CINEMÁTICA

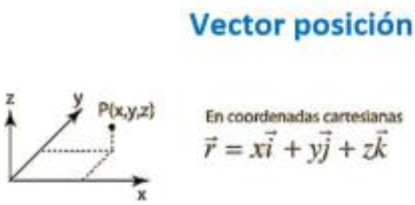
CINEMÁTICA.- Parte de la mecánica clásica que estudia el movimiento de los cuerpos sin atender las causas que originan dicho movimiento.

MOVIL.- Se entiende por móvil al objeto en movimiento del que se quiere estudiar su trayectoria.

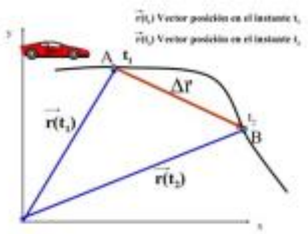
TRAYECTORIA.- Se llama trayectoria al conjunto de puntos que sigue un cuerpo en movimiento. La trayectoria puede ser recta o curva. Por ello, dividimos los movimientos en dos grandes grupos según sea su trayectoria: Rectilíneos y Curvilíneos.

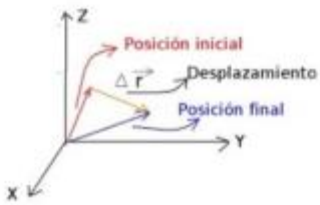
VECTOR POSICIÓN.- Vector trazado desde el origen de un sistema de coordenadas hasta la posición de las partículas.

DESPLAZAMIENTO.- Es una cantidad física de naturaleza vectorial, llamamos magnitud del vector desplazamiento a la distancia que existe entre la posición final e inicial de un movimiento. Un desplazamiento siempre se representa sobre una línea recta. Un desplazamiento siempre comienza en el punto inicial y termina en el punto final. Esto quiere decir que tiene un sentido que viene determinado por las posiciones de los puntos inicial y final. Matemáticamente el vector desplazamiento se determina por la diferencia de los vectores posición final menos inicial.

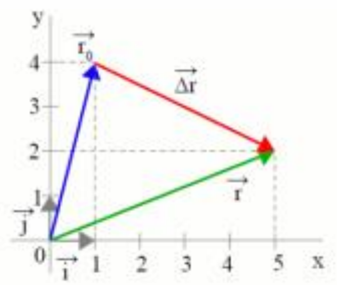


Trayectoria, desplazamiento y vectores posición





CÁLCULO DEL DESPLAZAMIENTO



$$\overrightarrow{\Delta r} = \vec{r} - \vec{r_0} = (5\cdot\vec{i} + 2\cdot\vec{j}) - (1\cdot\vec{i} + 4\cdot\vec{j}) =$$
$$= (5-1)\cdot\vec{i} + (2-4)\cdot\vec{j} = 4\cdot\vec{i} - 2\cdot\vec{j}$$

VELOCIDAD MEDIA.- La velocidad media se define como la razón del desplazamiento entre el intervalo de tiempo.

VELOCIDAD INSTANTÁNEA.- Es la velocidad que tiene un móvil en un instante de tiempo dado.

ACELERACIÓN MEDIA.- La aceleración media se define como la razón del cambio de velocidad entre el intervalo de tiempo en el cual ocurre éste cambio de velocidad.

ACELERACIÓN INSTANTÁNEA.- Es la aceleración que tiene un móvil en un instante de tipo dado.

VELOCIDAD MEDIA	VELOCIDAD INSTANTÁNEA
$\langle \vec{V} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}\left(\frac{m}{s}\right)\left(\frac{ft}{s}\right)$	$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
$\langle V_x \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t_f - t_0}$	$V_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$
$\langle V_y \rangle = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y - y_0}{t_f - t_0}$	$V_y = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{dy}{dt}$
$\langle V_z \rangle = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{z - z_0}{t_f - t_0}$	$V_z = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{dz}{dt}$

ACELERACIÓN MEDIA	ACELERACIÓN INSTANTÁNEA
$\langle a \rangle = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}\left(\frac{m}{s^2}\right)\left(\frac{ft}{s^2}\right)$	$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}$
$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta V_x}{\Delta t} = \frac{V_x - V_{x_0}}{t_f - t_0}$	$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V_x}{\Delta t} = \frac{dV_x}{dt}$
$\langle a_y \rangle = \frac{\Delta V_y}{\Delta t} = \frac{V_y - V_{y_0}}{t_f - t_0}$	$a_y = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V_y}{\Delta t} = \frac{dV_y}{dt}$
$\langle a_z \rangle = \frac{\Delta V_z}{\Delta t} = \frac{V_z - V_{z_0}}{t_f - t_0}$	$a_z = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V_z}{\Delta t} = \frac{dV_z}{dt}$

EJEMPLO:

Dada la siguiente Ley del movimiento $x(t) = 4t^3 + 2t - 2$, calcular:

a) La velocidad cuando t=2s
b) La aceleración cuan t=1s

Para calcular la velocidad en un instante de tiempo aplicaremos la regla de los 4 pasos:

PASO 1.- Se debe construir una nueva función con un pequeño incremento Δt

$$x(t+\Delta t) = 4(t+\Delta t)^3 + 2(t+\Delta t) - 2$$
$$x(t+\Delta t) = 4(t^3 + 3t^2\Delta t + 3t\Delta t^2 + \Delta t^3) + 2t + 2\Delta t - 2$$
$$x(t+\Delta t) = 4t^3 + 12t^2\Delta t + 12t\Delta t^2 + 4\Delta t^3 + 2t + 2\Delta t - 2$$

PASO 2.- Calcular la diferencia de posición Δx, esto es posición final (la función encontrada en el paso 1) menos posición inicial (la función original)

$$\Delta x = x(t+\Delta t) - x(t)$$
$$\Delta x = (4t^3 + 12t^2\Delta t + 12t\Delta t^2 + 4\Delta t^3 + 2t + 2\Delta t - 2) - (4t^3 + 2t - 2)$$
$$\Delta x = 12t^2\Delta t + 12t\Delta t^2 + 4\Delta t^3 + 2\Delta t$$

PASO 3.- Dividir el cambio de posición entre Δt

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{12t^2\Delta t + 12t\Delta t^2 + 4\Delta t^3 + 2\Delta t}{\Delta t}$$
$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = 12t^2 + 12t\Delta t + 4\Delta t^2 + 2$$

PASO 4.- Aplicar $\lim \Delta t \to 0$

$$\lim \Delta t \to 0 \frac{\Delta x}{\Delta t} = 12t^2 + 2$$

La parte izquierda de la igualdad corresponde a lo que hemos definido como la velocidad instantánea, de tal manera que la ecuación de la velocidad en función del tiempo nos queda de la siguiente manera:

$$V_x(t) = 12t^2 + 2$$

Sustituyendo para t=2s

$$V_x(2) = 12(2)^2 + 2 = 50 m/s$$

Para el inciso b, debemos calcular la aceleración en un instante de tiempo dado de tal manera que tomaremos la función encontrada anteriormente y le aplicaremos nuevamente método de los 4 pasos.

$$V_x(t) = 12t^2 + 2$$

PASO 1.- Se debe construir una nueva función con un pequeño incremento Δt

$$V_x(t+\Delta t) = 12(t+\Delta t)^2 + 2$$
$$V_x(t+\Delta t) = 12(t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2) + 2$$
$$V_x(t+\Delta t) = 12t^2 + 24t\Delta t + 12\Delta t^2 + 2$$

PASO 2.- Calcular la diferencia de velocidades ΔV_x, esto es velocidad final (la función encontrada en el paso 1) menos velocidad inicial (la función original)

$$\Delta V_x = V_x(t+\Delta t) - V_x(t)$$
$$\Delta V_x = (12t^2 + 24t\Delta t + 12\Delta t^2 + 2) - (12t^2 + 2)$$
$$\Delta V_x = 24t\Delta t + 12\Delta t^2$$

PASO 3.- Dividir el cambio de velocidad entre Δt

$$\frac{\Delta V_x}{\Delta t} = \frac{24t\Delta t + 12\Delta t^2}{\Delta t}$$
$$\frac{\Delta V_x}{\Delta t} = 24t + 12\Delta t$$

PASO 4.- Aplicar $\lim \Delta t \to 0$

$$\lim \Delta t \to 0 \frac{\Delta x}{\Delta t} = 24t$$

La parte izquierda de la igualdad corresponde a lo que hemos definido como la aceleración instantánea, de tal manera que la ecuación de la aceleración en función del tiempo nos queda de la siguiente manera:

$$a_x(t) = 24t$$

Sustituyendo para t=1s

$$a_x(1) = 24(1) = 24 m/s^2$$

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

Movimiento porque representa un cambio de posición, rectilíneo porque la trayectoria a estudiar es recta y uniforme porque la velocidad permanece constante.

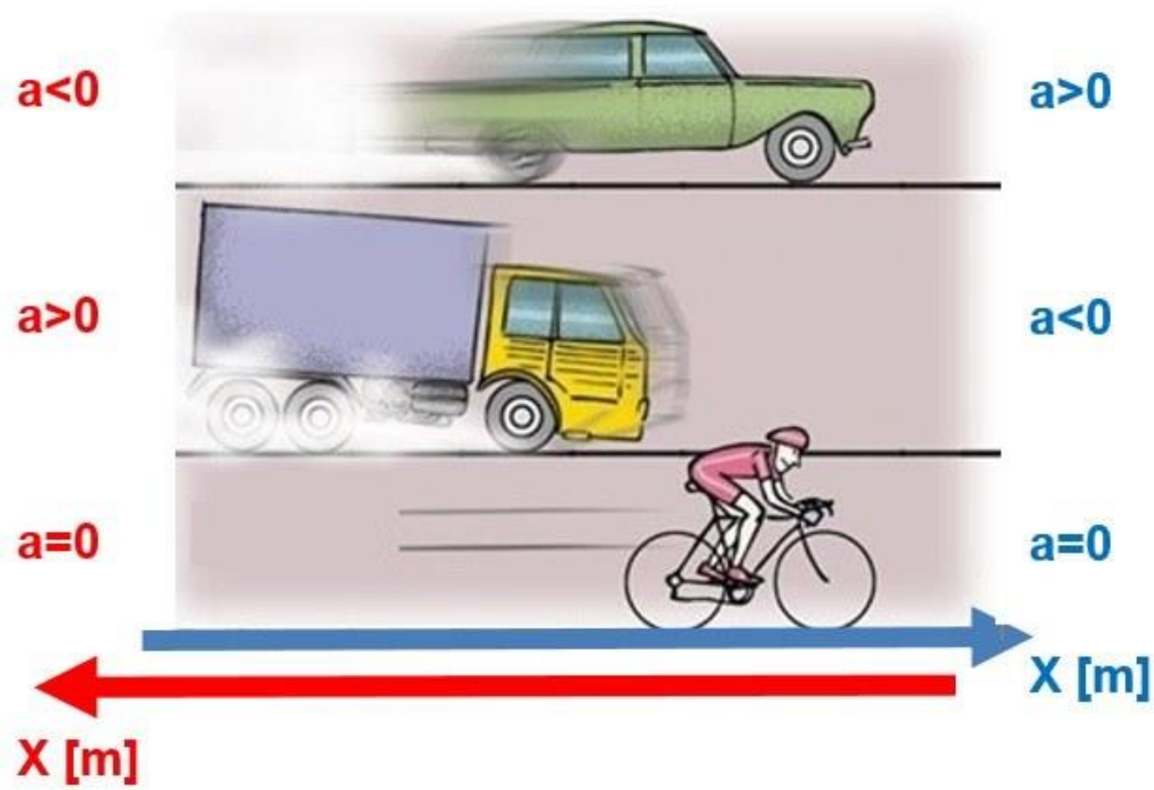
Bajo la condición de que la velocidad es constante podemos afirmar que para este movimiento la aceleración es igual a cero. Además debido a que la velocidad permanece constante la velocidad media y la velocidad instantánea son iguales.

El modelo matemático que podemos aplicar a problemas cuyos móviles presenten velocidad constante es el siguiente:

$$x = x_0 + v_x t$$

GRÁFICAS REPRESENTATIVAS DEL MOVIMIENTO

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)



La característica principal de este movimiento es que los móviles presentan una **aceleración constante**, de tal manera que aquí la aceleración media y la aceleración instantánea son iguales.

Los modelos matemáticos que rigen este movimiento son los siguientes:

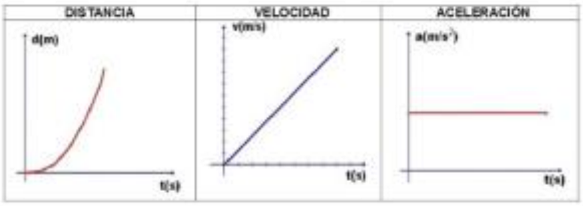
$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

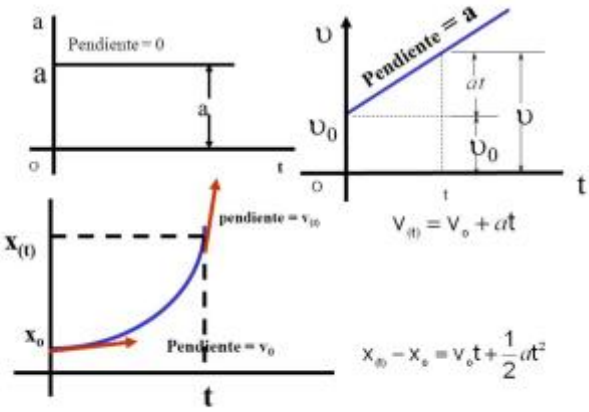
$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_x + v_{0x})t$$

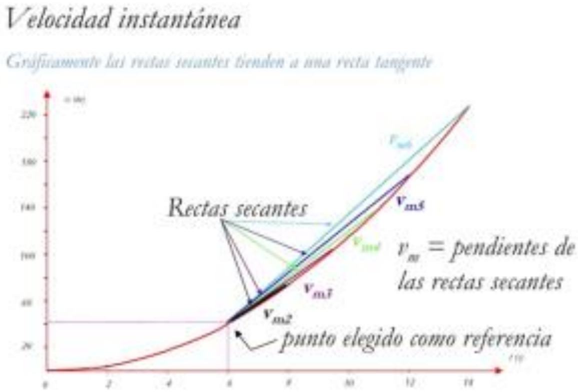
$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

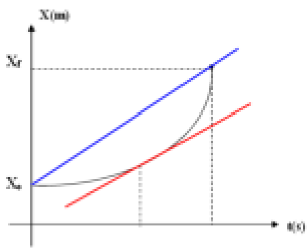
$$v_x^{\,2} = v_{0x}^{\,2} + 2a_x(x - x_0)$$

GRÁFICAS REPRESENTATIVAS DEL MRUV









La pendiente de la recta tangente en un punto, representa la velocidad instantánea. La pendiente de una recta secante representa la velocidad media.