Bewertung:

Modellierung 15 Pt	Rastern 10 Pt	Transf. 15 Pt	GPU 5 Pt	Kurven 10 Pt	Beleu. 10 Pt	RT 10 Pt	Summe 75 Pt

Klausur ECG SS 2013

Info

- In dieser Klausur können Sie insgesamt 75 Punkte erreichen. Für eine erfolgreiche Klausur sind mindestens 37 Punkte notwendig. Dafür haben Sie 90 min Zeit.
- Bitte schalten Sie alle elektronischen Geräte aus und verstauen diese in Ihren Taschen.
- Erlaubte Hilfsmittel sind Stifte, Radiergummi, Lineal, Geodreieck und für ausländische Studenten ein Wörterbuch.
- Eigene Blätter sind nicht erlaubt. Zusätzliche leere Blätter sind von den Aufsichtspersonen mit einem Handzeichen zu erfragen.
- Der vorgegebene Platz im Klausurbogen reicht stets für eine vollständige Lösung aus. Nebenrechnungen können Sie auf den zusätzlichen leeren Blättern anfertigen.
- Zum Teil sind die Lösungen in vorhandene Skizzen einzuzeichnen. Falls Sie eine Skizze unwiderruflich falsch ausgefüllt haben, können Sie vom Aufsichtspersonal eine weitere Kopie der Skizze anfordern solange der Vorrat reicht.
- Bitte schreiben Sie Ihre Antworten auf die vorgegebenen Linien. Sollten Sie dennoch Platz für Ihre Lösungen auf weiteren leeren Blättern benötigen, beschriften Sie jedes Blatt unbedingt mit **Name, Matrikel- und Aufgabennummer**.
- Wenn Sie zu einer Aufgabe nicht sofort die Lösung bzw. den Lösungsweg kennen, lösen Sie zuerst die restlichen Aufgaben.

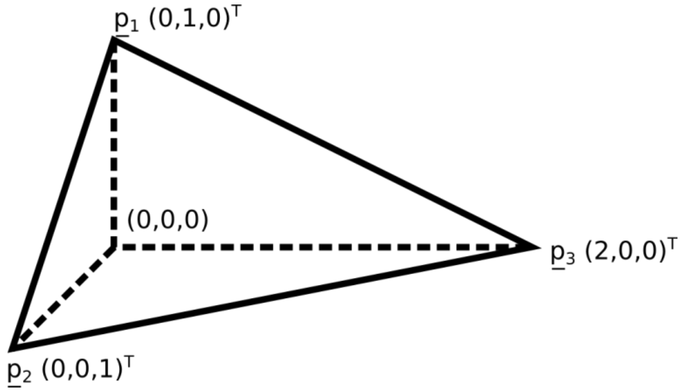
Checkliste

- ☐ Name und Matrikelnummer auf dem Deckblatt eingetragen?
- ☐ Name und Matrikelnummer auf optionalem Skizzenblatt eingetragen?
- ☐ Alle Aufgaben bearbeitet?
- ☐ Nicht gültige Lösungen durchgestrichen?

I Modellierung (15 Pt)

Frage I.1 (2+2+1 = 5 Pt)

Der Koordinatenursprung bildet mit den folgenden Punkten $\underline{p}_1, \underline{p}_2, \underline{p}_3$ einen Tetraeder.



(a) Berechnen Sie mit Hilfe des Spatprodukts das Volumen des Tetraeders!

___

___

(b) Die Normale $\hat{n} = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)^T$ bildet mit dem Fußpunkt $\underline{p}_1$ eine Ebene. Berechnen Sie den Projektionspunkt des Koordinatenursprungs auf diese Ebene!

___

___

___

(c) Geben Sie die Hessesche Normalform der in (b) beschriebenen Ebene an! Setzen Sie alle Kenngrößen der Ebene ein (gegebenenfalls ausrechnen)!

___

___

___

Frage I.2 (1 Pt)

Gegeben sei ein nicht ebenes Polygon mit den Eckpunkten $\underline{p}_0$, $\underline{p}_1$, $\underline{p}_2$, $\underline{p}_3$ und $\underline{p}_4$ im 3D. Geben sie eine Formel zur approximativen Berechnung der Polygonnormalen an.

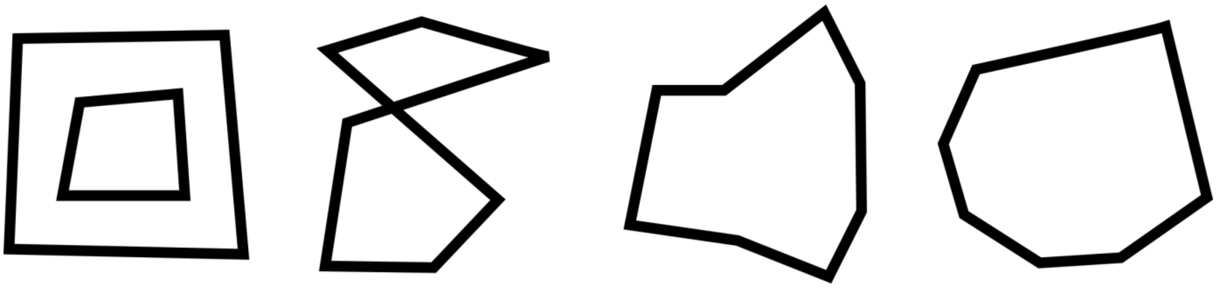
___

___

___

Frage I.3 (2 Pt)

Ordnen Sie jedem der folgenden Polygone alle zutreffenden Eigenschaften von *konvex*, *konkav*, *einfach* und *allgemein* zu!



Frage I.4 (2 Pt)

Setzen sie aus den gegebenen Pseudocodebausteinen eine rekursive Funktion zusammen, die die Knoten in einem gegebenen Binärbaum nach dem Prinzip der Tiefensuche traversiert. Die Abbildung neben den Codebausteinen zeigt die Reihenfolge, in der die Knoten mit dem Baustein „BESUCHE KNOTEN" besucht werden sollen. Tragen sie in den genutzten Bausteinen die fehlenden Variablen ein.

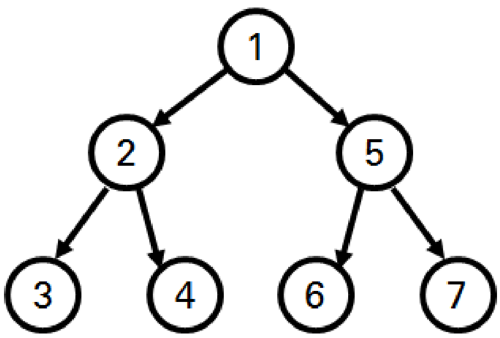
RECURSIVE DEPTH FIRST (knoten)

{

}

Folgende Bausteine stehen ihnen zur Verfügung:

- BESUCHE KNOTEN
- RECURSIVE DEPTH FIRST (__)
- RECURSIVE DEPTH FIRST (__)
- LINKES KIND VON __
- RECHTES KIND VON __
- WENN __ IST BLATT RETURN



Frage I.5 (3 Pt)

Die Funktion $f(x,y,z) = (\mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 + \mathrm{z}^2 + 2\mathrm{xy} + 4\mathrm{xz} - 1)$ beschreibt mit ihren Nullstellen eine Oberfläche. Berechnen sie die Normale an dem Oberflächenpunkt $(1,0,0)^T$. Vergessen sie nicht den Vektor am Ende zu normieren.

Frage 1.6 (3 Pt)

Der Marching Squares Algorithmus besteht aus drei Schleifen. Füllen sie die Leerstellen aus und beschreiben sie grob was in jeder der Schleifen geschieht.

FÜR ALLE GITTERKNOTEN:

FÜR ALLE GITTERKANTEN:

FÜR ALLE GITTERZELLEN

II Rasterisierung (10 Pt)

Frage II.1 (2 Pt)

Geben Sie Pseudo-Code für einen rekursiven Floodfill-Algorithmus an, der eine 4er-Pixelnachbarschaft verwendet und mit Bildrändern umgehen kann!

Frage II.2 (2 Pt)

Bei rekursiven Füllalgorithmen besteht im Allgemeinen die Gefahr eines Puffer-Überlaufs. Beschreiben Sie eine Möglichkeit, einen solchen zu vermeiden!

Frage II.3 (1+1 + 2+2 = 6 Pt)

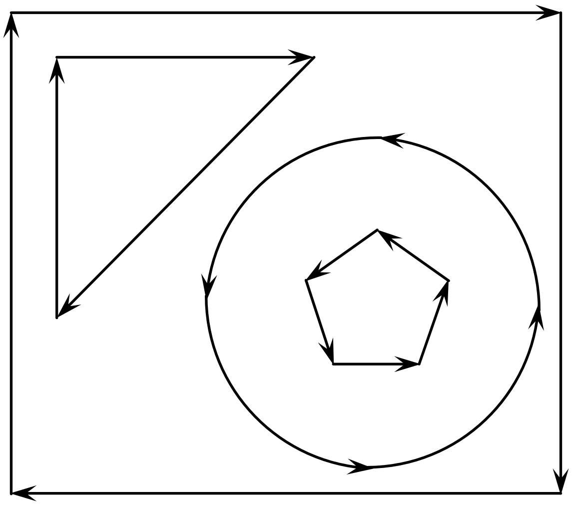
Schraffieren Sie die Bereiche in der gegebenen Polygonmenge, welche

(a) nach der Non-Zero-Regel sowie

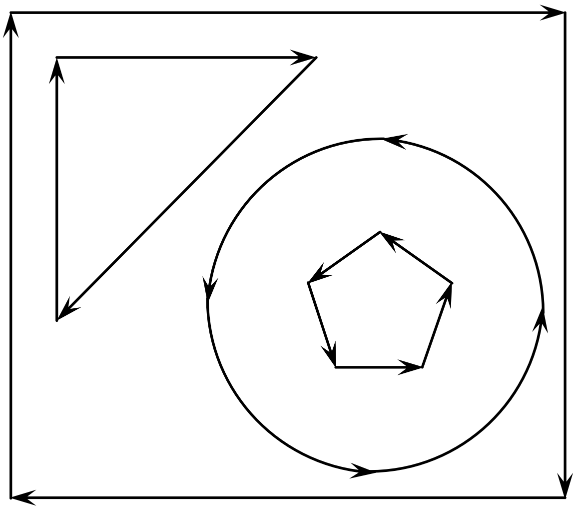
(b) nach der Even-Odd-Regel

als innen deklariert werden!

(a)



(b)



Erklären Sie grob das Vorgehen der beiden Verfahren!

____

____

____

____

____

____

____

____

____

III Transformationen (15 Pt)

Frage III.1 (5 Pt)

Es ist eine verkettete Modelltransformation zu berechnen.

a) Es ist eine Translation durchzuführen. Stellen Sie dazu die homogene Transformationsmatrix $\widetilde{\boldsymbol{M}}_T$ auf, die die Translation mit dem Vektor $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ enthält.

$$\widetilde{\boldsymbol{M}}_T =$$

b) Im 2. Schritt ist eine homogene Transformationsmatrix $\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Rz}$ (90°) aufzustellen. Es gilt $\boldsymbol{R}_z(\propto) = \begin{pmatrix}\cos\propto & -\sin\propto & 0\\ \sin\propto & \cos\propto & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

$$\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Rz} =$$

Aus a) und b) ist die Gesamttransformationsmatrix $\widetilde{\boldsymbol{M}}_G$ zu berechnen, welche auf ein Objekt angewendet zuerst die Translation und dann die Rotation durchführt. Bei der Verkettung von Modelltransformationen über Matrixmultiplikation multipliziert man die zweite Transformationsmatrix von rechts an die erste.

$$\widetilde{\boldsymbol{M}}_G =$$

Frage III.2 (2+2+1=5 Pt)

Transformieren Sie Punkte und Vektoren. Gegeben ist folgende homogene 4x4-Matrix:

$$\widetilde{\boldsymbol{M}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

und die drei Punkte $\underline{\boldsymbol{p}}_1 = (1 \quad 0 \quad 2)^T$, $\underline{\boldsymbol{p}}_2 = (1 \quad 2 \quad 2)^T$ und $\underline{\boldsymbol{p}}_3 = (1 \quad -4 \quad 3)^T$.

a) Transformieren Sie den 3D-Punkt $\underline{\boldsymbol{p}}_2$ mit Transformationsmatrix $\widetilde{\boldsymbol{M}}$.

$$\underline{\boldsymbol{p}}_{2T} =$$

b) Das Dreieck $\overline{\underline{\boldsymbol{p}}_1\underline{\boldsymbol{p}}_2\underline{\boldsymbol{p}}_3}$ besitzt den Normalenvektor $\hat{\boldsymbol{n}} = (1 \quad 0 \quad 0)^T$. Transformieren Sie diesen Normalenvektor mit der Matrix $\widetilde{\boldsymbol{M}}$:

$$\hat{\boldsymbol{n}}_T =$$

c) In der 3D Computergraphik werden oft mehrere Matrizen genutzt. OpenGL nutzt beispielsweise die ModelView-Matrix und die Projection-Matrix. Nennen Sie einen Grund im Kontext von Normalenvektoren warum diese Trennung sinnvoll ist:

____

____

____

Frage III.3 (1+1=2 Pt)

Was ist ein Fluchtpunkt?

____

____

Definieren Sie den Begriff Hauptfluchtpunkt.

____

____

Frage III.4 (3 Pt)

Schreiben Sie unter die folgenden homogenen 3x3-Matrizen welche Art der Transformation sie repräsentieren und geben Sie dazu die Erhaltungsgrößen mit **ja/nein** an.

$$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Art der Transformation			
Längen			
Winkel			
Flächen			

IV Graphikprogrammierung (5 Pt)

Frage IV.1 (1+1= 2 Pt)

Erklären Sie die Funktionsweise des Tripel-Buffers. Welche Probleme können mit dem Tripel-Buffer vermieden werden.

____

____

____

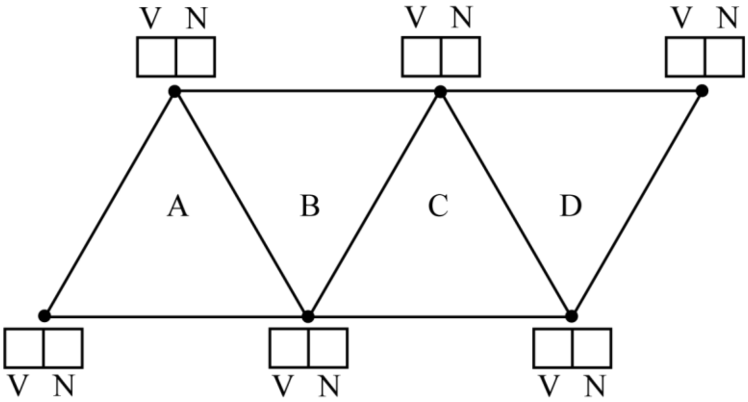
____

____

____

Frage IV.2 (2 Pt)

Die Abbildung zeigt ein aufgefaltetes Tetraeder, das mit Hilfe eines Dreieckssreifens (GL_TRIANGLE_STRIP) gezeichnet werden soll. Tragen Sie in die mit V markierten Kästchen die Knotenindices des Tetraders (0 bis 3) ein, die für die Darstellung mit Hilfe eines Dreiecksstreifens benötigt werden. Tragen Sie in die mit N markierten Kästchen einen Dreiecksbuchstaben (A-D) ein, falls die Vertexdaten beim Flat-Shading für die Definition der Dreiecksnormalen verwendet werden.



Frage IV.3 (1 Pt)

Was versteht man unter dem Begriff Clipping.

____

____

____

V Kurven (10 Pt)

Frage V.1 (2 Pt)

Für welche der folgenden Kurven kann man die Endtangenten explizit oder über das Kontrolpolygon vorgeben?

Bezier-Kurve ☐ Ja ☐ Nein	Lagrange-Kurve ☐ Ja ☐ Nein	Hermite-Spline ☐ Ja ☐ Nein	B-Spline ☐ Ja ☐ Nein

Frage V.2 (2 Pt)

Gegeben ist $K = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ als Koeffizientenmatrix für die Monombasis einer Kurve $c(t)$ in $\mathbb{R}^2$ (ein Punkt pro Spalte). Geben Sie den Kurvenpunkt für den Laufparameterwert $t = 0.5$ an.

____

____

Frage V.3 (1 Pt)

Wie lautet die Beziérbasis vom Grad g=1?

____

Frage V.4 (1 Pt)

Bestimmen Sie die Basistransformationsmatrix $A_{B \leftarrow M}$ von der Monombasis zur Bezierbasis für Grad g=1?

____

____

Frage V.5 (1 Pt)

Wie lautet die Transformationsmatrix für den Koeffizientenvektor $T_{B \leftarrow M}$ für den Grad g=1? Falls Sie **V.4** nicht gelöst haben, geben Sie die notwendige Formel an.

(Hilfestellung: $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$)

____

____

Frage V.6 (3 Pt)

Wie lauten die zu $K = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ aus Frage **V.1** gehörigen Beziérkontrollpunkte? Nutzen Sie hierfür das Ergebnis der vorherigen Aufgabe und achten Sie darauf, dass $T_{B \leftarrow M}$ Vektoren der x-Komponenten bzw. der y-Komponenten der Kontrollpunkte transformiert. Zeichnen Sie die Beziérpunkte in das gegebene Koordinatensystem und skizzieren Sie $c(t)$ im Bereich t=[0;1].

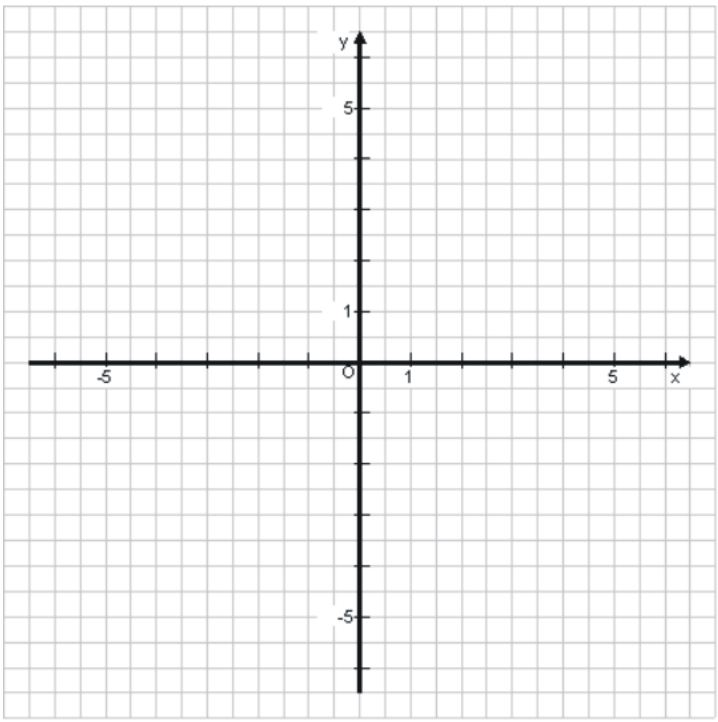
Falls Sie **V.5** nicht gelöst haben, nutzen Sie die Matrix $T_{B \leftarrow M} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

____

____

____

____



VI Beleuchtung (10 Pt)

Frage VI.1 (1,5+1+1,5=4 Pt)

a) b) c) d)

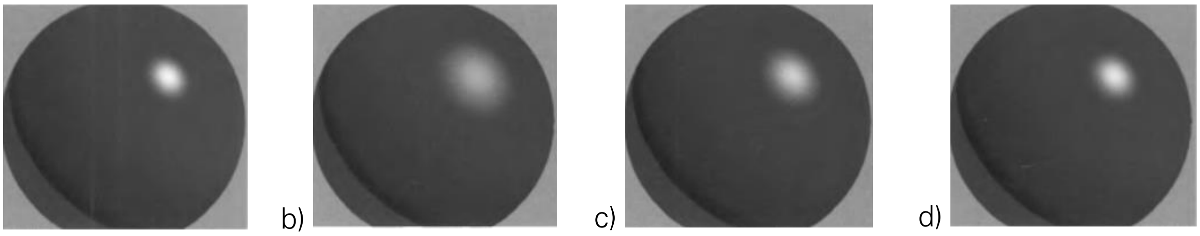


Abbildung VI.1

Abbildung VI.1a-d zeigt ein und dieselbe Szene einer Kugel, welche mittels Phong-Modell beleuchtet ist.

a) Geben Sie den lokal spekularen Term der BRDF Gleichung für das lokale *Phong*-Beleuchtungsmodell an (Formel, ohne $\ddot{r}_{diffuse}$):

____

b) Geben Sie die Reihenfolge der Abbildungen für steigenden Exponenten an (z.B.a,b,c,d):

____

c) Was unterscheidet das Phong-Modell vom Blinn-Phong Modell (kurz)?

____

____

____

Frage VI.2 (1.5+0.5=2 Pt)

a) Wie lautet das Gesetzt, welches den in Abbildung *VI.2* gezeigten Effekt beschreibt (Name, Formel)?

____

____

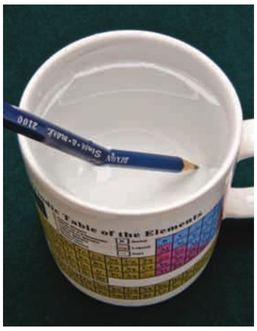


Abbildung *VI.2*

b) Ein Diamant ($\theta_D \approx 2.42$) ist vollständig von Eis ($\theta_E \approx 1.31$) umhüllt. Ist es möglich, dass ein Lichtstrahl im Inneren des Diamanten Totalreflexion erfährt (ja/nein)?

____

Frage VI.3 (2+2=4 Pt)

a) Zeigen Sie mithilfe einer Skizze, wie weiche Schatten entstehen, markieren und beschriften Sie entsprechende Regionen!

b) Nennen Sie drei verschiedene Typen von Lichtquellen und geben Sie an welche davon in OpenGL 1.0 unterstützt werden!

____

____

VII Raytracing (10 Pt)

Frage VII.1 (2,5 Pt)

Gegeben sei ein Strahl $\underline{\boldsymbol{x}}(t) = \underline{\boldsymbol{o}} + t\vec{\boldsymbol{d}}$ mit dem Ursprungspunkt $\underline{\boldsymbol{o}} = (4,3,2)^T$ und dem Richtungsvektor $\vec{\boldsymbol{d}} = (-2,-1,-1)$ sowie eine Ebene $x + 10y + 2z - 10 = 0$.Berechnen Sie den Schnittpunkt zwischen Strahl und Ebene.

____

____

____

____

____

Frage VII.2 (1,5 Pt)

Nennen Sie drei Effekte, die mittels Distribution Raytracing zum Standard-Raytracing hinzugefügt werden können?

____

Frage VII.3 (3 Pt)

Warum kommen beim Raytracing meist zwei unterschiedliche Schnitttests pro Primitiv zum Einsatz. Warum kann der eine Schnitttest oft schneller berechnet werden als der andere?

Frage VII.4 (2 Pt)

Warum ist die korrekte Schattenberechnung bei refraktierenden Objekte meist so kompliziert? Erklären Sie anhand eines Beispiels.

Frage VII.5 (1 Pt)

Schauen Sie sich die zwei Raytracing-Bilder an und geben Sie die Rekursionstiefe an mit denen sie erzeugt worden sind. Rekursionstiefe 0 entspricht dabei den Primärstrahlen.