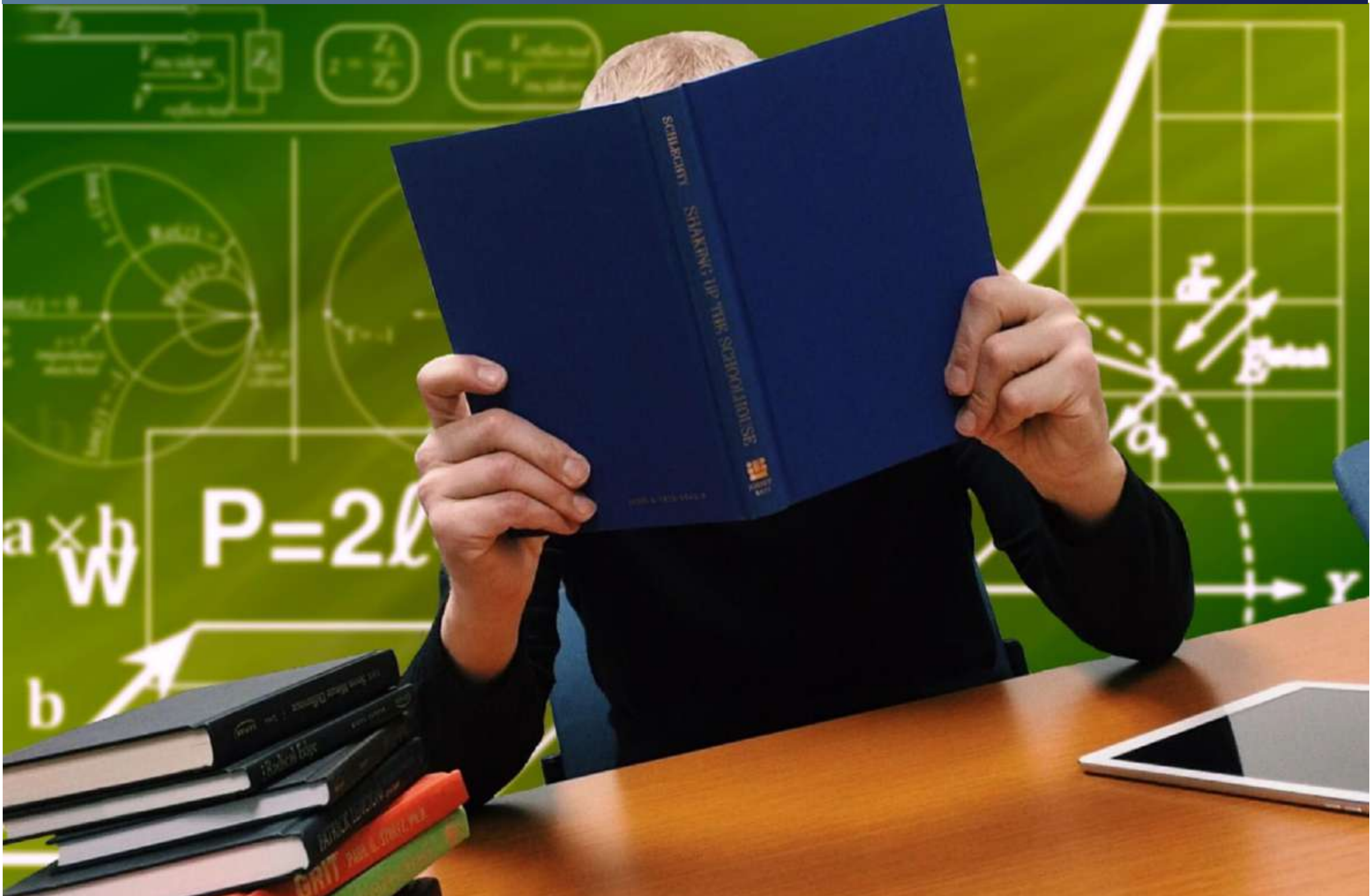
Ejercicios y Talleres



puedes enviarlos a
klasesdematematicasymas@gmail.com

Taller de Anualidades

1. Tres personas A, B y C deciden ahorrar dinero durante tres años; determinar cuál tiene la mayor cantidad al cabo de los tres años, sabiendo que A hace depósitos mensuales de $ 30.000 y la tasa de interés es del 32.4% AMV; B deposita $ 100.000 cada trimestre al 33% ATV y C deposita $205.000 cada semestre al 34% anual.

2. Una compañía debe adquirir un terreno para ampliar sus instalaciones, con las condiciones siguientes: una cuota inicial del 30% del valor del precio de contado y el resto en ocho pagos trimestrales de $ 10.000.000 cada uno; el primero de estos pagos debe hacerlo dentro de un año. Determinar el valor de contado del terreno sabiendo que la financiación se pactó un interés del 36% ATV.

   Resolver el problema anterior sabiendo que la tasa de interés es del 30% nominal mensual durante el primer año del crédito y del 36% ATV de ahí en adelante.

3. Usted deposita $ 10.000 cada mes durante dos años en una entidad que paga un interés del 28% nominal mensual. A partir del segundo año empieza a retirar $ 10.000 por mes vencido y durante un año y medio, y desde esta fecha deposita por trimestre vencido y durante dos años $ 50.000. Hallar el total acumulado en la cuenta de ahorros un año más tarde del último depósito trimestral.

4. Un padre de familia quiere depositar hoy una cantidad de dinero suficiente para cubrir los gastos de matrícula en bachillerato de su hijo que está cumpliendo hoy 5 años e ingresará en bachillerado a la edad de 12 años. Se prevé que para esa época el valor promedio de la matrícula por mes anticipado será de $300.000. Si el depósito lo hace en una entidad que paga el 29% anual, hallar el valor del depósito, sabiendo que los meses de estudio son los 12 del año.

5. Se desea reunir $500.000 para dentro de un año y $650.000 para dentro de un año y medio. Con tal fin se abre una cuenta de ahorros en la que se depositarán cantidades iguales cada mes, de manera que pueden tenerse las sumas deseadas en las fechas correspondientes. Si la cuenta de ahorros paga el 28% nominal mensual, hallar el valor de las cuotas.

6. Un activo que tiene un valor de contado de $850.000 puede adquirirse financiado con el siguiente plan: cuota inicial de $350.000 y 12 cuotas mensuales iguales; la primera cuota debe pagarse dentro de seis meses y un pago adicional por valor de $220.000 dentro de 18 meses. Hallar el valor de las cuotas uniformes sabiendo que el interés para la financiación es de 33% nominal trimestral.

7. ¿Qué depósito único debe hacer el gobierno hoy en una corporación que paga el 29% nominal trimestral para que este fondo sea suficiente para cubrir los gastos de mantenimiento de una vía pública de vida útil perpetua, que se estiman en un promedio de $400.000 mensuales?

8. Una casa tiene un valor de contado de $210.000.000 y puede adquirirse financiada con una cuota inicial de $8.000.000 y el resto a 15 años con cuotas mensuales iguales. Si la tasa de interés sobre saldos que se cobra es del 3% mensual durante los cinco primeros años, del 3.5% mensual para los cinco años siguientes y del 4% mensual de ahí en adelante, ¿a cuánto equivale en pesos de hoy el total pagado entre la cuota inicial y cuotas uniformes a una persona que tiene una tasa de oportunidad del 3.1% mensual y adquiere esta casa?

9. Un matrimonio ha decidido establecer un fondo para financiar la educación universitaria de su hijo que hoy cumple 3 años de edad e ingresará en la universidad cuando cumpla 17 años. El fondo consiste en depósitos iguales en la fecha de los cumpleaños incluyendo el de hoy y el último a los 17 años. Si los depósitos se hacen en una corporación que paga un interés del 29.5% anual y la matrícula es de $1.350.000 por semestre anticipado durante los diez semestres de carrera, determinar el valor de los depósitos.

10. Cuál es el mínimo de meses (entero) durante los cuales una persona debe depositar $120.000 por mes anticipado a un interés del 3.5% mensual para que dos meses después de haber realizado el último depósito tenga la suma necesaria para comprar al contado en esa fecha un artículo que financiado se cancelaría con ocho cuotas por trimestre vencido de $860.000 cada una y un interés del 32% nominal trimestral?

11. Una obligación que consta de 15 pagos iguales por mes anticipado con tasa de interés del 2% mensual debe sustituirse por una serie equivalente de 22 pagos por mes vencido de $27.000 cada uno; el primero debe hacer dentro de cinco meses, con una tasa de interés del 2% mensual durante los cinco primeros meses y del 2.5% mensual de ahí en adelante. Hallar el valor de la primera anualidad.

12. Una empresa adquiere un crédito por el valor de $70.000.000 de una institución bancaria con el fin de ampliar su producción. La deuda debe pagarse en tres años con cuotas trimestrales iguales y un interés del 38% ATV. El gerente de la empresa ordena ahorrar cada mes la cuarta parte de las utilidades mensuales en una corporación que paga el 30% anual. ¿Cuáles deberán ser las utilidades mensuales de la empresa para que con este plan de ahorro la deuda quede saldada al cabo de los tres años?

1. Para A

$i = 32{,}4\%$ AMV $\quad A = 30000$

$i = \frac{32{,}4}{12} = 2.7\%$ Efectivo mensual

$n = 36$ meses 3 años

$VF = A \left\{ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right\} \qquad VF = 30000 \cdot \left\{ \frac{(1+0{,}027)^{36} - 1}{0{,}027} \right\}$

$VF = 1'788190{,}92$

Para B

$A = 100000 \qquad i = 33\%$ ATV $\qquad i = \frac{33}{4} = 8{,}25\%$ Efectivo trimestral

$n = 12$ trimestres (3 años)

$VF = 100.000 \left\{ \frac{(1+0{,}0825)^{12} - 1}{0{,}0825} \right\} = 1'926080{,}9$

Para C

$i = 34\%$ ~~xxxxx xxxx~~ anual.

$(1+i)^2 = 1 + 0{,}34$

$1 + i = \sqrt{1{,}34} \qquad 1+i = 1{,}1575 \qquad i = 0{,}1575$ Efectivo semestral.

$15{,}75\%$

$A = 205000 \qquad n = 6$ semestres (3 años)

$VF = 205000 \left\{ \frac{(1+0{,}1575)^6 - 1}{0{,}1575} \right\} = 1'828808{,}85$

Al final de tres años se tiene:

$A = 1'788190{,}92 \qquad B = 1'926080{,}9 \qquad C = 1'828808{,}85$

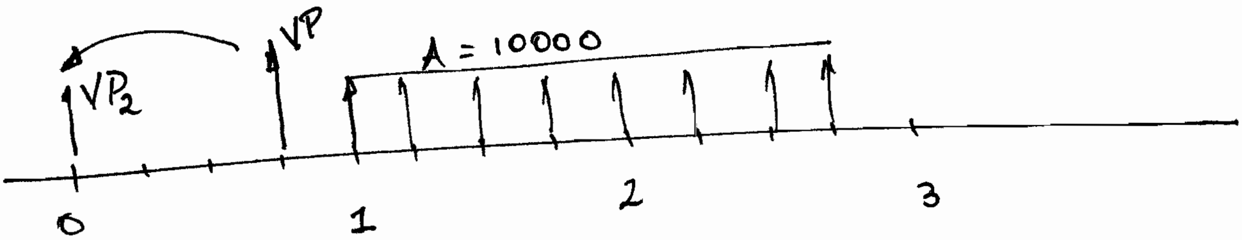
El mayor es para B

2.) CI = 30%

Resto = 70% en 8 pagos trimestrales de 10.000

Primer pago en un año

$i = 36$ ATV $\Rightarrow \frac{36}{4} = 9\%$ Efectivo trimestral



VP = ? $\quad A = 10000 \quad n = 8 \quad i = 0{,}09$

$VP = A\left\{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right\} \qquad VP = 10000\left\{\frac{1-(1+0.09)^{-8}}{0.09}\right\} = 55348{,}19$

$VP_2 = VP(1+i)^{-n} \qquad VP_2 = 55348{,}19\,(1+0.09)^{-3} = 42738{,}95$

El 70% es de 42738,95

El 100% es x

$$x = \frac{42738{,}95 \times 100}{70} = 61055{,}65$$

Valor contado 61055,65

b) $i = 30\%$ AMV $\qquad i = \frac{30}{12} = 2{,}5\%$ Efectivo mensual

El VP no cambia para los pagos trimestrales

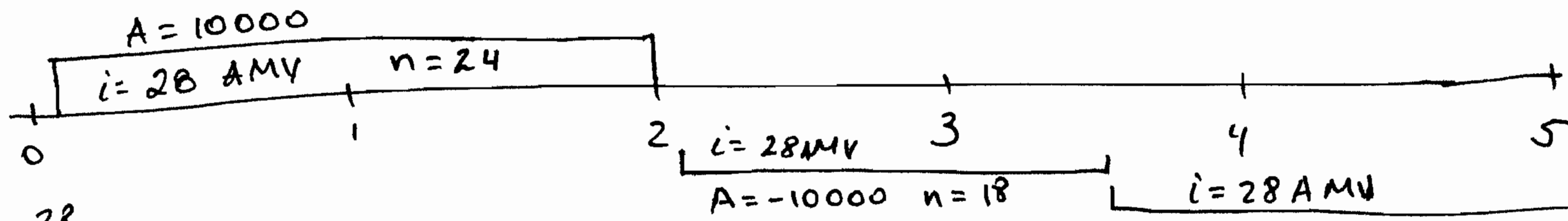
$VP_2 = VP(1+i)^{-n} \qquad n = 9$ meses

$VP_2 = 55348{,}19\,(1+0{,}025)^{-9} = 44319{,}43$

70% → 44319,43

100% → x

$x = 63313{,}47$ → Valor de Contado.



28 AMV $\Rightarrow$ $\frac{28}{12} = 2,33$ efectivo mensual.

$(1+0,0233)^3 = 1+i$ $\qquad 1+i = 1,0716$

$i = 7,16\%$ Efectivo trimestral

Para los dos primeros años

$$VF = A\left\{\frac{(1+i)^n-1}{i}\right\} = 10000\left\{\frac{(1+0.0233)^{24}-1}{0.0233}\right\} = 316\,905,33$$

Ahora inicia retiros

$$VF = A\left\{\frac{(1+i)^n-1}{i}\right\} = -10000\left\{\frac{(1+0.0233)^{18}-1}{0.0233}\right\} = -220558,13$$

En el año $3\frac{1}{2}$ tiene en cuenta

$$VF = VP(1+i)^n = 316905.33\,(1+0,0233)^{18} = 479996,11$$

$$\text{Saldo} = 479996,11 - 220558,13 = \underline{259437,98}$$

Ahora deposita trimestralmente \$50000 durante dos años

$$VF = A\left\{\frac{(1+i)^n-1}{i}\right\} = 50000\left\{\frac{(1+0,0716)^{8}-1}{0.0716}\right\} = 516040,95$$

$VF = 259437,98\,(1+0,0233)^{24} = 451277,95 \rightarrow$ movimiento del saldo dinero al año $5\frac{1}{2}$

Tiene en total $= 516040,95 + 451277,95 = 967318,89$

lo movemos un año adelante

$$VF = 967318,89\,(1+0,0233)^{12} = 1'275778,04$$

En el año $6\frac{1}{2}$ tendrá $1'275778,04$

4) Son 12 pagos mensuales por año durante 6 años

$n = 12 \times 6 = 72$ meses.

$i = 29\%$ Efectivo ~~mensual~~ anual

$(1+i)^{12} = 1 + 0.29 \qquad 1+i = \sqrt[12]{1.29} \quad = \quad 1+i = 1,0214$

$i = 2,14\%$ Efectivo mensual

Calculamos el valor presente ~~actual~~ de los 72 pagos

$$VP = A\left\{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right\} = 300.000\left\{\frac{1-(1+0.0214)^{-72}}{0.0214}\right\} = 10'966540,5$$

Ese valor debe tenerlo en la cuenta, y se da despues de 7 años de consignar

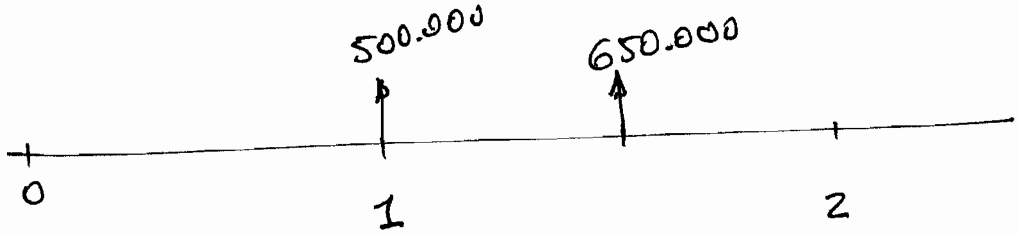
$$VF = A\left\{\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right\} \qquad A = \frac{VF}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}} \qquad n = 12 \times 7$$

$n = 84$ meses

$$A = \frac{10'966540.5}{\frac{(1+0.0214)^{84} - 1}{0.0214}} = 47682,82$$

Durante los 7 años debe consignar 47682,82 mensualmente

5)



$i = 28\%$ AMV $\qquad i = \frac{28}{12} = 2,3\hat{3}\%$ efectivo mensual.

Calculamos el VP de los retiros

$$VP = 500000(1+0,0233)^{-12} + 650000(1+0.0233)^{-18}$$

$VP = 808522,03$

Hallamos el valor de los depositos

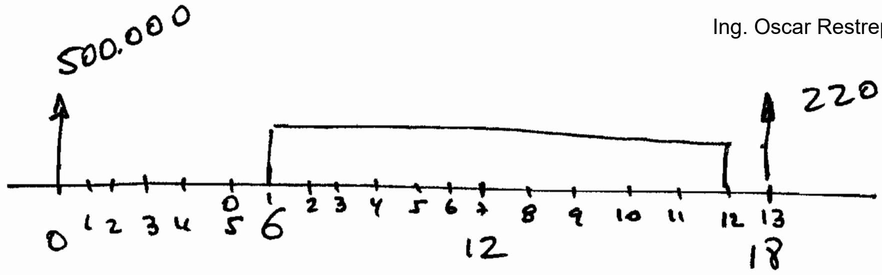
$$VP = A\left\{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right\} \qquad A = \frac{VP}{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}} = \frac{808522,03}{\frac{1-(1+0.0233)^{-18}}{0.0233}}$$

$A = 55450,51$

6) $VP = 850.000$

$CI = 350.000$

$i = 33\%$ ATV



Se financia $850.000 - 350.000 = 500.000$

llevando todo el dinero al mes 5

$VP_1 = 500000 * (1+i)^5$

$i = \frac{33}{4} = 8,25\%$ Efectivo trimestral

$VP_1 = 500000(1+0,026776)^5$

$(1+i)^3 = 1 + 0.0825$

$VP_1 = 570623,75$

$i = 2,6776\%$ Efectivo mensual.

$VP_2 = 220000(1+i)^{-13} = 220000(1+0,026776)^{-13} = 156040,90$

Con la anualidad se va a pagar $570623,75 - 156040,90$

$= 414582,85$

$$VP = A\left\{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right\} \qquad A = \frac{VP}{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

$$A = \frac{414582,85}{\frac{1-(1+0,026776)^{-12}}{0,026776}} = 40852,34$$ $\Rightarrow$ Valor de las cuotas.

7) $i = 29\%$ ATV

$A = 400000$ mensuales

$i = \frac{29}{4} = 7,25\%$ efectivo trimestral.

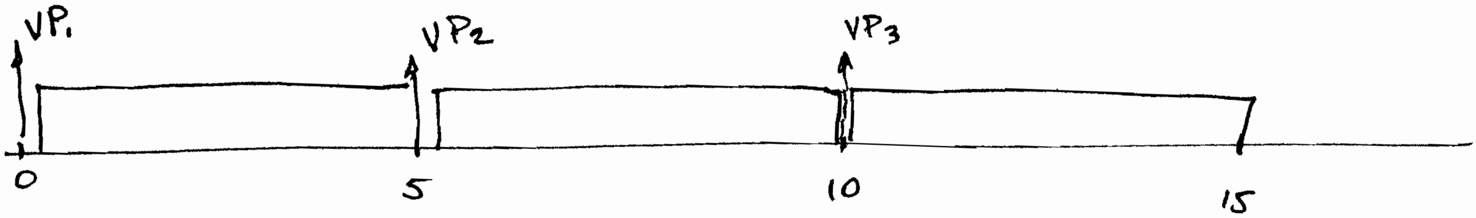
$(1+i)^3 = 1 + 0,0725 \Rightarrow \quad i = 0,0236$ efectivo mensual

$$VP = \frac{A}{i} = \frac{400.000}{0,0236} = 16'949152,54$$

Valor que debe tener $16'949152,54$

8) 5 años → 3% mensual
5 años → 3.5 % mensual
5 años → 4 % mensual

Se financia
210.000.000 − 8'000.000 =
202'000.000 −



$$VP = A\left\{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right\}$$

$$VP_1 = A\left\{\frac{1-(1+0.03)^{-60}}{i}\right\} = 27{,}675563\,A$$

$$VP_2 = A\left\{\frac{1-(1+0.035)^{-60}}{0.035}\right\}\underbrace{(1+0.030)^{-60}}_{\text{Para llevarlo a mes 0}} = 4{,}233946\,A$$

$$VP_3 = A\left\{\frac{1-(1+0.04)^{-60}}{0.04}\right\}(1+0.035)^{-60}(1+0.03)^{-60} = 0{,}487422\,A$$

$$VP_1 + VP_2 + VP_3 = 202000000$$

$$27{,}675563\,A + 4{,}233946\,A + 0{,}487422\,A = 202000.000 -$$

$$32{,}396998\,A = 202000.000$$

$$A = 6'235145{,}61$$

Debe cancelar mensualmente durante 15 años 6'235145,61

Ahora si la persona paga es dinero con tasa de 3.1 % mensual

$$VP = A\left\{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right\} = 6'235145{,}61\left\{\frac{1-(1+0.031)^{-180}}{0.031}\right\}$$

$$VP = 200'307{,}833.8$$

la diferencia es de $202'000.000 - 200307833{,}8$

$$= 1'692166{,}25$$

9) $i = 29.5\%$ anual

Debe cancelar 1'350.000 por semestre.

$(1+i)^2 = 1+0.295 \quad 1+i = 1,13798 \quad i = 13,79\%$ Efectivo semestre.

Son diez semestres

$$VP = A\left\{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right\} = 1350.000\left\{\frac{1-(1+0.1379)^{-10}}{0.1379}\right\}$$

$VP = 7'097622,61$ su valor se ve un semestre antes de hacer el primer pago en la U.

$VP = 7'097622,61\,(1+0,1379)^1 = 8'076952,58$ En el momento de cumplir 17

Ahora determinamos los pagos $n = 15$ pagos anuales

$$VF = A\left\{\frac{(1+i)^n-1}{i}\right\} \qquad A = \frac{VF}{\frac{(1+i)^n-1}{i}} = \frac{8'076952,58}{\frac{(1+0.295)^{15}-1}{0.295}}$$

$A = 50362,45 \rightarrow$ Depósito anual.

10) $= 860.000$ Trimestre $\quad i = 32\%$ ATV $\quad i = \frac{32}{4} = 8\%$ Efectivo trimestral

$$VP = A\left\{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right\} = 860000\left\{\frac{1-(1+0.08)^{-8}}{0.08}\right\} =$$

$VP = 4'942109,49$ Valor que debe tener para pagar de contado

Dos meses antes (cuando se hace el último pago) el valor es

$VP = 4'942109,49\,(1+0.035)^{-2} = 4'613512,09$

Ese es el valor futuro de los pagos anticipados

$$VF = A\left\{\frac{(1+i)^n-1}{i}\right\} \qquad \frac{VF}{A} = \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$\frac{VF}{A}\cdot i + 1 = (1+i)^n \qquad \frac{4'613512,09}{120.000}\cdot 0.035 + 1 = (1+0.035)^n$$

$$1,035^n = 2,3456 \qquad n\log 1,035 = \log 2,3456$$

$n = 24,78$ meses $\quad \underline{n = 25 \text{ meses}}$

11) $i = 2$ mensual.
$n = 15$ pagos mes anticipado.

Segunda serie o anualidad
22 pagos mes vencido $A = 27000$
Primer pago en 5 meses $i = 2\%$ durante los primeros 5 meses
$i = 2.5\%$ de Allí en adelante.

Por tanto, se hacen 21 pagos iguales a partir del sexto mes su valor presente esta en el mes 5, adicionamos el pago hecho en el 5.

$$VP = A\left\{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right\} = 27000\left\{\frac{1-(1+0{,}025)^{-21}}{0{,}025}\right\} = 436982{,}81$$

$$VP_T = 436982{,}81 + 27000 = 463982{,}81$$

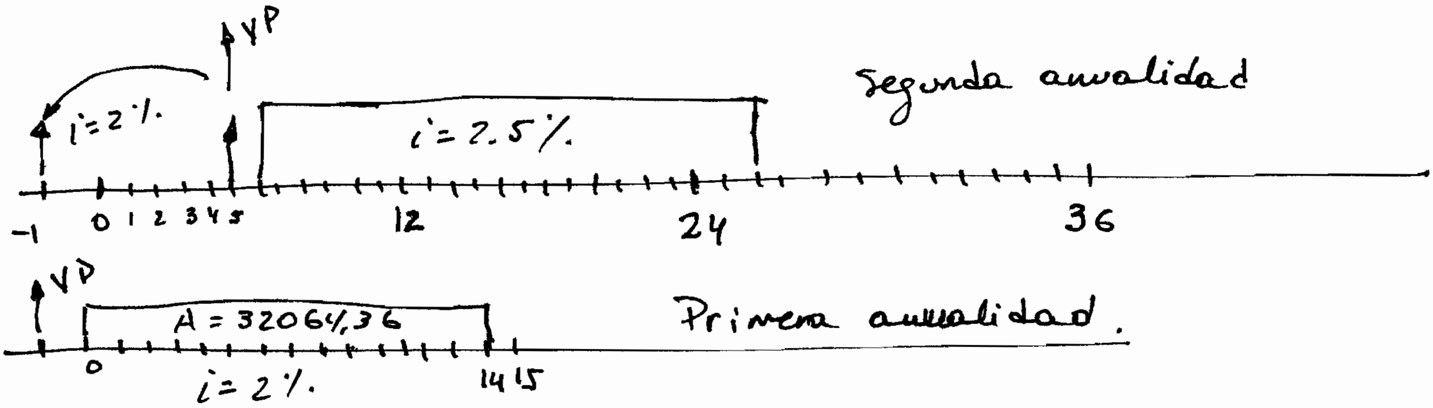
llevamos ese valor al mes $-1 \Rightarrow VP = 463982{,}81(1+0{,}02)^{-6}$

$VP = 412003{,}45 \rightarrow$ Por ser anticipado

Ese valor se difiere en 15 pagos

$$A = \frac{VP}{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}} = \frac{412003{,}45}{\frac{1-(1+0.02)^{-15}}{0.02}} = 32064.36$$

Valor anualidad $= 32064{,}36$



12) $VP = 70'000.000$

~~VF=VA~~ $n = 12$ pagos trimestrales (3 años)

$i = 38\,ATV \Rightarrow \frac{38}{4} = 9.5$ efectivo trimestral.

$$A = \frac{VP}{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}} = \frac{70'000.000}{\frac{1-(1+0.095)^{-12}}{i}} = 10'023140 \rightarrow \text{Pago trimestral}$$

El pago trimestral se hace con ahorro mensual

$n = 3$ $i = 30\%$. Efectivo anual ~~ATV~~

$(1+0.3) = (1+i)^{12}$ $i = 0{,}0221$ $i = 2{,}21\%$ efectivo mensual.

$$VF = 10'023140 = A\left\{\frac{(1+i)^3-1}{i}\right\}$$

$$A = \frac{10'023140}{\frac{(1+0.0221)^3-1}{0.0221}} = \frac{10'023140}{3{,}06678} = 3'268294{,}43$$

Cada mes debe ahorrar 3'268294,43 para que cada trimestre complete la cuota.

$3'268294{,}43 \rightarrow 25\%$ $x = 13'073177{,}73$

$x \rightarrow 100\%$

Por tanto las utilidades mensuales deben ser de 13'073177,73