Departamento de Matemática

Curso: Eng.ª Informática

Disciplina: Matemática Computacional

Ano Letivo: 2015-16

TP_5PL_5 – Interpolação

5ª Aula

1. Dada a seguinte tabela de valores da função $f(x) = e^x$

x_i	1.3	1.4	1.53
$f(x_i)$	3.669	4.044	4.482

   a. Determine um polinómio interpolador de grau 2.
   b. Determine a expressão do polinómio interpolador de Newton em diferenças divididas e obtenha uma aproximação para $f(1.35)$.
   c. Indique um majorante para o erro que se comete na aproximação da alínea anterior.

2. Considere a seguinte tabela de valores:

x_i	1.0	1.5	2.0
$f(x_i)$	1.359	2.241	3.695

   a. Construa a tabela de diferenças divididas associada a toda tabela.
   b. Utilizando a informação da tabela, obtenha uma aproximação para $f(1.65)$.

3. Seja $h(x) = cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$.
   a. Efetuando cálculos exatos determine o polinómio interpolador de Newton para a função h nos pontos −1, 0, 1 e 2.
   b. Use o polinómio anterior para estimar o valor de $h\left(\frac{5}{6}\right)$e obtenha um majorante do respetivo erro de interpolação.

4. Considere a seguinte tabela de valores de uma função f.

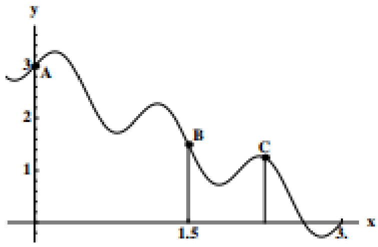
x_i	1	2	3	5
$f(x_i)$	0.9	0.7	0.6	0.5

   a. Usando valores exatos e utilizando a fórmula de Newton com diferenças divididas, determine uma expressão para o polinómio p, de menor grau e interpolador de f, nos 3 nós mais próximos de 4. Calcule um valor aproximado de $f(4)$.
   b. Supondo que

$$\max_{x\in\mathbb{R}}\left|f^{(n)}(x)\right| \leq \left(\frac{\pi}{6}\right)^n, \quad n \in \mathbb{N}$$

   apresente um majorante para o erro absoluto que se comete ao aproximar $f(4)$ por $p(4)$.

5. Considere os pontos A, B e C, tais que A = (0, 3), B = (1.5, 1.5), C = (2.25, 1.25) e a linha que os une, representada na figura.
   a. Poderá a referida linha ser o gráfico do polinómio interpolador, com suporte nos pontos A, B, C e só nesses pontos? Justifique sem calcular esse polinómio.
   b. Usando a fórmula interpoladora de Newton, calcule o polinómio cujo gráfico passa pelos pontos A, B, C.



6. Considere a função $f(x) = sen(x)$.
   a. Determine a tabela de valores para f nos nós $\{\pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2\}$. Apresente os resultados arredondados à 3ª casa decimal.
   b. Usando a fórmula de Newton com diferenças divididas, determine um valor aproximado de $f\left(\frac{\pi}{5}\right)$, indicando um majorante para o erro que se comete na aproximação.

7. Considere a tabela de valores de uma função $y = f(x)$

x	0	1	3	4
y	-21	5	-15	35

Determine as aproximações no intervalo [0, 4] para a localização de um máximo local, um mínimo local e um ponto de inflexão da função f. (Sugestão: comece por deduzir o polinómio interpolador de Newton da função f).

8. Para um determinado problema, são fornecidos valores de temperatura, T, em função da profundidade, P, de acordo com a tabela a seguinte

P	1	1.5	2	2.5	3
T	66	52	18	11	10

   Sabe-se que a uma determinada profundidade, *x*, a segunda derivada de T muda de sinal. Estime a profundidade deste(s) ponto(s) utilizando interpolação polinomial com diferenças divididas. (Arredonde a 3 casas decimais).

9. Considerem-se $x_0 = 0$ e $x_{i+1} = x_i + 2, \quad i = 0,1,2,3$ como suporte de interpolação da função $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$. Estime:
   a. O valor de $f(3.37)$ usando um polinómio de grau 2.
   b. O valor de $f\,'(3.37)$.
   c. A equação da reta tangente a f, no ponto obtido na alínea 9a).

10. Pretende-se calcular uma aproximação do zero da função $g(x) = \ln(x^2 + 1) - e^{-x}$, situado no intervalo $[0.5,1.0]$. Determine a aproximação, usando o polinómio interpolador de Newton nos nós $\{0.5,0.75,1.0\}$. (Na tabela de valores da função g, arredonde a 3 casas decimais).