

Data: 14 de fevereiro de 2024

Duração: 2 horas

Nome: _____

Número: _____

Instruções:

- As questões devem ser respondidas em folha de teste da ESTSetúbal (não se aceitam questões escritas a lápis) e os cálculos devem ser entregues num script do R (ficheiro com extensão .R) que deve ser entregue via Moodle.
- Na folha de teste, questões diferentes devem ser respondidas em páginas diferentes. Coloque o seu nome e número em todas as folhas de teste e no enunciado.
- Não é permitido partilhar ficheiros durante a prova nem utilizar o email ou outras formas de comunicação.
- Só é permitido aceder ao Moodle no início do teste para obter os dados e no fim do teste para enviar o script (ficheiro com extensão .R).
- Durante o teste o seu computador deverá estar sempre no R ou RStudio, não é permitido aceder a outros programas.
- É permitida a consulta do caderno/apontamentos e dos slides das aulas em versão papel.
- O abandono da sala só poderá efetuar-se decorridos 60 minutos a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- **Justifique convenientemente todas as respostas na folha de teste da ESTSetúbal** e recorra ao software R apenas para efetuar os cálculos necessários.

Questões:

1. Uma empresa envolvida no desenvolvimento de próteses de membros inferiores pretende personalizar soluções e contribuir significativamente para a melhoria da qualidade de vida de indivíduos amputados. Para tal pretende explorar fatores biomédicos e robóticos que possam influenciar o desempenho e a satisfação dos utilizadores de próteses de membros inferiores. Para atingir este objetivo recolheu uma amostra de alguns pacientes amputados que utilizam próteses de membros inferiores, cuja informação foi colocada no ficheiro "ProtesesMI.T1.txt" que se encontra no Moodle, e tem os seguintes campos:
 - paciente = código de identificação do paciente
 - idade = Idade do paciente (em anos)
 - protese = Tipo de prótese utilizada (1 = Robótica, 2 = Mecânica, 3 = Híbrida)
 - tempo = Tempo de uso da prótese (em meses)
 - satisfacao = Grau de satisfação com a prótese (valores de 1 a 5, onde 1 indica totalmente insatisfeito e 5 totalmente satisfeito)
- [1.0] (a) Identifique a Amostra indicando a sua dimensão, a unidade estatística e as variáveis estatísticas, classificando-as.
- [1.5] (b) Construa a tabela de frequências completa do grau de satisfação dos pacientes com a prótese.
- [0.5] (c) Sabe-se que 30% dos paciente indicam um grau de satisfação no máximo, igual a um determinado valor. Qual é esse valor?
- [1.5] (d) Represente graficamente o tempo de uso da prótese pelos pacientes. Caso considere necessário construir classes, recorra à regra de Sturges e considere classes fechadas à esquerda e abertas à direita.

- [1.5] (e) Com base no diagrama de extremos e quartis, compare a idade dos pacientes por tipo de prótese. Comente os resultados obtidos.
- [1.5] (f) Qual o conjunto de dados que apresenta maior dispersão, a idade dos pacientes ou o tempo de uso das próteses? Justifique a sua resposta.

2. O número de produtos produzidos, por semana, numa dada empresa é uma variável aleatória X com a seguinte função de probabilidade:

x	1	3	4	5	7
$f(x)$	a	0.1	0.2	0.2	b

Sabe-se que, em média, são produzidos 5 produtos por semana.

- [1.5] (a) Determine, justificando, os valores de a e b .
- [1.5] (b) Suponha $a = 0.1$ e $b = 0.4$. Calcule $V\left[\frac{1-2X}{3}\right]$.
- [1.5] (c) A duração, em centenas de horas, de um dos componentes eletrónicos produzidos por esta empresa é uma variável aleatória Y com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(y) = \begin{cases} 2y^{-3} & , y > 1 \\ 0 & , y \leq 1 \end{cases}$$

Suponha que esta empresa produz 10000 componentes eletrónicos por semana. Destes componentes, quantos espera que possuam uma duração superior a 250 horas?

3. Numa aldeia A existe apenas uma farmácia onde é vendido um determinado medicamento de consumo pouco frequente. O reabastecimento, feito com periodicidade fixa mensal, é de 5 unidades. Uma vez esgotado o *stock* mensal, um doente que procure o referido medicamento terá de se deslocar à farmácia da aldeia B, até novo abastecimento da farmácia da aldeia A. Estudos realizados revelam que a procura mensal do referido medicamento é um variável aleatória de Poisson de média 2 medicamentos por mês.
- [1.5] (a) Qual a probabilidade de, num determinado mês, haver moradores da aldeia A que se tenham de deslocar à farmácia da aldeia B para adquirir o referido medicamento?
- [1.5] (b) Qual deveria ser o stock inicial mínimo que a farmácia A deveria adquirir em cada mês de forma a que a probabilidade de rutura fosse inferior a 1%?

4. Numa refinaria de açúcar existem 2 tipos de máquinas, M_1 e M_2 , que se destinam a embalar pacotinhos de açúcar. Qualquer pacotinho é considerado defeituoso se a sua quantidade de açúcar for inferior a 5 gramas ou superior a 8 gramas.

- (a) A quantidade de açúcar contida num pacotinho embalado por M_1 é uma variável aleatória X normalmente distribuída, de valor médio 7 gramas e desvio padrão 2 gramas.

[1.5] i. Calcule $P(4 \leq X \leq 8 | X \geq 5)$.

- [2.0] ii. Após saírem das máquinas de embalar, os pacotinhos são metidos em caixas, contendo cada caixa 25 pacotinhos embalados pela mesma máquina. Qual a probabilidade de pelo menos 10 dos pacotinhos, de uma caixa embalada por M_1 , serem defeituosos?

- [1.5] (b) A quantidade de açúcar contida num pacotinho embalado por M_2 é uma variável aleatória Y normalmente distribuída, de valor médio μ_2 gramas e desvio padrão 1.1 gramas. Calcule μ_2 sabendo que 55% dos pacotinhos embalados por M_2 têm uma quantidade de açúcar superior a 6 gramas.

Fim do Teste