Departamento de Matemática

Curso: Eng.ª Informática

Disciplina: Matemática Computacional

Ano Letivo: 2015-16

TP_PL_2 – Método das Bisseções Sucessivas
2ª Aula

1. A equação $x^2 - 3x = 2\ln(x)$ tem duas raízes reais positivas.
   a. Localize graficamente a menor delas.
   b. Determine essa raiz a menos de 0.5×10^{-1}.

2. Dada a função $F(x) = \ln(x) + \text{sen}(x)$
   a. Separe as raízes reais da equação $F(x) = 0$.
   b. Quantas vezes é necessário determinar $F(x)$, para determinar a raiz $X \in]0.5, 1[$, com erro não superior a 10^{-2}.

3. Dada a equação $e^{0.5x} - x^2 + 4 = 0$.
   a. Separe as raízes da equação.
   b. Determine a raiz positiva com erro inferior a 10^{-2}.

4. Dada a equação $x^4 - x - 1 = 0$.
   a. Separe as suas raízes reais.
   b. Calcular a raiz, $x \in]1, 2[$, com erro máximo 10^{-6}.

5. Considere a seguinte equação $2(x-1)e^x - 4 = 0$.
   a. Separe as suas raízes reais.
   b. Efetue cinco iterações pelo método das Bisseções Sucessivas para calcular um valor aproximado da menor das raízes positivas e determine o respetivo erro absoluto máximo.

6. Verifique que a função $f(x) = x^3 - 2e^{-x}$ tem um zero no intervalo $]0,1[$. Calcule este zero com três algarismos significativos.

7. Considere a equação definida por $f(x) = x\ln\left(1+\sqrt{x}\right) - 1,\ x > 0$.
   a. Verifique, usando o Teorema de Bolzano-Cauchy, que a equação $f(x) = 0$ tem uma solução $\alpha \in [1, 2]$.
   b. Determine, pelo Método das Bisseções Sucessivas, um intervalo de amplitude inferior a 10^{-1} que contenha a raiz α (começar com o intervalo $[1,2]$).
   c. Considerando o intervalo $[1,2]$, quantas vezes seria necessário aplicar o referido método para encontrar a raiz com erro inferior a 0.5×10^{-5}.

8. Dada a equação $x^3 - 2\cos(x) = 0 \quad x \in]1,2[$
   a. Partindo do intervalo dado, verifique a aplicabilidade do método das bisseções sucessivas na determinação dessa raiz.
   b. Apresente a estimativa da raiz obtida no final da segunda iteração. Trabalhe com 4 casas decimais e indique um limite superior do erro absoluto da estimativa obtida.

9. Considere a seguinte equação $f(x) = (x+1)^2 e^{x^2-2}$.
   a. Separe as raízes reais da equação $f(x) = 1$ em intervalos de amplitude unitária.
   b. Determine a raiz positiva com erro inferior a 10^{-4}.

10. Seja $f(x) = x^8 - x^7 - 6x^6 + 6x^5 + 9x^4 - 9x^3 - 4x^2 + 4x$.
    a. Determine os zeros da função (apresentando-os com 4 algarismos significativos), identificados pelo método das bisseções sucessivas nos intervalos seguintes: $I_1 = [-0.5, 0.9]$, $I_2 = [-3\ ,\ -1.5]$, $I_3 = [0.4\ ,\ 1.3]$ e $I_4 = [1.1\ ,\ 4]$.
    b. Represente graficamente a função e indique os erros absolutos das aproximações encontradas na alínea anterior.

11. Calcule o número mínimo de iterações do método das bisseções sucessivas, necessárias para encontrar uma aproximação com erro máximo de 10^{-4} para a solução da equação $\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \text{sen}(x)$ no intervalo $[1.5\ ,\ 2.5]$. Encontre uma aproximação da raiz com essa precisão.

12. Verifique que a função $f(x) = e^{-x}(3.2\,\text{sen}(x) - 0.5\cos(x))$ tem um zero no intervalo $[3, 4]$. Calcule este zero com cinco algarismos significativos.

13. Dada a equação $|x| = e^x$.
    a. Separe as suas raízes e verifique a aplicabilidade do método das bisseções sucessivas nos intervalos encontrados.
    b. Considerando o intervalo $[-0.7, 0.1]$, determine a raiz da equação com erro inferior a 10^{-5}.

14. Um tanque de comprimento L tem uma secção transversal no formato de um semicírculo com raio r (ver figura). Quando cheio de água até uma distância h do topo, o volume V da água é dado pela expressão $V = L\left(4.5\pi r^2 - r^2 \text{arcsen}\left(\frac{h}{r}\right) - h\sqrt{r^2 - h^2}\right)$. Supondo que $L = 3.05$ m, $r = 0.3$ m e $V = 3.78\,\text{m}^3$, encontre a profundidade da água no tanque com precisão 0.001 m.