

Data: 18 novembro de 2023

Duração: 2 horas

Nome: _____

Número: _____

Instruções:

- As questões devem ser respondidas em folha de teste da ESTSetúbal (não se aceitam questões escritas a lápis) e os cálculos devem ser entregues num script do R (ficheiro com extensão .R) que deve ser entregue via Moodle.
- Na folha de teste, questões diferentes devem ser respondidas em páginas diferentes. Coloque o seu nome e número em todas as folhas de teste e no enunciado.
- Não é permitido partilhar ficheiros durante a prova nem utilizar o email ou outras formas de comunicação.
- Só é permitido aceder ao Moodle no início do teste para obter os dados e no fim do teste para enviar o script (ficheiro com extensão .R).
- Durante o teste o seu computador deverá estar sempre no R ou RStudio, não é permitido aceder a outros programas.
- É permitida a consulta do caderno/apontamentos e dos slides das aulas em versão papel.
- O abandono da sala só poderá efetuar-se decorridos 60 minutos a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- **Justifique convenientemente todas as respostas na folha de teste da ESTSetúbal** e recorra ao software R apenas para efetuar os cálculos necessários.

Questões:

1. A distonia cervical, também chamada de torcicolo espasmódico, é uma condição dolorosa na qual os músculos do pescoço contraem-se involuntariamente, fazendo com que a cabeça torça ou vire para o lado, também pode fazer com que a cabeça se incline incontrolavelmente para frente ou para trás. Para comparar tratamentos, foram selecionados aleatoriamente pacientes e foram formados 3 grupos aos quais foi injetado no músculo afetado 5 000 unidades de toxina botulínica B, 10 000 unidades de toxina botulínica B ou um placebo. Para analisar os resultados obtidos aceda ao ficheiro "distonia.txt", que se encontra no Moodle, e tem os seguintes campos:
 - id = identificação do paciente
 - treat = tipo de tratamento atribuído ao paciente (1= placebo, 2 = 5 000 unidades de botox B, 3 = 10 000 unidades de botox B)
 - age = idade do paciente, em anos
 - sex = género do paciente (1 = Feminino, 2 = Masculino)
 - twstrs = pontuação atribuída aos sintomas para medir a gravidade, a dor e a incapacidade da distonia cervical (pontuações mais altas significam mais sintomas)
- [1.0] (a) Identifique a Amostra indicando a sua dimensão, a unidade estatística e as variáveis estatísticas, classificando-as.
- [1.5] (b) Considera-se que a distonia cervical ocorre com mais frequência nas mulheres do que nos homens. Fazendo uma análise descritiva, com base em tabelas de frequências completas e em medidas adequadas, diga, justificando, se concorda com esta afirmação.
- [1.5] (c) A distonia cervical é um distúrbio raro que pode ocorrer em qualquer idade, sendo no entanto mais frequente em pessoas com idade no intervalo [45, 60[. Recorrendo a um histograma verifique se a afirmação é verdadeira.

- [1.5] (d) Com base no diagrama de extremos e quartis, compare por tipo de tratamento a pontuação atribuída aos sintomas. Comente os resultados obtidos.
- [1.5] (e) Devido à forma como se distribuem as idades dos pacientes considera-se que esses dados poderiam ser modelados por uma distribuição semelhante ao gráfico da função densidade de probabilidade da distribuição Normal. Recorrendo a medidas de localização adequadas diga, justificando, se concorda com esta afirmação.

2. A crescente prevalência da dor na região do pescoço entre as pessoas tem motivado um projeto de pesquisa com o objetivo de desenvolver uma nova prótese de disco cervical. No âmbito desse projeto, sabe-se que o número de próteses defeituosas produzidas por uma máquina em período experimental é uma variável aleatória discreta, X , com a seguinte função de distribuição:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 1 \\ 0.10 & , 1 \leq x < 2 \\ 0.40 & , 2 \leq x < 3 \\ 0.70 & , 3 \leq x < 4 \\ 0.90 & , 4 \leq x < 5 \\ 1 & , x \geq 5 \end{cases}$$

- [1.0] (a) Calcule a função de probabilidade da variável aleatória X .
- [1.5] (b) Sabendo que não foram produzidas mais de quatro próteses defeituosas, qual a probabilidade de terem sido produzidas pelo menos duas próteses defeituosas?
- [1.5] (c) Calcule $V\left[\frac{7-2X}{3}\right]$.
- [1.5] (d) O tempo, em minutos, que uma destas próteses demora a ser fabricada, é uma variável aleatória Y com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{40} - \frac{y}{3200} & , 0 \leq y \leq 80 \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases}$$

Qual a probabilidade de uma prótese demorar mais de uma hora a ser fabricada?

3. No projeto de investigação pretende-se avaliar a resistência de um novo material utilizado nas próteses de disco cervical. Sabe-se que o número de falhas numa prótese de disco cervical com este novo material é uma variável aleatória com distribuição de Poisson de média 2 falhas por ano.

- [1.5] (a) Foi colocada uma prótese de disco cervical num paciente. Qual a probabilidade de ocorrerem três falhas em 5 anos?
- [1.5] (b) Sabendo que a segunda falha numa prótese ocorreu há pelo menos 4 meses, calcule a probabilidade do tempo entre a segunda e terceira falhas ser superior a 6 meses?
- (c) Os resultados experimentais indicam que a resistência das próteses produzidas pelo material A segue uma distribuição normal com uma média de 300 MPa (megapascals) e um desvio padrão de 20 MPa.
- [2.0] i. Sabe-se que a prótese pode sofrer fratura prematura se a resistência for inferior a 280 MPa. Qual é a probabilidade de, num grupo de 7 próteses produzidas pelo material A, encontrar pelo menos uma prótese que sofra fratura prematura?
- [1.0] ii. O engenheiro que trabalha neste projeto deseja garantir que 5% das próteses produzidas com o material A tenham uma resistência inferior a um determinado valor. Qual é esse valor?
- [1.5] iii. Sabe-se que a resistência das próteses produzidas com um material B também segue um comportamento normal com média 290 MPa. Sabendo que 80% das próteses produzidas com o material B apresentam uma resistência superior a 250 MPa, qual o desvio padrão da resistência das próteses produzidas com o material B?