

Data: 22 de julho de 2023

Duração: 2 horas e 30 minutos

Nome: _____

Número: _____

Instruções:

- As questões devem ser respondidas em folha de exame da ESTSetúbal (não se aceitam questões escritas a lápis) e os cálculos devem ser entregues num script do R (ficheiro com extensão .R) que deve ser entregue via Moodle.
- Na folha de exame não pode responder a diferentes questões numa mesma folha de resposta. Coloque o seu nome e número em todas as folhas de exame e no enunciado.
- Não é permitido partilhar ficheiros durante a prova nem utilizar o email ou outras formas de comunicação.
- Só é permitido aceder ao Moodle no início do exame para obter os dados e no fim do exame para enviar o script (ficheiro com extensão .R).
- Durante o exame o seu computador deverá estar sempre no R ou RStudio, não é permitido aceder a outros programas.
- É permitida a consulta do caderno/apontamentos e dos slides das aulas em versão papel.
- O abandono da sala só poderá efetuar-se decorridos 60 minutos a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- **Justifique convenientemente todas as respostas na folha de exame da ESTSetúbal** e recorra ao software R apenas para efetuar os cálculos necessários.

Questões:

1. Um engenheiro pretende melhorar o consumo energético do edifício onde funciona a sede da sua empresa. Numa primeira fase recolheu dados históricos sobre o consumo de energia por lâmpada e outras variáveis de interesse que lhe permitam caracterizar o consumo energético do edifício. No ficheiro lampadas.txt, disponível no Moodle, são apresentados os dados recolhidos no estudo e no qual se encontram os seguintes campos:
 - ID = identificação da lâmpada
 - Type = tipo de lâmpada (F = fluorescente, L = LED)
 - Illumination = nível de iluminação da lâmpada (em lux).
 - Consumption = Consumo de energia, em kWh, da lâmpada
 - Temperature = temperatura ambiente (em graus Celsius) do local onde se localiza a lâmpada
 - Hour = tempo (em horas) que habitualmente a lâmpada está acesa, por dia
 - NumWorkers = número de pessoas, por dia, no espaço de influência da lâmpada
- [1.0] (a) Indique todas as características sobre a lâmpada que deu origem ao maior consumo de energia registado. E, caso seja possível, indique todas as características da lâmpada que coincide com o consumo de energia mediano.
- [1.5] (b) Construa a tabela de frequências completa do tempo que as lâmpadas estão acesas, considerando as seguintes classes: $[1,8[$, $[8,12[$, $[12,18[$ e $[18,24[$. Represente graficamente o tempo que as lâmpadas estão acesas recorrendo às classes indicadas.

- [1.5] (c) Compare, recorrendo ao diagrama de extremos e quartis, o consumo de energia de acordo com o tipo de lâmpada. Comente os resultados e indique, por tipo de lâmpada, qual a amplitude do consumo de energia que contém 50% das observações centrais.
- [1.5] (d) Calcule a medida de assimetria b_1 em relação ao consumo de energia e, com base no valor obtido, sugira uma distribuição para modelar esses dados. Diga a partir de que nível de significância a sua sugestão não é válida.
- [1.5] (e) Recorrendo a um teste de hipóteses paramétrico e para um nível de significância de 3%, verifique se, em média, existe diferença significativa no nível de iluminação entre os dois tipos de lâmpadas.
- [2.0] (f) O engenheiro pretende estimar o consumo de energia com base num nível de iluminação de 100 lux. Avalie, justificando, se o modelo de regressão linear é adequado, defina a variável independente e dependente, calcule a reta de regressão e, com base nessa reta, efetue a previsão pretendida. Comente o resultado obtido.

2. No edifício em estudo a temperatura das salas é controlada por equipamentos de ar condicionado.

- [1.5] (a) O consumo de energia desses aparelhos (em kWh) pode ser dado pela seguinte função densidade de probabilidade

$$f(x) = \begin{cases} x & , 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & , 1 < x \leq 2 \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases}$$

Sabendo que $E[X^2] = \frac{7}{6}$, calcule $V[1 - 2X]$.

- (b) Considere que a temperatura nas salas desse edifício segue uma distribuição normal de média $25^\circ C$ e desvio padrão $3^\circ C$.
- [1.5] i. Um dos pisos desse edifício tem 8 salas. Qual a probabilidade de em 4 salas, desse piso, se registar uma temperatura de pelo menos $26^\circ C$?
- [1.5] ii. Determine a probabilidade da temperatura média, de uma amostra de 15 salas, estar compreendida entre $24^\circ C$ e $27^\circ C$.
- [1.5] (c) O número de avarias consecutivas nestes aparelhos de ar condicionado é uma variável aleatória de Poisson com uma média de 3 avarias por ano. Considere um aparelho que já funciona à 12 meses sem avaria, qual a probabilidade de ainda funcionar mais 10 meses sem avariar?

3. Com objetivo de melhorar o consumo energético, o engenheiro foi aconselhado a substituir as lâmpadas fluorescentes por umas LED mais económicas. Nas novas lâmpadas há a possibilidade da luz ser "cor branca" ou "cor quente". Para decidir quais escolher, o engenheiro selecionou, aleatoriamente, 40 colaboradores e questionou-os sobre a preferência e 26 disseram preferir "cor branca".

- [1.5] (a) Calcule um intervalo de confiança a 90% para a proporção de colaboradores que tem preferência pela "cor branca". Será que se pode afirmar que 70% dos colaboradores prefere "cor branca"?
- [1.5] (b) Qual o grau de confiança a considerar caso se pretenda que o erro de estimação da proporção de colaboradores que tem preferência pela "cor branca" seja no máximo de 0.1?
- (c) As lâmpadas são sujeitas a testes regulares no sentido de se estudar a sua duração, em anos. Os valores que se seguem representam a duração observada em 12 dessas lâmpadas:

4.6 4.3 6.6 4.7 6.2 4.2 4.8 3.9 3.7 4.6 6.0 5.8

- [0.5] i. Calcule estimativas pontuais para a média e desvio padrão da duração das lâmpadas.
- [1.5] ii. Recorrendo à região crítica e para um nível de significância de 1%, interprete e teste as seguintes hipóteses

$$H_0 : \sigma \geq 1.5 \quad vs \quad H_1 : \sigma < 1.5$$

Verifique todas os pressupostos necessários à realização do teste.