

## Variável Estatística

→ Qualitativa:

→ Nominal:

→ Nomes sem uma ordem de categorias.

→ Ordinal:

→ Nomes com uma ordem de categorias.

→ Quantitativa:

→ Discreta (Dominio = conf. (in)finito e inteiros):

→ Associa a contagens.

→ Contínua (Dominio = conf. e m $\infty$  reais):

→ Associa a medidas.

## Tabelas de Freqüências

$i$	$x_i$	$m_i$	$N_i$	$f_i$	$f_i$
N:Linha	Valor da classe	Freq Absoluta (contagem)	Freq Absolutas Acumuladas	Freq. Relativas ( $\frac{m_i}{m}$ )	Freq. Relativas Acumuladas ( $\phi - 1$ )

→ Sem classes:

→ V. Qualitativas;

→ V. Quantitativas Discretas (<sup>Pouca</sup>  
<sup>Distinção</sup>).

→ Com classes:

→ V. Quantitativas contínuas;

→ V. Quantitativas Discretas (<sup>Muita</sup>  
<sup>Distinção</sup>).

→ N.º de classes:  $k = 1 + \log_2 m = 1 + \frac{\ln m}{\ln 2}$

→ Amplitude das classes:  $h = \frac{\max(x_i) - \min(x_i)}{k}$

## Graficos

→ Barras:

→ Dados Qualitativos;

→ Dados Quantitativos Discretos.

→ Circulares:

→ Dados Qualitativos;

→ Dados Quantitativos Discretos (<sup>Menos</sup>  
<sup>Usado</sup>).

→ Histogramas:

→ Dados Quantitativos Contínuos  
(em classes).

## Médias e Localização

→ Central:

→ Média (maior n; mais retilínea)

→ Média ( $\text{mean}()$ ) |  $\bar{x} = (\sum_{i=1}^n x_i) / n$ )

→ Mediana ( $\text{median}()$ )

No caso de V. nominais afenos se contabiliza a mota!

→ Não central:

→ Quantis:

$$mf = m \approx 0.5:$$

- Se mf é inteiro:  $\tilde{x} = \frac{x_{(mf)} + x_{(mf+1)}}{2}$
- Semôs:  $\tilde{x} = x_{([mf]+1)}$  Mediana

$$Q_1 \rightarrow mf = m \approx 0.25 \quad Q_2 \rightarrow \tilde{x} \quad Q_3 \rightarrow mf = m \approx 0.75$$

## Médias e Dispersão

→ Dispersão Absoluta:

→ Amplitude Total:  $(\text{max}()) - \text{min}())$

→ Amplitude Interquartil:  $AIQ = Q_3 - Q_1 = IQR()$

→ Variância:  $\sigma^2 = \text{Var}()$

→ Desvio Padrão:  $\sigma = \text{sd}() = \sqrt{\sigma^2}$

→ Dispersão Relativa:

→ Coeficiente de Variação:  $cV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$

## Médias e Simetria

→  $b_s = \text{Skewness}() = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^3$

•  $b_s = 0 \rightarrow$  Simétrica

•  $b_s > 0 \rightarrow$  Assimetria positiva / para a direita

•  $b_s < 0 \rightarrow$  Assimetria negativa / para a esquerda

## V. Al. Discretas

$X - N: \mathbb{Z} \dots \dots$  (contagens)

$f(x) = P(X = x) \rightarrow$  função Probabilística

↳ Nota:

$$\rightarrow f(x) \geq 0, \forall x$$

$$\rightarrow \sum f(x) = 1$$

$$f(x) = P(X \leq x) \rightarrow$$
 função Distribuição

$x$	Min	...	Max
$f(x)$	...	...	...

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \text{Min} \\ \dots, & \text{Min} < x < \text{Max} \\ 1, & x \geq \text{Max} \end{cases}$$

$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$

$$P(\bar{a}) = 1 - P(a)$$

$$P(a|b) = \frac{P(a \cap b)}{P(b)}$$

$$E[X] = \mu = \sum x \cdot f(x)$$

$$E[X^2] = \sum x^2 \cdot f(x)$$

$$E[ax + b] = a \cdot E[X] + b$$

$$E[X+Y] = E[X] + E[Y]$$

$$V[X] = E[X^2] - E^2[X] \quad V[a] = \phi$$

$$\sigma^2 = E[(X-\mu)^2]$$

$$= \sum_n (n-\mu)^2 f(n)$$

$$V[ax+b] = a^2 \cdot V[X]$$

$$\sigma = \sqrt{V[X]} \rightarrow$$
 Desvio Padrão

Intervalo  
Resultados:  
 $0 \leq P(a) \leq 1$

U → em  
^ → e  
I → Sabemos que  
S → se

Valor Esperado

$$E[a] = a$$

$$f(k) = f \underset{(\Rightarrow)}{\underline{\text{dist.}}}(k) = \alpha$$

$$f^{-1}(\alpha) = q \underset{(\Rightarrow)}{\underline{\text{dist.}}}(\alpha) = k$$

## V. Al. Contínuas

$x - \dots \dots$

$f(x) = P(x=n) \rightarrow f.$  Densidade e Probabilidade

$$\hookrightarrow f(x) = f'(x)$$

$\hookrightarrow$  Afirmas é F.D.P. Se:

$$\rightarrow f(x) \geq 0, \forall x$$

$$\rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \rightarrow f. Distribuição$$

$$P(a < x < b) = F(b) - F(a)$$

$$E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx \quad \text{Valor Esperado}$$

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) dx$$

$$E[a] = a$$

$$E[ax + b] = a \cdot E[x] + b$$

Primitivas Importantes

$$P(x^k) = \frac{x^{k+1}}{k+1}, k \neq -1$$

$$P(k) = kx$$

Exemplo de uma Integral:

$$\begin{aligned} \int_2^4 (1 - \frac{x}{4}) dx &= \int_2^4 1 dx - \int_2^4 \frac{x}{4} dx \\ &= \left[ x \right]_2^4 - \frac{1}{4} \left[ \frac{x^2}{2} \right]_2^4 \quad \frac{1}{4} P(x) \\ &= (4 - 2) - \frac{1}{4} (\frac{4^2}{2} - \frac{2^2}{2}) \\ &= 2 - \frac{1}{4} (\frac{16}{2} - \frac{4}{2}) = 2 - \frac{12}{8} \\ &= 4/8 \end{aligned}$$

$$V[x] = E[x^2] - E^2[x] = \sigma^2 \rightarrow \text{Variância}$$

$$V[a] = \phi$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{V[x]}$$

$$V[ax + b] = a^2 \cdot V[x]$$

$\rightarrow$  Desvio Padrão

## Distribuições Tóricas Uniformes

### • V. Al. Discretas:

#### → Uniforme Discreta:

- Para situações em que todos os valores possíveis têm a mesma probabilidade de ocorrer.
- Aplica-se apenas a conjuntos de val. discretos.

$$X \sim U(n)$$

$n = b - a + 1 \Rightarrow N$  elementos no domínio.

$$f(x) = P(X=x) = \frac{1}{n} = \begin{cases} 1/n, & \forall x \in D_x \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

#### • $D_x = \text{Inteiros Consecutivos:}$

$$E[X] = \frac{a+b}{2}$$

$$V[X] = \frac{(b-a+1)^2 - 1}{12}$$

#### • $D_x \neq \text{Inteiros Consecutivos:}$

$$E[X] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$V[X] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - E^2[X]$$

$$D_x = \{a, a+1, a+2, \dots, b\}$$

↓ 1º no domínio      ↓ Último no domínio

## → Binomial:

→ Para situações em que há 2 resultados possíveis e interessante calcular a probabilidade de  $m$  de  $\geq 2$  sucessos.  $E[x] = m \cdot f$

$$X \sim B(n, f) \rightarrow P(\text{Sucesso}) \quad V[x] = m \cdot f \cdot (1-f)$$

$X \sim N$ :  $\geq 2$  Sucessos em  $n$  foras.

$$f(x) = P(x = x) \Rightarrow \underline{c_{\text{binom}}}(x, n, f)$$

$$F(x) = P(x \leq x) \Rightarrow \underline{f_{\text{binom}}}(x, n, f)$$

$$F(k) = \text{prob} (\Leftarrow k = F^{-1}(\text{prob})) \Rightarrow \underline{q_{\text{binom}}}(\text{prob}, n, f)$$

$$D_x = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$m = m_{x_1} + m_{x_2}$$

Alitividade da Binomial:  $y = x_1 + x_2 \sim B(m, f)$

$$= \text{em todos} \leftarrow$$

## → Poisson:

→ Ocorrência de eventos raros num intervalo de tempo.

→ É calcular a probabilidade de ocorrência de eventos raros num intervalo de tempo.

$$X \sim P(\lambda) \quad \lambda = E[x] = V[x]$$

$X \sim N$ :  $\geq 2$  Ocorrências num intervalo de medida.

$$f(x) = P(x = x) \Rightarrow \underline{c_{\text{pois}}}(x, \lambda)$$

$$F(x) = P(x \leq x) \Rightarrow \underline{f_{\text{pois}}}(x, \lambda)$$

$$F(x) = \text{prob} (\Leftarrow x = F^{-1}(\text{prob})) \Rightarrow \underline{q_{\text{pois}}}(\text{prob}, \lambda)$$

$$D_x = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$\lambda = \lambda_{x_1} + \lambda_{x_2} \leftarrow$$

Alitividade da Poisson:  $y = x_1 + x_2 \sim NP(\lambda)$

## • V. Al. Contínuas:

### → Uniforme Contínua:

→ É igual à Uniforme Discreta, mas para intervalos contínuos.

$$X \sim U(a, b) \quad D_x = [a, b]$$

$$f(x) \rightarrow \underline{d_{unif}}(x, a, b) \quad a \rightarrow 1^{\text{º}} \text{ lo domínio}$$

$b \rightarrow$  Último lo domínio

$$F(x) \rightarrow \underline{f_{unif}}(x, a, b) \rightarrow P(X \leq x) = \frac{x-a}{b-a}$$

$$F^{-1}(x) \rightarrow \underline{q_{unif}}(f^{-1}(x), a, b)$$

$$\mathbb{E}[X] = \frac{a+b}{2} \quad V[X] = \frac{(b-a)^2}{12}$$

### → Exponencial:

→ Tempo/dist. entre ocorrências sucessivas.

→ É usada para calcular a probabilidade de um evento ocorrer num intervalo de tempo.

$$X \sim Exp(\sigma)$$

$$D_x = [0, +\infty[$$

$$\mathbb{E}[X] = \sigma$$

$$V[X] = \sigma^2$$

Até a 1<sup>a</sup> ocorrência,  
entre 2 ocorrências

$$\text{Falta 2 Memória: } P(X \geq a+b | X \geq a) =$$

$$= P(X \geq b)$$

$$f(x) \rightarrow \underline{d_{exp}}(x, 1/\sigma)$$

$$F(x) \rightarrow \underline{f_{exp}}(x, 1/\sigma) \rightarrow P(X \leq x) =$$

$$F^{-1}(x) \rightarrow \underline{q_{exp}}(f^{-1}(x), 1/\sigma) = 1 - e^{-\frac{x}{\sigma}}, x \geq 0$$

→ Normal:

→ Valores para mediar todos os distribuídos simetricamente em torno de uma média.

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

$$f(x) \rightarrow \underline{c_{norm}}(x, \mu, \sigma)$$

$\mu \rightarrow$  Média  
 $\sigma \rightarrow$  Desvio

$$F(x) \rightarrow \underline{f_{norm}}(x, \mu, \sigma) \rightarrow P(x \leq | < | x)$$

$$F^{-1}(x) \rightarrow \underline{f_{norm}}(F^{-1}(x), \mu, \sigma)$$

$$\mathbb{E}[x] = \mu$$

$$\text{Var}[x] = \sigma^2$$

$$D_x = \mathbb{R}$$

→ Normal Standard / Regular:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

$$\rightarrow P(Z \leq | < | x) = \underline{\Phi}(x)$$

$$\Phi(-x) = 1 - \underline{\Phi}(x)$$

$$f(x) \rightarrow \underline{c_{norm}}(x)$$

$$\rightarrow \underline{\Phi}(x) \rightarrow \underline{f_{norm}}(x)$$

$$\Phi^{-1}(x) = \underline{z}_{(x)} \rightarrow \underline{f_{norm}}(\underline{z}_{(x)})$$

$$P(x \leq | < | k) = \alpha$$

$$\underline{\Phi}(k) = \alpha$$

$$(=) k = \underline{\Phi}^{-1}(\alpha) = \underline{z}_{(\alpha)}$$

Dados no

Exercícios

### • Exemplos entre Normal e Normal Reluzida:

Exemplo 25 Los slates

X - Altura a que crescem festeiros, em m.

$$\mu = ?$$

$$\sigma = 1.1$$

$$E[X] = ? = \mu = 17.41\text{m}$$

$$P(X \geq 16) = 0.9 (=) 1 - P(X < 16) = 0.9 (=)$$

$$F(16) = 0.1 (=) \Rightarrow Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

$$P\left(Z < \frac{16 - \mu}{\sigma}\right) = 0.1 (=)$$

$$\Phi\left(\frac{16 - \mu}{1.1}\right) = 0.1 (=) \quad \Phi(x) \xrightarrow{\text{é}} F(x) \text{ é uma normal } \phi 1.$$

$$\frac{16 - \mu}{1.1} = \Phi^{-1}(0.1) = \underline{\text{qnorm}}(0.1) = -1.282 (=)$$

$$16 - \mu = -1.282 (=) \mu = 17.41\text{m},$$

### • Exemplos entre Normal e Binomial:

X - Comprimentos de um salto feito por um atleta.

$$X \sim N(7.23, 0.33)$$

Qual a probabilidade de, em 5 saltos, haver 2 com mais de 7.5m?

$$Y \sim B(n, p) (=) Y \sim B(5, 0.2066)$$

n = 5 saltos

$$p = P(\text{Sucesso}) = P(X > 7.5) = 1 - P(X \leq 7.5) = 1 - \underline{\text{pnorm}}(7.5, 7.23, 0.33) = 0.2066,$$

$$P(Y=2) = \underline{\text{dbinom}}(2, 5, 0.2066) = 0.2132,$$

## • Propriedades da Normal (V. Independentes):

### • Aritimetica da Normal:

$$y = \sum_{i=1}^k x_i \sim N\left(\sum_{i=1}^k \mu_i, \sqrt{\sum_{i=1}^k \sigma_i^2}\right)$$

### • Combinações Lineares da Normal:

$$y = \sum_{i=1}^k a_i x_i \sim N\left(\sum_{i=1}^k a_i \mu_i, \sqrt{\sum_{i=1}^k a_i^2 \sigma_i^2}\right)$$

### • Teorema do Limite Central:

$$T = \sum_{i=1}^n x_i \sim N(n\mu, \sqrt{n\sigma^2}) \\ (=)$$

É Parecido à Aritimetica, mas é para distribuições desconhecidas!

$$T = \sum_{i=1}^n x_i \sim N(n\mu, \sigma \sqrt{n})$$

Para  $n \geq 30!$

→ Aplic. da Binomial pela Normal:

$$X \sim B(n, p) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} X \sim (np, \sqrt{npq})$$

→ Aplic. da Poisson pela Normal:

$$X \sim P(\lambda) \xrightarrow{\lambda \rightarrow +\infty} X \sim N(\lambda, \sqrt{\lambda})$$

- Exemplos das Profissões:

- Exemplo 26:

$x_1$  - Pontuação do fogalor 1

$x_2$  - Pontuação do fogalor 2

$$x_1 \sim N(84, 5) \quad x_2 \sim N(85, 8)$$

1) Atividade

$$P(x_1 + x_2 > 176)$$

$$Y = x_1 + x_2 \sim N(84 + 85, \sqrt{5^2 + 8^2})$$

$$Y \sim N(169, \sqrt{89})$$

$$P(Y > 176) = 1 - f(176)$$

$$= 1 - \text{fnorm}(176, 169, \sqrt{89})$$

$$= 0.229,,$$

2) Combinacão Linear

$$P(x_2 > x_1) (=) P(x_1 - x_2 < 0)$$

$$W = x_1 - x_2 \sim N(84 - 85, \sqrt{5^2 - (-1)^2 8^2})$$

$$W \sim N(-1, \sqrt{89})$$

$$P(W < 0) = \text{fnorm}(0, -1, \sqrt{89})$$

$$= 0.5422,,$$

• Exemplo 28: T. Limite Central

$x_i$  - Conteúdo, em l., da garrafa  $i$ .

$$i = [1, 500] \quad \mu_i = 1 \quad \sqrt{v[x]} = 0.0201$$

$\bar{T}$  - Zufazilade é um recipiente com 500 garrafas, em l..

$$\bar{T} = \sum_{i=1}^{500} x_i \sim N(500, 0.0201\sqrt{500})$$

$$P(T > 500.1) = 1 - F_T(500.1) =$$

$$1 - F_{norm}(500.1, 500, 0.0201 \times \sqrt{500}) = 0.412,$$

$\rightarrow$  Qui-Quadrado:  $\rightarrow$  T-Student:

$$X \sim \chi^2(n) \quad D_x = \mathbb{R}^+$$

$$f(x) \rightarrow \underline{chisq}(x, n)$$

$$F(x) \rightarrow \underline{fcisq}(x, n)$$

$$F^{-1}(x) \rightarrow \underline{qchisq}(f(x), n)$$

$$\bullet \text{ Assimétrica à Direita} \quad \bullet \text{ Simétrica nos YY}$$

$\rightarrow$  F de Snedecor:

$$\chi^2 \neq F:$$

$$> |m - m|$$

< Assimétrica

$$X \sim F(m, n) \quad D_x = \mathbb{R}^+$$

$$f(x) \rightarrow \underline{df}(x, m, n)$$

$$F(x) \rightarrow \underline{ff}(x, m, n)$$

$$F^{-1}(x) \rightarrow \underline{qf}(f(x), m, n)$$

$\bullet$  Assimétrica à Direita

## Relações Entre Distribuições

### • Exponencial e Poisson

Se

$$X \sim P(\lambda)$$

$X \rightarrow N$ :  $\lambda$  ocorrências num intervalo de tempo  $t$ .

$\lambda \rightarrow N$ : Média de ocorrências num intervalo de tempo  $t$ .

e

$$Y \sim E\text{nf}(\theta)$$

$Y \rightarrow$  Tempo de espera entre ocorrências sucessivas.

$\sigma \rightarrow$  Tempo de espera médio entre oe. sucessivas.

então

$$\theta = \frac{t}{\lambda} \quad (\Rightarrow) \quad \lambda = \frac{t}{\theta}.$$

Exemplos com a Regra de 3 Simples:

#### • P $\rightarrow$ Cnf: (Ex. 21)

$X \sim N$ : 2 avarias em 8h.

2 Avarias - 8h.  
1 Avaria -  $\sigma$

$$X \sim P(2)$$

$Y$  - Tempo entre avarias consecutivas.

$$Y \sim E\text{nf}(\sigma) = E\text{nf}\left(\frac{10}{2}\right) = E\text{nf}(4)$$

#### • Enf $\rightarrow$ P: (Ex. 22)

$X$  - Tempo entre chegadas consecutivas, em s.

$$X \sim E\text{nf}(90)$$

$Y \sim N$ : 2 utentes que chegam em 6 minutos.

$$Y \sim P(\lambda) = P\left(\frac{10}{1.5}\right) = P(4)$$

$$\begin{array}{l|l} 1 & 90s = 1.5m \\ \hline \lambda & 6m \end{array}$$

# Parâmetros e Estimadores de Interesse

	População	Amostra
Média	$\mu = E[x]$	$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$
Variância	$\sigma^2 = V[x]$	$S^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ $s^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n (x_i^2) - n \cdot \bar{x}^2 \right)$
Desvio Padrão	$\sigma = \sqrt{V[x]}$	$s = \sqrt{s^2}$
Probabilidades	$f = \frac{n \cdot \text{cartas fav. na fp.}}{n \cdot \text{cartas fav. na fp.}}$	$\hat{f}^* = \frac{n \cdot \text{cartas fav. na amostra}}{n \cdot \text{cartas fav. na amostra}}$

## Estimação Pontual

	$\theta \rightarrow$ Parâmetro	$\hat{\theta} \rightarrow$ Estimador
Média	$\mu = E[x]$	$\hat{\mu} = \bar{x}$
Variância	$\sigma^2 = V[x]$	$\hat{\sigma}^2 = s^2$
Desvio Padrão	$\sigma = \sqrt{V[x]}$	$\hat{\sigma} = s$
Probabilidades	$f = \frac{n \cdot \text{cartas fav. na fp.}}{n \cdot \text{cartas fav. na fp.}}$	$\hat{f} = f^*$
Binomial	$x \sim B(f)$	$\hat{f} = f^*$
Poisson	$y \sim P(\lambda)$ $\lambda = E[x] = V[x]$	$\hat{\lambda} = \bar{x}$
Normal	$x \sim N(\mu, \sigma)$ $\mu = E[x]$ $\sigma = \sqrt{V[x]}$	$\hat{\mu} = \bar{x}$ $\hat{\sigma}^2 = s^2$
Exponencial	$x \sim Exp(\theta)$ $\theta = E[x]$	$\hat{\theta} = \bar{x}$

$$q^* = 1 - f^*$$

$$q = 1 - f$$

↑

$$\Rightarrow f \propto q$$

Quando  $f = ?$ ,  
 $f = 0.5$ .

## Passos para formular o IC

- 1º Escolher o  $\hat{\theta}$  para o  $\theta$ ;
- 2º Determinar a D.A.;
- 3º Identificar o I.C. (separar, se necessário);
- 4º Determinar o  $\alpha$  e os quantis;
- 5º Calcular e Interpretar o I.C..

### Sobre os ICs:

- Diminuir o grau de confiança faz com que a amplitude liminar (caso se mantenha o  $n$  de elementos da amostra).
- Aumentar o  $n$  de elementos da amostra faz com que a amplitude liminar (caso se mantenha o grau de confiança).

## Passos para os Testes e Hipóteses

- 1º Formular as hipóteses e tipo de teste;
- 2º Fixar o  $\alpha$ ;
- 3º Definir a D.A. e a E.T.;
- 4º Tomar a decisão = Rejeitar  $H_0$  se:
  - Pela RC: E.T. pertencer à RC;
  - Pelo P-Value: P-Value  $\leq \alpha$ ;
- 5º Fazer a conclusão.

D.A.:	Distribuição Amostral
E.T.:	Estatística & Teste

P-Value  
||  
Menor  $\alpha$

P-Value:  
→ Valor a partir do qual se rejeita  $H_0$ .

Tipo de  
Teste  $\Rightarrow$

$H_0$	$H_1$	Tipo de Teste
$\sigma = \sigma_0$	$\sigma \neq \sigma_0$	Bilateral
	$\sigma > \sigma_0$	unilateral direito
	$\sigma < \sigma_0$	unilateral esquerda
$\sigma \geq \sigma_0$	$\sigma < \sigma_0$	unilateral esquerda
$\sigma \leq \sigma_0$	$\sigma > \sigma_0$	unilateral direito

## Testes de Hipóteses:

### • Parâmetricos:

Só servem para  
parâmetros  $\theta$  de  
populações!!

- Servem para confirmar ou rejeitar um valor hipotético para um  $\theta$  de uma pf..
- $\mu \rightarrow$  Média
- $\mu_1 - \mu_2 \rightarrow$  Diferença de Médias
- $\sigma^2 \rightarrow$  Variância
- $\sigma_1^2 / \sigma_2^2 \rightarrow$  Quociente de Variâncias
- $f \rightarrow$  Proportion
- $f_1 - f_2 \rightarrow$  Diferença de Proporções

### • Não Parâmetricos:

#### • Testes de Ajustamento:

- Servem para testar a hip. de que uma amostra é de uma população com uma certa distribuição.
  - Qui-Quadrado  $\Rightarrow$  Precisa de tabelas de contingência
  - Kolmogorov-Smirnov
  - Lilliefors
  - Shapiro-Wilk
- e Validar as 3 regras!

Para testes de f  
pele-se cair  
as amostras no R,  
utilizando  
tft para  $\sigma$ .

#### • Teste de Independência:

- Serve para verificar se existe ou não independência entre 2 vars.
- Qui-Quadrado
- As tabelas de contingência são bilimensionais!

#### • Testes de Igualdade de 2 Distribuições:

- Servem para verificar se 2 amostras podem ser consideradas da mesma população (se têm dist. iguais).
- Wilcoxon  $\Rightarrow$  Amostras Emparelhadas
- Mann-Whitney  $\Rightarrow$  Amostras Independentes.
- Alternativa ao teste paramétrico  $\mu_1 - \mu_2$ .
- $H_D \rightarrow$  Mediana de  $D = Y - X$ ;  $H_0 : M_D = 0$ .

## Testes para Diferenças em Populações

- Há Normalidade / Inferência?

Wé-se pelos testes de Agostamento:

- Kolmogorov-Smirnov;
- Lilliefors;
- Shapiro-Wilk.

- Sim (cap. 5) ou Não ( $n \geq 30$ ):

→ Teste Paramétrico  $\Rightarrow \mu_1 - \mu_2$

- Não (cap. 6.2) ( $n < 30$ ):

→ Teste Não Paramétrico:

- Wilcoxon (Vars. Comparáveis)
- Mann-Whitney (Vars. Incomparáveis)

## Testes e Hipóteses Paramétricas

- Erros e Decisões:

- 1<sup>a</sup> Espécie (falso positivo / condenar inocentes):

- Nível de significância do teste.
- $\alpha = P[\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdadeira}]$

- 2<sup>a</sup> Espécie (falso negativo / culposos só inocentes):

- $\beta = P[\text{não rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ falsa}]$   
 $= P[\text{não rejeitar } H_0 \mid H_1 \text{ verdadeira}]$

- Valor-P:

- Probabilidade associada à E.T., para  $H_0$  verdadeira.

- Dist. Simétricas (Normal Reversa ou t-Student):

- Bilateral:  $\text{Valor-f} = 2 \times P(U \geq |U_{\text{obs}}|)$

- Uni. Direito:  $\text{Valor-f} = P(U \geq U_{\text{obs},+})$

- Uni. Esquerdo:  $\text{Valor-f} = P(U \leq U_{\text{obs},-})$

## • Dist. Assimétricas (Qui-Quadrado ou F & Snedecor):

- Bilateral:  $\text{Valor-f} = 2 \times \min\{P(V \leq V_{obs}), P(V \geq V_{obs})\}$
- Uni. Direito:  $\text{Valor-f} = P(V \geq V_{obs})$
- Uni. Esquerdo:  $\text{Valor-f} = P(V \leq V_{obs})$

## • Região Crítica:

### • Distribuição Simétrica Normal:

- Bilateral:  $R.C. = ]-\infty, -z_{1-\frac{\alpha}{2}}] \cup [z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +\infty[$
- Uni. Direito:  $R.C. = [z_{1-\alpha}, +\infty[$
- Uni. Esquerdo:  $R.C. = ]-\infty, -z_{1-\alpha}]$

### • Distribuição Simétrica T-Student:

- Bilateral:  $R.C. = ]-\infty, -t_{1-\frac{\alpha}{2}, df}] \cup [t_{1-\frac{\alpha}{2}, df}, +\infty[$
- Uni. Direito:  $R.C. = [t_{1-\alpha, df}, +\infty[$
- Uni. Esquerdo:  $R.C. = ]-\infty, -t_{1-\alpha, df}]$

### • Distribuições Assimétrica Qui-Quadrado:

- Bilateral:  $R.C. = [0, \chi^2_{\alpha/2, df}] \cup [\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, df}, +\infty[$
- Uni. Direito:  $R.C. = [\chi^2_{1-\alpha, df}, +\infty[$
- Uni. Esquerdo:  $R.C. = [0, \chi^2_{\alpha, df}]$

### • Distribuição Assimétrica F & Snedecor:

- Bilateral:  $R.C. = [0, f_{\alpha/2, df_1, df_2}] \cup [f_{1-\frac{\alpha}{2}, df_1, df_2}, +\infty[$
- Uni. Direito:  $R.C. = [f_{1-\alpha, df_1, df_2}, +\infty[$
- Uni. Esquerdo:  $R.C. = [0, f_{\alpha, df_1, df_2}]$