

Àlgebra

Gener de 2019. Recuperació Parcial I

Problema 1 Considerem sobre l'alfabet $\{a, b\}$ el conjunt format per les paraules

$$L = \{a, ab, ba, aba, bab, abbbb, baab, bba\}$$

Definim en el conjunt L la relació R següent:

$$\omega_1 R \omega_2 \iff |\omega_1| = |\omega_2|,$$

on $|\omega|$ denota la longitud de ω , és a dir, el número de lletres de ω .

- i) Proveu que R és una relació d'equivalència
- ii) Trobeu les classes d'equivalència de L per la relació R i doneu el conjunt quocient.

Definim ara en el conjunt L la relació d'ordre S següent:

$$\omega_1 S \omega_2 \iff \omega_1 \text{ és prefix de } \omega_2.$$

Per exemple, si considerem la paraula abb , els seus prefixos són a , ab i abb .

- iii) Determineu si S és d'ordre total o parcial.
- iv) Doneu els elements minimal i maximal de L per la relació S .
- v) Doneu el diagrama de Hasse de L per la relació S .
- vi) Doneu un subconjunt de L que tingui mínim i màxim.

(Puntuació: 2 punts: i) 0.3, ii) 0.5, iii) 0.2, iv) 0.3, v) 0.4, vi) 0.3)

Problema 2 Donat E un conjunt i $A \subseteq E$, considereu l'aplicació

$$\begin{aligned} f_A: \mathcal{P}(E) \times \mathcal{P}(E) &\longrightarrow \mathcal{P}(E) \\ (X, Y) &\mapsto X \cup (Y \cap A) \end{aligned}$$

- i) Determineu les aplicacions f_\emptyset i f_E .
- ii) Determineu si f_A és exhaustiva.

Considereu els conjunts $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $A = \{1, 2, 3\}$.

- iii) Determineu $f_A(\{1, 3\}, \{2, 3, 4\})$.
- iv) Determineu $f^{-1}(\emptyset)$.
- v) Determineu si f_A és una aplicació injectiva.

(Puntuació: 2 punts: i) 0.4, ii) 0.4, iii) 0.4, iv) 0.4, v) 0.4)