} = 0$$

The foregoing equation can be written in a form that coincides with some well-known equations in nonlinear systems theory by changing the time variable from t to $\tau = t/\sqrt{CL}$. The derivatives of v with respect to t and τ are related by

$$\frac{dv}{d\tau} = \sqrt{CL}\frac{dv}{dt} \quad \text{and} \quad \frac{d^2v}{d\tau^2} = CL\frac{d^2v}{dt^2}$$

Denoting the derivative of v with respect to τ by $\dot{v}$, we can rewrite the circuit equation as

$$\ddot{v} + \varepsilon h'(v)\dot{v} + v = 0$$

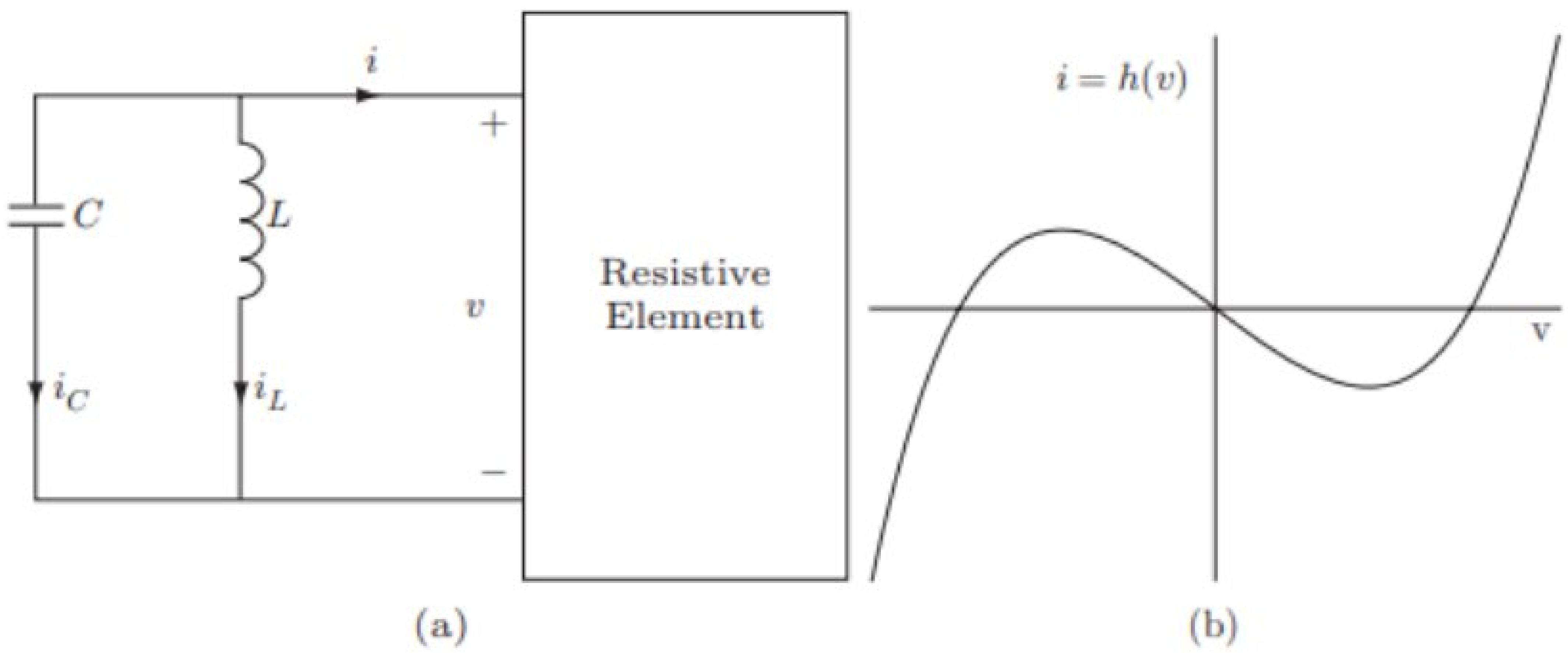

Figure A.6: (a) Basic oscillator circuit; (b) Typical driving-point characteristic.

where $\varepsilon = \sqrt{L/C}$. This equation is a special case of *Liénard's equation*

$$\ddot{v} + f(v)\dot{v} + g(v) = 0 \tag{A.8}$$

When $h(v) = -v + \frac{1}{3}v^3$, the circuit equation takes the form

$$\ddot{v} - \varepsilon(1 - v^2)\dot{v} + v = 0 \tag{A.9}$$

which is known as the *Van der Pol equation*. This equation, which was used by Van der Pol to study oscillations in vacuum tube circuits, is a fundamental example in nonlinear oscillation theory. It possesses a periodic solution that attracts every other solution except the zero solution at the unique equilibrium point $v = \dot{v} = 0$. To write a state model for the circuit, let us take $x_1 = v$ and $x_2 = \dot{v}$ to obtain

$$\dot{x}_1 = x_2, \qquad \dot{x}_2 = -x_1 - \varepsilon h'(x_1)x_2 \tag{A.10}$$

Alternatively, if we take the state variables as $z_1 = i_L$ and $z_2 = v_c$, we obtain the state model

$$\dot{z}_1 = z_2/\varepsilon, \qquad \dot{z}_2 = \varepsilon[-z_1 - h(z_2)] \tag{A.11}$$

The state models in the x and z coordinates look different, but they are equivalent representations of the system. This equivalence can be seen by noting that these models can be obtained from each other by a change of coordinates $z = T(x)$. Since we have chosen both x and z in terms of physical variables, it is not hard to find the map T. We have

$$\begin{aligned} x_1 &= v = z_2 \\ x_2 &= \frac{dv}{d\tau} = \sqrt{CL}\frac{dv}{dt} = \sqrt{\frac{L}{C}}[-i_L - h(v_C)] = \varepsilon[-z_1 - h(z_2)] \end{aligned}$$

Thus,

$$z = T(x) = \begin{bmatrix} -h(x_1) - x_2/\varepsilon \\ x_1 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad x = T^{-1}(z) = \begin{bmatrix} z_2 \\ -\varepsilon z_1 - \varepsilon h(z_2) \end{bmatrix}$$

If a current source with current u is connected in parallel with the circuit, we arrive at the forced equation

$$\dot{z}_1 = z_2/\varepsilon, \qquad \dot{z}_2 = \varepsilon[-z_1 - h(z_2) + u] \tag{A.12}$$

a special case of which is the forced van der Pol equation

$$\dot{z}_1 = z_2/\varepsilon, \qquad \dot{z}_2 = \varepsilon\left[-z_1 + z_2 - \tfrac{1}{3}z_2^3 + u\right] \tag{A.13}$$

1. Escriba las dinámicas no lineales del sistema en la forma $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})$, donde $\boldsymbol{x}$ corresponde a los estados y $\boldsymbol{u}$ corresponde a la entrada de control.
2. Aplique un método numérico tipo ODE en Python para encontrar diferentes soluciones a 100 condiciones iniciales diferentes del sistema autónomo no lineal. Grafique las soluciones en el mismo plot. Analice y concluya.
3. Escribir el sistema linealizado en un punto de operación, obteniendo un espacio de estados LTI (A, B, C, D). Simule este sistema en Python a una entrada tipo escalón.
4. Determine el plano de fase del sistema para $x_1(t)$ vs $x_2(t)$, , ¿Qué se puede analizar de esta representación? Explique el código en Python para encontrar el campo vectorial.
5. Determine los valores y vectores propios del sistema linealizado en Python, analice el comportamiento de esta representación.
6. Escriba la forma diagonal del sistema linealizado usando Python.
7. Obtenga la solución fundamental del sistema lineal a través de la aplicación de los autovalores y autovectores. Determine los modos de oscilación del sistema.
8. Considere una perturbación $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{t})$ en el modelo no lineal, usando una señal aleatoria. Determine la energía de las señales $x_1(t)$, $x_2(t)$, analice sus resultados.

NOTA

- El laboratorio se debe entregar máximo en grupos de 4 personas, todas las gráficas debidamente comentadas.
- El laboratorio se debe entregar en formato IEEE (consultarlo vía web), se recomienda el uso de LATEX. Máximo 8 páginas.
- El laboratorio debe incluir las gráficas y simulaciones en los puntos que lo ameriten.
- Describir los algoritmos usados en los procedimientos que lo requieran.