Instituto Tecnológico de Celaya

Mecánica de Materiales

Fernando Patiño Uribe

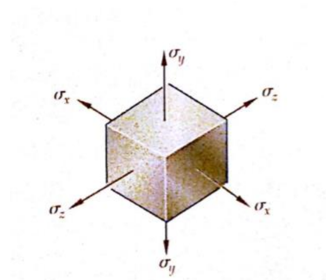
Mecatrónica

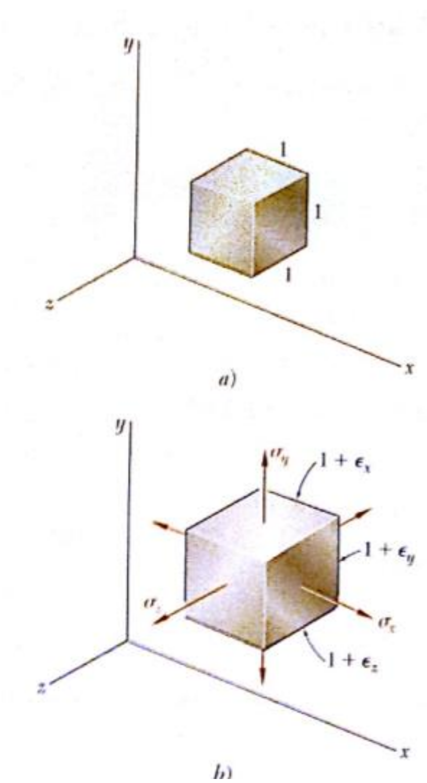
Tarea 3

Se establecerán las relaciones constitutivas que describen el comportamiento de los materiales. Se considerarán procesos isotérmicos y se utilizará tensores cartesianos en su descripción. Se describirá la ley de Hooke y se analizará cómo se generaliza y puede ser reducida al caso de cuerpos homogéneos e isotrópicos, estableciéndose las ecuaciones básicas de la elasticidad.

Ley de Hooke generalizada

Los elementos estructurales sometidos a cargas que actúan en las direcciones de los tres ejes coordenados y que producen esfuerzos normales $\sigma_x, \sigma_y\ y\ \sigma_z$ todos distintos de cero. Estas condiciones se conocen como carga multiaxial.





Sea un elemento de un material isotropico con forma cubica. Puede suponerse que en el lado del cubo sea igual a la unidad, ya que siempre es posible sellecionar el lado del cubo como una unidad de longitud. Bajo la carga multiaxial determinada, el elemento se deformara hasta contruir un paralelepipedo rectangular de lados iguales 1+ ε_x, 1 + ε_y y 1+ ε_z donde $\varepsilon_x, \varepsilon_y\ y\ \varepsilon_z$ son los valores de la deformacion normal en las direcciones de los tres ejes coordenados.

El elemento en consideracion tambien puede sufrir una traslacion, pero en este momento solo interesa la deformacion real del elemento y no cualquier posible dezplazamiento del cuerpo rigido.

Para expresar las componentes de la deformacion en terminos de las componentes del esfuerzo se considera por separado el efectode cada componente de esfuerzo y se denominaran los resultados obtenidos.

El enfoque se basa en el principio de superposicion el cual dice que el efecto de una craga combinada dada sobre una estructura puede obtenerse determinando los efectos de las distintas cargas y combinando los resultados obtenidos, cumpliendo las siguientes condiciones:

1.- Cada efecto esta linealmente relacionado con la craga que lo produce.

2.- la deformacion resultante de cualquier carga dad es pequeña y no afecta las condiciones de aplicación de las otras cargas.

En una carga multiaxial la primera condición será satisfactoria si los esfuerzos no exceden el límite de proporcionalidad del material y la segunda condición se cumplirá si el esfuerzo en cualquier cara dada no causa deformaciones en las otras que sean lo suficientemente grandes para afectar el cálculo de los esfuerzos en esas caras.

El efecto de la componente σ_x causa una deformación igual a σ_x/E en la dirección de x y de forma igual a - v$\frac{\sigma_x}{E}$ $en\ la\ dirrecion\ y\ y\ z.$ En la componente σ_y se aplica por separado causara una deformación σ_y/E en la dirección y y deformaciones - v$\frac{\sigma_y}{E}$ en las otras dos direcciones.

Combinando los resultados se concluye que las componentes de deformación correspondientes a la carga multiaxial dad son:

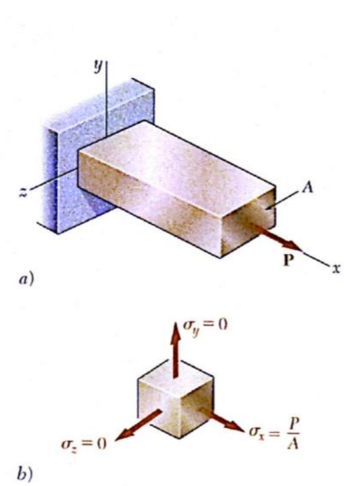
$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{v\ \sigma_y}{E} - \frac{v\ \sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_y = -\frac{v\ \sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{v\ \sigma_z}{E}$$

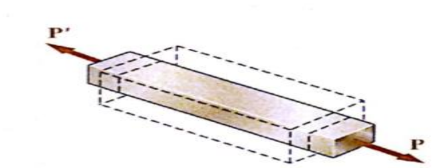
$$\varepsilon_y = -\frac{v\ \sigma_x}{E} - \frac{v\ \sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$

Relación de Poisson

La carga **P** está dirigida a lo largo del eje x se tiene que σ_x =P/A donde A es el área de la sección transversal de la barra por la ley de Hooke. $\varepsilon_x = \sigma_x$/E donde E es el módulo de elasticidad del material.



También se advierte que los esfuerzos normales de las caras perpendiculares a los ejes y y z son cero: $\sigma_y = \sigma_x = 0$. En todos los materiales de ingeniería, la elongación que produce una fuerza axial de tensión de **P** en la dirección transversal. En esta sección y en las siguientes se supondrá que todos los materiales considerados son homogéneos e isotrópicos, es



decir se supondrá que sus propiedades mecánicas son independientes tanto de la posición como la dirección. Esto significa que la formación unitaria debe tener el mismo valor para cualquier dirección transversal.

Para la craga debe tenerse que $\varepsilon_y = \varepsilon_z$. Este valor se conoce como deformacion lateral. Una constante importante para un material dado es su relacion de Poisson, llamado asi a su honor al matematico frances Simeon Denis Poisson y que se denota ν (nu).

$$\nu = -\frac{deformacion\ unitaria\ lateral}{deformacion\ unitaria\ axial}$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x}$$

El uso de un signo menos en las ecuaciones son para obtener un valor positivo de v, las deformaciones axialesy laterales de todos los materiales de ingenieriatiene signo opuesto. Para encontrar ε_y y ε_z que desciben completamente las condiciones de deformacion bajo una carga axial aplicada en una direccion paralela al eje x.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \qquad \varepsilon_y = \varepsilon_z = \frac{\nu\sigma_x}{E}$$

Refrencia

Libro de mecanica de materiales// Ferdinand P.Beer// Quinta Edicion