TP PL5

1. Uma editora de revistas científicas pretende saber o número de referências bibliográficas às suas publicações que se pode encontrar em artigos da área de informática. Considerada uma amostra de 60 artigos, encontrou uma média de 4 referências a esta editora por artigo, e desvio padrão 8. Determine um intervalo de confiança a 95% para o número de referências bibliográfica a esta editora por artigo.

$X_i$: "número de referências bibliográficas num artigo"

$X_i \sim N(\mu, 8^2)$

Amostra: $n = 60$ e $\bar{x} = 4$

$\bar{X}$: "número médio de referências bibliográficas por artigo numa amostra de 60 artigos"

$IC = \bar{x} \pm Z_c \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

i) $Z_c = \Phi^{-1}\left(\dfrac{1+0{,}95}{2}\right) = \Phi^{-1}(0{,}975) \approx 1{,}96$

ii) $\mu = 4 \pm 1{,}96 \cdot \dfrac{8}{\sqrt{60}} = 4 \pm 2 = 4-2 \vee 4+2 = 2 \vee 6$, IC a 95% para $\mu$: ]2

Espera-se, com 95% de confiança, que o número de referências bibliográficas a esta editora por artigo de informática, esteja entre 2 e 6 referências.

2. Uma máquina é usada para o enchimento automático de garrafas com sabonete líquido. De uma amostra de 30 garrafas, obteve-se uma média de 75cl e variância de 0,0153 (cl²). Pressupondo que o volume de líquido tem distribuição normal, determine um intervalo de confiança a 99% para a média do volume de líquido em cada garrafa.

$Y_i$: "volume de líquido numa garrafa"

$Y_i \sim N(\mu; 0{,}0153)$

→ $n = 30$ $\bar{x} = 75$ $\sigma \simeq 0{,}12$ $\gamma = 0{,}99$

$\bar{Y}$: "volume de líquido por garrafa, numa amostra de 30 garrafas"

i) $Z_c = \Phi^{-1}\left(\dfrac{1+0{,}99}{2}\right) = \Phi^{-1}(0{,}995) \simeq 2{,}5758$

ii) $\mu = 75 \pm 2{,}5758 \cdot \dfrac{0{,}12}{\sqrt{30}} = 75 - 0{,}0564 \vee 75 + 0{,}0564 = 74{,}9436 \vee 75{,}0564$

IC a 99% para $\mu$: ] 74,9436 ; 75,0564 [

3. O número de fracassos ao pesquisar no catálogo de uma biblioteca segue uma distribuição binomial. Em 50 pesquisas efetuadas no catálogo desta biblioteca verificam-se que 18% foram pesquisas fracassadas. Construa um Intervalo de confiança a 98% para a proporção de fracassos que se esperaria obter ao efetuar pesquisas neste catálogo.

$X$: "número de fracassos em 50 pesquisas" $\quad Y \sim Bi(n, p)$

$\hat{p}$: "proporção de fracassos em 50 pesquisas".

$n = 50 \quad \hat{p} = 0{,}18 \quad \gamma = 0{,}98$

i) $Z_c = \Phi^{-1}\left(\frac{1+0{,}98}{2}\right) = \Phi^{-1}(0{,}99) = 2{,}3263$

ii) $\Delta = Z_c \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 2{,}3263 \cdot \sqrt{\frac{0{,}18 \times 0{,}82}{50}} \approx 0{,}1264$

iii) $p = \hat{p} \pm \Delta = 0{,}18 - 0{,}1264 \vee 0{,}18 + 0{,}1264 = 0{,}0536 \vee 0{,}3064$

IC a 98% para $p$: $]0{,}0536 ; 0{,}3064[$

4. O diretor de uma empresa industrial que emprega 4000 operários emitiu um novo conjunto de normas internas de segurança. Passada uma semana, selecionou aleatoriamente 300 operários e verificou que 75 deles conhecia bem as normas. Construa um intervalo de confiança de 95% para a proporção de operários que conheciam adequadamente as normas, uma semana após a emissão.

$\hat{p}$: "proporção de funcionários que conhecem bem as normas, numa amostra de 300 operários"

$n = 300 \quad \hat{p} = \frac{75}{300} = 0{,}25 \quad \gamma = 0{,}95$

i) $Z_c = \Phi^{-1}\left(\frac{1+0{,}95}{2}\right) = \Phi^{-1}(0{,}975) \approx 1{,}96$

ii) $\Delta = 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}25 \cdot 0{,}75}{300}} = 0{,}0490$

iii) $p = 0{,}25 \pm 0{,}049 = 0{,}25 - 0{,}049 \vee 0{,}25 + 0{,}049 = 0{,}2010 \vee 0{,}2990$

IC a 95% para $p$: $]0{,}2010 ; 0{,}2990[$

7. No fabrico de componentes eletrónicos, a resistência ao calor do material utilizado é um fator determinante na qualidade do produto final. Foram efetuados testes de temperatura a 36 peças de um material, tendo-se obtido uma temperatura de resistência média 18.8°C e variância 4°C².

→

a) Presumindo que a temperatura de resistência de uma peça se comporta de uma forma aproximadamente normal, determine um intervalo de confiança a 90% para a média da temperatura de resistência deste tipo de peça.

X: "temperatura de resistência de uma peça"

$\bar{X}$: "temperatura de resistência média de uma peça numa amostra de 36 peças"

$n = 36 \quad \bar{x}: 18,8 \quad \sigma = \sqrt{4} = 2 \quad \gamma = 0,9\%$

I) $Z_c = \Phi^{-1}\left(\frac{1+0,9}{2}\right) = \Phi^{-1}(0,95) \approx 1,6449$

II) $\Delta = Z_c \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,644 \cdot \frac{2}{\sqrt{36}} = 0,5483$

III) $\mu = \bar{x} \pm \Delta = 18,8 - 0,5483 \vee 18,8 + 0,5483 = 18,2517 \vee 19,3483$

IC a 90% para $\mu$: $]18,2517 ; 19,3483[$

b) Sem efetuar cálculos, indique que influência teriam as seguintes alterações na amplitude do intervalo determinado na alínea anterior

i) Diminuindo o número de produtos da amostra para 30.
Aumentaria a amplitude do intervalo.

ii) Aumentando o nível de confiança do intervalo para 95%
Aumentaria a amplitude do intervalo

c) Quantas peças deveriam ter sido testadas, para que um intervalo de confiança a 95% para a temperatura média de resistência tivesse uma amplitude de 0,5°C?

$n = ? \quad \gamma: 0,95 \quad b - a = 0,5$

I) $Z_c = \Phi^{-1}\left(\frac{1+0,95}{2}\right) = \Phi^{-1}(0,975) \approx 1,96$

II) $\Delta = 1,96 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} = 0,25 \Leftrightarrow \frac{3,92}{\sqrt{n}} = 0,25 \Leftrightarrow \sqrt{n} = 15,68 \Leftrightarrow n \approx 246$

8. Espera-se que, com a introdução de novos esquemas remunerativos, a percentagem de produtos defeituosos numa linha de produção diminua significativamente. Sabe-se que, na semana anterior à introdução do novo esquema remunerativo, foram inspecionados 2000 artigos e encontrados 160 defeituosos, e, na semana posterior, de 3000 artigos inspecionados foram encontrados 150 defeituosos. Construa um I.C. a 95% apropriado para averiguar se ocorreram alterações significativas na proporção de produtos defeituosos.

→

antes

$\hat{p}_A$: "proporção de artigos defeituosos numa amostra de 2000 artigos".

depois

$\hat{p}_B$: "proporção de artigos defeituosos numa amostra de 3000 artigos"

$n_A = 2000$ $\quad \hat{p}_A : \frac{160}{2000} = 0{,}08$ $\quad n_B = 3000$ $\quad \hat{p}_B : \frac{150}{3000} = 0{,}05$ $\quad \gamma = 0{,}95$

I) $z_c = \Phi^{-1}\left(\frac{1+0{,}95}{2}\right) = \Phi^{-1}(0{,}975) \simeq 1{,}96$

II) $\Delta = 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}08 \times 0{,}92}{2000} + \frac{0{,}05 \times 0{,}95}{3000}} \simeq 0{,}014$

III) $p_A - p_B = (\hat{p}_A - \hat{p}_B) \pm \Delta = (0{,}08 - 0{,}05) \pm 0{,}014 = 0{,}016 \vee 0{,}044$

IC a 95% para p: $]0{,}016 ; 0{,}044[$

Como $p_A - p_B > 0$, para um IC a 95%, conclui-se que houve uma redução na percentagem de artigos defeituosos.