

Spioonid

Reamees

Lühikokkuvõte.
Märksõnad:

1 Sissejuhatus

2 Taust ja definitsioonid

Toome välja mõned definitsioonid koos täiendava taustainfoga, mis töös esinevad.

Definitsioon 1 ([juhuslikud-protsessid]). **Juhuslikuks protsessiks** nimetatakse juhuslike suuruste peret $\{X(t), t \in T\}$, mille iga liige $X(t)$ on juhuslik suurus tavalises mõistes. Eeldame, et kõik juhuslikud suurused $X(t)$ on määratud ühel ja samal tõenäosusruumil $(\Omega, \mathcal{F}, \text{Pr})$.

Parameeter t on sageli reaalarvuline muutuja, mida tõlgendatakse ajana. Mõnikord suhtutakse parameetrisse kui kohta ruumis, mida võib väljendada näiteks vektoriga. Selles töös tähistame parameetriga t aega.

Definitsioon 2 ([juhuslikud-protsessid]). Hulka T nimetatakse juhusliku protsessi **indekshulgaks**.

Kui indeksihulk T on loenduv nimetatakse protsessi diskreetse ajaga protsessiks. Selles töös mõõdame aega sündmuste toimumiste vahel, seega on mõistlik indeksihulka suhtuda kui poolsirgesse $T = [0, \infty]$, siis on tegu pideva ajaga protsessiga.

Matemaatiliste mudelite loomisel päriseluliste olukordade kirjeldamiseks tuleb alati teha lihtsutsavaid eeldusi. Üritades olukorda täpselt modelleerida võib arvutustesse ära uppuda. See-eest tehes liiga palju lihtsustusi ei pruugi mudel enam vastata tegelikkusele. Üks sageli tehtud eeldus on, et kindad juhuslikud suurused on eksponentjaotusega. Nimetatud eeldus on asjakohane, sest eksponentjaotusega seotud arvutused on järgitavad ning tulemused on sageli head lähendid tegelikkusele. [introduction-to-probability-models]

Definitsioon 3 ([tõenäosusteooria-alkkursus]). Õeldakse, et juhuslik suurus X on **eksponentjaotusega** intensiivsusega $\lambda, \lambda > 0$ ja tähistatakse

$X \sim \mathcal{E}(\lambda)$, kui tema tihedus on

$$f_X(t) = \lambda e^{-\lambda t}, t \geq 0 .$$

EkspONENTJAOTUSEGA JUHUSLIKU SUURUSE JAOTUSFUNKTSIOON ON $F_X(t) = 1 - e^{-\lambda t}$.

Omadus, mis eksponentjaotust testit pidevatest jaotustest eristab on selle "mälutus". Kui mingi eseme eluiga on eksponentjaotusega, on kümme tundi (või mingi muu aja) kasutuses olnud ese tõenäosuslikult sama hea kui uus ese tema järelejäänud eluea mõttes [**introduction-to-probability-models**]. Näiteks on kümme tundi põlenud lambi läbipõlemise tõenäosus viie tunni pärast sama, mis uhiuue lambi läbipõlemise tõenäosus sama aja pärast. Formaalset võib asjaolu sõnastada järgneva lausega.

Lause 1. Olgu $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$, iga $t, s \geq 0$ korral $\Pr[X \geq t + s \mid X \geq s] = \Pr[X \geq t]$.

Tõestus.

$$\Pr[X \geq t + s \mid X \geq s] = \frac{\Pr[X \geq t + s]}{\Pr[X \geq s]} = \frac{e^{-\lambda(t+s)}}{e^{-\lambda s}} = e^{-\lambda t} = \Pr[X \geq t] .$$

□

Definitsioon 4 ([juhuslikud-protsessid]). Juhuslikku protsessi $\{N(t), t \geq 0\}$ nimetatakse **loendavaks protsessiks**, kui $N(t)$ on mingite sündmuste toimumiste koguarv ajavahemikus $[0, t]$.

Üks olulisemaid loendavaid protsesse on Poissoni protsess.

Definitsioon 5 ([juhuslikud-protsessid]). Loendavat protsessi $\{N(t), t \geq 0\}$ nimetatakse **Poissoni protsessiks**, kui

1. $N(0) = 0$,
2. iga $t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq t_4$ korral on juhuslikud suurused $N(t_4) - N(t_3)$ ja $N(t_2) - N(t_1)$ sõltumatud, ehk protsessi juurdekasvud lõikumatuses ajavahemikes on sõltumatud,
3. suvaliste $s, t \geq 0$ korral

$$\Pr[N(t+s) - N(s) = n] = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}, n = 0, 1, 2, 3, \dots ,$$

teisiseõnu on sündmuste arv mistahes lõigul pikkusega t Poissoni jaotusega juhuslik suurus keskväärtusega λt .

Kolmandast tingimusest järeledub, et $\mathbf{E}[N(t)] = \mathbf{E}[N(t) - N(0)] = \lambda t$. Suurust λ nimetatakse protsessi **intensiivsuseks**.

Definitsioon 6 ([tÄtenÃdosusteooria-alkkursus]). Õeldakse, et juhuslik suurus X on **Poissoni jaotusega** parameetriga λ ja tähistatakse $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, kui X võimalikud väärtused on $0, 1, 2, 3, \dots$ ning

$$\Pr[X = n] = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}.$$

Tähtis omadus, mis seob omavahel Poissoni protsessi ning eespool välja toodud eksponentjaotuse, on sündmuste toimumise vahelise aja jaotus. Olgu $\{N(t), t \geq 0\}$ Poissoni protsess intensiivsusega λ , tähistame sündmuste toimumishetked $S_1 \leq S_2 \leq \dots$ ning ajavehikud järjestike sündmuste vahel $T_1 = S_1, T_2 = S_2 - S_1, T_3 = S_3 - S_2, \dots$.

Teoreem 2 ([juhuslikud-protsessid]). *Tühemikud T_1, T_2, \dots on sõltumatud sama jaotusega juhuslikud suurused, $T_i \sim \mathcal{E}(\lambda)$.*

3 Andmed

Andmed on kogutud salaja, ilma et ohvrid sellest teaksid. See on eetiline.

3.1 Söömine ja vaba aeg

Spioonide esinemissagedust mõjutab luureoperatsiooni korraldaja täis kõht. Kui ressursse on rohkem on võimalik ka rohkem spioone välja saata. Andmpunkti-delt selgub, et peale sööki esinevad spioonid sagedamini. Sellest tulenevalt võib andmetest saadaparema ülevaate vaadates andmeid söögikordade kaupa, mitte päevade kaupa.

Lisaks spioonide esinemissagedusele tuleb märkida, et pahatahtliku luureoperatsiooni korraldaja saadetud spioonide kohta saab infot vaid siis, kui saadetud spioonid avastatakse või kinni püütakse. Enamus kirja pandud spioonidest avastati vabal- või reservajal, kui rühm paiknes mugavalt kasarmu magalas.

4 Stohhastiline mudel

4.1 Valimikeskmine

4.2 Suurima tõepära meetod

5 Kokkuvõte