

Matemàtica Discreta

GEI i GEIADE

Recuperació

30.01.2020

Parcial I

Problema 1. (a) En Kobe Bryant (1978-2020) guarda les seves 11 pilotes de basket idèntiques en 5 cistells diferents (un per cada campionat de la NBA guanyat). De quantes maneres ho pot fer? I si les pilotes són diferents?

(b) En Froggy és el protagonista d'un joc d'arcade que en un moment donat te que pujar per unes escales. Per a fer-ho, pot pujar els esglaons d'un en un fent un salt simple, o pot fer un mega-salt que puja dos esglaons de cop. Alternativament pot fer un mega-pirueteta que puja dos esglaons de cop també. Sigui a_n el nombre de maneres de pujar una escala de n esglaons que pot fer el Froggy. Trobeu una fórmula de recurrència per a_n que sigui de segon ordre linial i homogènia. Calculeu els valors inicials a_1 i a_2 i resoleu-la.

(Puntuació: 2 punts: (a) 1, (b) 1)

Problema 2. Donats dos nombres naturals m i n , definim el graf estel $G_{m,n} = (V, A)$ de la manera següent:

$$\begin{aligned} m &\geq 1 \\ m &> 2 \end{aligned}$$

$$V = \{1, 2, \dots, m+n\}$$

$$A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \dots, \{m+n-1, m+n\}, \{m+n, m+1\}\}.$$

(a) Determineu, raonadament, l'ordre, la mida i la seqüència de graus del graf $G_{m,n}$ en funció de m i n . Per a quins valors de m i n és $G_{m,n}$ un graf bipartit?

(b) Dibuixeu el graf $K_2 \times G_{1,4}$. Determineu raonadament si aquest graf és o no isomorf als grafs G i H de la pàgina següent.

(Puntuació: 2 punts: (a) 1, (b) 1)

Parcial II

Problema 3. Siguin G i H els grafs següents

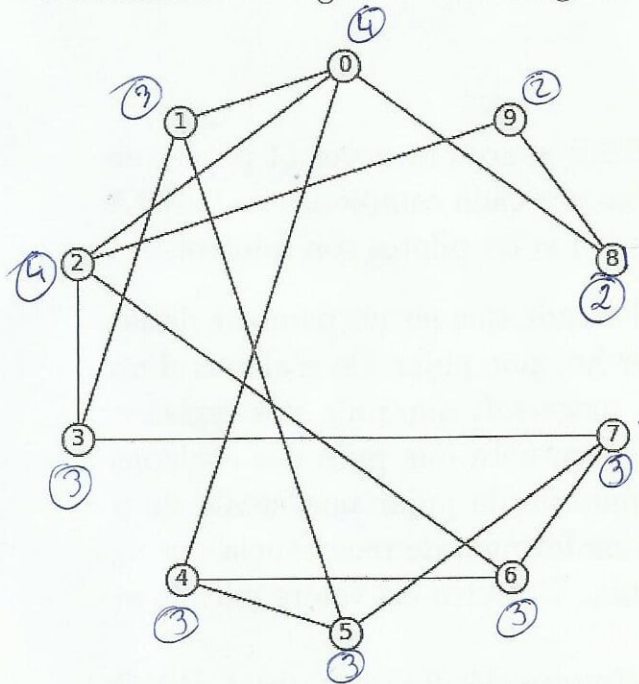


Figura 1: Graf G .

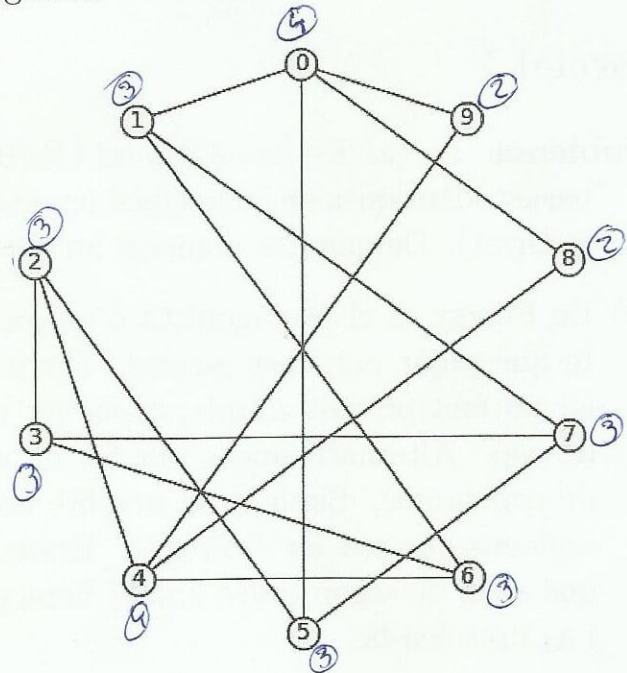


Figura 2: Graf H .

- Determineu el darrer coeficient de la diagonal de la matriu M^4 , on M representa la matriu d'adjacència de G . Apliqueu l'algorisme DFS i BFS en el vèrtex 8, tot mostrant els arbres generadors de G obtinguts en cada cas. Calculeu la perifèria de G .
- Enuncieu el Teorema de Euler sobre recorreguts tancats en grafs. Conté H un senderó eulerià? En cas negatiu, quantes arestes hauriem d'afegir a H com a mínim per a obtenir un senderó eulerià?. És H un graf hamiltonià? Doneu un camí hamiltonià en H .

(Puntuació: 2.2 punts: (a) 1.2 , (b) 1)

Problema 4. (a) Apliqueu l'algorisme voraç per a donar una coloració del graf G . És òptima la coloració proporcionada en aquest cas? Calculeu $\chi(G)$.

- Proveu que H és un graf planari però que el seu complementari \overline{H} no ho és. Demostreu que el complementari d'un graf qualsevol d'ordre $n = 12$ i mida $m > 36$ no pot ésser mai planari

(Puntuació: 1.8 punts: (a) 0.8; (b) 1)