Licenciatura em Engenharia Informática

Métodos Estatísticos

Exercícios

Distribuições Teóricas

Departamento de Matemática

TECNOLOGIA SETÚBAL
ESCOLA SUPERIOR
POLITÉCNICO SETÚBAL

2 Distribuições Teóricas

Exercício 2.1 O número de filhos com menos de 18 anos de idade em famílias num determinado país é uma variável aleatória X, cuja função de probabilidade é dada pela seguinte tabela:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.42	0.24	0.19	a	0.05

1. Calcule, justificando, o valor de a.
2. Calcule a probabilidade de uma família escolhida ao acaso ter:
   (a) três filhos com menos de 18 anos;
   (b) no máximo um filho com menos de 18 anos;
   (c) mais de três filhos com menos de 18 anos;
   (d) ter mais de dois filhos com menos de 18 anos sabendo que tem filhos com menos de 18 anos.
3. Numa dada família, qual o número esperado de filhos com menos de 18 anos? E a variância?
4. Calcule a função de distribuição e volte a calcular as probabilidades da alínea 2. com essa função.

Exercício 2.2 O número de carros vendidos semanalmente num stand é uma variável aleatória X com a seguinte função de probabilidade

x	1	2	3	4
$f(x)$	c	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{3}$	$\frac{c}{4}$

1. Calcule, justificando, o valor de c.
2. Determine a função de distribuição de X.
3. Calcule a probabilidade do número de carros vendidos não chegar a 4, sabendo que este valor é superior a 1.
4. Se os custos fixos semanais são de 30 unidades monetárias (u.m.) quando são vendidos 2 ou menos carros e 15 u.m. quando se vende mais de 2 carros e, além disso, cada carro é vendido a 35 u.m., determine a função de distribuição da receita líquida semanal.

Exercício 2.3 Uma empresa dedica-se à venda de artigos elétricos. As vendas diárias de gravadores (em unidades) são representadas por uma variável aleatória X com a seguinte função de probabilidade

$$f(x) = \begin{cases} k(x+1) & , \ x = 0,1,2,3,4 \\ 0 & , \ \text{caso contrário} \end{cases} .$$

1. Determine o valor de k. Justifique a sua resposta.
2. Calcule a função de distribuição da variável aleatória X.

3. Calcule a probabilidade das vendas serem exatamente iguais a 3 gravadores, num dia em que estas foram pelo menos 2.

Exercício 2.4 Dado o quadro seguinte

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$

1. Mostre que f representa a função de probabilidade de uma variável aleatória X.
2. Determine a função de distribuição da variável aleatória X.
3. Calcule $P(0 \leq X < 2)$.
4. Calcule $E[X]$, $E[X+2]$ e $E[-X+2]$.
5. Calcule $V[X]$, $V[2X+1]$ e $V[-2X+1]$.

Exercício 2.5 Seja X uma variável aleatória discreta com a seguinte função de probabilidade:

x	$1-2k$	$k-1$	k	$2k$
$f(x)$	p	$3p$	p	p

1. Sabendo que $E[X] = \frac{1}{3}$, calcule os valores de p e k.
2. Calcule $V[X]$.
3. Calcule $E[3X+5]$, $V[3X+5]$, $E[1-2X]$ e $V[1-2X]$.

Exercício 2.6 Seja X uma variável aleatória discreta com a função de distribuição dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ \frac{1}{8} & , \quad 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & , \quad 1 \leq x < 2 \\ \frac{7}{8} & , \quad 2 \leq x < 3 \\ 1 & , \quad x \geq 3 \end{cases} .$$

1. Calcule a função de probabilidade da variável aleatória X.
2. Calcule usando a função de probabilidade e a função de distribuição:
   (a) $P(0 < X \leq 2)$;
   (b) $P(0 \leq X \leq 2)$;
   (c) $P(0 \leq X < 2)$;
   (d) $P(0 < X < 2)$;
   (e) $P(X < 4)$;
   (f) $P(X > 1)$.
3. Calcule $E[X]$ e $V[X]$.

Exercício 2.7 Considere a variável aleatória discreta com a seguinte função de distribuição

$$F(x) = \begin{cases} a & , \quad x < 0 \\ \frac{1}{6} & , \quad 0 \leq x < 2 \\ \frac{1}{4} & , \quad 2 \leq x < 4 \\ b & , \quad 4 \leq x < 6 \\ c & , \quad x \geq 6 \end{cases} .$$

1. Sabendo que $P(X = 6) = \frac{1}{2}$, determine, justificando, os valores de a, b e c.

2. Calcule o valor esperado, a variância e o desvio padrão da variável aleatória $Y = \frac{2-3X}{4}$.

Exercício 2.8 Seja X uma variável aleatória com distribuição uniforme discreta, definida no conjunto dos inteiros consecutivos do intervalo $[0, 100]$.

1. Indique a função de probabilidade de X.

2. Calcule $P(X \leq 94 | X > 32)$.

3. Determine a média, a variância e o desvio padrão de X.

Exercício 2.9 Considere uma variável aleatória X que assume a mesma probabilidade em todos os pontos do conjunto $\{2, 4, 6, 8\}$.

1. Indique a função de probabilidade e a função de distribuição de X.

2. Determine a média, a variância e o desvio padrão de X.

3. Calcule $P(X \leq E[X])$.

Exercício 2.10 Considere X uma variável aleatória com distribuição uniforme discreta, definida no conjunto dos múltiplos consecutivos de 5 no intervalo $[0, 35]$.

1. Indique a função de probabilidade de X.

2. Determine a média, a variância e o desvio padrão de X.

3. Calcule $P(X \leq E[X] \mid X \geq 5)$.

Exercício 2.11 Consideremos os casais que têm no máximo 2 filhos. Admitamos que cada uma das possibilidades, em termos do número de filhos, tem a mesma probabilidade de ocorrer. Seja X a variável aleatória que representa o número de filhos nesses casais.

1. Qual a distribuição da variável aleatória X?

2. Qual o número médio de filhos? E o desvio padrão?

Exercício 2.12 Numa cidade, observaram-se 8 indivíduos afetados por uma determinada doença que pode ser mortal em 10% dos casos. Seja X a variável aleatória que representa o número de indivíduos observados que morrem da doença.

1. Qual a distribuição da variável aleatória X?
2. Qual a probabilidade de morrerem no máximo 3 indivíduos?
3. Qual a probabilidade de sobreviverem pelo menos 6 indivíduos? E de sobreviverem exatamente 5 indivíduos?
4. Qual o número esperado de sobreviventes?

Exercício 2.13 Com base em sondagens efetuadas, estima-se que, do total da população duma região, 60% considera que a integração europeia tem reflexos positivos, 25% reflexos negativos e as restantes pessoas não têm opinião definida.

1. Calcule a probabilidade de, em doze pessoas dessa região, cinco considerarem que a integração tem reflexos positivos.
2. Calcule a probabilidade dessas mesmas doze pessoas, menos de três considerarem que a integração europeia teve reflexos negativos.
3. Se forem inquiridas 80 pessoas, quantas se espera que considerem que a integração tem reflexos negativos.

Exercício 2.14 Admita que em certa disciplina são lecionadas quinze aulas teóricas ao longo do semestre e que a probabilidade de um aluno assistir a uma dessas aulas é de 0.3. Sabe-se ainda que frequentando a totalidade das aulas teóricas lecionadas, o aluno recebe um bónus de um valor a adicionar à classificação obtida no exame.

1. Indique, justificando, a distribuição da variável aleatória que representa o número de aulas teóricas assistidas por um aluno inscrito nessa disciplina.
2. Qual a probabilidade de um aluno inscrito na disciplina em causa vir a receber o bónus?
3. Qual a probabilidade de um aluno inscrito na disciplina considerada ter assistido a, pelo menos, 60% das aulas lecionadas?

Exercício 2.15 Numa experiência biológica, para a qual a escolha das cobaias é bastante dispendiosa, verifica-se que a experiência é bem sucedida em 40% dos casos. Suponha que cada vez que se repete a experiência uma cobaia diferente é analisada e cada repetição só usa uma cobaia.

1. Se o investigador tiver 10 cobaias à sua disposição, qual a probabilidade de se verificarem pelo menos 2 experiências bem sucedidas?
2. Quantas cobaias são necessárias para que o número esperado de sucessos seja 24? Justifique.
3. Quantas cobaias serão necessárias para garantir que a probabilidade de obter pelo menos uma experiência com sucesso seja inferior a 0.95?

Exercício 2.16 Estudos realizados num Hospital Pediátrico conduziram à conclusão que o número de acidentes domésticos sofridos, anualmente por uma criança com idade inferior a seis anos, segue uma distribuição Binomial de média 0.25 e variância 0.2375.

1. Indique os parâmetros da distribuição considerada.
2. Escolhida uma criança ao acaso, determine a probabilidade de:
   (a) sofrer, no máximo, um acidente doméstico num ano.
   (b) sofrer exatamente dois acidentes domésticos num ano.
   (c) sofrer, pelo menos um acidente doméstico num ano.
   (d) sofrer, mais de dois acidentes domésticos num ano.

Exercício 2.17 O número de sementes de Clethra arbórea por fruto é uma variável aleatória de Poisson de valor médio igual a 7.

1. Qual a probabilidade de encontrar frutos com 20 sementes?
2. Qual a probabilidade de encontrar frutos com menos de 2 sementes?

Exercício 2.18 O número de chamadas telefónicas recebidas diariamente por uma telefonista de apoio a um determinado serviço médico é uma variável aleatória X com distribuição de Poisson de parâmetro 5.

1. Indique o número médio de chamadas telefónicas e a sua variância.
2. Calcule a probabilidade de não se receber nenhuma chamada num dia.
3. Calcule a probabilidade de serem recebidas entre 5 e 8 (inclusive) chamadas num dia.
4. Calcule a probabilidade de serem recebidas entre 10 e 12 (exclusive) chamadas num fim-de-semana.
5. Calcule a probabilidade de serem recebidas 12 chamadas em quatro dias.

Exercício 2.19 Admita que o número de pessoas que chegam a uma fila para obter senha para o almoço, durante intervalos de 3 minutos, segue uma lei de Poisson de média 2 pessoas. Determine a probabilidade de que:

1. ninguém chegue durante 3 minutos.
2. cheguem, no máximo, 2 pessoas durante 12 minutos.
3. cheguem, pelo menos, 8 pessoas durante meia hora.

Exercício 2.20 O número de clientes diários de um cabeleireiro é uma variável aleatória com distribuição Poisson de média 15. O horário de funcionamento vai das 10 às 16 horas, não fechando para almoço. Sabe-se ainda que, devido a limitações de pessoal se atendem no máximo 25 clientes por dia.

1. Qual a probabilidade de entre as 10 e as 12 horas chegarem menos de 5 clientes?

2. Qual a probabilidade de num dia ficarem clientes por atender?

Exercício 2.21 Considere a variável aleatória X com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & , -1 \leq x < 0 \\ 1-x & , 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases} .$$

1. Calcule a função de distribuição da variável aleatória X.

2. Calcule usando a função densidade de probabilidade e a função de distribuição:

   (a) $P(X \leq 0)$;
   (b) $P(X > -0.5)$;
   (c) $P(0 \leq X < 2)$;
   (d) $P(0 \leq X \leq 1)$.

3. Calcule $E[X]$ e $V[X]$.

Exercício 2.22 A procura diária de arroz num supermercado, em centenas de quilos, é uma variável aleatória X com função densidade de probabilidade definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2kx & , 0 \leq x < 1 \\ 1-kx & , 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases} .$$

1. Determine, justificando, o valor da constante k.

2. Calcule a função de distribuição da variável aleatória X.

3. Calcule a probabilidade da procura de arroz, num dia escolhido ao acaso:

   (a) exceder 200 kg de arroz;
   (b) se situar entre 50 e 250 kg de arroz;
   (c) ser, no máximo, de 120 kg de arroz;
   (d) ser inferior a 220 kg, sabendo que nesse dia oscilou entre 200 e 280 kg.

4. Calcule o valor esperado da procura diária de arroz, assim como uma medida da variabilidade dessa procura.

Exercício 2.23 O Sr. João tem um carro que necessita de uma reparação urgente. Considere X a variável aleatória que representa o número de semanas que o carro se manterá em funcionamento sem reparação. A função densidade de probabilidade é a seguinte

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{20} & , 0 < x \leq 4 \\ \frac{x}{40} & , 4 < x \leq b \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases} .$$

1. Qual o número máximo de semanas que o carro poderá funcionar sem reparação?

2. Determine a função de distribuição da variável aleatória X.

3. O Sr. João precisa de ir ao Porto daqui a 6 semanas. Qual a probabilidade de poder utilizar o seu carro sem ter efetuado qualquer reparação?

Exercício 2.24 Uma estação de gasolina enche os reservatórios uma vez por semana. O volume semanal de vendas, expresso em milhares de litros, é uma variável aleatória com a seguinte função densidade de probabilidade

$$f\left(x\right)=\begin{cases}\frac{1}{10} & , \quad 0\leq x<5\\ \frac{10-x}{25} & , \quad 5\leq x<10\\ 0 & , \quad \text{caso contrário}\end{cases}.$$

1. Mostre que f é de facto uma função densidade de probabilidade de uma variável aleatória X.

2. Calcule a função de distribuição de X.

3. Determine a probabilidade de numa semana se venderem mais de 7000 litros de gasolina, sabendo-se que já foram vendidos pelo menos 4000 litros.

4. Calcule a quantidade média de gasolina que é vendida semanalmente.

Exercício 2.25 Uma cadeia de hipermercados vende, por semana, uma quantidade de carne (expressa em toneladas) que admitimos ser uma variável aleatória X com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{6}\left(x+\frac{1}{2}\right) & , 0\leq x<k\\ 0 & , \text{caso contrário}\end{cases}.$$

1. Determine, justificando, o valor da constante k.

2. Determine a variância das vendas semanais de carne da cadeia de hipermercados.

3. Qual a probabilidade das vendas semanais de carne da cadeia de hipermercados ser de pelo menos duas toneladas? E de vender entre duas e quatro toneladas?

Exercício 2.26 Considere uma variável aleatória contínua com a seguinte função de distribuição

$$F\left(x\right)=\begin{cases}0 & , \quad x<-1\\ \frac{x^3}{3}+\frac{1}{3} & , \quad -1\leq x<0\\ \frac{x^2}{2}+\frac{1}{3} & , \quad 0\leq x<1\\ \frac{x}{12}+\frac{3}{4} & , \quad 1\leq x<3\\ 1 & , \quad x\geq 3\end{cases}.$$

1. Calcule $P\left(\frac{1}{2}<X<2\ /\ X\geq\frac{3}{2}\right)$.

2. Calcule a função densidade de probabilidade.

3. Calcule $E[X]$ e $V[X]$.

4. Calcule $E[X+2]$ e $V\left[1-\frac{X}{2}\right]$.

Exercício 2.27 A procura diária de refrigerantes (em centenas de litros) num supermercado junto à praia é uma variável aleatória contínua, X, com a seguinte função de distribuição:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ \frac{x^2}{3} & , \quad 0 \leq x \leq 1 \\ -\frac{x^2}{6} + x - \frac{1}{2} & , \quad 1 < x \leq 3 \\ 1 & , \quad x > 3 \end{cases}.$$

1. Qual a quantidade de refrigerante que deve ser diariamente colocada nas prateleiras do supermercado para que a procura seja satisfeita em 95% dos dias?

2. Calcule o desvio padrão da procura diária de refrigerantes neste supermercado.

Exercício 2.28 Uma componente eletrónica tem uma duração de vida, em centenas de horas, que é uma variável aleatória com distribuição exponencial de valor esperado 0.5.

1. Determine a probabilidade de uma componente eletrónica ter uma duração de vida superior a 50 horas.

2. Determine a probabilidade de uma componente eletrónica ter uma duração de vida superior a 150 horas, sabendo que já funcionou pelo menos durante 100 horas.

Exercício 2.29 Sabe-se que a distribuição do tempo de vida (duração até falhar) de determinada componente tem distribuição exponencial e a probabilidade dessa componente durar mais de 72 horas é 95%.

1. Qual é o tempo médio de vida dessa componente?

2. Admita que o tempo médio de vida dessa componente é de 1404 horas. Sabendo que a componente não falhou durante as primeiras 72 horas de funcionamento, calcule a probabilidade da mesma componente não falhar nas 24 horas seguintes.

Exercício 2.30 O tempo, em horas, necessário para reparar uma determinada máquina é uma variável aleatória exponencial com média 90 minutos.

1. Qual a probabilidade de se repararem pelo menos 3 máquinas em 5 horas?

2. Qual a probabilidade do tempo de reparação da máquina ser inferior a 45 minutos?

Exercício 2.31 O número de livros vendidos numa certa livraria segue uma distribuição de Poisson de média 2 livros por hora. Esta livraria está aberta diariamente das 9h às 19h.

1. Qual a probabilidade de serem vendidos mais de 3 livros por hora?
2. Qual a probabilidade de serem vendidos pelo menos 8 livros num dia?
3. Qual a probabilidade de o tempo entre vendas de 2 livros ser superior a 45 minutos?

Exercício 2.32 O número de mensagens eletrónicas recebidas ao longo do tempo numa pequena empresa de entregas rápidas segue um processo de Poisson com taxa média igual a 10 mensagens por dia (24 horas).

1. Calcule a probabilidade de num dia a empresa não receber mais do que 7 mensagens.
2. Qual e a probabilidade de o intervalo entre duas mensagens consecutivas exceder 1 hora?

Exercício 2.33 O peso em Kg dos sacos de um dado herbicida, tem distribuição uniforme no intervalo $[49.75, 50.25]$. Determine:

1. O valor médio e a variância do peso dos sacos.
2. $P(X < 50.1)$.
3. $P(X \geq 50/X > 49.8)$.

Exercício 2.34 Uma empresa pretende comercializar pacotes com 500g de flocos de cereais, os quais serão cheios por uma máquina que pode ser regulada. O peso (em gramas) de cada pacote enchido por essa máquina é uma variável aleatória X com distribuição Uniforme contínua, com valor médio igual a 505.4g.

1. Determine o intervalo de variação, $[a, b]$ da variável aleatória X, considerando que apenas 5% dos pacotes produzidos têm peso inferior ao desejado.
2. Determine a probabilidade de um pacote de cereais ter peso superior ao indicado na embalagem.
3. Sabendo que o peso de um pacote de cereais está acima da média, determine a probabilidade de este ter menos de 510g.
4. Suponha que a probabilidade de um pacote estar fora de validade é igual a 0.1. Numa amostra de 20 pacotes, qual a probabilidade de haver pelo menos 2 pacotes fora de validade?

Exercício 2.35 A espessura de foto-resistência, em micrómetro, das "wafers" utilizadas no fabrico de semicondutores é uniformemente distribuída no intervalo $[0.2050, 0.2150]$. Determine:

1. A probabilidade de uma “wafers”selecionada ao acaso ter espessura de foto-resistência superior à média.

2. A espessura máxima de 95% das “wafers”.

3. A espessura excedida por 10% das “wafers”.

4. O desvio padrão da espessura de foto-resistência das “wafers”.

Exercício 2.36 A espessura de chapas produzidas numa fábrica está distribuída uniformemente entre 0.84 cm e 1.04 cm.

1. De entre um total de 250 chapas inspecionadas, em quantas espera que a espessura exceda 1 cm?

2. Qual deve ser a espessura de modo que 40% das chapas não excedam essa medida?

Exercício 2.37 Os salários pagos em certo sector da vida económica têm uma distribuição normal de média 500 euros e desvio padrão de 50 euros.

1. Qual a probabilidade dos trabalhadores auferirem um salário inferior a 550 euros?

2. Qual a probabilidade dos trabalhadores auferirem um salário entre 380 euros e 470 euros?

3. Qual a probabilidade dos trabalhadores auferirem um salário superior a 600 euros?

Exercício 2.38 O diâmetro interno de um segmento de um motor de automóvel é uma variável aleatória que segue uma distribuição normal com média 10 cm e desvio padrão 0.03 cm.

1. Que percentagem de segmentos têm diâmetro interno superior a 10.075 cm?

2. Qual a probabilidade de um segmento ter um diâmetro interno entre 9.997 e 10.03 cm?

3. Abaixo de que valor do diâmetro interno, se encontram 15% dos segmentos?

Exercício 2.39 A temperatura diária numa sala de espera de uma clínica médica (expressa em graus centígrados) segue uma distribuição normal, com desvio padrão igual a 2 graus. Sabe-se ainda que em 10% dos dias a temperatura na sala ultrapassa os 23.6 graus.

1. Calcule a temperatura média diária da sala de espera da clínica.

2. Sempre que num dia se verificar uma temperatura na sala de espera inferior a 20 graus, liga-se o aquecimento central. Qual a probabilidade de se ter de ligar o aquecimento central?

3. Considerando uma semana de 7 dias, qual a probabilidade de haver dois dias com temperatura diária inferior a 20 graus centígrados?

Exercício 2.40 O treinador de um atleta especialista no salto em comprimento fez um estudo estatístico dos saltos dados nos últimos tempos pelo seu atleta e verificou que se distribuíam normalmente com valor médio de 7.23 metros e desvio padrão de 0.33 metros.

1. Qual é a probabilidade de ele dar um salto entre os 7 e os 7.5 metros?
2. O atleta vai dar o último salto a que tem direito e para se classificar para a fase seguinte precisa de ultrapassar os 7.55 metros. Qual a probabilidade de o conseguir?
3. O atleta vai efetuar 5 saltos, qual a probabilidade de dois dos saltos ultrapassarem os 7.5 metros?
4. Entretanto formou-se uma equipa de 3 atletas, e o comprimento dos saltos destes 3 atletas distribui-se da seguinte forma

   $X_1 \sim N(7.2; 0.3) \qquad X_2 \sim N(7.1; 0.36) \qquad X_3 \sim N(6.9; 0.1)$

   Os atletas vão efetuar um salto. Qual a probabilidade da soma dos três saltos em comprimento ser superior a 21.3 metros?

Exercício 2.41 Para fabricar um cão de madeira em série são necessárias as máquinas A, B e C. A máquina A produz moldes de madeira (com a forma do cão) cujo peso está normalmente distribuído com média 20 e desvio padrão 1.4 gramas. A máquina B cobre os moldes de madeira com pêlo sintético, estando o peso deste material normalmente distribuído com média 1.8 e desvio padrão 0.12 gramas. Por último o cão vai finalmente à máquina C onde são colocados os olhos, o nariz e a língua; o peso destes últimos pormenores tem também distribuição normal de média 0.2 e desvio padrão 0.03 gramas. Qual a probabilidade de um cão, na sua forma final, pesar mais de 21 gramas?

Exercício 2.42 As notas obtidas numa faculdade a estatística são uma variável aleatória X com distribuição normal de média 10. Sabe-se que $P(X < 12) = 0.8413$.

1. Determine o desvio padrão das notas.
2. Determine $P(8 < X < 12)$.
3. Qual a probabilidade de, em 10 alunos, 4 obterem uma nota superior a 8?

Exercício 2.43 Seja X uma variável aleatória tal que $X \sim \chi^2_{(22)}$.

1. Calcule $P(14 < X < 21.3)$.
2. Obtenha os valores de a e b tais que $P(a < X < b) = 0.95$ e $P(X < a) = 0.025$.

3. Determine o quantil de probabilidade $\chi^2_{(22);0.05}$. Interprete.

Exercício 2.44 Seja X uma variável aleatória com distribuição t-Student com 14 graus de liberdade.

1. Calcule $P(X \geq 3)$.
2. Qual o valor k tal que $P(T < k) = 0.10$?
3. Determine os quantis de probabilidade $t_{(14);0.01}$ e $t_{(14);0.99}$. Interprete.

Exercício 2.45 Considere que a variável aleatória X tem distribuição $F_{(10,6)}$.

1. Calcule $P(X < 7.87)$.
2. Calcule o valor k tal que $P(X > k) = 0.9$.
3. Calcule os quantis de probabilidade $f_{(10,6);0.025}$ e $f_{(10,6);0.975}$ e interprete.

Soluções

2.1 1) 0.10 **2a)** 0.10 **2b)** 0.66 **2c)** 0.05 **2d)** 0.2586 **3)** $E[X] = 1.12$; $V[X] = 1.4456$ **4)** -
2.2 1) $\frac{12}{25}$. **2)** $-$ **3)** $\frac{10}{13}$ **4)** $-$
2.3 1) $\frac{1}{15}$ **2)** $-$ **3)** $\frac{1}{3}$.
2.4 1) $-$ **2)** $-$ **3)** $\frac{3}{8}$ **4)** $E[X] = \frac{13}{8}$, $E[X+2] = \frac{29}{8}$, $E[-X+2] = \frac{3}{8}$ **5)** $V[X] = \frac{47}{64}$, $V[2X+1] = \frac{47}{16}$, $V[-2X+1] = \frac{47}{16}$
2.5 1) $p = \frac{1}{6}$;$k = 1$ **2)** $V[X] = \frac{8}{9}$ **3)** $E[3X+5] = 6$; $V[3X+5] = 8$; $E[1-2X] = \frac{1}{3}$; $V[1-2X] = \frac{32}{9}$
2.6 1) - **2a)** $\frac{3}{4}$ **2b)** $\frac{7}{8}$ **2c)** $\frac{1}{2}$ **2d)** $\frac{3}{8}$ **2e)** 1 **2f)** $\frac{1}{2}$ **3)** $E[X] = \frac{3}{2}$; $V[X] = \frac{3}{4}$
2.7 1) $a = 0$, $b = \frac{1}{2}$, $c = 1$. **2)** $E[Y] = -\frac{21}{8}$, $V[Y] = \frac{179}{64}$, $\sigma_Y = \sqrt{\frac{179}{64}}$
2.8 1) - **2)** $\frac{31}{34}$ **3)** $E[X] = 50$; $V[X] = 850$; $\sigma_X = \sqrt{850}$
2.9 1) - **2)** $E[X] = 5$; $V[X] = 5$; $\sigma_X = \sqrt{5}$ **3)** $\frac{1}{2}$
2.10 1) $-$ **2)** $E[X] = 17.5$, $V[X] = 131.25$, $\sigma_X = 11.456$ **3)** $\frac{3}{7}$
2.11 1) $-$ **2)** 1; $\sqrt{\frac{2}{3}}$
2.12 1) $X \sim B(8; 0.10)$ **2)** 0.9950 **3)** 0.9619; 0.0331 **4)** 7.2
2.13 1) 0.1009 **2)** 0.3907 **3)** 20
2.14 1) $X \sim B(15; 0.30)$ **2)** 0.000000014 **3)** 0.0512
2.15 1) 0.9536 **2)** 60 **3)** $n \leq 5$
2.16 1) $X \sim B(5; 0.05)$, ou seja. $n = 5$ e $p = 0.05$ **2a)** 0.9774 **2b)** 0.0214 **2c)** 0.2262 **2d)** 0.0012
2.17 1) 0.00003 **2)** 0.0073
2.18 1) $E[X] = 5$; $V[X] = 5$ **2)** 0.0067 **3)** 0.4914 **4)** 0.1137 **5)** 0.0176
2.19 1) 0.1353 **2)** 0.0138 **3)** 0.9992
2.20 1) 0.4405 **2)** 0.0062
2.21 1) $-$ **2a)** 0.5 **2b)** 0.875 **2c)** 0.5 **2d)** 0.5 **3)** $E[X] = 0$; $V[X] = \frac{1}{6}$
2.22 1) $k = \frac{1}{3}$ **2)** $-$ **3a)** $\frac{1}{6}$ **3b)** 0.875 **3c)** 0.46 **3d)** 0.375 **4)** $E[X] = \frac{4}{3}$ e $V[X] = \frac{7}{18}$
2.23 1) 8 **2)** $-$ **3)** 0.35
2.24 1) $-$ **2)** $-$ **3)** 0.3 **4)** 4.58
2.25 1) $k = 3$ **2)** $V[X] = \frac{39}{64}$ **3** 0.5; 0.5
2.26 1) $\frac{1}{3}$ **2)** $-$ **3** $E[X] = \frac{5}{12}$; $V[X] = 0.99861$ **4)** $E[X^2+2] = 3.1722$; $V[1-\frac{X}{2}] = 0.24965$
2.27 1) 2.45 centenas de litros **2)** 0.624 centenas de litros
2.28 1) 0.3679 **2)** 0.3679
2.29 1) 1403.7 **2)** 0.9831
2.30 1) 0.6472 **2)** 0.3945
2.31 1) 0.1429 **2)** 0.9992 **3)** 0.2231
2.32 1) 0.2202 **2)** 0.6592
2.33 1) 50; 0.0208 **2)** 0.7 **3)** 0.5556
2.34 1) $[499.4; 511.4]$ **2)** 0.95 **3)** 0.7667 **4)** 0.6083
2.35 1) 0.5 **2)** 0.2145 **3)** 0.2140 **4)** 0.0029
2.36 1: 50 **2)** 0.92 cm
2.37 1) 0.8413 **2)** 0.2661 **3)** 0.0228
2.38 1) 0.62% **2:** 0.3811 **2.38.3:** 9.9688 (usando $\Phi^{-1}(0.85) \approx 1.04$)
2.39 1) 21.036 **2)** 0.3015 **3)** 0.3177
2.40 1) 0.5519 (0.5505 com recurso ao R) **2)** 0.166 **3)** 0.2048 com $p \approx 0.20$ (0.2132 com recurso ao R) **4)** 0.4168 (0.4173 com recurso ao R)
2.41) 0.7611 (0.7616 com recurso ao R)
2.42 1) 2 **2)** 0.6826 **3)** 0.0017
2.43 1) 0.4 **2)** $a = 9.54$ e $b = 36.8$ **3)** 12.3
2.44 1) 0.005 **2)** -1.345 **3)** $t_{(14);0.01} = -2,624$ e $t_{(14);0.99} = 2.624$

2.45 1) 0.99 **2)** 0.4065 **3)** $f_{(10,6);0.025} = 0.2457$ e $f_{(10,6);0.975} = 5.52$