

Отчёт по лабораторной работе 6

Простейший вариант 54

Акондзо Жордани Лади Гаэл

Содержание

1	Цель работы	5
2	Теоретическая справка	6
3	Задание	8
4	Выполнение лабораторной работы	9
4.1	код	9
4.2	Julia	9
4.3	Julia	11
5	Выводы	14
6	Список литературы	15

Список иллюстраций

4.1	Название рисунка	11
4.2	Название рисунка	13

Список таблиц

1 Цель работы

Построить графики изменения числа особей в группах с помощью простейшей модели эпидемии и рассмотреть, как будет протекать эпидемия в различных случаях.

2 Теоретическая справка

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S, & I(t) > I^*; \\ 0, & I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, & I(t) > I^*; \\ -\beta I, & I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности

$$\alpha, \beta$$

это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t=0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0)=0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:

$$I(0) > I^*; I(0) \leq I^*$$

3 Задание

Формула определения номера задания: $(S_n \bmod N) + 1$, где S_n — номер студбита, N — количество заданий.

Вариант 54

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N=8\,439$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0)=86$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0)=25$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0)=N-I(0)-R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если

$$I(0) \leq I^*$$

2) если

$$I(0) > I^*$$

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 код

4.2 Julia

1) Случай, когда

$$I(0) \leq I^*$$

(рис. 4.1).

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
# Параметры модели
```

```
a = 0.01 # коэффициент заразности
```

```
b = 0.02 # коэффициент выздоровления
```

```
N = 8439 # общая численность населения
```

```
I0 = 86 # начальное число инфицированных
```

```
R0 = 25 # начальное число выздоровевших
```

```
S0 = N - I0 - R0 # начальное число восприимчивых к инфекции
```

```
# Функция дифференциальных уравнений
```

```
function ode_fn(du, u, p, t)
```

```
    s, i, r = u
```

```

    du[1] = 0          # изменение числа восприимчивых
    du[2] = - b*u[2]   # изменение числа инфицированных
    du[3] = b*u[2]     # изменение числа выздоровевших
end

# Начальные условия и интервал времени
u0 = [S0, I0, R0]
tspan = (0.0, 1000.0)

# Решение модели
prob1 = ODEProblem(ode_fn, u0, tspan)
sol1 = solve(prob1, dtmax=0.01)

# Извлечение данных для графиков
S = [u[1] for u in sol1.u]
I = [u[2] for u in sol1.u]
R = [u[3] for u in sol1.u]
T = [t for t in sol1.t]

# Построение графиков
plt = plot(T, S, label="Восприимчивые", color=:blue)
plot!(T, I, label="Инфицированные", color=:yellow)
plot!(T, R, label="Выздоровевшие", color=:red, legend=:right)

# Настройка и отображение графика
title!("Динамика эпидемии SIR модель")
xlabel!("Время")
ylabel!("Численность населения")
savefig("lab6-1.png")

```

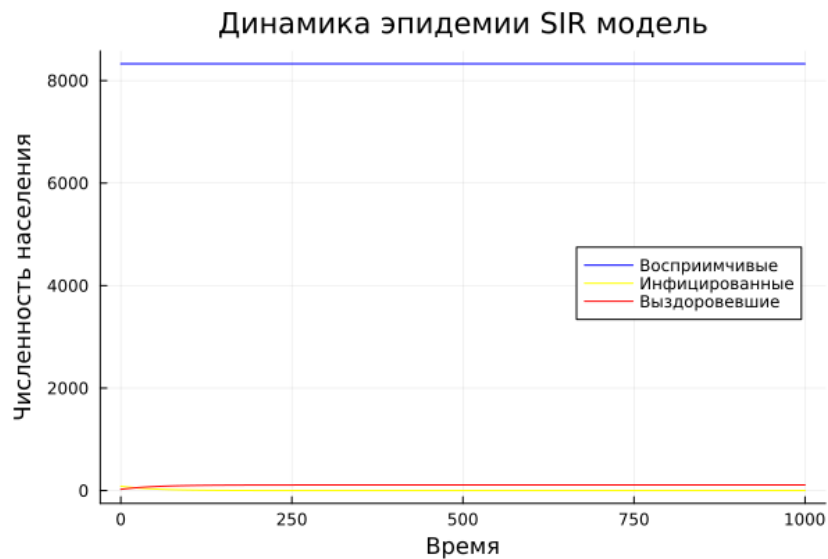


Рис. 4.1: Название рисунка

2) Случай, когда

$$I(0) > I^*$$

(рис. 4.2).

4.3 Julia

using Plots

using DifferentialEquations

Параметры модели

a = 0.01 # коэффициент заразности

b = 0.02 # коэффициент выздоровления

N = 8439 # общая численность населения

I0 = 86 # начальное число инфицированных, больше чем I*

R0 = 25 # начальное число выздоровевших

S0 = N - I0 - R0 # начальное число восприимчивых к инфекции

```

# Функция дифференциальных уравнений
function ode_fn(du, u, p, t)
    s, i, r = u
    du[1] = -a * s * i      # изменение числа восприимчивых
    du[2] = a * s * i - b * i # изменение числа инфицированных
    du[3] = b * i           # изменение числа выздоровевших
end

# Начальные условия и интервал времени
u0 = [S0, I0, R0]
tspan = (0.0, 1000.0)

# Решение модели
prob1 = ODEProblem(ode_fn, u0, tspan)
sol1 = solve(prob1, dtmax=0.01)

# Извлечение данных для графиков
S = [u[1] for u in sol1.u]
I = [u[2] for u in sol1.u]
R = [u[3] for u in sol1.u]
T = [t for t in sol1.t]

# Построение графиков
plt = plot(T, S, label="Восприимчивые", color=:blue)
plot!(T, I, label="Инфицированные", color=:yellow)
plot!(T, R, label="Выздоровевшие", color=:red, legend=:right)

# Настройка и отображение графика
title!("Динамика эпидемии при  $I(0) > I^*$ ")

```

```

xlabel!("Время")
ylabel!("Численность населения")
savefig("lab6-2.png")

```

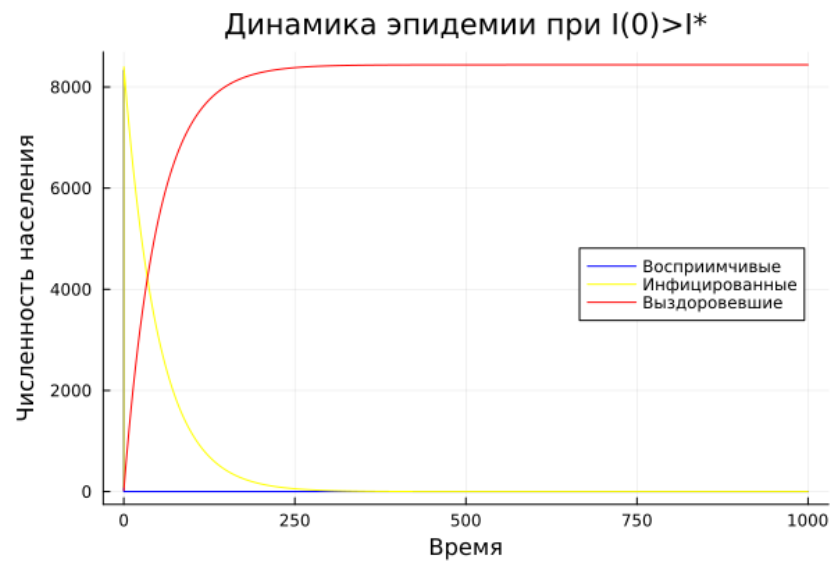


Рис. 4.2: Название рисунка

5 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я научилась строить графики изменения числа особей в группах с помощью простейшей модели эпидемии.

6 Список литературы

Кулябов Д. С. Лабораторная работа №6: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgclefindmk>