1) Prove que o segmento de programa está correto, enunciando e demonstrando o invariante do laço (*Q*) apropriado e calculando *Q* depois do laço terminar.

Calc (inteiro positivo *x*); *x > 1*

variáveis *i, j*

i = 1

j = 4

enquanto *i != n* **faça** // (i diferente de n)

j = j + 2i + 3

i = i + 1

fim do enquanto

retorne *j.*

Interações:

$K=0$

$J_0 = 4$

$I_0 = 1$

$K = 1$

$J_1 = j_0 + 2*i_0 + 3 = 4 + 2*1 + 3 = 4+2+3 = 9$

$I_1 = i_0 + 1 = 2$

$K=2$

$J_2 = j_1+2*i_1+3 = 9 + 2*2 + 3 = 9+4+3 = 16$

$I_2 = i_1+1 = 3$

K=3

$J_3= j_2+2*i_2+3 = 16 + 2*3 + 3 = 16+6+3 = 25$

$I_3=i_2+1 = 4$

K=4

$J_4= j_3+2*i_3+3 = 25 + 2*4 + 3 =25+8+3 = 36$

$I_4=i_3+1=5$

K=5

$J_5= j_4 + 2*i_4 + 3 =36 + 2*5 + 3 = 36+10+3 = 49$

$I_5=i_4+1= 6$

Conjectura:

$J=(i+1)^2$

Verificação por indução (Conjectura: $j=(i+1)^2$ *)*

Caso base:

$J_{0=} 4$ $J_0=(i_0+1)^2$

$I_0= 1$ $4=2^2$ *OK*

Supor que $J_{k} = (I_{k} + 1)^2$

Mostrar que $J_{k+1} = (I_{k+1} + 1)^2$

$J_{k+1}=J_k+2i_k+3$ *(b)*

$J_{k+1}=(I_k+1)^2+2I_k+3$ *(a)*

$J_{k+1}=(I_k+1)^2+2I_k+3$ *(c)*

$=(i_k+1)^2 + (i_k+1)^2$

$=(i_k+1)^4$

$=(I_{k+1}+1)^2$

Argumentos:

(a) $J_k=(I_k+1)^2$
(b) $J_{k+1}=J_k+2i_k+3$
(c) $I_{k+1}=I_k+1$

Assim, no fim temos:

$(J = (i + 1)^2$ *e* $(i=n) \rightarrow J = (n+1)^2$