

# Nuevas aplicaciones del modelo de Coleman-Weinberg



Jorge Alda Gallo

Departamento de Física Teórica I,  
Universidad Complutense de Madrid

4 de Julio de 2016



# Índice

---

## 1. Introducción

El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

Problemas del mecanismo de Higgs

El mecanismo de Coleman-Weinberg

## 2. El modelo

## 3. Grupo de Renormalización

## 4. Mezcla de los escalares

## 5. Unificación de las constantes

## 6. Fenomenología

Desintegraciones

Producción en aceleradores

## 7. Conclusiones



# Introducción

---

- Generalización del modelo de Coleman-Weinberg para describir el origen de la masa del bosón de Higgs.
- Nuevo multiplete escalar en un grupo  $SU(N_S)$ .
- La masa del escalar está condicionada por la renormalizabilidad de la teoría y la unificación de las constantes.
- El escalar se acola al resto del modelo estándar, lo que determina su producción en aceleradores de partículas y su desintegración.



# El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

- El campo de Higgs es un doblete escalar de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  con un potencial

$$V = m^2 H^\dagger H + \lambda_h (H^\dagger H)^2 ; \quad m^2 < 0 . \quad (1)$$

- El campo de Higgs tiene un mínimo que rompe la simetría electrodébil con  $v_h = \sqrt{2} \langle H \rangle = 246.2 \text{ GeV}$ , donde

$$m^2 = -2\lambda_h v_h^2 . \quad (2)$$

- La masa del bosón de Higgs está dada por la segunda derivada del potencial en el mínimo,

$$m_h^2 = 2\lambda_h v_h^2 = -m^2 . \quad (3)$$

- Las excitaciones respecto al mínimo se parametrizan como

$$H(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ h(x) + v_h \end{pmatrix} . \quad (4)$$



# El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

- El término cinético para el campo de Higgs es

$$\mathcal{L}_{\text{kin}H} = D_\mu H^\dagger D^\mu H, \quad D_\mu H = \left( \partial_\mu - \frac{i}{2} g_1 B_\mu - i g_2 W_\mu^a \tau^a \right) H. \quad (5)$$

- Una combinación de  $W^3$  y  $B$  es el fotón, el generador del subgrupo  $U(1)_{em}$  que no rompe el mecanismo de Higgs

$$A_\mu = \frac{g_1 W_\mu^3 + g_2 B_\mu}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \quad Z_\mu = \frac{g_2 W_\mu^3 - g_1 B_\mu}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}. \quad (6)$$

- Tras la ruptura electrodébil, el término cinético resulta

$$\mathcal{L}_{\text{kin}H} = \frac{1}{2} (\partial_\mu h)^2 + \frac{g_2^2}{4} W_\mu^+ W^{\mu-} (v_h + h)^2 + \frac{g_1^2 + g_2^2}{8} Z_\mu Z^\mu (v_h + h)^2, \quad (7)$$

con lo que los bosones  $W$  y  $Z$  adquieren masa

$$m_W = \frac{g_2}{2} v_h, \quad m_Z = \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}{2} v_h. \quad (8)$$



# El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

- La masa de los fermiones proviene de interacciones de tipo Yukawa compatibles con las diferentes simetrías electrodébiles levógiros y dextrógiros

$$\mathcal{L}_e = -y_e \left[ (\bar{\nu}_e \quad \bar{e})_L H e_R + \bar{e}_R H^\dagger \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right] . \quad (9)$$

- Tras la ruptura electrodébil

$$\mathcal{L}_e = -\frac{v_h y_e}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{y_e}{\sqrt{2}} h (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) , \quad (10)$$

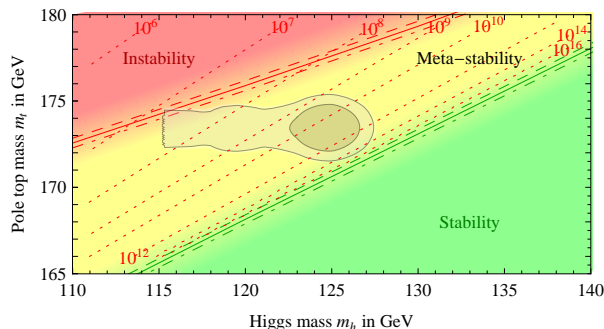
con lo cual la masa del fermión es

$$m_e = \frac{v_h y_e}{\sqrt{2}} . \quad (11)$$



# Problemas: estabilidad del vacío

- El potencial del bosón de Higgs cambia con la escala debido a las correcciones cuánticas.
- Debido al valor de  $y_t$ , el parámetro  $\lambda_h$  podría hacerse negativo a altas energías.
- El vacío electrodébil sería **metaestable**.



Fuente: arXiv:1112.3022



## Problemas: jerarquía

---

- $m$  es el único parámetro con dimensiones del modelo estándar.
- Toda teoría de campos cuántica relativista incluye otra escala de energía, la escala de Planck  $M_P$ .
- Por argumentos de naturalidad,  $m$  y  $M_P$  *deberían* ser similares.
- Sin embargo,  $M_P$  es **17 órdenes de magnitud** mayor que  $m$ .





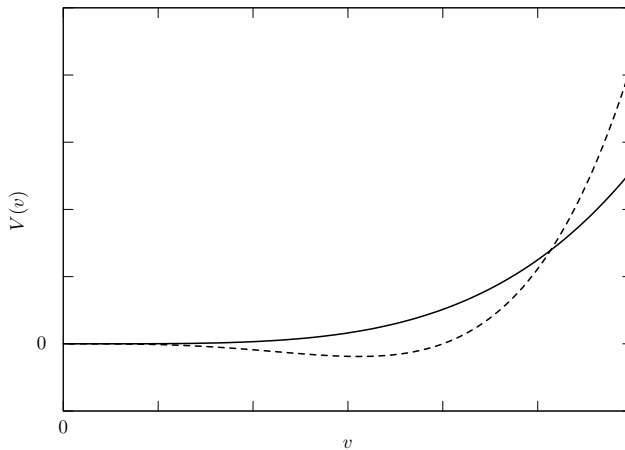
# El mecanismo de Coleman-Weinberg

---

- Coleman y Weinberg (CW) propusieron un modelo con  $m = 0$ .
- La masa del bosón se debe a las correcciones radiativas al término cuártico (transmutación dimensional).
- El potencial clásico es invariante de escala, y por lo tanto, libre del problema de la jerarquía.
- La jerarquía entre la masa del Higgs y la escala de Planck está controlada exponencialmente por la evolución de  $\lambda_h$  según el grupo de renormalización.



# El mecanismo de Coleman-Weinberg





# El mecanismo de Coleman-Weinberg

---

- Pero el modelo de C-W no predice la masa correcta del Higgs.
- Si los fermiones no tuvieran masa,  $m_h = 10 \text{ GeV}$ .
- A medida que aumenta la masa de los fermiones disminuye  $m_h$ .
- Si  $m_t \geq m_W$ , la masa del Higgs es negativa: el potencial tiene un máximo, y la simetría electrodébil no se rompe.



# El modelo

---

- El campo de Higgs  $H$  sigue siendo un campo escalar sin masa en la representación fundamental de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ .
- Añadimos un campo escalar sin masa  $S$  en la representación fundamental de  $SU(N_S)$ .
- El potencial para los dos campos es

$$V = \lambda_h (H^\dagger H)^2 + \lambda_{hs} (H^\dagger H)(S^\dagger S) + \lambda_s (S^\dagger S)^2 . \quad (12)$$

- Las constantes de acoplamiento  $\lambda_h$ ,  $\lambda_s$  y  $\lambda_{hs}$  son adimensionales.



# El modelo

- En primer lugar se rompe la simetría  $SU(N_S)$ .
- El campo  $S$  adquiere un vev  $|S| = v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}$ .
- La dependencia de las constantes de acoplamiento con la escala de energía se puede aproximar como  $\lambda(|S|) = \beta \log(|S|/M)$ :

$$\lambda_h \left( v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \approx \lambda_h(v_s) + \beta_h \left( \frac{\sigma}{\sqrt{2}v_s} - \frac{\sigma^2}{4v_s^2} \right) , \quad (13a)$$

$$\lambda_s \left( v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \approx \lambda_s(v_s) + \beta_h \left( \frac{\sigma}{\sqrt{2}v_s} - \frac{\sigma^2}{4v_s^2} \right) , \quad (13b)$$

$$\lambda_{hs} \left( v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \approx \lambda_{hs}(v_s) + \beta_{hs} \left( \frac{\sigma}{\sqrt{2}v_s} - \frac{\sigma^2}{4v_s^2} \right) . \quad (13c)$$



# El modelo

---

- La condición para el mínimo de potencial es

$$\left. \frac{dV_{\text{eff}}}{d\sigma} \right|_{\substack{\sigma=0 \\ H=0}} = \frac{v_s^3}{\sqrt{2}} (4\lambda_s + \beta_s) = 0, \quad 4\lambda_s = -\beta_s. \quad (14)$$

- La masa del escalar  $S$  es

$$m_s^2 = \left. \frac{d^2 V_{\text{eff}}}{d\sigma^2} \right|_{\substack{\sigma=0 \\ H=0}} = \frac{v_s^2}{2} (12\lambda_s + 7\beta_s) = 2\beta_s v_s^2 = -8\lambda_s v_s^2. \quad (15)$$



# El modelo

- El potencial se puede reescribir como

$$V_{\text{eff}} = V_H(H) + V_S(\sigma) + V_{\text{int}}(H, \sigma) , \quad (16)$$

$$V_H = m^2 H^\dagger H + \lambda_h (H^\dagger H)^2 , \quad (17a)$$

$$V_S = \frac{m_s^2}{2} \sigma^2 + \sqrt{2}(\lambda_s + \beta_s) v_s \sigma^3 + \frac{\lambda_s + \beta_s}{4} \sigma^4 - \frac{\beta_s}{2^{5/2} v_s} \sigma^5 - \frac{\beta_s}{16 v_s^2} \sigma^6 , \quad (17b)$$

$$V_{\text{int}} = \frac{(2\lambda_{hs} + \beta_{hs})v_s}{\sqrt{2}} \sigma H^\dagger H + \frac{2\lambda_{hs} + 3\beta_{hs}}{4} \sigma^2 H^\dagger H \\ + \frac{\beta_h}{\sqrt{2} v_s} \sigma (H^\dagger H)^2 - \frac{\beta_{hs}}{8 v_s^2} \sigma^4 H^\dagger H - \frac{\beta_h}{4 v_s^2} \sigma^2 (H^\dagger H)^2 . \quad (17c)$$



# El modelo

---

- Aparece de manera automática un término de masa para  $H$ :

$$m^2 = -m_\eta^2 = 2\lambda_{hs}v_s^2. \quad (18)$$

- La masa del Higgs ya no es un parámetro libre.
- La ruptura espontánea de la simetría electrodébil procede de la manera habitual. Representaremos las excitaciones de  $H$  respecto del vacío  $v_h$  por el campo  $\eta$ .





## Grupo de Renormalización

- Ecuaciones del grupo de renormalización a 1 loop:

$$16\pi^2 \frac{d\lambda_h}{d(\ln \mu)} = 24\lambda_h^2 + N_S \lambda_{hs}^2 - 6y_t^4 + 12y_t^2 \lambda_h, \quad (19)$$

$$16\pi^2 \frac{d\lambda_s}{d(\ln \mu)} = 4(4 + N_S)\lambda_s^2 + 2\lambda_{hs}^2 - 6\frac{N_S^2 - 1}{N_S}g_4^2\lambda_s \\ + \frac{3}{4}\frac{N_S^3 + N_S^2 - 4N_S + 2}{N_S^2}g_4^4, \quad (20)$$

$$16\pi^2 \frac{d\lambda_{hs}}{d(\ln \mu)} = \lambda_{hs} \left[ 4\lambda_{hs} + 12\lambda_h + (4N_S + 4)\lambda_s \right. \\ \left. - 3\frac{N_S^2 - 1}{N_S}g_4^2 + 6y_t^2 \right], \quad (21)$$



## Grupo de Renormalización

- La condición de mínimo  $4\lambda_s = -\beta_s$ , cuando  $g_4 = 0$ , es

$$\lambda_{hs} = -\sqrt{-32\pi^2\lambda_s - 2(4 + N_S)\lambda_s^2} . \quad (22)$$

$$|\lambda_s| \leq \frac{16\pi^2}{4 + N_S} . \quad (23)$$

$$\lambda_s = \frac{-16\pi^2}{4 + N_S + \frac{8m_\eta^4}{m_\sigma^4}} . \quad (24)$$



# Grupo de Renormalización

- **Escenario 1:**  $|\lambda_s| \rightarrow 0$

- La condición de mínimo es

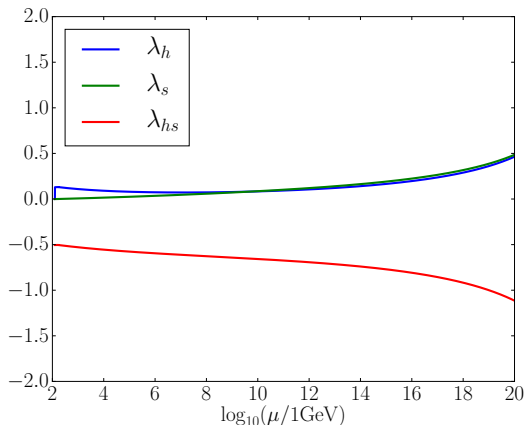
$$\lambda_{hs} = -\sqrt{32\pi^2\lambda_s} \ , \quad (25)$$

$$m_\sigma = 2m_\eta \left( \frac{\lambda_s}{32\pi^2} \right)^{1/4} . \quad (26)$$

- Para que el modelo sea perturbativo ( $|\lambda| \leq 3$ ) a bajas energías,  $m_\sigma \leq 0.17m_\eta$ .
- El valor de  $N_S$  no afecta.



# Grupo de Renormalización



$$m_\sigma = 10 \text{ GeV}$$

$$N_S = 2 .$$



# Grupo de Renormalización

---

- Las constantes de acoplamiento crecen con la escala de energía.
- Se alcanza un polo de Landau a energías relativamente bajas...
- ...a no ser que  $m_\sigma$  sea muy pequeño.



# Grupo de Renormalización

- **Escenario 2:**

$$|\lambda_s| = \frac{16\pi^2}{4 + N_S} - \delta \quad \text{as } \delta \rightarrow 0^+, \quad (27)$$

- La condición de mínimo es

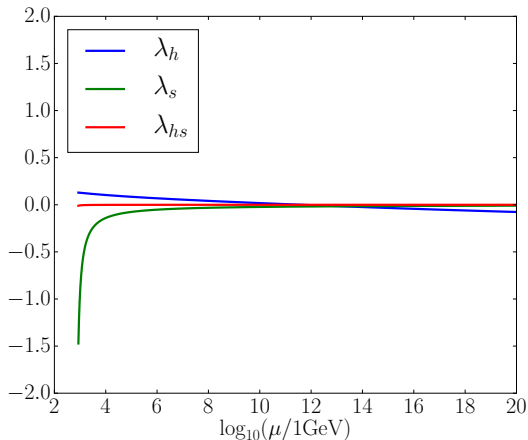
$$\lambda_{hs} = -\sqrt{32\pi^2\delta}, \quad (28)$$

$$m_\sigma = 2m_\eta \frac{1}{\sqrt{N_S + 4}} \left( \frac{8\pi^2}{\delta} \right)^{1/4}. \quad (29)$$

- Para que sea perturbativo a bajas energías,  $N_S \geq 50$ .
- No hay restricciones sobre  $m_\sigma$ .



# Grupo de Renormalización



$m_\sigma = 3 \text{ TeV}$

$N_S = 100$  .



## Mezcla de los escalares

- Los campos  $\sigma$  y  $\eta$  son ambos escalares
- El potencial de interacción contiene términos proporcionales a  $\sigma\eta$ .
- Por lo tanto,  $\sigma$  y  $\eta$  no son autoestados de masa, sino que se mezclarán.
- Los autoestados de masa se obtienen diagonalizando los términos cuadráticos del potencial.

$$h = \eta \cos \theta - \sigma \sin \theta \qquad s = \eta \sin \theta + \sigma \cos \theta , \qquad (19)$$

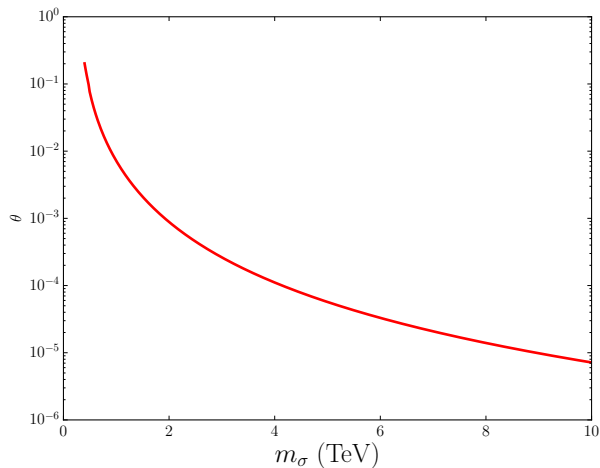
$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2m_{\eta\sigma}^2}{m_{\sigma}^2 - m_{\eta}^2} . \qquad (20)$$

- $\theta$  es el ángulo de mezcla escalar.





# Mezcla de los escalares





## Mezcla de los escalares

- En el escenario 1, el término cuadrático no es definido positivo, y el potencial no tiene un mínimo.
- Para que el potencial sea definido positivo,  $m_\sigma \geq m_\eta$ .
- En el escenario 2, el ángulo de mezcla es despreciable:  $\eta \approx h$  es el bosón de Higgs y  $\sigma \approx s$  es el nuevo escalar.
- Las masas de los autoestados de masa son

$$m_h^2 = m_\eta^2 \cos^2 \theta + m_\sigma^2 \sin^2 \theta - 2m_{\eta\sigma}^2 \sin \theta \cos \theta , \quad (21)$$

$$m_s^2 = m_\sigma^2 \cos^2 \theta + m_\eta^2 \sin^2 \theta + 2m_{\eta\sigma}^2 \sin \theta \cos \theta . \quad (22)$$



# Unificación de las constantes

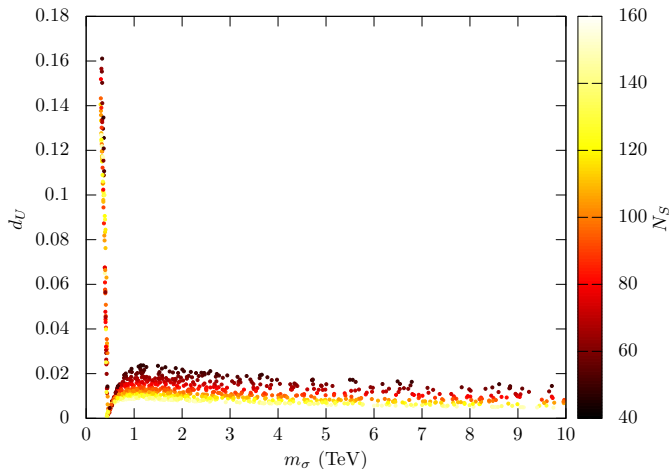
- En el escenario 2, se ha visto que las tres constantes tienden a un valor común a altas energías.
- Muchas teorías más allá del modelo estándar proponen una unificación de las constantes de acoplamiento (GUT).
- Definimos una medida para la unificación de las tres constantes

$$d = \frac{1}{3}(|\lambda_h - \lambda_s| + |\lambda_h - \lambda_{hs}| + |\lambda_s - \lambda_{hs}|) , \quad (23)$$

- y la empleamos para determinar la escala de energía  $\mu_U$  en la que se produce la unificación.

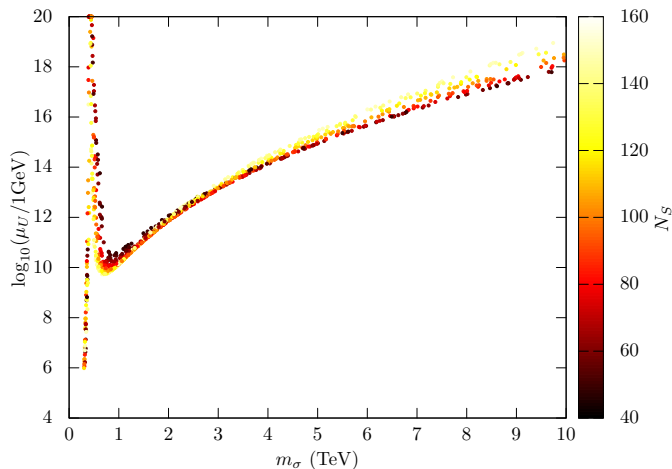


# Unificación de las constantes





# Unificación de las constantes





# Unificación de las constantes

---

- El factor determinante para la unificación es  $m_\sigma$ , mientras que  $N_S$  solo produce pequeñas modificaciones. Un valor elevado de  $N_S$  disminuye la distancia de unificación,
- Si  $m_\sigma \leq 400 \text{ GeV}$ , no hay unificación antes de la escala de Planck.
- Para conseguir una escala de unificación cercana a la escala GUT ( $10^{16} \text{ GeV}$ ), se necesita  $m_\sigma \approx 4 \text{ TeV} - 8 \text{ TeV}$ .



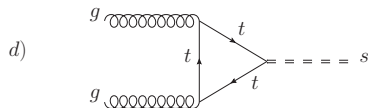
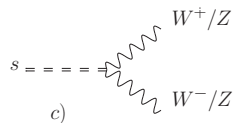
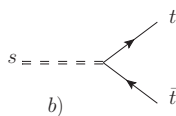
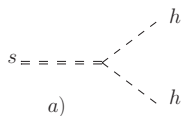
# Fenomenología

---

- $S$  es un multiplete de  $N_S$  partículas escalares inicialmente sin masa que solamente interaccionan con el campo de Higgs.
- Uno de los escalares,  $s$ , adquiere masa y se mezcla con el bosón de Higgs.
- Por motivo de esta mezcla,  $s$  interacciona con el resto del modelo estándar en los mismos canales que el bosón de Higgs, pero con la amplitud suprimida un factor  $\sin \theta$ .
- Posibilidad de confrontar el modelo con resultados experimentales.



# Fenomenología







# Desintegraciones

- Canal de desintegración  $s \rightarrow hh$ .
  - Término en el lagrangiano  $\mathcal{L}_{hhs} = \frac{\kappa}{2} h^2 s$

$$\begin{aligned}
 \kappa = & \left( \frac{(2\lambda_{hs} + \beta_{hs})v_s}{\sqrt{2}} + 6v_h^2 \frac{\beta_h}{\sqrt{2}v_s} \right) \cos^3 \theta \\
 & + \left( -4\sqrt{2}v_h \frac{2\lambda_{hs} + 3\beta_{hs}}{4} - 8\sqrt{2}v_h^3 \frac{\beta_h}{4v_s^2} \right) \cos^2 \theta \sin \theta \\
 & + \left( -2 \frac{(2\lambda_{hs} + \beta_{hs})v_s}{\sqrt{2}} - 12v_h^2 \frac{\beta_h}{\sqrt{2}v_s} + 6\sqrt{2}(\lambda_s + \beta_s)v_s \right) \cos \theta \sin^2 \theta \\
 & + \left( 2\sqrt{2}v_h \frac{2\lambda_{hs} + 3\beta_{hs}}{4} - 4\sqrt{2}v_h^3 \frac{\beta_h}{4v_s^2} \right) \sin^3 \theta .
 \end{aligned} \tag{24}$$

- Amplitud de desintegración  $\mathcal{M}(s \rightarrow hh) = -i\kappa$ .
- Anchura de desintegración

$$\Gamma(s \rightarrow hh) = \frac{\kappa^2}{8\pi m_s} \sqrt{1 - \frac{4m_h^2}{m_s^2}} . \tag{25}$$



# Desintegraciones

- Canal de desintegración  $s \rightarrow t\bar{t}$ .

- Término del lagrangiano

$$\mathcal{L}_t = -\frac{m_t}{v_h} \bar{t} \eta t = -\frac{m_t}{v_h} \sin \theta \bar{t} s t - \frac{m_t}{v_h} \cos \theta \bar{t} h t . \quad (26)$$

- Amplitud de desintegración al cuadrado

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}(s \rightarrow t\bar{t})|^2 &= N_c \frac{m_t^2}{v_h^2} \sin^2 \theta \text{tr}[(\not{p}_1 + m_t)(\not{p}_2 - m_t)] \\ &= N_c \frac{2m_t^2 m_s^2}{v_h^2} \sin^2 \theta \left(1 - \frac{4m_t^2}{m_s^2}\right) . \end{aligned} \quad (27)$$

- Anchura de desintegración

$$\Gamma(s \rightarrow t\bar{t}) = \frac{3m_t^2 m_s \sin^2 \theta}{8\pi v_h^2} \left(1 - \frac{4m_t^2}{m_s^2}\right)^{3/2} . \quad (28)$$



# Desintegraciones

- Canal de desintegración  $s \rightarrow W^+W^-$ ,  $s \rightarrow ZZ$ .
  - Término del lagrangiano

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_W &= 2 \frac{m_W^2}{v_h} \eta W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{m_Z^2}{v_h} \eta Z_\mu Z^\mu \\ &= 2 \sin \theta \frac{m_W^2}{v_h} s W_\mu^+ W^{-\mu} + \sin \theta \frac{m_Z^2}{v_h} s Z_\mu Z^\mu + \dots\end{aligned}\quad (29)$$

- Amplitud de desintegración al cuadrado

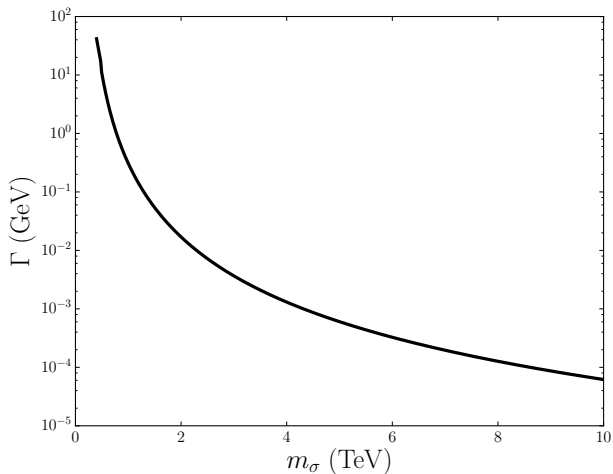
$$|\mathcal{M}(s \rightarrow WW)|^2 = \frac{m_W^4 \sin^2 \theta}{v_h^2} \left( 3 + \frac{m_s^4}{4m_W^4} - \frac{m_s^2}{m_W^2} \right). \quad (30)$$

- Anchura de desintegración

$$\Gamma(s \rightarrow WW) = \frac{\sin^2 \theta m_W^4}{4\pi m_s v_h^2} \sqrt{1 - \frac{4m_W^2}{m_s^2}} \left( 3 + \frac{m_s^4}{4m_W^4} - \frac{m_s^2}{m_W^2} \right). \quad (31)$$

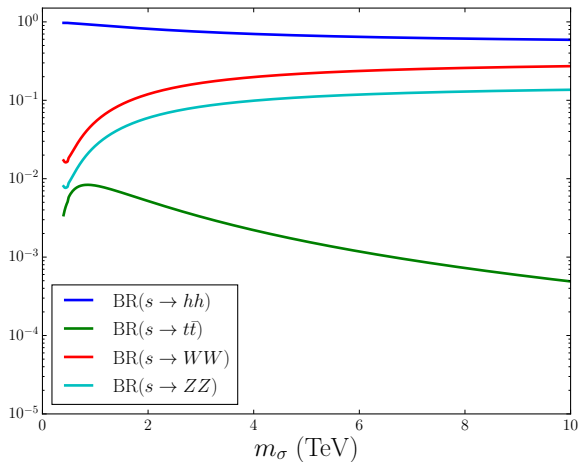


# Desintegraciones





# Desintegraciones





# Producción en aceleradores

- Sección eficaz partónica

$$\hat{\sigma}(\hat{s}) = \frac{\sigma_0}{m_s^2} \delta(\hat{s} - m_s^2) ,$$

$$\sigma_0 = \frac{G_F \alpha_S^2 \sin^2 \theta}{128 \sqrt{2} \pi} \left| \frac{\tau_t + (\tau_t - 1) f(\tau_t)}{\tau_t^2} \right|^2 , \quad (24)$$

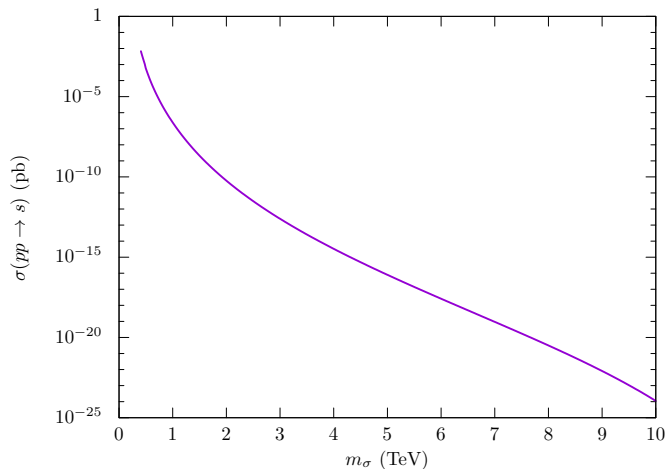
$$\tau_t = \frac{m_s^2}{4m_s^2} , \quad f(x) = \begin{cases} \arcsin^2 \sqrt{x} & \text{si } x \leq 1 . \\ -\frac{1}{4} \left( \ln \frac{1+\sqrt{1-x^{-1}}}{1-\sqrt{1-x^{-1}}} - i\pi \right)^2 & \text{si } x > 1 . \end{cases} \quad (25)$$

- Sección eficaz para la colisión de protones

$$\sigma(pp \rightarrow s) = \sigma_0 \frac{m_s^2}{s} \int_{m_s^2/s}^1 \frac{dx}{x} g(x; M^2) g(m_s^2/xs; M^2) . \quad (26)$$



# Producción en aceleradores



PDFs del grupo CTEQ6.6

 $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ .



# Conclusiones

---

- Un modelo para la ruptura espontánea de la simetría electrodébil basado en el de Coleman Weinberg
  - Resuelve el problema de la jerarquía porque los parámetros del potencial son adimensionales, y las masas están controladas exponencialmente por correcciones radiativas.
  - Resuelve el problema de la estabilidad del vacío porque el potencial es estable hasta la escala GUT, donde se anula.





# Conclusiones

---

- El modelo exige la existencia de un multiplete escalar, que interacciona con el Higgs.
  - Uno de esos grados de libertad adquiere masa y se acopla al resto del modelo estándar.
  - Su masa debe ser mayor que la del bosón de Higgs, y varios TeV para conseguir la unificación.
  - Esta partícula se puede crear en aceleradores mediante la fusión de gluones, y se desintegra principalmente en bosones de Higgs.



# Conclusiones

- ¿Relación con la posible resonancia a 750 GeV encontrada por LHC?
  - Según ATLAS,  $\Gamma \sim 45$  GeV, pero nuestro modelo predice  $\Gamma = 1.2$  GeV.
  - Según ATLAS,  $\sigma(pp \rightarrow X) \times \text{BR}(X \rightarrow \gamma\gamma) \sim 20$  fb y según CMS  $\sigma(pp \rightarrow X) \times \text{BR}(X \rightarrow \gamma\gamma) \sim 30$  fb, pero en nuestro modelo  $\sigma(pp \rightarrow s) = 6 \times 10^{-3}$  fb (y  $\text{BR}(s \rightarrow \gamma\gamma) \lll 1$ ).
  - Nuestro modelo no reproduce la supuesta resonancia.
- Las anchuras de desintegración y secciones eficaces predichas son demasiado pequeñas para la detección en los aceleradores actuales, especialmente en el rango de masas de varios TeV.



Muchas gracias por su atención.



# Índice

---

## 1. Introducción

El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

Problemas del mecanismo de Higgs

El mecanismo de Coleman-Weinberg

## 2. El modelo

## 3. Grupo de Renormalización

## 4. Mezcla de los escalares

## 5. Unificación de las constantes

## 6. Fenomenología

Desintegraciones

Producción en aceleradores

## 7. Conclusiones