Análise sintática

Gramáticas livres de contexto

Prof. Edson Alves

Faculdade UnB Gama

Gramática livre de contexto

Definição

Uma gramática livre de contexto é composta por terminais, não-terminais, um símbolo de partida e produções, onde

1. os terminais (tokens) são símbolos básicos para a formação de cadeias;
2. os não-terminais são variáveis sintáticas que identificam cadeias de tokens e que impõem uma estrutura hierárquica na linguagem;
3. um dentre os não-terminais é designado como símbolo de partida e o conjunto de cadeias geradas por ele é a linguagem definida pela gramática; e
4. as produção estabelecem as relações entre terminais e não-terminais e como novas cadeias podem ser formadas. Cada produção é composta por um não-terminal seguido de uma seta, a qual é sucedida por uma cadeia de terminais e não-terminais.

Convenções de notação

1. São terminais:
   (i) Letras minúsculas do alfabeto (por exemplo, $a, b, c, \dots$)
   (ii) Simbolos de operadores (por exemplo, `+`, `-`, `×`, etc)
   (iii) Símbolos de pontuação, parêntesis, vírgulas, etc
   (iv) Os dígitos decimais `0`, `1`, `2`, ..., `9`
   (v) Cadeias em negrito (por exemplo, **if**, **else**, **for**, etc)
2. São não-terminais:
   (i) Letras maiúsculas do início do alfabeto (por exemplo, $A, B, C, \dots$)
   (ii) A letra S, em geral indicado o símbolo de partida
   (iii) Nomes em itálico formados por letras minúculas (por exemplo, cmd e $expr$)
3. Letras maiúsculas do final do alfabeto (em geral, X, Y, Z) representam símbolos gramaticais, isto é, terminais ou não-terminais

Convenções de notação

4. Letras minúsculas do fim do alfabeto (em geral, x, y, z) representam cadeias de terminais
5. Letras gregas minúsculas (por exemplo, $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$) representam cadeias de símbolos gramaticais (por exemplo, $A \to \alpha$ seria uma produção)
6. Se $A \to \alpha_1, A \to \alpha_2, \ldots A \to \alpha_N$ são produções com A à esquerda (denominadas produções-A) então estas produções podem ser grafadas em uma só linha como

$$A \to \alpha_1 \mid \alpha_2 \mid \ \ldots \ \mid \alpha_N,$$

   sendo cada α_i uma alternativa para A
7. O lado esquerdo da primeira produção é o símbolo de partida, salvo indicação contrária

Exemplo de gramática sem e com as convenções de notação

$$
\begin{aligned}
expr &\to expr\ op\ expr\\
expr &\to (expr)\\
expr &\to \texttt{-}\ expr\\
expr &\to \textbf{id}\\
op &\to \texttt{+}\\
op &\to \texttt{-}\\
op &\to \times\\
op &\to \div\\
op &\to \uparrow
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E &\to E\ A\ E \mid (E) \mid \texttt{-}\ E \mid \textbf{id}\\
A &\to \texttt{+} \mid \texttt{-} \mid \times \mid \div \mid \uparrow
\end{aligned}
$$

Derivações

Definição de derivação

Sejam E um não-terminal, $E \to \alpha_1 \mid \alpha_2 \mid \ldots \mid \alpha_N$ produções-E e $\sigma = \beta\ E\ \gamma$. É dito que σ deriva $\beta\ \alpha_i\ \gamma$, e notamos $\sigma \Rightarrow \beta\ \alpha_i\ \gamma$, se a instância de E em σ é substituída por uma das alternativas α_i das produções-E.

Uma sequência de substituições em σ que resulte em X é chamada derivação de X a partir de σ.

Derivações em zero ou mais passos

Definição em zero ou mais passos

Se $\alpha_1 \Rightarrow \alpha_2 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \alpha_n$, então α_1 deriva α_N. O símbolo $\Rightarrow$ significa "deriva em um passo". O símbolo $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ significa "deriva em zero ou mais passos" e o símbolo $\stackrel{+}{\Rightarrow}$ significa "deriva em um ou mais passos".

A derivação em zero ou mais passos tem duas importantes propriedades:

1. $\alpha \stackrel{*}{\Rightarrow} \alpha$ para qualquer cadeia α, e
2. se $\alpha \stackrel{*}{\Rightarrow} \beta$ e $\beta \stackrel{*}{\Rightarrow} \gamma$, então $\alpha \stackrel{*}{\Rightarrow} \gamma$

Exemplo de derivação da expressão $-(\textbf{id} + \textbf{id}) \times \textbf{id}$

$$
\begin{aligned}
E &\Rightarrow E \times E \\
&\Rightarrow -E \times E \\
&\Rightarrow -(E) \times E \\
&\Rightarrow -(E + E) \times E \\
&\Rightarrow -(E + E) \times \textbf{id} \\
&\Rightarrow -(\textbf{id} + E) \times \textbf{id} \\
&\Rightarrow -(\textbf{id} + \textbf{id}) \times \textbf{id}
\end{aligned}
$$

Linguagem gerada por G

Definição

Seja G uma gramática e S um símbolo de partida. O conjunto $L(G)$, denominado linguagem gerada por G, contém uma cadeia w se, e somente se, w contém apenas terminais e $S \stackrel{+}{\Rightarrow} w$. A cadeia w é denominada uma sentença de G. Uma linguagem que pode ser gerada por uma gramática é chamada linguagem livre de contexto.

Se duas gramáticas G_1 e G_2 geram a mesma linguagem, então G_1 e G_2 são ditas equivalentes.

Se $S \stackrel{*}{\Rightarrow} \alpha$, onde α pode conter tanto terminais quanto não-terminais, α é denominada uma forma sentencial de G.

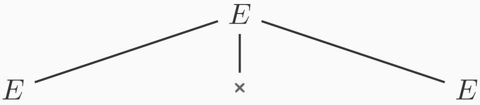
Árvores gramaticais e derivações

- A ordem de substituição em uma derivação é arbitrária
- Convém, portanto, assumir uma ordem de substituição, sendo as mais comuns substuir sempre o não-terminal mais à esquerda (gerando a forma sentencial mais à esquerda) ou mais à direita (derivações canônicas)
- Uma árvore gramatical pode ser vista como uma representação gráfica de uma derivação com uma ordem específica de substituição
- A ordem de substituição definirá o formato da árvore
- Uma gramática que produz mais de uma árvore gramatical para alguma sentença é dita ambígua

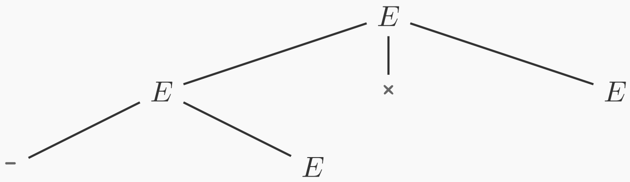
Árvore gramatical da derivação da expressão $-(\mathbf{id} + \mathbf{id}) \times \mathbf{id}$

$$E$$

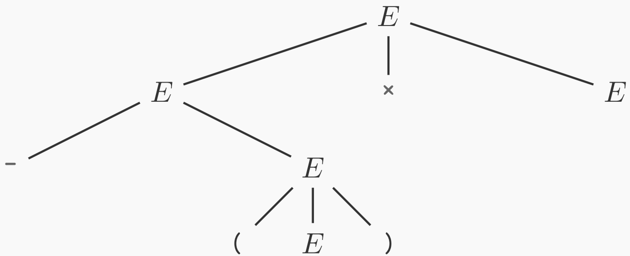
Árvore gramatical da derivação da expressão $-(\textbf{id} + \textbf{id}) \times \textbf{id}$



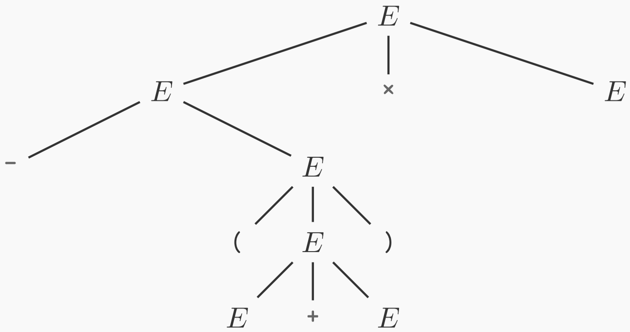
Árvore gramatical da derivação da expressão $-(\text{id} + \text{id}) \times \text{id}$



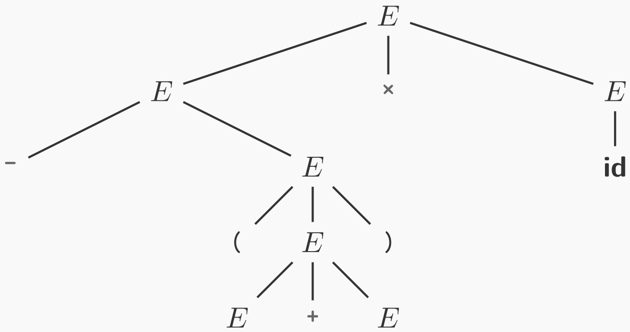
Árvore gramatical da derivação da expressão $-(\mathbf{id} + \mathbf{id}) \times \mathbf{id}$



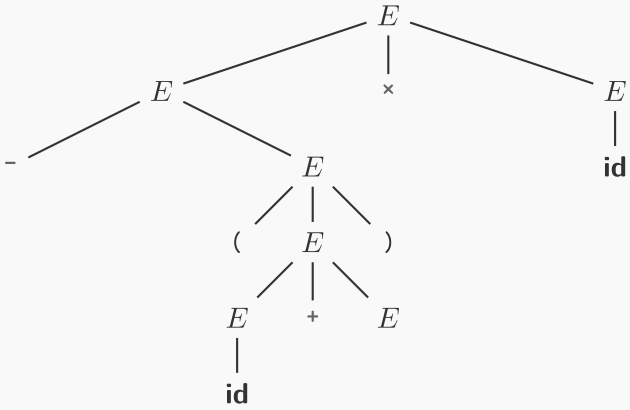
Árvore gramatical da derivação da expressão $-$(id + id) $\times$ id



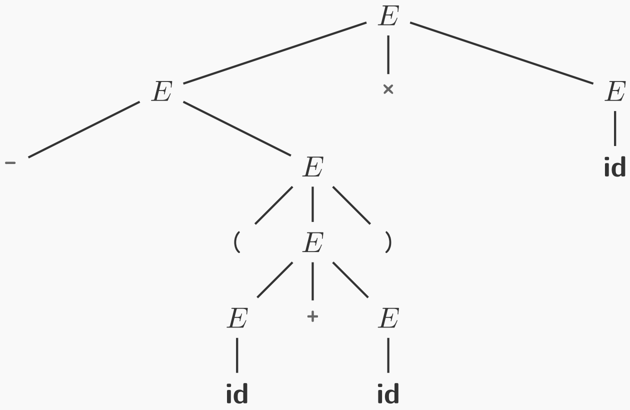
Árvore gramatical da derivação da expressão $-(\mathbf{id} + \mathbf{id}) \times \mathbf{id}$



Árvore gramatical da derivação da expressão $-(\mathbf{id} + \mathbf{id}) \times \mathbf{id}$



Árvore gramatical da derivação da expressão $-(\textbf{id} + \textbf{id}) \times \textbf{id}$

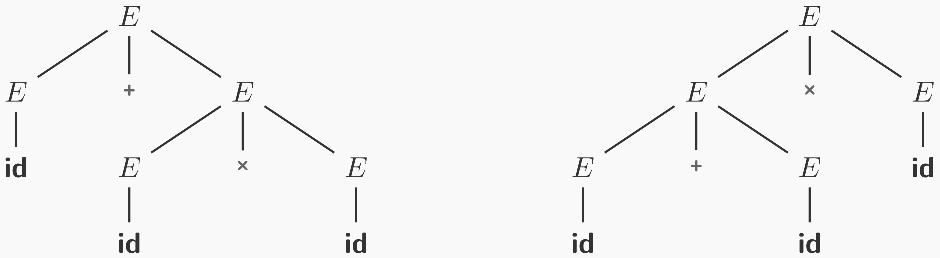


Duas derivações diferentes para a mesma expressão

$$
\begin{aligned}
E &\Rightarrow E + E \\
&\Rightarrow \textbf{id} + E \\
&\Rightarrow \textbf{id} + E \times E \\
&\Rightarrow \textbf{id} + \textbf{id} \times E \\
&\Rightarrow \textbf{id} + \textbf{id} \times \textbf{id}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E &\Rightarrow E \times E \\
&\Rightarrow E + E \times E \\
&\Rightarrow \textbf{id} + E \times E \\
&\Rightarrow \textbf{id} + \textbf{id} \times E \\
&\Rightarrow \textbf{id} + \textbf{id} \times \textbf{id}
\end{aligned}
$$

Árvores sintáticas distintas que geram a mesma expressão



Referências

1. **AHO**, Alfred V, **SETHI**, Ravi, **ULLMAN**, Jeffrey D. *Compiladores: Princípios, Técnicas e Ferramentas*, LTC Editora, 1995.