Ejercicios de Clase

Clase: 28/08/2023 Séptimo Semestre – Ing. De Sistemas

Nombre Completo: Jorge Luis Arone Delgado

1. Suponga que, para tomar un tren, se venden boletos de dos clases. Para la clase uno $_1$ = 20 y para los pasajeros de clase dos $_2$ = 60 cada hora. La ventanilla opera con $_1$ = 60 para clase uno y $_2$ = 120 para clase dos cada hora. El tiempo promedio de servicio es $_{60}{}^{1}$ [h], lo que significa 1[ ] para procesar a un pasajero de clase uno y $^{1}{}_{2}$ [ ] para los pasajeros de clase dos.
   Se tiene además que:

   $_1$ = 0.85 $_2$ = 0.38

   Determine las características de operación de la ventanilla.

   Resp.

   Se tienen los siguientes datos:
   λ1 = 20 pasajeros/hora para clase 1
   λ2 = 60 pasajeros/hora para clase 2
   μ1 = 60 pasajeros/hora para clase 1
   μ2 = 120 pasajeros/hora para clase 2
   Tiempo promedio de servicio es 1 minuto para clase 1 y 12 minutos para clase 2
   σ1 = 0.85 min para clase 1
   σ2 = 0.38 min para clase 2
   La intensidad de llegada total es λ = λ1 + λ2 = 20 + 60 = 80 pasajeros/hora
   La intensidad de servicio total es μ = (λ1/t1) + (λ2/t2) = (20/1) + (60/12) = 80 pasajeros/hora
   El tiempo promedio de espera en la fila:
   Clase 1: Wq1 = λ1/(μ1(μ1-λ1)) = 20/(60(60-20)) = 0.5 minutos
   Clase 2: Wq2 = λ2/(μ2(μ2-λ2)) = 60/(120(120-60)) = 1 minuto
   El número promedio de pasajeros en la fila:
   Clase 1: Lq1 = λ1*Wq1 = 20*0.5 = 10 pasajeros
   Clase 2: Lq2 = λ2*Wq2 = 60*1 = 60 pasajeros
   El tiempo promedio en el sistema:
   Clase 1: Ws1 = Wq1 + 1/μ1 = 0.5 + 1/60 = 1.5 minutos
   Clase 2: Ws2 = Wq2 + 1/μ2 = 1 + 1/120 = 13 minutos
   En resumen, las características de operación de la ventanilla son:
   λ = 80 pasajeros/hora
   μ = 80 pasajeros/hora
   Wq1 = 0.5 min, Wq2 = 1 min
   Lq1 = 10 pasajeros, Lq2 = 60 pasajeros
   Ws1 = 1.5 min, Ws2 = 13 min

2. Considera un proceso de ventas que puede estar en tres estados: Alta demanda (H), demanda Moderada (M) y Baja Demanda (L). La matriz de probabilidades de transición entre estos estados, es la siguiente:

$$= \begin{bmatrix} 0.70 & 0.20 & 0.10 \\ 0.30 & 0.40 & 0.30 \\ 0.10 & 0.30 & 0.60 \end{bmatrix}$$

a) ¿Cuál es la interpretación de las filas y columnas de la matriz P?
b) Si el proceso comienza en estado H, ¿Cuál es la probabilidad de que esté en estado M después de 2 periodos?
c) Calcula la matriz de probabilidades de transición después de 3 periodos.

Resp.

Se tiene la siguiente matriz de probabilidades de transición entre los estados H, M y L:

P = [0.7 0.2 0.1
0.3 0.4 0.3
0.1 0.3 0.6]

Interpretación de filas y columnas:

Las filas representan el estado actual
Las columnas representan el estado siguiente
Por ejemplo, P(H,M) = 0.2 significa que si el estado actual es H, la probabilidad de pasar a M es 0.2.
Probabilidad de estar en M después de 2 períodos dado que se empezó en H:
En el primer período, estar en H con probabilidad 1 (estado inicial)
En el segundo período, la probabilidad de estar en M es P(H,M) = 0.2
Entonces, la probabilidad pedida es 0.2
Matriz de transición después de 3 períodos: $P^3 = P \times P \times P$
Realizando la multiplicación:
P^3 = [0.343 0.314 0.343 0.371 0.371 0.258 0.229 0.257 0.514]
Por ejemplo, P^3(H,L) = 0.343 significa que si empezamos en H, después de 3 períodos la probabilidad de estar en L es 0.343.

3. Considera un sistema de colas con dos clases de clientes: clientes Regulares (R) y clientes VIP (V). La tasa de llegada de clientes R es de 20 clientes por hora, y la tasa de llegada de clientes V es de 10 clientes por hora. El tiempo de servicio para clientes R sigue una distribución exponencial con una tasa de servicio de 25 clientes por hora, mientras que el tiempo de servicio para clientes V sigue una distribución exponencial con una tasa de servicio de 15 clientes por hora. La probabilidad de que un cliente sea VIP es 0.30.

a) Calcula la tasa de llegada total del sistema.
b) Calcula la tasa de servicio total del sistema.
c) Encuentra la utilización del sistema.
d) Calcula el tiempo promedio que un cliente pasa en el sistema, aplicando la fórmula de Pollaczek-Khintchine.

Resp.

Datos:
Tasa de llegada de clientes regulares (R): 20 clientes/hora
Tasa de llegada de clientes VIP (V): 10 clientes/hora
Tasa de servicio clientes R: 25 clientes/hora (distribución exponencial)
Tasa de servicio clientes V: 15 clientes/hora (distribución exponencial)
Probabilidad de que un cliente sea VIP: 0.30
Tasa de llegada total (λ): λ = λR + λV λ = 20 + 10 λ = 30 clientes/hora
Tasa de servicio total (μ): μ = p(VIP)*μV + p(Reg)μR μ = 0.3015 + 0.70*25 μ = 21 clientes/hora
Utilización (ρ): ρ = λ/μ ρ = 30/21 = 1.429
Tiempo promedio en el sistema (W): Aplicando fórmula de Pollaczek-Khintchine: W = λ/(μ(μ-λ))
W = 30/(21(21-30)) W = 3 horas

En resumen:
λ = 30 clientes/hora
μ = 21 clientes/hora
ρ = 1.429
W = 3 horas