


Machine Learning



Bien explicado

BUSTOS JORDI

Bustos Jordi
jordibustos01@gmail.com



Contenido

4 | Introducción

1.1	¿Qué es Machine Learning?	4
1.2	Para quién es este libro	4
1.3	Definiciones y notación	4
1.3.1	Conjuntos	5
1.3.2	Algebra lineal	5
1.3.3	Examples 2	7

9 | Examples II

2.1	Examplessss	9
-----	-------------------	---

“La belleza de las matemáticas radica en su capacidad para revelar los patrones y estructuras subyacentes que gobiernan el universo” - Roger Penrose

Introducción

1.1 ¿Qué es Machine Learning?

Machine Learning es el arte de diseñar un algoritmo tal que pueda extraer de manera automática información de los datos. No, no es hacer que las máquinas piensen, al menos no por ahora. Un modelo típico de Machine Learning consiste en una formula matemática tal que aplicada a una colección de inputs, nos devuelve el output esperado. Las tres partes fundamentales de todo algoritmo de Machine Learning son: el modelo, los datos y el entrenamiento. El modelo es la formula matemática (una función) que queremos hallar, los datos son la información del mundo real que usaremos para encontrar esa formula y el entrenamiento es el proceso de ajustar los parámetros de la formula para que se ajuste a los datos.

¿Por qué no consideramos esto como aprendizaje? En primer lugar no hay una instancia en la cual la máquina razone, por otro lado, la máquina no puede generalizar, es decir, no puede aplicar lo aprendido a situaciones nuevas. Únicamente será útil si los datos en los que se utilice el modelo ya entrenado son similares, en el sentido matemático, es decir, siguen una misma distribución de probabilidad. Caso contrario el output del modelo será inútil.

Si bien es cierto que el Machine Learning hoy en día puede ser implementado por cualquier persona con un poco de conocimiento en programación, al menos en un nivel muy básico, pues el software brinda las herramientas necesarias para diseñar y entrenar modelos sin necesidad de conocer su implementación interna, es importante tener en cuenta que es un campo de estudio muy complejo que requiere del conocimiento de álgebra lineal, cálculo y estadística, si queremos producir modelos útiles en el mundo real.

1.2 Para quién es este libro

Este libro es para cualquier persona que quiera aprender Machine Learning, sin importar el nivel de conocimiento matemático que posea. Para los ejemplos y ejercicios se utilizará Python, por lo que es necesario contar con un conocimiento básico de programación en este lenguaje. En caso de no poseerlo, igualmente encontrará útil este libro, pues se explicará paso a paso la implementación de los algoritmos con rigurosidad matemática.

1.3 Definiciones y notación

Comencemos revisando la notación matemática que se utilizará en este libro, así como algunas definiciones y teoremas que nos serán de utilidad en el desarrollo de los temas. Al principio puede darle la impresión de que únicamente estamos definiendo conceptos o propiedades sin relación alguna, pero tengamos en cuenta que los algoritmos de Machine Learning están construidos sobre las bases del álgebra lineal y el cálculo diferencial, por lo que es importante comprender

los bloques necesarios que harán que el aprendizaje de estos algoritmos sea posible, junto con su futura implementación en Python. De más está decir que ningún algoritmo de machine learning implica un aprendizaje real de la máquina, veremos que, en general, no son más que un proceso de optimización de parámetros.

1.3.1. Conjuntos

Definición 1.1. Los conjuntos son colecciones finitas o infinitas de objetos matemático, a cada objeto en cuestión lo llamaremos elemento. Al conjunto vacío lo denotaremos como \emptyset .

Los conjuntos los denotaremos con letras mayúsculas y pueden estar definidos por extensión (todos sus elementos listados) o por comprensión (listados a partir de una condición).

Ejemplo. El conjunto de los números naturales es un conjunto cuyos elementos son $1, 2, 3, 4, \dots$

Ejemplo. $A = \{x \mid x \text{ es par}\}$. O sea, el conjunto de los números pares.

Donde “ \mid ” se lee como “tal que” y “es par” es la condición que deben cumplir los elementos de A . Claramente, A no puede ser listado por extensión, pues hay infinitos números pares.

Si a es un elemento de A , o sea, a pertenece a A , se denota $a \in A$. Por el contrario si a no es un elemento de A , se denota $a \notin A$.

Cuando nuestro conjunto A tiene n elementos, denotaremos $|A| = n$ donde $|A|$ representa el cardinal de A . Si el conjunto representa todos los números en un rango de a a b se denota como $[a, b]$ y si no incluye a los extremos se denota como (a, b) .

Nota. [...] entiendo en general por variedad o conjunto toda multiplicidad que puede ser pensada como unidad, esto es, toda colección de elementos determinados que pueden ser unidos en una totalidad mediante una ley. - Georg Cantor

Podemos generar un nuevo conjunto que sea la intersección de dos conjuntos A y B . Tomando todos los elementos que pertenecen a A y a B simultáneamente se denota como $A \cap B$. A su vez podemos generar un nuevo conjunto que sea la unión de dos conjuntos A y B . Si tomamos todos los elementos que pertenecen a A o a B se denota como $A \cup B$. Ejemplo de esto es si $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{3, 4, 5\}$ entonces $A \cap B = \{3\}$ y $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

1.3.2. Álgebra lineal

El álgebra lineal en resumidas cuentas es el campo de estudio de los vectores, las transformaciones lineales y el conjunto de reglas que nos permiten manipularlos.

Escalar, lista, vector

Definición 1.2. Escalar

Un escalar es un número perteneciente a los conjuntos \mathbb{R} o \mathbb{C} . Una forma elegante de llamar a los números. Cuando se hable de un escalar, se asumirá que se está hablando de un número real, a menos que se especifique lo contrario y se lo notará en *itálica*.

Ejemplos concretos de escalares son los números 10 , $4i$, $-3,5$, π , entre otros.

Definición 1.3. Lista

Supongamos n es un número positivo. Una lista de longitud n es una colección ordenada de n elementos (que pueden ser escalares, vectores o cualquier entidad matemática) rodeados por paréntesis y separados por comas. Una lista de longitud n se ve de la siguiente forma:

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.1)$$

Además dos listas son iguales si y solo si sus elementos correspondientes son iguales.

Por ejemplo $(1, 2, 3)$ y $(1, 2, 3)$ son listas iguales, mientras que $(1, 2, 3)$ y $(1, 3, 2)$ no lo son. Todas listas de longitud 3.

Definición 1.4. \mathbb{K}^n

Si consideramos \mathbb{K} como \mathbb{R} o \mathbb{C} entonces \mathbb{K}^n es el conjunto de todas las listas de longitud n conformadas por elementos de \mathbb{K} .

$$\mathbb{K}^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{K}, \forall i = 1, 2, \dots, n\}$$

\forall es un símbolo matemático que se lee como “para todo” y \mid es un símbolo matemático que se lee como “tal que”, según la bibliografía puede usarse el símbolo $:$ para representar lo mismo. Entonces, el conjunto $\mathbb{K}^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{K}, \forall i = 1, 2, \dots, n\}$ se lee como “el conjunto de todas las listas de longitud n tal que cada x_i para todo i entre 1 y n , x_i pertenece a \mathbb{K} ”. Por ejemplo, \mathbb{R}^3 es el conjunto de todas las listas de longitud 3 de números reales. $\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \mathbb{R}\}$.

Definición 1.5. Vector

Un vector es cualquier objeto que respete la suma y la multiplicación por un escalar generando otro objeto de su misma clase. Un vector de longitud n es un elemento de \mathbb{K}^n . Los denotaremos con letras minúsculas en negrita. Y usaremos la notación \mathbf{x}_i para referirnos al i -ésimo elemento de un vector.

Los vectores geométricos pueden ser visualizados como puntos o flechas en un espacio n -dimensional.

Una notación que además será conveniente para simplificar la escritura es la sumatoria y la productoria. Supongamos que tenemos un conjunto de números $\curvearrowright = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ y queremos sumarlos, entonces podemos escribirlo como

$$\sum_{i=0}^n x_i = x_0 + x_1 + \dots + x_n$$

que se lee como “la suma de x_i desde $i = 0$ hasta $i = n$ ”. De igual forma si queremos multiplicarlos, podemos escribirlo como

$$\prod_{i=0}^n x_i = x_0 x_1 \dots x_n$$

que se lee como “el producto de x_i desde $i = 0$ hasta $i = n$ ”.



Figura 1.1: Visualización de vectores en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 respectivamente.

La suma entre vectores está bien definida si los dos vectores tienen la misma cantidad de elementos y se realiza componente a componente de la siguiente forma:

Si $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ y $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ entonces $\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2, \dots, u_n + v_n)$.

La resta se puede pensar como la suma de un vector con el opuesto del otro vector.

La multiplicación por un escalar está dada por $\alpha \mathbf{u} = (\alpha u_1, \alpha u_2, \dots, \alpha u_n)$.

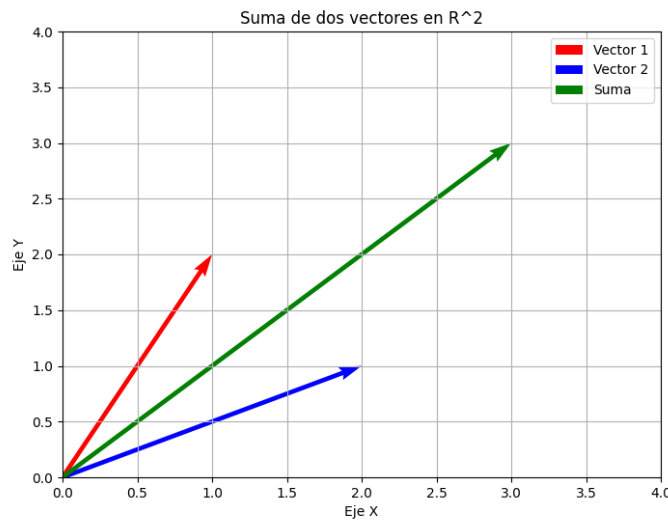


Figura 1.2: La suma de dos vectores resulta en la diagonal del paralelogramo que se forma con ellos.

1.3.3. Examples 2

Esta página fue dejada en blanco intencionalmente.

Examples II

2.1 TODO

Esta página fue dejada en blanco intencionalmente.

Esta página fue dejada en blanco intencionalmente.