

Отчёт по лабораторной работе 7

Простейший вариант 54

Акондзо Жордани Лади Гаэл

Содержание

Цель работы	1
Теоретическая справка.....	1
Задание.....	2
Выполнение лабораторной работы	3
Код для отображения полного графика	3
Код для отображения графиков каждого случая.....	4
Вопросы к лабораторной работе :	7
Выводы	9
Список литературы.....	9

Цель работы

Построить графики распространения рекламы, определить в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Теоретическая справка

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей

пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем незнающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что dn/dt - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:

$$\alpha_1(t)(N - n(t))$$

где N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,

$$\alpha_1(t) > 0$$

характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной

$$\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$$

эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

Задание

Формула определения номера задания: $(S_n \bmod N) + 1$, где S_n — номер студбилета, N — количество заданий.

Вариант 54

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (0.64 + 0.00004n(t))(N - n(t))$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (0.00007 + 0.7n(t))(N - n(t))$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (0.4t + 0.3\sin(2t)n(t))(N - n(t))$$

При этом объем аудитории $N=1403$, в начальный момент о товаре знает 9 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Выполнение лабораторной работы

Код для отображения полного графика

- Julia

```
using Plots
using DifferentialEquations

# Коэффициенты для первого уравнения
a1 = 0.64
a2 = 0.00004

# Коэффициенты для второго уравнения
b1 = 0.00007
b2 = 0.7

# Коэффициенты для третьего уравнения
c1 = 0.4
c2 = 0.3
N = 1403      # Общее количество людей в популяции
n0 = 9        # Начальное количество осведомленных людей

# Определение функции модели ОДУ
function odn_f(du, u, p, t)
    du[1] = (a1 + a2*u[1]) * (N - u[1])    # Модель 1
    du[2] = (b1 + b2*u[1]) * (N - u[1])    # Модель 2
    du[3] = (c1*t + c2*sin(2t)*u[1]) * (N - u[1]) # Модель 3
end

u0 = [n0, n0, n0] # Начальные условия для каждой модели
tspan = (0.0, 30.0) # Интервал времени для симуляции

# Создание и решение проблемы ОДУ
prob = ODEProblem(odn_f, u0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.1)

# Извлечение данных из решения
N1 = [u[1] for u in sol.u] # Результаты для первой модели
N2 = [u[2] for u in sol.u] # Результаты для второй модели
N3 = [u[3] for u in sol.u] # Результаты для третьей модели
T = [t for t in sol.t]      # Временные метки

# Построение графиков изменения числа осведомленных людей во времени для
каждой модели
```

```

plt = plot(layout=(1, 3), dpi=300, legend=:bottomright)
plot!(plt[1], T, N1, title="Модель 1", label="Уравнение 1", color=:blue)
plot!(plt[2], T, N2, title="Модель 2", label="Уравнение 2", color=:green)
plot!(plt[3], T, N3, title="Модель 3", label="Уравнение 3", color=:red)

# Сохранение графика
savefig("advertising_models.png")

```

Код для отображения графиков каждого случая

- Julia

```

# Проследите решения для каждой модели
p1 = plot(T, N1, label="Модель 1", color=:blue, xlabel="Время",
ylabel="Количество информированных людей", title="Распространение рекламы
Модель 1")
p2 = plot(T, N2, label="Модель 2", color=:green, xlabel="Время",
ylabel="Количество информированных людей", title="Распространение рекламы
Модель 2")
p3 = plot(T, N3, label="Модель 3", color=:red, xlabel="Время",
ylabel="Количество информированных людей", title="Распространение рекламы
Модель 3")

# Показать графики в новом окне
display(p1)
display(p2)
display(p3)

# Сохранение графиков в файлы
savefig(p1, "model1.png")
savefig(p2, "model2.png")
savefig(p3, "model3.png")

```

- Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение:

Чтобы рассчитать, когда скорость распространения рекламы достигнет максимума для случая 2, мы делаем в Julia следующее: 1. Мы используем решение «модели2», полученное путем моделирования. 2. Мы вычисляем производную $n(t)$ по времени, которая представляет скорость распространения рекламы. 3. Выявляем пик этой скорости, то есть момент, когда производная достигает максимального значения.

Вот код, который мы можем связать с общим кодом нашей программы :

```

# Функция для расчета производной модели 2
function derivative_model2(n, t, b1, b2, N)
    # Вычисление скорости распространения рекламы в момент времени t
    return (b1 + b2*n)*(N - n)
end

# Вычисление скорости распространения для каждого момента времени в решении

```

```

модели 2
speeds = [derivative_model2(sol1.u[i][2], sol1.t[i], b1, b2, N) for i in
1:length(sol1.t)]

```

```

# Поиск индекса максимальной скорости распространения
max_speed_index = argmax(speeds)

```

```

# Время, соответствующее максимальной скорости распространения
max_speed_time = sol1.t[max_speed_index]

```

```

println("Время, когда скорость распространения рекламы максимальна, t =
$max_speed_time")

```

Время, когда скорость распространения рекламы максимальна, t = 0.019424764212438814

- Вот графики для каждого случая :

1) Случай №1 где

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (0.64 + 0.00004n(t))(N - n(t))$$

Распространение рекламы Модель 1

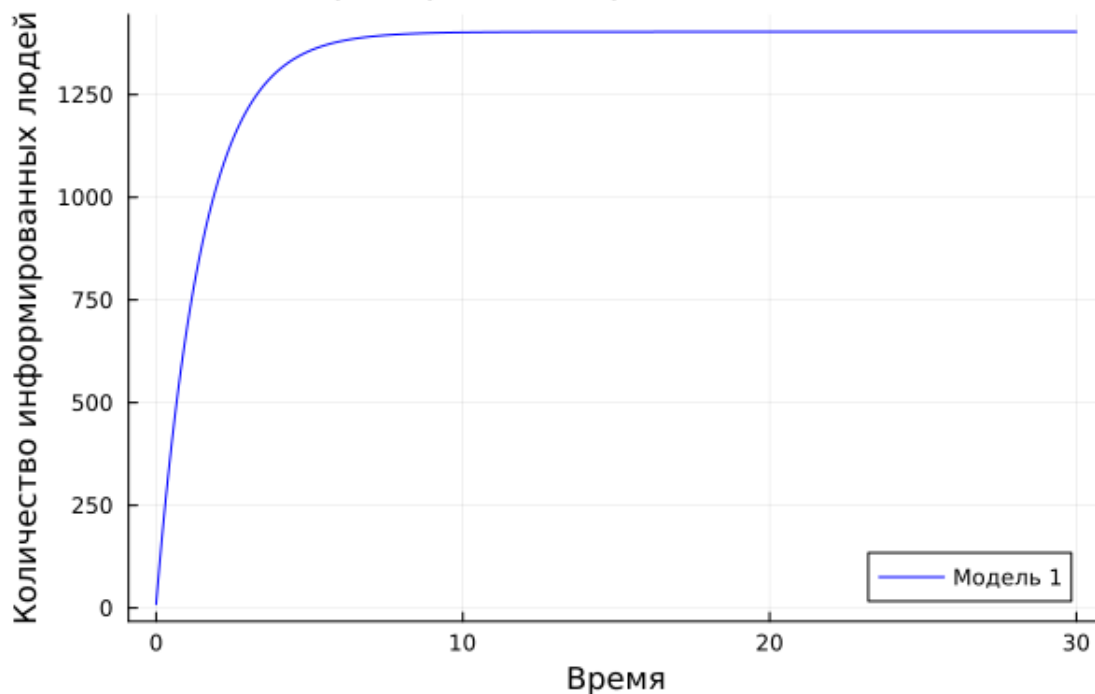


график распространение рекламы Модель 1

2) Случай №2 где

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (0.00007 + 0.7n(t))(N - n(t))$$

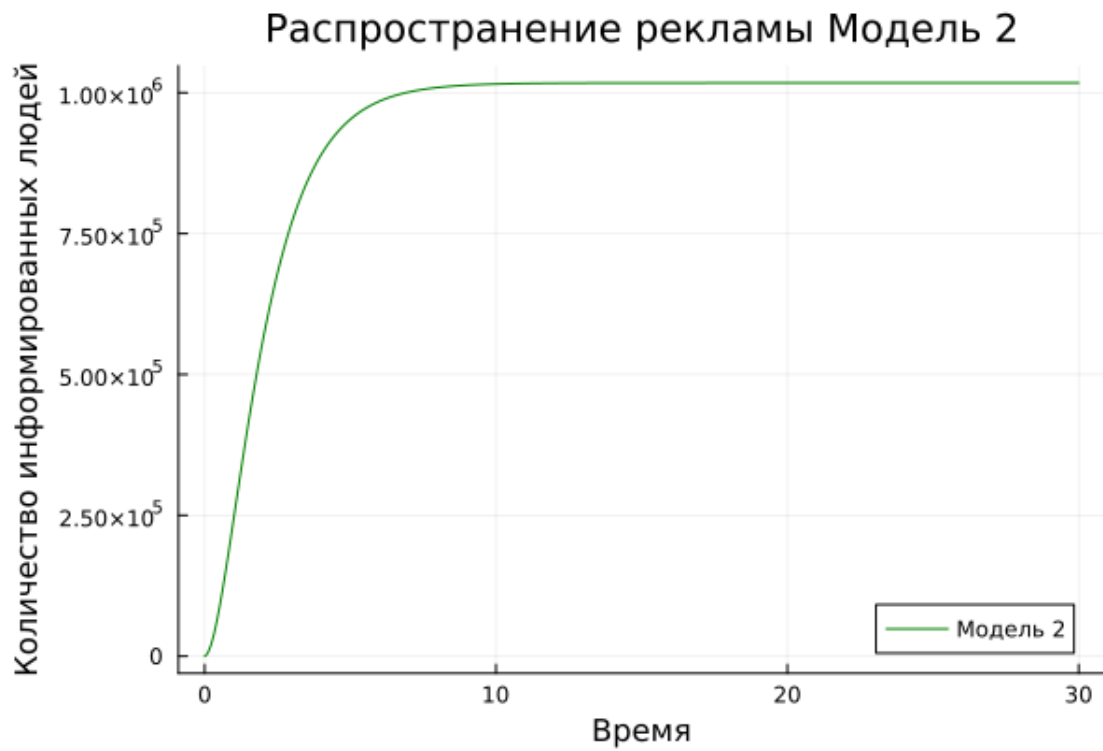


график распространение рекламы Модель 2

3) Случай №3 где

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (0.4t + 0.3\sin(2t)n(t))(N - n(t))$$

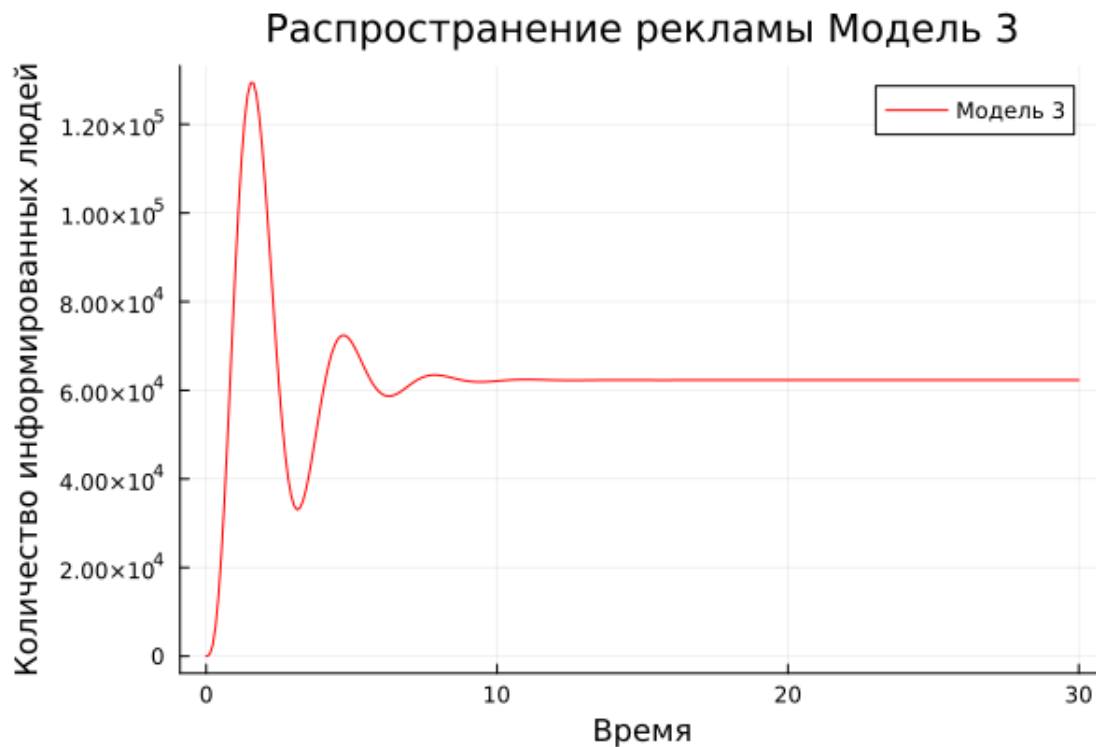


график распространение рекламы Модель

Вопросы к лабораторной работе :

1. Модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель).

$$\frac{\partial N}{\partial t} = rN$$

где N — исходная численность населения, r — коэффициент пропорциональности, для которого $r = b - d$ (b — коэффициент рождаемости, d — коэффициент смертности), t — время.

Модель используется в экологии для расчета изменения популяции особей животных.

2. Уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение).

$$\frac{\partial P}{\partial t} = rP \left(1 - \frac{P}{K} \right)$$

где r — характеризует скорость роста (размножения), K — поддерживающая ёмкость среды (то есть, максимально возможная численность популяции).

Исходные предположения для вывода уравнения при рассмотрении популяционной динамики выглядят следующим образом:

скорость размножения популяции пропорциональна её текущей численности, при прочих равных условиях;

скорость размножения популяции пропорциональна количеству доступных ресурсов, при прочих равных условиях. Таким образом, второй член уравнения отражает конкуренцию за ресурсы, которая ограничивает рост популяции.

3. В модели распространения рекламы.

$$\alpha_1(t)$$

— интенсивность рекламной кампании, зависящая от затрат.

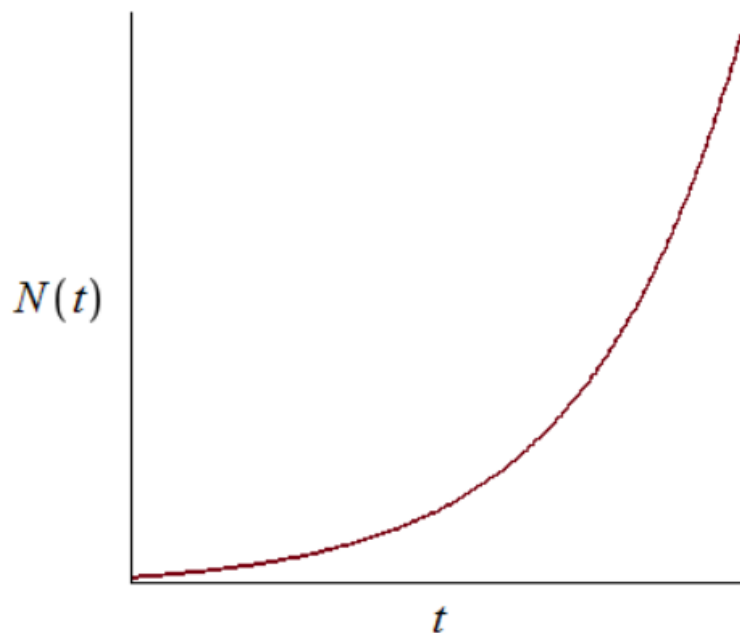
$$\alpha_2(t)$$

— интенсивность рекламной кампании, зависящая от сарафанного радио.

4. Как ведет себя рассматриваемая модель при

$$\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$$

При данных условиях получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид (рис.4):

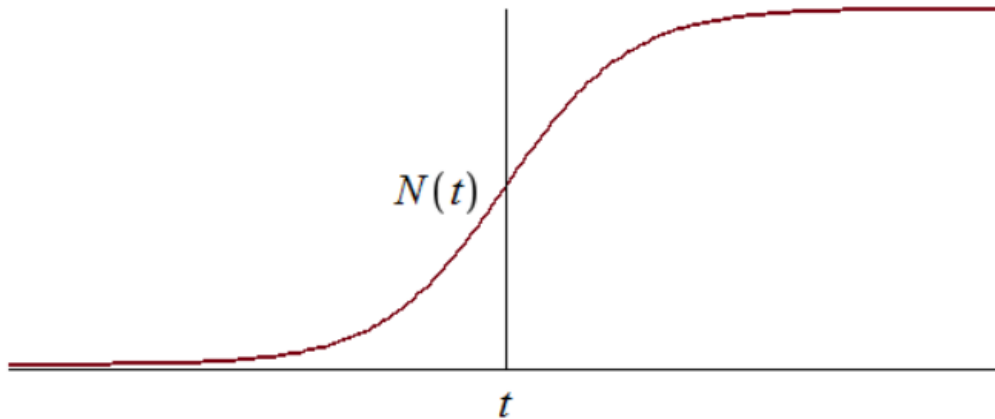


Название рисунка

5. Как ведет себя рассматриваемая модель при

$$\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$$

При данных условиях получаем уравнение логистической кривой (рис.5):



Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я научилась строить графики распространения рекламы, определять в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Список литературы

Кулябов Д. С. Лабораторная работа №7:

https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971582/mod_resource/content/2/%D0%9B%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0%20%E2%84%96%206.pdf