РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 2

Задача по погоне

Студент: Нгуен Дык Ань
Номер: 1032215251
Группа: НКНбд-01-21

МОСКВА
2024

Цель работы

Построить математическую модель задачи погони и решить задачу.

Задача

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 5,9 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 1,9 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Решение

1. Пусть $t_0 = 0$, $x_{l0} = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{k0} = 5{,}9$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров x_{l0} (theta = x_{l0} = 0), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (Рис.1).

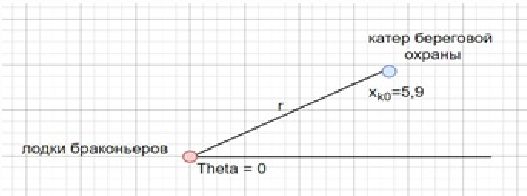


Рис.1. Положение катера и лодки в начальный момент времени

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса theta, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки.
Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер k – x (или k + x, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или (k-x)/v (во втором лучае (k+x)/v). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

   - x/v = (5,9-x)/1,9v - в первом случае
   - x/v = (5,9+x)/1,9v - в втором случае

   Отсюда мы найдем два значения x_1 = 5,*/2,9 и x_2 = 5,9/0,9 ,задачу будем решать для двух случаев

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v.
Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_t - тангенциальная скорость (рис. 2).
Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, v_r = dr/dt. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем dr/dt = v.

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости d_{theta}/dr на радиус r, v_t = r*d_{theta}/dr

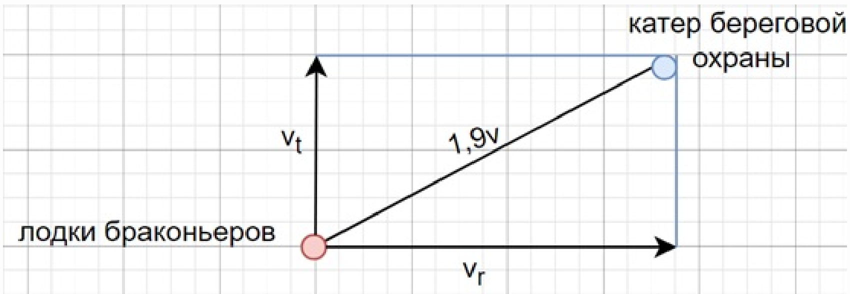


Рис.2. Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Из рис.2. видно: v_t = sqrt((1,9v)^2 - v^2) = 3*sqrt(29)*v/10. Тогда получаем r*d_{theta}/dt = 3*sqrt(29)*v/10

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

    - dr/dt=v и r*d_{theta}/dt = 3*sqrt(29)*v/10 v с начальными условиями:
        - $Theta_0$ = 0, r_0 = x_1 = 5,9/2,9
        - $Theta_0$ = 0, r_0 = x_2 = 5,9/0,9

    Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению:
    dr/d_{theta} = r/(3*sqrt(29)*v/10)

Решать эту уравнению в двух случях:

$$\frac{dr}{d_{Theta}} = \frac{r}{\frac{3\sqrt{29}}{10}} \Leftrightarrow \frac{dr}{r} = \frac{d_{Theta}}{\frac{3\sqrt{29}}{10}} \Leftrightarrow \ln(r) = \frac{Theta}{\frac{3\sqrt{29}}{10}} + c$$

$$\Leftrightarrow r(Theta) = c * e^{\frac{Theta}{\frac{3\sqrt{29}}{10}}}$$

- **Первый случай:**

$$r(0) = c * e^{\frac{0}{\frac{3\sqrt{29}}{10}}} = c = r_0 = \frac{5{,}9}{2{,}9} \Rightarrow r(Theta) = \frac{5{,}9}{2{,}9} * e^{\frac{Theta}{\frac{3\sqrt{29}}{10}}}$$

Ответ: В первом случай уравнение, описывающее движение катера:

$$\boldsymbol{r(Theta) = \frac{5{,}9}{2{,}9} * e^{\frac{Theta}{\frac{3\sqrt{29}}{10}}}}$$

$$\frac{dr}{d_{Theta}} = \frac{r}{\frac{3\sqrt{29}}{10}} \Leftrightarrow \frac{dr}{r} = \frac{d_{Theta}}{\frac{3\sqrt{29}}{10}} \Leftrightarrow \ln(r) = \frac{Theta}{\frac{3\sqrt{29}}{10}} + c$$

$$\Leftrightarrow r(Theta) = c * e^{\frac{Theta}{\frac{3\sqrt{29}}{10}}}$$

- **Первый случай:**

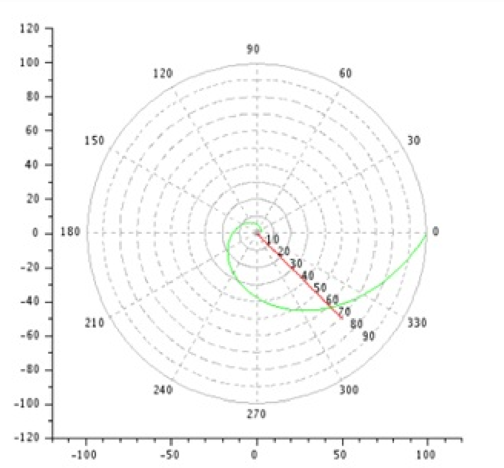
$$r(0) = c * e^{\frac{0}{\frac{3\sqrt{29}}{10}}} = c = r_0 = \frac{5{,}9}{2{,}9} \Rightarrow r(Theta) = \frac{5{,}9}{2{,}9} * e^{\frac{Theta}{\frac{3\sqrt{29}}{10}}}$$

Ответ: В первом случай уравнение, описывающее движение катера:

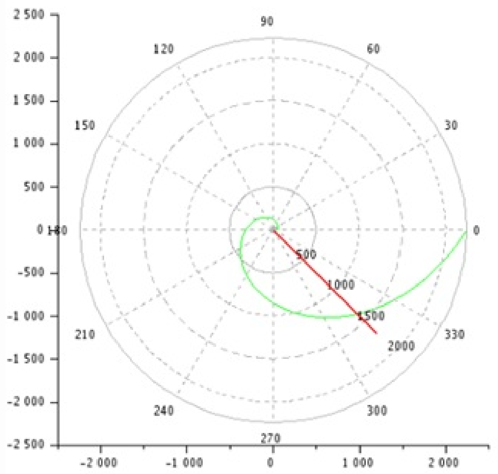
$$\boldsymbol{r(Theta) = \frac{5{,}9}{2{,}9} * e^{\frac{Theta}{\frac{3\sqrt{29}}{10}}}}$$

Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев:

- Перый случай:



- Второй случай:



90
120
60
150
30
180
0
210
330
240
300
270
500
1000
1500
2000
2 500
2 000
1 500
1 000
500
0
-500
-1 000
-1 500
-2 000
-2 500
-2 000
-1 000
0
1 000
2 000