1. Considere três lançamentos de uma moeda.

   (a) Indique o espaço de resultados.

   (b) Descreva os seguintes acontecimentos:
   A - "obter cara no primeiro lançamento"
   B - "obter duas coroas seguidas"

2. Sejam A e B eventos de um dado espaço amostral e seja $A \backslash B$ o conjunto de eventos que pertencem a A e não pertencem a B, isto é, $A \backslash B = A \cap \overline{B}$.

   (a) Mostre que:

      i. $A \cap (B \backslash C) = (A \cap B) \backslash (A \cap C)$.

      ii. $A \backslash (B \cup C) = (A \backslash B) \backslash C$.

   (b) Comente a seguinte igualdade $(A \backslash B) \cup C = (A \cup C) \backslash B$.

3. Considere a seguinte experiência aleatória: lança-se um dado não viciado. Se sair número par, lançam-se duas moedas não viciadas, se sair número ímpar lança-se uma moeda não viciada.

   (a) Indique o espaço amostral desta experiência.

   (b) Escreva o conjunto de acontecimentos que correspondem aos eventos seguintes.

      - A $=$ "obtêm-se exatamente duas caras e a face 6"
      - B $=$ "obtém-se 1 cara"
      - C $=$ "obtêm-se duas coroas"
      - D $=$ "obtém-se exatamente uma cara"

4. Sejam A, B e C acontecimentos mutuamente exclusivos de uma dada experiência aleatória, tal que P(A) $= 0.3$, P(B) $= 0.54$ e P(C) $= 0.14$. Determine as probabilidade abaixo.

   (a) $P(A \cup B \cup C)$.

   (b) $P(A \cap B \cap C)$.

   (c) $P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$.

   (d) $P((A \cup B) \cap C)$.

5. Sejam $P(A) = 0.5, P(B) = 0.2$, $P((A \cup B) \cap \overline{C}) = 0.6$ e $P(B \cup C) = 0.3$. Se A e B são disjuntos e A e C são disjuntos, encontre $P(C)$.

6. Uma coleção de 100 programas de computador foi examinada para detetar erros de "sintaxe", "input/output"e de "outro tipo"diferente dos anteriores. Desses 100 programas, 20 tinham erros de sintaxe", 10 tinham erros de "input/output"e 5 tinham erros de "outro tipo", 6 tinham erros de "sintaxe"e de "input/output", 3 tinham erros de "sintaxe"e de "outro tipo", 3 tinham erros de "input/output"e de "outro tipo"e 2 tinham os três tipos de erros considerados. Um programa é selecionado ao acaso desta coleção. Determine a probabilidade do programa selecionado ter:

   (a) Exclusivamente erros de "sintaxe".

   (b) Pelo menos um dos três tipos de erros.

7. Num dado não equilibrado a probabilidade de "sair 6"é 0.4, tendo as restantes faces igual probabilidade de ocorrer.

   (a) Mostre que, efetuando apenas um lançamento deste dado, a probabilidade de "sair 1"é 0.12.

   (b) Lançando três vezes consecutivas o referido dado, qual é a probabilidade de se obter só duas vezes um número ímpar?

8. Considere um dado equipamento que é constituído por 10 transístores dos quais dois são defeituosos. Suponha que dois transístores são selecionados ao acaso, com reposição.

   (a) Escreva o espaço de resultados correspondente a esta experiência aleatória e calcule a probabilidade de cada acontecimento elementar.

   (b) Calcule as probabilidades dos seguintes acontecimentos:
   A1-"sair um transístor defeituoso na 1ª tiragem"
   A2-"sair um transístor defeituoso na 2ª tiragem"
   A3-"sair pelo menos um transístor defeituoso"
   A4-"sair exatamente um transístor defeituoso"

   (c) Responda às mesmas questões de (a) mas agora considerando que não houve reposição.

9. Uma unidade de montagem de modems recebe peças apenas de duas companhias, A e B. A companhia A fornece 80% dessas peças e sabe-se, de experiência passada, que 5% das peças fornecidas pela companhia A são defeituosas, ao passo que 97% das fornecidas pela companhia B não são defeituosas. Tendo sido selecionada uma peça ao acaso:

   (a) Calcule a probabilidade de esta ser defeituosa. (Sol: 0.046)

(b) Tendo-se verificado que a peça é defeituosa, qual a probabilidade de ter sido fornecida pela companhia B?

10. Um equipamento tem duas componentes A e B. Sabe-se que, ao fim de um dado período de tempo, a probabilidade de B falhar é de 0.20, a probabilidade de falhar apenas A é de 0.15 e a probabilidade de ambas falharem é de 0.15.

    (a) Será que neste equipamento o funcionamento das duas componentes é independente?

    (b) No caso da componente A não falhar, qual a probabilidade da componente B falhar nesse período de tempo?

11. Para confecionar um prato de bacalhau com natas, pode optar-se por bacalhau médio ou grande, cujo preço é, respetivamente, 6 € e 7 €. As batatas podem custar 0.757 € ou 0.90 € enquanto as natas custam 0.62 €, 0.70 € ou 0.82 €. Existe igual probabilidade de escolher qualquer um destes produtos. Considerando desprezível o preço de outros produtos que entrem na confeção do prato, qual é a probabilidade do preço deste ser superior a 8.50 €?

12. Um apicultor tem de tratar, de dois em dois dias, de 8 colmeias localizadas em 8 quintinhas diferentes. Para não seguir sempre o mesmo trajeto, ele decide variar, aleatoriamente, o esquema das suas visitas. Qual é a probabilidade do apicultor iniciar o seu trabalho pela quintinha nº 1?

13. De um conjunto de empresas que atuam num sector da indústria química, 25% possuem departamento de investigação, 50% realizam lucros e 10%, das que não realizam lucros, possuem departamento de investigação. Escolhe-se, ao acaso, uma empresa do referido conjunto. Calcule a probabilidade desta se encontrar nas condições seguintes:

    (a) possuir departamento de investigação e realizar lucros;

    (b) não possuir departamento de investigação nem realizar lucros;

    (c) não possuir departamento de investigação ou não realizar lucros ou ambos;

    (d) não possuindo departamento de investigação, ter realizado lucros.

14. Num estudo sobre o consumo de leite condensado gordo, meio gordo e magro, obtiveram-se os resultados seguintes: gordo - 7.8% ; meio gordo - 25.3% ; magro - 12.1% ; gordo e meio gordo - 5.1% ; gordo e magro - 3.7% ; meio gordo e magro - 6% ; nenhum tipo de leite condensado - 68%. Escolhe-se uma pessoa, ao acaso. Calcule a probabilidade dessa pessoa consumir,

    (a) pelo menos, um dos três tipos de leite condensado;

(b) leite condensado gordo e meio gordo mas nunca magro;

(c) leite condensado magro, sabendo que não consome nenhum dos outros tipos de leite condensado.

15. Em determinada população, 9.8% das pessoas adquirem a revista A, 22.9% a revista B e 5.1% adquirem as duas revistas.

    (a) Qual a probabilidade de uma pessoa adquirir pelo menos uma daquelas revistas?

    (b) Qual a probabilidade de adquirir somente a revista A?

    (c) Qual a probabilidade de não adquirir nem A nem B?

16. De um baralho de 40 cartas tiram-se à sorte, uma a uma, sem reposição, 4 cartas. Determinar a probabilidade de se obter As, Rei, Valete, Dama, por esta ordem.

17. Uma moeda é viciada de tal modo que a probabilidade de sair cara é 2 vezes a probabilidade de sair coroa. Lança-se a moeda ao ar. Qual a probabilidade de sair cara?

18. Sejam A e B dois acontecimentos, tais que:

    - $P(A) = \frac{1}{5}$
    - $P(B) = p$
    - $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$

    Determine p, sabendo que:

    (a) A e B são acontecimentos exclusivos;

    (b) A e B são acontecimentos independentes.

19. Um estudante universitário sabe que a probabilidade de obter uma bolsa de estudo é de 20%. Se a obtiver, a probabilidade de vir a concluir o curso é de 85%, caso contrário, essa probabilidade é apenas de 35%.

    (a) Qual a probabilidade do estudante terminar o curso?

    (b) Suponha que passados alguns anos, se soube que o referido estudante concluiu o curso. Qual a probabilidade de ele ter obtido a bolsa?

20. Considere a experiencia aleatória que consiste no lançamento de dois dados, um laranja e o outro azul. Sejam A, B e C os acontecimentos seguintes:
    A: "saída de um número ímpar no dado laranja"
    B: "saída de um número ímpar no dado azul"
    C: "saída de soma ímpar"'

(a) Estes acontecimentos são independentes 2 a 2?

(b) E são mutuamente independentes?

21. Num certo exame só são admitidas as respostas SIM ou NÃO. Um aluno só estudou metade da matéria e quando não conhece a resposta responde ao acaso. Qual a probabilidade de uma resposta correta ser consequência dos conhecimentos e não do acaso?

22. Numa unidade curricular há 3 épocas de exame (I, II e III), só se podendo repetir o exame na época III. Sejam 1/2, 2/3 e 3/4, respetivamente, as probabilidades de aprovação em cada uma das épocas, e 4/10 e 5/10 as proporções de alunos que vão a exame nas épocas I e II, respetivamente. Sabe-se que todos os alunos reprovados repetem o exame na época III.

    (a) Qual a probabilidade de um aluno passar?

    (b) Encontra-se um aluno que já fez a unidade curricular. Qual a probabilidade de a ter feito na época I?

Soluções:

1. (a) $\Omega = \{(cara, cara, cara), (cara, cara, coroa), (cara, coroa, cara), (coroa, cara, cara), (cara, coroa, coroa),$
   $(coroa, cara, coroa), (coroa, coroa, cara), (coroa, coroa, coroa)\}$
   (b) $A = \{(cara, coroa, coroa), (cara, coroa, cara), (cara, cara, coroa), (cara, cara, cara)\}$,
   $B = \{(cara, coroa, coroa), (coroa, coroa, cara), (coroa, coroa, coroa)\}$

2. (b) Falso

3. (a)
   $\Omega = \{(2, cara, cara), (2, cara, coroa), (2, coroa, cara), (2, coroa, coroa), (4, cara, cara), (4, cara, coroa), (4, coroa, cara$
   $(4, coroa, coroa), (6, cara, cara), (6, cara, coroa), (6, coroa, cara), (6, coroa, coroa), (1, cara), (1, coroa),$
   $(3, cara), (3, coroa), (5, cara), (5, coroa)\}$
   (b)
   $A = \{(6, cara, cara)\}$
   $B = \{(2, cara, coroa), (2, coroa, cara), (4, cara, coroa), (4, coroa, cara), (6, cara, coroa),$
   $(6, coroa, cara), (1, cara), (3, cara), (5, cara)\}$
   $C = \{(2, coroa, coroa), (4, coroa, coroa), (6, coroa, coroa)\}$
   $D = B$

4. (a) 0.98 (b) 0 (c) 0.02 (d) 0

5. 0.2

6. (a) 0.13 (b) 0.25

7. (b) 0.25

8. (b) 0.20 ,0.20 ,0.36 e 0.32

9. (a) 0.046 (b) 0.13

10. (b) 1/17

11. 0.33

12. 0.125
13. (a) 0.20 (b) 0.45 (c) 0.80 (d) 0.40
14. (a) 0.32 (b) 0.035 (c) 0.0556
15. (a) 0.276 (b) 0.047 (c) 0.724
16. 0.01%
17. 2/3
18. (a) 2/15 (b) 1/6
19. (a) 0.45 (b) 17/45
20. (a) Sim (b) Não
21. 2/3
22. (a) 0.883 (b) 0.226