EXAME MODELO

①

$$f(x,y,z) = -x + y^2 + \cos(z)$$

$x \simeq 1,1$ $\quad\Delta x = 0,5 \times 10^{-1}$

$y \simeq 2,04$ $\quad\Delta y = 0,5 \times 10^{-2}$

$z \simeq 0,5$ rad $\quad\Delta z = 0,5 \times 10^{-1}$

$$\Delta f \leq \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \times \Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| \times \Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right| \times \Delta z$$

$$\leq \Delta x + 2y \times \Delta y + \sin(z) \times \Delta z$$

c/ $x = 1,1$, $y = 2,04$, $z = 0,5$

$$\leq 0,5 \times 10^{-1} + 2 \times 2,04 \times 0,5 \times 10^{-2} + \sin(0,5) \times 0,5 \times 10^{-1}$$

$$\leq 0,05 + 0,0204 + 0,02397 \leq 0,09 \simeq 0,1$$

$\Delta f \leq 0,1$

C.A

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -1 \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = 2y \qquad \frac{\partial f}{\partial z} = -\sin(z)$$

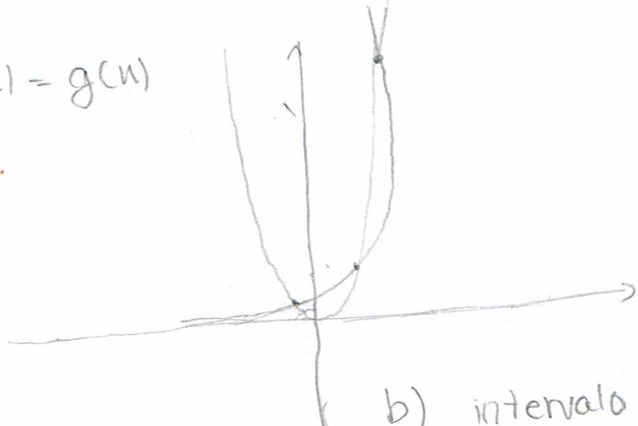
② $3x^2 - e^x = 0$

a) $3x^2 = e^x \Rightarrow f(x) = g(x)$

c/ $f(x) = 3x^2$
$g(x) = e^x$

$3x^2 = 0$
$x^2 = 0$
$x = 0$

$e^x = 0$
$x = \ln(0)$
impossivel



$10^{-1} = 0,1$

3 raizes
$[-1,0]$
$[0,1]$
$[3,4]$

b) intervalo $]3,5;4[$

$$\text{erro} = \frac{|b-a|}{2}$$

it	a	b	$\frac{a+b}{2}$	f(a)	f(b)	$f(\frac{a+b}{2})$	erro
0	3,5	4	3,75	3,635	-6,598	-0,334	0,25
1	3,5	3,75	3,625	3,635	-0,334	1,897	0,125
2	3,625	3,75	3,6875	-1,897	-0,334	0,848	0,625 STOP

$x \simeq 3,69$

③ $(x^0, y^0) = (3{,}5 \,;\, 1)$

↳ aprox. da sol do sistema.

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cancel{x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4} \\ \end{cases}$$

$M = \max\{|x^K - x^{K-1}|, |y^K - y^{K-1}|\} \leq 10^{-1}$

$$F = \begin{bmatrix} (x-2)^2 + (y-2)^2 - 4 \\ x^2 + y^2 - 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f1 \\ f2 \end{bmatrix}$$

$\frac{\partial f1}{\partial x} = (x^2 - 4x + 4)'_x = 2x - 4$ $\qquad \frac{\partial f2}{\partial x} = 2x$

$\frac{\partial f1}{\partial y} = ((y-2)^2)'_y = 2y - 4$ $\qquad \frac{\partial f2}{\partial y} = 2y$

NOTA: sendo $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ $\quad A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{d}{\Delta A} & \frac{-b}{\Delta A} \\ -\frac{c}{\Delta A} & \frac{a}{\Delta A} \end{bmatrix}$

$$JF = \begin{bmatrix} 2x - 4 & 2y - 4 \\ 2x & 2y \end{bmatrix}$$

$$\boxed{X^{K+1} = X^K - JF^{-1}(X^K) \times F(X^K)}$$

iteração	X^K	$JF(X^K)$	$JF^{-1}(X^K)$	$F(X^K)$	erro
0	$\begin{bmatrix} 3{,}5 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0{,}1 & 0{,}1 \\ -0{,}35 & 0{,}15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0{,}75 \\ -2{,}75 \end{bmatrix}$	—
	CA $\Delta JF = 3 \times 2 - (-2) \times 7 = 20$				
1	$\begin{bmatrix} 3{,}85 \\ 1{,}15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3{,}7 & -1{,}7 \\ 7{,}7 & 2{,}3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0{,}106 & -0{,}356 \\ 0{,}079 & 0{,}171 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0{,}145 \\ 0{,}145 \end{bmatrix}$	0,35 0,15
	CA $\Delta JF = 3{,}7 \times 2{,}3 - (-1{,}7) \times 7{,}7 = 21{,}6$				
2	$\begin{bmatrix} 3{,}88 \\ 1{,}12 \end{bmatrix}$				0,03 0,03 } stop

sol $(x^{(2)}, y^{(2)}) = (3{,}88 \,;\, 1{,}18)$

4

x	ordem 0	ordem 1	ordem 2	ordem 3
0	3			
		0,5		
0,5	3,25		-0,166	
		0,334		-0,552
1,0	3,417		-0,552	
		-0,383		
1,3	3,302			

$P_1(x) = 3{,}417 + (-0{,}383) \times (x-1)$

$P_1(1{,}2) = 3{,}417 + (-0{,}383)(1{,}2-1)$

$= 3{,}340$

⑤

10 questões
5 respostas

X - v.a resposta correta

$X \sim Bin(10; 0,2)$

a) $p = \frac{1}{5} = 0,2$

$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - 0,9672 = 0,0328$ ✓

b) Por observação da tabela para $n=10$ e $p = 0,2$ conclui-se que a maior probabilidade (0,32020), corresponde a 2 respostas

⑥

X - v.a número de erros encontrados

$X \sim Po(3)$

a) $P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - 0,6472 = 0,3528$

b) $P(X > 0) = 1 - P(X < 0) = 1 - 0,0498 = 0,9502$

$P(X = 0) = 0,0498 \simeq 0,05$ probabilidade de não ter erros

Y - v.a programas s/ erros
$Y \sim Bin(2, 0,05)$

$P(X = 2) = 0,0025$ ✓

⑦

a) 100 alunos da universidade A, 23 usam metro

~~p1 – probabilidade de alunos da univers. A usarem metro~~

~~p2 – " " " " B " "~~

$p1 = \frac{23}{100} = \boxed{0,23}$ $n = 100$ $p2 = \frac{37}{110} = \boxed{0,34}$ $n = 110$

IC a 90 % $\Longrightarrow$ $\boxed{z_c = 1,645}$

X1 – v.a. alunos da Univer. A q/ usam o metro

X2 – v.a. " " B " " " "

$X_1 \sim Bin(100 ; 0,23)$ $\hat{p_1} \sim N(0,23 ; 0,002)$

$X_2 \sim Bin(110 ; 0,34)$ $\hat{p_2} \sim N(0,34 ; 0,002)$

$\sqrt{0,002 + 0,002} = 0,0632$

$\hat{p_1} - \hat{p_2} = (-0,11 ; 0,0632)$

$[-0,11 - 1,645 \times 0,0632 ; -0,11 + 1,645 \times 0,0632]$

$[-0,21 ; -0,006]$

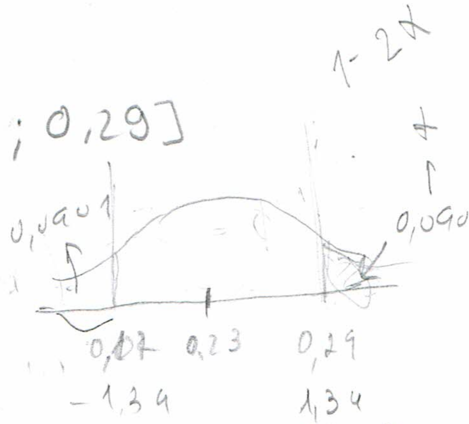
? Ambos os limites têm o mesmo sinal ∴

Há diferença

b) $[17\% ; 29\%] \longrightarrow \boxed{[0,17 ; 0,29]}$

$\hat{p_1} \sim N(0,23 ; \underline{0,002})$

$[0,23 - \Delta ; 0,23 + \Delta[= [0,17 ; 0,29]$



$0,23 - \Delta = 0,17$

$\Delta = 0,06$

$0,06 = z_c \times \sqrt{0,002}$

$z_c = 1,34$

$\phi(1,34) = \underline{\underline{0,9009}}$

$0,9009 = 1 - \frac{\alpha}{2}$

$\frac{\alpha}{2} = 0,0901$

$1 - 2 \times 0,0901 = 0,1802$ 0,9009

$= 18,02\%$

$100 - 18,02 = \underline{\underline{81,98\%}}$

Nota: difere da solução por erros de arredondamento

(8)

x - vc qtd transferência online

$X_0 \sim N(1500 \, ; \, 100^2)$ $n = 40$ (dias)

$X_1 \sim N(1520 \, ; \, 100^2)$ significancia a 5%

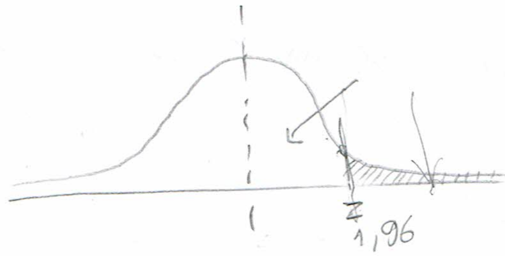
$\alpha = 0{,}05$

$RC_Z = [\, Z_c \, , +\infty [$ $Z_c = 1{,}96$

$H_0 : \mu = 1500$

$H_1 : \mu > 1500$

$\mu_0 = 1500$



$$Z = \frac{\bar{X} - 1500}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{X} - 1500}{100} = \frac{1520 - 1500}{\frac{100}{\sqrt{40}}} = 1{,}26$$

$1{,}265 \notin [1{,}96 , +\infty[$

R: não dar razão a concorrente