"Ley de Hooke generalizada, Relación de Poisson"

Carmona Garcia Zeltzin Suzett Fela
Departamento de Ingeniería Mecatrónica, Instituto Tecnológico de Celaya
Celaya, México
{13030320}@itcelaya.edu.mx

***Resumen*— A continuación se mostrara las ecuaciones de la Ley de Hooke generalizada y la Relación de Poisson**

Índice de Términos—Cerca de cuatro palabras claves o frases en orden alfabético, separadas por comas.

I. Introducción

Hasta ahora se ha estudiado la relación existente entre tensión y deformación en una única dimensión. Si se quiere generalizar esta ley para el estado tridimensional se utilizara el principio de superposición de tres estados unidimensionales y se aceptara el efecto total como suma de los tres casos. Esto solo será aplicable en el caso de materiales homogéneos isótropos.

II. Desarrollo

Ley de Hooke generalizada.-

Si en un punto interior a un sólido elástico se considera un entorno cubico de arista unidad, con las aristas en las direcciones principales de la matriz de tensiones, entonces, al aplicar un conjunto de fuerzas exteriores, se transforma en un paralelepípedo de aristas:

$$1+\varepsilon_1 \quad 1+\varepsilon_2 \quad 1+\varepsilon_3$$

respectivamente. Admitiendo el principio de superposición las deformaciones principales vendrán dadas por:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu\cdot\left(\sigma_2+\sigma_3\right)\right] \quad (1)$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \mu\cdot\left(\sigma_1+\sigma_3\right)\right]$$
$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \mu\cdot\left(\sigma_1+\sigma_2\right)\right]$$

A esto se le puede llamar Ley de Hooke generalizada para el caso de ejes coordenados coincidentes con las direcciones principales.

Relación de Poisson.-

Cuando una barra prismática se somete a tensión, la elongación axial va acompañada de una **contracción lateral** (es decir, contracción normal a la dirección de la carga aplicada). Este cambio de forma se representa en la figura 1, donde en la parte (a) se muestra la barra antes de la carga y en la (b) después de la carga. En la parte (b), las líneas discontinuas representan la forma de la barra antes de la carga.

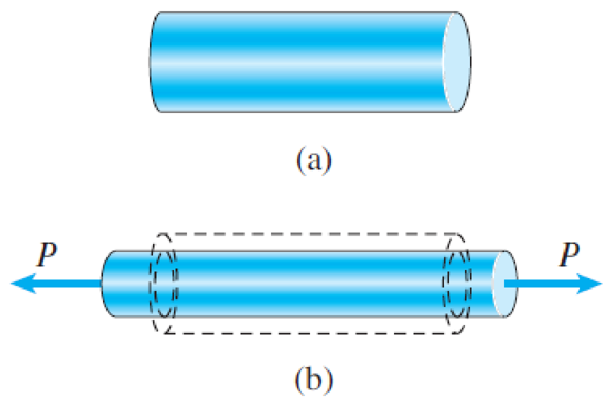

Figura 1. Alargamiento axial y contracción lateral de una barra prismática en tensión (a) antes de aplicar la carga y(b) barra después de aplicar la carga. (Las deformaciones de la barra se muestran muy exageradas.)

La contracción lateral se observa con facilidad estirando una banda de caucho, pero en los metales los cambios en las dimensiones laterales (en la región linealmente elástica) usualmente son demasiado pequeños para
Observarlos a simple vista. Sin embargo, se pueden detectar mediante dispositivos sensitivos de medición.
La **deformación unitaria lateral** __ en cualquier punto en una barra es proporcional a la deformación unitaria axial _ en el mismo punto si el material es linealmente elástico. La relación de esas deformaciones unitarias es una propiedad del material conocida como **relación de Poisson.** Esta relación adimensional, que en general se denota por la letra griega n (nu), se puede expresar mediante la ecuación:

$$v = -\frac{deformacion\ unitaria\ lateral}{deformacion\ unitaria\ axial} = -\frac{\epsilon'}{\epsilon} \quad (2)$$

El signo menos agregado en la ecuación es para compensar el hecho de que las deformaciones unitarias lateral y axial por lo general tienen signos opuestos. Por ejemplo, la deformación unitaria axial en una barra en tensión es positiva y la deformación unitaria lateral es negativa (debido a que el ancho de la barra disminuye). Para compresión tenemos la situación opuesta ya que la barra se acorta (deformación unitaria axial negativa) y se hace mαs ancha (deformación unitaria lateral positiva). Por tanto, para materiales ordinarios la relación de Poisson tendráα un valor positivo.

Cuando se conoce la relación de Poisson para un material, podemos obtener la deformación unitaria lateral a partir de la deformación unitaria axial como sigue:

$$\epsilon' = -\nu\epsilon \qquad (3)$$

Al emplear las ecuaciones (2) y (3) siempre debemos tener en cuenta que solo se aplican a una barra sometida a esfuerzo axial, es decir, una barra para la cual el único esfuerzo es el esfuerzo normal s en la dirección axial.

REFERENCIAS

[1] García, M. R. (2002). *Resistencia de materiales* (Vol. 12). pp. 87-9, Publicacions de la Universitat Jaume I.

[2] Gere, J. M., Timoshenko, S. P., & de la Cera Alonso, J. (1998). Mecánica de materiales.