



FACULTAD
DE **CIENCIAS**

**GRADO EN FÍSICA
TÉCNICAS EXPERIMENTALES AVANZADAS**

**Detección de Tránsitos con TESS y Caracterización:
De TOI-4010 al Análisis Poblacional**

Jorge Acebes Hernández

Profesores de la Asignatura

Dr. Gwendolyn Meeus y Dr. Miguel Ángel Sánchez Conde

Curso académico: 2025-26

Índice

1. Introducción	1
1.1. Contexto sobre la detección de exoplanetas	1
1.2. Objetivos del Estudio	1
2. Datos	2
2.1. TOI-4010: Características y Observación	2
2.1.1. Características	2
2.1.2. Observación	2
2.2. TESS	3
2.2.1. La misión TESS	3
2.2.2. MAST y TIC	4
2.3. NASA Exoplanet Archive	4
3. Metodología y Herramientas	4
3.1. Reducción y Análisis de Datos Propios	4
3.1.1. Reducción	5
3.1.2. Análisis	6
3.2. <i>Pipeline</i> de Detección y Caracterización para Datos de Archivo	6
3.2.1. Reducción y <i>Stitching</i> de Curvas de Luz	6
3.2.2. BLS	8
3.2.3. Derivación de Parámetros Físicos	9
4. Resultados	10
4.1. Análisis detallado de TOI-4010	10
4.1.1. Datos propios	10
4.1.2. Datos de archivo	10
4.2. Análisis Poblacional	12
5. Discusión	14

6. Conclusiones	15
Bibliografía	17
A. Cálculo de errores	19
A.1. Datos propios	19
A.2. Datos de Archivo	20
A.3. General	20

Resumen

Este trabajo presenta un marco integral para el estudio de sistemas exoplanetarios combinando detección fotométrica mediante la misión TESS y la caracterización física con datos de archivo. En la fase experimental, se realizó la observación directa de la estrella TOI-4010 determinando su magnitud aparente en la banda V , $m_V = 12.1 \pm 0.5$ mag. Paralelamente, se desarrolló un *pipeline* computacional basado en la librería `Lightkurve` para el procesamiento de curvas de luz de TESS, empleando técnicas como PLD, *stitching* multisector y BLS. Este protocolo permitió derivar los parámetros a, R_p del sistema TOI-4010 con alta consistencia con respecto a la literatura, con desviaciones menores de 1σ en todos los casos. Destaca la determinación del radio de TOI-4010 c, con un error relativo del 1.2% y alcanzando una puntuación $z = 0.17$. La metodología se extendió a una muestra de 339 sistemas monoplanetarios que, junto a la integración de datos del *NASA Exoplanet Archive*, posibilitó un análisis composicional de la población, diferenciando entre planetas rocosos, altos en volátiles y gaseosos; e identificar un candidato en la Zona Habitable: TOI-715 b. Los resultados demuestran la eficacia de combinar fotometría terrestre y espacial con catálogos estelares para una caracterización exoplanetaria robusta, la discriminación de poblaciones planetarias y la localización de mundos potencialmente habitables.

1. Introducción

1.1. Contexto sobre la detección de exoplanetas

Desde tiempos ancestrales, la existencia de mundos habitables y posible existencia de vida en ellos ha sido una de las grandes incógnitas del ser humano. Para abordar esta cuestión fundamental, distintas técnicas de detección planetaria han sido desarrolladas por la comunidad científica. Entre ellas, se encuentran el método de velocidad radial (31), basado en el desplazamiento Doppler del espectro estelar; o el método de microlente (22), que emplea el efecto de lente gravitacional causado por el sistema binario estrella-planeta. No obstante, la técnica predominante en los últimos años (6) es el método de fotometría de tránsito (4), en el que se cuantifica la atenuación periódica de flujo estelar por el paso de un exoplaneta. A través de este último método se obtienen razones entre propiedades del planeta y la estrella, haciendo imperativo conocer las características intrínsecas de la estrella anfitriona para determinar la naturaleza del objeto en tránsito.

1.2. Objetivos del Estudio

El presente trabajo se articula sobre una secuencia de hitos metodológicos. Inicialmente, se detallan las propiedades del sistema TOI-4010 y se trata la observación directa e independiente de su estrella. Seguidamente, se describe el proceso de reducción de datos necesario para el cálculo de su magnitud aparente en la banda V . A continuación, se presenta el *pipeline* diseñado para la detección de exoplanetas mediante curvas de luz de TESS. Se profundiza en el funcionamiento de las herramientas de *Pixel Level Decorrelation* (PLD), *stitching* y el algoritmo *Box Least Squares* (BLS), que permiten derivar los parámetros físicos R_p y a . Una vez validada la metodología con los datos de TESS para los planetas de corto periodo de TOI-4010, se aplica a un conjunto más amplio de exoplanetas y se combina con datos del *NASA Exoplanet Archive*, permitiendo distinguir las composiciones planetarias y evaluar su posible habitabilidad.

2. Datos

2.1. TOI-4010: Características y Observación

2.1.1. Características

La estrella TOI-4010 (TIC 352682207) es una enana tipo K con una temperatura efectiva $T_{\text{eff}} = 4888 \pm 138 \text{ K}$. Según los datos proporcionados por TIC en MAST (15), posee una masa estimada $M_{\star} = 0.799 \pm 0.097 M_{\odot}$ y un radio $R_{\star} = 0.88 \pm 0.06 R_{\odot}$. El observable en estudio es su magnitud aparente en la banda V , $m_V = 12.41 \pm 0.05 \text{ mag}$ (33).

El sistema planetario TOI-4010 cuenta con cuatro exoplanetas conocidos. En particular, tres son de corto periodo: TOI-4010 b ($T = 1.3$ días, $M_p = 11.00^{+1.29}_{-1.27} M_{\oplus}$, $R_p = 3.02^{+0.08}_{-0.08} R_{\oplus}$), TOI-4010 c ($T = 5.4$ días, $M_p = 20.31^{+2.13}_{-2.11} M_{\oplus}$, $R_p = 5.93^{+0.11}_{-0.12} R_{\oplus}$) y TOI-4010 d ($T = 14.7$ días, $M_p = 38.15^{+3.27}_{-3.22} M_{\oplus}$, $R_p = 6.18^{+0.14}_{-0.15} R_{\oplus}$); siendo TOI-4010 b subneptuniano y los otros dos subsaturnianos. El cuarto exoplaneta es TOI-4010 e, un superjoviano de largo periodo ($T = 762^{+90}_{-90}$ días, $M_p = 692^{+66}_{-63} M_{\oplus}$, radio desconocido) (20).

2.1.2. Observación

La observación independiente de TOI-4010 se produjo en el contexto de una sesión práctica de la asignatura Técnicas Experimentales Avanzadas desde el observatorio astronómico de la Universidad Autónoma de Madrid. La elección de esta estrella fue fruto de la previsión del tránsito del exoplaneta TOI-4010 d durante el desarrollo de la sesión, 6 de noviembre de 2025, con un inicio estimado del tránsito a las 20:40 UTC+1.0 (16). A pesar de ello, la detección fotométrica fue subóptima debido a diversos factores limitantes: condiciones meteorológicas ligeramente adversas y una baja elevación del objeto sobre el horizonte, aumentando el *seeing*, optándose por medir la magnitud V de la estrella exclusivamente.

Al acabar la sesión, se tomaron las imágenes de calibración necesarias para la corrección de los datos brutos y así poder aislar la señal científica del ruido instrumental. Estas imágenes son las siguientes:

- **Bias:** imagen con mínimo tiempo de exposición posible y en completa oscuridad. Su función es registrar la corriente mínima que se añade en el Conversor Analógico-Digital (ADC) para evitar un conteo negativo, así como capturar el ruido de lectura del conversor. Al ser efectos inherentes a la electrónica del dispositivo, estos afectan a todas las imágenes tomadas.

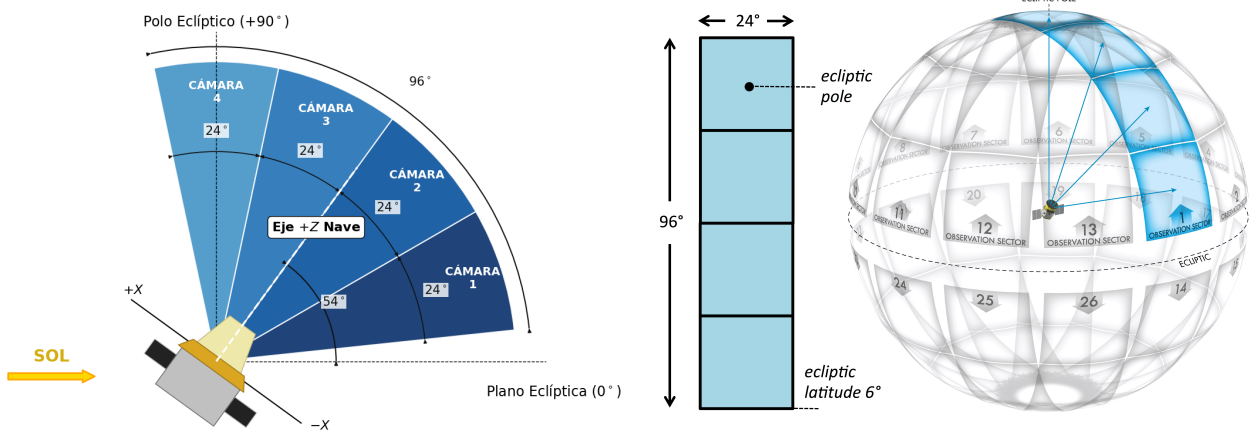
- **Dark:** imagen tomada en completa oscuridad con la misma temperatura y tiempo de exposición que las imágenes de ciencia. En este caso, se desea caracterizar el efecto de la excitación térmica, a saber, el paso de electrones de la banda de valencia a la banda de conducción debido a su energía térmica, lo que provoca una detección de cuentas ficticia.

- **Flat:** imagen de una fuente de iluminación uniforme. Su propósito es modelizar la respuesta no homogénea del detector, causado por variaciones en la eficiencia de los píxeles, efecto de “viñeteo” y suciedad en el sistema óptico.

2.2. TESS

2.2.1. La misión TESS

La misión *Transiting Exoplanet Survey Satellite* (TESS) de la NASA realiza un reconocimiento astronómico (*survey*) en el espectro óptico-rojo de prácticamente la totalidad de la esfera celeste, con el fin principal de encontrar planetas transitando estrellas cercanas de alta magnitud aparente. Para ello, cuenta con cuatro cámaras de gran campo de visión que cubren individualmente un área de $24^\circ \times 24^\circ$, como se puede observar en la Figura 1a. Mediante su disposición vertical, es posible monitorear una franja del cielo de $24^\circ \times 96^\circ$, denominada sector, esquematizado en la Figura 1b. Cada sector es observado de manera continua durante aproximadamente 27 días, con una cadencia de 2 segundos (24; 23; 26; 32; 34).



(a) Diagrama del campo de visión de TESS. Se indican los ejes de referencia de la nave, las coordenadas eclípticas y los ángulos cubiertos por las cámaras. Imagen propia.

(b) Esquema de los sectores numerados en los que TESS divide el cielo para su observación. Se incluye la franja correspondiente a un sector y sus dimensiones. Fuente: (24).

Figura 1: Campo de visión de TESS y división del cielo en sectores.

Estos datos de alta cadencia son integrados a bordo antes de ser enviados a Tierra, para reducir así el volumen de información. Mediante este procedimiento se obtienen los siguientes productos, que se encuentran representados en Figura 2:

- **Full-Frame Image (FFI):** Técnicamente, es el archivo en formato FITS que contiene toda la matriz de píxeles leída simultáneamente por uno de los cuatro sensores CCD de una sola cámara, pese a también ser empleado para referirse a la imagen combinada de los cuatro sensores. Su cadencia varía entre 30 minutos, 10 minutos o 200 segundos, en función del ciclo de la misión.

- **Target Pixel File (TPF):** Se trata del archivo en formato FITS de la submatriz de píxeles centrada en el objeto de interés. De nuevo, en función del ciclo de la misión pueden tener una cadencia de 2 minutos o 20 segundos.

- **Light Curve File (LCF):** Son archivos FITS que contienen la información del flujo en función del tiempo. Dicho flujo es obtenido a partir de las imágenes TPFs mediante fotometría de apertura simple (SAP). Posteriormente, estas serán procesadas por distintos algoritmos como el de SPOC (*Science Processing Operations Center*), que se encargarán de eliminar ruido instrumental y variaciones propias de la estrella, entre otros (24; 23).

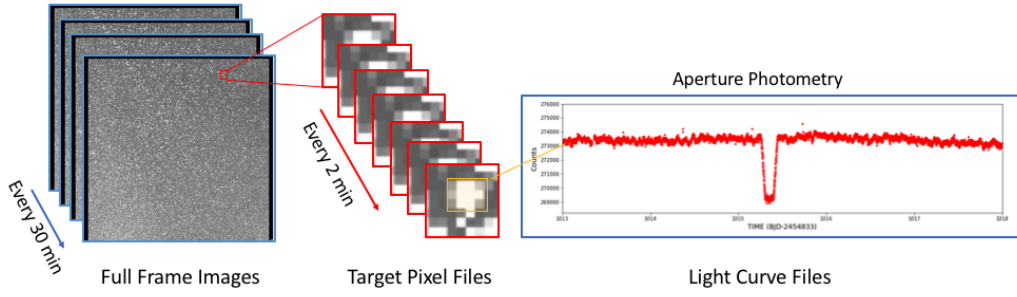


Figura 2: Representación visual de los datos proporcionados por TESS: Full Frame Images, Target Pixel Files, Light Curve Files. Fuente: (24).

2.2.2. MAST y TIC

Los datos recabados por la misión TESS son almacenados y distribuidos públicamente a través del *Mikulski Archive for Space Telescopes* (MAST) (15). En este estudio fueron accedidos y analizados mediante la librería *Lightcurve* (21); en concreto, fueron seleccionados LCFs ya procesados por el *pipeline* de SPOC, así como TPFs.

Por otra parte, la misión TESS se sustenta en el *TESS Input Catalog* (TIC) (30), basado en el catálogo de GAIA DR2 y ampliado con datos de otros catálogos a posteriori. Se trata de un catálogo de fuentes celestes luminosas en el óptico desarrollado con diversos fines: seleccionar estrellas óptimas para la generación de TPFs, proveer información estelar para la determinación de las propiedades físicas de los exoplanetas a partir de su curva de luz, y de manera más general, ser una fuente de datos astronómicos para todos aquellos cuerpos que pueden ser observados por TESS. El catálogo TIC se encuentra alojado en el archivo MAST, al que se accedió para este proyecto mediante `astroquery.mast.Catalog` (12).

2.3. NASA Exoplanet Archive

El *NASA Exoplanet Archive* (NEA) recopila datos de exoplanetas y sus estrellas anfitrionas (6). En este trabajo, se empleó para escoger todos los sistemas monoplanetarios de estrella única pertenecientes al catálogo TOI. Sobre estos se ejecuta el *pipeline* desarrollado y se realiza su análisis poblacional. Esta restricción muestral busca minimizar las perturbaciones causadas por otros planetas o estrellas y facilita una validación más robusta de los parámetros obtenidos.

3. Metodología y Herramientas

3.1. Reducción y Análisis de Datos Propios

El flujo de trabajo computacional para la limpieza de datos y la subsecuente ciencia fue basado en el código `data_reduction_photometry.ipynb` facilitado por los profesores de la asignatura. En este apartado se explicará de forma resumida su funcionamiento, aunque se puede acceder al código utilizado, `data_red_jorge.ipynb`, en [GitHub](#).

3.1.1. Reducción

El proceso de depuración construye de manera secuencial las *Master Images*: *Master Bias* (MB), *Master Dark* (MD) y *Master Flat* (MF), producto de tomar la mediana sobre los conjuntos, tal y como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$MB = \text{med}(\{B_i\}_i), \quad (1)$$

$$MD_{\text{norm}} = \text{med} \left(\left\{ \frac{D_i - MB}{t_{\text{dark}}} \right\}_i \right), \quad (2)$$

$$MF = \text{med} \left(\left\{ \frac{F_i - MB - MD_{\text{norm}} t_{\text{flat}}}{\text{med}(F_i - MB - MD_{\text{norm}} t_{\text{flat}})} \right\}_i \right), \quad (3)$$

donde t representa el tiempo de exposición de la imagen y *norm* la normalización por dicho tiempo. Una vez obtenidas las *Master Images*, cada imagen de ciencia, S_i , se calibra mediante:

$$S_{\text{calib},i} = \frac{S_{\text{raw},i} - MB - MD_{\text{norm}} t_{\text{science}}}{MF t_{\text{science}}}, \quad (4)$$

siendo *raw* y *calib* los indicadores de la imagen cruda y calibrada, respectivamente.

Por último, para aumentar la relación señal-ruido (SNR) de la imagen, se lleva a cabo el apilado y alineado de imágenes (*stacking*) empleando la función **DA0StarFinder** para ubicar las estrellas y la función **ransac** para realizar una transformación afín sobre el conjunto de $S_{\text{calib},i}$. Tomando la mediana de todas las imágenes, se logra obtener S_{stacked} , la imagen de ciencia alineada y apilada. En la Figura 3 se encuentra un diagrama de este flujo.

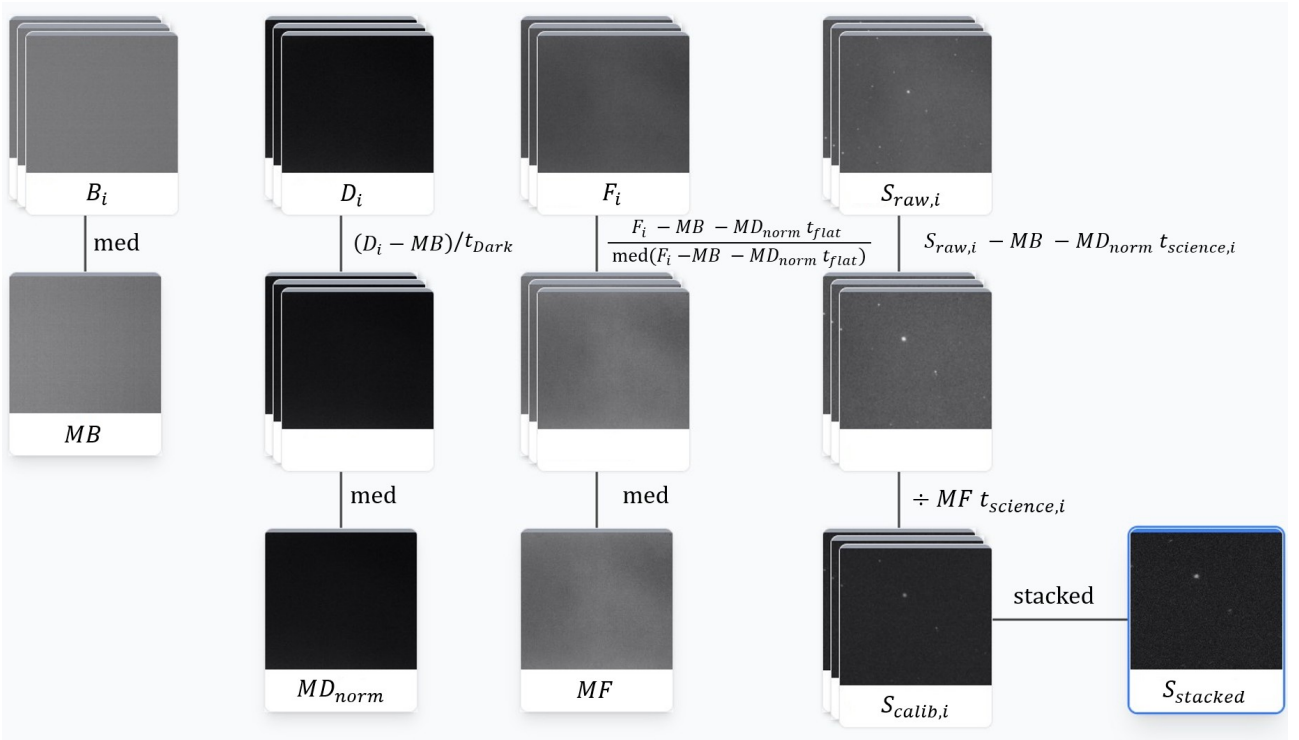


Figura 3: Diagrama de flujo de limpieza de datos. Las operaciones entre nodos siguen las ecuaciones 1–4. Los iconos apilados representan conjuntos de datos; los simples, imágenes individuales. Todas las imágenes corresponden a las obtenidas durante la observación; accesibles con mayor calidad en [GitHub](#).

3.1.2. Análisis

La finalidad de este análisis es la medición de la magnitud aparente de TOI-4010, para lo que es necesario convertir la señal recibida por el sensor a unidades físicas, esto es, realizar la calibración en flujo.

El primer paso consiste en calcular los flujos instrumentales de varias estrellas de referencia y de TOI-4010, mediante la librería `photutils`. Con dimensiones comunes a todos los cuerpos, se define una apertura circular alrededor del centroide de su función de dispersión de punto (PSF), así como una corona exterior para estimar la contribución del fondo. Integrando las cuentas correspondientes a la apertura se obtiene su flujo, F_{apertura} , mientras que el flujo del fondo que contribuye a la apertura surge de la relación $F_{\text{fondo}} = f_{\text{corona}} \cdot A_{\text{apertura}}$, siendo f_{corona} la densidad de flujo promedio en la corona y A_{apertura} el área de la apertura.

A continuación, se calcula la magnitud instrumental de cada fuente elegida, m_{inst} , haciendo uso de los flujos anteriores:

$$m_{\text{inst}} = -2.5 \log_{10}(F_{\text{apertura}} - F_{\text{fondo}}). \quad (5)$$

Recurriendo a las propiedades de los logaritmos, es sencillo probar que la magnitud aparente, m , se relaciona con la magnitud instrumental mediante una constante, C :

$$m = m_{\text{inst}} + C. \quad (6)$$

Para hallar esa constante C se emplea fotometría relativa, comparando las magnitudes instrumentales de las estrellas de referencia con las magnitudes obtenidas de GAIA DR3 (9; 10) (transformadas al sistema Johnson) y tomando el promedio. En última instancia, recurriendo a la Ecuación (6), se consigue determinar la magnitud aparente; para este trabajo, la magnitud en V de TOI-4010.

3.2. Pipeline de Detección y Caracterización para Datos de Archivo

El flujo de procesamiento implementado para el análisis de los datos de TESS se basa en tres etapas fundamentales: acondicionamiento de datos, búsqueda de periodicidades y obtención de parámetros físicos. Se puede encontrar el código desarrollado para tal fin en [GitHub](#).

3.2.1. Reducción y *Stitching* de Curvas de Luz

Como se explicó en la Sección 2.2.2, los datos fueron extraídos del archivo MAST mediante la librería `Lightcurve` (21), priorizando *Light Curve Files* procesados por SPOC y *Target Pixel Files*. Para obtener la curva de luz de estos últimos se emplea una máscara de apertura definida por un umbral de 10σ . Posteriormente, se emplea una simplificación de la técnica *Pixel Level Decorrelation* (PLD) (7) para eliminar el ruido sistemático causado por las fluctuaciones del telescopio. En concreto, el método implementado consiste en lo siguiente:

Se comienza modelando el ruido sistemático m_i en cada instante de tiempo t_i a través de una serie

de potencias según:

$$m_i = \sum_j a_j \frac{f_{ij}}{\sum_l^{N_p} f_{il}} + \sum_j \sum_k b_{jk} \frac{f_{ij} f_{ik}}{(\sum_l^{N_p} f_{il})^2} + \dots \quad (7)$$

tal que f_{ij} es el flujo en el píxel j -ésimo en el instante t_i , N_p representa el número de píxeles de la máscara de apertura y los coeficientes $\{a_j, b_{jk}, \dots\}$ ponderan la contribución de cada término. Para optimizar el modelo, se realiza un Análisis de Componentes Principales (PCA) (14) para sintetizar el ruido en un subconjunto de vectores ortogonales. De esta manera:

$$m_i = \sum_j^K \omega_j P_{ij} + \epsilon_i, \quad (8)$$

donde P_{ij} es la componente principal j -ésima en el tiempo t_i , ω_j el peso asociado a P_{ij} , K el número total de componentes principales (para este estudio, $K = 5$) y ϵ_i el residuo en t_i . A continuación, se define el estadístico χ^2 como:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{\left(y_i - \sum_j^K \omega_j P_{ij}\right)^2}{\sigma^2}, \quad (9)$$

con y_i el flujo integrado observado en el instante t_i y σ_i su incertidumbre asociada. Finalmente, los pesos óptimos se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones que minimizan el estadístico:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \omega_j} = 0 \quad \forall j \in \{1, \dots, K\}. \quad (10)$$

Con esto se obtiene la curva de luz, puesto que el flujo observado y corregido en cada instante t_i , $F_{\text{obs},i}$ y $F_{\text{cor},i}$, están vinculados mediante:

$$F_{\text{cor},i} = F_{\text{obs},i} - \sum_j^K \omega_j P_{ij}. \quad (11)$$

Una vez se obtienen las curvas de luz para una determinada estrella y tras normalizar por la mediana, se procede a realizar el *stitching*. Este proceso consiste en la unión del conjunto de curvas de luz individuales en una sola curva de luz, con el objetivo principal de aumentar la detectabilidad de señales de baja amplitud, pues la relación señal-ruido efectiva (19) es:

$$\alpha = \frac{\delta}{\sigma} \sqrt{nq}, \quad (12)$$

donde δ es la profundidad del tránsito en flujo; n es el número total de puntos de datos; q es la relación entre la duración del tránsito y el periodo orbital; y σ la incertidumbre asociada a los puntos, la cual se asume igual para todos ellos. Por tanto, mediante el *stitching*, se aumenta n y, consecuentemente, la relación señal-ruido efectiva. Asimismo, el *stitching* es imperativo para la detección de exoplanetas con periodo superior a la duración de observación de un sector (~ 27 días), aunque en este trabajo se limita el periodo máximo de búsqueda a 20 días, escogido para poder detectar un amplio rango de periodos a la vez que se asegura que en cada observación continua de TESS se produzca, al menos, un tránsito.

El último proceso de reducción consiste en un *detrending* (aplanamiento), en el que se aíslan las

señales de tránsito de la variabilidad estelar de baja frecuencia mediante un filtro de Savitzky–Golay (27). Esta técnica de procesamiento logra suavizar los datos a la par que preserva la anchura y profundidad del tránsito. A tal efecto, se define una ventana móvil de $N = 2M + 1$ puntos que se desplaza a lo largo de la curva de luz. La función en el intervalo N se aproxima a un polinomio de grado k :

$$p(\tau) = \sum_{j=0}^k a_j \tau^j, \quad \tau \in \{-M, \dots, M\}, \quad (13)$$

y se determinan los coeficientes $\{a_j\}_j$ mediante el método de mínimos cuadrados. El nuevo valor del flujo será $p(0) = a_0$. Computacionalmente, este proceso se implementa como una convolución discreta. En el caso particular de este trabajo, se seleccionó $M = 1000$ y $k = 2$, asegurando una extensión temporal de la ventana significativamente mayor que la duración típica de un tránsito para minimizar la atenuación del perfil del tránsito.

3.2.2. BLS

El algoritmo *Box Least Squares* (BLS) (19) es el método de optimización escogido para la obtención del periodo orbital, diseñado para la detección de señales periódicas con forma de “caja”. En particular, asume dos estados discretos: durante el tránsito (*in*) y fuera del tránsito (*out*). Continuando con la notación empleada en la Ecuación (12), la profundidad se define como δ , mientras que $q = \tau/T \sim 0.01 - 0.05$, siendo τ la duración del tránsito y T el periodo de la señal. Además, se define el tiempo de referencia t_0 , que marca el instante central del primer tránsito. Con base en lo expuesto, el espacio de parámetros se construye sobre la red $(T, \tau, t_0) \in \mathbb{R}^3$. Para este estudio, se tienen 10^5 posibles periodos equiespaciados entre $T_{\min} = 0.5$ días y $T_{\max} = 20$ días.

Por otra parte, los puntos de datos están caracterizados por su tiempo t_i y flujos F_i , $i \in \{1, \dots, n\}$; y su tiempo relativo se calcula como $t'_i = t_i - \min(t)$. Para cada periodo de prueba T del espacio de parámetros, se pliega en fase la curva de luz: $\phi_i = \text{wrap}(t'_i, T)$, transformación equivalente a tomar los tiempos relativos t_i módulo T , logrando que $0 \leq \phi_i < T \ \forall i$. En búsqueda de una mayor eficiencia, se emplea el método `bls_fast` de `astropy` (1; 2; 3), que discretiza el periodo en intervalos (*bins*) de ancho $\Delta b = \tau_{\min}/10$, de tal modo que las observaciones con fases ϕ_i similares quedan agrupadas. Así, para el intervalo j , el valor de la suma de flujos pesados y la suma de pesos son:

$$\mathcal{S}_j = \sum_{i \in \text{bin}_j} \omega_i \tilde{F}_i, \quad \mathcal{W}_j = \sum_{i \in \text{bin}_j} \omega_i, \quad (14)$$

siendo el peso $\omega_i = \sigma_i^{-2}$, y \tilde{F}_i el flujo respecto a la mediana, $\tilde{F}_i = F_i - \text{med}(\{F_i\}_i)$. El núcleo de la eficiencia de `bls_fast` reside en transformar estas magnitudes en sumas acumulativas:

$$\mathcal{S}'_j = \sum_{m=1}^j \mathcal{S}_m, \quad \mathcal{W}'_j = \sum_{m=1}^j \mathcal{W}_m. \quad (15)$$

Adicionalmente, esta técnica discretiza el subespacio de parámetros continuo $(\tau, t_0) \in \mathbb{R}_+^2$ mediante un mapeo al subespacio $(D, \kappa) \in \mathbb{Z}_+^2$, con D las duraciones en número de *bins* y $\kappa \in \{0, 1, \dots, N_{\text{bins}} - D\}$ los índices de inicios de tránsito.

De esta manera, los estimadores de máxima verosimilitud (*maximum likelihood*) dentro y fuera del tránsito se calculan en tiempo constante $\mathcal{O}(1)$ según:

$$\mu_{\text{in}} = \frac{\mathcal{S}'_{\kappa+D} - \mathcal{S}'_{\kappa}}{\mathcal{W}_{\text{in}}}, \quad \mu_{\text{out}} = \frac{\mathcal{S}_{\text{tot}} - (\mathcal{S}'_{\kappa+D} - \mathcal{S}'_{\kappa})}{\mathcal{W}_{\text{tot}} - \mathcal{W}_{\text{in}}}, \quad (16)$$

donde $\mathcal{W}_{\text{in}} = \mathcal{W}'_{\kappa+D} - \mathcal{W}'_{\kappa}$. La bondad del ajuste para la tupla $\{D, \kappa\}$ se evalúa mediante la log-verosimilitud, $\log \mathcal{L}$, que bajo la hipótesis de ruido gaussiano, se simplifica a:

$$\log \mathcal{L} \propto \frac{1}{2} \mathcal{W}_{\text{in}} (\mu_{\text{out}} - \mu_{\text{in}})^2, \quad (17)$$

considerando la condición de tránsito, $\mu_{\text{out}} \geq \mu_{\text{in}}$. Maximizando $\log \mathcal{L}$ para cada periodo se construye el espectro de potencia o periodograma $P(T) = \max_{D, \kappa} (\log \mathcal{L})$, y la solución óptima se obtiene para el valor T^* que maximiza globalmente este estadístico. A partir de la terna de parámetros óptimos $\{T^*, D^*, \kappa^*\}$ se obtienen los parámetros físicos relevantes del tránsito:

$$\tau = D^* \Delta b, \quad t_0 = \left[\left(\kappa^* + \frac{D^*}{2} \right) \Delta b + \min(t) \right] \quad \text{mód } T^*, \quad \delta = \mu_{\text{out}}^* - \mu_{\text{in}}^*. \quad (18)$$

Es necesario puntualizar que, debido a la morfología de la propia señal, se genera un espectro de potencia con picos espurios en los múltiplos y submúltiplos del periodo real (*aliasing* armónico). La causa difiere en cada caso: para los múltiplos ηT , se obtienen $\eta \in \mathbb{N}_+$ caídas de flujo distintas en la fase plegada, de las cuales solo una es ajustada por el algoritmo en una detección de menor intensidad; mientras que para los submúltiplos T/η ($\eta \in \mathbb{N}_+$), los ciclos del tránsito se apilan con $\eta - 1$ *no*-tránsitos en la fase plegada, diluyendo la profundidad media detectada (19; 13).

3.2.3. Derivación de Parámetros Físicos

Para determinar el radio del planeta en tránsito, R_p , se considera una estrella con brillo superficial uniforme, tal que el flujo total observado fuera del tránsito es proporcional al área del disco estelar, $F_{\text{out}} \propto A_{\star} = \pi R_{\star}^2$, y que durante el tránsito el planeta bloquea un área equivalente a la de su propio disco, $A_p = \pi R_p^2$, resultando en un flujo $F_{\text{in}} \propto A_{\star} - A_p$. Con estas asunciones, y aplicando la definición de δ , se obtiene la relación del radio con la profundidad de la siguiente manera:

$$\delta = \frac{F_{\text{out}} - F_{\text{in}}}{F_{\text{out}}} = \frac{\pi R_{\star}^2 - (\pi R_{\star}^2 - \pi R_p^2)}{\pi R_{\star}^2} = \left(\frac{R_p}{R_{\star}} \right)^2 \Rightarrow R_p = R_{\star} \sqrt{\delta}. \quad (19)$$

Por su parte, el semieje mayor, a , se calcula empleando la forma general de la tercera ley de Kepler:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_{\star}} a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{GM_{\star} T^2}{4\pi^2}}. \quad (20)$$

4. Resultados

4.1. Análisis detallado de TOI-4010

4.1.1. Datos propios

Tras aplicar la calibración y análisis fotométrico de la observación, se obtuvo la magnitud aparente en la banda V para TOI-4010. Este valor se expone en la Tabla 1 junto con la magnitud según Zacharias et al. (35), accedido vía SIMBAD (33):

Tabla 1: Comparación de magnitudes aparentes en la banda V para TOI-4010.

Parámetro	Experimental	Literatura (35)
m_V (mag)	12.1 ± 0.5	12.41 ± 0.05

4.1.2. Datos de archivo

En esta sección se presentan los resultados del análisis de las curvas de luz provenientes de TPFs y LCFs para el objetivo TOI-4010. Pese a haberse detectado señales de tránsito periódicas correspondientes a tres planetas, se ilustra el proceso de validación utilizando TOI-4010 c, dado que presenta la mayor potencia en el periodograma y mayor SNR. El resto de gráficos están accesibles en [GitHub](#).

En la Figura 4 se presentan las series temporales completas de las curvas de luz tras el procesado y el *stitching*. La periodicidad de la señal se evidencia en la Figura 5, donde el espectro de potencia para el algoritmo BLS muestra un pico coincidentes. Por su parte, la Figura 6 detalla la morfología del tránsito en la curva faseada para el periodo de máxima potencia, $T = 5.41$ días.

Los parámetros físicos determinados para los tres planetas detectados (TOI-4010 b, c y d) se recogen en la Tabla 2, comparados con los valores de Kunimoto et al. (20).

Cabe destacar que se obvian los armónicos en el espectro de frecuencias de TOI-4010 c para poder hallar la señal de TOI-4010 b y TOI-4010 d. Por otra parte, no se incluyen en la Tabla 2 los parámetros de TOI-4010 e ya que este tiene un periodo estimado de 762 días, imposibilitando su detección con las observaciones disponibles: 5 LCFs y 10 TPFs.

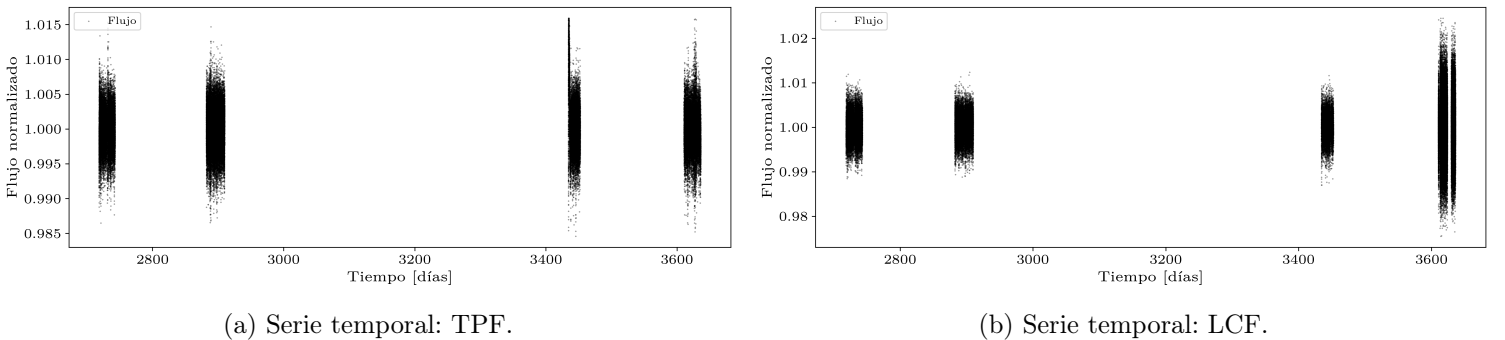
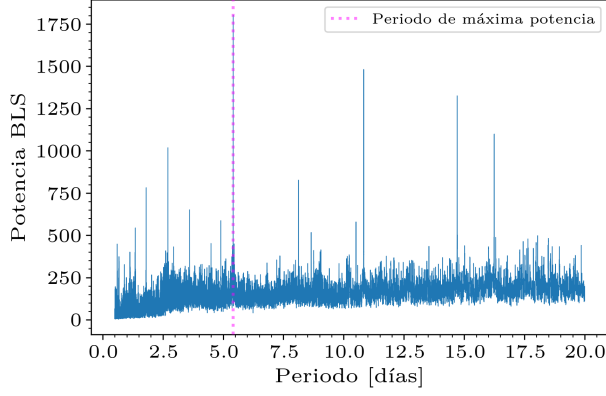
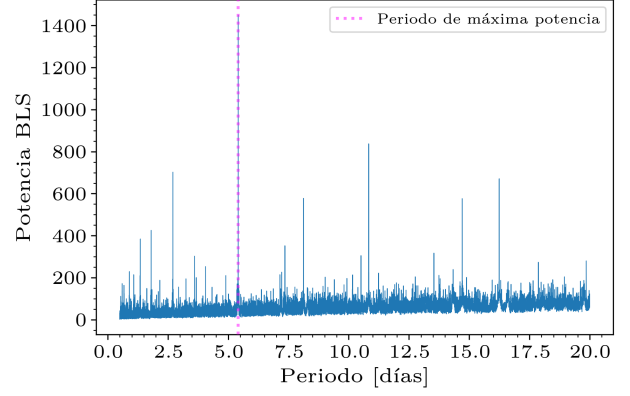


Figura 4: Series temporales de flujo normalizado para el sistema TOI-4010 observadas por TESS. Los huecos en la serie corresponden a intervalos de tiempo en los que TOI-4010 no estaba en el campo de visión de TESS.

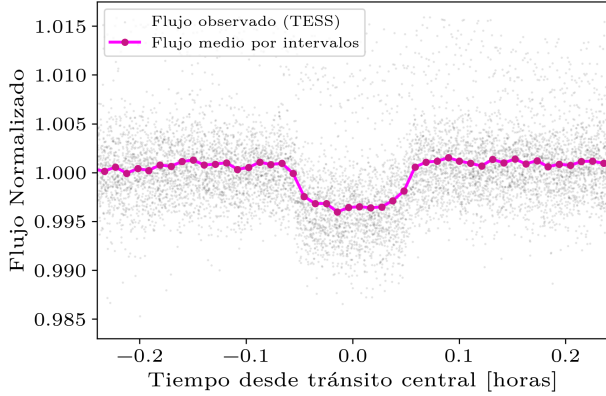


(a) Periodograma: TPF.

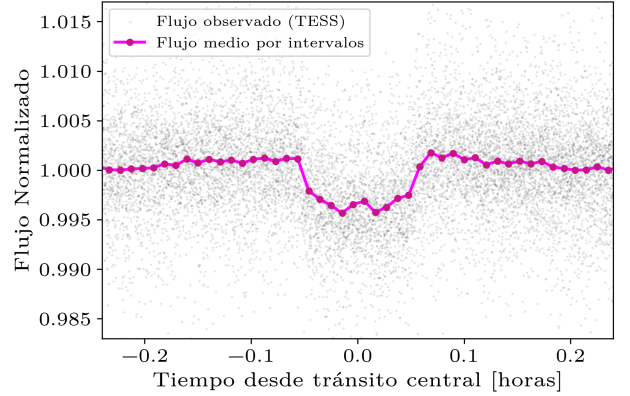


(b) Periodograma: LCF.

Figura 5: Periodogramas obtenidos mediante el algoritmo Box-Least Squares (BLS) para TOI-4010. La línea vertical punteada marca el periodo de máxima potencia detectado en $T = 5.41$ días, correspondiente a TOI-4010 c. La estructura de picos secundarios se debe a la señal de los otros planetas y al *aliasing* armónico.



(a) Tránsito faseado: TPF.



(b) Tránsito faseado: LCF

Figura 6: Curvas de luz faseadas para el planeta TOI-4010 c utilizando el periodo de máxima potencia detectado, $T = 5.41$ días. Los puntos grises muestran la fotometría de alta cadencia de TESS, mientras que los puntos magenta representan el flujo promediado en intervalos de 15 minutos con el fin de visualizar claramente la morfología del tránsito. En ambos métodos se aprecia una clara caída de flujo típica de una ocultación planetaria, con una mayor dispersión en la correspondiente a LCF.

Tabla 2: Parámetros físicos de los tres planetas de corto periodo del sistema TOI-4010, obtenidos a partir de TPFs y LCFs, y comparados con los valores tabulados en NEA (6), basados en Kunimoto et al. (20) y denotados por Kun23.

Parámetro	Origen	TOI-4010 b	TOI-4010 c	TOI-4010 d
R_p (R_\oplus)	TPF	3.15 ± 0.21	5.7 ± 0.4	5.8 ± 0.4
	LCF	3.24 ± 0.22	6.0 ± 0.4	6.0 ± 0.4
	Kun23	$3.02^{+0.08}_{-0.08}$	$5.93^{+0.11}_{-0.12}$	$6.18^{+0.14}_{-0.15}$
a (UA)	TPF	$(2.22 \pm 0.09) \cdot 10^{-2}$	$(5.60 \pm 0.22) \cdot 10^{-2}$	$(1.09 \pm 0.04) \cdot 10^{-1}$
	LCF	$(2.22 \pm 0.09) \cdot 10^{-2}$	$(5.60 \pm 0.22) \cdot 10^{-2}$	$(1.09 \pm 0.04) \cdot 10^{-1}$
	Kun23	$(2.29^{+0.02}_{-0.02}) \cdot 10^{-2}$	$(5.8^{+0.1}_{-0.1}) \cdot 10^{-2}$	$(1.13^{+0.01}_{-0.01}) \cdot 10^{-1}$

4.2. Análisis Poblacional

A partir del filtrado detallado en la Sección 2.3, se consolida una población total de $N = 339$ planetas. Como se discutió, esta restricción permite evaluar la eficacia del algoritmo al eliminar ocultaciones de otros planetas e interacciones dinámicas entre estrellas. Además, dada la gran cantidad de datos, se ejecuta el pipeline diseñado sobre LCFs para mayor eficiencia computacional, en comparación con el coste de emplear TPFs, que requieren un preprocesado.

El periodo escogido es aquel que presenta mayor potencia en el periodograma, T_{BLS} , y su error relativo¹ se representa en la Figura 7 en función del periodo de referencia, T_{ref} , catalogado en NEA (6). En consonancia con Hippke & Heller (13), se considera válida una detección si el error relativo no supera el 1 %. Adicionalmente, se contempla la detección de alias armónicos, mientras que se descartan aquellos planetas con periodo de referencia inferior a 0.5 días o superior a 20 días, pues se encuentran fuera del rango estipulado en nuestra búsqueda. El resto, se consideran detecciones no coincidentes.

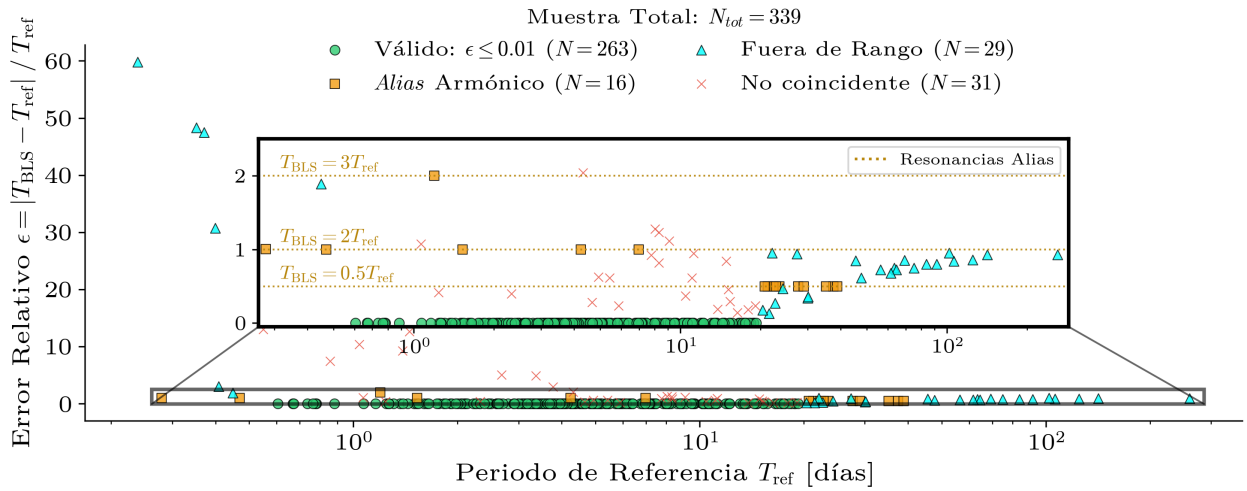


Figura 7: Precisión de BLS en la recuperación del periodo, T_{BLS} . Se representa el error relativo ϵ frente al periodo de referencia T_{ref} . Clasificación de detecciones: válidas ($\epsilon \leq 0.01$), *alias* armónicos ($T_{\text{BLS}} = \tilde{\eta} T_{\text{ref}}$, $\tilde{\eta} \in \mathbb{Q}_+$), fuera de rango ($T_{\text{ref}} \notin [0.5, 20]$ días, excluyendo *alias* armónicos) y no coincidentes. El recuadro ampliado detalla la estructura de los *alias* armónicos en $\epsilon \in [0, 2.5]$.

De aquí en adelante, se emplean exclusivamente los datos de planetas con periodo clasificado como válido, con la intención de obtener información relevante en el análisis poblacional cualitativo. Además, pese a no cumplir los criterios de búsqueda establecidos, se incluyen en las figuras subsiguientes los planetas TOI-4010 b, c y d, facilitando la inspección visual de sus propiedades; así como los planetas del Sistema Solar, permitiendo su comparativa.

En la Figura 8 se representa un diagrama MR (masa-radio del planeta) sobre la relación MR probabilística derivada por Chen & Kipping (5) y la clasificación planetaria en función de la masa empleado en su estudio (*terrans*, *neptunianos* y *jovianos*). Asimismo, se representan las líneas de Fe, MgSiO_3 y H_2O puras, siguiendo la parametrización de Seager et al. (28), siendo esta última línea empleada para distinguir entre planetas rocosos y volátiles según establece Otegi et al. (25).

Es necesario puntualizar que no todos los planetas pueden incluirse en el análisis por ausencia de datos en el archivo de NEA.

¹Definido en el Anexo: A.3

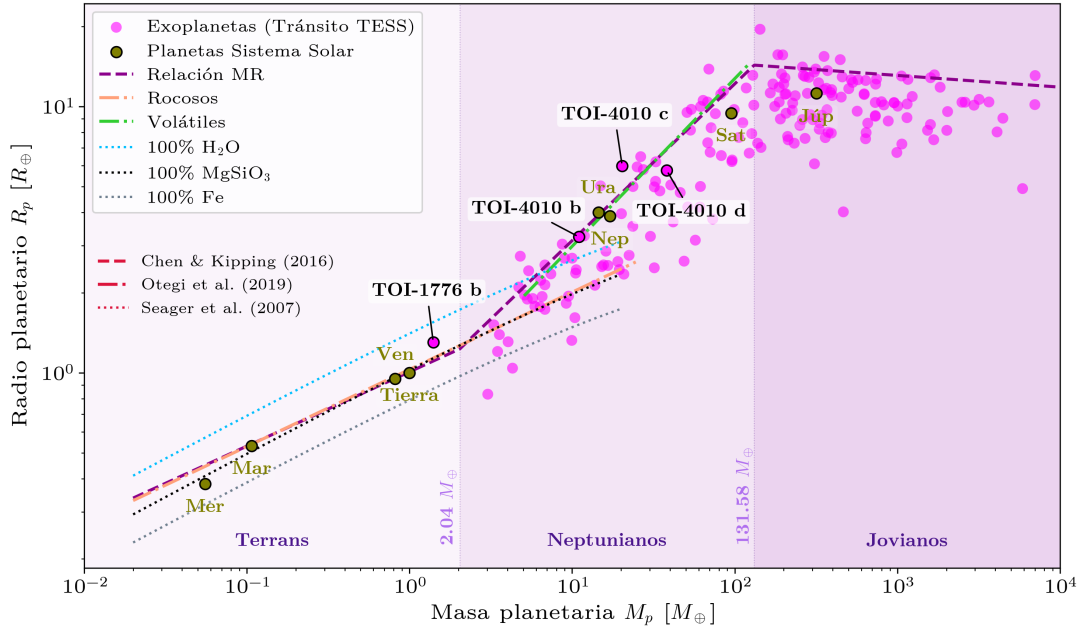


Figura 8: Relación masa-radio para exoplanetas detectados por TESS y planetas del Sistema Solar. Se incluye la modelización empírica de Chen & Kipping (5) y la distinción entre planetas rocosos y altos en volátiles de Otegi et al. (25), junto con líneas de composición: 100 % Fe, MgSiO_3 y H_2O . Se delimitan los regímenes en función de la masa planetaria designados por Chen & Kipping (5): *terrans*, neptunianos y jovianos. Se destaca el exoplaneta de menor masa (TOI-1776 b) y el sistema TOI-4010.

El análisis de habitabilidad se encuentra en la Figura 9, la cual muestra los distintos límites de la Zona Habitable (HZ), expresados en términos del flujo efectivo incidente en el planeta como función de la temperatura efectiva de la estrella, tal como vienen definidos por Kopparapu et al. (18), (17) y sobre los que se han superpuesto los datos de este estudio.

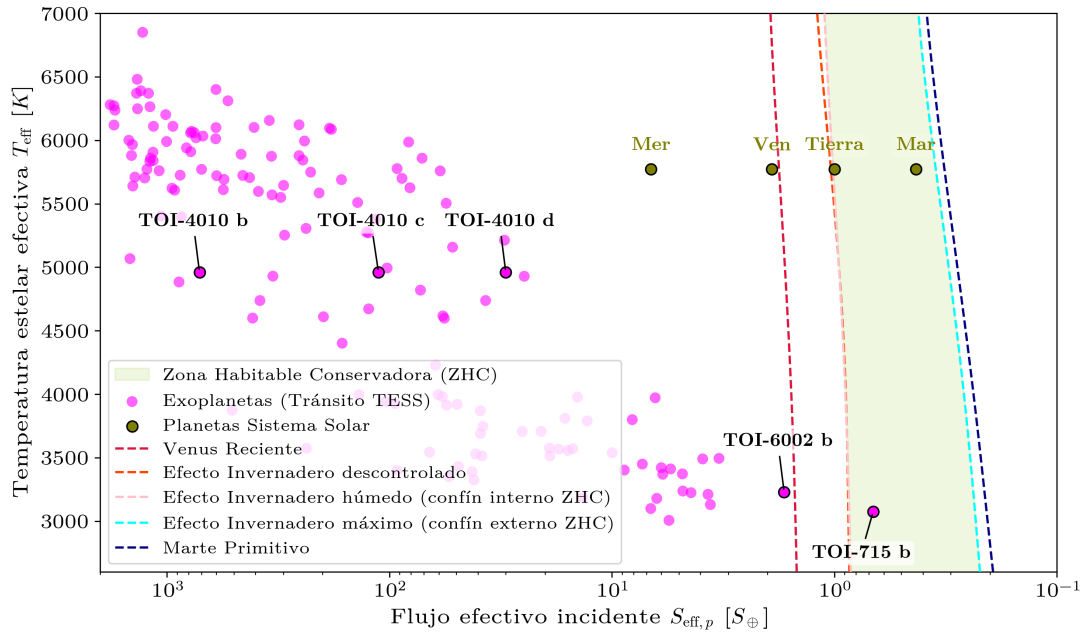


Figura 9: Temperatura estelar efectiva frente al flujo efectivo incidente para exoplanetas detectados por TESS y planetas del Sistema Solar. Se indican con línea punteada los cinco límites de la zona habitable tomados de Kopparapu et al. (18), (17) y se sombrea la zona habitable conservadora (ZHC). Se destaca el sistema TOI-4010 y los exoplanetas en la ZH (TOI-715 b) y cerca de esta (TOI-6002 b).

5. Discusión

La determinación experimental de la magnitud aparente de TOI-4010 resultó en $m_{V,\text{exp}} = 12.1 \pm 0.5$ mag, valor consistente con la literatura, $m_{V,\text{lit}} = 12.41 \pm 0.05$ mag, lo que supone una puntuación $z = 0.62$. No obstante, la incertidumbre relativa en la medida de 4.0 % evidencia las limitaciones de la observación causadas por el *seeing* y la baja elevación.

En cuanto a los parámetros planetarios derivados para el sistema TOI-4010, estos muestran una excelente consistencia estadística con los valores de referencia (NEA), con todas las medidas distando menos de 1σ del valor bibliográfico (con una puntuación $z = 0.97$ como máximo, para TOI-4010 d), lo que valida el proceso de extracción fotométrica.

La comparación entre el uso de TPFs y LCF revela que, para el radio planetario, el uso de LCF ofrece un mayor grado de concordancia en promedio, con un error relativo medio $\bar{\epsilon}_{\text{rel}} = 3.79\%$, frente a TPF $\bar{\epsilon}_{\text{rel}} = 4.78\%$. En particular, destaca por su exactitud la medida del radio de TOI-4010 c, con $\epsilon_{\text{rel}} = 1.2\%$ y $z = 0.17$. En cuanto al semieje mayor, su determinación resulta invariante ante al método de extracción empleado, con $\bar{\epsilon}_{\text{rel}} = 3.4\%$. Esta dicotomía entre la dependencia de R_p y la independencia de a respecto al origen de los datos reside en los valores proporcionados por el algoritmo BLS. El radio planetario es función de la profundidad de tránsito δ (19), magnitud extremadamente sensible a procesos de PLD y *detrending*. Por el contrario, el semieje mayor depende del periodo orbital T (20), magnitud extraída de la periodicidad de la señal, más robusta frente a ruido instrumental y dispersiones en el flujo al tratarse de una característica temporal y no morfológica. Así, este fenómeno se puede atribuir a una limpieza excesiva de las TPFs, que al realizar un sobreajuste elimina contribuciones de la señal de tránsito. Esto es coherente con lo que se aprecia en la Figura 6, una mayor dispersión de puntos en la curva de luz correspondiente a LCF, indicativo de una limpieza no excesiva que preserva la integridad de la señal.

En la ejecución del *pipeline* sobre una población extensa, se obtuvo una eficacia del 84.8 %, tras excluir aquellos planetas que excedían los límite de detección. Esta tasa de recuperación es destacable, considerando que el proceso se llevo a cabo de forma automatizada y sin una optimización individualizada de los parámetros libres del algoritmo BLS. Esto hace patente la viabilidad de la implementación de búsquedas ciegas automatizadas en grandes catálogos fotométricos. No obstante, es necesario tener en cuenta la alta tasa de error del algoritmo, 10.0 %, así como el porcentaje de alias detectados, 5.2 %, corregibles mediante el uso de otros métodos más avanzados como TLS (13).

El análisis poblacional muestra resultados reveladores. El diagrama MR (Figura 8) se ajusta fielmente a lo predicho por Chen & Kipping y, de acuerdo a su clasificación, se encuentra un predominio de planetas jovianos y saturnianos, habiéndose detectado solo un planeta *terran* (TOI-1776 b). Esto no es representativo de la distribución galáctica real, sino que responde a un sesgo observacional. Puesto que la profundidad del tránsito escala con el cuadrado del radio, $\delta \propto R_p^2$ (19), los cuerpos de mayor radio generan señales con mayor señal-ruido efectiva α , pues $\alpha \propto \delta$ (12), favoreciendo la detección de planetas de gran tamaño ($< 10 M_{\oplus}$). Esta tendencia sistemática provoca que una minoría de los planetas detectados sean planetas rocosos, los cuales se encuentran principalmente entre la línea de agua pura y 100 % MgSiO_3 . La población incrementa para el conjunto de planetas ricos en volátiles, dentro de los que se encuentran los planetas de corto periodo del sistema TOI-4010. El resto de exoplanetas son gigantes gaseosos, los cuales conforman la fracción dominante de la muestra. Por último, hágase notar que aunque se cribaron los periodos no válidos ($\epsilon_{\text{rel}} > 0.01$), no se validaron los datos del radio, con lo que este ajuste a los regímenes composicionales teóricos confirma la bondad del modelo.

Finalmente, el análisis de habitabilidad demuestra la dificultad de detección de mundos potencialmente adecuados para la vida, encontrándose solamente TOI-715 b dentro de los límites más conservativos de la Zona Habitable definidos por Kopparapu et al. (18),(18) y TOI-6002 b cercano al límite de Venus reciente; ambos en concordancia con otros estudios bibliográficos (8), (11).

6. Conclusiones

La integración de fotometría terrestre y espacial en este trabajo ha permitido validar un protocolo completo de reducción de datos y análisis exoplanetario. La observación realizada desde la UAM confirma la solidez del proceso de calibración instrumental para diagnosticar la magnitud aparente de cuerpos celestes, resolviendo la magnitud aparente de TOI-4010, $m_{V,\text{exp}}$, en consonancia con la bibliografía. Para los datos de archivo, el *pipeline* computacional, basado en el algoritmo *Box Least Squares* (BLS) y técnicas de *Pixel Level Decorrelation* (PLD), consiguió estimar el radio y semieje mayor para todos los planetas de corto periodo de TOI-4010 con una distancia inferior a 1σ respecto al valor de referencia. Para ambos orígenes de datos, *Target Pixel Files* (TPFs) y *Light Curve Files* (LCFs), se obtuvo un error relativo medio inferior al 5%. El uso de TPFs o LCFs resultó indistinto para determinar el semieje mayor, pero sí que mostró diferencias en cuanto a la obtención del radio planetario, arrojando LCFs resultados más certeros en promedio.

A nivel estadístico, la eficacia del 84.8% para determinar periodos con una precisión del 99% alcanzada por el *pipeline* automatizado en sistemas de periodo corto ($T \in [0.5, 20]$ días) ratifica la viabilidad de búsquedas ciegas masivas, a pesar de las detecciones no coincidentes y los *alias* armónicos intrínsecos al algoritmo. La congruencia de la muestra analizada con los modelos de Chen & Kipping y Otegi et. al en el diagrama MR reafirma la precisión del *pipeline*, evidencia el sesgo computacional hacia cuerpos de gran radio, condicionado por la relación $\text{SNR} \propto \delta \propto R_p^2$, y permiten intuir la composición planetaria sin necesidad de recurrir a espectroscopía. Finalmente, la identificación de TOI-715 b y TOI-6002 b en regiones de habitabilidad conservativa y de Venus reciente, respectivamente, enfatiza la necesidad de búsquedas masivas de exoplanetas para poder encontrar mundos susceptibles de ser habitables, dada su baja frecuencia de aparición.

Agradecimientos

This paper includes data collected by the TESS mission, which are publicly available from the Mikulski Archive for Space Telescopes (MAST). Funding for the TESS mission is provided by NASA's Science Mission directorate.

This research has made use of the NASA Exoplanet Archive, which is operated by the California Institute of Technology, under contract with the National Aeronautics and Space Administration under the Exoplanet Exploration Program.

This research made use of Lightkurve, a Python package for Kepler and TESS data analysis (Lightkurve Collaboration, 2018).

This work made use of Astropy:² a community-developed core Python package and an ecosystem of tools and resources for astronomy (3; 1; 2).

This work has made use of data from the European Space Agency (ESA) mission (*Gaia* <https://www.cosmos.esa.int/gaia>), processed by the *Gaia* Data Processing and Analysis Consortium (DPAC, <https://www.cosmos.esa.int/web/gaia/dpac/consortium>). Funding for the DPAC has been provided by national institutions, in particular the institutions participating in the *Gaia* Multilateral Agreement.

This research has made use of the SIMBAD database, CDS, Strasbourg Astronomical Observatory, France.

²<http://www.astropy.org>

Bibliografía

- [1] Astropy Collaboration, Robitaille, T. P., et al. 2013, *A&A*, 558, A33
- [2] Astropy Collaboration, Price-Whelan, A. M., et al. 2018, *Astrophysical Journal*, 156, 123
- [3] —. 2022, *ApJ*, 935, 167
- [4] Borucki, W. J., & Summers, A. L. 1984, *icarus*, 58, 121
- [5] Chen, J., & Kipping, D. 2016, *The Astrophysical Journal*, 834, 17
- [6] Christiansen, J. L., McElroy, D. L., et al. 2025, *The Planetary Science Journal*, 6, 186
- [7] Deming, D., Knutson, H., et al. 2015, *The Astrophysical Journal*, 805, 132
- [8] Dransfield, G., Timmermans, M., et al. 2023, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 527, 35–52
- [9] Gaia Collaboration, Prusti, T., et al. 2016, *A&A*, 595, A1
- [10] Gaia Collaboration, Vallenari, A., et al. 2023, *A&A*, 674, A1
- [11] Ghachoui, M., Rackham, B. V., et al. 2024, *A&A*, 690, A263
- [12] Ginsburg, A., Sipőcz, B. M., et al. 2019, *Astrophysical Journal*, 157, 98
- [13] Hippke, M., & Heller, R. 2019, *A&A*, 623, A39
- [14] Hotelling, H. 1936, *Biometrika*, 28, 321
- [15] Institute, S. T. S. 2025, MAST: Barbara A. Mikulski Archive for Space Telescopes, <https://mast.stsci.edu/portal/Mashup/Clients/Mast/Portal.html> [Accedido: 8 diciembre 2025]
- [16] Kokori, A., Tsiaras, A., et al. 2025, ExoClock Project IV: A homogeneous catalogue of 620 updated exoplanet ephemerides, *arXiv:2511.14407*
- [17] Kopparapu, R. K., Ramirez, R., et al. 2013, *The Astrophysical Journal*, 770, 82
- [18] Kopparapu, R. K., Ramirez, R., et al. 2013, *ApJ*, 765, 131
- [19] Kovács, G., Zucker, S., et al. 2002, *A&A*, 391, 369–377
- [20] Kunitomo, M., Vanderburg, A., et al. 2023, *Astrophysical Journal*, 166, 7
- [21] Lightkurve Collaboration, Cardoso, J. V. d. M., et al. 2018, Lightkurve: Kepler and TESS time series analysis in Python, *Astrophysics Source Code Library*, ascl:1812.013
- [22] Mao, S., & Paczynski, B. 1991, *ApJL*, 374, L37
- [23] MIT. 2025, TESS - Transiting Exoplanet Survey Satellite - MIT, <https://tess.mit.edu/> [Accedido: 8 diciembre 2025]
- [24] NASA. 2025, NASA TESS Science Support Center, <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/tess/> [Accedido: 8 diciembre 2025]
- [25] Otegi, J. F., Bouchy, F., et al. 2020, *A&A*, 634, A43

- [26] Ricker, G. R., Winn, J. N., et al. 2014, *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 1, 014003
- [27] Savitzky, A., & Golay, M. J. E. 1964, *Analytical Chemistry*, 36, 1627
- [28] Seager, S., Kuchner, M., et al. 2007, *ApJ*, 669, 1279
- [29] Shen, E. 1935, *Journal of Educational Psychology*, 26, 154
- [30] Stassun, K. G., Oelkers, R. J., et al. 2018, *Astrophysical Journal*, 156, 102
- [31] Struve, O. 1952, *The Observatory*, 72, 199
- [32] Twicken, J. D., Caldwell, D. A., et al. 2020, TESS Science Data Products Description Document: EXP-TESS-ARC-ICD-0014 Rev F, NASA Technical Memorandum, NASA/STI Accession number: 20205008729
- [33] Wenger, M., Ochsenbein, F., et al. 2025, The SIMBAD astronomical database", <https://simbad.cds.unistra.fr/simbad/sim-fbasic>[Accedido: 8 diciembre 2025]
- [34] Winn, J. N. 2024, The Transiting Exoplanet Survey Satellite, <https://arxiv.org/abs/2410.12905>, arXiv:2410.12905
- [35] Zacharias, N., Finch, C. T., et al. 2013, *The Astronomical Journal*, 145, 44
- [36] ZWO. 2016, <https://bbs.zwoastro.com/d/6154-camera-gain-values> [Accedido: 31 diciembre 2025]
- [37] —. 2021, https://i.zwoastro.com/zwo-website/manuals/ASI1600_Manual_EN_V1.5.pdf [Accedido: 31 diciembre 2025]

A. Cálculo de errores

A.1. Datos propios

El cálculo del error de la magnitud V , proveniente de la Ecuación (6), se realiza mediante propagación de errores cuadráticos:

$$\delta m = \sqrt{(\delta m_{\text{inst}})^2 + (\delta C)^2}. \quad (21)$$

El error en la magnitud instrumental está relacionado con el flujo de la estrella $F_{\text{estrella}} = F_{\text{apertura}} - F_{\text{fondo}}$ según:

$$\delta m_{\text{int}} = \left| -2.5 \cdot \frac{\delta F_{\text{estrella}}}{F_{\text{estrella}}} \frac{1}{\ln(10)} \right|, \quad (22)$$

y para calcular el error del flujo de la estrella, recurrimos a la fórmula:

$$\delta F_{\text{estrella}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{N}}} \sqrt{\frac{F_{\text{apertura}}}{g} + \frac{F_{\text{fondo}}}{g} + \frac{nN_r^2}{g^2}}, \quad (23)$$

con g la ganancia de conversión, n el número de píxeles de apertura, N_r el ruido de lectura y el prefactor $\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{N}}}$ la corrección debido a haber hecho la mediana de $\mathcal{N} = 6$ imágenes tras su *stacking* (29).

Para determinar la ganancia de conversión g en e^-/ADU , se recurre a las especificaciones técnicas del sensor ZWO ASI1600 Pro (37). En esta documentación se indica que la ganancia se expresa en unidades de 0.1dB, por lo tanto, la conversión a dB es:

$$G_{\text{dB}} = \frac{G_{\text{ZWO}}}{10}, \quad (24)$$

donde G_{ZWO} representa el valor proporcionado por el encabezado (*header*) de la imagen. Por otra parte, en **ZWO Astro** (36), un moderador de la propia compañía explica que se emplea la definición de ganancia de voltaje:

$$G_{\text{dB}} = 20 \log_{10}(A), \quad (25)$$

siendo $A = g_0/g$ la amplificación, con g_0 la ganancia base en e^-/ADU cuando $G_{\text{dB}} = 0$. Con esto en consideración, y unificando las Ecuaciones (24) y (25), se tiene:

$$G_{\text{ZWO}} = 200 \log_{10} \left(\frac{g_0}{g} \right) \Rightarrow g = g_0 \cdot 10^{-\frac{G_{\text{ZWO}}}{200}}. \quad (26)$$

Así, con una ganancia base $g_0 = 5e^-/\text{ADU}$ de acuerdo con el manual y con $G_{\text{ZWO}} = 600$ en unidades de 0.1 dB, resulta un valor:

$$g = 5 \cdot 10^{-3} e^-/\text{ADU}.$$

El ruido de lectura se obtiene de manera más sencilla, pues siguiendo la documentación técnica (37), este toma un valor asintótico para valores grandes $N_r \approx 1.2e^-$.

Respecto al error en la constante C , dado que fue calculada a partir de una muestra pequeña de estrellas ($N = 3$), se emplea la corrección de Bessel, siendo así la desviación estándar no sesgada de la muestra, s :

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (C_i - C)^2}, \quad (27)$$

con C_i cada uno de los valores de C con los que se realizó la media. Consecuentemente, el error estándar de la media:

$$\delta C = \frac{s}{\sqrt{N}}. \quad (28)$$

A.2. Datos de Archivo

Al igual que en la Sección A.1, se emplea la propagación de errores cuadráticos. Así, el error en el radio planetario es:

$$\delta R_p = \sqrt{\left(\sqrt{\delta} \cdot \delta R_\star\right)^2 + \left(\frac{R_\star}{2\sqrt{\delta}} \cdot \Delta\delta\right)^2} = R_p \sqrt{\left(\frac{\delta R_\star}{R_\star}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta\delta}{\delta}\right)^2}, \quad (29)$$

donde R_\star corresponde al radio de la estrella, y empleándose la notación $\Delta\delta$ para indicar el error en la profundidad δ . Dicho error $\Delta\delta$ se halla igualando la definición de señal-ruido con la Ecuación (12):

$$SNR = \frac{\delta}{\Delta\delta} = \frac{\delta}{\sigma} \sqrt{nq} \Rightarrow \Delta\delta = \frac{\sigma}{\sqrt{nq}}, \quad (30)$$

con σ la desviación estándar del flujo normalizado.

Finalmente, considerando $\delta T/T \ll 1$, el error en el semieje mayor a se obtiene mediante:

$$\delta a = a \left| \frac{1}{3} \frac{\delta M_\star}{M_\star} \right|. \quad (31)$$

A.3. General

Para comparar un valor experimental, x_{exp} , con el de la literatura, x_{ref} , se emplean dos métricas: la puntuación z (z -score) y el error relativo.

La puntuación z indica el número de desviaciones típicas de la medida frente al valor tabulado y surge de la relación:

$$z = \frac{|x_{\text{exp}} - x_{\text{ref}}|}{\sqrt{\sigma_{\text{exp}}^2 + \sigma_{\text{ref}}^2}}, \quad (32)$$

donde σ_{exp}^2 y σ_{ref}^2 representan las incertidumbres experimentales y de la literatura, respectivamente.

El error relativo se calcula mediante la expresión:

$$\epsilon_{\text{rel}} = \frac{|x_{\text{ref}} - x_{\text{exp}}|}{x_{\text{ref}}}. \quad (33)$$

Por último, la incertidumbre relativa en la medida se define como:

$$u_r = \frac{\sigma_{\text{ref}}}{x_{\text{ref}}}. \quad (34)$$