Laboratorio 4 – Heaps y Colas con Prioridad

Este laboratorio tiene dos objetivos fundamentales:

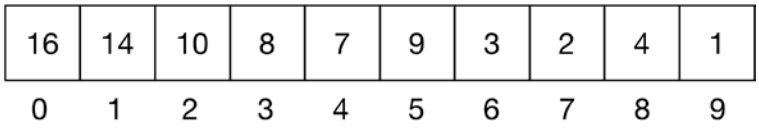
1. Presentar una estructura arborescente denominada Heap.

2. Utilizarla para implementar de forma eficiente una cola con prioridades.

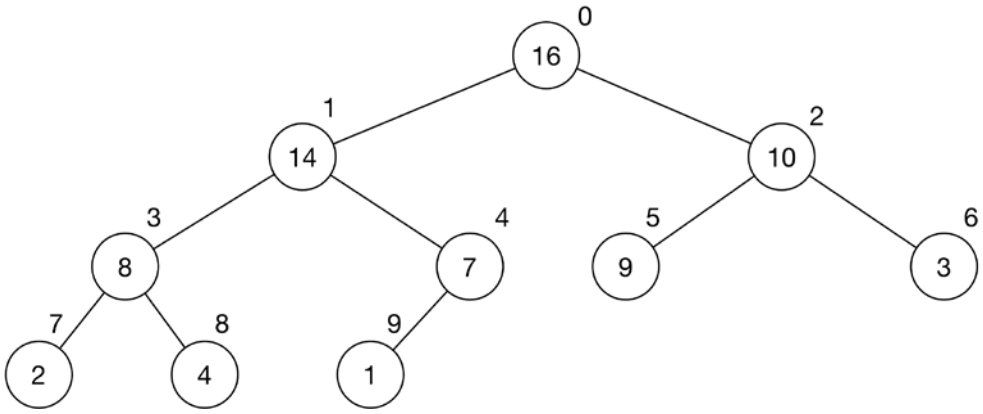
La estructura de datos Heap

La estructura de datos denominada Heap<E> consiste en un Array (nosotros usaremos un ArrayList<E>) que podemos ver como un **árbol binario casi completo**.

Por ejemplo, el ArrayList<Integer> siguiente



puede verse como el siguiente árbol binario:



Fijaos en que todos los niveles del árbol están completos, excepto el último (de ahí la calificación de casi completo).

La estructura del árbol viene inducida por los índices del vector, de manera que, dado un índice, podemos calcular el índice correspondiente a su padre, a su hijo izquierdo y a su hijo derecho. Además, también podemos implementar métodos para saber si un nodo tiene padre, hijo izquierdo o hijo derecho.

Los heaps, además de esta visión en forma de árbol sobre un ArrayList<E>, tienen una propiedad adicional: el valor que contiene un nodo siempre es mayor igual al valor de sus hijos (caso de los denominados max-heaps, que

serán los que usaremos en esta práctica; también existe la versión dual denominada min-heaps).

En concreto, en el ejemplo anterior, puede verse que dicha propiedad se cumple.

Es evidente que en un max-heap, la propiedad anterior garantiza que el nodo con valor máximo está en la raíz del árbol y, por tanto, acceder a él se puede realizar en tiempo constante O(1).

El interés que tiene esta estructura es que permite implementar operaciones de eliminación del máximo e inserción de nuevos valores en tiempo logarítmico $O(\log_2 n)$.

La cola con Prioridad

Una cola con prioridad es una cola en la que los elementos no salen en orden de llegada sino en orden decreciente de prioridad. En caso de entrar elementos en la cola con la misma prioridad, el orden de salida de los mismos es el orden de llegada.

Las operaciones sobre colas con prioridad vendrán definidas por la siguiente interfaz:

```
public interface PriorityQueue<V, P extends Comparable<? super P>> {
      void add(V value, P priority);
      V remove();
      V element();
      int size();
}
```

Vamos por partes, pues la definición parece un poco complicada:

- Tenemos dos parámetros genéricos: V que representa los valores que hay en la cola y P que representa la prioridad.
- Como deberemos poder hacer comparaciones por prioridad, necesitaremos que la prioridad P implemente la interfaz Comparable.
- Pero, de cara a tener un máximo de flexibilidad, podremos usar comodines y, por tanto, queda como Comparable<? super P>.

A partir de aquí las operaciones son inmediatas:

- **add(value, priority)**: añade el elemento de valor "*value*" con la prioridad "*priority*". Debéis considerar que el valor de prioridad null es el más bajo posible.
- **remove()**: elimina el elemento de prioridad máxima que haya llegado en primer lugar (el mismo que uno obtendría con element()) y lo elimina de la

estructura. En caso de que la cola esté vacía, lanza la excepción no comprobada predefinida: NoSuchElementException.
- **element()**: devuelve el valor correspondiente al elemento de prioridad máxima que haya llegado en primer lugar. En caso de que la cola esté vacía, lanza la excepción no comprobada predefinida: NoSuchElementException.
- **size()**: devuelve el número de elementos que contiene la cola.

Fijaos en que es muy fácil implementar la cola con prioridad simplemente con una lista de tríos prioridad-valor-time, haciendo recorridos lineales en las operaciones de inserción y extracción. Usar un heap permite bajar este coste a logarítmico.

Implementación de las colas usando un Heap

El objetivo de esta implementación es usar internamente un ArrayList de estos tríos prioridad-valor-timestamp que comentábamos con anterioridad, pero viendo el Array como un heap. De esta manera, podremos obtener implementaciones eficientes de inserciones y extracciones.

Un esbozo de la clase a implementar sería:

```
public class HeapQueue<V, P extends Comparable<? super P>>
                                        implements PriorityQueue<V, P> {

    private final ArrayList<TSPair<V, P>> pairs = new ArrayList<>();
    private long nextTimeStamp = 0L;

    private static class TSPair<V, P extends Comparable<? super P>>
                                    implements  Comparable<TSPair<V,  P>>
{

        private final V value;
        private final P priority;
        private final long timeStamp;

        public TSPair(V value, P priority, long timeStamp) {
            this.value = value;
            this.priority = priority;
            this.timeStamp = timeStamp;
        }

        @Override
        public int compareTo(TSPair<V, P> other) {
            ¿?
        }
    }

     ¿?
}
```

Vamos poco a poco, que también parece complicado pero no lo es tanto:
- HeapQueue tiene los mismos parámetros que la interfaz PriorityQueue y sus mismas restricciones.

- Internamente usará un ArrayList de tríos prioridad-valor-timestamp implementadas en la clase interna estática TSPair que se inicializará con la lista vacía.
- La clase TSPair requerirá también que los elementos de tipo P (prioridad) sean Comparables y, a su vez, implementará la interfaz Comparable de las parejas. ¿Para qué? De esta manera, los elementos del ArrayList serán comparables e implementaremos la comparación entre tríos en función de la comparación entre sus prioridades (en el método compareTo que está por completar) teniendo en cuenta tanto sus valores nulos como los valores del timeStamp. La correcta implementación de esta comparación es una de las claves de la práctica por lo que os sugiero que testeéis su buen funcionamiento a conciencia.

Vamos a ver las diferentes operaciones sobre el heap.

Operaciones privadas que os simplificarán el código

De cara a poder expresar de forma cómoda los algoritmos de inserción y extracción, es muy conveniente definir operaciones que manipulen los índices en forma de árbol. Por ejemplo:

```
static int parent(int index) { … }
static int left(int index) { … }
static int right(int index) { …}

boolean isValid(int index) { return 0 <= index && index < size(); }
boolean hasParent(int index) { return index > 0; }
boolean hasLeft(int index) { return isValid(left(index)); }
boolean hasRight(int index) { return isValid(right(index)); }
```

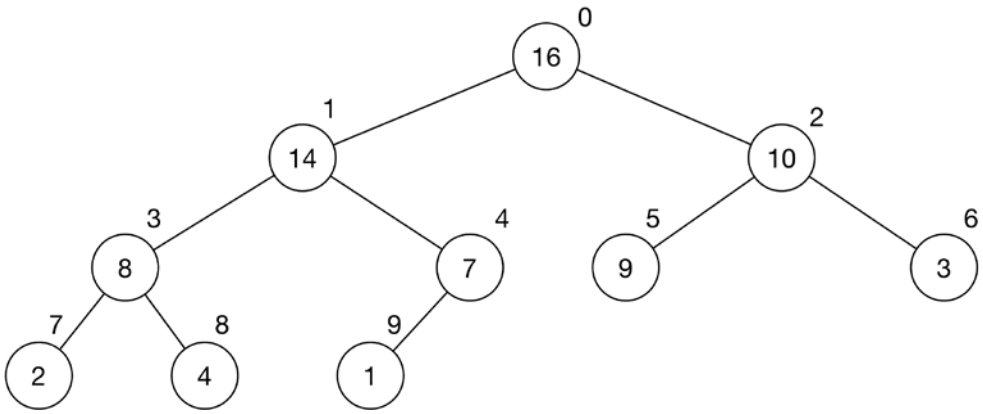
Las podemos definir con visibilidad por defecto (o de paquete) de manera que sean visibles desde cualquier clase del mismo paquete que la clase HeapQueue. Como los tests los colocaremos en este mismo paquete, podremos hacer test sobre ellas sin problemas.

void add(V value, P priority)

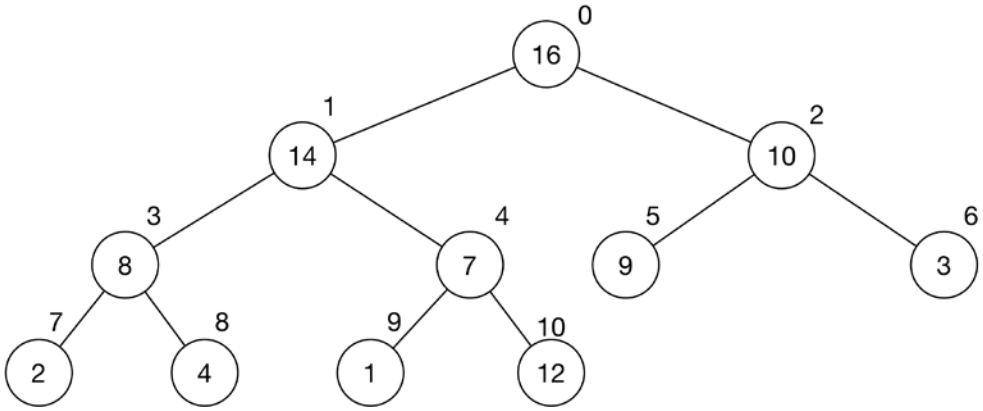
Para añadir un elemento al heap, crearemos el trío prioridad-valor-timestamp en base a los valores introducidos en la función y al timestamp definido en la clase HeapQueue. El trío generado se añadirá como elemento final del ArrayList y, partiendo de él, iremos arreglando los nodos en el camino hacia la raíz que queden desordenados (de hecho, podemos parar en el primer nodo que no debamos arreglar).

Para mostrar cómo funciona el mecanismo, solamente mostraremos en cada nodo del heap su prioridad.

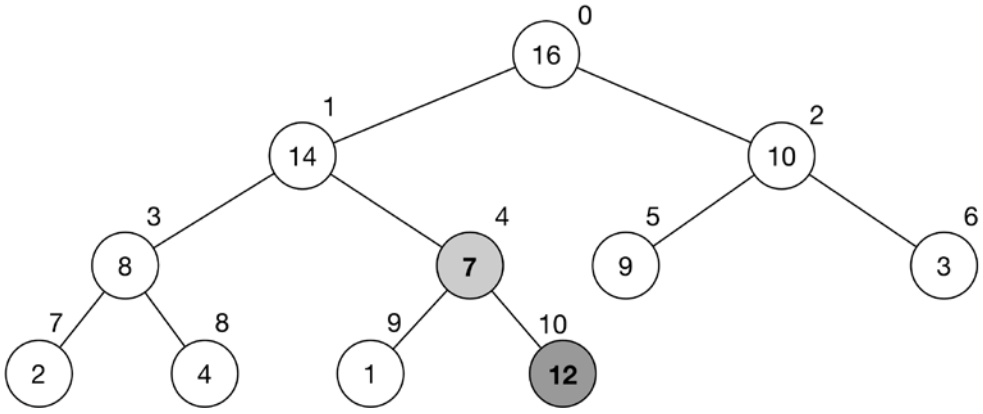
Supongamos que al heap



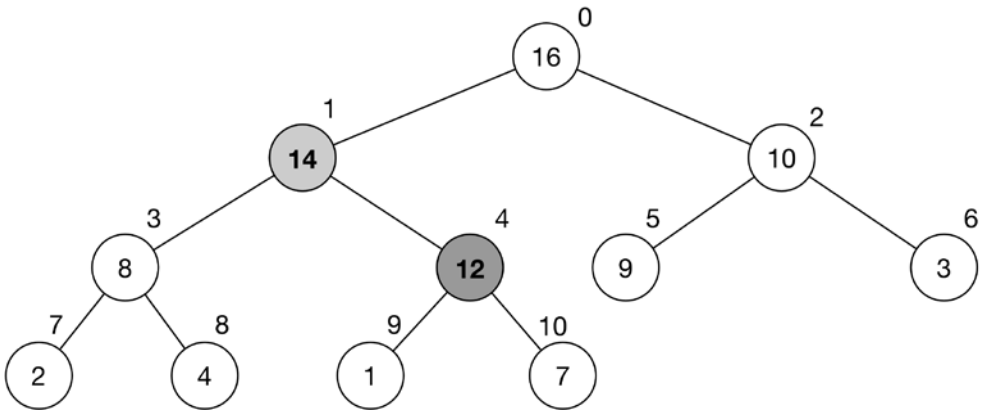
le queremos añadir un valor de prioridad 12 (recordad que en el árbol solamente mostramos las prioridades). Lo añadiríamos al final del ArrayList e iríamos, partiendo de él, intentado ver si está en el lugar que le corresponde o ha de subir dentro de la jerarquía dentro del árbol.



Lo comparemos con su padre:



y, como es mayor que su padre, para mantener la propiedad de ser un max-heap, lo hemos de intercambiar con él y seguir comprobando hacia arriba:



Ahora fijaos en que 12 ya no es mayor que 14 con lo que ya hemos acabado la inserción y tenemos garantizado que el ArrayList vuelve a cumplir la propiedad de ser un max-heap.

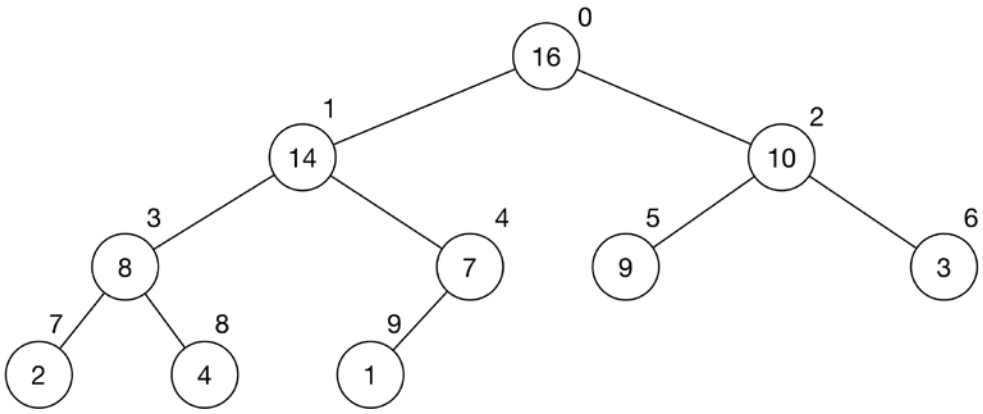
El coste logarítmico de la operación procede del hecho de que, en el peor de los casos, deberemos recorrer todos los nodos en el camino desde el nodo añadido hasta la raíz, y en un árbol casi completo dicho camino es proporcional al logaritmo del número de nodos.

V remove()

Vamos ahora a definir la operación que devuelve el elemento de mayor prioridad que se haya añadido en primer lugar (que estará en la raíz del árbol) y lo elimina del mismo, obviamente, manteniendo la estructura de max-heap.

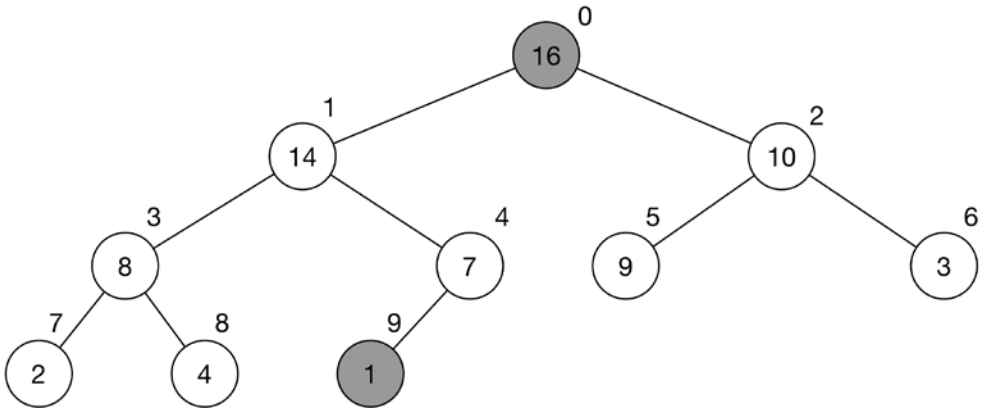
El caso en el que el heap no tenga elementos se lanzará la excepción predefinida y no comprobada denominada NoSuchElementException. Esta acción no merece demasiados comentarios adicionales.

Vamos a ver el caso complicado en el que el heap sí tiene elementos. Por ejemplo, si volvemos a partir del heap

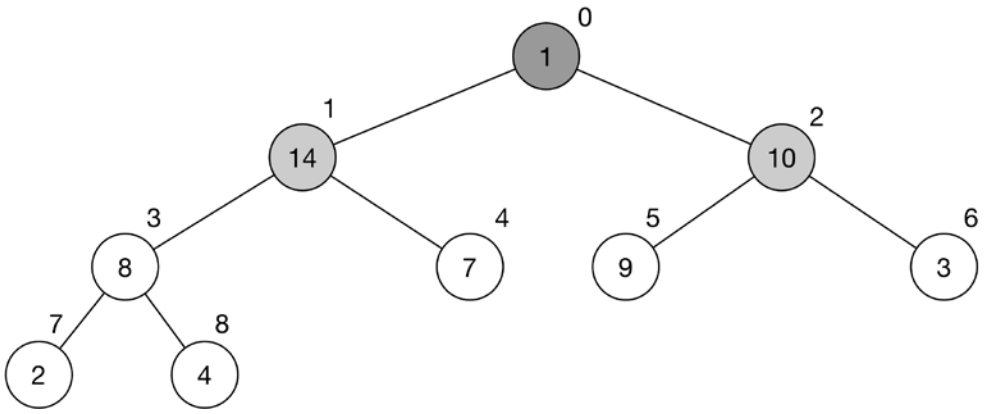


devolveríamos el valor correspondiente al nodo raíz (os recuerdo de nuevo, que en los diagramas solamente aparecen las prioridades) y ahora deberíamos

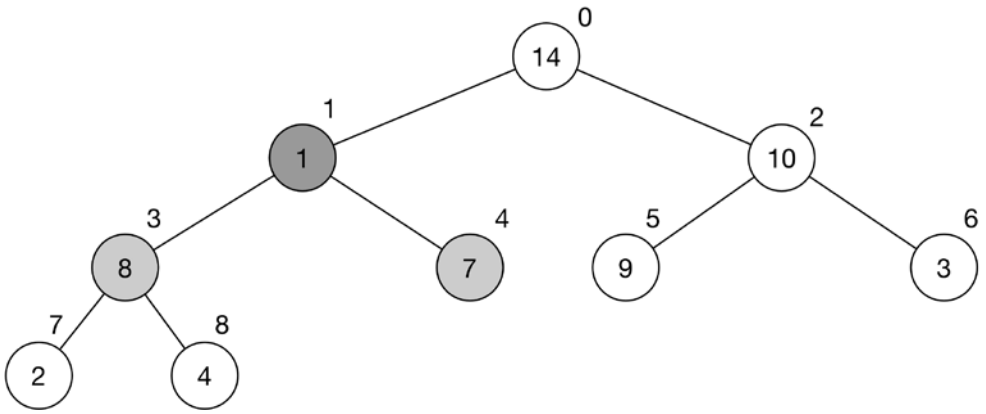
arreglar el max-heap. ¿Cómo lo hacemos? La idea es sustituir la raíz por el único nodo que, si lo quitamos, no nos deja un hueco en el árbol (que ha de ser casi completo): el último nodo.



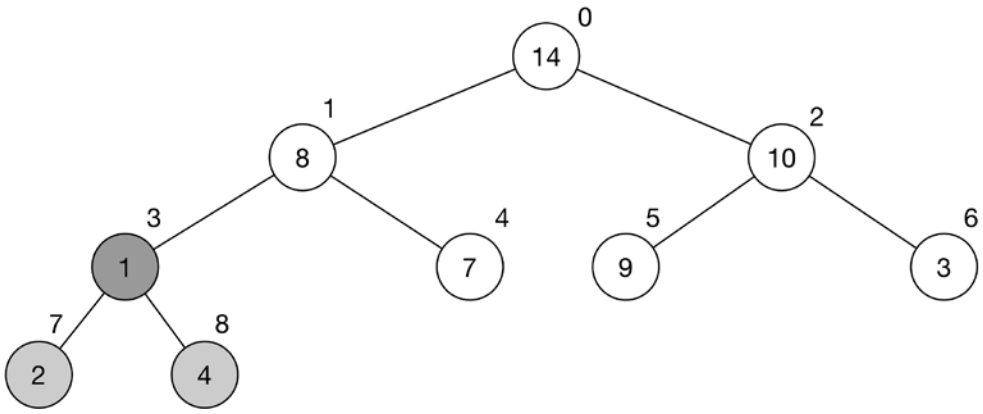
Colocamos el trío correspondiente al último nodo en la raíz, y eliminamos el último elemento del ArrayList. Por tanto, el árbol resultante es el siguiente:



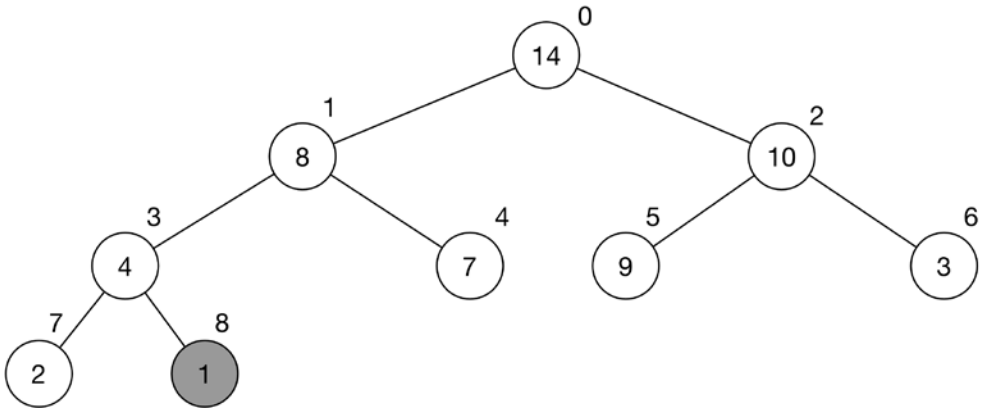
Como podéis observar, el árbol sigue siendo casi completo pero se ha perdido la propiedad de ser un max-heap. ¿Cómo podemos comprobar eso? Partimos del nodo raíz, y lo comparamos con sus hijos existentes y buscamos el que sea mayor de todos. En nuestro caso el mayor entre 1, 14 y 10, es 14. Intercambiamos el nodo raíz por este mayor y seguimos arreglando por el subárbol que hemos modificado:



Ahora, hemos de escoger el mayor entre 1, 8 y 7, que es 8. Por lo que intercambiamos el 1 y el 8, quedando de la siguiente manera:



Ahora se ha de escoger el máximo entre 1, 2 y 4, que es 4, por lo que queda:



El nodo ya no tiene hijos, por lo que no hay que arreglar nada y ya tenemos garantizado que se trata de nuevo de un max-heap.

Nuevamente sucede que, en el peor de los casos, el número de nodos a arreglar como máximo, es proporcional al logaritmo del número total de nodos. Obviamente, si en un paso del camino no se ha tenido que hacer ninguna modificación, ya se puede dar por acabado el proceso de extracción, ya que el árbol ya estará arreglado.

V element()

Esta operación, además de comprobar que la cola tiene elementos y lanzar NoSuchElementException en caso de que no los tenga, devuelve el elemento de mayor prioridad que se haya añadido en primer lugar.

Int size()

Esta operación devuelve el número de elementos que hay en el heap (que se corresponde con el número de elementos del ArrayList de parejas).

No olvidéis compilar usando la opción –Xlint:unchecked, y eliminar la opción de compilación al guardar, para que el compilador os avise de errores en el uso de genéricos.

Entrega

El resultado obtenido debe ser entregado por medio de un proyecto IntelliJ por cada grupo, comprimido y con el nombre "Lab4_NombreIntegrantes".

Además, se debe entregar un documento de texto, máximo de dos páginas, en el cual se explique el funcionamiento de la implementación realizada.

Consideraciones de Evaluación

A la hora de evaluar el laboratorio se tendrán en cuenta los siguientes aspectos:

- El código ofrece una solución al problema planteado.
- Realización de tests con JUnit 5.
- Explicación adecuada del trabajo realizado, es decir, esfuerzo aplicado al documento de texto solicitado.
- Calidad y limpieza del código.