Departamento de Matemática

Curso: Eng.ª Informática

Disciplina: Matemática Computacional

Ano Letivo: 2015-16

TP_PL_4 – Sistemas não lineares
Método de Newton-Raphson
4ª Aula

1. Utilize o método de Newton para calcular uma solução aproximada de cada um dos sistemas

   a) $\begin{cases} x^2 + y = 4 \\ y - \ln(x) = 1 \end{cases}$

   b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^3 - y = 0 \end{cases}$

   satisfazendo a condição $\max\left\{\left|x^{(k)} - x^{(k-1)}\right|, \left|y^{(k)} - y^{(k-1)}\right|\right\} \le 10^{-5}$.

2. Considere o seguinte sistema de equações: para o qual se pretende uma solução aproximada:

   $$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x^3 + y = 0 \end{cases}$$

   a) Determine graficamente uma estimativa inicial dessa solução de abcissa positiva.
   b) Aplique o método de Newton até ser satisfeita a condição $\max\left\{\left|x^{(k)} - x^{(k-1)}\right|, \left|y^{(k)} - y^{(k-1)}\right|\right\} \le 10^{-4}$.

3. Aplique o método de Newton para calcular uma solução aproximada, de abcissa e ordenadas positivas, do sistema

   $$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - y^2 = -0.5 \end{cases}$$

   até ser satisfeita a condição $\max\left\{\left|x^{(k)} - x^{(k-1)}\right|, \left|y^{(k)} - y^{(k-1)}\right|\right\} \le 10^{-3}$

4. Considere o sistema o seguinte sistema de equações:

   $$\begin{cases} x^3 + (x-y)^2 = 1 \\ x + xy^2 = 2 \end{cases}$$

Calcule uma solução aproximada do Sistema (de menor abscissa), usando o método de Newton. Considerando a solução inicial (x_0,y_0)=(1.5,1) e como critério de paragem $\max\left\{\left|x^{(k)} - x^{(k-1)}\right|, \left|y^{(k)} - y^{(k-1)}\right|\right\} \le 10^{-2}$

5. Pretende-se uma aproximação da solução de maior ordenada, do sistema

$$\begin{cases}(x-4)^2+(y-4)^2=4\\ x^2+y^2=16\end{cases}$$

a) Determine graficamente uma estimativa inicial dessa solução.

b) Efectue duas iterações do Método de Newton-Raphson para melhorar essa estimativa.

6. Sabendo que $x^{(0)}=(0.7,1.5)$ é uma aproximação da solução do sistema

$$\begin{cases}(x^2-3)\ln(y-1)=1\ ,\ y\rangle 1\\ xy=\cos(x)\end{cases}$$

utilize o método de Newton-Raphson para encontrar uma solução $\left(x^{(k)},y^{(k)}\right)$ que satisfaça a condição

$$M=\max\left\{\left|x^{(k)}-x^{(k-1)}\right|,\left|y^{(k)}-y^{(k-1)}\right|\right\}\leq 10^{-2}.$$

7. Sendo $\left(x^{(0)},y^{(0)}\right)=(1.0,2.0)$ uma aproximação da solução do sistema

$$\begin{cases}2x-\cos(x+y)=2\\ 3y-\text{sen}(x+y)=6\end{cases}$$

Efetue três iterações do método de Newton para encontrar uma nova solução aproximada $\left(x^{(3)},y^{(3)}\right)$.

8. Considere o seguinte sistema de equações não-lineares:

$$\begin{cases}0.04x^3+0.01y-0.25=0\\ 0.01x+0.04y^3-0.25=0\end{cases}$$

a) Determine graficamente uma estimativa inicial da solução do sistema.

b) Aplique o método de Newton até ser satisfeita a condição $\max\left\{\left|x^{(k)}-x^{(k-1)}\right|,\left|y^{(k)}-y^{(k-1)}\right|\right\}\leq 10^{-4}$.

9. A concentração de um determinado químico poluente (num dado instante t) num rio depende de dois parâmetros (a e b), sendo dada por $C(t)=70e^{at}+20e^{bt}$. Duas medições, em diferentes instantes, produziram o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases}70e^{a}+20e^{b}=27.5702\\ 70e^{2a}+20e^{2b}=17.6567\end{cases}$$

Encontre uma solução aproximada do sistema. Tome como solução inicial $(a_0,b_0)=(-1.9,-0.15)$ e efetue duas iterações do método de Newton.