Resumo T1 + T2

21 de abril de 2023 00:01

Variável Estatística

- Qualitativa:
  - Nominal:
    - Nomes sem uma ordem de categorias.
  - Ordinal:
    - Nomes com uma ordem de categorias.
- Quantitativa:
  - Discreta (Domínio = conj. (in)finito de inteiros):
    - Associada a contagens.
  - Contínua (Domínio = conj. de nºs reais):
    - Associada a medições.

Tabelas de frequências

i	x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
Nº Linha	Valor ou classe	Freq. Absoluta (contagem)	Freq. Absolutas Acumuladas	Freq. Relativas ($\frac{n_i}{n}$) (0 - 1)	Freq. Relativas Acumuladas

→ Sem classes:

→ V. Qualitativas;

→ V. Quantitativas Discretas (Pouca Distinção).

→ Com classes:

→ V. Quantitativas contínuas;

→ V. Quantitativas Discretas (Muita Distinção).

→ N.º de classes: $k = 1 + \log_2 n = 1 + \frac{\ln n}{\ln 2}$

→ Amplitude das classes: $h = \frac{\max(x_i) - \min(x_i)}{k}$

Gráficos

→ Barras:

→ Dados qualitativos;

→ Dados Quantitativos Discretos.

→ Circulares:

→ Dados qualitativos;

→ Dados Quantitativos Discretos (Menos Usado).

→ Histogramas:

→ Dados Quantitativos Contínuos (em classes).

Medidas de Localização

> No caso de V. nominais apenas se contabiliza a moda!

→ Central:

→ Moda (maior n_i | mais repetido)

→ Média (mean() | $\bar{x} = (\sum_{i=1}^{n} x_i)/n$)

→ Mediana (median())

> $mp = n \times 0.5$:
> • Se mp é inteiro: $\tilde{x} = \dfrac{x_{(mp)} + x_{(mp+1)}}{2}$
> • Senão: $\tilde{x} = x_{([mp]+1)}$ Mediana

→ Não central:

→ Quantis:

$Q_1 \to mp = n \times 0.25$	$Q_2 \to \tilde{x}$	$Q_3 \to mp = n \times 0.75$

Medidas de Dispersão

→ Dispersão Absoluta:

→ Amplitude Total: (max() − min())

→ Amplitude Interquartis: $AIQ = Q_3 - Q_1 =$ IQR()

→ Variância: $\sigma^2 =$ Var()

→ Desvio Padrão: $\sigma =$ sd() = sqrt(σ^2)

→ Dispersão Relativa:

→ Coeficiente de Variação: $CV = \dfrac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$

Medidas de Simetria

→ $b_1 =$ skewness() $= \dfrac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\dfrac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^3$

- $b_1 = 0 \to$ Simétrica
- $b_1 > 0 \to$ Assimétrica positiva / para a direita
- $b_1 < 0 \to$ Assimétrica negativa / para a esquerda

V. Al. Discretas

X – Nº de ...... (contagens)

$f(x) = P(X = x)$ → função Probabilidade

x	Min	...	Max
$f(x)$	...	...	...

→ Nota:

→ $f(x) \geq 0, \ \forall x$

→ $\sum f(x) = 1$

$F(x) = P(X \leq x)$ → função Distribuição

→ $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq Min \\ \ldots, & Min < x < Max \\ 1, & x \geq Max \end{cases}$

$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

$P(\overline{a}) = 1 - P(a)$

$P(a|b) = \dfrac{P(a \cap b)}{P(b)}$

Intervalo de Resultados: $0 \leq P(a) \leq 1$

$\cup$ → ou
$\cap$ → e
$|$ → Sabendo que / se

$E[X] = \mu = \sum x \cdot f(x)$ → Valor esperado

$E[X^2] = \sum x^2 \cdot f(x)$

$E[aX + b] = a \cdot E[X] + b$

$E[a] = a$

$E[X + Y] = E[X] + E[Y]$

$V[X] = E[X^2] - E^2[X]$

$V[a] = \emptyset$

$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2]$

$= \sum_x (x - \mu)^2 \times f(x)$

Variância

$V[aX + b] = a^2 \cdot V[X]$

$F(k) = f_{dist.}(k) = \alpha$
(=)
$F^{-1}(\alpha) = q_{dist.}(\alpha) = k$

$\sigma = \sqrt{V[X]}$ → Desvio Padrão

V. Al. Contínuas

$X - \ldots\ldots$

$f(x) = P(X=x)$ → f. Densidade de Probabilidade

↳ $f(x) = F'(x)$

↳ Apenas é F.D.P. se:

→ $f(x) \geq 0, \forall x$

→ $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$

$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$ → f. Distribuição

$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$

$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\,dx = \mu$ Valor esperado

$E[X^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)\,dx$

$E[a] = a$

$E[aX + b] = a \cdot E[X] + b$

$V[X] = E[X^2] - E^2[X] = \sigma^2$ → Variância

$V[a] = \emptyset$

$V[aX + b] = a^2 \cdot V[X]$

$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{V[X]}$

↳ Desvio Padrão

Primitivas Importantes

$P(x^k) = \frac{x^{k+1}}{k+1}, \; k \neq -1$

$P(k) = kx$

Exemplo de uma Integral:

$\int_2^4 (1 - \frac{x}{4})\,dx = \int_2^4 1\,dx - \int_2^4 \frac{x}{4}\,dx$

$= \int_2^4 1\,dx - \frac{1}{4}\int_2^4 x\,dx$

$P(1)$ $\quad \frac{1}{4}P(x)$

$= [x]_2^4 - \frac{1}{4}\left[\frac{x^2}{2}\right]_2^4$

$= (4-2) - \frac{1}{4}\left(\frac{4^2}{2} - \frac{2^2}{2}\right)$

$= 2 - \frac{1}{4}\left(\frac{16}{2} - \frac{4}{2}\right) = 2 - \frac{12}{8}$

$= 4/8$

Distribuições Teóricas Conhecidas

• V. Al. Discretas:

→ Uniforme Discreta:

→ Para situações em que todos os valores possíveis têm a mesma probabilidade de ocorrer.
→ Aplica-se apenas a conjuntos de val. discretos.

$X \sim U(n)$

$n = b - a + 1 \Rightarrow$ N.º de elementos do domínio.

$$f(x) = P(X = x) = \frac{1}{n} = \begin{cases} 1/n, & \forall x \in D_x \\ 0, & c.c. \end{cases}$$

• D_x = Inteiros Consecutivos:

$$E[X] = \frac{a+b}{2}$$

$$V[X] = \frac{(b-a+1)^2 - 1}{12}$$

• $D_x \neq$ Inteiros Consecutivos:

$$E[X] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$V[X] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - E^2[X]$$

$$D_x = \{\underbrace{a}_{\text{1º do Domínio}}, a+1, a+2, \dots, \underbrace{b}_{\text{Último do domínio}}\}$$

→ Binomial:

→ Para situações em que há 2 resultados possíveis e interessa calcular a probabilidade do nº de (in)sucessos. $E[X] = n \cdot p$

$X \sim B(n, \underbrace{p}_{P(\text{Sucesso})})$ $V[X] = n \cdot p \cdot (1-p)$

X → Nº de Sucessos em n provas.

$f(x) = P(X = x) \Rightarrow \underline{\text{dbinom}}(x, n, p)$

$F(x) = P(X \leq x) \Rightarrow \underline{\text{pbinom}}(x, n, p)$

$F(k) = \text{prob} \Leftrightarrow k = F^{-1}(\text{prob}) \Rightarrow \underline{\text{qbinom}}(\text{prob}, n, p)$

$D_X = \{0, 1, 2, \ldots\}$ $\boxed{n = n_{x_1} + n_{x_2}}$

Aditividade da Binomial: $Y = X_1 + X_2 \sim B(n, p)$

$\boxed{= \text{em todos}}$

→ Poisson:

→ Ocorrência de eventos raros num intervalo de tempo.

→ É calcular a probabilidade de ocorrência de eventos raros num intervalo de tempo.

$X \sim P(\lambda)$ $\lambda = E[X] = V[X]$

X → Nº de ocorrências num intervalo de medida.

$f(x) = P(X = x) \Rightarrow \underline{\text{dpois}}(x, \lambda)$

$F(x) = P(X \leq x) \Rightarrow \underline{\text{ppois}}(x, \lambda)$

$F(x) = \text{prob} \Leftrightarrow x = F^{-1}(\text{prob}) \Rightarrow \underline{\text{qpois}}(\text{prob}, \lambda)$

$D_X = \{0, 1, 2, \ldots\}$ $\boxed{\lambda = \lambda_{x_1} + \lambda_{x_2}}$

Aditividade da Poisson: $Y = X_1 + X_2 \sim P(\lambda)$

- **V. Al. Contínuas:**

→ Uniforme Contínua:

→ É igual à Uniforme Discreta, mas para intervalos contínuos.

$X \sim U(a, b)$ $\quad D_x = [a, b]$

$a \to$ 1º do domínio

$b \to$ último do domínio

$f(x) \to$ dunif (x, a, b)

$F(x) \to$ punif $(x, a, b) \to P(X \leq x) = \frac{x-a}{b-a}$ (ou $<$)

$F^{-1}(x) \to$ qunif (prob, a, b)

$E[X] = \frac{a+b}{2} \qquad V[X] = \frac{(b-a)^2}{12}$

→ exponencial:

→ Tempo/Dist. entre ocorrências sucessivas.

→ é usada para calcular a probabilidade de um evento ocorrer num intervalo de tempo.

$X \sim Exp(\theta)$

$D_x = [0, +\infty[$

$E[X] = \theta$

$V[X] = \theta^2$

$\boxed{\text{Até a 1ª ocorrência, entre 2 ocorrências}}$

Falta de Memória: $P(X \geq a+b \mid X \geq a) = P(X \geq b)$

$f(x) \to$ dexp $(x, 1/\theta)$

$F(x) \to$ pexp $(x, 1/\theta) \to P(X \leq x) = 1 - e^{-\frac{x}{\theta}}, x \geq 0$ (ou $<$)

$F^{-1}(x) \to$ qexp (prob, $1/\theta$)

→ Normal:

→ Usada para modelar dados distribuídos simetricamente em torno de uma média.

$X \sim N(\mu, \sigma)$

$f(x) \rightarrow \underline{\text{dnorm}}(x, \mu, \sigma)$

$\boxed{\begin{array}{l} \mu \rightarrow \text{Média} \\ \sigma \rightarrow \text{Desvio} \end{array}}$

$F(x) \rightarrow \underline{\text{pnorm}}(x, \mu, \sigma) \rightarrow P(X \overset{\leq}{<} x)$

$F^{-1}(x) \rightarrow \underline{\text{qnorm}}(\text{prob}, \mu, \sigma)$

$E[X] = \mu$

$V[X] = \sigma^2$

$D_X = \mathbb{R}$

→ Normal Standard / Reduzida:

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

$P(Z \overset{\leq}{<} x) = \Phi(x)$

$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$

$f(x) \rightarrow \underline{\text{dnorm}}(x)$

$\Phi(x) \rightarrow \underline{\text{pnorm}}(x)$

$\Phi^{-1}(x) = z_{(x)} \rightarrow \underline{\text{qnorm}}(\text{prob})$

$\left| \begin{array}{l} P(X \overset{\leq}{<} k) = \alpha \\ \Phi(k) = \alpha \end{array} \right| \Leftrightarrow k = \Phi^{-1}(\alpha) = z_{(\alpha)}$

- Exemplo entre Normal e Normal Reduzida:

Exemplo 25 dos slides

Dado no enunciado

X - Altura a que crescem pinheiros, em m.

$\mu = ?$ $\quad X \sim N_{(\mu, 1.1)}$ $\quad P(X \geq 16) = 0.9$

$\sigma = 1.1$

$E[X] = ? = \mu = 17.41m$

$P(X \geq 16) = 0.9 \Leftrightarrow 1 - P(X < 16) = 0.9 \Leftrightarrow$

$F(16) = 0.1 \Leftrightarrow$ $\longrightarrow$ $Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \sim N_{(0,1)}$

$P\left(Z < \frac{16-\mu}{\sigma}\right) = 0.1 \Leftrightarrow$

$\Phi\left(\frac{16-\mu}{1.1}\right) = 0.1 \Leftrightarrow$ $\longrightarrow$ $\Phi(x)$ é a $F(x)$ de uma normal 0 1.

$\frac{16-\mu}{1.1} = \Phi^{-1}(0.1) = \underline{\text{qnorm}}(0.1) = -1.282 \Leftrightarrow$

$16 - \mu = -1.4102 \Leftrightarrow \mu = 17.41m$ //

- Exemplo entre Normal e Binomial:

X - Comprimento de um salto dado por um atleta.

$X \sim N(7.23, 0.33)$

Qual a probabilidade de, em 5 saltos, haver 2 com mais de 7.5m?

$Y \sim B(n, p) \Leftrightarrow Y \sim B(5, 0.2066)$

$n = 5$ saltos

$p = P(\text{Sucesso}) = P(X > 7.5) = 1 - P(X \leq 7.5)$

$= 1 - \text{pnorm}(7.5, 7.23, 0.33) = 0.2066$ //

$P(Y = 2) = \text{dbinom}(2, 5, 0.2066) = 0.2132$ //

• Propriedades da Normal (V. Independentes):

• Aditividade da Normal:

$$Y=\sum_{i=1}^{k} X_i \sim N\left(\sum_{i=1}^{k}\mu_i \, , \sqrt{\sum_{i=1}^{k}\sigma_i^2}\right)$$

• Combinação Linear da Normal:

$$Y=\sum_{i=1}^{k} a_i X_i \sim N\left(\sum_{i=1}^{k} a_i\mu_i \, , \sqrt{\sum_{i=1}^{k} a_i^2\sigma_i^2}\right)$$

• Teorema do Limite Central:

$$T=\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N\left(n\mu, \sqrt{n\sigma^2}\right)$$

$(\Leftrightarrow)$

$$T=\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N\left(n\mu, \sigma\sqrt{n}\right)$$

É Parecido à Aditividade, mas é para distribuições desconhecidas!

Para $n \geq 30$!

→ Aprox. da Binomial pela Normal:

$$X \sim B(n,p) \xrightarrow{n \to +\infty} X \sim (np, \sqrt{npq})$$

→ Aprox. da Poisson pela Normal:

$$X \sim P(\lambda) \xrightarrow{\lambda \to +\infty} X \sim N(\lambda, \sqrt{\lambda})$$

- **Exemplos das Propriedades:**
  - **Exemplo 26:**

X_1 - Pontuação do jogador 1

X_2 - Pontuação do jogador 2

$X_1 \sim N(84, 5)$ $\quad X_2 \sim N(85, 8)$

1) Aditividade

$P(X_1 + X_2 > 176)$

$Y = X_1 + X_2 \sim N(84 + 85, \sqrt{5^2 + 8^2})$

$Y \sim N(169, \sqrt{89})$

$P(Y > 176) = 1 - F(176)$

$= 1 - pnorm(176, 169, sqrt(89))$

$= 0.229$

2) Combinação Linear

$P(X_2 > X_1) \Leftrightarrow P(X_1 - X_2 < 0)$

$W = X_1 - X_2 \sim N(84 - 85, \sqrt{5^2 - (-1)^2\, 8^2})$

$W \sim N(-1, \sqrt{89})$

$P(W < 0) = pnorm(0, -1, sqrt(89))$

$= 0.5422$

- Exemplo 28: T. Limite Central

X_i - Conteúdo, em l., da garrafa i.

$i = [1, 500]$ $\mu_i = 1$ $\sqrt{V[X]} = 0.0201$

T - Capacidade de um recipiente com 500 garrafas, em l..

$$T = \sum_{i=1}^{500} X_i \sim N(500, 0.0201\sqrt{500})$$

$P(T > 500.1) = 1 - F_T(500.1) =$

1 - pnorm(500.1, 500, 0.0201 * sqrt(500)) = 0.412

→ Qui-Quadrado:

$X \sim X^2(n)$ $D_x = \mathbb{R}^+$

f(x) → dchisq(x, n)

F(x) → pchisq(x, n)

$F^{-1}(x)$ → qchisq(pos, n)

- Assimétrica à Direita

→ T-Student:

$X \sim t(n)$ $D_x = \mathbb{R}$

f(x) → dt(x, n)

F(x) → pt(x, n)

$F^{-1}(x)$ → qt(pos, n)

- Simétrica nos YY

→ F de Snedecor:

X^2 e F:

$\boxed{\begin{array}{l} > \text{ln e ml} \\ < \text{Assimetria} \end{array}}$

$X \sim F(m, n)$ $D_x = \mathbb{R}^+$

f(x) → df(x, m, n)

F(x) → pf(x, m, n)

$F^{-1}(x)$ → qf(pos, m, n)

- Assimétrica à Direita

Relações Entre Distribuições

- Exponencial e Poisson

Se

$X \sim P(\lambda)$

$X \to$ N.º de ocorrências num intervalo de tempo t.

$\lambda \to$ N.º Médio de ocorrências num intervalo de tempo t.

e

$Y \sim Exp(\theta)$

$Y \to$ Tempo de espera entre ocorrências sucessivas.

$\theta \to$ Tempo de espera médio entre oc. sucessivas.

então

$$\theta = \frac{t}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{t}{\theta}.$$

Exemplos com a Regra de 3 Simples:

- $P \to Exp$: (Ex. 21)

2 Avarias — 8h.
1 Avaria — θ

X - N.º de avarias em 8h.

$X \sim P(2)$

Y - Tempo entre avarias consecutivas.

$Y \sim Exp(\theta) = Exp\left(\frac{1 \times 8}{2}\right) = Exp(4)$

- $Exp \to P$: (Ex. 22)

1 —— 90 s = 1.5 m
λ —— 6 m

X - Tempo entre chegadas consecutivas, em s.

$X \sim Exp(90)$

Y - N.º de utentes que chegam em 6 minutos.

$Y \sim P(\lambda) = P\left(\frac{1 \times 6}{1.5}\right) = P(4)$

Parâmetros e Estimadores de Interesse

	População	Amostra
Média	$\mu = E[x]$	$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$
Variância	$\sigma^2 = V[x]$	$s^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$ $s^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^{n} (x_i^2) - n \cdot \bar{x}^2 \right)$
Desvio Padrão	$\sigma = \sqrt{V[x]}$	$s = \sqrt{s^2}$
Proporção	$f = \frac{\text{nº casos fav. na pop.}}{\text{nº casos pos. na pop.}}$	$f^* = \frac{\text{nº casos fav. na amostra}}{\text{nº casos pos. na amostra}}$

Estimação Pontual

	θ → Parâmetro	$\hat{\theta}$ → Estimador
Média	$\mu = E[x]$	$\hat{\mu} = \bar{x}$
Variância	$\sigma^2 = V[x]$	$\hat{\sigma}^2 = s^2$
Desvio Padrão	$\sigma = \sqrt{V[x]}$	$\hat{\sigma} = s$
Proporção	$f = \frac{\text{nº casos fav. na pop.}}{\text{nº casos pos. na pop.}}$	$\hat{f} = f^*$
Binomial	$X \sim B(f)$ f = casos fav. / casos pos.	$\hat{f} = f^*$
Poisson	$Y \sim P(\lambda)$ $\lambda = E[Y] = V[x]$	$\hat{\lambda} = \bar{x}$
Normal	$X \sim N(\mu, \sigma)$ $\mu = E[x]$ $\sigma = V[x]$	$\hat{\mu} = \bar{x}$ $\hat{\sigma}^2 = s^2$
Exponencial	$X \sim Exp(\theta)$ $\theta = E[x]$	$\hat{\theta} = \bar{x}$

$$q^* = 1 - f^*$$
$$q = 1 - f$$

$\Uparrow$

$\Rightarrow f \times q$

Quando $f = ?$, $f = 0.5$.

Passos para formular o IC

1º- Escolher o $\hat{\theta}$ para o θ;
2º- Determinar a D.A.;
3º- Identificar o I.C. (deduzir, se necessário);
4º- Determinar o α e os quantis;
5º- Calcular e Interpretar o I.C..

Sobre os ICs:

- Diminuir o grau de confiança faz com que a amplitude diminua (caso se mantenha o nº de elementos da amostra).
- Aumentar o nº de elementos da amostra faz com que a amplitude diminua (caso se mantenha o grau de confiança).

Passos para os Testes de Hipóteses

D.A.:	Distribuição Amostral
E.T.:	Estatística de Teste

1º- Formular as hipóteses e tipo de teste;
2º- Definir a D.A. e a E.T.;
3º- Tomar a Decisão = Rejeitar H_0 se:
- Pela RC: E.T. pertencer à RC;
- Pelo P-Value: P-Value $\leq \alpha$;

4º- Fazer a conclusão.

P-Value
||
Menor α

Nota: O P-Value é o valor a partir do qual se rejeita H_0.

Escolha do Tipo de Teste =>

H_0	H_1	Tipo de Teste
$\sigma = \sigma_0$	$\sigma \neq \sigma_0$	Bilateral
	$\sigma > \sigma_0$	Unilateral Direito
	$\sigma < \sigma_0$	Unilateral Esquerdo
$\sigma \geq \sigma_0$	$\sigma < \sigma_0$	Unilateral Esquerdo
$\sigma \leq \sigma_0$	$\sigma > \sigma_0$	Unilateral Direito

Testes

- **Paramétricos:**
  - μ → Média
  - $\mu_1 - \mu_2$ → Diferença de Médias
  - σ^2 → Variância
  - σ_1^2 / σ_2^2 → Quociente de Variâncias
  - p → Proporção
  - $p_1 - p_2$ → Diferença de Proporções
- **Não Paramétricos:**
  - Testes de Ajustamento:
    - → Qui-Quadrado
    - → Kolmogorov-Smirnov
    - → Lilliefors
    - → Shapiro-Wilk
  - Diferença de Medianas:
    - → Wilcoxon
    - → Mann-Whitney

Testes para Diferenças em Populações

- **Há Normalidade / Independência?**

  [Vê-se pelos testes de Ajustamento:
  - Kolmogorov-Smirnov;
  - Lilliefors;
  - Shapiro-Wilk.]

  - Sim (cap. 5):
    - → Teste Paramétrico => $\mu_1 - \mu_2$
  - Não ($n \geq 30$):
    - → ....
  - Não (cap. 6.2) ($n < 30$):
    - → Teste Não Paramétrico:
      - Wilcoxon (Vars. emparelhadas)
      - Mann-Whitney (Vars. Independentes)

Testes de Hipóteses Paramétricos

- Erros de Decisão:
  - 1ª Espécie (falso positivo / condenar inocentes):
    - Nível de significância do teste.
    - $\alpha = P[\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdadeira}]$
  - 2ª Espécie (falso negativo / culpados são inocentes):
    - $\beta = P[\text{não rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ falsa}]$
      $= P[\text{não rejeitar } H_0 \mid H_1 \text{ verdadeira}]$

- Valor-P:
  - Probabilidade associada à E.T., para H_0 verdadeira.
  - Dist. Simétricas (Normal Reduzida ou t-Student):

    Teste

    - Bilateral: Valor-$p = 2 \times P(U \geq |U_{obs}|)$
    - Uni. Direito: Valor-$p = P(U \geq U_{obs})$
    - Uni. Esquerdo: Valor-$p = P(U \leq U_{obs})$
  - Dist. Assimétricas (Qui-Quadrado ou F de Snedecor):

    Teste

    - Bilateral: Valor-$p = 2 \times \min\{P(V \leq V_{obs}), P(V \geq V_{obs})\}$
    - Uni. Direito: Valor-$p = P(V \geq V_{obs})$
    - Uni. Esquerdo: Valor-$p = P(V \leq V_{obs})$

- Região Crítica:
  - Para a Média:
    - População Normal;
    - σ conhecido;
    - Teste Unilateral esquerdo:
    - R.C. $=]-\infty, z_\alpha]$

caso 1.

- População Normal;
- σ Desconhecido;
- Teste Unilateral Direito:
- R.C. $= [t_{1-\alpha; n-1}, +\infty[$

caso 2.

- Para a Diferença de Médias:
  - Populações Normais;
  - σ_1 e σ_2 Desconhecidos;
  - $\sigma_1 = \sigma_2$;
  - Amostras Independentes;
  - Teste Unilateral Direito:
  - R.C. $= [t_{1-\frac{\alpha}{2}; n_1+n_2-2}, +\infty[$

caso 2.

- Populações Quaisquer;
- σ_1 e σ_2 desconhecidos;
- Amostras Independentes;
- n_1 e $n_2 \geq 30$;
- Teste Bilateral:
- R.C. $=]-\infty, -z_{1-\frac{\alpha}{2}}] \cup [z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +\infty[$

caso 5.

- Para a Variância:
  - Teste unilateral esquerdo:
  - R.C. $= [0, \chi^2_{\alpha; n-1}]$

único

- Para o Quociente de Variâncias:
  - Teste Bilateral:
  - R.C. $= [0, f_{\frac{\alpha}{2}; n_1-1, n_2-1}] \cup$ $[f_{1-\frac{\alpha}{2}; n_1-1, n_2-1}, +\infty[$

único

- Para a Proporção:
  - Teste Unilateral Direito:
  - R.C. $= [z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +\infty[$ — Único
  - Teste Unilateral esquerdo:
  - R.C. $=]-\infty, z_{\alpha}]$ — Único
  - Teste Bilateral:
  - R.C. $=]-\infty, -z_{1-\frac{\alpha}{2}}] \cup [z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +\infty[$ — Único
- Para a Diferença de Proporções:
  - Teste Unilateral Direito:
  - R.C. $= [z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +\infty[$ — Único