

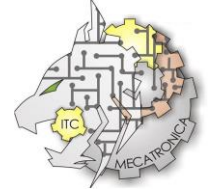


INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CELAYA

Ingeniería Mecatrónica.

Tarea No. 3

"Ley de Hook (generalizada) // Relación de Poisson".



Ruelas Amézquita, José Rubén

Palabras Clave – Hook, fuerzas, resorte, longitud, elasticidad, alargamiento, deformación, esfuerzos, axial, cortante, compresión, tensión.

I. INTRODUCCIÓN.

La mecánica de materiales es una rama de la mecánica aplicada que trata del comportamiento de los cuerpos sólidos sometidos a varios tipos de carga, su objetivo principal es determinar los esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos en estructuras debido a las cargas que actúan sobre ellas. Para determinar los esfuerzos y las deformaciones unitarias, usamos las propiedades físicas de los materiales así como numerosas leyes y conceptos teóricos. Si podemos encontrar esas cantidades para todos los valores de las cargas hasta las que causan la falla, tendremos una representación completa del comportamiento mecánico de esas estructuras. Entender dicho comportamiento es esencial para el diseño seguro de todos los tipos de estructuras, ya sean aeroplanos, antenas, edificios, puentes, pavimentos, máquinas, motores, otros.

El desarrollo histórico de la mecánica de materiales ha sido una mezcla de teoría y experimento; en algunos casos, la teoría, ha señalado el camino para llegar a resultados útiles y la experimentación lo ha hecho en otros. Algunos personajes famosos como Leonardo Da Vinci (1452-1519) y Galileo Galilei (1564-1642) llevaron a cabo experimentos para determinar la resistencia de alambres, barras y vigas, aunque no desarrollaron teorías adecuadas (respecto a los estándares actuales) para explicar los resultados de sus pruebas. En contraste, el famoso matemático Leonhard Euler (1707-1783) desarrolló la teoría matemática de las columnas y calculó la carga crítica de una columna en 1744, mucho antes de que existiera evidencia experimental que mostrara la importancia de sus resultados. Sin pruebas apropiadas para respaldar sus teorías, los resultados de Euler permanecieron sin usarse durante más de cien años; sin embargo, actualmente son la base del diseño y análisis de la mayoría de las columnas.

Mecánica de materiales.

II. ELASTICIDAD LINEAL Y LEY DE HOOK.

La mayoría de materiales como los metales, madera, plásticos y cerámicos se comportan elástica y linealmente en las primeras etapas de carga; en consecuencia, sus curvas esfuerzo-deformación unitaria comienzan con una línea recta que pasa por el origen. Cuando un material se comporta elásticamente y exhibe también una relación lineal entre el esfuerzo y la deformación unitaria, se dice que es elástico lineal. Este tipo de comportamiento es de gran importancia en la ingeniería por una razón obvia: mediante el diseño de estructuras y máquinas que funcionen en esa región evitamos deformaciones permanentes debido al flujo plástico.

La relación lineal entre el esfuerzo y la deformación unitaria en una barra sometida a tensión o compresión simple se expresa por la ecuación.

$$\sigma = E \epsilon$$

En donde: σ es el esfuerzo axial, ϵ es la deformación unitaria axial y E es una constante de proporcionalidad llamada módulo de elasticidad del material. El módulo de elasticidad está definido por la pendiente del diagrama esfuerzo-deformación unitaria en la región elástica lineal. Puesto que la deformación unitaria es adimensional, las unidades de E son las mismas que las del esfuerzo. Las unidades características de E son psi (lbf/pulg²) o ksi (Klbf/pulg²) en unidades inglesas y pascles (o

múltiplos de ella) en unidades de Sistema Internacional.

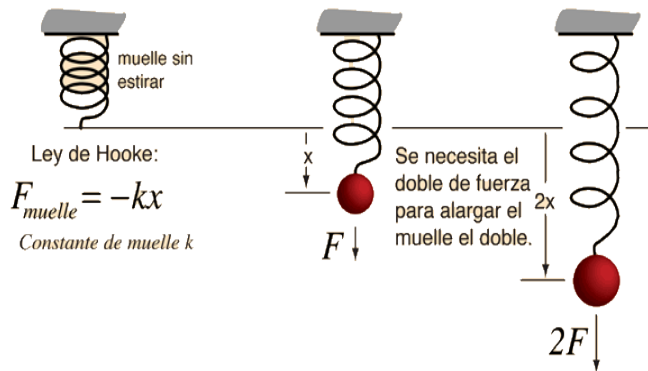


Figura 1 – Diagrama de resorte estirado.

La ecuación $\sigma = E \epsilon$ se conoce como ley de Hooke, en honor del famoso científico inglés Robert Hooke (1635-1703). Hooke fue una de las primeras personas en investigar científicamente las propiedades elásticas de diversos materiales como metales, madera, rocas, otros. Él midió el alargamiento de alambres con pesos en sus extremos y observó que los alargamientos “siempre guardan las mismas proporciones entre sí de acuerdo con los pesos que los generan”; de tal manera estableció la relación lineal entre las cargas aplicadas y los alargamientos resultantes.

La ecuación indicada anteriormente es una versión muy limitada de la ley de Hooke porque relaciona sólo los esfuerzos y deformaciones unitarias longitudinales desarrollados en la tensión o compresión simple de una barra (esfuerzo uniaxial). Para tratar con estados más complicados de esfuerzo, como los encontrados en la mayoría de las estructuras y máquinas, debemos usar ecuaciones más extensas de la ley de Hooke que involucran esfuerzo plano y triaxiales. El módulo de elasticidad tiene valores relativamente grandes para materiales muy rígidos, como los metales estructurales. Para la mayoría de los materiales, el valor de E en compresión es casi el mismo que en tensión.

Las propiedades de un material en cortante pueden determinarse a nivel experimental con pruebas de cortante directo o con pruebas de torsión. Con los resultados de esas pruebas podemos graficar

diagramas esfuerzo – deformación unitaria en cortante (es decir, diagramas de esfuerzo cortante τ versus deformación unitaria cortante γ). Esos diagramas son similares en forma a los diagramas de pruebas de tensión (σ versus ϵ) para los mismos materiales aunque difieren en las magnitudes. De los diagramas esfuerzo-deformación unitaria en cortante, podemos obtener propiedades de los materiales como el límite proporcional, el módulo de elasticidad, el esfuerzo de fluencia y el esfuerzo último. Por lo general estas propiedades en cortante son iguales a la mitad de las correspondientes en tensión; por ejemplo, el esfuerzo de fluencia para el acero estructural en cortante es 0.5 a 0.6 veces el esfuerzo de fluencia en tensión. Para muchos materiales, la parte inicial del diagrama esfuerzo – deformación unitaria en cortante es una línea recta que pasa por el origen, igual que en el caso de tensión. Para esta región elástica lineal, el esfuerzo cortante y la deformación unitaria cortante son proporcionales y por lo tanto tenemos la siguiente ecuación para la ley de Hooke en cortante:

$$\tau = G \gamma$$

En donde: τ es el esfuerzo cortante γ es la deformación unitaria en cortante.

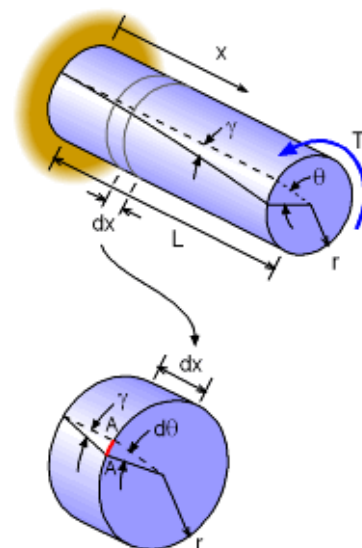


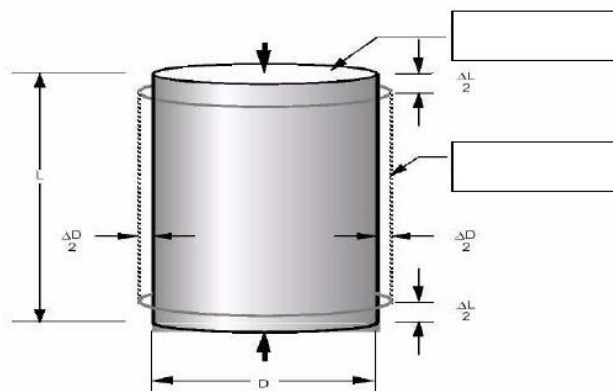
Figura 2 – Torsión aplicada en barra cilíndrica.

III. RELACIÓN O MODULO DE POISSON.

El módulo de Poisson, también llamado razón de Poisson o relación de Poisson, se denota mediante la letra griega ν (Nu) o μ (Mu) y su nombre proviene en honor al matemático francés Simeón Denis Poisson (1781- 1840) hijo de un administrador de la ciudad de Pithiviers, su padre esperaba que se hiciera médico. Fue el alumno preferido de Laplace y a su salida de la escuela, a los diecinueve años, se orientó hacia la enseñanza siendo suplente de Fourier. Denis Poisson realizó muchas contribuciones tanto en matemáticas como en mecánica y su nombre ha perdurado en diversos campos, además del módulo de Poisson, tenemos la ecuación de Poisson en ecuaciones diferenciales parciales y la distribución de Poisson en teoría de probabilidades.

El módulo de Poisson se define como la razón de la deformación unitaria lateral ϵ' a la deformación unitaria axial ϵ y se expresa según la siguiente ecuación:

$$\nu = \frac{\epsilon' \text{ Deformación unitaria lateral}}{\epsilon \text{ Deformación unitaria axial}}$$



μ
Figura 3 – Muestra sometida a compresión.

V. BIBLIOGRAFÍA.

1. Sanger.PDF.

<http://www.ib.edu.ar/beaib/cd-ib/trabajos/Sanger.pdf>

2. Elasticity, Periodic Motion.

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/permot2.html>

3. Mechanics eBook: Circular Bars and Shafts.

http://www.ecourses.ou.edu/cgi-bin/eBook.cgi?topic=me&chap_sec=02.1&page=theory

4. Relación de Poisson.

<https://es.scribd.com/document/127429975/Relacion-Poisson>