

# Laboratorio 5 P2 — Teoría

## CC3039: Modelación y Simulación

Semestre II — 2025

*Este documento responde únicamente la sección **Teoría** del enunciado “Modelación y Simulación — Laboratorio 5 P2” (Semestre II — 2025).*

### 1. Vulnerabilidad de dos redes (aeropuertos vs. alcantarillado)

Fallas aleatorias.

- **Red de aeropuertos (libre de escala):** Robusta ante fallas aleatorias, porque la mayoría de nodos tienen bajo grado y la probabilidad de que caiga un *hub* es pequeña. La distribución de grado con cola pesada concentra enlaces en pocos nodos muy conectados; si falla un aeropuerto pequeño, el componente gigante suele mantenerse.
- **Red de alcantarillado (reticular/mundo pequeño con pocas largas):** Más vulnerable de forma difusa: al no haber *hubs*, cada baja afecta *localmente*; el umbral de percolación suele ser mayor que en libres de escala, por lo que se fragmenta antes si las fallas son suficientemente numerosas.

Ataques dirigidos.

- **Aeropuertos:** Muy vulnerable si se atacan los 5 aeropuertos de mayor grado (*hubs*); se rompe la conectividad global y crece el número de componentes.
- **Alcantarillado:** Menos vulnerable a ataques por grado, porque no existen *hubs* equivalentes; los daños críticos dependen de *puentes* o cuellos de botella topológicos específicos (p.ej., estaciones de bombeo que conectan subredes), no del grado extremo.

**Conclusión:** *Libre de escala*  $\Rightarrow$  robusta a fallas aleatorias pero frágil a ataques dirigidos a *hubs*. *Reticular/pequeño mundo*  $\Rightarrow$  vulnerabilidad más homogénea; no tiene *hubs* que al destruirlos colapsen de golpe la red completa.

### 2. Dónde falla Barabási–Albert (BA)

El modelo BA supone *crecimiento* continuo y *adjunción preferente* (los nuevos nodos enlazan a los más conectados).

- **Ejemplo:** red vial/urbana o red eléctrica de transmisión.

- *Restricciones espaciales y de costo* impiden la adjunción preferente pura (no se conectará una calle nueva con todas las avenidas más “populares”, sino con intersecciones cercanas por viabilidad física).
- *Crecimiento no monotónico* o muy lento; además, muchas adiciones son *rewires*/refuerzos locales, no solo nuevos nodos.
- **Por qué BA es inadecuado:** No captura la planaridad, los límites de capacidad, ni la prioridad por cercanía/optimización de rutas. El mecanismo de adjunción preferente genera *hubs* que no aparecen con la misma intensidad en redes con fuertes restricciones geográficas.

### 3. Efecto de $p$ en Watts–Strogatz (WS)

Sea  $p \in [0, 1]$  la probabilidad de recableado:

- $p = 0$  (**anillo regular**): *Alto* coeficiente de agrupamiento ( $C$ ) y *alta* longitud de camino promedio ( $L$ ).
- $0 < p \ll 1$  (**pequeño mundo**): Unos pocos atajos reducen **drásticamente**  $L$  (saltos de larga distancia) mientras  $C$  permanece **alto** (se conserva la vecindad local). Por eso valores como  $p \approx 0,01$  ya desploman  $L$  sin “romper” el agrupamiento.
- $p \rightarrow 1$  (**aleatoria tipo ER**):  $L$  *bajo*, pero  $C$  *bajo*; la estructura local se diluye.

**Intuición:** muy pocos enlaces largos actúan como “autopistas” globales que encogen distancias geodésicas, pero la mayoría de enlaces siguen siendo locales, preservando cliques y triadas.

### 4. Modelo que combine comunidades y *hubs*

Propuesta de regla generativa (conceptual):

1. **Bloques/comunidades:** Inicialice  $B$  comunidades con alta probabilidad de enlace intra-comunidad (*stochastic block* con  $p_{\text{intra}} \gg p_{\text{inter}}$ ).
2. **Llegada de nodos (mixta):** Cada nuevo nodo elige una comunidad (por afinidad/tema).
3. **Cierre triádico local:** Con probabilidad  $\alpha$ , el nodo crea enlaces dentro de su comunidad siguiendo *triadic closure* (amigos de mis amigos), lo que mantiene  $C$  alto y módulos densos.
4. **Adjunción preferente global:** Con probabilidad  $\beta$  (pequeña), el nodo añade enlaces *inter-comunidad* a nodos con alto grado global (influencers). Esto crea *hubs* y atajos entre comunidades.
5. **Sintonía:** Ajustando  $(\alpha, \beta, p_{\text{inter}})$  se logra: comunidades muy unidas (mundo pequeño) + distribución de grado con cola pesada (*hubs*).

Este *kernel mixto* (cierre triádico + adjunción preferente escasa pero sostenida) captura simultáneamente comunidades fuertes e influenciadores con muchísimos enlaces.