



# Calculus

Sri Retnowati, S.Pd., M.Pd.

Prodi Sains Data

[SD613513] - Pertemuan 13

Kontak Dosen: 085865835463

UNIVERSITAS INSAN CITA INDONESIA





# Persamaan Diferensial Biasa Orde 1

**Persamaan  
Diferensial  
Peubah  
Terpisah**

**Reduksi  
menjadi Bentuk  
Persamaan  
Terpisah**

# *Persamaan Diferensial Biasa Orde 1*

## Persamaan Diferensial Peubah Terpisah

I. Bentuk persamaan diferensial peubah terpisah yaitu persamaan diferensial yang dapat direduksi menjadi  $g(y)y' = f(x)$

II. Bentuk tersebut dapat diubah menjadi

$$g(y)dy - f(x)dx, \text{ karena } y' = \frac{dy}{dx}$$

I. Integralkan kedua ruas persamaan maka diperoleh

$$II. \int g(y) dy = \int f(x) dx$$

III. Apabila  $g(y)$  dan  $f(x)$  kontinu maka integral itu ada dan diperoleh solusi persamaan diferensial

$$IV. y = f(x) \text{ atau } f(x, y) = 0$$

## Contoh

- Tentukan solusi persamaan diferensial  $9yy' + 4x = 0$

Solusi:

$$9y \frac{dy}{dx} + 4x = 0$$

Pisahkan peubahnya, didapat  $9y \, dy = -4x \, dx$

Kemudian kedua ruas, maka diperoleh soluso umum persamaan diferernsial,

$$\frac{9}{2}y^2 = -2x^2 + c \text{ atau}$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = c$$

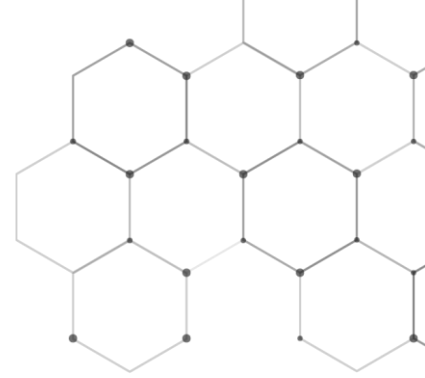
## Reduksi menjadi Bentuk Peubah Terpisah

Suatu persamaan diferensial yang bukan merupakan jenis peubah terpisah, tetapi dengan substitusi sederhana suatu peubah baru menjadi persamaan diferensial peubah terpisah.

Bentuk persamaan diferensialnya yaitu

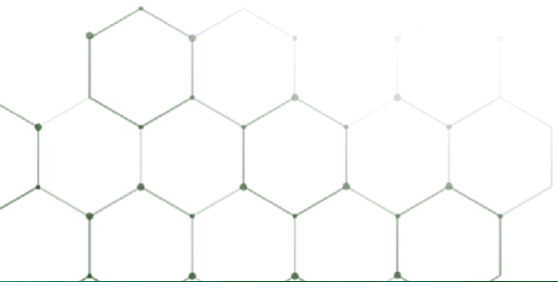
$$y' = g\left(\frac{y}{x}\right)$$

- $g\left(\frac{y}{x}\right)$  artinya  $g$  sebagai fungsi dari  $\frac{y}{x}$
- Kemudian substitusikan  $u = \frac{y}{x}$ , atau  $y = ux$
- Turunkan terhadap  $x$ , maka  $y' = u + u'x$



Reduksi menjadi  
Bentuk Peubah  
Terpisah

- Masukan kepersamaan semula maka didapat  $\frac{du}{dx} x = g(u) - u \Rightarrow \frac{du}{g(u)-u} = \frac{dx}{x}$
- Hal tersebut merupakan persamaan diferensial peubah terpisah di dalam x dan u. jika masing-masing ruas kita integralkan maka diperoleh solusi umum persamaan diferensial.



## Contoh

- Tentukan solusi persamaan diferensial berikut!  $2xyy' - y^2 + x^2 = 0$

Solusi:

Bagi terlebih dahulu persamaan dengan  $x^2$ , diperoleh:

$$2\left(\frac{y}{x}\right)y' - \left(\frac{y}{x}\right)^2 + 1 = 0$$

Misalkan:  $v = \frac{y}{x}$ , maka:  $y' = v + v'x$

Substitusikan pada persamaan, diperoleh:

$$2v(v + v'x) - v^2 + 1 = 0$$

$$2xvv' + v^2 + 1 = 0$$

$$2xv \frac{dv}{dx} = -(1 + v^2)$$



## Contoh

Tentukan solusi persamaan diferensial berikut!  $2xyy' - y^2 + x^2 = 0$

Solusi:

Dengan pemisahan variabel, diperoleh:

$$\frac{2v}{1+v^2} dv = -\frac{1}{x} dx$$

$$\begin{aligned}\text{Integralkan, diperoleh: } \ln(1+v^2) &= -\ln|x| + c \\ &= -\ln|x| + \ln a\end{aligned}$$

Pemakaian konstanta  $\ln a$ , untuk penyederhanaan, sehingga menjadi:

$$1+v^2 = cx^{-1}$$

Substitusikan kembali:  $v = \frac{y}{x}$ , diperoleh:

$$\begin{aligned}1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2 &= cx^{-1} \\ x^2 + y^2 &= cx\end{aligned}$$