

1. Considere três lançamentos de uma moeda.
 - (a) Indique o espaço de resultados.
 - (b) Descreva os seguintes acontecimentos:
A - "obter cara no primeiro lançamento"
B - "obter duas coroas seguidas"
2. Sejam A e B eventos de um dado espaço amostral e seja $A \setminus B$ o conjunto de eventos que pertencem a A e não pertencem a B , isto é, $A \setminus B = A \cap \overline{B}$.
 - (a) Mostre que:
 - i. $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$.
 - ii. $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.
 - (b) Comente a seguinte igualdade $(A \setminus B) \cup C = (A \cup C) \setminus B$.
3. Considere a seguinte experiência aleatória: lança-se um dado não viciado. Se sair número par, lançam-se duas moedas não viciadas, se sair número ímpar lança-se uma moeda não viciada.
 - (a) Indique o espaço amostral desta experiência.
 - (b) Escreva o conjunto de acontecimentos que correspondem aos eventos seguintes.
 - A = "obtem-se exatamente duas caras e a face 6"
 - B = "obtem-se 1 cara"
 - C = "obtem-se duas coroas"
 - D = "obtem-se exatamente uma cara"
4. Sejam A , B e C acontecimentos mutuamente exclusivos de uma dada experiência aleatória, tal que $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.54$ e $P(C) = 0.14$. Determine as probabilidades abaixo.
 - (a) $P(A \cup B \cup C)$.
 - (b) $P(A \cap B \cap C)$.
 - (c) $P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$.
 - (d) $P((A \cup B) \cap C)$.

-
5. Sejam $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.2$, $P((A \cup B) \cap \overline{C}) = 0.6$ e $P(B \cup C) = 0.3$. Se A e B são disjuntos e A e C são disjuntos, encontre $P(C)$.
6. Uma coleção de 100 programas de computador foi examinada para detetar erros de "sintaxe", "input/output" e de "outro tipo" diferente dos anteriores. Desses 100 programas, 20 tinham erros de sintaxe, 10 tinham erros de "input/output" e 5 tinham erros de "outro tipo", 6 tinham erros de "sintaxe" e de "input/output", 3 tinham erros de "sintaxe" e de "outro tipo", 3 tinham erros de "input/output" e de "outro tipo" e 2 tinham os três tipos de erros considerados. Um programa é selecionado ao acaso desta coleção. Determine a probabilidade do programa selecionado ter:
- (a) Exclusivamente erros de "sintaxe".
 - (b) Pelo menos um dos três tipos de erros.
7. Num dado não equilibrado a probabilidade de "sair 6" é 0.4, tendo as restantes faces igual probabilidade de ocorrer.
- (a) Mostre que, efetuando apenas um lançamento deste dado, a probabilidade de "sair 1" é 0.12.
 - (b) Lançando três vezes consecutivas o referido dado, qual é a probabilidade de se obter só duas vezes um número ímpar?
8. Considere um dado equipamento que é constituído por 10 transístores dos quais dois são defeituosos. Suponha que dois transístores são selecionados ao acaso, com reposição.
- (a) Escreva o espaço de resultados correspondente a esta experiência aleatória e calcule a probabilidade de cada acontecimento elementar.
 - (b) Calcule as probabilidades dos seguintes acontecimentos:
 - A1- "sair um transístor defeituoso na 1ª tiragem"
 - A2- "sair um transístor defeituoso na 2ª tiragem"
 - A3- "sair pelo menos um transístor defeituoso"
 - A4- "sair exatamente um transístor defeituoso"
 - (c) Responda às mesmas questões de (a) mas agora considerando que não houve reposição.
9. Uma unidade de montagem de modems recebe peças apenas de duas companhias, A e B. A companhia A fornece 80% dessas peças e sabe-se, de experiência passada, que 5% das peças fornecidas pela companhia A são defeituosas, ao passo que 97% das fornecidas pela companhia B não são defeituosas. Tendo sido selecionada uma peça ao acaso:
- (a) Calcule a probabilidade de esta ser defeituosa. (Sol: 0.046)

-
- (b) Tendo-se verificado que a peça é defeituosa, qual a probabilidade de ter sido fornecida pela companhia B?
10. Um equipamento tem duas componentes A e B. Sabe-se que, ao fim de um dado período de tempo, a probabilidade de B falhar é de 0.20, a probabilidade de falhar apenas A é de 0.15 e a probabilidade de ambas falharem é de 0.15.
- (a) Será que neste equipamento o funcionamento das duas componentes é independente?
- (b) No caso da componente A não falhar, qual a probabilidade da componente B falhar nesse período de tempo?
11. Para confeccionar um prato de bacalhau com natas, pode optar-se por bacalhau médio ou grande, cujo preço é, respetivamente, 6 € e 7 €. As batatas podem custar 0.757 € ou 0.90 € enquanto as natas custam 0.62 €, 0.70 € ou 0.82 €. Existe igual probabilidade de escolher qualquer um destes produtos. Considerando desprezível o preço de outros produtos que entrem na confeção do prato, qual é a probabilidade do preço deste ser superior a 8.50 €?
12. Um apicultor tem de tratar, de dois em dois dias, de 8 colmeias localizadas em 8 quintinhas diferentes. Para não seguir sempre o mesmo trajeto, ele decide variar, aleatoriamente, o esquema das suas visitas. Qual é a probabilidade do apicultor iniciar o seu trabalho pela quintinha nº 1?
13. De um conjunto de empresas que atuam num sector da indústria química, 25% possuem departamento de investigação, 50% realizam lucros e 10%, das que não realizam lucros, possuem departamento de investigação. Escolhe-se, ao acaso, uma empresa do referido conjunto. Calcule a probabilidade desta se encontrar nas condições seguintes:
- (a) possuir departamento de investigação e realizar lucros;
- (b) não possuir departamento de investigação nem realizar lucros;
- (c) não possuir departamento de investigação ou não realizar lucros ou ambos;
- (d) não possuindo departamento de investigação, ter realizado lucros.
14. Num estudo sobre o consumo de leite condensado gordo, meio gordo e magro, obtiveram-se os resultados seguintes: gordo - 7.8% ; meio gordo - 25.3% ; magro - 12.1% ; gordo e meio gordo - 5.1% ; gordo e magro - 3.7% ; meio gordo e magro - 6% ; nenhum tipo de leite condensado - 68%. Escolhe-se uma pessoa, ao acaso. Calcule a probabilidade dessa pessoa consumir,
- (a) pelo menos, um dos três tipos de leite condensado;

-
- (b) leite condensado gordo e meio gordo mas nunca magro;
- (c) leite condensado magro, sabendo que não consome nenhum dos outros tipos de leite condensado.
15. Em determinada população, 9.8% das pessoas adquirem a revista A, 22.9% a revista B e 5.1% adquirem as duas revistas.
- (a) Qual a probabilidade de uma pessoa adquirir pelo menos uma daquelas revistas?
- (b) Qual a probabilidade de adquirir somente a revista A?
- (c) Qual a probabilidade de não adquirir nem A nem B?
16. De um baralho de 40 cartas tiram-se à sorte, uma a uma, sem reposição, 4 cartas. Determinar a probabilidade de se obter As, Rei, Valete, Dama, por esta ordem.
17. Uma moeda é viciada de tal modo que a probabilidade de sair cara é 2 vezes a probabilidade de sair coroa. Lança-se a moeda ao ar. Qual a probabilidade de sair cara?
18. Sejam A e B dois acontecimentos, tais que:
- $P(A) = \frac{1}{5}$
 - $P(B) = p$
 - $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$
- Determine p , sabendo que:
- (a) A e B são acontecimentos exclusivos;
- (b) A e B são acontecimentos independentes.
19. Um estudante universitário sabe que a probabilidade de obter uma bolsa de estudo é de 20%. Se a obtiver, a probabilidade de vir a concluir o curso é de 85%, caso contrário, essa probabilidade é apenas de 35%.
- (a) Qual a probabilidade do estudante terminar o curso?
- (b) Suponha que passados alguns anos, se soube que o referido estudante concluiu o curso. Qual a probabilidade de ele ter obtido a bolsa?
20. Considere a experiencia aleatória que consiste no lançamento de dois dados, um laranja e o outro azul. Sejam A, B e C os acontecimentos seguintes:
- A: "saída de um número ímpar no dado laranja"
- B: "saída de um número ímpar no dado azul"
- C: "saída de soma ímpar"

-
- (a) Estes acontecimentos são independentes 2 a 2?
- (b) E são mutuamente independentes?
21. Num certo exame só são admitidas as respostas SIM ou NÃO. Um aluno só estudou metade da matéria e quando não conhece a resposta responde ao acaso. Qual a probabilidade de uma resposta correta ser consequência dos conhecimentos e não do acaso?
22. Numa unidade curricular há 3 épocas de exame (I, II e III), só se podendo repetir o exame na época III. Sejam $1/2$, $2/3$ e $3/4$, respetivamente, as probabilidades de aprovação em cada uma das épocas, e $4/10$ e $5/10$ as proporções de alunos que vão a exame nas épocas I e II, respetivamente. Sabe-se que todos os alunos reprovados repetem o exame na época III.
- (a) Qual a probabilidade de um aluno passar?
- (b) Encontra-se um aluno que já fez a unidade curricular. Qual a probabilidade de a ter feito na época I?

Soluções:

1. (a) $\Omega = \{(cara, cara, cara), (cara, cara, coroa), (cara, coroa, cara), (coroa, cara, cara), (cara, coroa, coroa), (coroa, cara, coroa), (coroa, coroa, cara), (coroa, coroa, coroa)\}$
 (b) $A = \{(cara, coroa, coroa), (cara, coroa, cara), (cara, cara, coroa), (cara, cara, cara)\}$,
 $B = \{(cara, coroa, coroa), (coroa, coroa, cara), (coroa, coroa, coroa)\}$
2. (b) Falso
3. (a)
 $\Omega = \{(2, cara, cara), (2, cara, coroa), (2, coroa, cara), (2, coroa, coroa), (4, cara, cara), (4, cara, coroa), (4, coroa, cara), (4, coroa, coroa), (6, cara, cara), (6, cara, coroa), (6, coroa, cara), (6, coroa, coroa), (1, cara), (1, coroa), (3, cara), (3, coroa), (5, cara), (5, coroa)\}$
 (b)
 $A = \{(6, cara, cara)\}$
 $B = \{(2, cara, coroa), (2, coroa, cara), (4, cara, coroa), (4, coroa, cara), (6, cara, coroa), (6, coroa, cara), (1, cara), (3, cara), (5, cara)\}$
 $C = \{(2, coroa, coroa), (4, coroa, coroa), (6, coroa, coroa)\}$
 $D = B$
4. (a) 0.98 (b) 0 (c) 0.02 (d) 0
5. 0.2
6. (a) 0.13 (b) 0.25
7. (b) 0.25
8. (b) 0.20 ,0.20 ,0.36 e 0.32
9. (a) 0.046 (b) 0.13
10. (b) $\frac{1}{14}$

-
11. 0.33
 12. 0.125
 13. (a) 0.20 (b) 0.45 (c) 0.80 (d) 0.40
 14. (a) 0.32 (b) 0.035 (c) 0.0556
 15. (a) 0.276 (b) 0.047 (c) 0.724
 16. 0.01%
 17. $\frac{2}{3}$
 18. (a) $\frac{2}{15}$ (b) $\frac{1}{6}$
 19. (a) 0.45 (b) $\frac{17}{45}$
 20. (a) Sim (b) Não
 21. $\frac{2}{3}$
 22. (a) 0.883 (b) 0.226