

# Sistemas de control 2

## Tarea 2

Profesor: Sergio Laboret

Alumno: Angeloff Jorge (39206918)

Datos:

Polo1	Polo2	Cero1	Ganancia	Sobrepaso	Tiempo2%	error	Periodo
0	-2	—	5	5	2	0	0.15

$$S=5\%$$

$$\xi = -\frac{\ln(S/100)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(S/100))^2}} = 0.69 \text{ (Damping Ratio)}$$

$$t_R(2\%) = \frac{4}{\xi\omega_0} = 2 \text{ seg}$$

$$\omega_0 = 2.9 \text{ rad/seg}$$

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} = 2.1 \text{ rad/seg}$$

$$t_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = 3 \text{ seg}$$

$$Tm = 0.15 \text{ seg}$$

$$m = \frac{t_d}{T_m} = 20$$

Vemos que se cumple el criterio de buen diseño  $m > 10$ .

$$r = |Z_{1,2}| = e^{-\xi \omega_0 T_m} = 0.886$$

$$\Omega = \angle Z_{1,2} = \pm \omega_d T_m = \pm 0.2 \text{ rad}$$

$$Z_1 = 0.868 + j0.176$$

$$Z_2 = 0.868 - j0.176$$

Función de transferencia continua G(s):

$$\underline{G} =$$

$$\frac{5}{s(s+2)}$$

Continuous-time zero/pole/gain model.

Función de transferencia discreta Gd(z):

$$\underline{T_m} =$$

$$0.1500$$

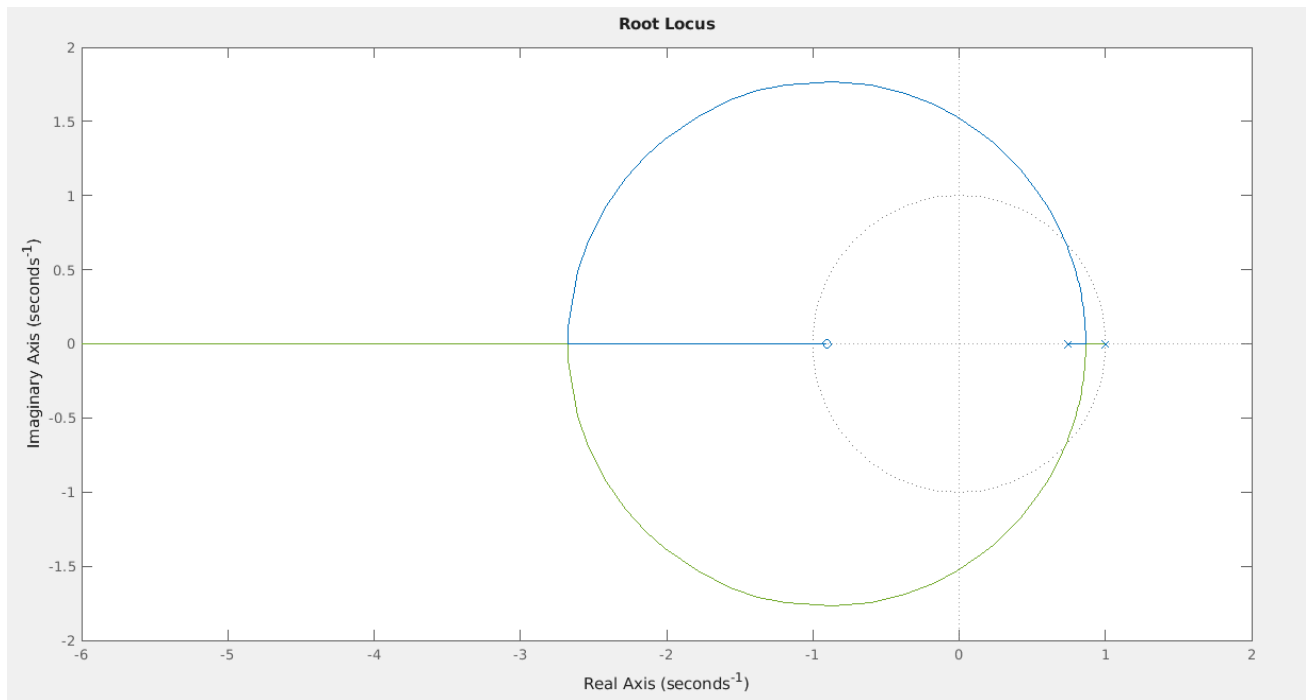
$$G_d =$$

$$\frac{0.051023 (z+0.9049)}{(z-1) (z-0.7408)}$$

Sample time: 0.15 seconds

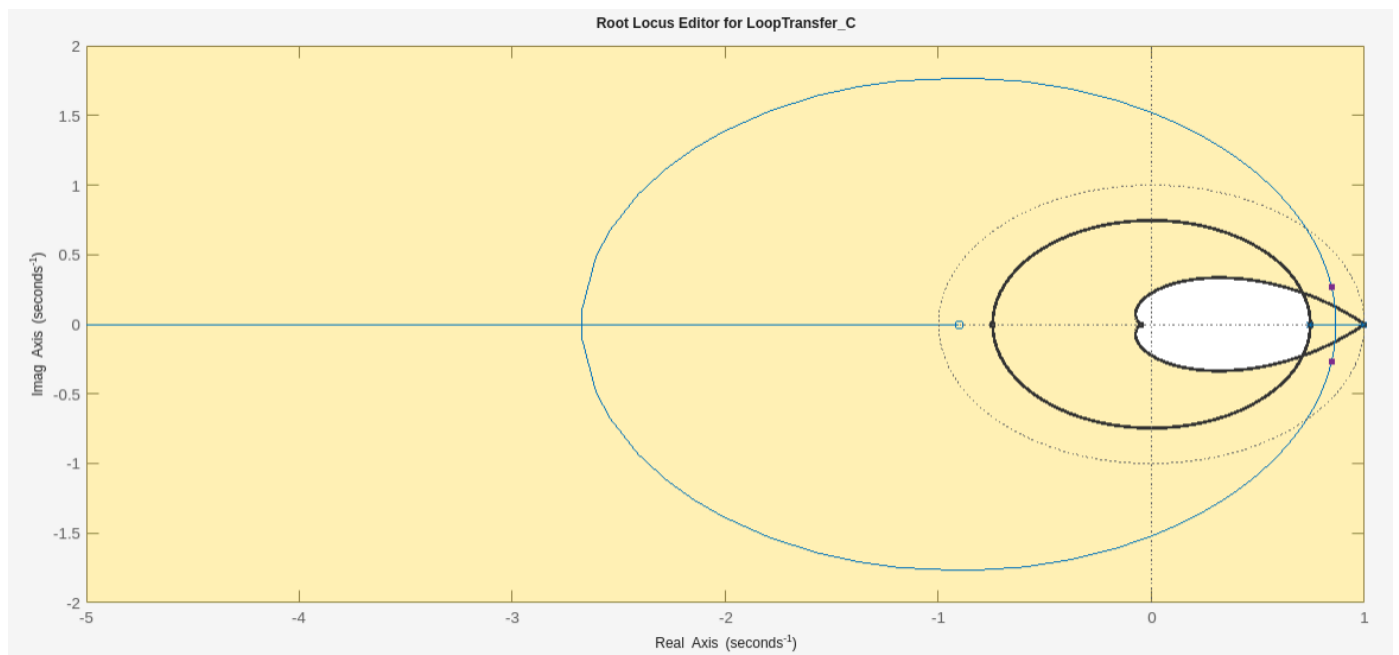
Discrete-time zero/pole/gain model.

Siendo el lugar de raíces de Gd:



Aplicando las especificaciones de diseño:

- $t_R(2\%) = 2 \text{ seg}$  (Setting time)
- $\xi = 0.69$  (Damping Ratio)



La circunferencia negra refiere a los lugares donde posicionando el polo tendremos 2 segundos de tiempo de establecimiento  $t_R(2\%)$ , mientras que la segunda figura con forma de hoja se trata de los lugares en los que tenemos un factor de amortiguamiento  $\xi$  igual a 0.69. Para que ambas se cumplan tenemos que colocar los polos en la intersección. Pero primero el LDR tiene que pasar por allí, para eso tenemos que agregar polos/ceros con el controlador, hecho esto luego solo nos queda ajustar la ganancia específica de esos polos.

Para esta intersección corresponde una frecuencia natural:

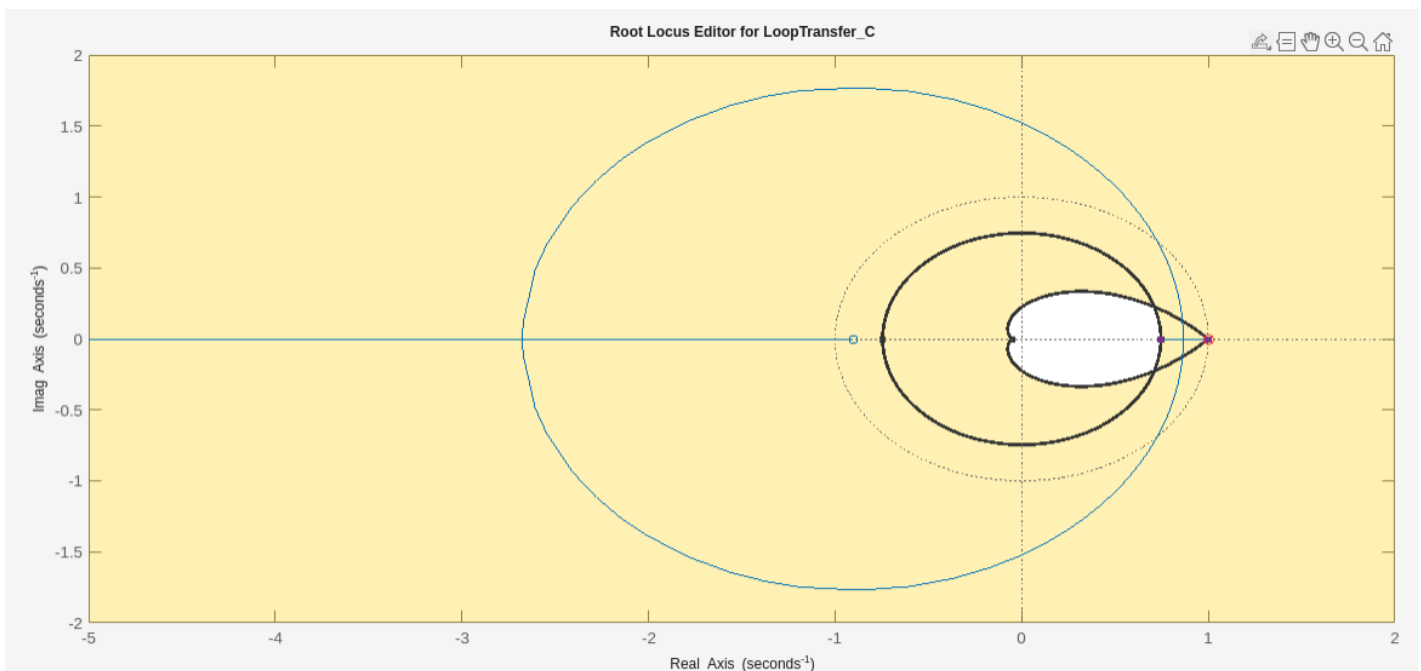
$$\omega_0 = 2.9 \text{ rad/seg}$$

## Controladores:

### Control PI:

$$C(z) = K \frac{(z-c)}{(z-1)}$$

Tiene 1 polo fijos en 1 (integrador) y 1 cero móvil que con la ganancia proporcionan 2 grados de libertad.



Ubicando el polo fijo en 1, trato de acomodar de forma manual el cero para que la intersección de los requerimientos necesarios coincida con el lugar de raíces del sistema. Esto fue lo más cerca que se llegó, con estos dos grados de libertad del PI no será posible cumplir los requerimientos.

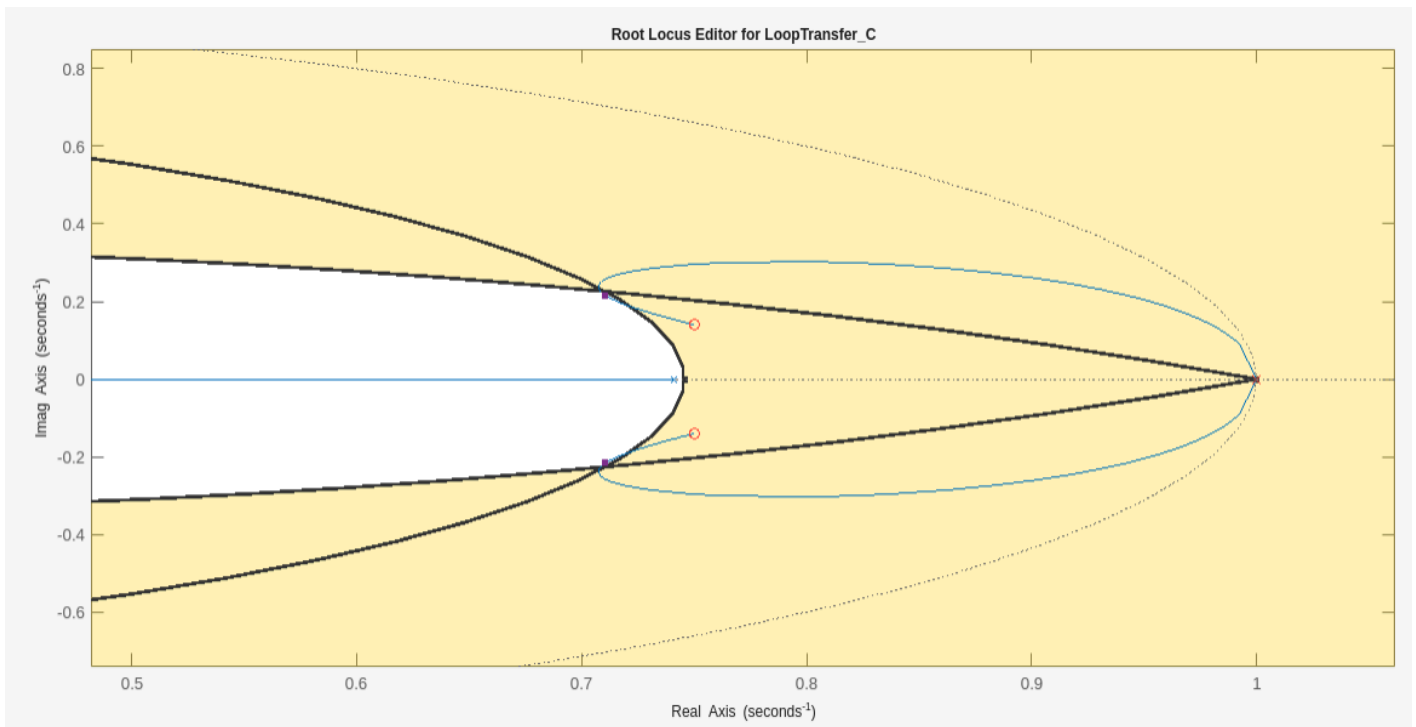
Podemos obtener un grado de libertad extra, agregando un cero más. Esto ya sería un controlador PID.

### Control PID:

$$C(z) = K \frac{(z-c_1)(z-c_2)}{(z-1)}$$

Ahora con un grado de libertad más, con el polo como integrador y un cero fijado en  $c_1 = 0.8$ , el segundo cero lo acomodo manualmente hasta lograr que el lugar de raíces del sistema pase por la intersección de los requerimientos. Obtengo  $c_2 = 0.676$ .

Luego ajustando la ganancia obtengo el controlador PID que cumple con los requerimientos.



## Obtengo

Compensator

C

=

4.553

×

$$\frac{(1 + 0.91w + (0.52w)^2)}{w(1 + 0.15w)}$$

Pole-Zero

Dynamics

Type	Location	Damping	Frequency
Real Pole	0	1	Inf
Integrator	1	-1	0
Complex Zero	0.75 +/- 0.14i	0.826	2.18

Edit Selected Dynamics

Natural Frequency

2.183

Damping

0.8261

Real Part

0.75

Imaginary Part

0.14

Exportando el compensador PID obtenido:

$$C = \frac{8.3179 (z^2 - 1.5z + 0.5821)}{z (z-1)}$$

Si lo agregamos al sistema y obtenemos la función de transferencia a lazo cerrado:

$$F = \frac{0.4244 (z+0.9049) (z^2 - 1.5z + 0.5821)}{(z^2 - 1.421z + 0.5512) (z^2 - 0.8952z + 0.4055)}$$

Polos del sistema realimentado:

$$\text{ans} = \begin{matrix} 0.4476 + 0.4530i \\ 0.4476 - 0.4530i \\ 0.7106 + 0.2152i \\ 0.7106 - 0.2152i \end{matrix}$$

Ceros del sistema realimentado:

ans =

```
-0.9049 + 0.0000i  
0.7500 + 0.1400i  
0.7500 - 0.1400i
```

↑

Respuesta al escalón:

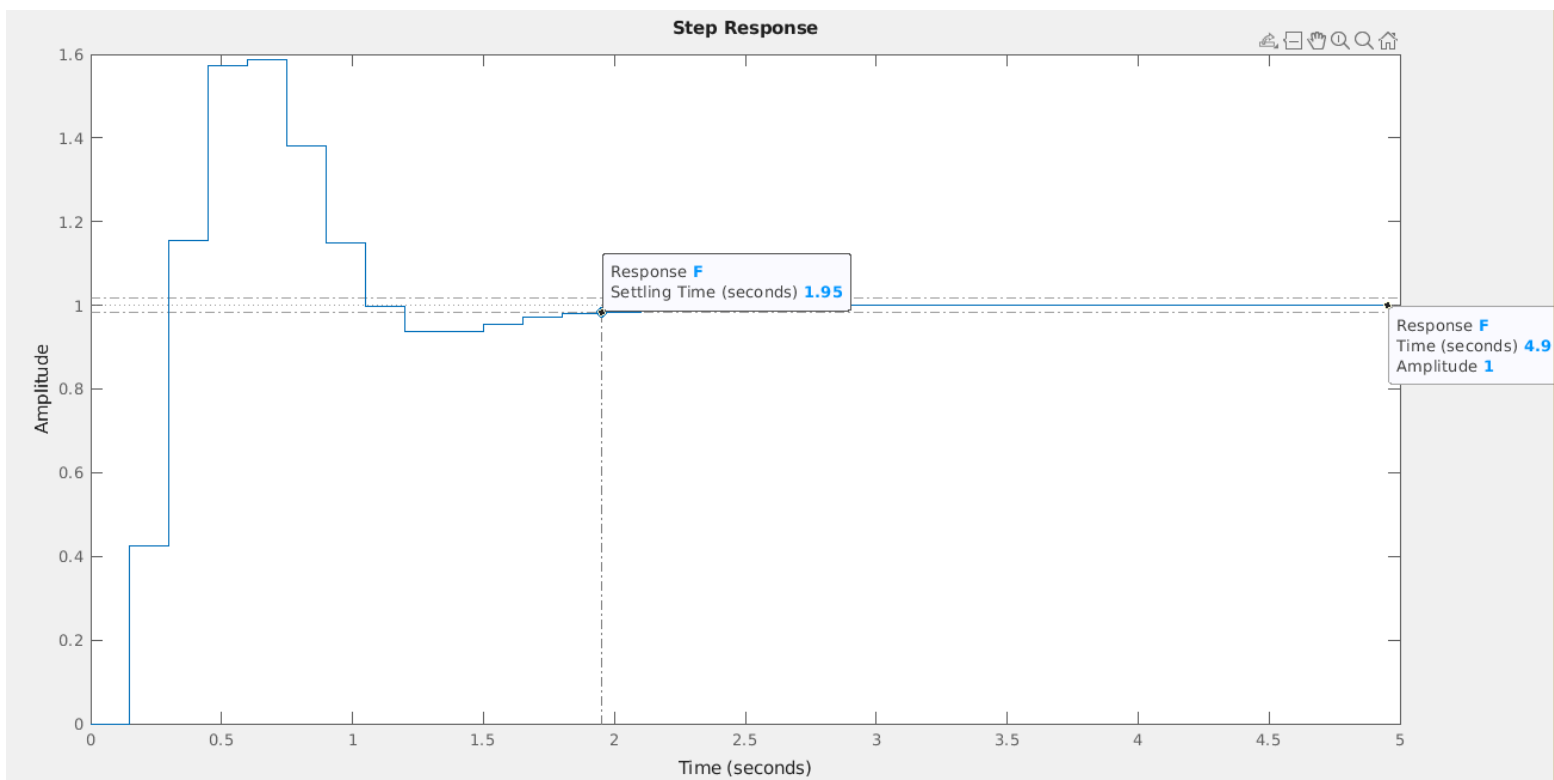
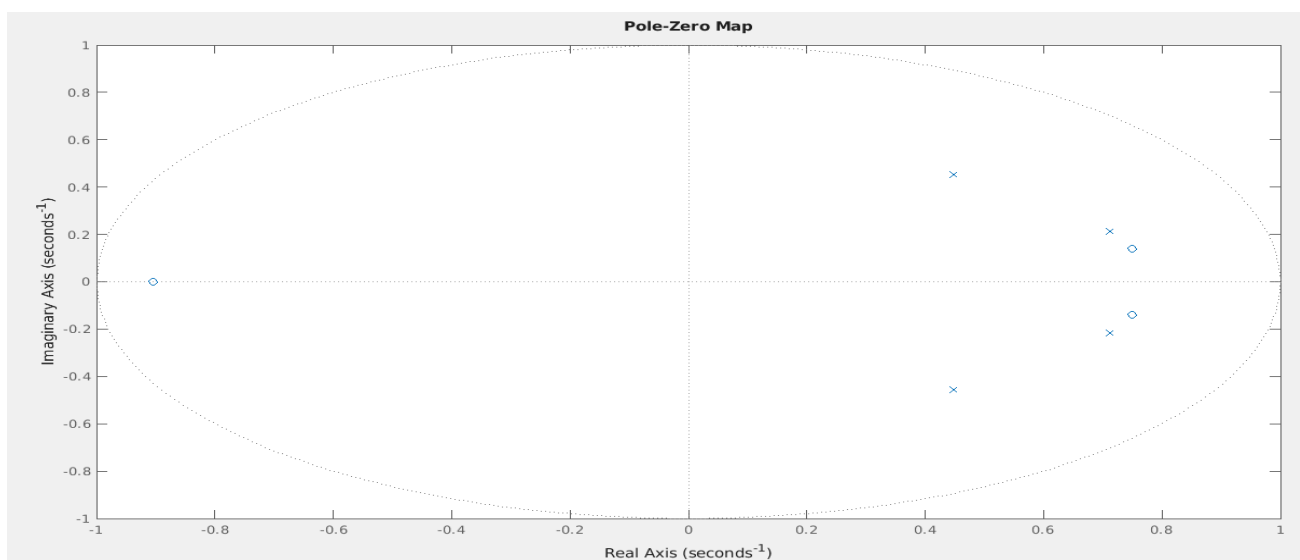


Diagrama de polos y ceros:



Para obtener las constantes tenemos que:

$$C(z) = K \frac{z^2 - bz + c}{z(z-1)}$$

con

$$K = K_P + K_D + K_I \quad b = \frac{K_P + 2K_D}{K} \quad c = \frac{K_D}{K}$$

Según mi controlador quedan las ecuaciones:

$$8.3179 = K_P + K_D + K_I$$

$$1.5 = \frac{K_P + 2K_D}{8.3179}$$

$$0.5821 = \frac{K_D}{8.3179}$$

Resolviendo estas tres ecuaciones con tres incógnitas obtengo las constantes PID:

$$K_P = 2.797$$

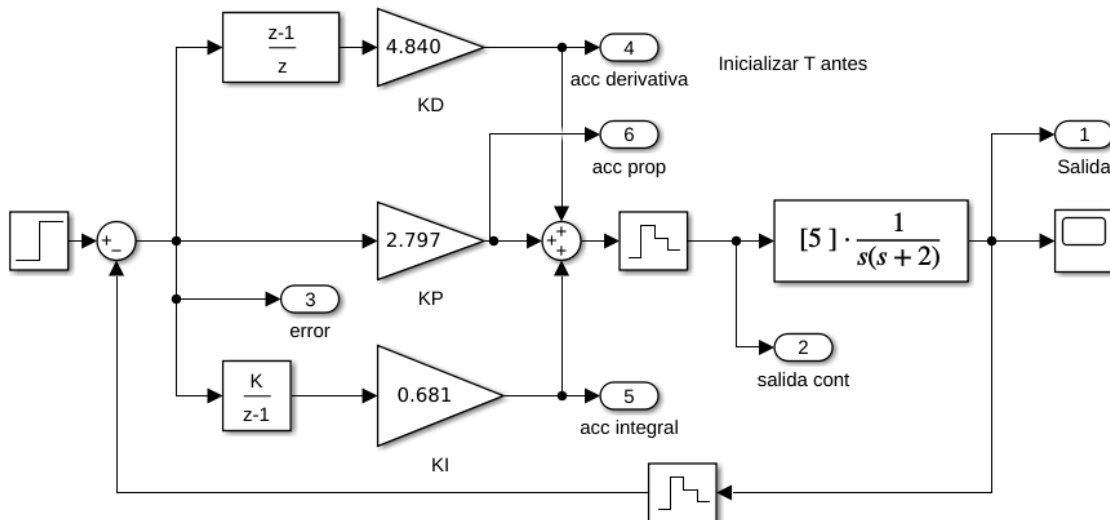
$$K_D = 4.840$$

$$K_I = 0.681$$



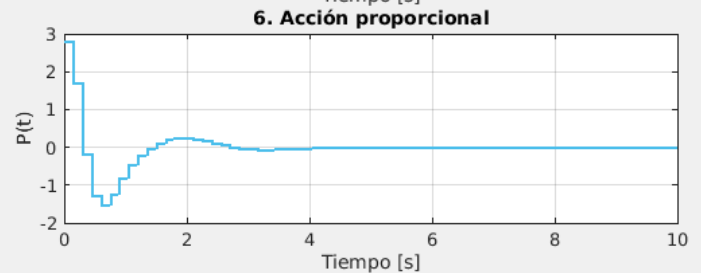
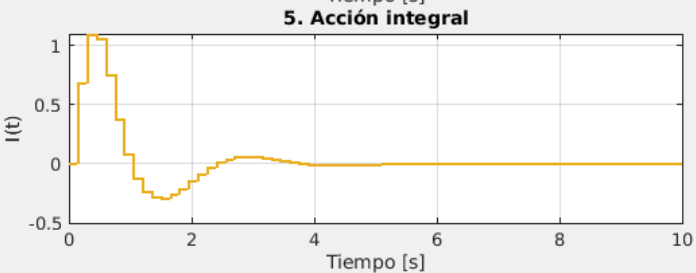
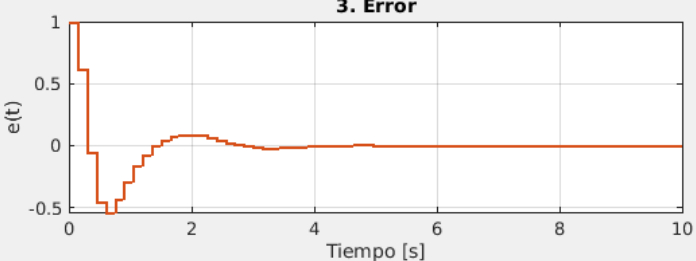
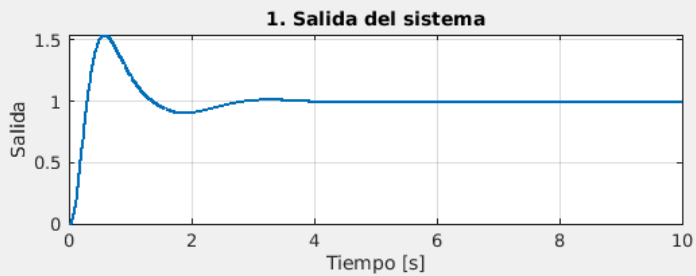
## Simulación en Simulink:

Reemplazando nuestra función de transferencia y las constantes  $K_p, K_d, K_i$  calculadas:



Obtenemos:

### Análisis completo del PID discreto



Podemos ver que la salida cumple con los requerimientos solicitados con un error de régimen igual a cero y un tiempo de establecimiento menor. Las acciones proporcional, integral y derivativa actúan en un comienzo pero luego tienden a cero.

Control con adelanto adelanto digital:

$$C(z) = K_E \frac{z - a}{z - b} \quad a < b, |a| < 1, |b|$$

Tiene el cero a la derecha del polo, posee 3 grados de libertad puede apreciarse que contribuye con ángulo positivo, de hecho puede verse como una generalización del PD en el cual el polo es móvil y se puede lograr un ángulo máximo algo menor a 90° tal como el caso del PD.

Los valores del compensador nos quedan:

Compensator

C

=

0.5828

×

$\frac{(1 + 0.67w)}{(1 + 0.33w)}$

Pole-Zero

Dynamics

Type	Location	Damping	Frequency
Real Pole	0.55	1	3.99
Real Zero	0.776	1	1.69

Exportando el compensador en adelanto obtenido:

$$C = \frac{1.1728 (z-0.7764)}{(z-0.55)}$$

Si lo agregamos al sistema y obtenemos la función de transferencia a lazo cerrado:

$$F = \frac{0.05984 (z+0.9049) (z-0.7764)}{(z-0.8095) (z^2 - 1.422z + 0.5553)}$$

Polos del sistema realimentado:

$$\text{ans} = \begin{matrix} 0.7108 + 0.2239i \\ 0.7108 - 0.2239i \\ 0.8095 + 0.0000i \end{matrix}$$

Ceros del sistema realimentado:

$$\text{ans} = \begin{matrix} -0.9049 \\ 0.7764 \end{matrix}$$

Respuesta al escalón:

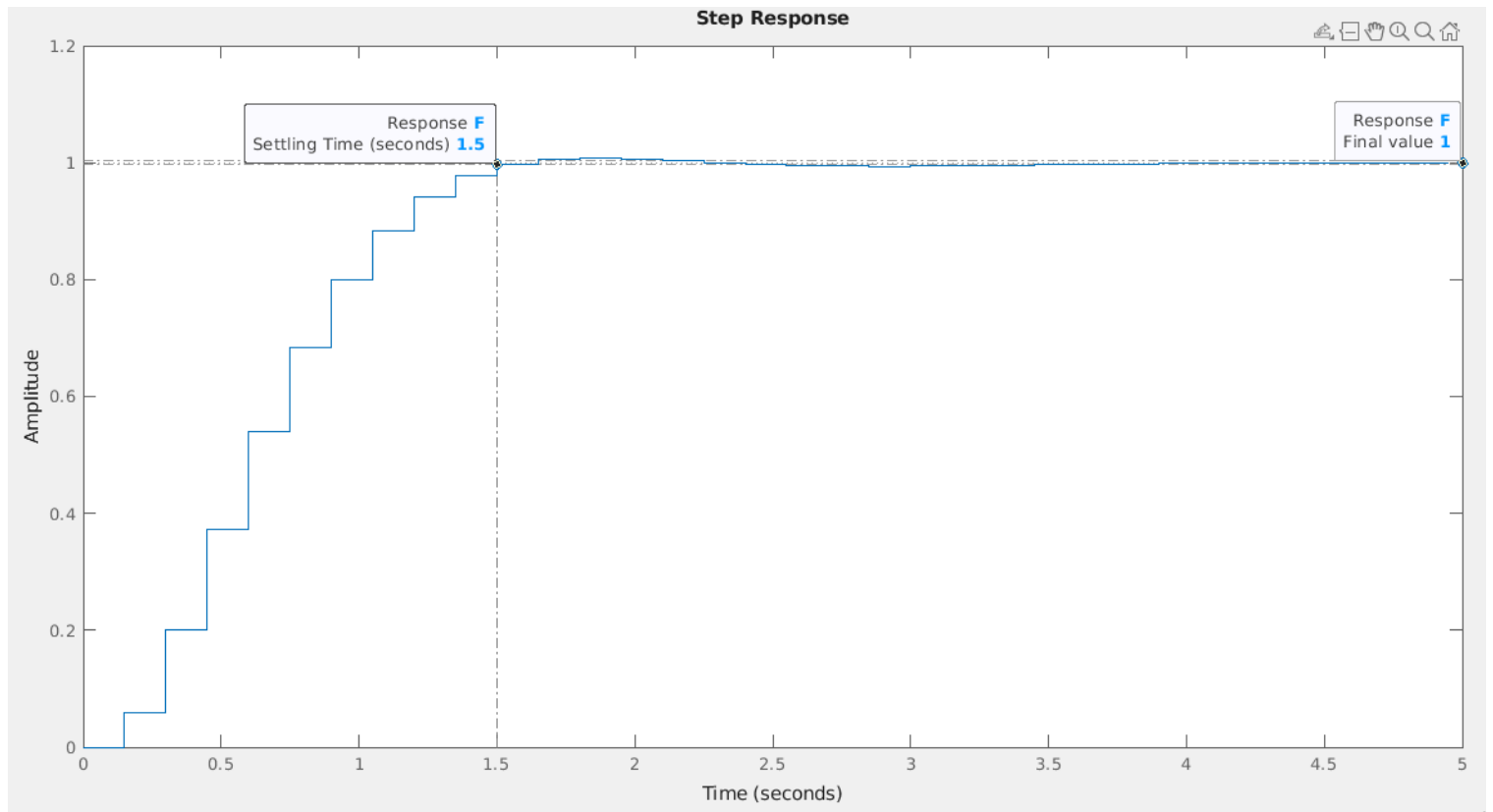
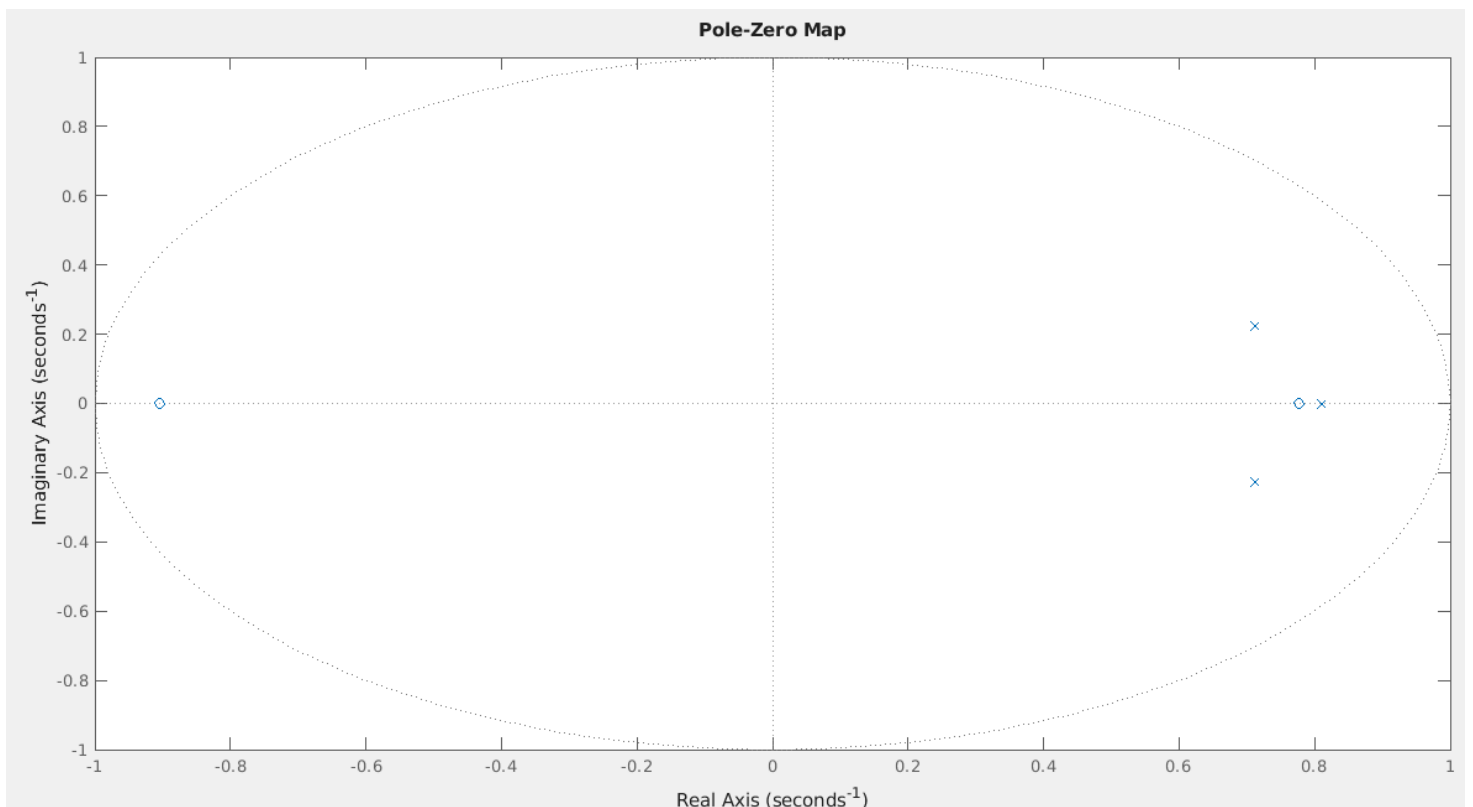
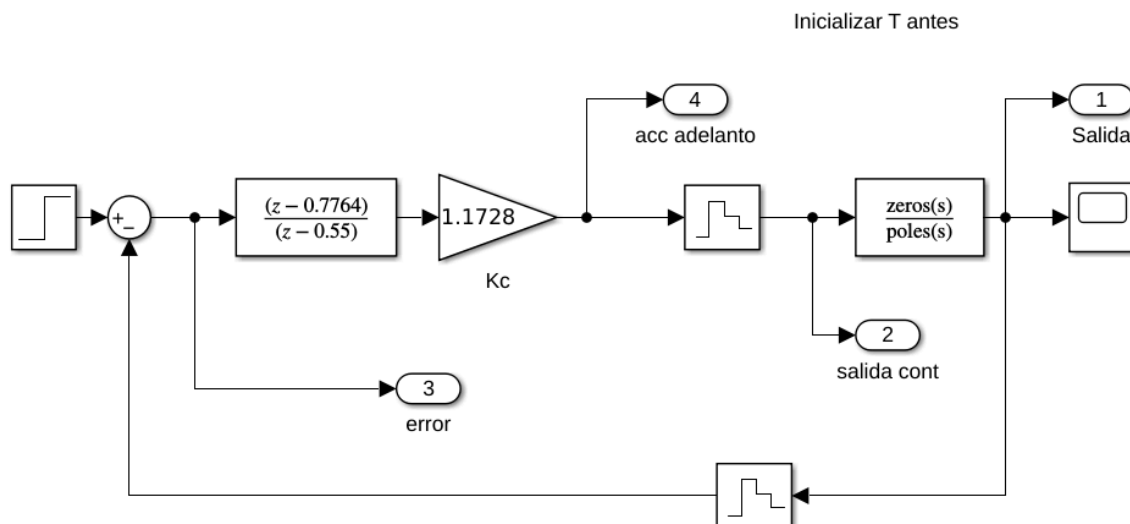


Diagrama de polos y ceros:



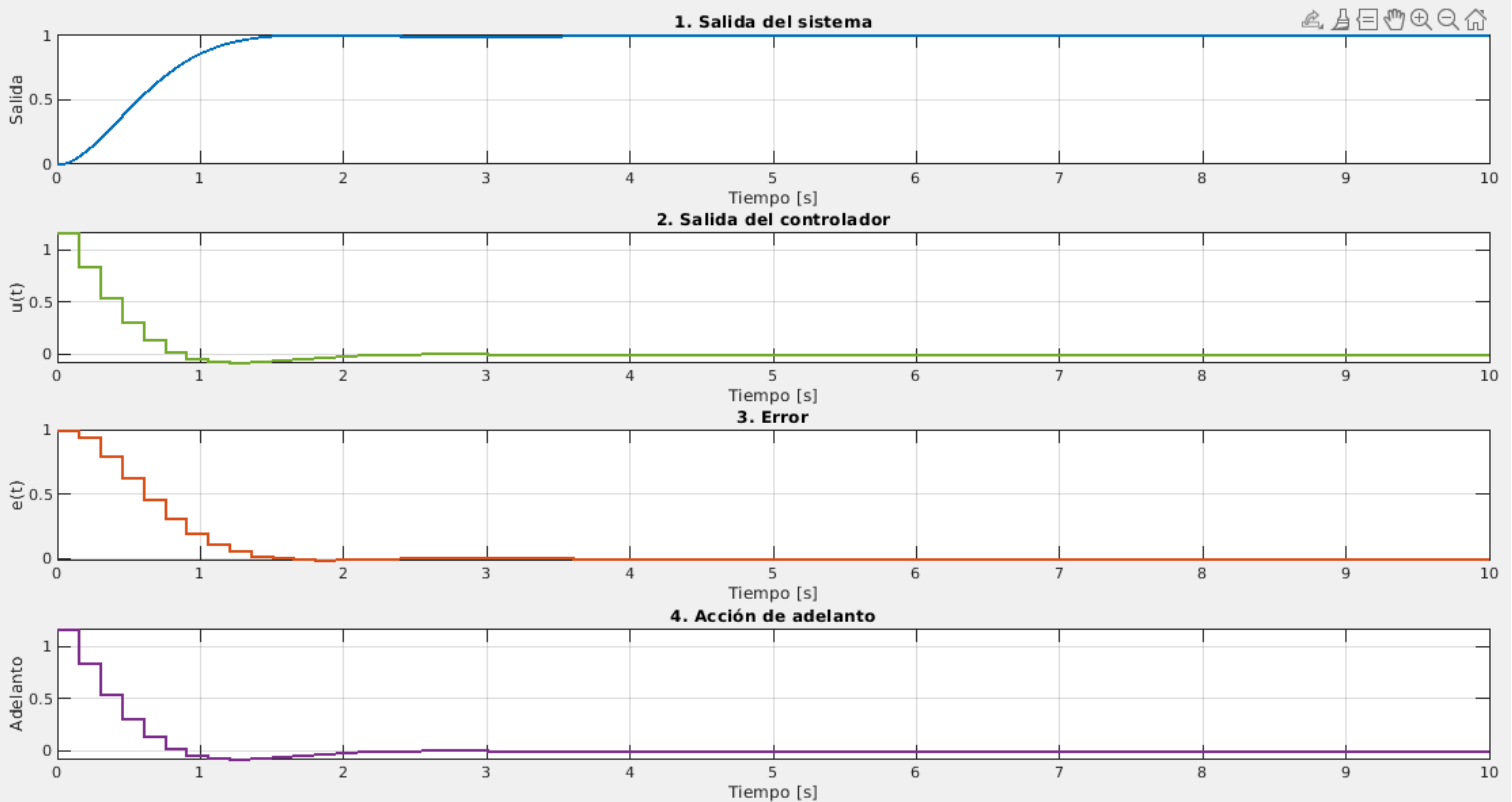
## Simulación en Simulink:

Reemplazando nuestra función de transferencia y las constantes.



Obtenemos:

### Análisis del Controlador de Adelanto Digital



Podemos ver que la salida cumple con los requerimientos solicitados con un error de régimen igual a cero y un tiempo de establecimiento menor a 2 segundos.