

# Simulación

## Trabajo Práctico: Modelo y Simulación de Sistemas Continuos

Integrantes: Giungi Agustin, Rojo Jonathan

### Modelo de Lotka-Volterra

El modelo de Lotka-Volterra, también conocido como modelo de depredador-presa, es un sistema de ecuaciones diferenciales utilizado para describir la dinámica de una relación de interacción entre dos especies en un ecosistema, una especie depredadora (el depredador) y una especie presa (la presa). Fue propuesto de forma independiente por Alfred J. Lotka y Vito Volterra en la década de 1920.

Las ecuaciones del modelo de Lotka-Volterra son las siguientes:

$$\begin{aligned}\dot{P}(t) &= r * P(t) - a * P(t) * D(t) \\ \dot{D}(t) &= b * P(t) * D(t) - m * D(t),\end{aligned}$$

donde:

P representa la población de presas.

D representa la población de depredadores.

'r' es la tasa de crecimiento del número de presas en ausencia de depredadores.

'a' es el coeficiente de depredación, es decir, la tasa a la que los depredadores encuentran y cazan a las presas.

'b' es la tasa de crecimiento del número de depredadores en presencia de presas.

'm' es la tasa de mortalidad de los depredadores.

Estas ecuaciones describen cómo las poblaciones de presas y depredadores cambian a lo largo del tiempo. La primera ecuación muestra cómo la población de presas se ve afectada tanto por su propia tasa de crecimiento como por la depredación. La segunda ecuación muestra cómo la población de depredadores depende de la disponibilidad de presas y su propia tasa de mortalidad.

## Método de Euler

Este método consiste en un enfoque numérico utilizado para aproximar soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias. En el contexto de mi simulación, aplicamos este método para estimar cómo evolucionan las poblaciones de presas y depredadores a lo largo del tiempo según el modelo de Lotka-Volterra.

Se basa en la idea de descomponer el dominio de tiempo en intervalos pequeños y calcular los valores aproximados de la solución en cada intervalo. En nuestro caso, dividimos el tiempo en pasos discretos y, en cada uno, utilizamos las ecuaciones del modelo de Lotka-Volterra para calcular los cambios en las poblaciones de presas y depredadores.

Para ello, comenzamos con un conjunto inicial de valores de población y luego utilizamos las ecuaciones del modelo para calcular las tasas de cambio de las poblaciones. Multiplicamos estas tasas por el tamaño del paso de tiempo y las sumamos a los valores anteriores para obtener los nuevos valores aproximados de las poblaciones en el siguiente paso. Repetimos este proceso para cada paso de tiempo hasta alcanzar el tiempo deseado de la simulación.

$$q(t + h) = q(t) + h \frac{dq(t)}{dt}$$

donde:

t = tiempo de simulación

h = tamaño del intervalo

q(t) = valor del paso anterior

dq(t)/dt = ecuación del modelo

## Experimento N° 1

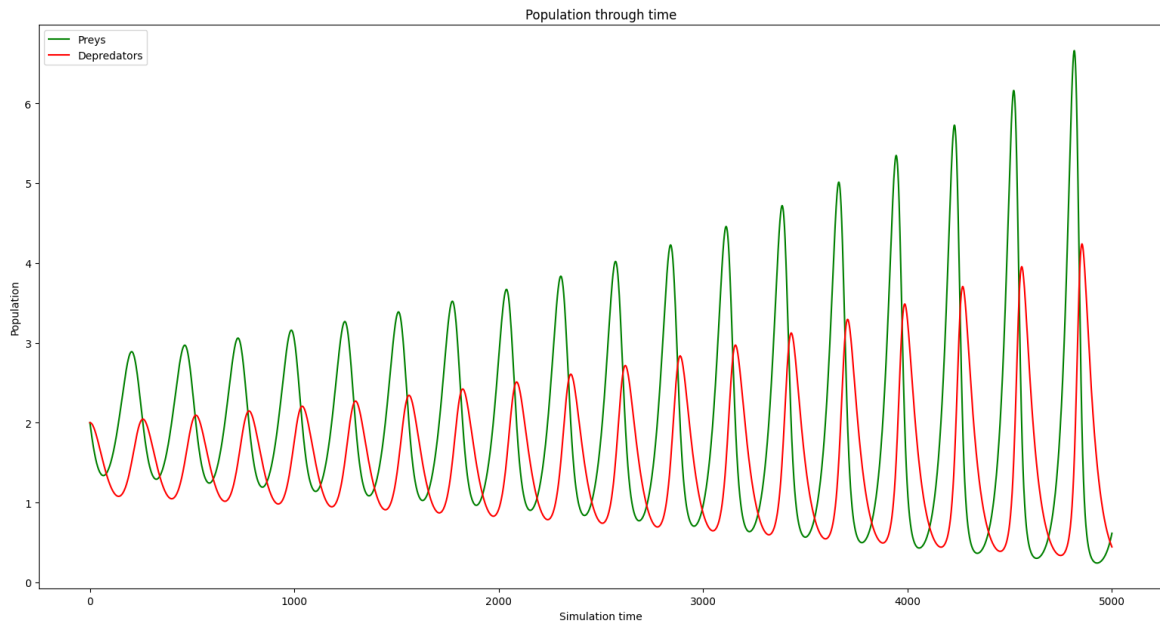
Valores iniciales del modelo:

$r = 3$ ,  $a = 2$ ,  $b = 1$ ,  $m = 2$ ,  $p(0) = 2$ ,  $d(0) = 2$

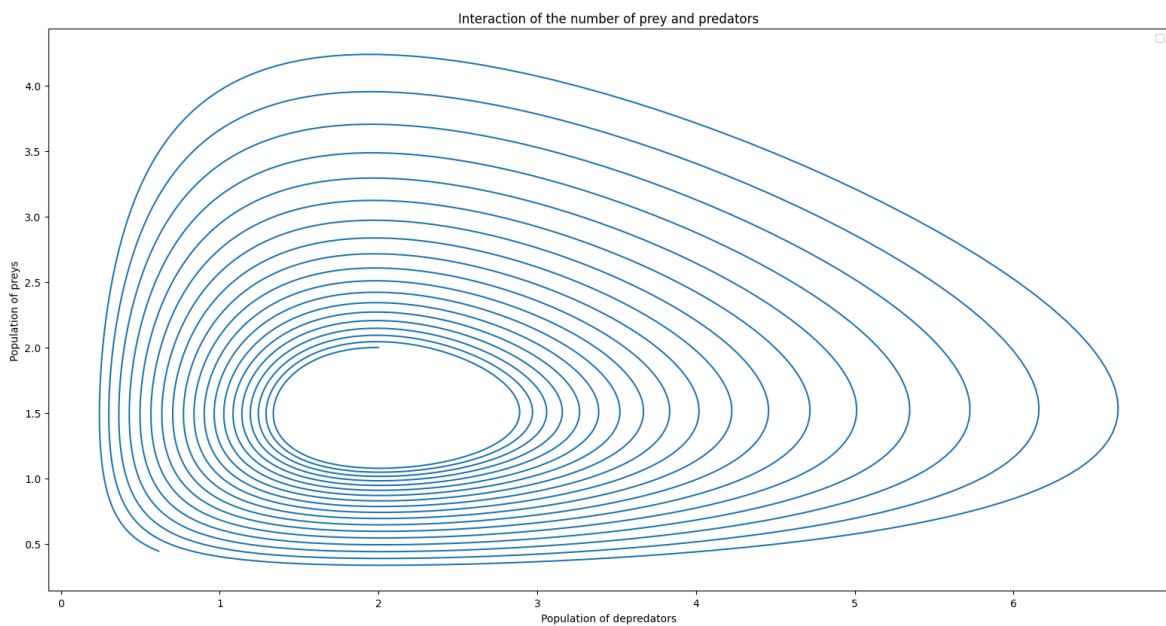
Valores del método:

$h = 0.01$ , intervalo =  $[0, 50]$

Evolución de las presas y los depredadores respectivamente a lo largo del tiempo



Interacción entre las presas y los depredadores a lo largo del tiempo de simulación



Se puede observar un comportamiento equilibrado de las especies las cuales siguen un ciclo de crecimiento y decrecimiento constante

## Experimento N° 2

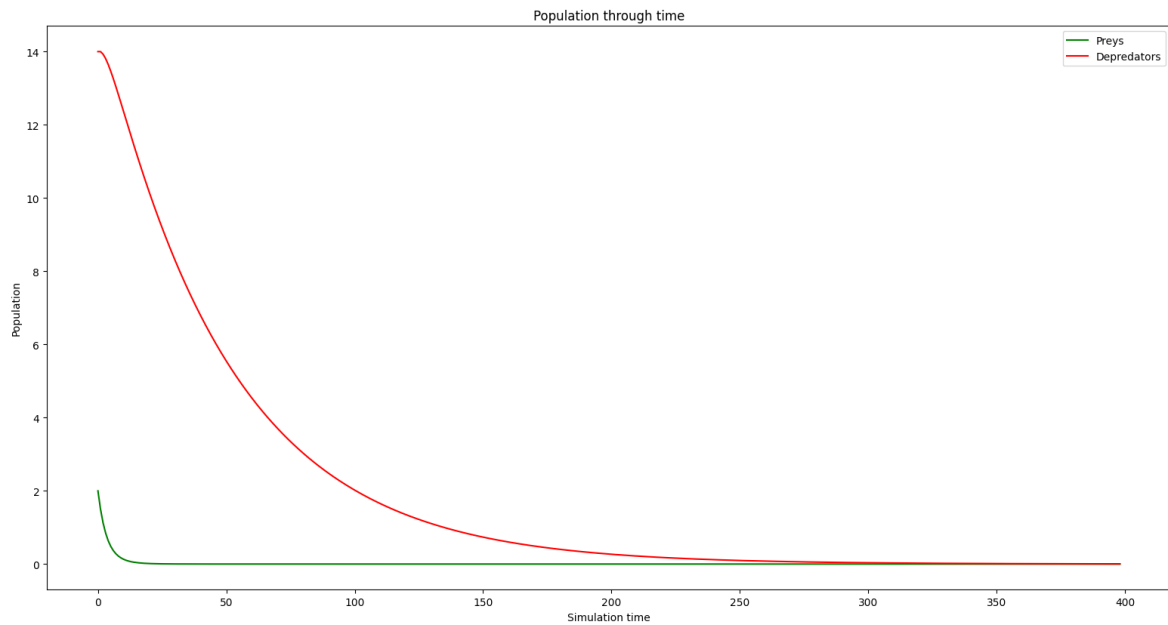
Valores iniciales del modelo:

$r = 3$ ,  $a = 2$ ,  $b = 1$ ,  $m = 2$ ,  $p(0) = 2$ ,  $d(0) = 14$

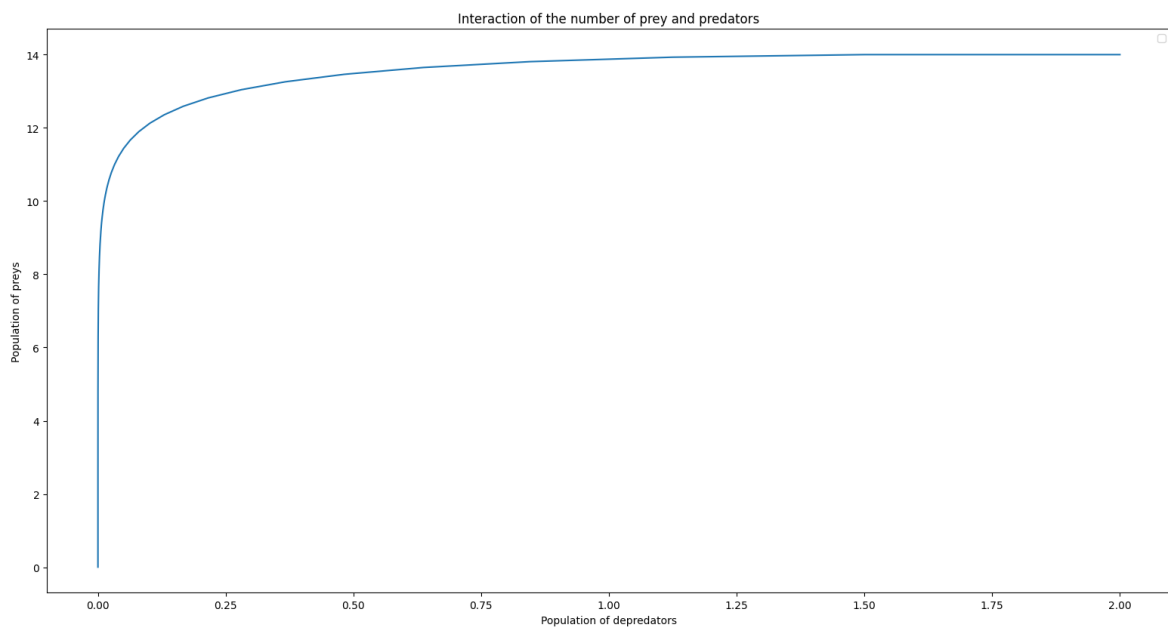
Valores del método:

$h = 0.01$ , intervalo =  $[0, 500]$

Evolución de las presas y los depredadores respectivamente a lo largo del tiempo



Interacción entre las presas y los depredadores a lo largo del tiempo de simulación



En este experimento podemos concluir que si se inicia con una cantidad de depredadores mucho más alta que de presas se observa una rápida extinción de ambas especies.

### Experimento N° 3

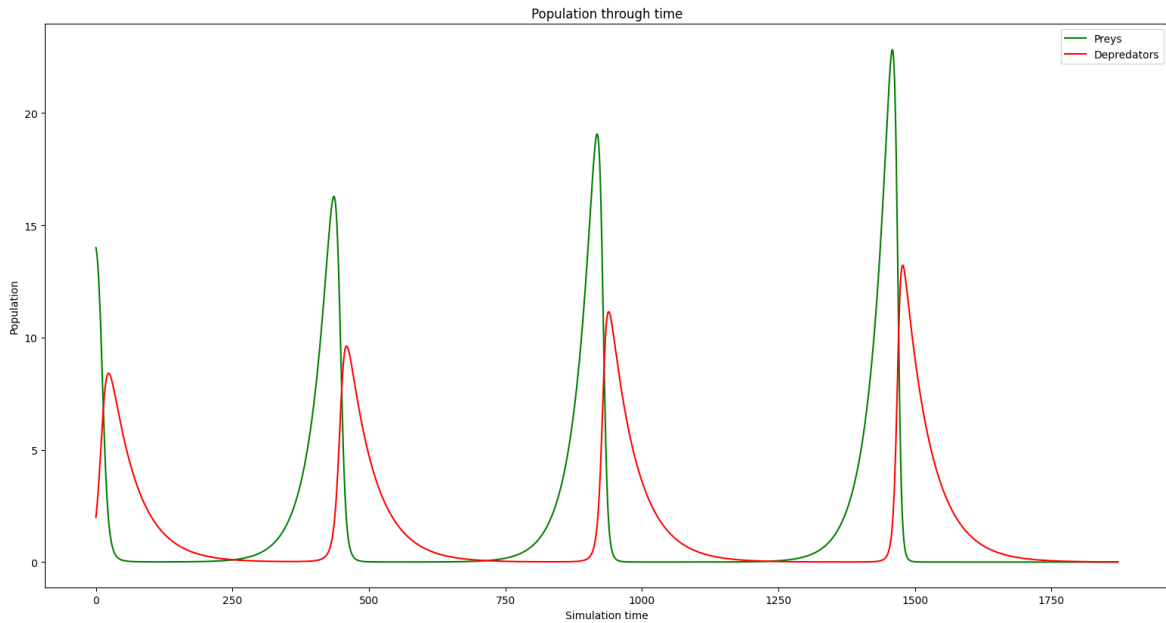
Valores iniciales del modelo:

$r = 3$ ,  $a = 2$ ,  $b = 1$ ,  $m = 2$ ,  $p(0) = 14$ ,  $d(0) = 2$

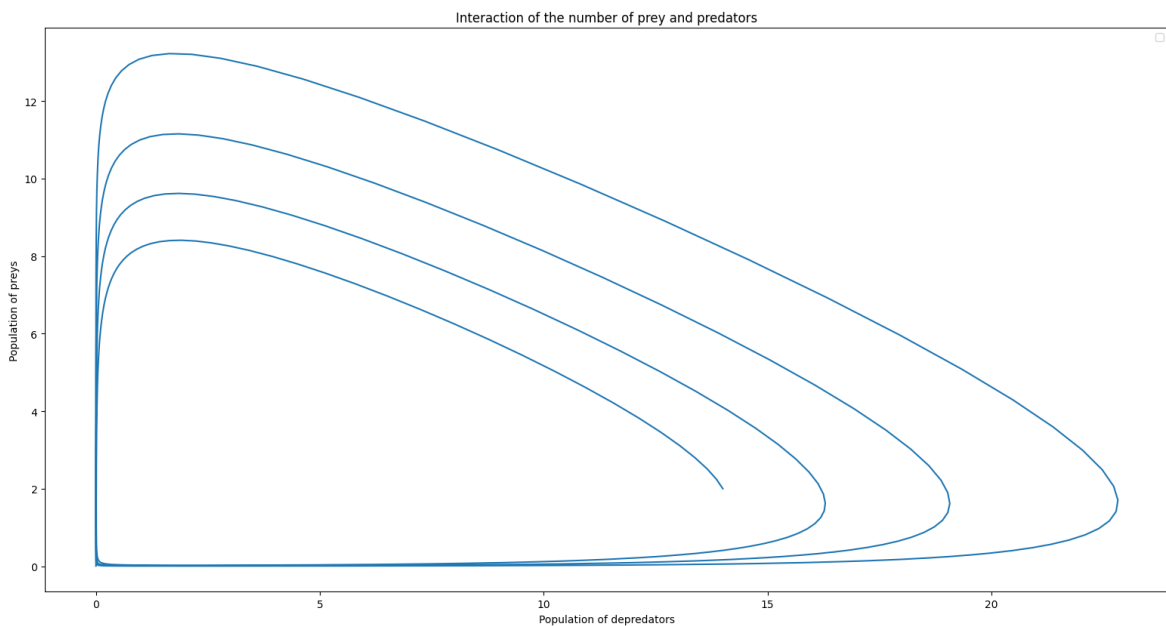
Valores del método:

$h = 0.01$ , intervalo =  $[0, 500]$

Evolución de las presas y los depredadores respectivamente a lo largo del tiempo



Interacción entre las presas y los depredadores a lo largo del tiempo de simulación



En este experimento, iniciando con valores opuestos al anterior, se observa que las presas aumentan más rápidamente su población, pero también lo hacen los depredadores, lo que termina con la vida de ambos

## Experimento N° 4

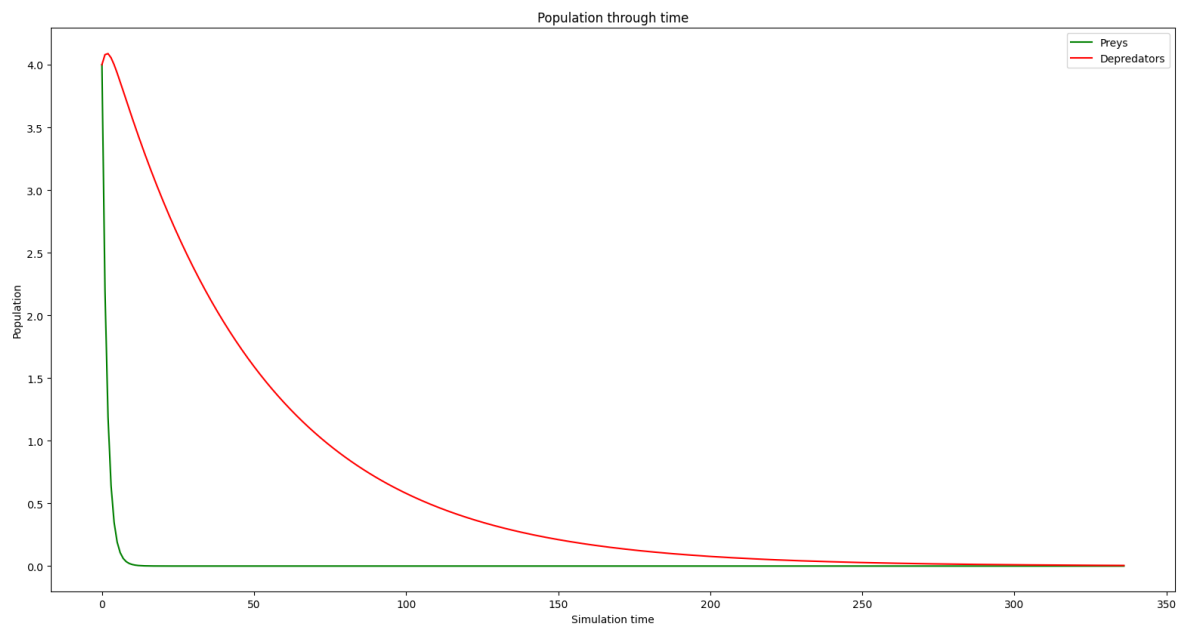
Valores iniciales del modelo:

$r = 3$ ,  $a = 12$ ,  $b = 1$ ,  $m = 2$ ,  $p(0) = 4$ ,  $d(0) = 4$

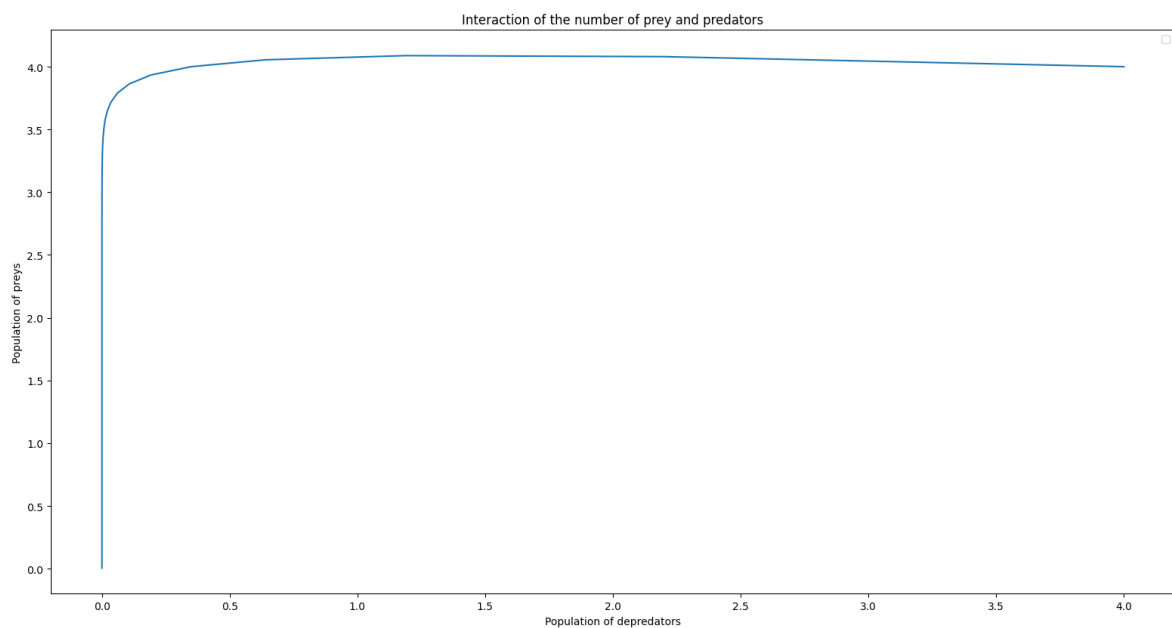
Valores del método:

$h = 0.01$ , intervalo =  $[0, 500]$

Evolución de las presas y los depredadores respectivamente a lo largo del tiempo



Interacción entre las presas y los depredadores a lo largo del tiempo de simulación



En este experimento, con un coeficiente de depredación alto y el mismo número población de ambas especies, se observa una rápida extinción de ambas al morir primero las presas por la alta agresividad de los depredadores y la posterior falta de comida.