

# Tarea 2

6 de noviembre de 2023

2º semestre 2023 - Profesor David Acuña

Jorge Apud, Santiago Criscione y Alberto Maturana

---

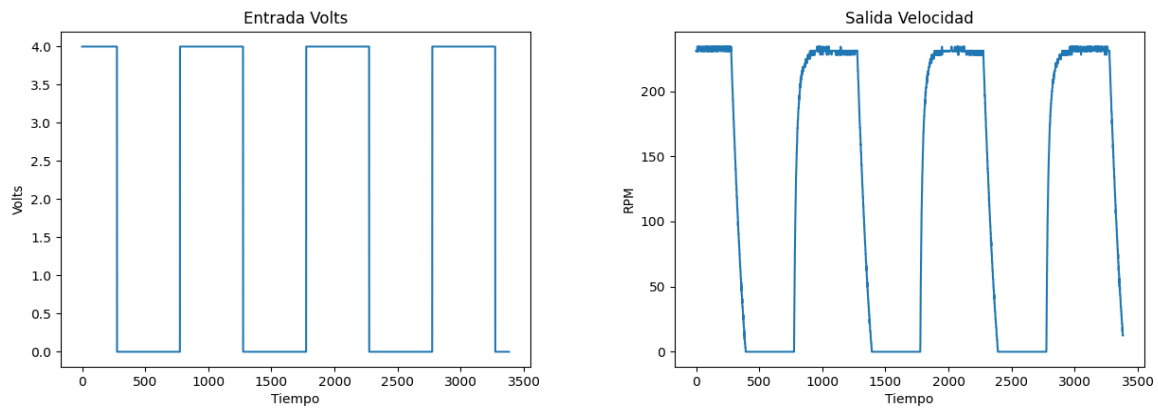
## Pregunta 1

### Resultados

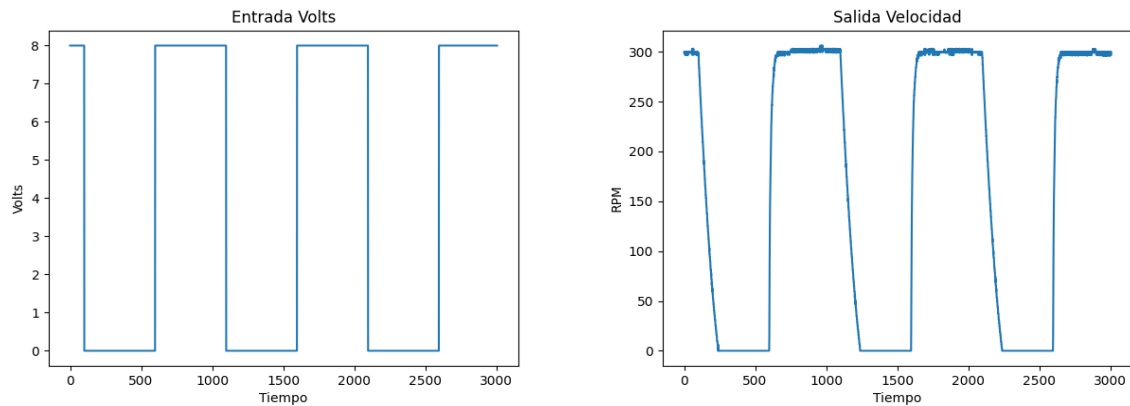
Utilizando el código **01\_lectura\_datos\_G4.py** se realizaron gráficos a partir de los datos obtenidos en el **Taller 1**. A continuación se presentan los resultados.

#### Motor 1

Para **4 Volts**,

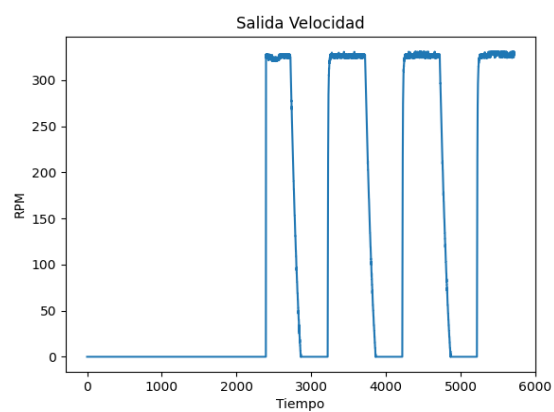
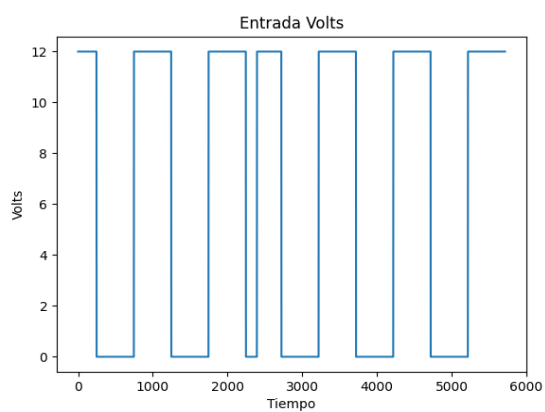


Para **8 Volts**,



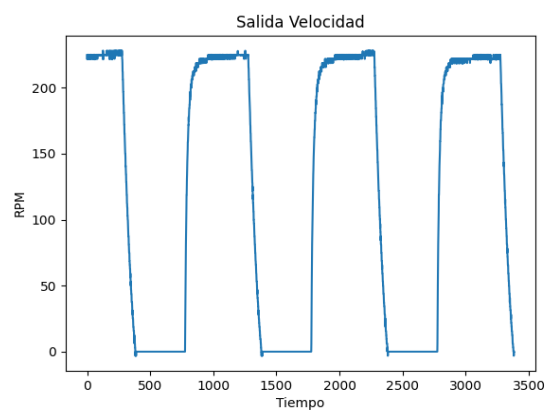
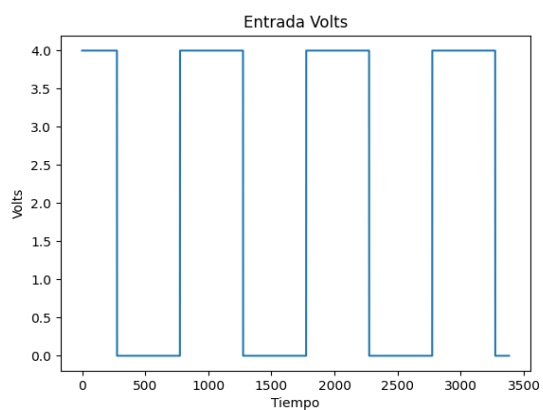
---

Para **12 Volts**,

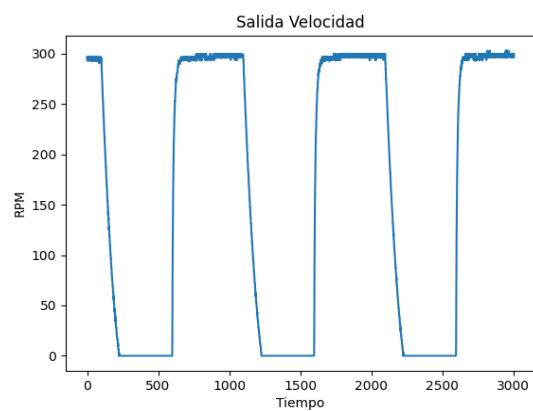
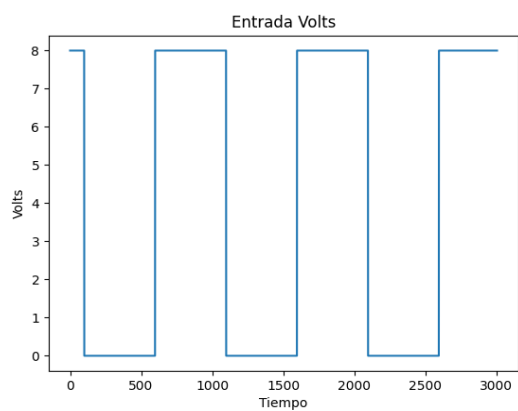


## Motor 2

Para **4 Volts**,

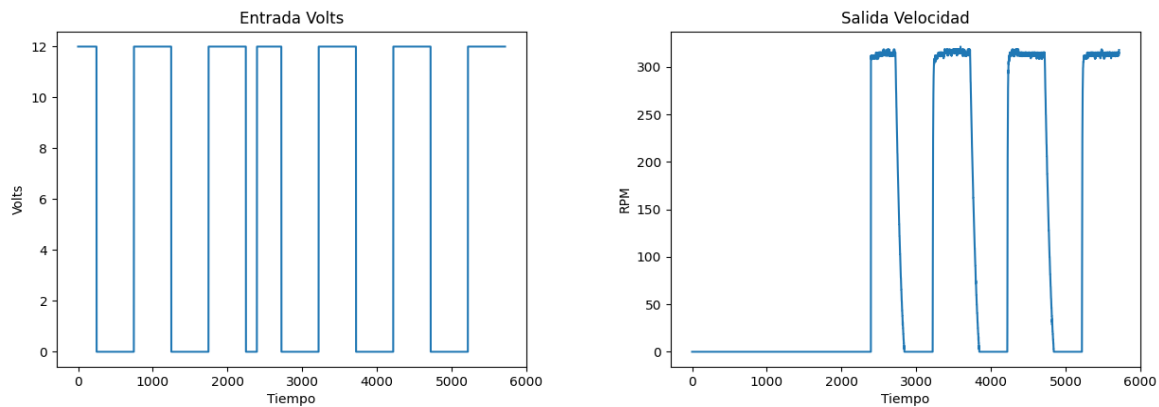


Para **8 Volts**,



---

Para **12 Volts**,



## Conclusión

LTI significa que es lineal e invariante en el tiempo.

Podemos decir que sí es invariante en el tiempo. Su comportamiento no depende de cuando se aplica la entrada. Esto se confirma viendo que varias repeticiones en tiempo distinto tienen los mismos resultados en un mismo caso de 4 Volts o 8 o 12. Sin embargo, esto no es suficiente para afirmar que es LTI ya que también debe ser lineal.

Para que sea lineal significa que cumple con el principio de superposición. Es decir, que si se aplica una entrada compuesta (una combinación lineal) de dos o más señales de entrada, la respuesta del sistema será la suma de las respuestas individuales a cada señal de entrada. En este caso, se ve fácilmente que no es lineal. Podemos demostrarlo con dos casos diferentes. Primero, si aplicamos 4 Volts, se obtiene una velocidad promedio de 230 RPM. Versus que cuando aplicamos 8 Volts, obtenemos en promedio 300 RPM. Claramente, no es el doble los RPM de 4 Volts; entonces, podemos decir que no se aplica la linealidad. Un segundo ejemplo podría ser sumar el RPM de 4 Volts y el de 8 Volts. Para eso, se debería obtener la suma de los RPM de ambos para el caso de 12 Volts, sin embargo, no se obtiene eso.

En conclusión, no es un sistema LTI.

## Pregunta 2

Utilizando el código **reader2.py**, se seleccionaron los datos de entrenamiento y validación que serán utilizados a lo largo de la tarea. Para esto, se seleccionó, para cada motor y voltaje, 5 segundos a 0V y 5 al voltaje respectivo. Los resultados se encuentran dentro de la carpeta como **02\_escalonYV\_MZ\_G4.txt**, donde Y es el voltaje utilizado y Z el motor.

---

## Pregunta 3

Utilizando el código **03\_regresión\_lineal.py** se estimó los valores de las constantes  $\theta_1$  y  $\theta_2$  que forman parte de el sistema de primer orden discretizado,

$$y_k = \theta_1 y_{k-1} + \theta_2 u_k$$

obteniendo los siguientes resultados,

Motor 1,	$\theta_1$	4V 0,956	8V 0,930	12V 0,900
	$\theta_2$	2,534	2,632	2,727
Motor 2,	$\theta_1$	4V 0,952	8V 0,922	12V 0,895
	$\theta_2$	2,653	2,894	2,774

## Pregunta 4

Tomando en cuenta que los motores se comportan como un sistema de primer orden,

$$\dot{y}(t) + \sigma y(t) = A\sigma u(t)$$

discretizando,

$$\begin{aligned}\frac{y_k - y_{k-1}}{\Delta t} + \sigma y_{k-1} &= A\sigma u_k \\ \frac{y_k}{\Delta t} - \frac{y_{k-1}}{\Delta t} + \sigma y_{k-1} &= A\sigma u_k \\ \frac{y_k}{\Delta t} &= \frac{y_{k-1}}{\Delta t} - \sigma y_{k-1} + A\sigma u_k \\ \frac{y_k}{\Delta t} &= \frac{y_{k-1}}{\Delta t} - \frac{\Delta t \cdot \sigma y_{k-1}}{\Delta t} + A\sigma u_k \\ \frac{y_k}{\Delta t} &= \frac{(1 - \Delta t \cdot \sigma)y_{k-1}}{\Delta t} + A\sigma u_k\end{aligned}$$

multiplicando por  $\Delta t$ ,

$$y_k = (1 - \Delta t \cdot \sigma)y_{k-1} + \Delta t \cdot A\sigma u_k$$

Luego,

$$\theta_1 = 1 - \Delta t \cdot \sigma$$

$$\theta_2 = \Delta t \cdot A\sigma$$

Resolviendo los sistemas de ecuaciones se obtiene,

$$\sigma = \frac{1 - \theta_1}{\Delta t}$$

$$A = \frac{\theta_2}{1 - \theta_1}$$

Considerando los resultados en la pregunta 3 y un valor de  $\Delta t = 0,01$  segundos (Siendo el promedio de  $\Delta t$  en los datos). Entonces,

Motor 1,	$\sigma$	4V 4,398	8V 6,997	12V 9,995
	$A$	57,591	37,600	27,270

---

		4V	8V	12V
Motor 2,	$\sigma$	4,798	7,796	10,493
	$A$	55,271	37,103	26,419

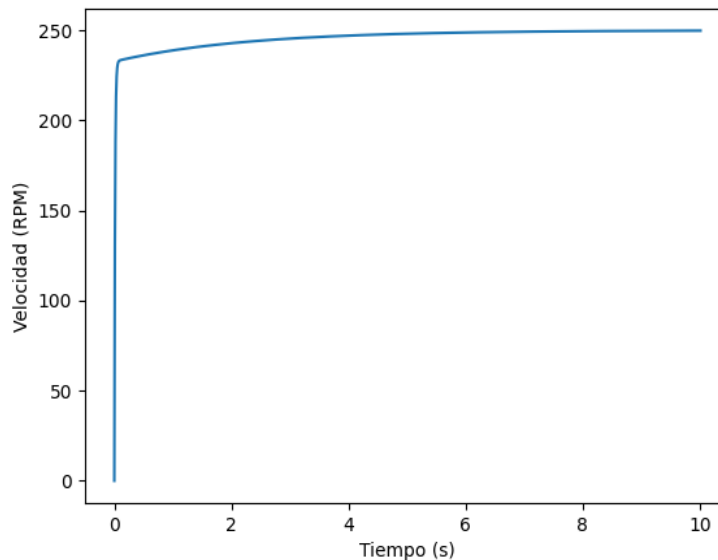
Analizando los resultados podemos observar que para cada motor los valores de  $\sigma$  y  $A$  son bastante parecidos. Aún así, los valores de estos parametros cambian mucho dependiendo del voltaje de entrada que se le entregue, lo que nos permite concluir que los motores no se comportan parecido a un sistema de primer orden, esto es consistente con el resultado de la pregunta 1, pues si fuese un sistema de primer orden este seria LTI.

Por otro lado, si queremos aproximar el comportamiento de cada motor a un sistema de primer orden, podemos promediar los valores de las constantes *sigma* y  $A$ , obteniendo los valores,

	Motor 1	Motor 2
$\sigma$	7,130	7,548
$A$	40,820	39,598

## Pregunta 5

Para esta pregunta usando las constantes que definimos en el laboratorio ( $Kp = 0,21$ ,  $Ki = 0,1$  y  $Kd = 0$ ), se observa que tiene un crecimiento rápido hasta cierto punto y después crece de manera lenta y sin overshoot. Eso se debe a que nuestro  $Kp$  y  $Ki$  son bajos. Si es que hubiera un mayor  $Kp$  y mayor  $Ki$  podría ser que subiera de manera más rápida, se pasara del objetivo, y en ese caso nos veríamos con la necesidad de ocupar un  $Kd$  distinto de 0. Aun así, estos resultados son concordantes con los que obtuvimos de manera práctica en el Taller 1. Sin embargo, al igual que en el Taller 1, el controlador se demora en llegar a los 250 RPM objetivo que le fijamos. Parte de manera instantánea llegando a los 230 RPM pero después le toma un largo tiempo en estabilizarse en 250 RPM. Para la instancia práctica podemos decir que nos ocurrió algo similar y por lo tanto esta es una correcta simulación del sistema.

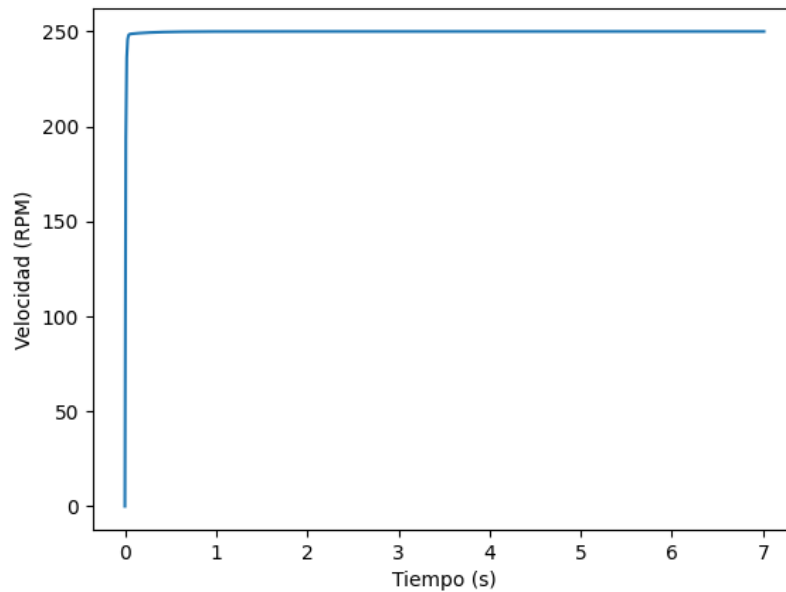


---

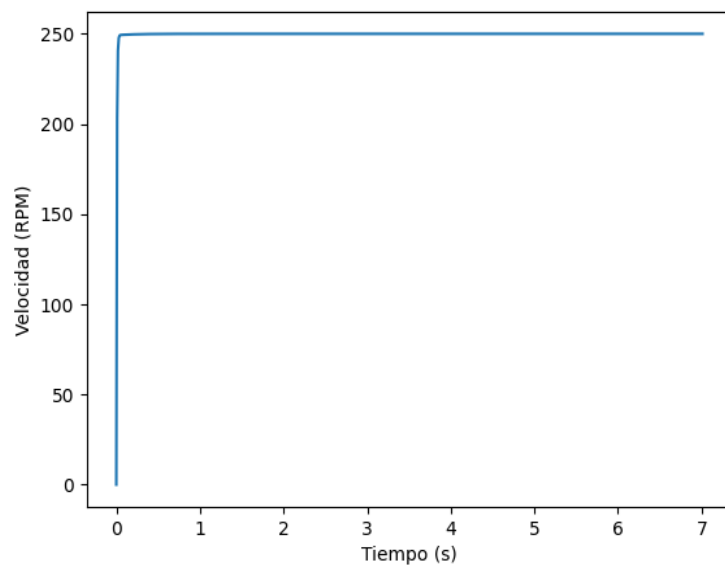
## Pregunta 6

En esta pregunta debemos intentar encontrar mejores parámetros para un controlador que logre llegar a nuestros RPM objetivo. En nuestro caso no está habiendo un overshoot ni un mal objetivo alcanzado sino que tenemos que mejorar la rapidez con la que llega al objetivo. Antes se demoraba aproximadamente 5 segundos en llegar al objetivo y nosotros debemos disminuir ese tiempo para ambos motores que tiene un  $\sigma$  y un  $A$  distintos.

Para el motor 1 ocupamos las constantes  $\sigma$  y  $A$  del caso de 4 V que en este caso es  $\sigma = 4,398$  y  $A = 57,591$ . Adjunto el gráfico final con el que llegamos con nuestras constantes. Los parámetros del controlador que obtuvimos como ideales fueron:  $Kp = 0,3$  ,  $Ki = 1,2$  ,  $Kd = 0$  .



Para el motor 2 ocupamos las constantes  $\sigma$  y  $A$  del caso de 4 V que en este caso es  $\sigma = 4,798$  y  $A = 55,271$ . Adjunto el gráfico final con el que llegamos con nuestras constantes. Los parámetros del controlador que obtuvimos como ideales fueron:  $Kp = 0,3$  ,  $Ki = 1,4$  ,  $Kd = 0$  .



De ambos podemos concluir que no es necesario tener un  $K_d$  para un correcto control. Creemos que se debe a que como el diferencial de tiempo es tan pequeño, el error se alcanza a corregir por  $K_i$  de manera correcta y no es necesario ajustar para un posible overshoot.