Nuevas aplicaciones del modelo de Coleman-Weinberg

Jorge Alda Gallo

Departamento de Física Teórica I,
Universidad Complutense de Madrid

4 de Julio de 2016

Índice

Introducción

- Generalización del modelo de Coleman-Weinberg para describir el origen de la masa del bosón de Higgs.
- Nuevo multiplete escalar en un grupo SU(N_S).
- La masa del escalar está condicionada por la renormalizabilidad de la teoría y la unificación de las constantes.
- El escalar se acopla al resto del modelo estándar, lo que determina su producción en aceleradores de partículas y su desintegración.

El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

- El campo de Higgs es un doblete escalar de $\mathrm{SU}(2)_L \times \mathrm{U}(1)_Y$ con un potencial

$$V = m^2 H^\dagger H + \lambda_h (H^\dagger H)^2 \; ; \qquad m^2 < 0 \; . \tag{1}$$

- El campo de Higgs tiene un mínimo que rompe la simetría electrodébil con $v_h = \sqrt{2}\langle H \rangle = 246.2\,\mathrm{GeV}$, donde

$$m^2 = -2\lambda_h v_h^2 \; . \tag{2}$$

- La masa del bosón de Higgs está dada por la segunda derivada del potencial en el mínimo,

$$m_h^2 = 2\lambda_h v_h^2 = -m^2 \; . \tag{3}$$

- Las excitaciones respecto al mínimo se parametrizan como

$$H(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ h(x) + v_h \end{pmatrix} \; . \tag{4}$$

El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

- El término cinético para el campo de Higgs es

$$\mathcal{L}_{\text{kin}H} = D_\mu H^\dagger D^\mu H \ , \qquad D_\mu H = \left(\partial_\mu - \frac{i}{2} g_1 B_\mu - i g_2 W^a_\mu \tau^a\right) H \ . \tag{5}$$

- Una combinación de W^3 y B es el fotón, el generador del subgrupo $\mathrm{U}(1)_{em}$ que no rompe el mecanismo de Higgs

$$A_\mu = \frac{g_1 W^3_\mu + g_2 B_\mu}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \ , \qquad Z_\mu = \frac{g_2 W^3_\mu - g_1 B_\mu}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \ . \tag{6}$$

- Tras la ruptura electrodébil, el término cinético resulta

$$\mathcal{L}_{\text{kin}H} = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 + \frac{g_2^2}{4} W^+_\mu W^{\mu -}(v_h + h)^2 + \frac{g_1^2 + g_2^2}{8} Z_\mu Z^\mu (v_h + h)^2 \ , \tag{7}$$

con lo que los bosones W y Z adquieren masa

$$m_W = \frac{g_2}{2} v_h \qquad m_Z = \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}{2} v_h \ . \tag{8}$$

El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

- La masa de los fermiones proviene de interacciones de tipo Yukawa compatibles con las diferentes simetrías electrodébiles levógiros y dextrógiros

$$\mathcal{L}_e = -y_e \left[\begin{pmatrix} \bar{\nu}_e & \bar{e} \end{pmatrix}_L H e_R + \bar{e}_R H^\dagger \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right] \, . \tag{9}$$

- Tras la ruptura electrodébil

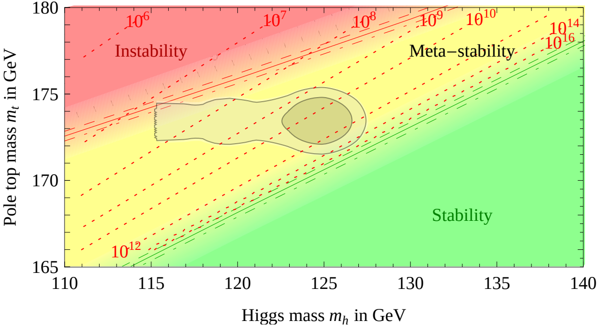
$$\mathcal{L}_e = -\frac{v_h y_e}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{y_e}{\sqrt{2}} h (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) \, , \tag{10}$$

con lo cual la masa del fermión es

$$m_e = \frac{v_h y_e}{\sqrt{2}} \, . \tag{11}$$

Problemas: estabilidad del vacío

- El potencial del bosón de Higgs cambia con la escala debido a las correcciones cuánticas.
- Debido al valor de y_t, el parámetro λ_h podría hacerse negativo a altas energías.
- El vacío electrodébil sería **metaestable**.



Fuente: arXiv:1112.3022

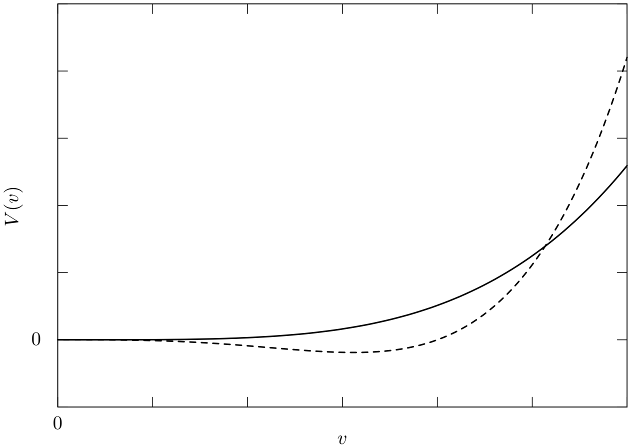
Problemas: jerarquía

- m es el único parámetro con dimensiones del modelo estándar.
- Toda teoría de campos cuántica relativista incluye otra escala de energía, la escala de Planck M_P.
- Por argumentos de naturalidad, m y M_P *deberían* ser similares.
- Sin embargo, M_P es **17 órdenes de magnitud** mayor que m.

El mecanismo de Coleman-Weinberg

- Coleman y Weinberg (CW) propusieron un modelo con $m = 0$.
- La masa del bosón se debe a las correcciones radiativas al término cuártico (transmutación dimensional).
- El potencial clásico es invariante de escala, y por lo tanto, libre del problema de la jerarquía.
- La jerarquía entre la masa del Higgs y la escala de Planck está controlada exponencialmente por la evolución de λ_h según el grupo de renormalización.

El mecanismo de Coleman-Weinberg



El mecanismo de Coleman-Weinberg

- Pero el modelo de C-W no predice la masa correcta del Higgs.
- Si los fermiones no tuvieran masa, $m_h = 10\,\mathrm{GeV}$.
- A medida que aumenta la masa de los fermiones disminuye m_h.
- Si $m_t \geq m_W$, la masa del Higgs es negativa: el potencial tiene un máximo, y la simetría electrodébil no se rompe.

El modelo

- El campo de Higgs H sigue siendo un campo escalar sin masa en la representación fundamental de $\mathsf{SU}(2)_L \times \mathsf{U}(1)_Y$.
- Añadimos un campo escalar sin masa S en la representación fundamental de $\mathsf{SU}(N_S)$.
- El potencial para los dos campos es

$$V = \lambda_h (H^\dagger H)^2 + \lambda_{hs} (H^\dagger H)(S^\dagger S) + \lambda_s (S^\dagger S)^2 \ . \tag{12}$$

- Las constantes de acoplamiento λ_h, λ_s y λ_{hs} son adimensionales.

El modelo

- En primer lugar se rompe la simetría SU(N_S).
- El campo S adquiere un vev $|S| = v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}$.
- La dependencia de las constantes de acoplamiento con la escala de energía se puede aproximar como $\lambda(|S|) = \beta \log(|S|/M)$:

$$\lambda_h\left(v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right) \approx \lambda_h(v_s) + \beta_h\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}v_s} - \frac{\sigma^2}{4v_s^2}\right)\ , \tag{13a}$$

$$\lambda_s\left(v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right) \approx \lambda_s(v_s) + \beta_h\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}v_s} - \frac{\sigma^2}{4v_s^2}\right)\ , \tag{13b}$$

$$\lambda_{hs}\left(v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right) \approx \lambda_{hs}(v_s) + \beta_{hs}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}v_s} - \frac{\sigma^2}{4v_s^2}\right)\ . \tag{13c}$$

El modelo

- La condición para el mínimo de potencial es

$$\left.\frac{\mathrm{d}V_{\text{eff}}}{\mathrm{d}\sigma}\right|_{\substack{\sigma=0\\ H=0}} = \frac{v_s^3}{\sqrt{2}}(4\lambda_s + \beta_s) = 0\ , \qquad 4\lambda_s = -\beta_s\ . \tag{14}$$

- La masa del escalar S es

$$m_s^2 = \left.\frac{\mathrm{d}^2V_{\text{eff}}}{\mathrm{d}\sigma^2}\right|_{\substack{\sigma=0\\ H=0}} = \frac{v_s^2}{2}(12\lambda_s + 7\beta_s) = 2\beta_s v_s^2 = -8\lambda_s v_s^2\ . \tag{15}$$

El modelo

- El potencial se puede reescribir como

$$V_{\text{eff}} = V_H(H) + V_S(\sigma) + V_{\text{int}}(H,\sigma)\ , \tag{16}$$

$$V_H = m^2 H^\dagger H + \lambda_h (H^\dagger H)^2\ , \tag{17a}$$

$$V_S = \frac{m_s^2}{2}\sigma^2 + \sqrt{2}(\lambda_s+\beta_s)v_s\sigma^3 + \frac{\lambda_s+\beta_s}{4}\sigma^4 - \frac{\beta_s}{2^{5/2}v_s}\sigma^5 - \frac{\beta_s}{16v_s^2}\sigma^6\ , \tag{17b}$$

$$V_{\text{int}} = \frac{(2\lambda_{hs}+\beta_{hs})v_s}{\sqrt{2}}\sigma H^\dagger H + \frac{2\lambda_{hs}+3\beta_{hs}}{4}\sigma^2 H^\dagger H + \frac{\beta_h}{\sqrt{2}v_s}\sigma(H^\dagger H)^2 - \frac{\beta_{hs}}{8v_s^2}\sigma^4 H^\dagger H - \frac{\beta_h}{4v_s^2}\sigma^2(H^\dagger H)^2\ . \tag{17c}$$

El modelo

- Aparece de manera automática un término de masa para H:

$$m^2 = -m_\eta^2 = 2\lambda_{hs} v_s^2 \ . \tag{18}$$

- La masa del Higgs ya no es un parámetro libre.
- La ruptura espontánea de la simetría electrodébil procede de la manera habitual. Representaremos las excitaciones de H respecto del vacío v_h por el campo η.

Grupo de Renormalización

- Ecuaciones del grupo de renormalización a 1 loop:

$$16\pi^2 \frac{\mathrm{d}\lambda_h}{\mathrm{d}(\ln\mu)} = 24\lambda_h^2 + N_S\lambda_{hs}^2 - 6y_t^4 + 12y_t^2\lambda_h \ , \tag{19}$$

$$\begin{aligned} 16\pi^2 \frac{\mathrm{d}\lambda_s}{\mathrm{d}(\ln\mu)} =& 4(4+N_S)\lambda_s^2 + 2\lambda_{hs}^2 - 6\frac{N_S^2-1}{N_S}g_4^2\lambda_s \\ & + \frac{3}{4}\frac{N_S^3+N_S^2-4N_S+2}{N_S^2}g_4^4 \ , \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} 16\pi^2 \frac{\mathrm{d}\lambda_{hs}}{\mathrm{d}(\ln\mu)} =& \lambda_{hs}\Big[4\lambda_{hs} + 12\lambda_h + (4N_S+4)\lambda_s \\ & - 3\frac{N_S^2-1}{N_S}g_4^2 + 6y_t^2\Big] \ , \end{aligned} \tag{21}$$

Grupo de Renormalización

- La condición de mínimo $4\lambda_s = -\beta_s$, cuando $g_4 = 0$, es

$$\lambda_{hs} = -\sqrt{-32\pi^2\lambda_s - 2(4+N_S)\lambda_s^2}\ . \tag{22}$$

$$|\lambda_s| \leq \frac{16\pi^2}{4+N_S}\ . \tag{23}$$

$$\lambda_s = \frac{-16\pi^2}{4+N_S+\frac{8m_\eta^4}{m_\sigma^4}}\ . \tag{24}$$

Grupo de Renormalización

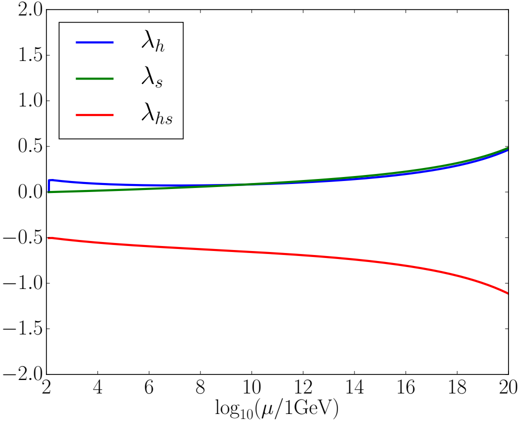
- **Escenario 1:** $|\lambda_s| \to 0$
  - La condición de mínimo es

$$\lambda_{hs} = -\sqrt{32\pi^2\lambda_s} \; , \tag{25}$$

$$m_\sigma = 2m_\eta \left(\frac{\lambda_s}{32\pi^2}\right)^{1/4} \; . \tag{26}$$

  - Para que el modelo sea perturbativo ($|\lambda| \leq 3$) a bajas energías, $m_\sigma \leq 0.17 m_\eta$.
  - El valor de N_S no afecta.

Grupo de Renormalización



$m_\sigma = 10\,\mathrm{GeV} \qquad N_S = 2\ .$

Grupo de Renormalización

- Las constantes de acoplamiento crecen con la escala de energía.
- Se alcanza un polo de Landau a energías relativamente bajas...
- ...a no ser que m_σ sea muy pequeño.

Grupo de Renormalización

- **Escenario 2:**

$$|\lambda_s| = \frac{16\pi^2}{4+N_S} - \delta \quad \text{cuando} \quad \delta \to 0^+ \ , \tag{27}$$

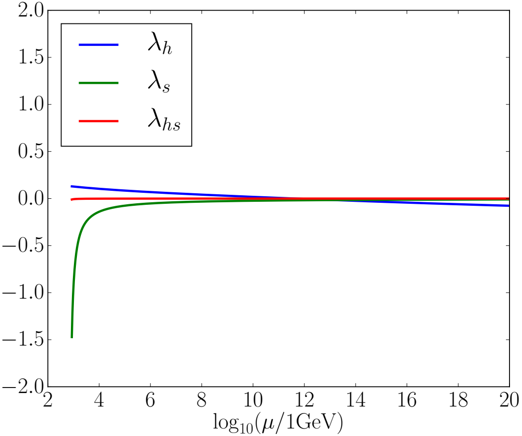
  - La condición de mínimo es

$$\lambda_{hs} = -\sqrt{32\pi^2\delta} \ , \tag{28}$$

$$m_\sigma = 2m_\eta \frac{1}{\sqrt{N_S+4}} \left(\frac{8\pi^2}{\delta}\right)^{1/4} \quad . \tag{29}$$

  - Para que sea perturbativo a bajas energías, $N_S \geq 50$.
  - No hay restricciones sobre m_σ.

Grupo de Renormalización



$m_\sigma = 3\,\mathrm{TeV}$ $\qquad N_S = 100$.

Mezcla de los escalares

- Los campos σ y η son ambos escalares
- El potencial de interacción contiene términos proporcionales a $\sigma\eta$.

$$V_q = \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\eta^2\eta^2 + m_{\eta\sigma}^2\eta\sigma \ . \tag{19}$$

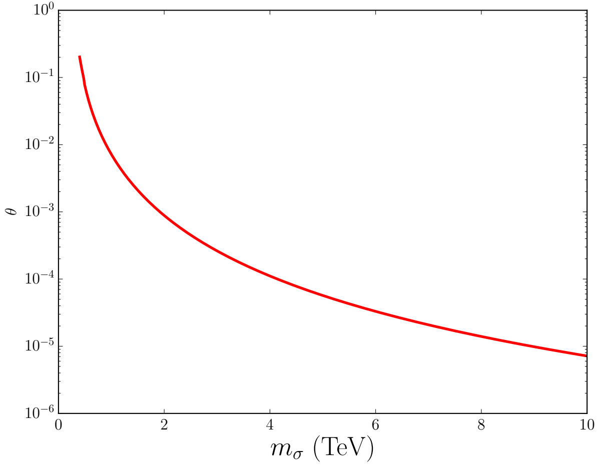
- Por lo tanto, σ y η no son autoestados de masa, sino que se mezclarán.
- Los autoestados de masa se obtienen diagonalizando los términos cuadráticos del potencial.

$$h = \eta\cos\theta - \sigma\sin\theta \qquad\qquad s = \eta\sin\theta + \sigma\cos\theta \ , \tag{20}$$

$$\theta = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{2m_{\eta\sigma}^2}{m_\sigma^2 - m_\eta^2} \ . \tag{21}$$

- θ es el ángulo de mezcla escalar.

Mezcla de los escalares



Mezcla de los escalares

- En el escenario 1, el término cuadrático no es definido positivo, y el potencial no tiene un mínimo.
- Para que el potencial sea definido positivo, $m_\sigma \geq m_\eta$.
- En el escenario 2, el ángulo de mezcla es despreciable: $\eta \approx h$ es el bosón de Higgs y $\sigma \approx s$ es el nuevo escalar.
- Las masas de los autoestados de masa son

$$m_h^2 = m_\eta^2 \cos^2\theta + m_\sigma^2 \sin^2\theta - 2m_{\eta\sigma}^2 \sin\theta\cos\theta \ , \tag{22}$$

$$m_s^2 = m_\sigma^2 \cos^2\theta + m_\eta^2 \sin^2\theta + 2m_{\eta\sigma}^2 \sin\theta\cos\theta \ . \tag{23}$$

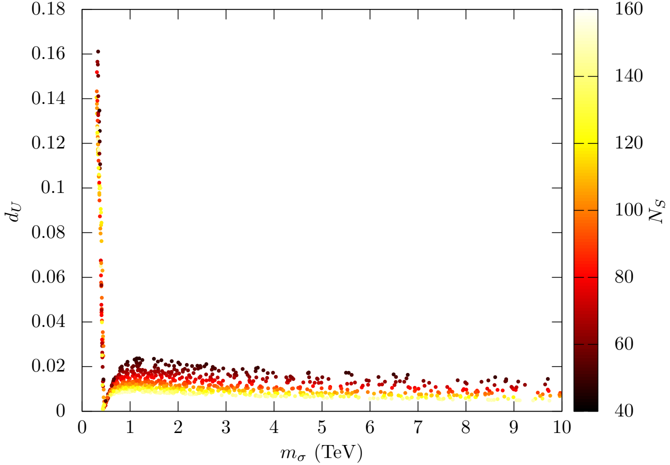
Unificación de las constantes

- En el escenario 2, se ha visto que las tres constantes tienden a un valor común a altas energías.
- Muchas teorías más allá del modelo estándar proponen una unificación de las constantes de acoplamiento (GUT).
- Definimos una medida para la unificación de las tres constantes

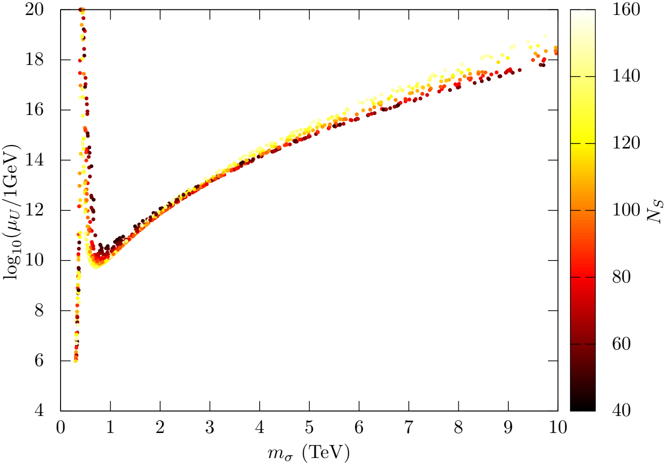
$$d = \frac{1}{3}(|\lambda_h - \lambda_s| + |\lambda_h - \lambda_{hs}| + |\lambda_s - \lambda_{hs}|) \; , \qquad (24)$$

- y la empleamos para determinar la escala de energía μ_U en la que se produce la unificación.

Unificación de las constantes



Unificación de las constantes



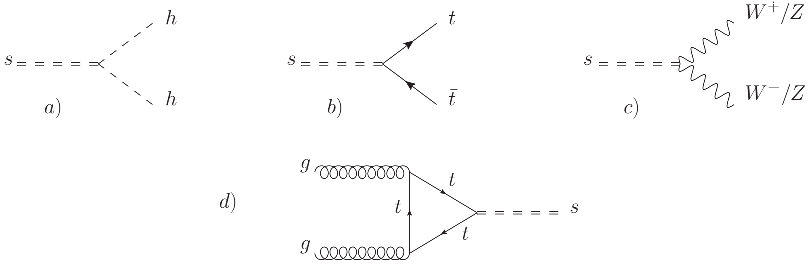
Unificación de las constantes

- El factor determinante para la unificación es m_σ, mientras que N_S solo produce pequeñas modificaciones. Un valor elevado de N_S disminuye la distancia de unificación,
- Si $m_\sigma \leq 400\,\text{GeV}$, no hay unificación antes de la escala de Planck.
- Para conseguir una escala de unificación cercana a la escala GUT (10^{16} GeV), se necesita $m_\sigma \approx 4\,\text{TeV} - 8\,\text{TeV}$.

Fenomenología

- S es un multiplete de N_S partículas escalares inicialmente sin masa que solamente interaccionan con el campo de Higgs.
- Uno de los escalares, s, adquiere masa y se mezcla con el bosón de Higgs.
- Por motivo de esta mezcla, s interacciona con el resto del modelo estándar en los mismos canales que el bosón de Higgs, pero con la amplitud suprimida un factor $\sin\theta$.
- Posibilidad de confrontar el modelo con resultados experimentales.

Fenomenología



Desintegraciones

- Canal de desintegración $s \to hh$.
  - Término en el lagrangiano $\mathcal{L}_{hhs} = \frac{\kappa}{2} h^2 s$

$$\begin{aligned}
\kappa = & \left(\frac{(2\lambda_{hs} + \beta_{hs})v_s}{\sqrt{2}} + 6v_h^2 \frac{\beta_h}{\sqrt{2}v_s} \right) \cos^3\theta \\
& + \left(-4\sqrt{2}v_h \frac{2\lambda_{hs} + 3\beta_{hs}}{4} - 8\sqrt{2}v_h^3 \frac{\beta_h}{4v_s^2} \right) \cos^2\theta \sin\theta \\
& + \left(-2\frac{(2\lambda_{hs} + \beta_{hs})v_s}{\sqrt{2}} - 12v_h^2 \frac{\beta_h}{\sqrt{2}v_s} + 6\sqrt{2}(\lambda_s + \beta_s)v_s \right) \cos\theta \sin^2\theta \\
& + \left(2\sqrt{2}v_h \frac{2\lambda_{hs} + 3\beta_{hs}}{4} - 4\sqrt{2}v_h^3 \frac{\beta_h}{4v_s^2} \right) \sin^3\theta \ .
\end{aligned} \tag{25}$$

  - Amplitud de desintegración $\mathcal{M}(s \to hh) = -i\kappa$.
  - Anchura de desintegración

$$\Gamma(s \to hh) = \frac{\kappa^2}{8\pi m_s}\sqrt{1 - \frac{4m_h^2}{m_s^2}} \ . \tag{26}$$

Desintegraciones

- Canal de desintegración $s \to t\bar{t}$.
  - Término del lagrangiano

$$\mathcal{L}_t = -\frac{m_t}{v_h}\bar{t}\eta t = -\frac{m_t}{v_h}\sin\theta\,\bar{t}st - \frac{m_t}{v_h}\cos\theta\,\bar{t}ht\ . \tag{27}$$

  - Amplitud de desintegración al cuadrado

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}(s \to t\bar{t})|^2 =& N_c \frac{m_t^2}{v_h^2}\sin^2\theta \mathrm{tr}[(\not{p}_1 + m_t)(\not{p}_2 - m_t)] \\ =& N_c \frac{2m_t^2 m_s^2}{v_h^2}\sin^2\theta \left(1 - \frac{4m_t^2}{m_s^2}\right)\ . \end{aligned} \tag{28}$$

  - Anchura de desintegración

$$\Gamma(s \to t\bar{t}) = \frac{3m_t^2 m_s \sin^2\theta}{8\pi v_h^2}\left(1 - \frac{4m_t^2}{m_s^2}\right)^{3/2}\ . \tag{29}$$

Desintegraciones

- Canal de desintegración $s \to W^+W^-$, $s \to ZZ$.
  - Término del lagrangiano

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_W =& 2\frac{m_W^2}{v_h}\eta W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{m_Z^2}{v_h}\eta Z_\mu Z^\mu \\ =& 2\sin\theta\frac{m_W^2}{v_h} s W_\mu^+ W^{-\mu} + \sin\theta\frac{m_Z^2}{v_h} s Z_\mu Z^\mu + \cdots \end{aligned} \tag{30}$$

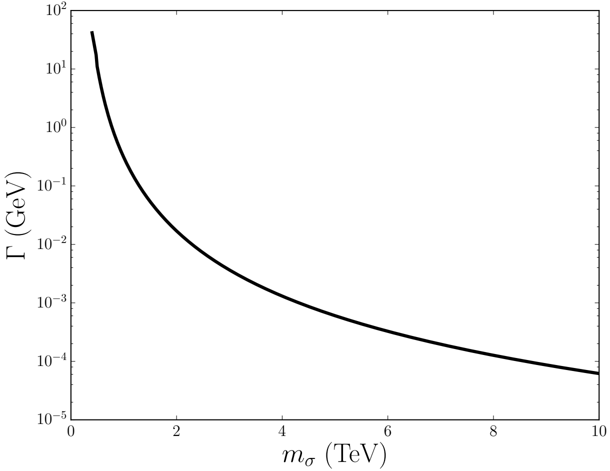
  - Amplitud de desintegración al cuadrado

$$|\mathcal{M}(s \to WW)|^2 = \frac{m_W^4 \sin^2\theta}{v_h^2}\left(3 + \frac{m_s^4}{4m_W^4} - \frac{m_s^2}{m_W^2}\right) . \tag{31}$$

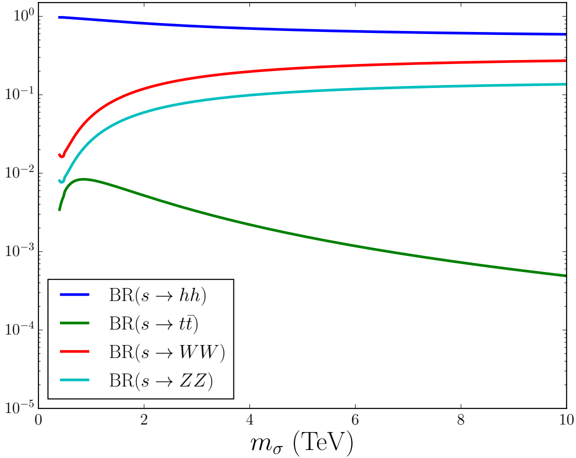
  - Anchura de desintegración

$$\Gamma(s \to WW) = \frac{\sin^2\theta m_W^4}{4\pi m_s v_h^2}\sqrt{1 - \frac{4m_W^2}{m_s^2}}\left(3 + \frac{m_s^4}{4m_W^4} - \frac{m_s^2}{m_W^2}\right) . \tag{32}$$

Desintegraciones



Desintegraciones



Producción en aceleradores

- Sección eficaz partónica

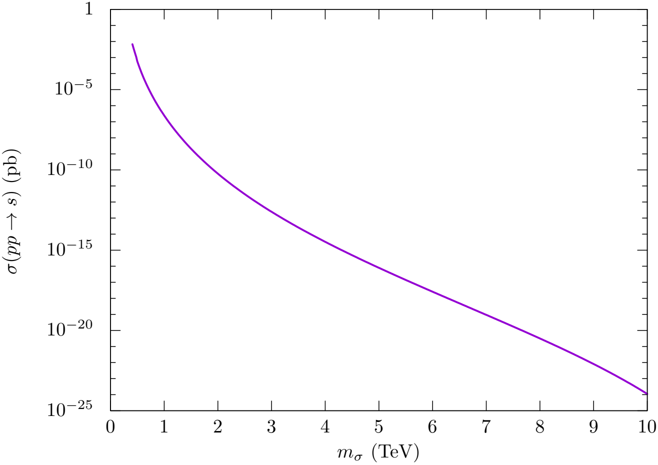
$$\hat{\sigma}(\hat{s}) = \frac{\sigma_0}{m_s^2}\delta(\hat{s} - m_s^2) \ ,$$
$$\sigma_0 = \frac{G_F \alpha_S^2 \sin^2\theta}{128\sqrt{2}\pi}\left|\frac{\tau_t + (\tau_t - 1)f(\tau_t)}{\tau_t^2}\right|^2 \ , \tag{25}$$

$$\tau_t = \frac{m_s^2}{4m_s^2} \ , \qquad f(x) = \begin{cases} \arcsin^2\sqrt{x} & \text{si} \quad x \leq 1 \ . \\ -\frac{1}{4}\left(\ln\frac{1+\sqrt{1-x^{-1}}}{1-\sqrt{1-x^{-1}}} - i\pi\right)^2 & \text{si} \quad x > 1 \ . \end{cases} \tag{26}$$

- Sección eficaz para la colisión de protones

$$\sigma(pp \to s) = \sigma_0 \frac{m_s^2}{s}\int_{m_s^2/s}^1 \frac{\mathrm{d}x}{x} g(x; M^2) g(m_s^2/xs; M^2) \ . \tag{27}$$

Producción en aceleradores



PDFs del grupo CTEQ6.6 $\sqrt{s} = 13\,\text{TeV}$.

Conclusiones

- Un modelo para la ruptura espontánea de la simetría electrodébil basado en el de Coleman Weinberg
  - Resuelve el problema de la jerarquía porque los parámetros del potencial son adimensionales, y las masas están controladas exponencialmente por correcciones radiativas.
  - Resuelve el problema de la estabilidad del vacío porque el potencial es estable hasta la escala GUT, donde se anula.

Conclusiones

- El modelo exige la existencia de un multiplete escalar, que interacciona con el Higgs.
    - Uno de esos grados de libertad adquiere masa y se acopla al resto del modelo estándar.
    - Su masa debe ser mayor que la del bosón de Higgs, y varios TeV para conseguir la unificación.
    - Esta partícula se puede crear en aceleradores mediante la fusión de gluones, y se desintegra principalmente en bosones de Higgs.

Conclusiones

- ¿Relación con la posible resonancia a 750 GeV encontrada por LHC?
  - Según ATLAS, $\Gamma \sim 45$ GeV, pero nuestro modelo predice $\Gamma = 1.2$ GeV.
  - Según ATLAS, $\sigma(pp \to X) \times \mathrm{BR}(X \to \gamma\gamma) \sim 20$ fb y según CMS $\sigma(pp \to X) \times \mathrm{BR}(X \to \gamma\gamma) \sim 30$ fb, pero en nuestro modelo $\sigma(pp \to s) = 6 \times 10^{-3}$ fb (y $\mathrm{BR}(s \to \gamma\gamma) \lll 1$).
  - Nuestro modelo no reproduce la supuesta resonancia.
- Las anchuras de desintegración y secciones eficaces predichas son demasiado pequeñas para la detección en los aceleradores actuales, especialmente en el rango de masas de varios TeV.

Índice