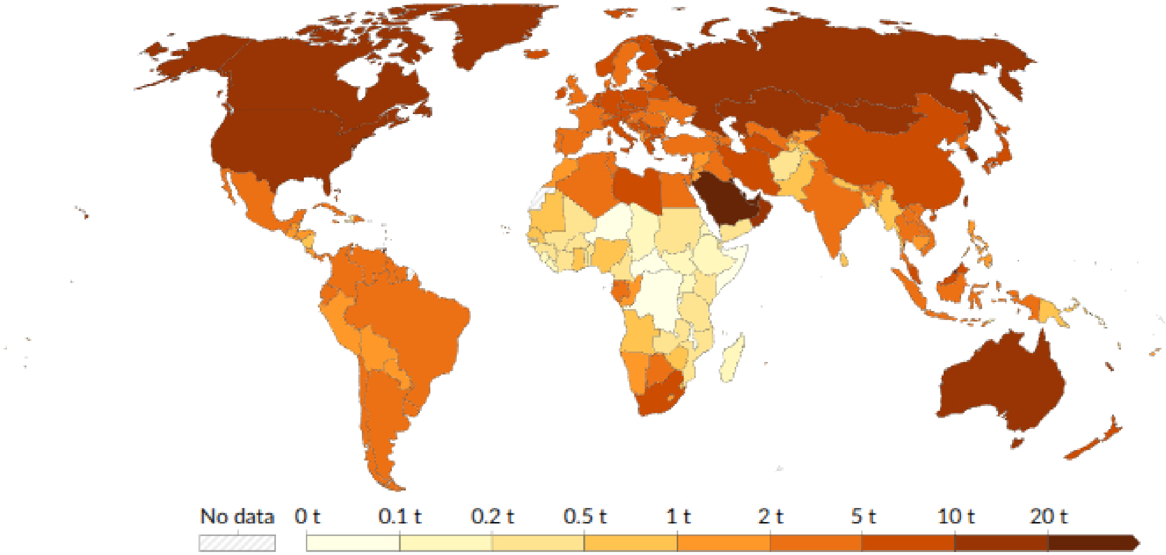
CO_2 emissions per capita, 2023

Our World in Data

Carbon dioxide (CO_2) emissions from burning fossil fuels and industrial processes. This includes emissions from transport, electricity generation, and heating, but not land-use change.

Table | Map | Line | +2 | Zoom to... | 2D | 3D | Select countries



Play time-lapse | 1750 | 2023 | 2023

Data source: Global Carbon Budget (2024); Population based on various sources (2024) – Learn more about this data

Download | Share | Donate | Explore the data →

Related: CO_2 data: sources, methods and FAQs

Teorema del Límite Central (TLC)

Introducción

El **Teorema del Límite Central (TLC)** establece que, bajo condiciones generales, la *media muestral* de una muestra aleatoria independiente e idénticamente distribuida (iid) se aproxima a una distribución normal cuando el tamaño muestral es grande, aun si la población original no es normal.

Su utilidad central: justificar el uso de la aproximación normal para construir intervalos y contrastes basados en la media muestral y, por extensión, comprender el comportamiento asintótico de otros estimadores.

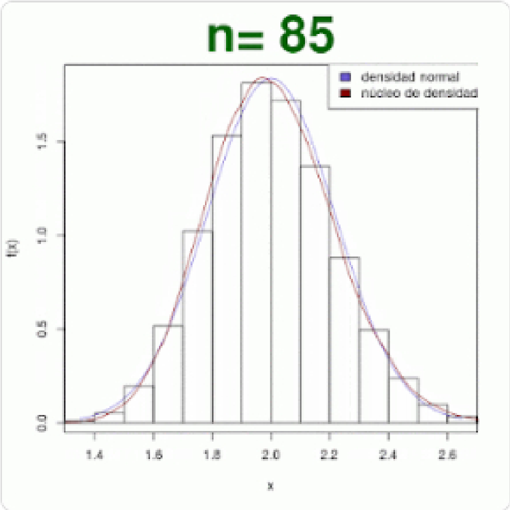


Ilustración animada: al aumentar n, la media muestral tiende a normalidad.

TLC para la media (estimación puntual de μ)

Supuestos mínimos: $X_1, \ldots, X_n$ iid con media μ y varianza finita σ^2.

Enunciado práctico

Sea $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$. Entonces, cuando n es grande,

$$\bar{X} \approx \mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right).$$

Equivalente estandarizado:

$$Z_n = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0,1).$$

En la práctica, se sustituye σ por s (desviación estándar muestral). Para poblaciones normales y n pequeño, $\frac{\bar{X}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ sigue una *t de Student* con $n-1$ g.l.

Estimador puntual de la media

- **Estimador**: $\hat{\mu} = \bar{X}$.
- **Insesgado**: $\mathbb{E}[\bar{X}] = \mu$.
- **Varianza**: $\mathrm{Var}(\bar{X}) = \sigma^2/n$.
- **Consistencia**: $\bar{X} \to \mu$ en probabilidad.

Estimación puntual de la varianza (σ^2)

El estimador clásico de la varianza poblacional es

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2, \quad \mathbb{E}[S^2] = \sigma^2.$$

Distribución bajo normalidad

- Si la población es normal, entonces $(n-1)\,S^2/\sigma^2 \sim \chi^2_{n-1}$.
- Además, $\mathrm{Var}(S^2) = \frac{2\sigma^4}{n-1}$.

Comportamiento asintótico general

Sin normalidad, si existe el cuarto momento,

$$\sqrt{n}\,(S^2 - \sigma^2) \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0,\, \tau^2), \quad \tau^2 = \mu_4 - \sigma^4,$$

donde $\mu_4 = \mathbb{E}[(X-\mu)^4]$. Para poblaciones normales, $\mu_4 = 3\sigma^4$ y se recupera $\mathrm{Var}(S^2) \approx 2\sigma^4/n$.

Procedimiento básico de estimación puntual

1. **Plantear supuestos**: iid, media y varianza finitas; normalidad si se usarán resultados exactos para S^2.
2. **Calcular estimadores**: $\bar{X}$ y S^2.
3. **Evaluar aproximación**: tamaño de muestra, asimetría/atípicos.
4. **Reportar**: valores puntuales y errores estándar:
   - EE($\bar{X}$) $= s/\sqrt{n}$.
   - EE(S^2) ≈ $\sqrt{2}\,s^2/\sqrt{n}$ si normalidad (o usar $\hat{\tau}$ en general).

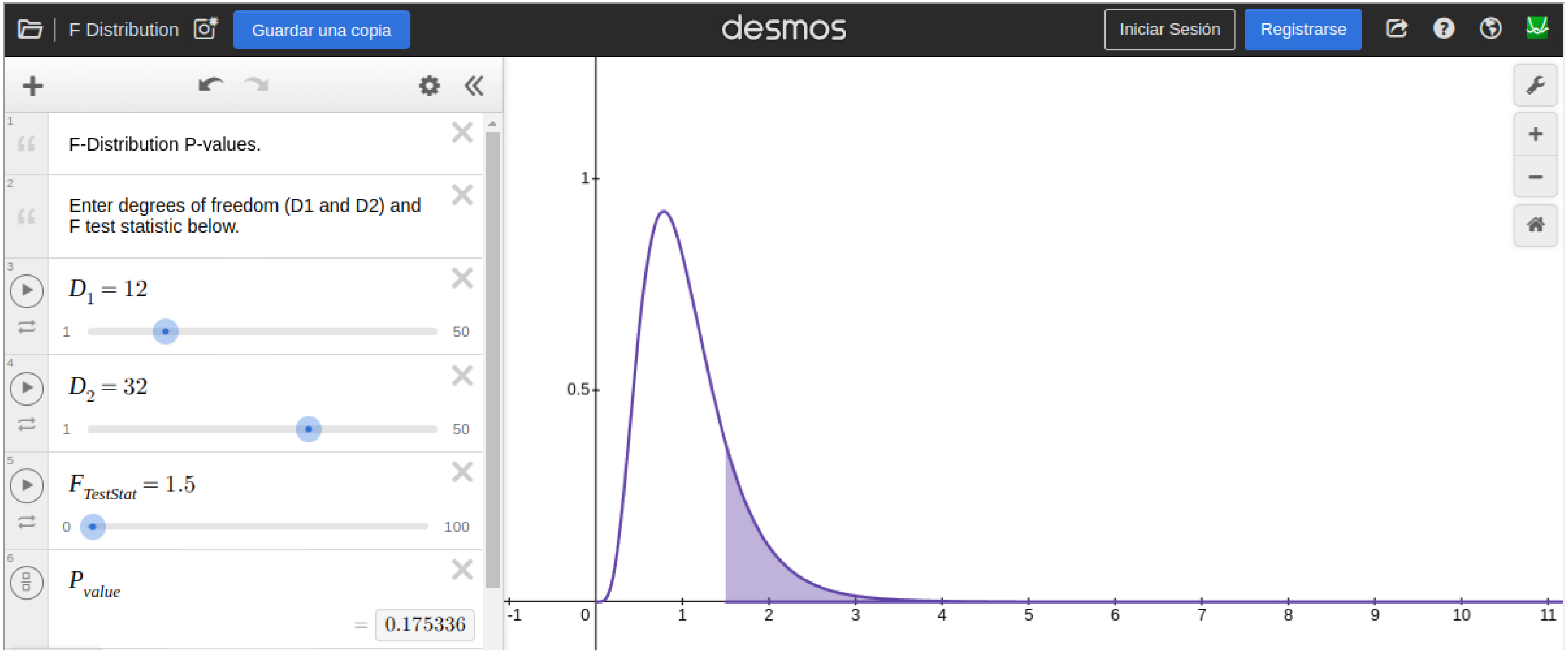
Relación de Dos Varianzas (Distribución F)

Para comparar las varianzas de **dos poblaciones independientes y normales**, utilizamos la **distribución F**. El estadístico F se define como la razón de las dos varianzas muestrales:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{(n_1-1,\ n_2-1)}$$

Donde S_1^2 es la varianza de la muestra 1 (de tamaño n_1) y S_2^2 es la varianza de la muestra 2 (de tamaño n_2). Los valores $n_1 - 1$ y $n_2 - 1$ son los grados de libertad del numerador y del denominador, respectivamente.

Esta distribución es clave para la prueba F de igualdad de varianzas y para el Análisis de Varianza (ANOVA).



Ejemplos rápidos

Escenario	Cálculo	Conclusión
Media de tiempos (n=60)	$\bar{x} = 12.4$, $s = 3.0$ ⇒ EE($\bar{X}$)=$3/\sqrt{60} = 0.387$	Por TLC, $\bar{X}$ ≈ Normal. Estimación puntual: 12.4 (EE 0.387).
Varianza de pesos (n=80)	$s^2 = 25$. Si normalidad, EE(S^2)≈ $\sqrt{2} \cdot 25/\sqrt{80} = 3.95$	Estimación puntual de σ^2: 25 (EE 3.95). Para no normal, ajustar con $\hat{\tau}$.
Comparar Varianzas (F)		
Dos grupos. $n_1 = 21$, $s_1^2 = 35$ $n_2 = 16, s_2^2 = 20$	Estadístico F: $F = \frac{35}{20} = 1.75$ Grados de libertad: $20, 15$	El valor F de 1.75 se compara con un valor crítico de la tabla $F_{(20,15)}$ para decidir si las varianzas son diferentes.

▼ Nota sobre tamaños de muestra

Las reglas $n \geq 30$ o $n \geq 50$ son orientativas. Validar con inspección gráfica (histograma, boxplot) y medidas de asimetría.