

# Licenciatura em Engenharia Informática

# Matemática Computacional 2º Semestre 2020-2021



### TP PL1 - Distribuições discretas

## Distribuição Binomial e Distribuição de Poisson

- 1. Um jogador A aceita em face de outro a seguinte regra de jogo: tira à sorte uma carta de um baralho de 40 cartas. Se obtém um ás ganha 50 euros, se obtém uma figura ganha 30 euros e se não obtém nem ás nem figura perde 20 euros.
  - (a) Determine a esperança matemática do ganho do jogador A.
  - (b) Ser-lhe-á à priori favorável ou desfavorável este jogo?
  - (c) Determine o valor do desvio-padrão.
- 2. O número de automóveis de certa marca vendidos em cada semana pela empresa A é uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade:

X	0	1	2	3	4	5
f(x)	0.1	a	0.2	0.2	b	0.05

Suponha que o preço de venda de um automóvel é de 20000 euros e o preço de aquisição é de 15000 euros. Admita ainda que a empresa suporta custos semanais de 5000 euros com o serviço de vendas desta marca de automóveis. Sabe-se ainda que P(X=3|X>2)=0.5.

- (a) Determine as constantes a e b.
- (b) Calcule a média e a variância do número de automóveis vendidos.
- (c) Calcule  $E(3X^2 1)$  e V(3X 1).
- (d) Determine a função de probabilidade da v.a. L-"Lucro semanal da empresa". Calcule o lucro esperado por semana.
- 3. Admite-se que o número de contratos de assistência que são assinados é uma v.a. X com o seguinte quadro de distribuição.

$x_i$	0	1	2	3	4
$p_i$	0.2	a	b	0.1	0.05

Em 70% dos dias são assinados menos de 2 contratos.

- (a) Determine o valor das constantes a e b.
- (b) Calcule a probabilidade de que, num dado dia, o número de contratos assinados seja no mínimo 1 mas não exceda 3.

- (c) Calcule o valor esperado  $\mu$  e o desvio padrão  $\sigma$  do número de contratos assinados diariamente.
- (d) Calcule  $P(\mu \sigma < X < \mu + \sigma)$ .
- 4. Num jogo é atribuído prémio em 40% das vezes.
  - (a) Um indivíduo que participe em 12 jogos que probabilidade tem de:
    - i. Obter prémio em apenas dois dos jogos?
    - ii. Obter prémio em pelo menos metade dos jogos?
    - iii. Obter mais de dois e no máximo 10 prémios?
  - (b) Qual o número esperado e qual o número mais provável de prémios (em 12 jogos)?
- 5. Registos médicos mostram que uma em cada 20 pessoas de uma certa cidade tem um funcionamento deficiente da tiróide. Se 10 pessoas dessa cidade forem aleatoriamente escolhidas, determine a probabilidade de que no máximo 3 pessoas tenham funcionamento deficiente da tiróide.
- 6. Um fornecedor sabe que 5% dos seus artigos são defeituosos. Um comprador adquire 6 artigos.
  - (a) Calcule a probabilidade do comprador ter razão de queixa.
  - (b) Os últimos 5 compradores adquiriram 6 artigos cada um. Calcule a probabilidade de apenas um deles ter razão de queixa.
- 7. Um indivíduo na deslocação de casa para o seu local de trabalho passa por vários semáforos. Sabe-se que cada um dos semáforos está verde em 50% dos casos e que a probabilidade de apanhar todos os semáforos verdes é aproximadamente 0, 25.
  - (a) Por quantos semáforos passa o indivíduo?
  - (b) Durante uma semana de trabalho (5 dias) o indivíduo realiza duas viagens em cada dia. Qual a probabilidade de que apenas 3 dessas viagens sejam realizadas sem ter de parar nos semáforos?
- 8. Um aluno da LEI vai realizar um teste de MATCP. O teste consta de 20 questões com 4 respostas possíveis, das quais só uma está correta. Cada resposta correta vale 10 pontos. Calcule:
  - (a) A probabilidade de um aluno acertar somente 3 questões.
  - (b) A probabilidade de um aluno obter uma classificação de 100 pontos.

2 Matcp

- 9. Um estudo sobre discos de armazenagem de dados de computador revelou que um em cada 20 discos eram defeituosos. Escolhendo 15 discos, aleatoriamente, qual a probabilidade de encontrar menos de três defeituosos?
- 10. Uma fábrica tem uma média semanal de 0.5 acidentes de trabalho. Determine a probabilidade de numa semana:
  - (a) Não ocorrer qualquer acidente.
  - (b) Ocorrerem pelo menos três acidentes.
  - (c) Ocorrerem 2 acidentes.
  - (d) Ocorrer algum acidente.
- 11. O número anual de casos de intoxicação num grande complexo petroquímico segue uma distribuição de Poisson, de valor médio 5.
  - (a) Qual a probabilidade de que, num ano, apareçam menos de 4 pessoas intoxicadas?
  - (b) Qual a probabilidade de que, em seis meses, apareçam entre 5 e 8 pessoas intoxicadas?
  - (c) Qual a probabilidade de, num período de 3 anos, aparecerem menos de 20 pacientes?
- 12. O serviço de mailing de uma empresa está encarregado de manter e desenvolver uma extensa lista de moradas de clientes. O serviço afirma que a probabilidade de qualquer dado da sua lista se encontrar desatualizado, dando assim origem a extravio, é de 0,05. Sabe-se também que o número de cartas que são expedidas tem distribuição de Poisson de média 60 cartas por hora.
  - (a) Se forem expedidas 12 cartas, qual a probabilidade de no máximo 3 se extraviarem?
  - (b) Calcule a probabilidade de, num período de 10 minutos, serem expedidas mais de duas e menos de seis cartas.
  - (c) Calcule a probabilidade de, em oito cartas enviadas, menos de metade serem extraviadas, sabendo que as duas primeiras chegam ao destino.
- 13. Em 1945 os alemães bombardearam Londres com bombas V2. A região londrina está dividida em 576 distritos de superfícies semelhantes, pelo que admitimos que cada distrito tem igual probabilidade de ser bombardeado. Calcula-se que o nº de bombas caídas em Londres foi de 535. Se um distrito for selecionado ao acaso, determine a probabilidade de ter sido bombardeado com exatamente duas bombas.
- 14. No departamento de informática de um banco há um subdepartamento responsável pela deteção de erros dos programas realizados. O número de erros detetados é uma variável

aleatória com uma distribuição de Poisson, onde, em média são detetados 4 erros por programa. Calcule:

- (a) A probabilidade de num programa se detetarem mais de 7 erros.
- (b) A probabilidade de em 3 programas não se detetarem erros.

#### Soluções:

- 1. (a) 2 euros (b) favorável (c) 27.495 euros
- 2. (a) a = 0.30; b = 0.15 (b) E(X) = 2.15 e V(X) = 1.9275 (c)  $E(3X^2 1) = 18.65$  e V(3X 1) = 17.3475
  - (d) Lucro esperado de 5750 euros por semana.

$l_i$	-5000	0	5000	10000	15000	20000
$g(l_i)$	0.1	0.3	0.2	0.2	0.15	0.05

- 3. (a) a = 0.5; b = 0.15 (b) 0.75 (c)  $\mu = 1.3; \sigma = 1.05$  (d) 0.65
- 4. (ai) 0.0639 (aii) 0.3348 (aiii) 0.9163 (b) E(X) = 4.8; número mais provável 5
- 5. (a) 0.9990
- 6. (a) 0.2649 (b) 0.3955
- 7. (a) n = 2 (b) 0.2503
- 8. (a) 0.1339 (b) 0.0099
- 9. 0.9638
- 10. (a) 0.6065 (b) 0.0144 (c) 0.0758 (d) 0.3935
- 11. (a) 0.2650 (b) 0.0377 (c) 0.8752
- 12. (a) 0.9978 (b) 0.0643 (c) 0.9999
- 13. 0.1647
- 14. (a) 0.0511 (b) 0.0000

4 Matcp