

Nuevas aplicaciones del modelo de Coleman-Weinberg



Jorge Alda Gallo

Departamento de Física Teórica I,
Universidad Complutense de Madrid

4 de Julio de 2016



Índice

1. Introducción

El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

Problemas del mecanismo de Higgs

El mecanismo de Coleman-Weinberg

2. El modelo

3. Grupo de Renormalización

4. Mezcla de los escalares

5. Unificación de las constantes

6. Fenomenología

Desintegraciones

Producción en aceleradores

7. Conclusiones



Introducción

- Generalización del modelo de Coleman-Weinberg para describir el origen de la masa del bosón de Higgs.
- Nuevo multiplete escalar en un grupo $SU(N_S)$.
- La masa del escalar está condicionada por la renormalizabilidad de la teoría y la unificación de las constantes.
- El escalar se acola al resto del modelo estándar, lo que determina su producción en aceleradores de partículas y su desintegración.



El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

- El campo de Higgs es un doblete escalar de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ con un potencial

$$V = m^2 H^\dagger H + \lambda_h (H^\dagger H)^2 ; \quad m^2 < 0 . \quad (1)$$

- El campo de Higgs tiene un mínimo que rompe la simetría electrodébil con $v_h = \sqrt{2} \langle H \rangle = 246.2 \text{ GeV}$, donde

$$m^2 = -2\lambda_h v_h^2 . \quad (2)$$

- La masa del bosón de Higgs está dada por la segunda derivada del potencial en el mínimo,

$$m_h^2 = 2\lambda_h v_h^2 = -m^2 . \quad (3)$$

- Las excitaciones respecto al mínimo se parametrizan como

$$H(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ h(x) + v_h \end{pmatrix} . \quad (4)$$



El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

- El término cinético para el campo de Higgs es

$$\mathcal{L}_{\text{kin}H} = D_\mu H^\dagger D^\mu H, \quad D_\mu H = \left(\partial_\mu - \frac{i}{2} g_1 B_\mu - i g_2 W_\mu^a \tau^a \right) H. \quad (5)$$

- Una combinación de W^3 y B es el fotón, el generador del subgrupo $U(1)_{em}$ que no rompe el mecanismo de Higgs

$$A_\mu = \frac{g_1 W_\mu^3 + g_2 B_\mu}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \quad Z_\mu = \frac{g_2 W_\mu^3 - g_1 B_\mu}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}. \quad (6)$$

- Tras la ruptura electrodébil, el término cinético resulta

$$\mathcal{L}_{\text{kin}H} = \frac{1}{2} (\partial_\mu h)^2 + \frac{g_2^2}{4} W_\mu^+ W^{\mu-} (v_h + h)^2 + \frac{g_1^2 + g_2^2}{8} Z_\mu Z^\mu (v_h + h)^2, \quad (7)$$

con lo que los bosones W y Z adquieren masa

$$m_W = \frac{g_2}{2} v_h, \quad m_Z = \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}{2} v_h. \quad (8)$$



El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

- La masa de los fermiones proviene de interacciones de tipo Yukawa compatibles con las diferentes simetrías electrodébiles levógiros y dextrógiros

$$\mathcal{L}_e = -y_e \left[(\bar{\nu}_e \quad \bar{e})_L H e_R + \bar{e}_R H^\dagger \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right] . \quad (9)$$

- Tras la ruptura electrodébil

$$\mathcal{L}_e = -\frac{v_h y_e}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{y_e}{\sqrt{2}} h (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) , \quad (10)$$

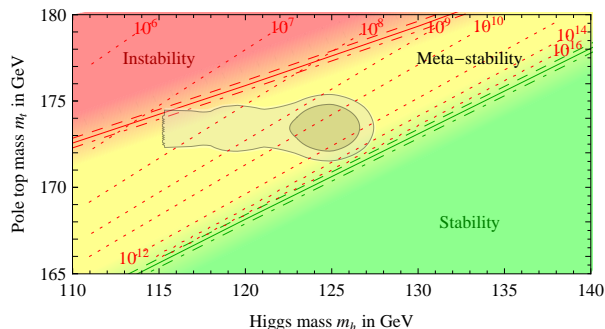
con lo cual la masa del fermión es

$$m_e = \frac{v_h y_e}{\sqrt{2}} . \quad (11)$$



Problemas: estabilidad del vacío

- El potencial del bosón de Higgs cambia con la escala debido a las correcciones cuánticas.
- Debido al valor de y_t , el parámetro λ_h podría hacerse negativo a altas energías.
- El vacío electrodébil sería **metaestable**.



Fuente: arXiv:1112.3022



Problemas: jerarquía

- m es el único parámetro con dimensiones del modelo estándar.
- Toda teoría de campos cuántica relativista incluye otra escala de energía, la escala de Planck M_P .
- Por argumentos de naturalidad, m y M_P *deberían* ser similares.
- Sin embargo, M_P es **17 órdenes de magnitud** mayor que m .

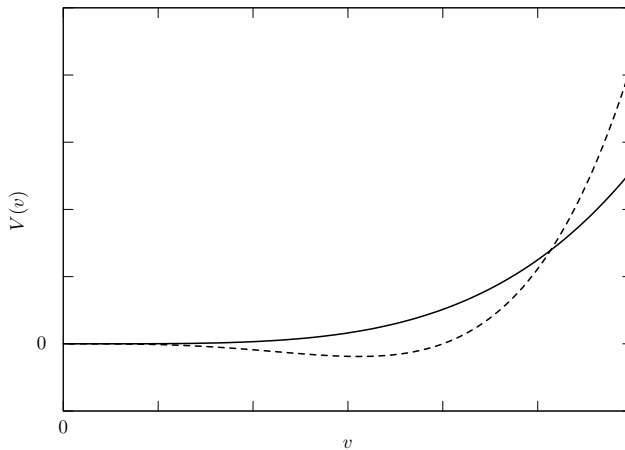


El mecanismo de Coleman-Weinberg

- Coleman y Weinberg (CW) propusieron un modelo con $m = 0$.
- La masa del bosón se debe a las correcciones radiativas al término cuártico (transmutación dimensional).
- El potencial clásico es invariante de escala, y por lo tanto, libre del problema de la jerarquía.
- La jerarquía entre la masa del Higgs y la escala de Planck está controlada exponencialmente por la evolución de λ_h según el grupo de renormalización.



El mecanismo de Coleman-Weinberg





El mecanismo de Coleman-Weinberg

- Pero el modelo de C-W no predice la masa correcta del Higgs.
- Si los fermiones no tuvieran masa, $m_h = 10 \text{ GeV}$.
- A medida que aumenta la masa de los fermiones disminuye m_h .
- Si $m_t \geq m_W$, la masa del Higgs es negativa: el potencial tiene un máximo, y la simetría electrodébil no se rompe.



El modelo

- El campo de Higgs H sigue siendo un campo escalar sin masa en la representación fundamental de $SU(2)_L \times U(1)_Y$.
- Añadimos un campo escalar sin masa S en la representación fundamental de $SU(N_S)$.
- El potencial para los dos campos es

$$V = \lambda_h (H^\dagger H)^2 + \lambda_{hs} (H^\dagger H)(S^\dagger S) + \lambda_s (S^\dagger S)^2 . \quad (12)$$

- Las constantes de acoplamiento λ_h , λ_s y λ_{hs} son adimensionales.



El modelo

- En primer lugar se rompe la simetría $SU(N_S)$.
- El campo S adquiere un vev $|S| = v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}$.
- La dependencia de las constantes de acoplamiento con la escala de energía se puede aproximar como $\lambda(|S|) = \beta \log(|S|/M)$:

$$\lambda_h \left(v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \approx \lambda_h(v_s) + \beta_h \left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}v_s} - \frac{\sigma^2}{4v_s^2} \right) , \quad (13a)$$

$$\lambda_s \left(v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \approx \lambda_s(v_s) + \beta_h \left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}v_s} - \frac{\sigma^2}{4v_s^2} \right) , \quad (13b)$$

$$\lambda_{hs} \left(v_s + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \approx \lambda_{hs}(v_s) + \beta_{hs} \left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}v_s} - \frac{\sigma^2}{4v_s^2} \right) . \quad (13c)$$



El modelo

- La condición para el mínimo de potencial es

$$\left. \frac{dV_{\text{eff}}}{d\sigma} \right|_{\substack{\sigma=0 \\ H=0}} = \frac{v_s^3}{\sqrt{2}} (4\lambda_s + \beta_s) = 0, \quad 4\lambda_s = -\beta_s. \quad (14)$$

- La masa del escalar S es

$$m_s^2 = \left. \frac{d^2 V_{\text{eff}}}{d\sigma^2} \right|_{\substack{\sigma=0 \\ H=0}} = \frac{v_s^2}{2} (12\lambda_s + 7\beta_s) = 2\beta_s v_s^2 = -8\lambda_s v_s^2. \quad (15)$$



El modelo

- El potencial se puede reescribir como

$$V_{\text{eff}} = V_H(H) + V_S(\sigma) + V_{\text{int}}(H, \sigma) , \quad (16)$$

$$V_H = m^2 H^\dagger H + \lambda_h (H^\dagger H)^2 , \quad (17a)$$

$$V_S = \frac{m_s^2}{2} \sigma^2 + \sqrt{2}(\lambda_s + \beta_s) v_s \sigma^3 + \frac{\lambda_s + \beta_s}{4} \sigma^4 - \frac{\beta_s}{2^{5/2} v_s} \sigma^5 - \frac{\beta_s}{16 v_s^2} \sigma^6 , \quad (17b)$$

$$V_{\text{int}} = \frac{(2\lambda_{hs} + \beta_{hs})v_s}{\sqrt{2}} \sigma H^\dagger H + \frac{2\lambda_{hs} + 3\beta_{hs}}{4} \sigma^2 H^\dagger H \\ + \frac{\beta_h}{\sqrt{2} v_s} \sigma (H^\dagger H)^2 - \frac{\beta_{hs}}{8 v_s^2} \sigma^4 H^\dagger H - \frac{\beta_h}{4 v_s^2} \sigma^2 (H^\dagger H)^2 . \quad (17c)$$



El modelo

- Aparece de manera automática un término de masa para H :

$$m^2 = -m_\eta^2 = 2\lambda_{hs}v_s^2. \quad (18)$$

- La masa del Higgs ya no es un parámetro libre.
- La ruptura espontánea de la simetría electrodébil procede de la manera habitual. Representaremos las excitaciones de H respecto del vacío v_h por el campo η .



Grupo de Renormalización

- Ecuaciones del grupo de renormalización a 1 loop:

$$16\pi^2 \frac{d\lambda_h}{d(\ln \mu)} = 24\lambda_h^2 + N_S \lambda_{hs}^2 - 6y_t^4 + 12y_t^2 \lambda_h, \quad (19)$$

$$16\pi^2 \frac{d\lambda_s}{d(\ln \mu)} = 4(4 + N_S)\lambda_s^2 + 2\lambda_{hs}^2 - 6\frac{N_S^2 - 1}{N_S}g_4^2\lambda_s \\ + \frac{3}{4}\frac{N_S^3 + N_S^2 - 4N_S + 2}{N_S^2}g_4^4, \quad (20)$$

$$16\pi^2 \frac{d\lambda_{hs}}{d(\ln \mu)} = \lambda_{hs} \left[4\lambda_{hs} + 12\lambda_h + (4N_S + 4)\lambda_s \right. \\ \left. - 3\frac{N_S^2 - 1}{N_S}g_4^2 + 6y_t^2 \right], \quad (21)$$



Grupo de Renormalización

- La condición de mínimo $4\lambda_s = -\beta_s$, cuando $g_4 = 0$, es

$$\lambda_{hs} = -\sqrt{-32\pi^2\lambda_s - 2(4 + N_S)\lambda_s^2} . \quad (22)$$

$$|\lambda_s| \leq \frac{16\pi^2}{4 + N_S} . \quad (23)$$

$$\lambda_s = \frac{-16\pi^2}{4 + N_S + \frac{8m_\eta^4}{m_\sigma^4}} . \quad (24)$$



Grupo de Renormalización

- **Escenario 1:** $|\lambda_s| \rightarrow 0$

- La condición de mínimo es

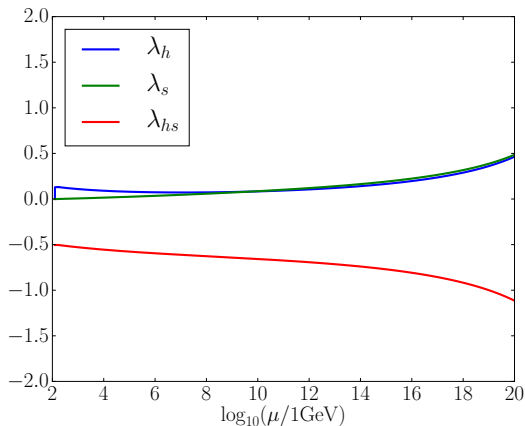
$$\lambda_{hs} = -\sqrt{32\pi^2\lambda_s} , \quad (25)$$

$$m_\sigma = 2m_\eta \left(\frac{\lambda_s}{32\pi^2} \right)^{1/4} . \quad (26)$$

- Para que el modelo sea perturbativo ($|\lambda| \leq 3$) a bajas energías, $m_\sigma \leq 0.17m_\eta$.
- El valor de N_S no afecta.



Grupo de Renormalización



$$m_\sigma = 10 \text{ GeV}$$

$$N_S = 2 .$$



Grupo de Renormalización

- Las constantes de acoplamiento crecen con la escala de energía.
- Se alcanza un polo de Landau a energías relativamente bajas...
- ...a no ser que m_σ sea muy pequeño.



Grupo de Renormalización

- **Escenario 2:**

$$|\lambda_s| = \frac{16\pi^2}{4 + N_S} - \delta \quad \text{as } \delta \rightarrow 0^+, \quad (27)$$

- La condición de mínimo es

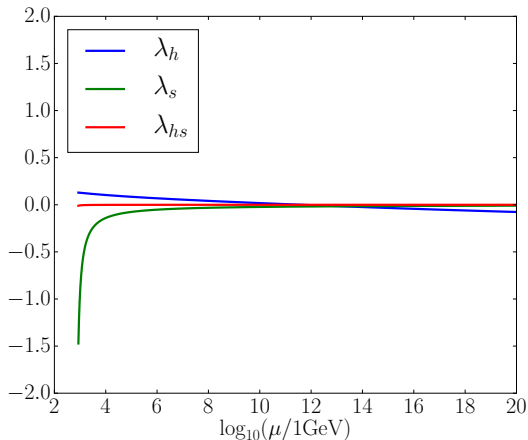
$$\lambda_{hs} = -\sqrt{32\pi^2\delta}, \quad (28)$$

$$m_\sigma = 2m_\eta \frac{1}{\sqrt{N_S + 4}} \left(\frac{8\pi^2}{\delta} \right)^{1/4}. \quad (29)$$

- Para que sea perturbativo a bajas energías, $N_S \geq 50$.
- No hay restricciones sobre m_σ .



Grupo de Renormalización



$m_\sigma = 3 \text{ TeV}$

$N_S = 100$.



Mezcla de los escalares

- Los campos σ y η son ambos escalares
- El potencial de interacción contiene términos proporcionales a $\sigma\eta$.
- Por lo tanto, σ y η no son autoestados de masa, sino que se mezclarán.
- Los autoestados de masa se obtienen diagonalizando los términos cuadráticos del potencial.

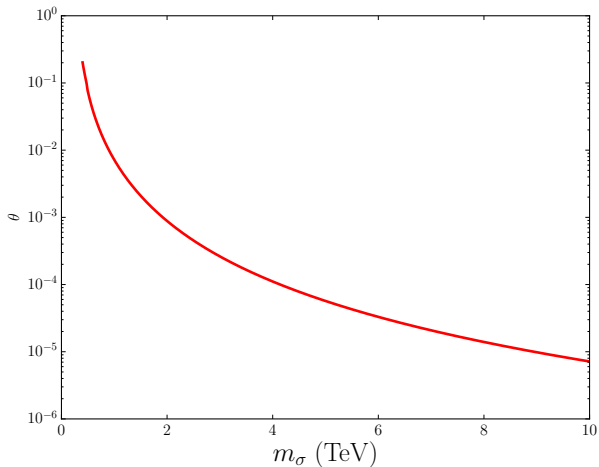
$$h = \eta \cos \theta - \sigma \sin \theta \qquad s = \eta \sin \theta + \sigma \cos \theta , \qquad (19)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2m_{\eta\sigma}^2}{m_{\sigma}^2 - m_{\eta}^2} . \qquad (20)$$

- θ es el ángulo de mezcla escalar.



Mezcla de los escalares





Mezcla de los escalares

- En el escenario 1, el término cuadrático no es definido positivo, y el potencial no tiene un mínimo.
- Para que el potencial sea definido positivo, $m_\sigma \geq m_\eta$.
- En el escenario 2, el ángulo de mezcla es despreciable: $\eta \approx h$ es el bosón de Higgs y $\sigma \approx s$ es el nuevo escalar.
- Las masas de los autoestados de masa son

$$m_h^2 = m_\eta^2 \cos^2 \theta + m_\sigma^2 \sin^2 \theta - 2m_{\eta\sigma}^2 \sin \theta \cos \theta , \quad (21)$$

$$m_s^2 = m_\sigma^2 \cos^2 \theta + m_\eta^2 \sin^2 \theta + 2m_{\eta\sigma}^2 \sin \theta \cos \theta . \quad (22)$$



Unificación de las constantes

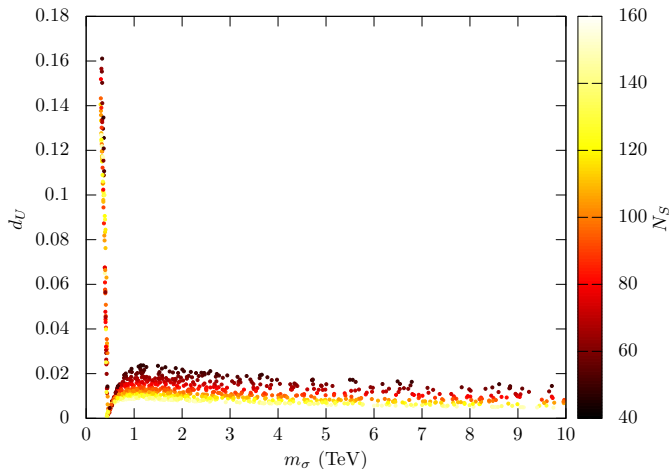
- En el escenario 2, se ha visto que las tres constantes tienden a un valor común a altas energías.
- Muchas teorías más allá del modelo estándar proponen una unificación de las constantes de acoplamiento (GUT).
- Definimos una medida para la unificación de las tres constantes

$$d = \frac{1}{3}(|\lambda_h - \lambda_s| + |\lambda_h - \lambda_{hs}| + |\lambda_s - \lambda_{hs}|) , \quad (23)$$

- y la empleamos para determinar la escala de energía μ_U en la que se produce la unificación.

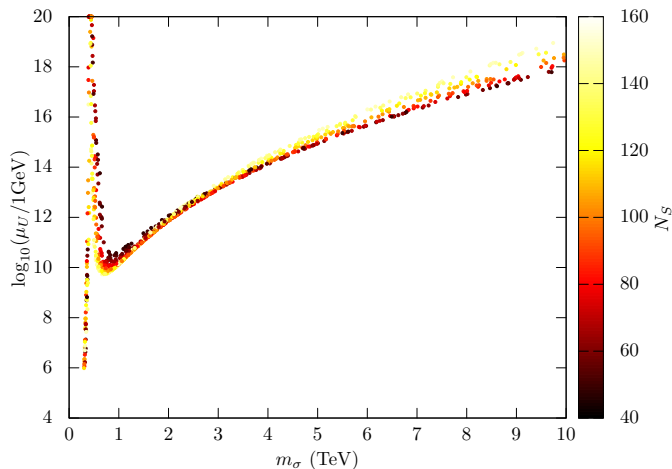


Unificación de las constantes





Unificación de las constantes





Unificación de las constantes

- El factor determinante para la unificación es m_σ , mientras que N_S solo produce pequeñas modificaciones. Un valor elevado de N_S disminuye la distancia de unificación,
- Si $m_\sigma \leq 400 \text{ GeV}$, no hay unificación antes de la escala de Planck.
- Para conseguir una escala de unificación cercana a la escala GUT (10^{16} GeV), se necesita $m_\sigma \approx 4 \text{ TeV} - 8 \text{ TeV}$.

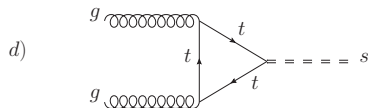
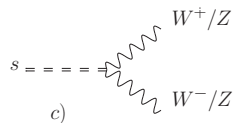
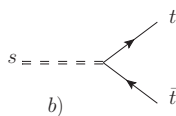
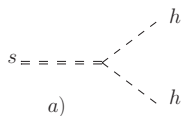


Fenomenología

- S es un multiplete de N_S partículas escalares inicialmente sin masa que solamente interaccionan con el campo de Higgs.
- Uno de los escalares, s , adquiere masa y se mezcla con el bosón de Higgs.
- Por motivo de esta mezcla, s interacciona con el resto del modelo estándar en los mismos canales que el bosón de Higgs, pero con la amplitud suprimida un factor $\sin \theta$.
- Posibilidad de confrontar el modelo con resultados experimentales.



Fenomenología





Desintegraciones

- Canal de desintegración $s \rightarrow hh$.
 - Término en el lagrangiano $\mathcal{L}_{hhs} = \frac{\kappa}{2} h^2 s$

$$\begin{aligned}
 \kappa = & \left(\frac{(2\lambda_{hs} + \beta_{hs})v_s}{\sqrt{2}} + 6v_h^2 \frac{\beta_h}{\sqrt{2}v_s} \right) \cos^3 \theta \\
 & + \left(-4\sqrt{2}v_h \frac{2\lambda_{hs} + 3\beta_{hs}}{4} - 8\sqrt{2}v_h^3 \frac{\beta_h}{4v_s^2} \right) \cos^2 \theta \sin \theta \\
 & + \left(-2 \frac{(2\lambda_{hs} + \beta_{hs})v_s}{\sqrt{2}} - 12v_h^2 \frac{\beta_h}{\sqrt{2}v_s} + 6\sqrt{2}(\lambda_s + \beta_s)v_s \right) \cos \theta \sin^2 \theta \\
 & + \left(2\sqrt{2}v_h \frac{2\lambda_{hs} + 3\beta_{hs}}{4} - 4\sqrt{2}v_h^3 \frac{\beta_h}{4v_s^2} \right) \sin^3 \theta .
 \end{aligned} \tag{24}$$

- Amplitud de desintegración $\mathcal{M}(s \rightarrow hh) = -i\kappa$.
- Anchura de desintegración

$$\Gamma(s \rightarrow hh) = \frac{\kappa^2}{8\pi m_s} \sqrt{1 - \frac{4m_h^2}{m_s^2}} . \tag{25}$$



Desintegraciones

- Canal de desintegración $s \rightarrow t\bar{t}$.

- Término del lagrangiano

$$\mathcal{L}_t = -\frac{m_t}{v_h} \bar{t} \eta t = -\frac{m_t}{v_h} \sin \theta \bar{t} s t - \frac{m_t}{v_h} \cos \theta \bar{t} h t . \quad (26)$$

- Amplitud de desintegración al cuadrado

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}(s \rightarrow t\bar{t})|^2 &= N_c \frac{m_t^2}{v_h^2} \sin^2 \theta \text{tr}[(\not{p}_1 + m_t)(\not{p}_2 - m_t)] \\ &= N_c \frac{2m_t^2 m_s^2}{v_h^2} \sin^2 \theta \left(1 - \frac{4m_t^2}{m_s^2}\right) . \end{aligned} \quad (27)$$

- Anchura de desintegración

$$\Gamma(s \rightarrow t\bar{t}) = \frac{3m_t^2 m_s \sin^2 \theta}{8\pi v_h^2} \left(1 - \frac{4m_t^2}{m_s^2}\right)^{3/2} . \quad (28)$$



Desintegraciones

- Canal de desintegración $s \rightarrow W^+W^-$, $s \rightarrow ZZ$.
 - Término del lagrangiano

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_W &= 2 \frac{m_W^2}{v_h} \eta W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{m_Z^2}{v_h} \eta Z_\mu Z^\mu \\ &= 2 \sin \theta \frac{m_W^2}{v_h} s W_\mu^+ W^{-\mu} + \sin \theta \frac{m_Z^2}{v_h} s Z_\mu Z^\mu + \dots\end{aligned}\quad (29)$$

- Amplitud de desintegración al cuadrado

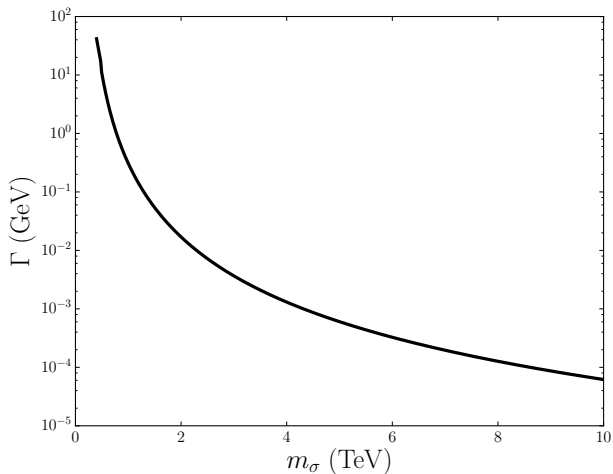
$$|\mathcal{M}(s \rightarrow WW)|^2 = \frac{m_W^4 \sin^2 \theta}{v_h^2} \left(3 + \frac{m_s^4}{4m_W^4} - \frac{m_s^2}{m_W^2} \right). \quad (30)$$

- Anchura de desintegración

$$\Gamma(s \rightarrow WW) = \frac{\sin^2 \theta m_W^4}{4\pi m_s v_h^2} \sqrt{1 - \frac{4m_W^2}{m_s^2}} \left(3 + \frac{m_s^4}{4m_W^4} - \frac{m_s^2}{m_W^2} \right). \quad (31)$$

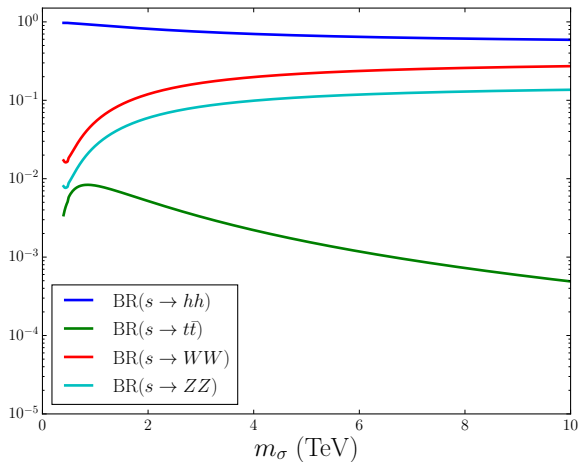


Desintegraciones





Desintegraciones





Producción en aceleradores

- Sección eficaz partónica

$$\hat{\sigma}(\hat{s}) = \frac{\sigma_0}{m_s^2} \delta(\hat{s} - m_s^2) ,$$

$$\sigma_0 = \frac{G_F \alpha_S^2 \sin^2 \theta}{128 \sqrt{2} \pi} \left| \frac{\tau_t + (\tau_t - 1) f(\tau_t)}{\tau_t^2} \right|^2 , \quad (24)$$

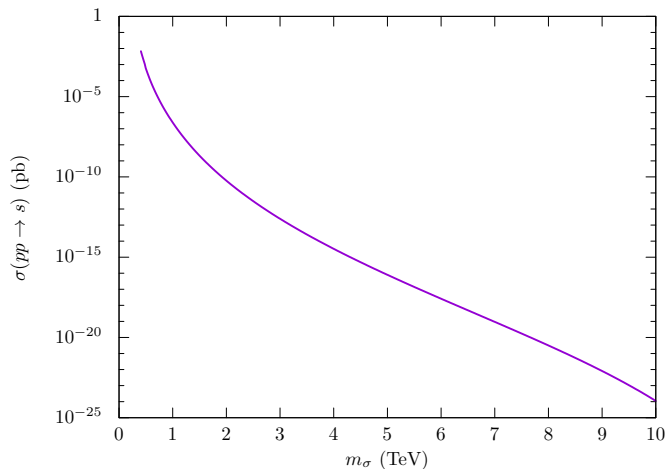
$$\tau_t = \frac{m_s^2}{4m_s^2} , \quad f(x) = \begin{cases} \arcsin^2 \sqrt{x} & \text{si } x \leq 1 . \\ -\frac{1}{4} \left(\ln \frac{1+\sqrt{1-x^{-1}}}{1-\sqrt{1-x^{-1}}} - i\pi \right)^2 & \text{si } x > 1 . \end{cases} \quad (25)$$

- Sección eficaz para la colisión de protones

$$\sigma(pp \rightarrow s) = \sigma_0 \frac{m_s^2}{s} \int_{m_s^2/s}^1 \frac{dx}{x} g(x; M^2) g(m_s^2/xs; M^2) . \quad (26)$$



Producción en aceleradores



PDFs del grupo CTEQ6.6

 $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$.



Conclusiones

- Un modelo para la ruptura espontánea de la simetría electrodébil basado en el de Coleman Weinberg
 - Resuelve el problema de la jerarquía porque los parámetros del potencial son adimensionales, y las masas están controladas exponencialmente por correcciones radiativas.
 - Resuelve el problema de la estabilidad del vacío porque el potencial es estable hasta la escala GUT, donde se anula.



Conclusiones

- El modelo exige la existencia de un multiplete escalar, que interacciona con el Higgs.
 - Uno de esos grados de libertad adquiere masa y se acopla al resto del modelo estándar.
 - Su masa debe ser mayor que la del bosón de Higgs, y varios TeV para conseguir la unificación.
 - Esta partícula se puede crear en aceleradores mediante la fusión de gluones, y se desintegra principalmente en bosones de Higgs.



Conclusiones

- ¿Relación con la posible resonancia a 750 GeV encontrada por LHC?
 - Según ATLAS, $\Gamma \sim 45$ GeV, pero nuestro modelo predice $\Gamma = 1.2$ GeV.
 - Según ATLAS, $\sigma(pp \rightarrow X) \times \text{BR}(X \rightarrow \gamma\gamma) \sim 20$ fb y según CMS $\sigma(pp \rightarrow X) \times \text{BR}(X \rightarrow \gamma\gamma) \sim 30$ fb, pero en nuestro modelo $\sigma(pp \rightarrow s) = 6 \times 10^{-3}$ fb (y $\text{BR}(s \rightarrow \gamma\gamma) \lll 1$).
 - Nuestro modelo no reproduce la supuesta resonancia.
- Las anchuras de desintegración y secciones eficaces predichas son demasiado pequeñas para la detección en los aceleradores actuales, especialmente en el rango de masas de varios TeV.



Muchas gracias por su atención.



Índice

1. Introducción

El modelo electrodébil y el mecanismo de Higgs

Problemas del mecanismo de Higgs

El mecanismo de Coleman-Weinberg

2. El modelo

3. Grupo de Renormalización

4. Mezcla de los escalares

5. Unificación de las constantes

6. Fenomenología

Desintegraciones

Producción en aceleradores

7. Conclusiones