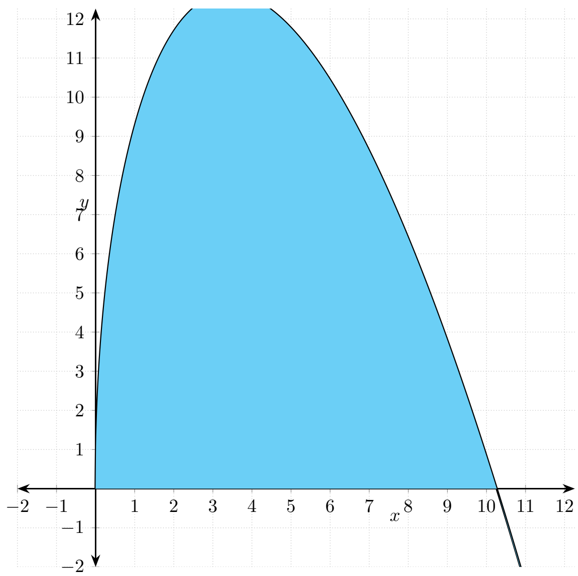
1 Analysis S.43 Aufgabe 21 mit Parameter A=90

Aufgabe: Der Graph der Funktion $f : y = (a - x)\sqrt{x}, a > 0$, schliesst mit der x-Achse ein Flächenstück vom Inhalt A = 90 ein. Welchen Wert hat a?



Lösung: Die Fläche der Funktion kann mithilfe des Integrals berechnet werden. Die untere Grenze muss 0 sein, aufgrund des Definitionsbereichs der Funktion. Die obere Grenze muss immer a sein, da die Funktion dort die x-Achse schneidet.

$$90 \stackrel{!}{=} \int_0^a (a - x)\sqrt{x}\, dx \tag{1}$$

$$= \int_0^a ax^{1/2} - x^{3/2}\, dx \tag{2}$$

$$= [\frac{2}{3}ax^{3/2} - \frac{2}{5}x^{5/2}]_0^a \tag{3}$$

$$= \frac{2}{3}a^{5/2} - \frac{2}{5}a^{5/2} \tag{4}$$

$$a^{5/2}(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}) = 90 \tag{5}$$

$$a^{5/2} = \frac{15 \cdot 90}{4} \tag{6}$$

$$\sqrt{a}^5 = \frac{15 \cdot 90}{4} \tag{7}$$

$$a^2\sqrt{a} = \frac{15}{4}90 \tag{8}$$

$$a^5 = (\frac{15}{4}90)^2 \tag{9}$$

$$\tag{10}$$

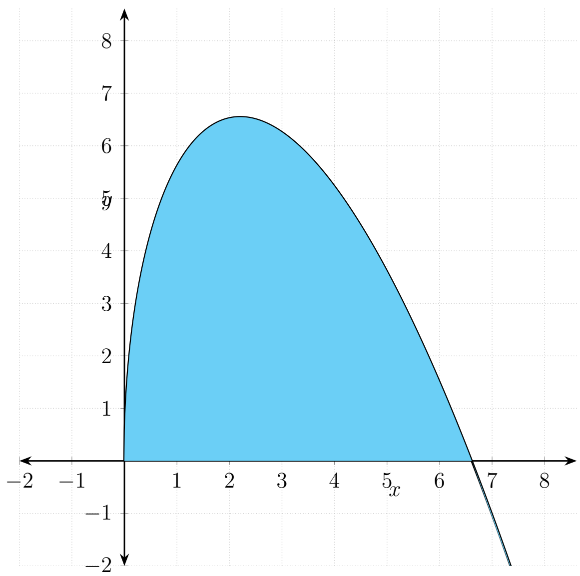
Durch vereinfachen kommt man auf die allgemeine Lösung $\sqrt[5]{\frac{15}{4}a}$, in der man die Fläche A einsetzen kann und somit a ausrechnet.

$$a = \sqrt[5]{\frac{15}{4}90} \tag{1}$$

$$a = 10.262 \tag{2}$$

2 Analysis S.43 Aufgabe 21 mit Parameter A=30

Aufgabe: Der Graph der Funktion $f : y = (a - x)\sqrt{x}, a > 0$, schliesst mit der x-Achse ein Flächenstück vom Inhalt A = 30 ein. Welchen Wert hat a?



Lösung: Die Fläche der Funktion kann mithilfe des Integrals berechnet werden. Die untere Grenze muss 0 sein, aufgrund des Definitionsbereichs der Funktion. Die obere Grenze muss immer a sein, da die Funktion dort die x-Achse schneidet.

$$
\begin{aligned}
30 &\stackrel{!}{=} \int_0^a (a-x)\sqrt{x}\,dx && (1)\\
&= \int_0^a ax^{1/2} - x^{3/2}\,dx && (2)\\
&= [\frac{2}{3}ax^{3/2} - \frac{2}{5}x^{5/2}]_0^a && (3)\\
&= \frac{2}{3}a^{5/2} - \frac{2}{5}a^{5/2} && (4)
\end{aligned}
$$

$$a^{5/2}(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}) = 30 \tag{5}$$

$$a^{5/2} = \frac{15 \cdot 30}{4} \tag{6}$$

$$\sqrt{a}^5 = \frac{15 \cdot 30}{4} \tag{7}$$

$$a^2\sqrt{a} = \frac{15}{4}30 \tag{8}$$

$$a^5 = (\frac{15}{4}30)^2 \tag{9}$$

$$\tag{10}$$

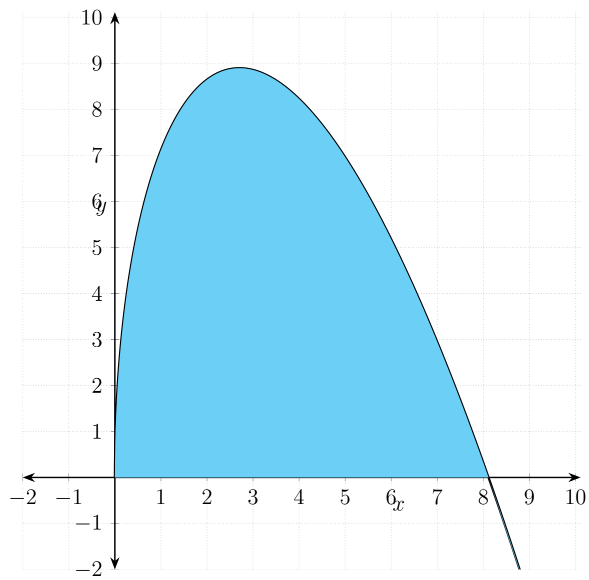
Durch vereinfachen kommt man auf die allgemeine Lösung $\sqrt[5]{\frac{15}{4}a}$, in der man die Fläche A einsetzen kann und somit a ausrechnet.

$$a = \sqrt[5]{\frac{15}{4}30} \tag{1}$$

$$a = 6.613 \tag{2}$$

3 Analysis S.43 Aufgabe 21 mit Parameter A=50

Aufgabe: Der Graph der Funktion $f : y = (a - x)\sqrt{x}, a > 0$, schliesst mit der x-Achse ein Flächenstück vom Inhalt A = 50 ein. Welchen Wert hat a?



Lösung: Die Fläche der Funktion kann mithilfe des Integrals berechnet werden. Die untere Grenze muss 0 sein, aufgrund des Definitionsbereichs der Funktion. Die obere Grenze muss immer a sein, da die Funktion dort die x-Achse schneidet.

$$50 \overset{!}{=} \int_0^a (a - x)\sqrt{x}\,dx \tag{1}$$

$$= \int_0^a ax^{1/2} - x^{3/2}\,dx \tag{2}$$

$$= [\frac{2}{3}ax^{3/2} - \frac{2}{5}x^{5/2}]_0^a \tag{3}$$

$$= \frac{2}{3}a^{5/2} - \frac{2}{5}a^{5/2} \tag{4}$$

$$a^{5/2}(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}) = 50 \tag{5}$$

$$a^{5/2} = \frac{15 \cdot 50}{4} \tag{6}$$

$$\sqrt{a}^5 = \frac{15 \cdot 50}{4} \tag{7}$$

$$a^2\sqrt{a} = \frac{15}{4}50 \tag{8}$$

$$a^5 = (\frac{15}{4}50)^2 \tag{9}$$

$$\tag{10}$$

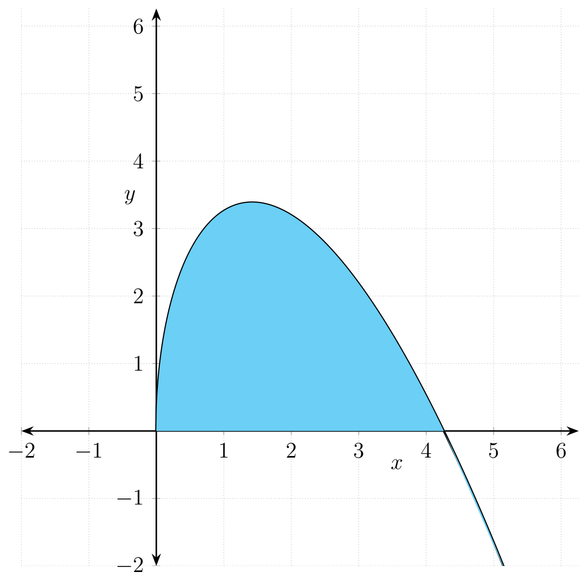
Durch vereinfachen kommt man auf die allgemeine Lösung $\sqrt[5]{\frac{15}{4}a}$, in der man die Fläche A einsetzen kann und somit a ausrechnet.

$$a = \sqrt[5]{\frac{15}{4}50} \tag{1}$$

$$a = 8.112 \tag{2}$$

4 Analysis S.43 Aufgabe 21 mit Parameter A=10

Aufgabe: Der Graph der Funktion $f: y = (a-x)\sqrt{x}, a > 0$, schliesst mit der x-Achse ein Flächenstück vom Inhalt A = 10 ein. Welchen Wert hat a?



Lösung: Die Fläche der Funktion kann mithilfe des Integrals berechnet werden. Die untere Grenze muss 0 sein, aufgrund des Definitionsbereichs der Funktion. Die obere Grenze muss immer a sein, da die Funktion dort die x-Achse schneidet.

$$10 \stackrel{!}{=} \int_0^a (a-x)\sqrt{x}\,dx \tag{1}$$

$$= \int_0^a ax^{1/2} - x^{3/2}\,dx \tag{2}$$

$$= [\frac{2}{3}ax^{3/2} - \frac{2}{5}x^{5/2}]_0^a \tag{3}$$

$$= \frac{2}{3}a^{5/2} - \frac{2}{5}a^{5/2} \tag{4}$$

$$a^{5/2}(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}) = 10 \tag{5}$$

$$a^{5/2} = \frac{15 \cdot 10}{4} \tag{6}$$

$$\sqrt{a}^5 = \frac{15 \cdot 10}{4} \tag{7}$$

$$a^2\sqrt{a} = \frac{15}{4}10 \tag{8}$$

$$a^5 = (\frac{15}{4}10)^2 \tag{9}$$

$$\tag{10}$$

Durch vereinfachen kommt man auf die allgemeine Lösung $\sqrt[5]{\frac{15}{4}a}$, in der man die Fläche A einsetzen kann und somit a ausrechnet.

$$a = \sqrt[5]{\frac{15}{4}10} \tag{1}$$

$$a = 4.261 \tag{2}$$


Word
LaTeX