Métodos Numéricos de Optimización con restricciones.

Bustos Jordi

Práctica IV

28 de octubre de 2025

Capítulo V

Ejercicio 1. Elegir uno de los siguientes problemas y resolverlo, a partir del punto inicial mencionado, aplicando el método del gradiente proyectado con búsqueda de Armijo ($\sigma_1 = 1/2$) presentado previamente.

- Min $f(x, y) = x - y$ sujeto a $1 \leq x \leq 3$ y $1 \leq y \leq 2$, empezando en $x_0 = (3, 1)$.
- Min $f(x, y) = x^2 + y^2$ sujeto a $0 \leq x \leq 4$ y $1 \leq y \leq 3$, empezando en $x_0 = (4, 3)$.

Demostración. □

Ejercicio 2. Demostrar el Teorema 5.3: Para $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $m < n$, rango$(A) = m$, $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ simétrica y $c \in \mathbb{R}^n$, si $x^T Q x > 0 \, \forall x \neq 0 : Ax = 0$ entonces la matriz

$$\begin{pmatrix} Q & A^T \\ A & 0 \end{pmatrix}$$

es no singular. (Pensar en el absurdo)

Demostración. □

Ejercicio 3. En los siguientes problemas cuadráticos estudiar si se verifican las hipótesis del Teorema 5.3 y analizar en qué caso se puede afirmar que el problema tiene solución única.

(a) Min $5x^2 + 4y^2 + 3z^2 + 4xy + 2xz - y + 4z$ sujeto a $x + 2z = 4$, $y + 3z = 2$.

(b) Min $3x^2 + 6y^2 + 3z^2 - 4xy + 8xz + 4yz + 2x + 3y + z$ sujeto a $x + z = 5$, $2y + z = 1$.

(c) Min $6x^2 + 6y^2 + 5z^2 - 4xy - 2xz - 2yz + 3x - 2y - z$ sujeto a $x + y = 1$.

Demostración. □

Ejercicio 4. Elegir uno de los siguientes problemas y resolverlo utilizando el método de restricciones activas comenzando desde los puntos indicados. Analizar el proceso gráficamente cuando sea posible.

(a) Min $(x-1)^2 + (y-2{,}5)^2$
s.a $-x + 2y \leq 2$
$x + 2y \leq 6$
$x - 2y \leq 2$
$x \geq 0$, $y \geq 0$
Empezando en $x_0 = (2, 0)$

(b) Min $x^2 - xy + y^2 - 3x$
s.a $x + y \leq 4$
$x \geq 0$, $y \geq 0$
Empezando en $x_0 = (0, 0)$