

Sistemas de Control II

Tarea 1

Profesor: Sergio Laboret

Alumno: Angeloff Jorge

Polo 1	Polo 2	Cero	Ganancia
0	-2	—	5

7 de mayo de 2025

1. Análisis de un sistema analógico con muestreador y retentor de orden cero

1.1. Obtención de la función de transferencia continua $G(s)$

```
1 G = zpk([], [0 -2], [5]);
2 Tm = 0.15;
```

Se define el sistema continuo como una función de transferencia en forma de ceros, polos y ganancia, con polos en $s = 0$ y $s = -2$, sin ceros, y ganancia $K = 5$. El tiempo de muestreo se establece en 0.15 segundos.

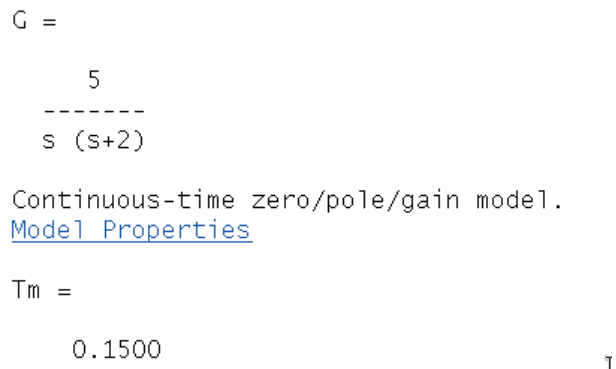


Figura 1: Definición de la función de transferencia continua

1.2. Transformación a un sistema discreto con retención ZOH

```
1 Gd = c2d(G, Tm, 'zoh');
```

La transformación discreta con retención de orden cero permite obtener la función de transferencia $G_d(z)$ del sistema. Esto representa al sistema cuando es muestreado con periodo T_m .

$$G_d = \frac{0.051023 (z+0.9049)}{(z-1) (z-0.7408)}$$

Figura 2: Funcion de transferencia discreta obtenida mediante ZOH

1.3. Mapa de polos y ceros del sistema continuo y discreto

```
1 pzmap(G);
2 pzmap(Gd);
```

Comparar los mapas de polos y ceros del sistema continuo y su contraparte discreta revela cómo el muestreo afecta la localización de los polos.

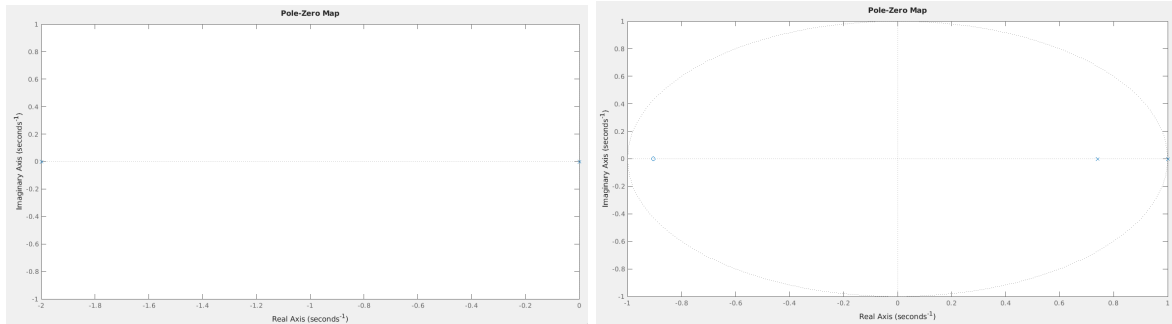


Figura 3: Mapas de polos y ceros del sistema continuo (izq.) y discreto (der.)

1.4. Efecto de aumentar el periodo de muestreo

```
1 Gd1 = c2d(G, 10*Tm, 'zoh');
2 pzmap(Gd1);
```

Al aumentar el tiempo de muestreo, los polos del sistema discreto se acercan al origen del plano z , lo cual reduce la velocidad de respuesta del sistema.

$$Gd1 = \frac{2.5622 (z+0.3907)}{(z-1) (z-0.04979)}$$

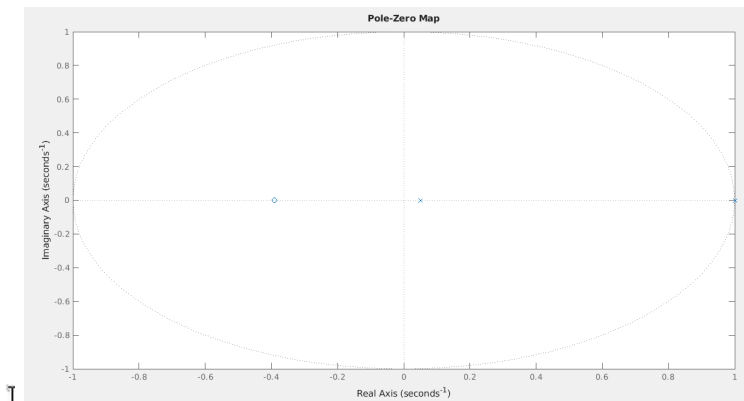


Figura 4: Sistema con T_m aumentado. Funcion de transferencia (izq.), mapa de polos y cero (der.)

1.5. Respuesta al escalón y análisis de estabilidad

```
1 step(G)
2 step(Gd1)
```

La respuesta discreta con $Gd1$ muestra una rampa creciente: el sistema es marginalmente estable, pero no acotado.

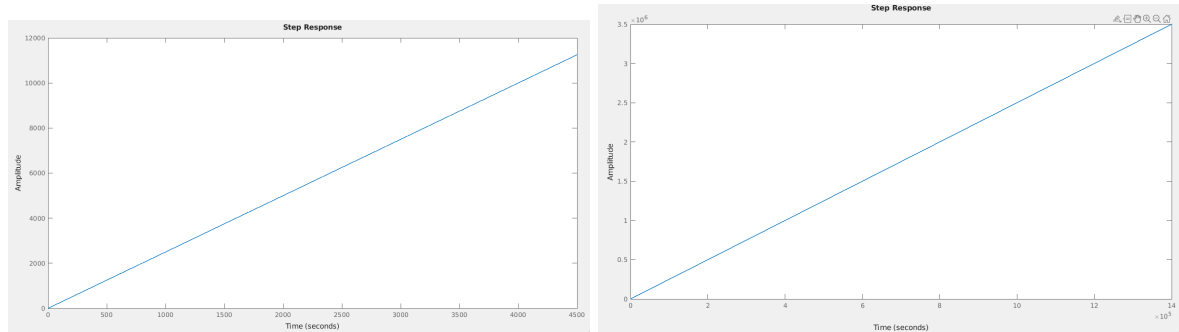


Figura 5: Respuesta al escalón de sistema continuo (izq.) y discreto $Gd1$ (der.)

1.6. Tipo de sistema y error en estado estacionario

```

1 Kp = dcgain(Gd)
2 F = feedback(Gd,1)
3 step(F)
4 ess = 1 / (1 + Kp)

```

$G_d(z)$ es de tipo 1 por su polo en $z = 1$. Esto implica que el error ante una entrada escalón es cero, confirmado por el cálculo del error en estado estacionario y la respuesta al escalón.

```

Kp =
    Inf

F =
    0.051023 (z+0.9049)
    -----
    (z^2 - 1.69z + 0.787)

Sample time: 0.15 seconds
Discrete-time zero/pole/gain model.
Model Properties

ess =
    0

```

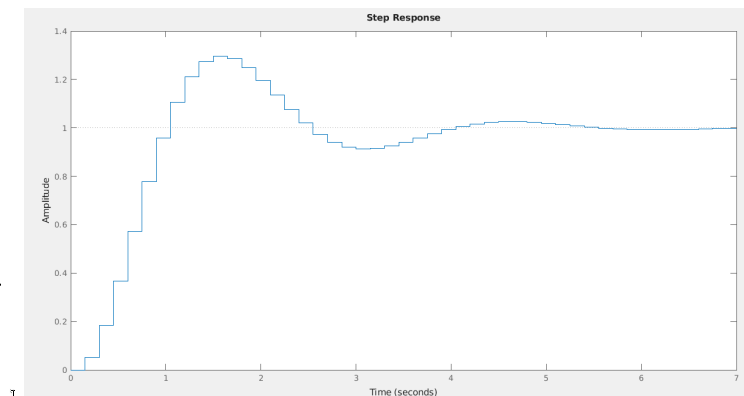


Figura 6: Sistema realimentado $F(z)$ y e_{ss} (izq.). Respuesta al escalón (der.)

1.7. Respuesta ante una rampa

```

1 t = 0:Tm:100*Tm;
2 lsim(F, t, t)

```

La salida sigue la rampa con un error constante, dado que el sistema puede seguir señales de tipo rampa pero con error proporcional a $1/K_v$.

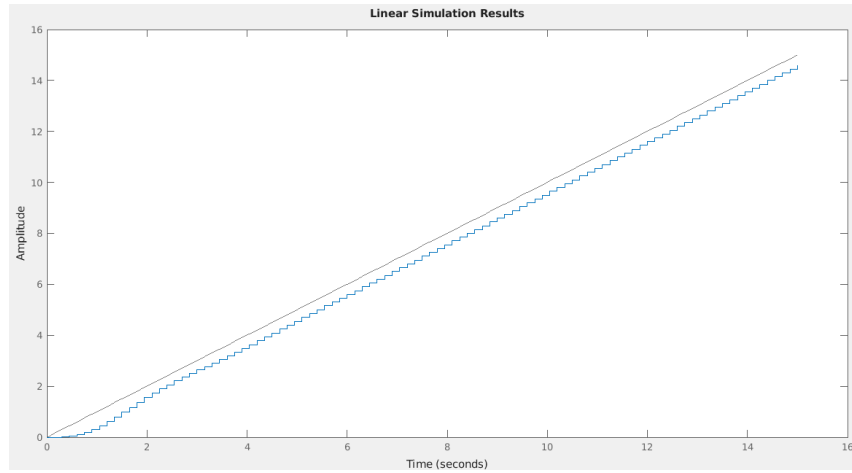


Figura 7: Respuesta ante entrada tipo rampa

1.8. Lugar de raíces de los sistemas continuo y discreto

```
1 rlocus(G)
2 rlocus(Gd)
```

El sistema continuo es estable para toda $K > 0$. El sistema discreto G_d es estable para $K < 5,41$.

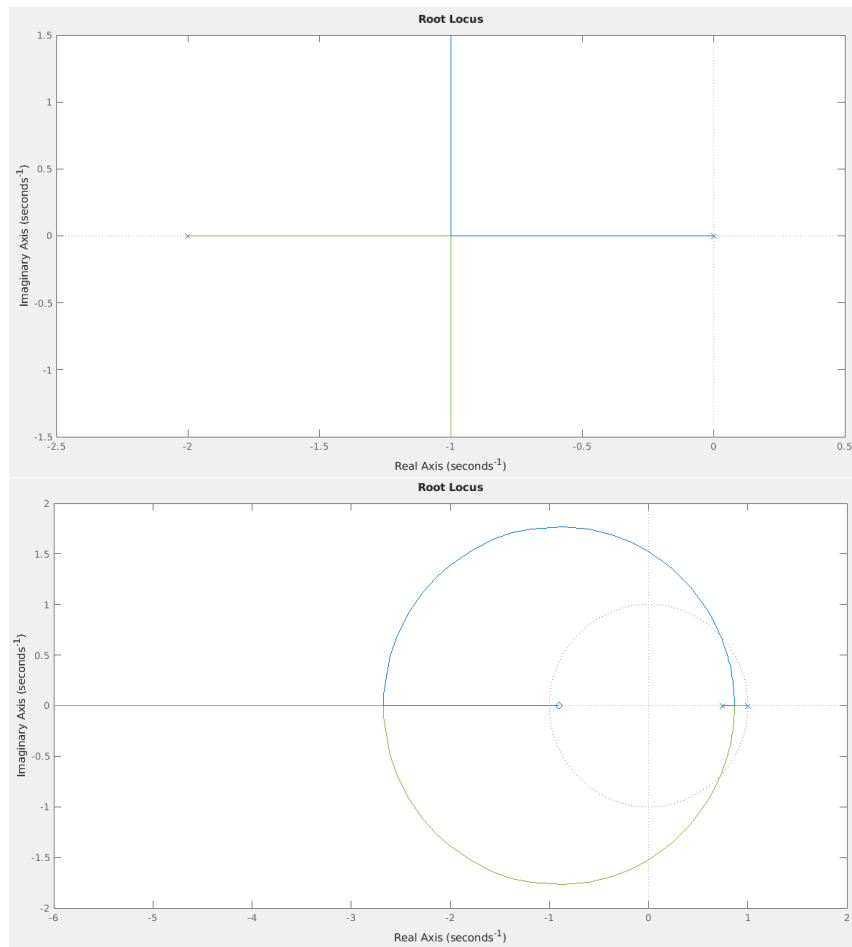


Figura 8: Lugar de raíces: continuo G (arr.) y discreto G_d (aba.)

1.9. Efecto del aumento del periodo de muestreo en la estabilidad

```
1 rlocus(Gd1)
```

Al aumentar el tiempo de muestreo, la ganancia crítica de estabilidad disminuye. El sistema se vuelve inestable con menor ganancia: para $K < 0,934$ sigue siendo estable.

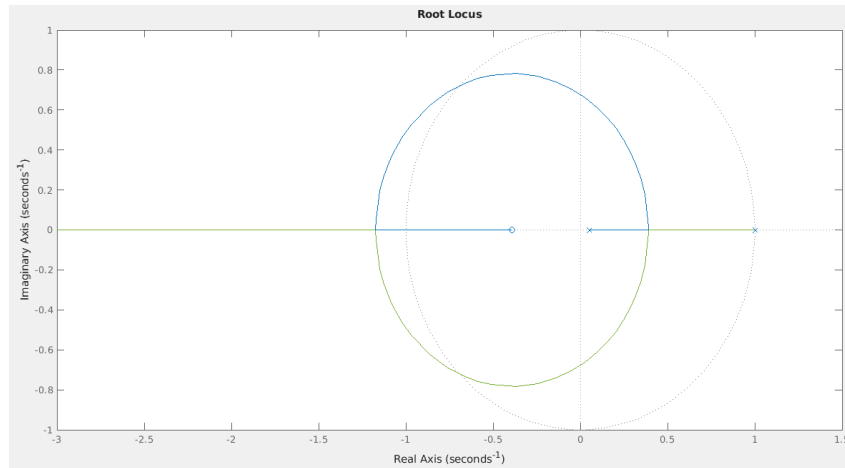


Figura 9: Lugar de raíces para sistema muestreado con mayor T_m

Conclusión

En este trabajo se analizaron las diferencias entre un sistema continuo y su versión discreta obtenida con retención de orden cero. Se comprobó cómo el proceso de muestreo afecta la ubicación de los polos, la estabilidad y la respuesta del sistema.

Se vio que aumentar el tiempo de muestreo reduce la estabilidad del sistema discreto, y que la ganancia crítica baja en consecuencia. También se observó que el sistema discreto es de tipo 1, lo que garantiza error cero ante un escalón y error constante ante una rampa.

Por último, con el lugar de raíces se visualizó cómo cambia la estabilidad al variar la ganancia y el tiempo de muestreo, lo cual es fundamental para el diseño de controladores digitales.