

1.

a. $|\Omega| = |E|^3 = 6^3 = 216$

b. Il est possible d'arranger "421" de 6 manières: 421, 142, 214, 412, 241, 124

$$P(\{4, 2, 1\}) = \frac{6}{|\Omega|} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

c. T_1 est l'évènement tel que $\forall (x, y, z) \in \Omega, x = y \wedge y = z \wedge x = z$

$$P(T_1) = \frac{6}{|\Omega|} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

d. T_2 est l'évènement tel que

$$\forall (x, y, z) \in \Omega, (x = y \wedge y \neq z) \vee (x = z \wedge z \neq y) \vee (z = y \wedge y \neq x)$$

$$P(T_2) = \frac{90}{216}$$

2.

```
Algorithme trouver421
Variables
  i, j, k, c : entiers
  r: une liste de 3 entiers
Début
  i ← 1
  j ← 1
  k ← 1
  c ← 0
  Tant Que i ≤ 6 faire
    Tant Que j ≤ 6 faire
      Tant Que k ≤ 6 faire
        r ← [i, j, k]
        Ordonner r dans le sens décroissant
        Si r = [4, 2, 1] alors
          c ← c + 1
        Fin Si
      Fin Tant Que
    Fin Tant Que
  Fin Tant Que
  afficher("Il y a ", c, " 421 dans Ω !")
Fin
```

```

Algorithme trouverTriples
Variables
  i, j, k, c : entiers
  r: une liste de 3 entiers
Début
  i ← 1
  j ← 1
  k ← 1
  c ← 0

  Tant Que i ≤ 6 faire
    Tant Que j ≤ 6 faire
      Tant Que k ≤ 6 faire
        r ← [i, j, k]
        Ordonner r dans le sens décroissant
        Si i = j et j = k alors
          c ← c + 1
        Fin Si
      Fin Tant Que
    Fin Tant Que
  Fin Tant Que

  afficher("Il y a ", c, " triple(s) dans Ω !")
Fin

```

Ici on considère qu'un triple n'est pas un double (sinon retirer "et var1 != var2")

```

Algorithme trouverDoubles
Variables
  i, j, k, c : entiers
  r: une liste de 3 entiers
Début
  i ← 1
  j ← 1
  k ← 1
  c ← 0

  Tant Que i ≤ 6 faire
    Tant Que j ≤ 6 faire
      Tant Que k ≤ 6 faire
        r ← [i, j, k]
        Ordonner r dans le sens décroissant
        Si ((i = j et j ≠ k) ou (i = k et k ≠ j) ou (k = j et j ≠ i))
alors
          c ← c + 1
        Fin Si
      Fin Tant Que
    Fin Tant Que
  Fin Tant Que

```

```
Fin Tant Que
```

```
    afficher("Il y a ", c, " double(s) dans  $\Omega$  !")  
Fin
```

3.

a.

```
Algorithme générerBeaucoupDeLancerDeDés
```

```
Fonctions extérieures :
```

```
    alea(a, b) : nombre entier aléatoire inclus entre deux bornes a  
et b
```

```
    abs(a) : valeur absolue d'un nombre décimal relatif
```

```
Description : Retourne le seuil à partir du quel les probabilités  
respectent la loi des grands nombres
```

```
Variables :
```

```
    i, j et k : entiers aléatoires représentant les dés
```

```
    r : l'ensemble des 3 dés
```

```
    n : un entier
```

```
    c : un entier
```

```
    nb421 : entier
```

```
    proba : nombre décimal
```

```
    écartProbas : nombre décimal
```

```
Constantes :
```

```
    probaThéorie : nombre décimal
```

```
    margeAcceptable : nombre décimal
```

```
Début :
```

```
n ← 0
```

```
probaThéorie ← 1 / 36 (~ 0.027777777 ... )
```

```
margeAcceptable ← 1E-6
```

```
écartProbas = +Infini
```

```
Tant Que écartProbas > margeAcceptable faire
```

```
    n ← n + 1
```

```
    c ← 0
```

```
    nb421 ← 0
```

```
    Tant Que c < n faire
```

```
        i ← alea(1, 6)
```

```
        j ← alea(1, 6)
```

```

        k ← alea(1, 6)

        r ← [i, j, k]
        Ordonner r dans l'ordre décroissant

        Si r[0] = 4 ET r[1] = 2 ET r[2] = 1 alors
            nb421 ← nb421 + 1
        Fin Si

        c ← c + 1
    Fin Tant Que

    proba ← c / n
    écartProbas = abs(proba - probaThéorie)

Fin Tant Que

Retourner n

```

4

a) ça consiste à lister les indices des figures de `int[][] figures` de `genererFiguresEtPoints` de `Jeu421.java` donc

$$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 53, 54, 55\}$$

b)

$$\begin{aligned}
 E(X) &= \sum_{i=1}^k p(X = x_i) \times x_i \\
 &= \frac{1}{216} \times 0 + \frac{1}{216} \times 1 + \dots + \frac{1}{216} \times 54 + \frac{1}{216} \times 55 \\
 &= \frac{1540}{216} = \frac{385}{54} \approx 7.1296
 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
 E(X) &= \frac{1}{|\Omega|} \sum_{i=1}^n X(\omega_i) \\
 &= \frac{1}{216} \sum_{i=1}^n X(\omega_i) = \frac{1}{216} \times (0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 54 + 55) \\
 &= \frac{1}{216} \times 1540 = \frac{1540}{216} = \frac{385}{54}
 \end{aligned}$$

Nous constatons que dans cette expérience aléatoire $E(X) = \frac{1}{|\Omega|} \sum_{i=1}^n X(\omega_i)$ car les deux valeurs correspondent

Algorithme EspéranceOmega

Description : retourne la valeur de l'espérance pour l'ensemble oméga

Variables :

- card_omega : le cardinal d'oméga (216)
- somme : la valeur de la somme des espérances de chaque figure divisées par le cardinal d'oméga

Début :

card_omega \leftarrow 216 // (déterminé plus tôt)

somme \leftarrow 0

i \leftarrow 0

Tant Que i \leq 55 faire

 somme \leftarrow somme + (i / card_omega)

 i \leftarrow i + 1

Fin Tant Que

Retourner somme

Fin