Spioonid kasarmus

Reamees ...

Küberväejuhatus
Staabi- ja sidepataljon
Ämari, Eesti

abstrakt

Lühikokkuvõte.
Märksõnad:

1 Sissejuhatus

sissejuhatus

2 Taust ja definitsiooonid

Toome välja mõned definitsioonid koos täiendava taustainfoga, mis töös esinevad.

juttu

Definitsioon 1 ([2])**. Juhuslikuks protsessiks** nimetatakse juhuslike suuruste peret $\{X(t), t \in T\}$, mille iga liige $X(t)$ on juhuslik suurus tavalises mõistes. Eeldame, et kõik juhuslikud suurused $X(t)$ on määratud ühel ja samal tõenäosusruumil $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{Pr})$.

Parameeter t on sageli reaalarvuline muutuja, mida tõlgendatakse ajana. Mõnikord suhtutakse parameetrisse kui kohta ruumis, mida võib väljendada näiteks vektoriga. Selles töös tähistame parameetriga t aega.

Definitsioon 2 ([2])**.** Hulka T nimetatakse juhusliku protsessi **indekshulgaks**.

Kui indekshulk T on loenduv nimetatakse protsessi diskreetse ajaga protsessiks. Selles töös mõõdame aega sündmuste toimumiste vahel, seega on mõistlik indekshulka suhtuda kui poolsirgesse $T = [0, \infty]$, siis on tegu pideva ajaga protsessiga.

Matemaatiliste mudelite loomisel päriseluliste olukordade kirjeldamiseks tuleb alati teha lihtsutsavaid eeldusi. Kui üritame olukorda täpselt modelleerida võime arvutustesse ära uppuda. See-eest tehes liiga palju lihtsustusi ei pruugi mudel enam vastata tegelikkusele. Üks sageli tehtud eeldus on, et kindlad juhuslikud suurused on eksponentjaotusega. Eeldus on asjakohane, sest eksponentjaotusega seotud arvutused on lihtsasti järgitavad ning tulemused on sageli head lähendid tegelikkusele. [3, lk 291]

Definitsioon 3 ([1])**.** Õeldakse, et juhuslik suurus X on **eksponentjaotusega** parameetriga λ, $\lambda > 0$ ja tähistatakse $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$, kui tema tihedus on

$$f_X(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} .$$

Definitsiooni 3 põhjal võime lihtsasti leida juhusliku suuruse $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$ jaotusfunktsiooni

$$F_X(t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(t) dt = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} .$$

esimene lause ja tõestusele järgnev on kordused

Omadus, mis eksponentjaotust tesitest pidevatest jaotustest eristab on selle 'mälutus'. Kui mingi eseme eluiga on eksponentjaotusega, on kümme tundi (või mingi muu aja) kasutuses olnud ese tõenäosuslikult sama hea kui uus ese tema järelejäänud eluea mõttes [3, lk 291]. Näiteks on kümme tundi põlenud lambi läbipõlemise tõenäosus viie tunni pärast sama, mis uhiuue lambi läbipõlemise tõenäosus sama aja pärast. Formaalselt võime 'mälutuse' omaduse sõnastada järgneva lausega.

Lause 1. *Olgu* $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$, *iga* $t, s \geq 0$ *korral* $\Pr[X \geq t + s \mid X \geq s] = \Pr[X \geq t]$.

Tõestus.

$$\Pr[X \geq t + s \mid X \geq s] = \frac{\Pr[X \geq t + s]}{\Pr[X \geq s]} = \frac{e^{-\lambda(t+s)}}{e^{-\lambda s}} = e^{-\lambda t} = \Pr[X \geq t] \quad .$$

□

Lisaks ekponentjaotuse mälutuse omadusele, on võimalik näidata, et see on ainuke pidev jaotus sellise omadusega [3, lk 296].

üleminek loendavale protsessile

Definitsioon 4 ([2])**.** Juhuslikku protsessi $\{N(t), t \geq 0\}$ nimetatakse **loendavaks protsessiks**, kui $N(t)$ on mingite sündmuste toimumiste koguarv ajavahemikus $[0, t]$.

ilusam sõnastus

Üks üldiselt ning selles töös käsitletud oluliseim loendav protsess on Poissoni protsess.

definitsioon lühemaks

Definitsioon 5 ([2])**.** Loendavat protsessi $\{N(t), t \geq 0\}$ nimetatakse **Poissoni protsessiks**, kui

1. $N(0) = 0$,
2. iga $t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq t_4$ korral on juhuslikud suurused $N(t_4) - N(t_3)$ ja $N(t_2) - N(t_1)$ sõltumatud, ehk protsessi juurdekasvud lõikumatutes ajavahemikes on sõltumatud,
3. suvaliste $s, t \geq 0$ korral

$$\Pr\left[N(t+s) - N(s) = n\right] = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}, n = 0, 1, 2, 3, \ldots \quad ,$$

   teisisõnu on sündmuste arv mistahes lõigul pikkusega t Poissoni jaotusega juhuslik suurus keskväärtusega λt.

ei tea kas see vajalik on

Kolmandast tingimusest järledub, et $\mathbf{E}\left[N(t)\right] = \mathbf{E}\left[N(t) - N(0)\right] = \lambda t$. Suurust λ nimetatakse protsessi **intensiivsuseks**.

kas eemaldada see definitsioon, või lühem tingimus 3 eelmisest

Definitsioon 6 ([1])**.** Õeldakse, et juhuslik suurus X on **Poissoni jaotusega** parameetriga λ ja tähistatakse $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, kui X võimalikud väärtused on $0, 1, 2, 3, \ldots$ ning

$$\Pr\left[X = n\right] = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \quad .$$

Tähtis omadus, mis seob omavahel Poissoni protsessi ning eespool välja toodud eksponentjaotuse, on sündmuste toimumiste vahelise aja jaotus. Olgu $\{N(t), t \geq 0\}$ Poissoni protsess intensiivsusega λ, tähistame sündmuste toimumishetked $S_1 \leq S_2 \leq \ldots$ ning ajavehemikud järjestike sündmuste vahel $T_1 = S_1, T_2 = S_2 - S_1, T_3 = S_3 - S_2, \ldots$.

Teoreem 1 ([2, lk 38])**.** *Tühemikud $T_1, T_2, \ldots$ on sõltumatud sama jaotusega juhuslikud suurused, $T_i \sim \mathcal{E}(\lambda)$.*

juttu

3 Andmed

Andmepunktid on ajahetked esitatud kellaajaga ISO 8601 formaadis minuti täpsusega. Ajahetke loeme andmepunktiks järgmiste tingimuste kehtivuse korral

juttu ja parem definitsioon

1. viimase minuti jooksul ei ole esinenud ühtegi helilist teadaannet spiooni väljasaatmise kohta,
2. vähemalt üks inimene seltskonnas väljendab pahameelt teda ümbritsevate spioonidega seotud lõhnade kohta.

veel jooniseid, algseid/lisatud infoga

järgnev kustuta/tee ümber

Spioonide esinemissagedust mõjutab luureoperatsiooni korraldaja täis kõht. Kui ressursse on rohkem on võimalik ka rohkem spioone välja saata. Andmpunktid võivad viidata sellele, et peale sööki esinevad spioonid sagedamini. Sellest tulenevalt võib andmetest saada parema ülevaate vaadates spioonide esnemissagedusi söögikordade kaupa, mitte päevade kaupa.

vajab ka täpsustusi

Lisaks spioonide esinemissagedusele tuleb märkida, et pahatahtliku luureoperatsiooni korraldaja saadetud spioonide kohta saab infot vaid siis, kui saadetud spioonid avastatakse. Enamus kirja pandud spioonidest avastati vabal- või reservajal, kui õpperühm paiknes siseruumides ilma suurema tegevuseta.

joonis võiks ilusam olla

joonise seletus

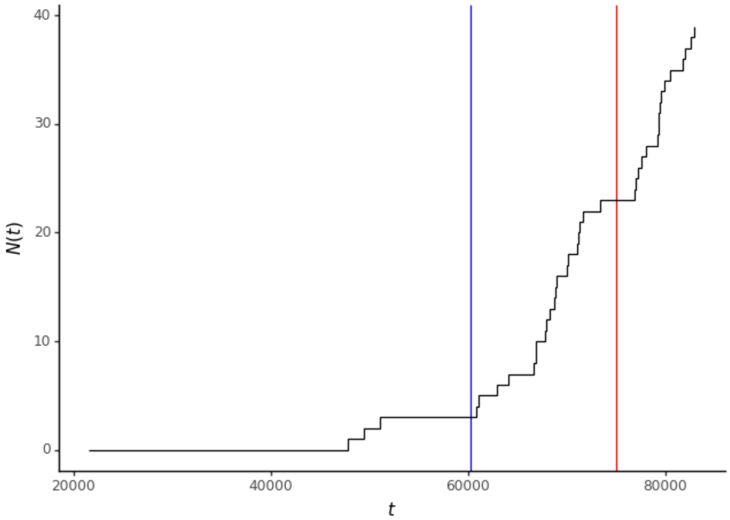
4 Stohhastiline mudel

sissejuhatus

Tühemike teoreemi 1 põhjal on võimalik leida hinnang meid huvitava Poissoni protsessi $\{N(t), t \geq 0\}$ intensiivsusele λ. Selleks tuleb lähendada tühemike jaotuse keskväärtust. Leiame tühemiku $T \sim \mathcal{E}(\lambda)$ keskväärtuse

võibolla lihtsalt postuleeri

$$\mathbf{E}\left[T\right] = \int_{-\infty}^{\infty} t f_T(t) dt = \int_0^{\infty} t\lambda e^{-\lambda t} dt \ ,$$



Joonis 1: Spioonide esinemisi loendav protsess alates hommikusest äratusest, sinisega tähistame reservaja algust ning punasega õhtuse rivistuse lõppu.

millest muutujate $u = t$ ja $dv = \lambda e^{-\lambda t} dt$ korral ositi integreerides saame

ositi integreerimine

$$\mathbf{E}[T] = \cdots = \frac{1}{\lambda} \ . \tag{1}$$

Tulenevalt keskväärtusest (1) saame hinnagu intensiivsusele kui leiame valimikeskmise pöördväärtuse

$$\hat{\lambda} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \right)^{-1} \ , \tag{2}$$

mingile kirjandusele viidates saaks põhjendada, et hinnang on nihketa (näiteks E. M. Tiit rakendusstat) võibolla tasuks ka näidata, et suurima tõepära meetod annab sama tulemuse

kusagil peab formaalselt valimi ja andmepunktid defineerima

kus x_i on andmepunkt ning n valimi suurus.

4.1 Mittehomogeenne mudel

Joonise 1 põhjal on ilmne, et protsess ei ole homogeenne. Seega ei pruugi me valemi (2) põhjal arvutatud intensiivsuse hinnanguga saada tegelikkusele hästi vastavaid tulemusi.

sissejuhatus ajalise parameetriga intesiivsusele, ilmselt ka protsessi definitsioon asümptootiliste o hinnagutega

alternatiivina on ainukesed huvipakkuvad ajad joonisel 1 tähistatud, seega saaks uurida üksneid neid piirkondi homogeense protsessina

$$\lambda(t) = \begin{cases} a, & t < 60000 \vee 74500 < t < 75000 \\ b, & mujal \end{cases} .$$

4.2 Hazard rate

hazard rate, kui see huvitav ei ole võib vahele jätta

5 Kokkuvõte

kokkuvõte

Kasutatud allikad

[1] K. Pärna. *Tõenäosusteooria algkursus.* Tartu Ülikool, 2013.

[2] K. Pärna ja M. Käärik. *Juhuslikud protsessid loengukonspekt.* Tartu Ülikool, 2022.

[3] S. M. Ross. *Introduction to Probability Models, 10th edition.* University of Southern California, 2010.