EXAME MODELO

1

$$f(x, y, z) = -x + y^2 + \cos(z)$$

$x \simeq 1{,}1$ $\quad \Delta x = 0{,}5 \times 10^{-1}$

$y \simeq 2{,}04$ $\quad \Delta y = 0{,}5 \times 10^{-2}$

$z \simeq 0{,}5$ rad $\quad \Delta z = 0{,}5 \times 10^{-1}$

$$\Delta f \leq \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \times \Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| \times \Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right| \times \Delta z$$

$$\leq \Delta x + 2y \times \Delta y + \sin(z) \times \Delta z$$

c/ $x = 1{,}1$, $y = 2{,}04$, $z = 0{,}5$

$$\leq 0{,}5 \times 10^{-1} + 2 \times 2{,}04 \times 0{,}5 \times 10^{-2} + \sin(0{,}5) \times 0{,}5 \times 10^{-1}$$

$$\leq 0{,}05 + 0{,}0204 + 0{,}02397 \leq 0{,}09 \simeq 0{,}1$$

$\Delta f \leq 0{,}1$

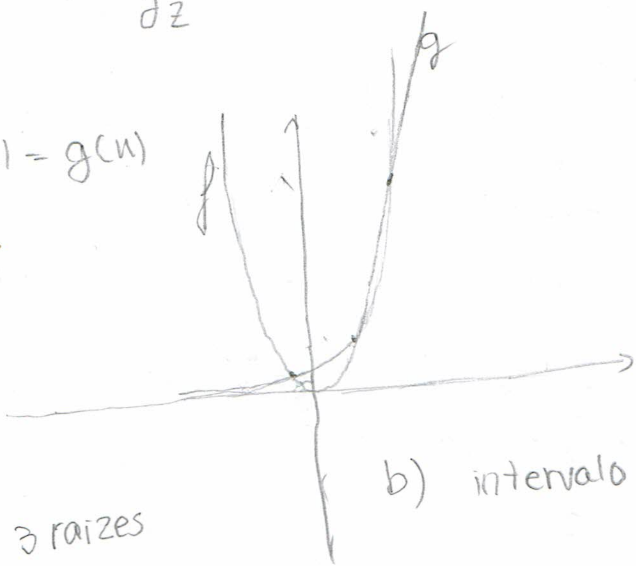
C.A

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -1 \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = 2y \qquad \frac{\partial f}{\partial z} = -\sin(z)$$

2 $\quad 3x^2 - e^x = 0$

a) $3x^2 = e^x \Rightarrow f(x) = g(x)$

c/ $f(x) = 3x^2$
$g(x) = e^x$



$10^{-1} = 0{,}1$

$3x^2 = 0$
$x^2 = 0$
$x = 0$

$e^x = 0$
$x = \ln(0)$
impossível

3 raizes
$[-1, 0]$
$[0, 1]$
$[3, 4]$

b) intervalo $]3{,}5 ; 4[$

$$\text{erro} = \frac{|b-a|}{2}$$

it	a	b	$\frac{a+b}{2}$	f(a)	f(b)	$f\left(\frac{a+b}{2}\right)$	erro
0	3,5	4	3,75	3,635	-6,598	-0,334	0,25
1	3,5	3,75	3,625	3,635	-0,334	1,897	0,125
2	3,625	3,75	3,6875	-1,897	-0,334	0,848	0,0625 STOP

$x \simeq 3{,}69$

③ $(x^0, y^0) = (3,5 \,;\, 1)$

↳ aprox. da sol do sistema.

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cancel{x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4} \\ \end{cases}$$

$$M = \max\{|x^K - x^{K-1}|, |y^K - y^{K-1}|\} \leq 10^{-1}$$

$$F = \begin{bmatrix} (x-2)^2 + (y-2)^2 - 4 \\ x^2 + y^2 - 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f1 \\ f2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f1}{\partial x} = (x^2 - 4x + 4)'_x = 2x - 4 \qquad \frac{\partial f2}{\partial x} = 2x$$

$$\frac{\partial f1}{\partial y} = ((y-2)^2)'_y = 2y - 4 \qquad \frac{\partial f2}{\partial y} = 2y$$

$$JF = \begin{bmatrix} 2x-4 & 2y-4 \\ 2x & 2y \end{bmatrix}$$

NOTA: sendo $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{d}{\Delta A} & \frac{-b}{\Delta A} \\ \frac{-c}{\Delta A} & \frac{a}{\Delta A} \end{bmatrix}$$

$$\boxed{X^{K+1} = X^K - JF^{-1}(X^K) \times F(X^K)}$$

iteração	X^K	$JF(X^K)$	$JF^{-1}(X^K)$	$F(X^K)$	erro
0	$\begin{bmatrix} 3,5 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,1 & 0,1 \\ -0,35 & 0,15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0,75 \\ -2,75 \end{bmatrix}$	—
CA $\Delta JF = 3 \times 2 - (-2) \times 7 = 20$					
1	$\begin{bmatrix} 3,85 \\ 1,15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3,7 & -1,7 \\ 7,7 & 2,3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,106 & 0,079 \\ -0,3565 & 0,171 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,145 \\ 0,145 \end{bmatrix}$	0,35 0,15
CA $\Delta JF = 3,7 \times 2,3 - (-1,7) \times 7,7 = 21,6$					
2	$\begin{bmatrix} 3,82 \\ 1,18 \end{bmatrix}$				0,03 0,03 } stop

sol $(x^{(2)}, y^{(2)}) = (3,82 \,;\, 1,18)$ ✓

4

x	ordem 0	ordem 1	ordem 2	ordem 3
0	3			
		0,5		
0,5	3,25		-0,166	
		0,334		-0,552
1,0	3,417		-0,552	
		-0,383		
1,3	3,302			

a)

$P_1(x) = 3,417 + (-0,383) \times (x-1)$

$P_1(1,2) = 3,417 + (-0,383)(1,2-1)$
$= 3,340$

b) $P_1(1,2) = 3,340$

Considerando $P_3(x)$ como ref por ser o mais próximo da função original

$P_3(x) = 3 + 0,5x + (-0,166) \times x(x-0,5) + (-0,552) \times x(x-0,5) \times (x-1)$

$P_3(1,2) = 3 + 0,6 - 0,13944 - 0,092736 = 3,4278$

erro $\approx |P_1(x) - P_3(x)| = |P_1(1,2) - P_3(1,2)| \approx 3,340 - 3,4278$
$\approx 0,0878$

⑤

10 questões
5 respostas

X - v.a resposta correta

$X \sim Bin(10; 0,2)$

a) $p = \frac{1}{5} = 0,2$

$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - 0,9672 = 0,0328$ ✓

b) por, observação da tabela
para $n=10$ e $p = 0,2$
conclui-se que a maior
probabilidade (0,32020),
corresponde a 2
respostas

⑥

X - v.a número de erros encontrados

$X \sim Po(3)$

a) $P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - 0,6472 = 0,3528$

b) $P(X > 0) = 1 - P(X < 0) = 1 - 0,0458 = 0,9502$

$P(X = 0) = 0,0498 \simeq 0,05$ probabilidade de não ter erros

Y - v.a programas s/ erros
$Y \sim Bin(2, 0,05)$

$P(X = 2) = 0,0025$ ✓

7

a) 100 alunos da universidade A, 23 usam metro

~~p1 – probabilidade de alunos da univers. A usarem metro~~

~~p2 " " " " B " "~~

$p1 = \frac{23}{100} = \boxed{0,23}$ $n = 100$ $p2 = \frac{37}{110} = \boxed{0,34}$ $n = 110$

IC a 90 % $\Longrightarrow$ $\boxed{z_c = 1,645}$

X1 – v.a. alunos da univer. A q/ usam o metro

X2 – v.a. " " B " " " "

$X1 \sim Bin(100 ; 0,23)$ $\hat{p}1 \sim N(0,23 ; 0,002)$

$X2 \sim Bin(110 ; 0,34)$ $\hat{p}2 \sim N(0,34 ; 0,002)$

$\sqrt{0,002 + 0,002} = 0,0632$

$\hat{p}1 - \hat{p}2 = (-0,11 ; 0,0632)$

$[-0,11 - 1,645 \times 0,0632 ; -0,11 + 1,645 \times 0,0632]$

$[-0,21 ; -0,006]$

? Há diferença   Ambos os limites têm o mesmo sinal ∴

b) $[17\% ; 29\%] \rightarrow [0,17 ; 0,29]$

$\hat{p}1 \sim N(0,23 ; 0,002)$

$[0,23 - \Delta ; 0,23 + \Delta[= [0,17 ; 0,29]$

$0,23 - \Delta = 0,17$

$\Delta = 0,06$

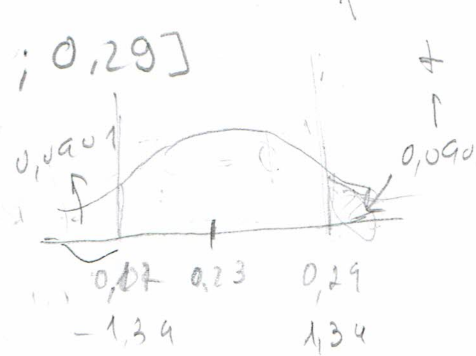
$0,06 = z_c \times \sqrt{0,002}$

$z_c = 1,34$

$\phi(1,34) = 0,9009$

$0,9009 = 1 - \frac{\alpha}{2}$

$\frac{\alpha}{2} = 0,0901$



$1 - 2 \times 0,0901 = 0,1802 = 18,02\%$

$100 - 18,02 = 81,98\%$

Nota: difere da solução por erros de arredondamento

8

x - v.a qtd transferência online

$X_0 \sim N(1500\ ;\ 100^2)$ $\quad$ $n = 40$ (dias)

$X_1 \sim N(1520\ ;\ 100^2)$ $\quad$ significancia a 5%

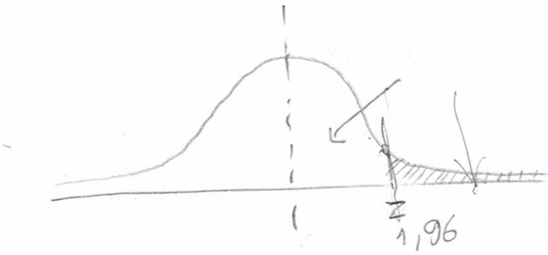
$\alpha = 0{,}05$

$RC_Z = [\,Z_c\,,\ +\infty\,[$ $\quad$ $Z_c = 1{,}96$

$H_0 : \mu = 1500$

$H_1 : \mu > 1500$

$\mu_0 = 1500$



$$Z = \frac{\bar{X} - 1500}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{X} - 1500}{100} = \frac{1520 - 1500}{\frac{100}{\sqrt{40}}} = 1{,}26$$

$1{,}265 \notin [1{,}96\,,\ +\infty[$

R: não dar razão a concorrente