

Nuevas aplicaciones del modelo de Coleman-Weinberg



Jorge Alda Gallo

Departamento de Física Teórica I,
Universidad Complutense de Madrid

4 de Julio de 2016



Índice

1. Introducción

El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

Problemas del mecanismo de Higgs

El mecanismo de Coleman-Weinberg

2. El modelo

3. Grupo de Renormalización

4. Mezcla de los escalares

5. Unificación de las constantes

6. Fenomenología

Desintegraciones

Producción en aceleradores

7. Conclusiones



Introducción

- Generalización del modelo de Coleman-Weinberg para describir el origen de la masa del bosón de Higgs.
- Nuevo multiplete escalar en un grupo $SU(N_S)$.
- La masa del escalar está condicionada por la renormalizabilidad de la teoría y la unificación de las constantes.
- El escalar se acopla al resto del modelo estándar, lo que determina su producción en aceleradores de partículas y su desintegración.



El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

- El campo de Higgs es un doblete escalar de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ con un potencial

$$V = m^2 H^\dagger H + \lambda_h (H^\dagger H)^2 ; \quad m^2 < 0 . \quad (1)$$

- El campo de Higgs tiene un mínimo que rompe la simetría electrodébil con $v_h = \sqrt{2} \langle H \rangle = 246.2 \text{ GeV}$, donde

$$m^2 = -2\lambda_h v_h^2 . \quad (2)$$

- La masa del bosón de Higgs está dada por la segunda derivada del potencial en el mínimo,

$$m_h^2 = 2\lambda_h v_h^2 = -m^2 . \quad (3)$$

- Las excitaciones respecto al mínimo se parametrizan como

$$H(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ h(x) + v_h \end{pmatrix} . \quad (4)$$



El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

- El término cinético para el campo de Higgs es

$$\mathcal{L}_{\text{kin}H} = D_\mu H^\dagger D^\mu H, \quad D_\mu H = \left(\partial_\mu - \frac{i}{2} g_1 B_\mu - i g_2 W_\mu^a \tau^a \right) H. \quad (5)$$

- Una combinación de W^3 y B es el fotón, el generador del subgrupo $U(1)_{em}$ que no rompe el mecanismo de Higgs

$$A_\mu = \frac{g_1 W_\mu^3 + g_2 B_\mu}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \quad Z_\mu = \frac{g_2 W_\mu^3 - g_1 B_\mu}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}. \quad (6)$$

- Tras la ruptura electrodébil, el término cinético resulta

$$\mathcal{L}_{\text{kin}H} = \frac{1}{2} (\partial_\mu h)^2 + \frac{g_2^2}{4} W_\mu^+ W^{\mu-} (v_h + h)^2 + \frac{g_1^2 + g_2^2}{8} Z_\mu Z^\mu (v_h + h)^2, \quad (7)$$

con lo que los bosones W y Z adquieren masa

$$m_W = \frac{g_2}{2} v_h, \quad m_Z = \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}{2} v_h. \quad (8)$$



El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

- La masa de los fermiones proviene de interacciones de tipo Yukawa compatibles con las diferentes simetrías electrodébiles levógiros y dextrógiros

$$\mathcal{L}_e = -y_e \left[(\bar{\nu}_e \quad \bar{e})_L H e_R + \bar{e}_R H^\dagger \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right] . \quad (9)$$

- Tras la ruptura electrodébil

$$\mathcal{L}_e = -\frac{v_h y_e}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{y_e}{\sqrt{2}} h (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) , \quad (10)$$

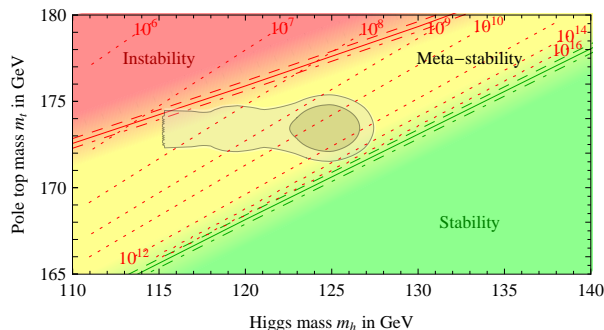
con lo cual la masa del fermión es

$$m_e = \frac{v_h y_e}{\sqrt{2}} . \quad (11)$$



Problemas: estabilidad del vacío

- El potencial del bosón de Higgs cambia con la escala debido a las correcciones cuánticas.
- Debido al valor de y_t , el parámetro λ_h podría hacerse negativo a altas energías.
- El vacío electrodébil sería **metaestable**.



Fuente: arXiv:1112.3022



Problemas: jerarquía

- m es el único parámetro con dimensiones del modelo estándar.
- Toda teoría de campos cuántica relativista incluye otra escala de energía, la escala de Planck M_P .
- Por argumentos de naturalidad, m y M_P *deberían* ser similares.
- Sin embargo, M_P es **17 órdenes de magnitud** mayor que m .

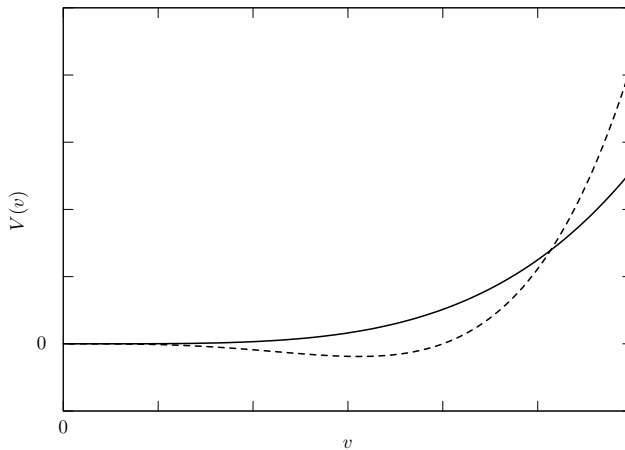


El mecanismo de Coleman-Weinberg

- Coleman y Weinberg (CW) propusieron un modelo con $m = 0$.
- La masa del bosón se debe a las correcciones radiativas al término cuártico (transmutación dimensional).
- El potencial clásico es invariante de escala, y por lo tanto, libre del problema de la jerarquía.
- La jerarquía entre la masa del Higgs y la escala de Planck está controlada exponencialmente por la evolución de λ_h según el grupo de renormalización.



El mecanismo de Coleman-Weinberg





El mecanismo de Coleman-Weinberg

- Pero el modelo de C-W no predice la masa correcta del Higgs.
- Si los fermiones no tuvieran masa, $m_h = 10 \text{ GeV}$.
- A medida que aumenta la masa de los fermiones disminuye m_h .
- Si $m_t \geq m_W$, la masa del Higgs es negativa: el potencial tiene un máximo, y la simetría electrodébil no se rompe.



El modelo

- El campo de Higgs H sigue siendo un campo escalar sin masa en la representación fundamental de $SU(2)_L \times U(1)_Y$.
- Añadimos un campo escalar sin masa S en la representación fundamental de $SU(N_S)$.
- El potencial para los dos campos es

$$V = \lambda_h (H^\dagger H)^2 + \lambda_{hs} (H^\dagger H)(S^\dagger S) + \lambda_s (S^\dagger S)^2 . \quad (12)$$

- Las constantes de acoplamiento λ_h , λ_s y λ_{hs} son adimensionales.



El modelo

- En primer lugar se rompe la simetría $SU(N_S)$.
- El campo S adquiere un vev $|S| = v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}$.
- La dependencia de las constantes de acoplamiento con la escala de energía se puede aproximar como $\lambda(|S|) = \beta \log(|S|/M)$:

$$\lambda_h \left(v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \approx \lambda_h(v_s) + \beta_h \left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}v_s} - \frac{\sigma^2}{4v_s^2} \right) , \quad (13a)$$

$$\lambda_s \left(v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \approx \lambda_s(v_s) + \beta_h \left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}v_s} - \frac{\sigma^2}{4v_s^2} \right) , \quad (13b)$$

$$\lambda_{hs} \left(v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \approx \lambda_{hs}(v_s) + \beta_{hs} \left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}v_s} - \frac{\sigma^2}{4v_s^2} \right) . \quad (13c)$$



El modelo

- La condición para el mínimo de potencial es

$$\left. \frac{dV_{\text{eff}}}{d\sigma} \right|_{\substack{\sigma=0 \\ H=0}} = \frac{v_s^3}{\sqrt{2}} (4\lambda_s + \beta_s) = 0, \quad 4\lambda_s = -\beta_s. \quad (14)$$

- La masa del escalar S es

$$m_s^2 = \left. \frac{d^2 V_{\text{eff}}}{d\sigma^2} \right|_{\substack{\sigma=0 \\ H=0}} = \frac{v_s^2}{2} (12\lambda_s + 7\beta_s) = 2\beta_s v_s^2 = -8\lambda_s v_s^2. \quad (15)$$



El modelo

- El potencial se puede reescribir como

$$V_{\text{eff}} = V_H(H) + V_S(\sigma) + V_{\text{int}}(H, \sigma) , \quad (16)$$

$$V_H = m^2 H^\dagger H + \lambda_h (H^\dagger H)^2 , \quad (17a)$$

$$V_S = \frac{m_s^2}{2} \sigma^2 + \sqrt{2}(\lambda_s + \beta_s) v_s \sigma^3 + \frac{\lambda_s + \beta_s}{4} \sigma^4 - \frac{\beta_s}{2^{5/2} v_s} \sigma^5 - \frac{\beta_s}{16 v_s^2} \sigma^6 , \quad (17b)$$

$$V_{\text{int}} = \frac{(2\lambda_{hs} + \beta_{hs})v_s}{\sqrt{2}} \sigma H^\dagger H + \frac{2\lambda_{hs} + 3\beta_{hs}}{4} \sigma^2 H^\dagger H \\ + \frac{\beta_h}{\sqrt{2} v_s} \sigma (H^\dagger H)^2 - \frac{\beta_{hs}}{8 v_s^2} \sigma^4 H^\dagger H - \frac{\beta_h}{4 v_s^2} \sigma^2 (H^\dagger H)^2 . \quad (17c)$$



El modelo

- Aparece de manera automática un término de masa para H :

$$m^2 = -m_\eta^2 = 2\lambda_{hs}v_s^2. \quad (18)$$

- La masa del Higgs ya no es un parámetro libre.
- La ruptura espontánea de la simetría electrodébil procede de la manera habitual. Representaremos las excitaciones de H respecto del vacío v_h por el campo η .



Grupo de Renormalización

- Ecuaciones del grupo de renormalización a 1 loop:

$$16\pi^2 \frac{d\lambda_h}{d(\ln \mu)} = 24\lambda_h^2 + N_S \lambda_{hs}^2 - 6y_t^4 + 12y_t^2 \lambda_h, \quad (19)$$

$$16\pi^2 \frac{d\lambda_s}{d(\ln \mu)} = 4(4 + N_S)\lambda_s^2 + 2\lambda_{hs}^2 - 6\frac{N_S^2 - 1}{N_S}g_4^2\lambda_s \\ + \frac{3}{4}\frac{N_S^3 + N_S^2 - 4N_S + 2}{N_S^2}g_4^4, \quad (20)$$

$$16\pi^2 \frac{d\lambda_{hs}}{d(\ln \mu)} = \lambda_{hs} \left[4\lambda_{hs} + 12\lambda_h + (4N_S + 4)\lambda_s \right. \\ \left. - 3\frac{N_S^2 - 1}{N_S}g_4^2 + 6y_t^2 \right], \quad (21)$$



Grupo de Renormalización

- La condición de mínimo $4\lambda_s = -\beta_s$, cuando $g_4 = 0$, es

$$\lambda_{hs} = -\sqrt{-32\pi^2\lambda_s - 2(4 + N_S)\lambda_s^2} . \quad (22)$$

$$|\lambda_s| \leq \frac{16\pi^2}{4 + N_S} . \quad (23)$$

$$\lambda_s = \frac{-16\pi^2}{4 + N_S + \frac{8m_\eta^4}{m_\sigma^4}} . \quad (24)$$



Grupo de Renormalización

- **Escenario 1:** $|\lambda_s| \rightarrow 0$

- La condición de mínimo es

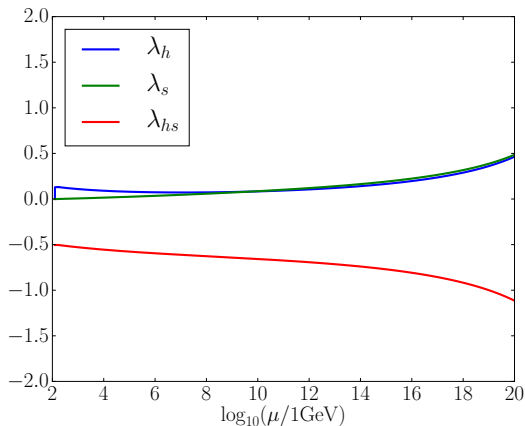
$$\lambda_{hs} = -\sqrt{32\pi^2\lambda_s} \ , \quad (25)$$

$$m_\sigma = 2m_\eta \left(\frac{\lambda_s}{32\pi^2} \right)^{1/4} . \quad (26)$$

- Para que el modelo sea perturbativo ($|\lambda| \leq 3$) a bajas energías, $m_\sigma \leq 0.17m_\eta$.
- El valor de N_S no afecta.



Grupo de Renormalización



$$m_\sigma = 10 \text{ GeV}$$

$$N_S = 2 .$$



Grupo de Renormalización

- Las constantes de acoplamiento crecen con la escala de energía.
- Se alcanza un polo de Landau a energías relativamente bajas...
- ...a no ser que m_σ sea muy pequeño.



Grupo de Renormalización

- **Escenario 2:**

$$|\lambda_s| = \frac{16\pi^2}{4 + N_S} - \delta \quad \text{as } \delta \rightarrow 0^+, \quad (27)$$

- La condición de mínimo es

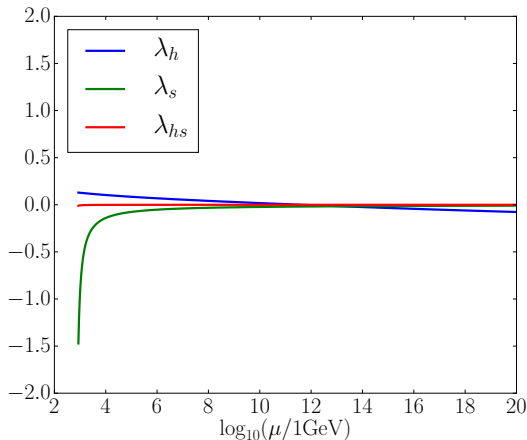
$$\lambda_{hs} = -\sqrt{32\pi^2\delta}, \quad (28)$$

$$m_\sigma = 2m_\eta \frac{1}{\sqrt{N_S + 4}} \left(\frac{8\pi^2}{\delta} \right)^{1/4}. \quad (29)$$

- Para que sea perturbativo a bajas energías, $N_S \geq 50$.
- No hay restricciones sobre m_σ .



Grupo de Renormalización



$m_\sigma = 3 \text{ TeV}$

$N_S = 100$.



Mezcla de los escalares

- Los campos σ y η son ambos escalares
- El potencial de interacción contiene términos proporcionales a $\sigma\eta$.
- Por lo tanto, σ y η no son autoestados de masa, sino que se mezclarán.
- Los autoestados de masa se obtienen diagonalizando los términos cuadráticos del potencial.

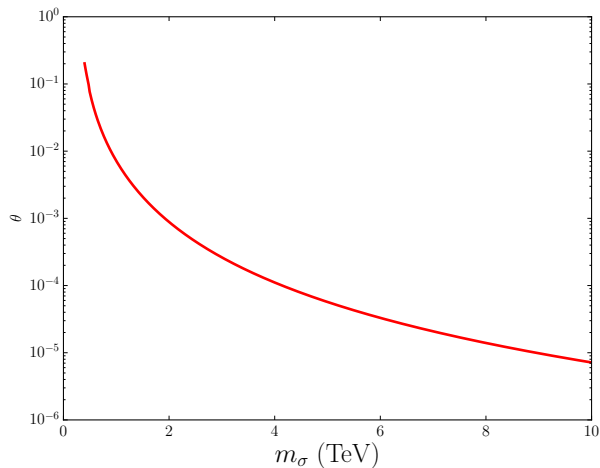
$$h = \eta \cos \theta - \sigma \sin \theta \qquad s = \eta \sin \theta + \sigma \cos \theta , \qquad (19)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2m_{\eta\sigma}^2}{m_{\sigma}^2 - m_{\eta}^2} . \qquad (20)$$

- θ es el ángulo de mezcla escalar.



Mezcla de los escalares





Mezcla de los escalares

- En el escenario 1, el término cuadrático no es definido positivo, y el potencial no tiene un mínimo.
- Para que el potencial sea definido positivo, $m_\sigma \geq m_\eta$.
- En el escenario 2, el ángulo de mezcla es despreciable: $\eta \approx h$ es el bosón de Higgs y $\sigma \approx s$ es el nuevo escalar.
- Las masas de los autoestados de masa son

$$m_h^2 = m_\eta^2 \cos^2 \theta + m_\sigma^2 \sin^2 \theta - 2m_{\eta\sigma}^2 \sin \theta \cos \theta , \quad (21)$$

$$m_s^2 = m_\sigma^2 \cos^2 \theta + m_\eta^2 \sin^2 \theta + 2m_{\eta\sigma}^2 \sin \theta \cos \theta . \quad (22)$$



Unificación de las constantes

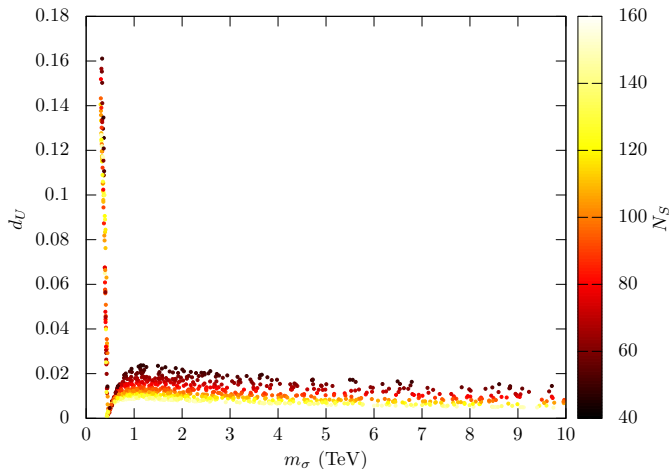
- En el escenario 2, se ha visto que las tres constantes tienden a un valor común a altas energías.
- Muchas teorías más allá del modelo estándar proponen una unificación de las constantes de acoplamiento (GUT).
- Definimos una medida para la unificación de las tres constantes

$$d = \frac{1}{3}(|\lambda_h - \lambda_s| + |\lambda_h - \lambda_{hs}| + |\lambda_s - \lambda_{hs}|) , \quad (23)$$

- y la empleamos para determinar la escala de energía μ_U en la que se produce la unificación.

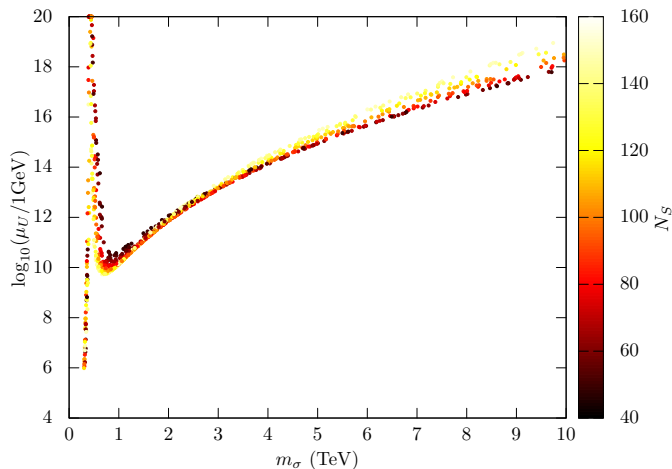


Unificación de las constantes





Unificación de las constantes





Unificación de las constantes

- El factor determinante para la unificación es m_σ , mientras que N_S solo produce pequeñas modificaciones. Un valor elevado de N_S disminuye la distancia de unificación,
- Si $m_\sigma \leq 400 \text{ GeV}$, no hay unificación antes de la escala de Planck.
- Para conseguir una escala de unificación cercana a la escala GUT (10^{16} GeV), se necesita $m_\sigma \approx 4 \text{ TeV} - 8 \text{ TeV}$.

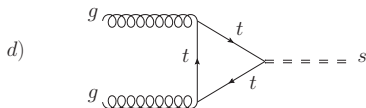
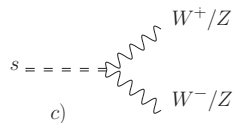
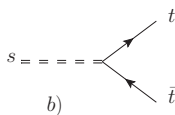
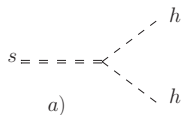


Fenomenología

- S es un multiplete de N_S partículas escalares inicialmente sin masa que solamente interaccionan con el campo de Higgs.
- Uno de los escalares, s , adquiere masa y se mezcla con el bosón de Higgs.
- Por motivo de esta mezcla, s interacciona con el resto del modelo estándar en los mismos canales que el bosón de Higgs, pero con la amplitud suprimida un factor $\sin \theta$.
- Posibilidad de confrontar el modelo con resultados experimentales.



Fenomenología





Desintegraciones

- Canal de desintegración $s \rightarrow hh$.

- Término en el lagrangiano $\mathcal{L}_{hhs} = \frac{\kappa}{2} h^2 s$

$$\begin{aligned} \kappa = & \left(\frac{(2\lambda_{hs} + \beta_{hs})v_s}{\sqrt{2}} + 6v_h^2 \frac{\beta_h}{\sqrt{2}v_s} \right) \cos^3 \theta \\ & + \left(-4\sqrt{2}v_h \frac{2\lambda_{hs} + 3\beta_{hs}}{4} - 8\sqrt{2}v_h^3 \frac{\beta_h}{4v_s^2} \right) \cos^2 \theta \sin \theta \\ & + \left(-2 \frac{(2\lambda_{hs} + \beta_{hs})v_s}{\sqrt{2}} - 12v_h^2 \frac{\beta_h}{\sqrt{2}v_s} + 6\sqrt{2}(\lambda_s + \beta_s)v_s \right) \cos \theta \sin^2 \theta \\ & + \left(2\sqrt{2}v_h \frac{2\lambda_{hs} + 3\beta_{hs}}{4} - 4\sqrt{2}v_h^3 \frac{\beta_h}{4v_s^2} \right) \sin^3 \theta . \end{aligned} \quad (24)$$

- Amplitud de desintegración $\mathcal{M}(s \rightarrow hh) = -i\kappa$.
- Anchura de desintegración

$$\Gamma(s \rightarrow hh) = \frac{\kappa^2}{8\pi m_s} \sqrt{1 - \frac{4m_h^2}{m_s^2}} . \quad (25)$$



Desintegraciones

- Canal de desintegración $s \rightarrow t\bar{t}$.

- Término del lagrangiano

$$\mathcal{L}_t = -\frac{m_t}{v_h} \bar{t} \eta t = -\frac{m_t}{v_h} \sin \theta \bar{t} s t - \frac{m_t}{v_h} \cos \theta \bar{t} h t . \quad (26)$$

- Amplitud de desintegración al cuadrado

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}(s \rightarrow t\bar{t})|^2 &= N_c \frac{m_t^2}{v_h^2} \sin^2 \theta \text{tr}[(\not{p}_1 + m_t)(\not{p}_2 - m_t)] \\ &= N_c \frac{2m_t^2 m_s^2}{v_h^2} \sin^2 \theta \left(1 - \frac{4m_t^2}{m_s^2}\right) . \end{aligned} \quad (27)$$

- Anchura de desintegración

$$\Gamma(s \rightarrow t\bar{t}) = \frac{3m_t^2 m_s \sin^2 \theta}{8\pi v_h^2} \left(1 - \frac{4m_t^2}{m_s^2}\right)^{3/2} . \quad (28)$$



Desintegraciones

- Canal de desintegración $s \rightarrow W^+W^-$, $s \rightarrow ZZ$.

- Término del lagrangiano

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_W &= 2 \frac{m_W^2}{v_h} \eta W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{m_Z^2}{v_h} \eta Z_\mu Z^\mu \\ &= 2 \sin \theta \frac{m_W^2}{v_h} s W_\mu^+ W^{-\mu} + \sin \theta \frac{m_Z^2}{v_h} s Z_\mu Z^\mu + \dots\end{aligned}\quad (29)$$

- Amplitud de desintegración al cuadrado

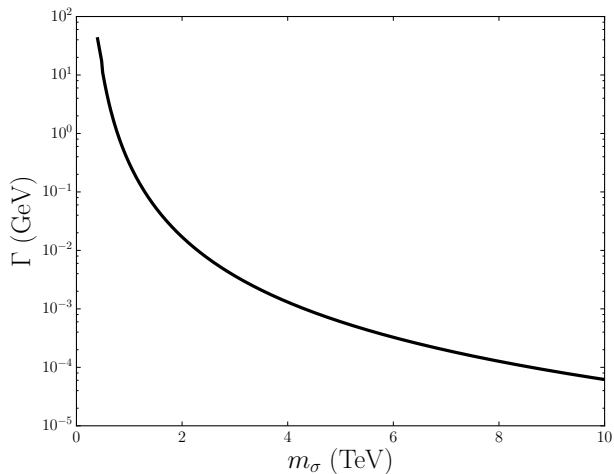
$$|\mathcal{M}(s \rightarrow WW)|^2 = \frac{m_W^4 \sin^2 \theta}{v_h^2} \left(3 + \frac{m_s^4}{4m_W^4} - \frac{m_s^2}{m_W^2} \right). \quad (30)$$

- Anchura de desintegración

$$\Gamma(s \rightarrow WW) = \frac{\sin^2 \theta m_W^4}{4\pi m_s v_h^2} \sqrt{1 - \frac{4m_W^2}{m_s^2}} \left(3 + \frac{m_s^4}{4m_W^4} - \frac{m_s^2}{m_W^2} \right). \quad (31)$$

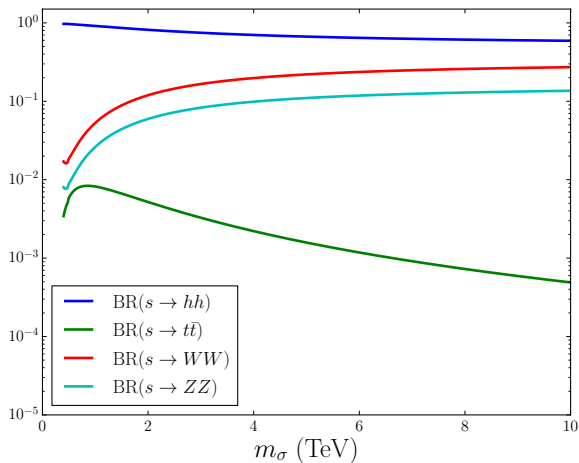


Desintegraciones





Desintegraciones





Producción en aceleradores

- Sección eficaz partónica

$$\hat{\sigma}(\hat{s}) = \frac{\sigma_0}{m_s^2} \delta(\hat{s} - m_s^2) ,$$

$$\sigma_0 = \frac{G_F \alpha_S^2 \sin^2 \theta}{128 \sqrt{2} \pi} \left| \frac{\tau_t + (\tau_t - 1) f(\tau_t)}{\tau_t^2} \right|^2 , \quad (24)$$

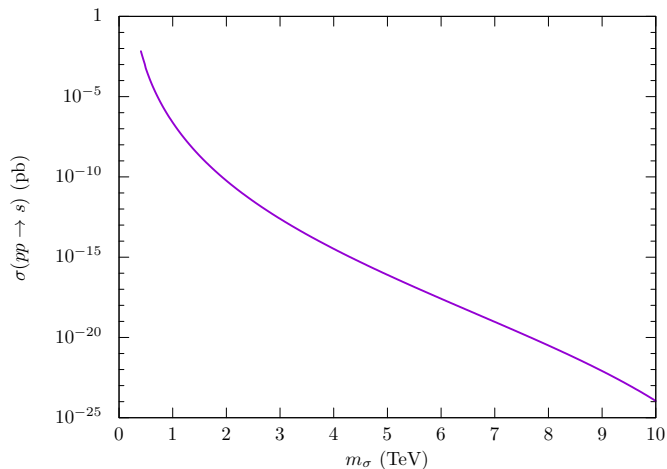
$$\tau_t = \frac{m_s^2}{4m_s^2} , \quad f(x) = \begin{cases} \arcsin^2 \sqrt{x} & \text{si } x \leq 1 . \\ -\frac{1}{4} \left(\ln \frac{1+\sqrt{1-x^{-1}}}{1-\sqrt{1-x^{-1}}} - i\pi \right)^2 & \text{si } x > 1 . \end{cases} \quad (25)$$

- Sección eficaz para la colisión de protones

$$\sigma(pp \rightarrow s) = \sigma_0 \frac{m_s^2}{s} \int_{m_s^2/s}^1 \frac{dx}{x} g(x; M^2) g(m_s^2/xs; M^2) . \quad (26)$$



Producción en aceleradores



PDFs del grupo CTEQ6.6

$\sqrt{s} = 13$ TeV.



Conclusiones

- Un modelo para la ruptura espontánea de la simetría electrodébil basado en el de Coleman Weinberg
 - Resuelve el problema de la jerarquía porque los parámetros del potencial son adimensionales, y las masas están controladas exponencialmente por correcciones radiativas.
 - Resuelve el problema de la estabilidad del vacío porque el potencial es estable hasta la escala GUT, donde se anula.



Conclusiones

- El modelo exige la existencia de un multiplete escalar, que interacciona con el Higgs.
 - Uno de esos grados de libertad adquiere masa y se acopla al resto del modelo estándar.
 - Su masa debe ser mayor que la del bosón de Higgs, y varios TeV para conseguir la unificación.
 - Esta partícula se puede crear en aceleradores mediante la fusión de gluones, y se desintegra principalmente en bosones de Higgs.



Conclusiones

- ¿Relación con la posible resonancia a 750 GeV encontrada por LHC?
 - Según ATLAS, $\Gamma \sim 45 \text{ GeV}$, pero nuestro modelo predice $\Gamma = 1.2 \text{ GeV}$.
 - Según ATLAS, $\sigma(pp \rightarrow X) \times \text{BR}(X \rightarrow \gamma\gamma) \sim 20 \text{ fb}$ y según CMS $\sigma(pp \rightarrow X) \times \text{BR}(X \rightarrow \gamma\gamma) \sim 30 \text{ fb}$, pero en nuestro modelo $\sigma(pp \rightarrow s) = 6 \times 10^{-3} \text{ fb}$ (y $\text{BR}(s \rightarrow \gamma\gamma) \lll 1$).
 - Nuestro modelo no reproduce la supuesta resonancia.
- Las anchuras de desintegración y secciones eficaces predichas son demasiado pequeñas para la detección en los aceleradores actuales, especialmente en el rango de masas de varios TeV.



Índice

1. Introducción

El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

Problemas del mecanismo de Higgs

El mecanismo de Coleman-Weinberg

2. El modelo

3. Grupo de Renormalización

4. Mezcla de los escalares

5. Unificación de las constantes

6. Fenomenología

Desintegraciones

Producción en aceleradores

7. Conclusiones