

Grote O-notatie en complexiteitstheorie.

Zie:

- <https://nl.wikipedia.org/wiki/Grote-O-notatie>
- https://en.wikipedia.org/wiki/Big_O_notation
- https://en.wikipedia.org/wiki/Computational_complexity_theory
- <https://vtk.ugent.be/wiki/Complexiteit>

De grote O-notatie is een wiskundige notatie.

Andere benamingen zijn:

- Bachmann-Landau notatie
- asymptotische notatie

In de informatica wordt de notatie gebruikt om algoritmen te classificeren.

De 'O' staat voor 'orde' en geeft de orde van grootte van een functie aan.

Met deze notatie kan de complexiteit van een algoritme aangegeven worden.

Hiermee wordt aangegeven in welke manier de benodigde tijd toeneemt in functie van de omvang (= aantal elementen) van het te verwerken probleem.

Een gebruikelijke onderverdeling:

orde	naam	algoritme
$O(1)$	constant	is x even of oneven?
$O(\log(n))$	logarithmic	binary search
$O(n)$	linear	linear search, loop
$O(n\log(n))$	log linear	mergesort, quicksort, heapsort
$O(n^2)$	quadratic	insertion sort, geneste dubbele loop
$O(n^3)$	cubic	
$O(n^c)$	polynomial	
$O(c^n)$	exponential	traveling salesman
$O(n!)$	factorial	brute force traveling salesman , recursieve fibonacci

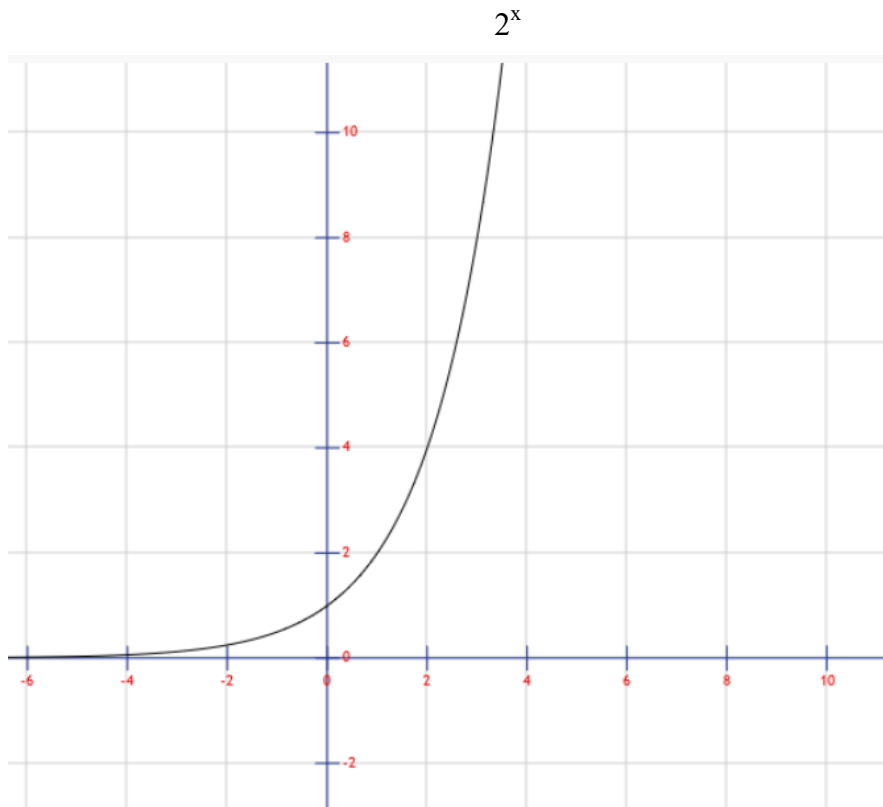
De exponentiële functie.

Machtsverheffen: $2^n : 2 \cdot 2 \dots 2$ (n keer) (n is geheel en positief)

Als n positief en geheel is, is machtsverheffen hetzelfde als herhaald vermenigvuldigen.

De definitie van 2^n kan uitgebreid worden tot reële getallen.

$$f(x) = 2^x$$



Een belangrijke eigenschap bij de exponentiële functie is:

$$a^{x+y} = a^x \cdot a^y$$

De logaritmische functie

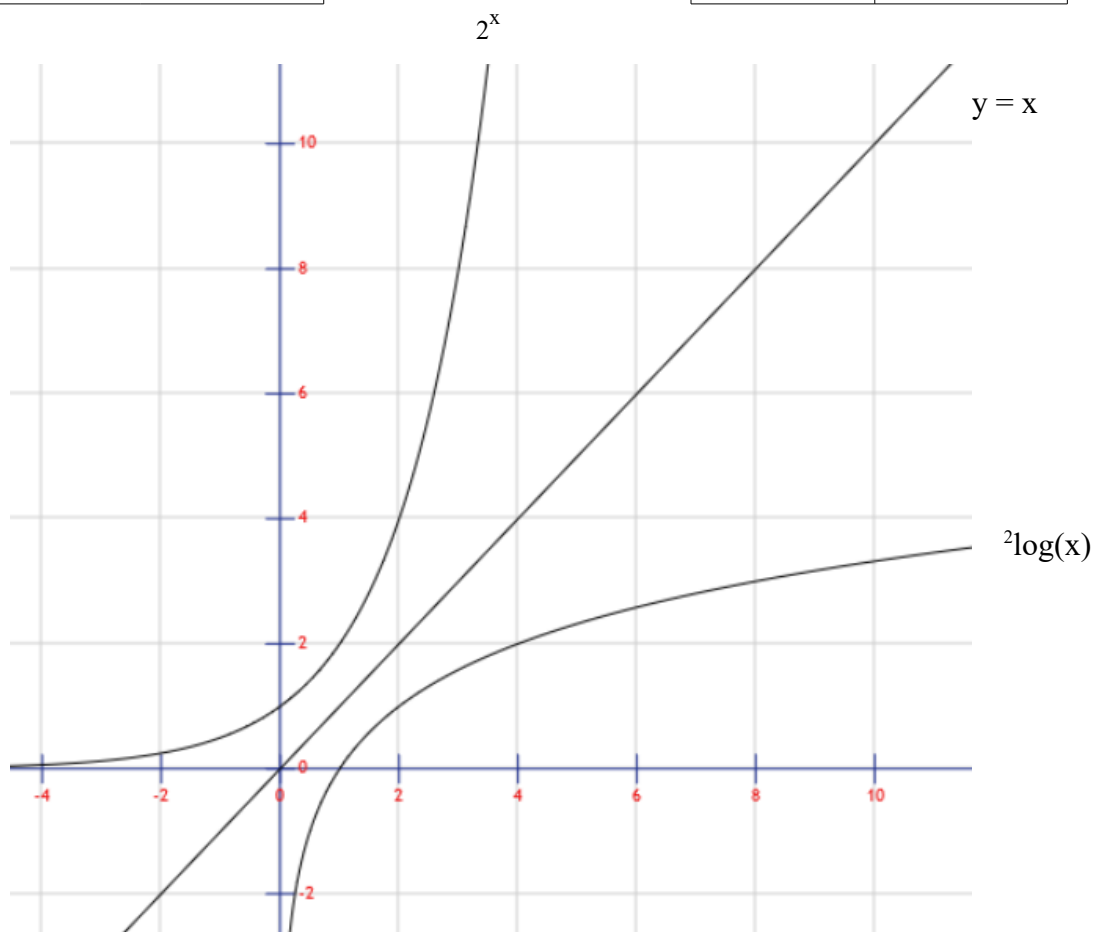
De logaritmische functie is de inverse functie van de exponentiële functie.

Als $y = 2^x$ dan is $x = {}^2\log(y)$

Een voorbeeld: ${}^2\log(64) = 6$ want $2^6 = 64$

n	2^n
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024

n	${}^2\log(n)$
1	0
2	1
4	2
8	3
16	4
32	5
64	6
128	7
256	8
512	9
1024	10



De grafiek laat het volgende zien:

- de functie 2^x en ${}^2\log(x)$ zijn elkaars gespiegelde t.o.v. de lijn $y=x$
- ${}^2\log(x)$ stijgt maar wordt op den duur steeds vlakker

Algemeen: de inverse functie van a^x is: ${}^a\log(x)$.

Dit houdt in dat $a^{a\log(x)} = x$ en $a^{\log(a^x)} = x$

Bij rekenmachines zijn vaak twee logarithmische functies aanwezig:

- $\log(x)$
- $\ln(x)$, de natuurlijke logaritme

$\log(x)$ is de inverse functie van 10^x en is gelijk aan ${}^{10}\log(x)$

$\ln(x)$ is de inverse functie van $\exp(x) = e^x$ en is gelijk aan ${}^e\log(x)$

(e is de Euler-constante en is gelijk aan 2.718281828459045...)

De volgende eigenschap geldt:

$${}^a\log(b) * {}^b\log(c) = {}^a\log(c)$$

Daarom geldt ook: ${}^b\log c = \frac{{}^a\log(c)}{{}^a\log(b)}$

en dus ook: ${}^a\log(b) = \frac{{}^e\log(a)}{{}^e\log(b)} = \frac{\ln(a)}{\ln(b)}$

$${}^2\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(2)}$$

$${}^{10}\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$$

Python kent de volgende logfuncties:

- `math.log(x)` : $\ln(x)$
- `math.log(x,a)` : ${}^a\log(x)$ ($= \ln(x)/\ln(a)$)
- `math.log2(x)` : ${}^2\log(x)$ (nauwkeuriger dan `math.log(x,2)`)
- `math.log10(x)` : ${}^{10}\log(x)$ (nauwkeuriger dan `math.log(x,10)`)

Oefenopgaven.

Ga uit van een lijst 'a' met $\text{len}(a) = n$

Kies uit de volgende antwoorden: $O(1)$, $O(\log(n))$, $O(n)$, $O(n^2)$

1. Van welke orde is de opdracht

```
for e in a:  
    print(e)
```

2. Van welke orde is de opdracht

```
print(a[0])
```

3. Van welke orde is de opdracht

```
k = len(a)-1  
while k > 0:  
    print(a[k])  
    k //= 2
```

4: Van welke orde is de opdracht:

```
for e1 in a:  
    for e2 in a:  
        print(e1-e2)
```

Sites:

- <https://nl.wikipedia.org/wiki/Grote-O-notatie>
- https://en.wikipedia.org/wiki/Big_O_notation
-
- <http://www.nldit.com/programmering/computer-programming-languages/201309/86643.html#.WC8HIFx4RQM>
- <https://justin.abrah.ms/computer-science/big-o-notation-explained.html>
- <http://bigocheatsheet.com/>
- <https://rob-bell.net/2009/06/a-beginners-guide-to-big-o-notation/>
- <http://pages.cs.wisc.edu/~vernon/cs367/notes/3.COMPLEXITY.html#introduction>