Os exercícios perdidos foram das semanas 3 e 4.

1)

A) Caso base:

N=1

$$4^n + 15n - 1 = 4 + 15 - 1 = 18$$

OK

Supor que:

$4^k + 15k - 1$ é divisível por 9.

Provar que para n=k+1 também é verdade:

$$4^{k+1} + 15(k+1) - 1$$

$$4 * 4^k + 15k + 15 - 1$$

$$4 * 4^k + 60k - 4 - 60k + 4 + 15k + 14$$

$$4 * (4^k + 15k - 1) - 45k + 18$$

$$4 * (4^k + 15k - 1) + 9(-5k + 2)$$

$9(-5k + 2)$ é divisível por 9

Usando a suposição $4^k + 15k - 1$ é divisível por 9, logo $4 * (4^k + 15k - 1)$ também é.

CQD

b)

Por definição Fibonacci: F(n + 2) = F(n + 1) + F(n)

prove que F(n+3) = 2F(n+1) + F(n) é F(n + 2) = F(n + 1) + F(n):

2F(n+1)+F(n)=2F(n+1)+F(n)

2F(n+1)-F(n+1)+F(n)=F(n+1)+F(n)

F(n+1)+F(n)=F(n+1)+F(n) Usando a definição de Fibonacci

F(n+2)=F(n+1)+F(n)

CQD

2)

a)

T(1) = n

T(n)=T(n-1) + n

b)

T(n-1) = T(n-2) + n
T(n-2) = T(n-3) + n

T(n-3)=T(n-4)+n   Substituindo

T(n)=T(n-4)+n+n+n+n   no fim é um somatório de N, N vezes, logo

T(n) = n^2

c) Ordenação por seleção possui sempre a complexidade de O(n^2) enquanto quicksort possui complexidade no pior caso O(n2), caso médio O(nlogn) e melhor caso O(nlogn).

3)

a)

$$P(1) = 2$$

$$P(n) + 2P(n-1) + n * 2^n$$

$$S(n) = c^{n-1}S(1) + \sum_{i=2}^{n} c^{n-i} g(i)$$

$$P(n) = 2^{n-1} * 2 + \sum_{i=2}^{n} 2^{n-i} * i * 2^i$$

$$P(n) = 2^n + \sum_{i=2}^{n} 2^n * i$$

b)

$$S(1) = 1$$

$$S(n) = nS(n-1)$$

$$S(2) = 2 * 1$$

$$S(3) = 3 * 2 * 1$$

Supor que S(k)=k!

Mostrar que S(k+1)=(K+1)!

$$S(k+1) = (k+1) * S(k)$$

$$S(k+1) = (k+1) * k!$$

$$S(k+1) = (k+1)!$$

CQD

c)

$$B(1) = 1$$

$$B(n) = 2B\left(\frac{n}{2}\right) + 2$$

$$S(n) = c^{logn}S(1) + \sum_{i=1}^{logn} c^{(logn)-i}g(2^i)$$

$$B(n) = 2^{logn}B(1) + \sum_{i=1}^{logn} 2^{(logn)-i}2$$

$$B(n) = n + \sum_{i=1}^{logn} 2^{(logn)-i+1}$$

$$B(n) = n + \sum_{i=1}^{logn} n * 2^{-i+1}$$