UNIVERSITAS INSAN CITA INDONESIA

Calculus

Sri Retnowati, S.Pd., M.Pd.
Prodi Sains Data
[SD613513] - Pertemuan 13
Kontak Dosen: 085865835463

UNIVERSITAS INSAN CITA INDONESIA

UNIVERSITAS INSAN CITA INDONESIA

Persamaan Diferensial Biasa Orde 1

UNIVERSITAS INSAN CITA INDONESIA

Persamaan Diferensial Biasa Orde 1

Persamaan Diferensial Peubah Terpisah

Reduksi menjadi Bentuk Persamaan Terpisah

UNIVERSITAS INSAN CITA INDONESIA

Persamaan Diferensial Peubah Terpisah

I. Bentuk persamaan diferensial peubah terpisah yaitu persamaan diferensial yang dapat direduksi menjadi $g(y)y' = f(x)$

II. Bentuk tersebut dapat diubah menjadi

$$g(y)dy - f(x)dx, karena\ y' = \frac{dy}{dx}$$

I. Integralkan kedua ruas persamaan maka diperoleh

$II. \int gy\, dy = \int f(x)\, dx$

III. Apabila $g(y)\ dan\ f(x)$ kontinu maka integral itu ada dan diperoleh solusi persamaan diferensial

$IV. y = f(x) atau\ f(x, y) = 0$

UNIVERSITAS INSAN CITA INDONESIA

Contoh

- Tentukan solusi persamaan diferensial 9yy` + 4x = 0

  Solusi:

$$9y\frac{dy}{dx} + 4x = 0$$

  Pisahkan peubahnya, didapat 9y dy = -4x dx

  Kemudian kedua ruas, maka diperoleh soluso umum persamaan difererensial,

  $\frac{9}{2}y^2 = -2x^2 + c$ atau

  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = c$

UNIVERSITAS INSAN CITA INDONESIA

Reduksi menjadi Bentuk Peubah Terpisah

Suatu persamaan diferensial yang bukan merupakan jenis peubah terpisah, tetapi dengan subtitusi sederhana suatu peubah baru menjadi persamaan diferrensial peubah terpisah.

Bentuk persamaan diferensialnya yaitu

$$y' = g\left(\frac{y}{x}\right)$$

- $g\left(\frac{y}{x}\right)$ artinya g sebagai fungsi dari $\frac{y}{x}$
- Kemudian subtitusikan $u = \frac{y}{x}$, atau y = ux
- Turunkan terhadap x, maka y` = u + u`x

Reduksi menjadi Bentuk Peubah Terpisah

- Masukan kepersamaan semula maka didapat $\frac{du}{dx}x = g(u) - u \Rightarrow \frac{du}{g(u)-u} = \frac{dx}{x}$
- Hal tersebut merupakan persamaan diferensial peubah terpisah di dalam x dan u. jika masing-masing ruas kita integralkan maka diperoleh solusi umum persamaan diferensial.

UNIVERSITAS INSAN CITA INDONESIA

Contoh

- Tentukan solusi persamaan diferensial berikut! $2xyy` - y^2 + x^2 = 0$

  Solusi:
  Bagi terlebih dahulu persamaan dengan x^2, diperoleh:

$$2\left(\frac{y}{x}\right)y` - \left(\frac{y}{x}\right)^2 + 1 = 0$$

Misalkan: $v = \frac{y}{x}$, maka: $y` = v + v`x$

Substitusikan pada persamaan, diperoleh:

$$2v(v + v`x) - v^2 + 1 = 0$$

$$2xvv` + v^2 + 1 = 0$$

$$2xv\frac{dv}{dx} = -(1 + v^2)$$

UNIVERSITAS INSAN CITA INDONESIA

Contoh

Tentukan solusi persamaan diferensial berikut! $2xyy` - y^2 + x^2 = 0$

Solusi:

Dengan pemisahan variabel, diperoleh:

$$\frac{2v}{1+v^2}dv = -\frac{1}{\mathrm{x}}\,dx$$

Integralkan, diperoleh: $\ln(1+v^2) = \ -ln|x| + c$

$$= \ -ln|x| + \ln a$$

Pemakaian konstanta $\ln a$, untuk penyederhanaan, sehingga menjadi:

$$1 + v^2 = cx^{-1}$$

Substitusikan kembali: $v = \frac{y}{x}$, diperoleh:

$$1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2 = cx^{-1}$$

$$x^2 + y^2 = cx$$