

Matemàtica Discreta

GEI I GEIADE

Parcial II

10.01.2020

Problema 1. Considereu el graf G que apareix representat a continuació i el graf H que s'obté a partir de G eliminant els vèrtexs 10 i 11.

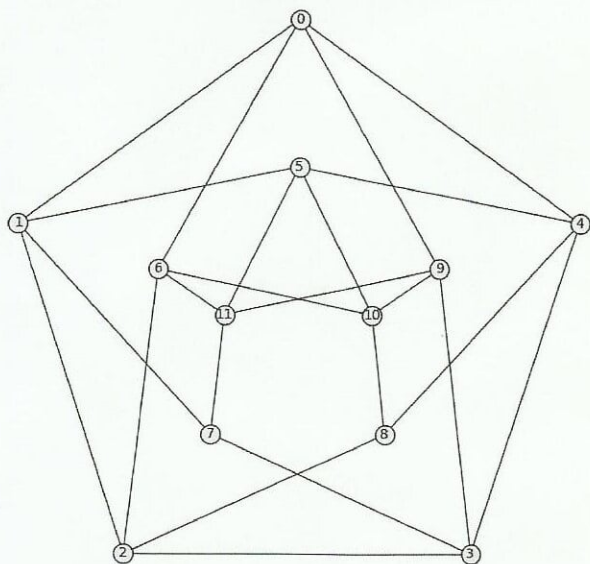


Figura 1: Graf G .

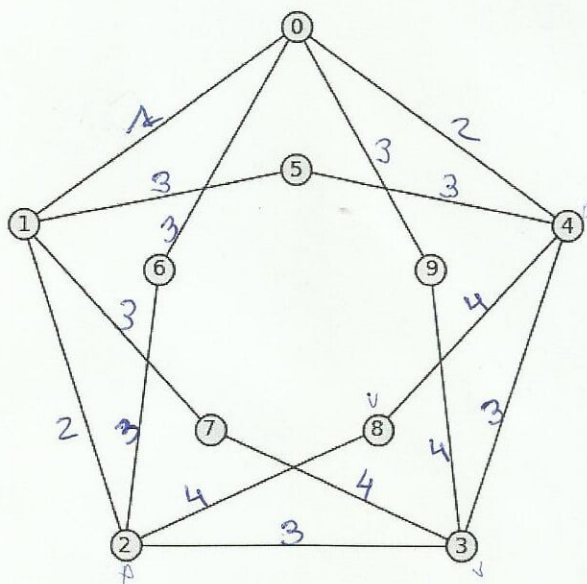


Figura 2: Graf H .

- Utilitzeu l'algorisme BFS per a dibuixar un arbre generador de G que preservi les distàncies des del vèrtex 10. És aquest vèrtex un vèrtex central? Afegim al graf H un pes ω a cada aresta (i, j) mitjançant la fórmula $\omega(i, j) = \lceil \sqrt{i+j} \rceil$, on $\lceil x \rceil$ denota la part entera superior del nombre x . Així, per exemple, l'aresta $(2, 3)$ té pes $\lceil \sqrt{5} \rceil = \lceil 2.23 \dots \rceil = 3$. Doneu un arbre generador de pes mínim de H , tot explicant l'estrategia (eficient) emprada.
- Determineu raonadament si es pot fer un recorregut que travessi totes les arestes de G sense repetir-ne cap. Es pot fer un recorregut que travessi totes les arestes de H sense repetir-ne cap? En cas afirmatiu, doneu aquest recorregut en H i expliqueu el procediment eficient emprat.
- Enuncieu el Teorema de Ore. Satisfà el graf H les condicions d'aquest Teorema? És H un graf hamiltonià? Proveu que el graf que s'obté de G eliminant les arestes $(2, 6)$, $(2, 8)$, $(3, 7)$ i $(3, 9)$ no és hamiltonià.
- Proveu que $\chi(H) = 3$. Considereu el graf G' que s'obté de G afegint l'aresta que uneix els vèrtexs 10 i 11. Apliqueu l'algorisme voraç en el graf G' i digueu quants colors han sigut necessaris per a fer una vertex coloració en aquest cas. És òptima aquesta coloració?
- Proveu que H és un graf no planari, però que el graf que s'obté de H eliminant una aresta qualsevol (ja sigui entre dos vèrtexs de grau 4 o entre un vèrtex de grau 4 i un de grau 2) sí que és planari. És G un graf planari? Raoneu la resposta.

(Puntuació: 4 punts: (i) 1.2, (ii) 0.8, (iii) 0.6, (iv) 0.8, (v) 0.6)