Instituto Tecnológico de Celaya

Mecánica de Materiales

MAESTRO

JORGE DE LOS SANTOS

ALUMNO

Emilio Nieto Hernández

INGENIERÍA MECATRÓNICA

FECHA:

27 DE ENERO DEL 2017

Relación de Poisson

Suponiendo que una carga **P** está dirigida a lo largo del eje x (**Figura 1**), donde A es el área de la sección transversal de la barra, se tiene que el esfuerzo que ejerce esa carga sobre la sección transversal es igual a:

$$\sigma_x = \frac{P}{A}$$

Cuando una barra esbelta homogénea se carga axialmente, el esfuerzo y la deformación unitaria resultantes satisfacen la ley de Hooke, siempre y cuando no se exceda el límite elástico del material, siendo éste el caso, usando la ley de Hooke para obtener la deformación unitaria:

$$\in_x = \sigma_x / E$$

Los esfuerzos normales de las caras perpendiculares a los ejes y y z son cero (**Figura 2**):

$$\sigma_y = \sigma_z = 0$$

Sin embargo, las deformaciones correspondientes $\in_y$ y $\in_z$ no son iguales a cero. Cuando una barra prismática se somete a tensión, la elongación axial va acompañada de una **contracción lateral** (es decir, contracción normal a la dirección de la carga aplicada) (**Figura 3**), la cual debe tener la misma magnitud en cualquier dirección transversal, por lo tanto:

$$\in_y = \in_z$$

La **deformación unitaria lateral** $\in'$ en cualquier punto en una barra es proporcional a la deformación unitaria axial en el mismo punto si el material es linealmente elástico. La relación de esas deformaciones unitarias es una propiedad del material conocida como **relación de Poisson.** Esta relación adimensional, que en general se denota por la letra griega ν (nu), se puede expresar mediante la siguiente ecuación.

$$\nu = -\frac{\text{deformación unitaria lateral}}{\text{deformación unitaria axial}} = -\frac{\epsilon'}{\epsilon}$$

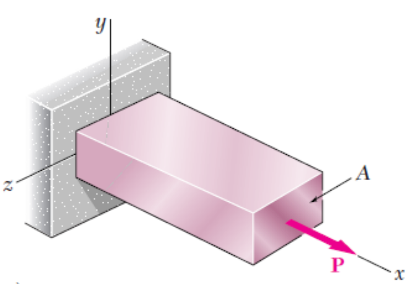

Figura 1.

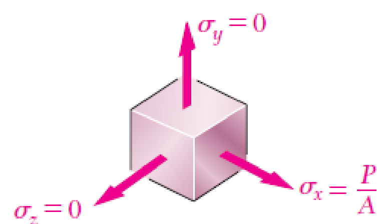

Figura 2.

El signo menos agregado en la ecuación es para compensar el hecho de que las deformaciones unitarias lateral y axial por lo general tienen signos opuestos, por ejemplo, la deformación unitaria axial en una barra en tensión es positiva pues la barra se estira y aumenta su longitud mientras que la deformación unitaria lateral es negativa debido a que el ancho de la barra disminuye.

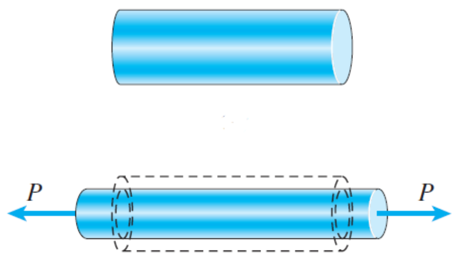

Figura 3.

Cuando se conoce la relación de Poisson para un material, podemos obtener la deformación unitaria lateral a partir de la deformación unitaria axial como sigue, teniendo en cuenta que sólo se aplica a barras sometidas a esfuerzo axial:

$$\epsilon' = -\nu\epsilon$$

Ley de Hooke Generalizada.

Se conoce como carga multiaxial a aquella condición en la que los elementos estructurales sometidos a cargas que actúan en las direcciones de los tres ejes coordenados y que producen esfuerzos normales σ_x, σ_y y σ_z, todos distintos de cero (**Figura 4**).

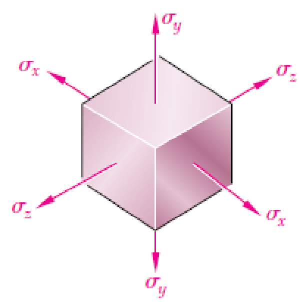

Figura 4.

Sea un elemento de un material isotrópico con forma cúbica (**Figura 5**). Suponiendo que el lado del cubo sea igual a la unidad, bajo la carga multiaxial determinada, el elemento se deformará hasta constituir un *paralelepípedo rectangular* de lados iguales $1 + \epsilon_x$, $1 + \epsilon_y$ y $1 + \epsilon_z$

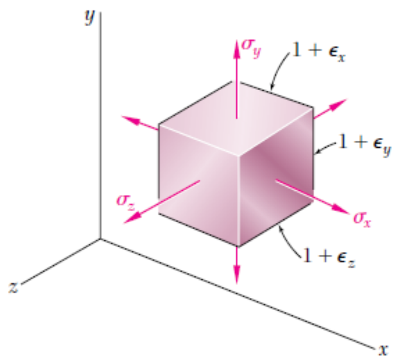

Figura 5.

Para expresar las componentes de la deformación $\in_x$, $\in_y$ y $\in_z$ en términos de las componentes del esfuerzo se considerará el ***principio de superposición***, el cual dice que el efecto de una carga combinada dada sobre una estructura puede obtenerse *determinando*, en forma separada, los efectos de las distintas cargas y combinando los resultados obtenidos, siempre que se cumplan las siguientes condiciones:

1. Cada efecto está linealmente relacionado con la carga que lo produce.
2. La deformación resultante de cualquier carga dada es pequeña y no afecta las condiciones de aplicación de las otras cargas.

La primera condición se cumplirá si los esfuerzos no exceden el límite de proporcionalidad del material, y la segunda condición también se cumplirá si el esfuerzo en cualquier cara dada no causa deformaciones en las otras que sean lo suficientemente grandes para afectar el cálculo de los esfuerzos en esas caras.

Considerando primero el efecto de la componente de esfuerzo σ_x, que σ_x causa una deformación igual a en la dirección de *x* y deformaciones iguales a $-\nu\sigma_x/E$ en las direcciones *y* y *z*.

De manera similar, si las componentes σ_y *y* σ_z se aplican por separado, causaran sus deformaciones en la misma dirección del eje en que la carga se aplica y las deformaciones en las direcciones de los otros dos ejes cada una.
Combinando los resultados se concluye que las componentes de deformación para la carga multiaxial dada son:

$$\epsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$

Estas relaciones se conocen como la ***ley de Hooke generalizada para la carga multiaxial de un material isotrópico homogéneo***. Como ya se indicó, los resultados obtenidos son válidos sólo si los esfuerzos no exceden el límite de proporcionalidad, y en tanto las deformaciones involucradas sean pequeñas.

Referencias:

Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston, Jr., John T. DeWolf, David F. Mazurek; Mecánica de Materiales, Quinta Edición, Editorial: McGraw Hill.

Gere, James G., Goodno, Barry J.; Mecánica de Materiales, Séptima Edición; Editorial: Cengage Learning